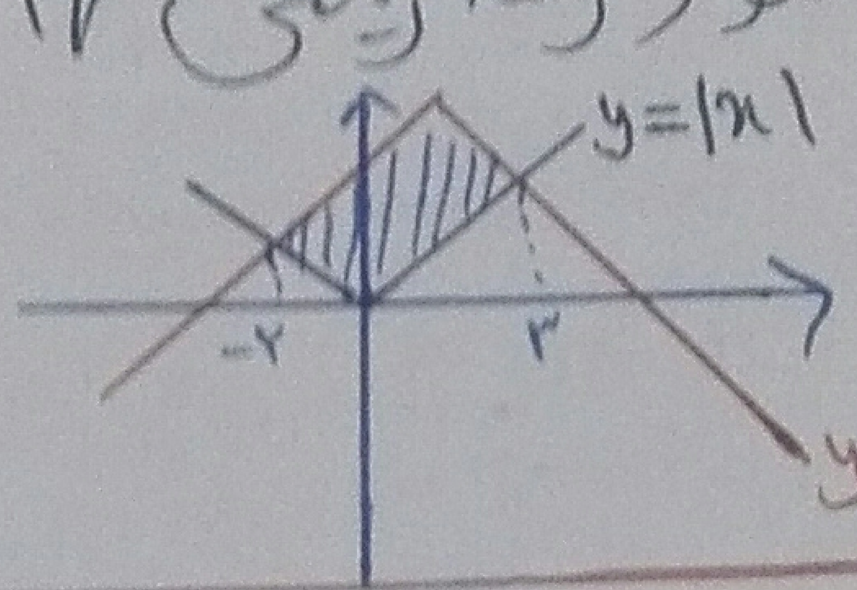
پاسخ سوالات دیفرانسیل و ریاضیات پایه کنکور رشته ریاضی ۹۷

۱. گزینه ۴ ✓

$y=|x|$

$y=5-|x-1|$



$|x|=5-|x-1| \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=-2 \end{cases}$

عرض مستطیل $=2\sqrt{2}$

طول مستطیل $=3\sqrt{2}$

$\Rightarrow S=2\sqrt{2}\times 3\sqrt{2}=12$

تنظیم: داود عزیززاده ۹۷/۴/۷

۲. گزینه ۳ ✓

$a_n=\frac{1}{2} \Rightarrow (0.95)^n=\frac{1}{2} \Rightarrow \log(0.95)^n=\log\frac{1}{2} \Rightarrow$

روز	1	2	3	...	n
مقدار	0.95	$(0.95)^2$	$(0.95)^3$	...	$(0.95)^n$

$\Rightarrow n\log\frac{95}{100}=\log\frac{1}{2} \Rightarrow -n\log 19=-\log 2$

$\Rightarrow n=\frac{\log 2}{\log 19}=21.5$

۳. گزینه ۴ ✓

$\log_{(x+2)}(2x-1)=\log(4x+1) \Rightarrow 2x^2+3x-2=4x+1 \Rightarrow 2x^2-x-3=0 \Rightarrow \begin{cases} x=-1 \ \times \\ x=\frac{3}{2} \ ✓ \end{cases}$

$\log_4(2x+5)=\log_4 2(\frac{3}{2})+5=\log_4 8=\frac{3}{2}=1.5$

۴. گزینه ۱ ✓

$y=a+b\cos(\frac{\pi}{2}x) \Rightarrow \begin{cases} (2,4) \Rightarrow 4=a+b\cos\pi \Rightarrow a-b=4 \\ (0,0) \Rightarrow 0=a+b\cos 0 \Rightarrow a+b=0 \end{cases} \Rightarrow 2a=4 \Rightarrow a=2, \quad b=-2$

۵. گزینه ۳ ✓

$(x^2-2x)^2-(x^2-2x)=2 \xrightarrow{x^2-2x=t} t^2-t-2=0 \begin{cases} t=-1 \Rightarrow x^2-2x=-1 \\ t=2 \Rightarrow x^2-2x=2 \end{cases}$

$x^2-2x+1=0 \Rightarrow (x-1)^2=0 \Rightarrow x=1 \Rightarrow$ ۱ ریشه

$x^2-2x-2=0 \Rightarrow \Delta=4+8=12>0 \Rightarrow$ ۲ ریشه $\Rightarrow$ در مجموع ۳ ریشه

