

سوال (۱۲۶)

قرینه خط $y - 2x = 4$ نسبت به مستقیم $y = x$ (یعنی $y = x$) همان $y = x + 4$ است
 معکوس خط است که بیان می‌دهد اگر در آن $y = x$ باشد $y = x + 4$ را به هم
 عوض کنیم:

$$x - 2y = 4 \Rightarrow y = \frac{x - 4}{2} \Rightarrow y = \frac{x}{2} - 2$$

سوال (۱۲۷)

$$-x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{9}{2} > 2x + |x| \xrightarrow{x > 0} 2x^2 + x - 9 < -2x - 2|x|$$

$$2x^2 + 7x - 9 < 0 \xrightarrow{\text{ظرف صفا}} (-\frac{9}{2}, 1) \cap x > 0 =]-\frac{9}{2}, 1[$$

$$2x^2 + 5x + 2|x| - 9 < 0 \xrightarrow{\text{ظرف صفا}} \begin{cases} x > 0 \\ x < 0 \end{cases} \begin{cases} 2x^2 + 7x - 9 < 0 \\ 2x^2 + 3x - 9 < 0 \end{cases}$$

$$a+b+c=0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-\frac{9}{2} \end{cases}$$

$$x < 0 \Rightarrow 2x^2 + 3(2x) - 11 < 0$$

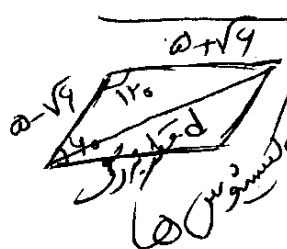
$$(2x - 3)(2x + 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ x = -2 \end{cases}$$

$$\text{ظرف صفا} \Rightarrow]-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}[\cap x < 0 =]-\frac{3}{2}, 0[$$

حاصل = $]1, \frac{3}{2}[\cup]-\frac{3}{2}, 0[$

ظرف تقاطع $\rightarrow \frac{a+b}{2} = \frac{-\frac{3}{2} + 1}{2} = -\frac{1}{4}$

سوال (۱۲۸)



$$d^2 = (5 + \sqrt{4})^2 + (5 - \sqrt{4})^2 - 2(5 + \sqrt{4})(5 - \sqrt{4})$$

$$d^2 = 2(5 + 1)\sqrt{4} + 4 + 2(5 - 1)\sqrt{4} + 4 + 25 - 4$$

$$d^2 = 11 \Rightarrow d = 3$$

$$A \times A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 9 & 22 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} 29 \\ 129 \end{matrix}$$

مجموع درایه ها = ۳۴

29
130

چون $\bar{x} = 18$ بوده پس باید $\sum f_i(x_i - \bar{x}) = 0$ باشد

$$\underbrace{(7-18)(2)}_{-22} + \underbrace{(12-18)(5)}_{-30} + \underbrace{(17-18)(1)}_{-1} + \underbrace{(22-18)(a)}_{4a} + \underbrace{(27-18)(4)}_{36} = 0$$

$$4a - 22 = 0 \Rightarrow 4a = 22 \Rightarrow a = 5.5 \Rightarrow n = \sum f_i = 2 + 5 + 1 + 4 + 2 = 15$$

دسته داران مرکز دسته ۲۲ ضلعان دسته ۱۹، ۵، ۲، ۴، ۵

$$F_k = \frac{4}{15} \times 100 = 26.67\% \approx 27\%$$

$\bar{x} = 25$

$$CV = \frac{4}{100}$$

$$CV = \frac{6}{\bar{x}} \Rightarrow \frac{4}{100} = \frac{6}{\bar{x}} \Rightarrow \bar{x} = \frac{6 \times 100}{4} = 150$$

129
29

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2 \Rightarrow \frac{\sum x_i^2}{n} = \frac{9}{15} + 4 \times 25 = 421.25$$

میانگین مربعات

$A = \{ (1,3) (2,2) (2,4) (3,1) (3,5) (4,2) (5,3) (4,2) (2,4) \}$

$P(A) = \frac{9}{124} = \frac{1}{14}$

$(m-4)x^2 - 2mx - 3 = 0$

(1) $S < 0$
 (2) $P > 0$
 (3) $\Delta > 0$

(1) $\frac{2m}{m-4} < 0$

$m=0$ (top)
 $m=4$ (bottom)