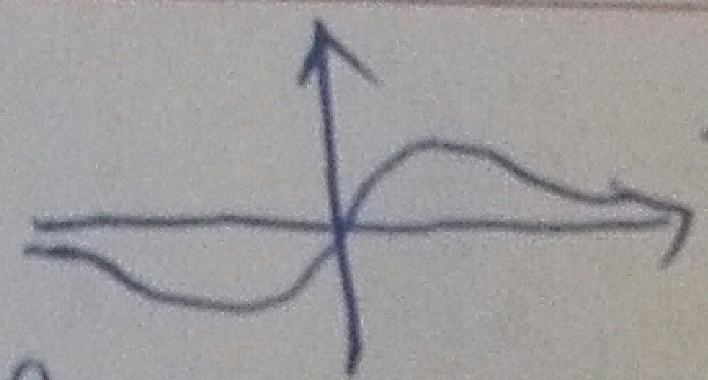
۶. گزینه ۲ ✓

$(\frac{f}{g})(x)=\frac{x+|x|}{|x+1|+1}=\begin{cases} \frac{2x}{x+2} & x>0 \Rightarrow 0<\frac{2x}{x+2}<2 \Rightarrow 0<\frac{f(x)}{g(x)}<2 \\ 0 & x<0 \quad \frac{f(x)}{g(x)}=0 \end{cases}$

۷. گزینه ۱ ✓

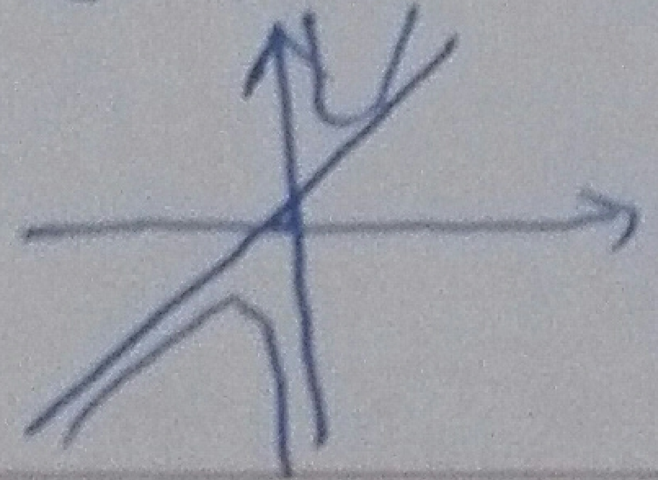
$g(x)=x-\sqrt{x} \Rightarrow (1,0),(0,0) \Rightarrow X$

$p(x)=\frac{x}{x^2+1}$



X

$h(x)=2x+\frac{1}{x} \Rightarrow$



X

$f(x)=x+\sqrt{x} \Rightarrow f'(x)=1+\frac{1}{2\sqrt{x}}>0$ همواره صعودی پس یک به یک

۸. گزینه ۲ ✓

$\frac{1}{2}[\cos 2x-\cos 4x]=\cos^2 x \Rightarrow \frac{1}{2}[\cos 2x-\cos 4x]=\frac{1+\cos 2x}{2} \Rightarrow \cos 4x=-1$

$4x=2k\pi+\pi \Rightarrow x=\frac{(2k+1)\pi}{4}$

۹ گزینه ۴

$$\cot\frac{11\pi}{3}=\cot\left(4\pi-\frac{\pi}{3}\right)=-\cot\frac{\pi}{3}=-\frac{\sqrt{3}}{3}\qquad \cos^{-1}\left(\frac{3}{2}\times-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)=\cos^{-1}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=\frac{5\pi}{6}$$

۱۰ گزینه ۱

$$\lim_{x\to\frac{3\pi}{4}}\frac{1-\tan^2x}{\sqrt{1+\sin 2x}}=\lim_{x\to\frac{3\pi}{4}}\frac{1-\tan^2x}{\sqrt{1+\frac{2\tan x}{1+\tan^2x}}}=\lim_{x\to\frac{3\pi}{4}}\frac{1-\tan^2x}{\sqrt{\frac{(\tan x+1)^2}{1+\tan^2x}}}=\lim_{x\to\frac{3\pi}{4}}\frac{(1-\tan^2x)\sqrt{1+\tan^2x}}{-(\tan x+1)}$$

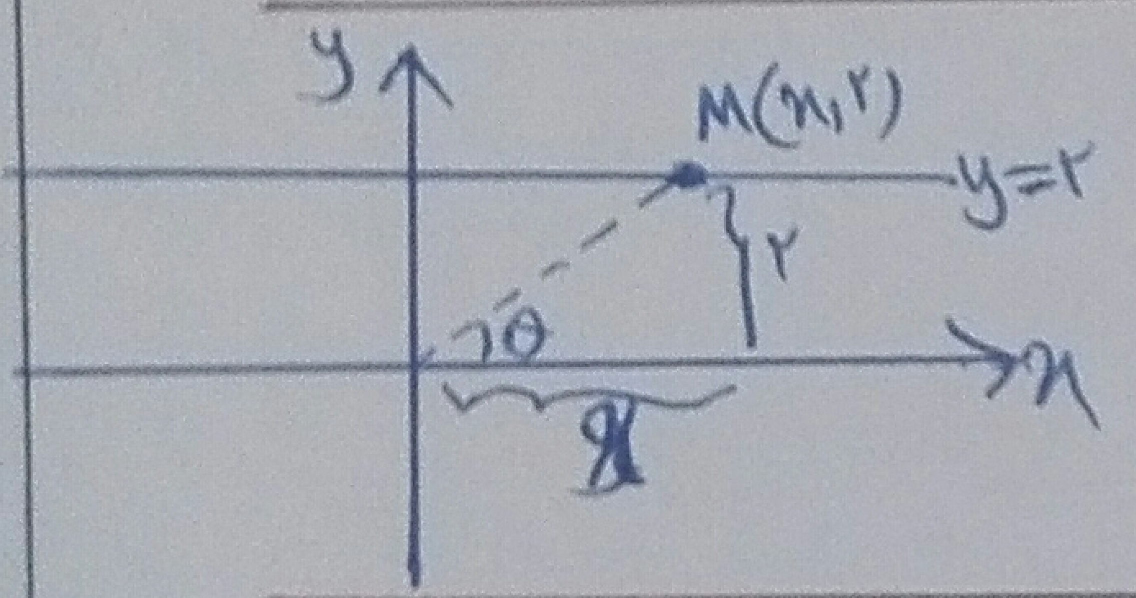
$$=\lim_{x\to\frac{3\pi}{4}}\frac{(1-\tan x)\cancel{(1+\tan x)}\sqrt{1+\tan^2x}}{-\cancel{(\tan x+1)}}=-2\sqrt{2}$$

تنظیم: داود عزیززاده
۹۷/۳/۷

۱۱ گزینه ۳

$$\lim_{h\to 0^+}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=f'_+(1)\Rightarrow f(x)=\sqrt{x^2+x-1}\Rightarrow f'(x)=\frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x-1}}=\frac{3}{2}$$

۱۲ گزینه ۲



$$\tan\theta=\frac{2}{x}\Rightarrow x=\frac{2}{\tan\theta}\Rightarrow\frac{dx}{d\theta}=\frac{-2(1+\tan^2\theta)}{\tan^2\theta}$$

$$x=4\Rightarrow\tan\theta=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{dx}{d\theta}=\frac{-2(1+\frac{1}{4})}{\frac{1}{4}}=\frac{-\frac{10}{4}}{\frac{1}{4}}=-10\Rightarrow\frac{d\theta}{dx}=-0/1$$

۱۳ گزینه ۳

$$|a_n-L|<\varepsilon\Rightarrow\left|\frac{2n^2+1}{n^2+2n}-2\right|<\frac{4}{100}\Rightarrow\left|\frac{1-4n}{n^2+2n}\right|<\frac{4}{100}\Rightarrow\frac{n^2+2n}{4n-1}>25$$

$$n^2+2n>100n-25\Rightarrow n^2-98n>-25\Rightarrow n(n-98)>-25\Rightarrow n=98$$

۱۴ گزینه ۳

$$\left\{\left(1+\frac{1}{n^2}\right)^n\right\}\Rightarrow\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n^2}\right)^n=e^{\frac{1}{n}}\Rightarrow e^0=1$$

۱۵ گزینه ۱

$$f(x)=\begin{cases}\frac{x-2}{x^3-x-6} & x\neq 2\\ a & x=2\end{cases}\Rightarrow\lim_{x\to 2}\frac{x-2}{x^3-x-6}=\lim_{x\to 2}\frac{1}{3x^2-1}=\frac{1}{11}=a$$

۱۶ تابع در دامنه خود پیوسته است
گزینه ۱

$$f(x)=\frac{2-\sqrt{x+4}}{1+\sqrt[3]{x+1}}+\frac{1}{x+5}\Rightarrow x+4\geq 0\Rightarrow x\geq -4$$

$$1+\sqrt[3]{x+1}=0\Rightarrow x=-2\ \checkmark$$

$$x+5=0\Rightarrow x=-5\ \times$$

۱۷ گزینه ۴

$$y=x^3-2x^2+3x$$

$$m=f'(x)$$

$$3x^2-4x+3=-\frac{2}{3}\Rightarrow 9x^2-12x+11=0\Rightarrow\Delta<0\ \times$$

$$3x^2-4x+3=\frac{2}{3}\Rightarrow 9x^2-12x+7=0\Rightarrow\Delta<0\ \times$$

$$3x^2-4x+3=\frac{4}{3}\Rightarrow 9x^2-12x+5=0\Rightarrow\Delta<0\ \times$$

$$3x^2-4x+3=\frac{5}{3}\Rightarrow 9x^2-12x+4=0\Rightarrow\Delta=0\ \checkmark$$

۱۸. گزینه ۱

$f(x)=\frac{\cos 2x}{2-\sin x} \Rightarrow x=0,\ y=\frac{1}{2},\ f'(x)=\frac{-2\sin 2x(2-\sin x)+\cos x(\cos 2x)}{(2-\sin x)^2} \overset{x=0}{=} \frac{1}{4}$