$(0, 4)$ (I)

(2) $\frac{-3}{m-4} > 0$

$m-4 < 0 \Rightarrow m < 4$ (II)

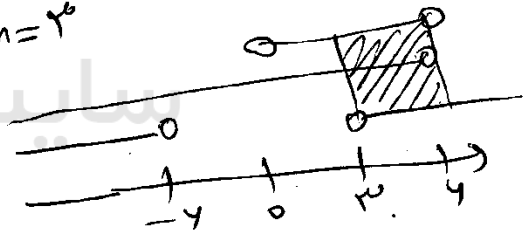
(3) $\Delta > 0 \Rightarrow m^2 - (m-4)(-3) > 0$

$m^2 + 3m - 12 > 0$

$(m-3)(m+4) > 0$

$m < -4$ or $m > 3$ (III)

$(I) \cap (II) \cap (III) \Rightarrow (2, 4)$



$\sin(\alpha - \frac{\pi}{4}) = 2 \sin(\alpha + \frac{\pi}{4})$

$\sin \alpha \cos \frac{\pi}{4} - \sin \frac{\pi}{4} \cos \alpha = 2 (\sin \alpha \cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{4} \cos \alpha)$

$\sin \alpha - \cos \alpha = 2 \sin \alpha + 2 \cos \alpha \Rightarrow \sin \alpha = -2 \cos \alpha$

$\Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -2 \Rightarrow \tan \alpha = -2$

135

$$f(\sqrt{x-2}) = \sqrt{x} - 1\sqrt{x} + 1\sqrt{x}$$

$$2x-2=x \Rightarrow x = \frac{x+2}{2} \Rightarrow f(x) = \sqrt{\frac{x+2}{2}} - \sqrt{\frac{x+2}{2}} + 1\sqrt{\frac{x+2}{2}}$$

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2+4x+4}{2}} - \sqrt{x-2} + 1\sqrt{x}$$

$$f(x) = x^2 - x + 1$$

136

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x} - \log x - 1}{\sqrt{x} - \sqrt{x} - 1} = \frac{0}{0} \xrightarrow{H} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x - 1}{-\frac{1}{2\sqrt{x}}}$$

$$= \frac{1\sqrt{x}}{-\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \frac{1\sqrt{x}}{-\frac{1}{2\sqrt{x}}} = -11\sqrt{x}$$

سایت کنکور

137

$$f(x) = \begin{cases} ax + 2^{x-2} & ; x < 2 \\ a \log_p(1+x) & ; x \geq 2 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 2a + 1 \\ 2a \end{cases} \Rightarrow 2a + 1 = 2a$$

$$\boxed{a = -1}$$

$$\xrightarrow{\text{در شرایط پایا}} f(2) = (-1)(2) + 2^{-1} = -2 + \frac{1}{2} = -1.5$$

13 (199)

ابتداءً فرض کنیم که $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ است.
 $(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + 2(\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha)$
 یا به عبارتی دیگر $1 = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$

$1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\alpha = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha$
 $\rightarrow 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\alpha = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha$

از این عبارت مشتق می‌گیریم
 $\rightarrow -\sin 2\alpha \times 2 \cos 2\alpha$

$\alpha = \frac{\pi}{4} \rightarrow -\sin \frac{\pi}{2} \times 2 \cos \frac{\pi}{2} = -2 \times 0 = 0$

14 (139)

$\binom{5}{k} \left(\frac{3}{k}\right)^k \left(\frac{1}{k}\right)^1 + \binom{5}{5-k} \left(\frac{3}{k}\right)^{5-k} \left(\frac{1}{k}\right)^k = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1 \div 1}{10 \times 2 \times 2 \div 1} = \frac{11}{12}$

15 (138)

تابع $f(n) = |n-2| + |n-3|$ در بازه $9 < n < 20$ مقبول و مقبول است.
 $\downarrow \quad \downarrow$
 $n=2 \quad n=3$

$f(n) = -n + 2 - n + 3 = -2n + 5$
 $-2n + 5 = 2n^2 - n - 10 \Rightarrow 2n^2 + n - 15 = 0$
 $\times 2 \rightarrow 4n^2 + (2n) - 30 = 0$
 $(2n-5)(2n+6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = \frac{5}{2} \\ n = -3 \end{cases}$

$$u_n = \frac{n^2 + n}{2n^2 - 1} \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{\text{حدس}} \frac{1}{2} \quad \xrightarrow{\text{اختلاف}} \quad 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \quad \text{سوال (141)}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n^2 - 1} \xrightarrow{\text{حدس}} \frac{1}{2} = 1$$

$$K_0 = 40 - 50e^{-0.25t}$$

سوال (142)

$$50e^{-0.25t} = 40 \Rightarrow e^{-0.25t} = \frac{4}{5} \quad \text{حدس}$$

$$\text{لن طرف } \Rightarrow -0.25t = \ln\left(\frac{4}{5}\right) = \ln\left(\frac{5}{4}\right)^{-1} = -0.91$$

$$t = \frac{0.91}{0.25} = \frac{91}{25} = 3.64 \text{ سال}$$

حدس تقریباً همان ۳ سال و ۱۹ روز و ۱۹ دقیقه

$$\tan K_1 = \frac{1}{\tan \alpha} = \cot \alpha = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$

سوال (143)

$$K_1 = K\pi + \frac{\pi}{2} - \alpha \Rightarrow K_1 = K\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{K\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$$

$$f(-1) = \begin{cases} a(-1) + (b)(-1) + 1 = -a - b + 1 \\ (-1) - (-1) = 0 \end{cases} \quad \text{سوال (144)}$$

$$\begin{cases} -a - b + 1 = -4 \\ -a - b = -5 \end{cases} \quad \text{بگیریم}$$

$$-a - b = -5$$

$$\Rightarrow \boxed{2a - b = -5}$$

اداره در دفتر بصر ←

$$f'(x) = \begin{cases} 2ax+b \\ 2x-1 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} -2a+b \\ 2(1)-1=1 \end{cases} \Rightarrow \boxed{-2a+b=1}$$

اداره سوال

$$\begin{cases} 2a-b=-5 \\ -2a+b=1 \end{cases} \Rightarrow -2a=4 \Rightarrow \boxed{a=-2}$$

$$\underbrace{-2(-2)+b=1}_{12} \Rightarrow \boxed{b=-1}$$

در نقطه (1,0) $f(1) = ax^2 + bx + c = \underbrace{(-2)(1)}_{-2} + \underbrace{(-1)(1)}_{-1} + c = 0$

شیب مماس $m = -\frac{f_x}{f_y} = -\frac{\frac{2ax}{2\sqrt{a^2x^2-2y}}}{\frac{-2}{2\sqrt{a^2x^2-2y}} + 2y}$

نقطه (1,3) $\Rightarrow -\frac{1}{-1+4} = -\frac{1}{3} \Rightarrow m' = \frac{5}{3}$

$y = ax^{\frac{2}{3}} - 2ax^{-\frac{1}{3}} \Rightarrow y' = \frac{2}{3}ax^{\frac{-1}{3}} - \frac{2}{3}ax^{-\frac{4}{3}}$

$y'' = \frac{2}{9}ax^{-\frac{4}{3}} + \frac{8}{9}ax^{-\frac{7}{3}}$

$\frac{1}{\sqrt{a^2x^2-2y}} + \frac{2}{a\sqrt{a^2x^2-2y}} = \frac{a+2}{a\sqrt{a^2x^2-2y}}$

مماس در $x=0$

مماس در $x=2$

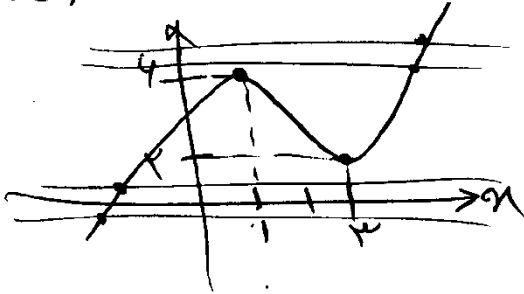
مماس در $x=1$

مماس در $x=0$

۴۳ (۱۴۷)

$$f(x) = x^3 - 4x^2 + 9x + 2$$

$$f'(x) = 3x^2 - 8x + 9 = 0 \xrightarrow{\Delta} x^2 - \frac{8}{3}x + 3 = 0 \quad \begin{cases} x=1 \rightarrow y=4 \\ x=3 \rightarrow y=2 \end{cases}$$