$m=-4 \quad y-y_0=m(x-x_0) \Rightarrow y-\frac{1}{2}=-4x \overset{y=x}{\Rightarrow} x-\frac{1}{2}=-4x \Rightarrow 5x=\frac{1}{2} \Rightarrow x=0.1$

---

۱۹. گزینه ۳

$y+xy^2+x=7 \Rightarrow y'+y^2+2xyy'+1=0 \xrightarrow[y=2]{x=1} y'+4+4y'+1=0 \Rightarrow y'=-5$

تنظیم: داود عزیززاده
۹۷/۴/۷

$y''(1+2xy)+y'(2y+2xy')+2yy'=0 \xrightarrow[y'=-5]{x=1,\ y=2} y'=\frac{6}{5}$

---

۲۰. گزینه ۲

$g(x)=f(4-x^2) \Rightarrow g'(x)=-2xf'(4-x^2) \Rightarrow g''(x)=-2f'(4-x^2)+4x^2f''(4-x^2)$

$g''(\sqrt{3})=-2f'(1)+12f''(1)=-2(-5)+12(-1)=-2$

در این سؤال اشتباهاً به جای $f(x)$ از f' استفاده شده است

---

۲۱. گزینه ۲

$h=\sqrt{x^2+x^3} \Rightarrow \frac{dh}{dt}=\frac{dh}{dx}\times\frac{dx}{dt} \Rightarrow 1.3=\frac{2x+3x^2}{2\sqrt{x^2+x^3}}\times\frac{dx}{dt} \overset{x=8}{\Rightarrow} 1.3=\frac{13}{3}\frac{dx}{dt}$

h فاصله تا مبدأ

$\frac{dx}{dt}=\frac{\frac{13}{10}}{\frac{13}{3}}=0.3$

---

۲۲. گزینه ۴

با توجه به نمودار $\Rightarrow \begin{cases} b=-2 \\ a=0 \end{cases} \Rightarrow y=\frac{x^3}{x^2-2x+1} \Rightarrow y'=\frac{3x^2(x^2-2x+1)-(2x-2)x^3}{(x^2-2x+1)^2}=\frac{x^4-4x^3+3x^2}{(x^2-2x+1)^2}$

$y'=0 \Rightarrow x^4-4x^3+3x^2=0 \Rightarrow x^2(x^2-4x+3)=0 \begin{cases} x=0 \Rightarrow f(0)=0 \ \text{عطف} \\ x=1 \Rightarrow f(1)=\ \text{تعریف نشده} \\ x=3 \Rightarrow f(3)=\frac{27}{4}=6.75 \end{cases}$

---

۲۳. گزینه ۳

$\bar{f}=\frac{\int_a^b f(x)dx}{b-a}=\frac{\int_1^4 (2x^{\frac{1}{2}}-x^{-\frac{1}{2}})dx}{4-1}=\frac{\frac{4x^{\frac{3}{2}}}{3}-2x^{\frac{1}{2}}\Big|_1^4}{3}=\frac{(\frac{32}{3}-4)-(\frac{4}{3}-2)}{3}=\frac{22}{9}$

---

۲۴. گزینه ۱

$F(x)=x\int_3^{x^2}\frac{dx}{\sqrt[3]{x^2-1}} \Rightarrow F'(x)=1\int_3^{x^2}\frac{dx}{\sqrt[3]{x^2-1}}+x(2x)\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x^4-1}}\right) \overset{x=\sqrt{3}}{=} 0+6\left(\frac{1}{2}\right)=3$

تحلیل سؤالات: در مجموع سؤالات کنکور امسال، از استاندارد نسبتاً خوبی برخوردار بود به گونه‌ای که دانش‌آموزان با تسلط بر مطالب کتاب درسی قادر به پاسخگویی به اکثر سؤالات بودند. در سؤال ۲۰ کنکور یک اشتباه وجود داشت که آن هم $f'(1)=-5$ بود که باید به $f'(-1)=-5$ اصلاح یابد.

داود عزیززاده
۷ تیرماه ۱۳۹۷