$f(x) = m$ حلقه دایره ای موازی محور OX باشد
که بر این منحنی ۳ نقطه برخورد کند. تفاوت یک نقطه برخورد کند با ۲
 $m < 2$ یا $m > 4$ باشد (مانند نمونه)

۴۳ (۱۴۸)

$$\sqrt{(x-3)^2 + (y-4)^2} = 2\sqrt{x^2 + y^2}$$

طرفین را \square $x^2 - 4x + 9 + y^2 - 12y + 34 = 4x^2 + 4y^2$

عبارت را بر \square $3x^2 + 4y^2 + 4x + 12y - 25 = 0 \xrightarrow{\Delta} x^2 + y^2 + \frac{4}{3}x + \frac{4}{3}y - \frac{25}{3} = 0$

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{16}{9} + \frac{16}{9} - 4(-\frac{25}{3})} = \frac{1}{2} \sqrt{180}$$

بزرگترین و کمترین قطر دایره همان قطر دایره است که در این شعاع است و

$$\text{قطر} = \sqrt{180} = \sqrt{144 \times 5} = 12\sqrt{5}$$

(19) (149)

$$F(1+\sqrt{5}, 2) \xrightarrow{\text{هندسی امش}} 0(1, 2) \Rightarrow C = \sqrt{5}$$

$$F'(1-\sqrt{5}, 2) \Rightarrow A(0, 2) \Rightarrow a = 1$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

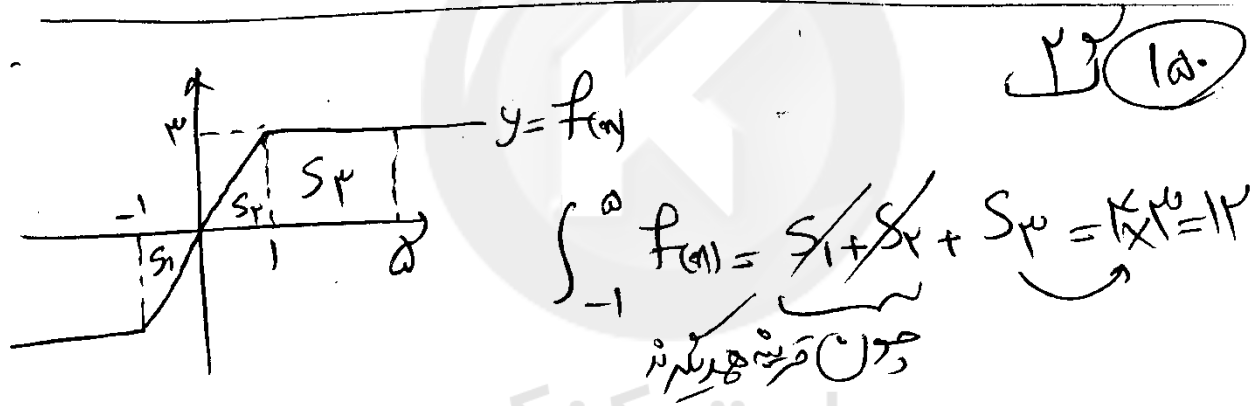
$$5 = 1 + b^2$$

$$b = 2$$

در مثل قائب با سبب سبب، سبب سبب
یعنی که هندسی مرتکز

$$y - 2 = 2(x - 1)$$

$$y - 2 = 2x - 2 \Rightarrow y = 2x$$



(15)

$$\int_1^4 \frac{2x^3 - x^{\frac{1}{2}}}{x^2} dx \xrightarrow{\text{تفکیک}} \int_1^4 2x - x^{-\frac{1}{2}} dx$$

$$= x^2 - \frac{x^{-\frac{1}{2}}}{-\frac{1}{2}} = x^2 + \frac{2}{\sqrt{x}} \Big|_1^4 \rightarrow 14 + 1 = 15$$

$$1 \rightarrow 1 + 2 = 3$$

$$15 - 3 = 12$$