



# آزمون غیر حضوری دروس اختصاصی فارغ التحصیلان ریاضی (۲۲ تیر ۱۳۹۷) (مباحث ۵ مرداد ۹۷)

برای دیدن پاسخ آزمون غیرمضوری به صفحه مقطع و همچنین به صفحه شفصی خود در قسمت دریافت کارنامه در سایت کانون به آدرس [www.kanoon.ir](http://www.kanoon.ir) مراجعه نمایید و از منوی سمت راست گزینه آزمون غیرمضوری را انتخاب کنید.

گروه فنی و تولید:

مسئول تولید آزمون غیرحضوری	محمد اکبری
مسئول دفترچه آزمون غیرحضوری	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مریم صالحی مسئول دفترچه: آتیه اسفندیاری
حروف‌چین	حسن خرم‌جو
ناظر چاپ	سوران نعیمی

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۶۹۶۲۴۰۰

«تمام دارایی‌ها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»



**حسابان**

**حسابان**

تابع  
صفحه‌های ۴۳ تا ۱۰۲  
یاد آوری: ریاضی ۲  
«تابع»  
صفحه‌های ۲۵ تا ۸۵

۱- تابع  $y = |2x - |x||$  با کدام یک از توابع زیر مساوی است؟

(۱)  $y = 2|x| - x$

(۲)  $y = x - 2|x|$

(۳)  $y = |x| - 2x$

(۴)  $y = 2x - |x|$

۲- در کدام یک از رابطه‌های زیر،  $y$  تابعی از  $x$  نمی‌باشد؟

(۱)  $|x| + (y-1)^2 = 0$

(۳)  $2^x - 1 = 3^y + 2^y$

(۴)  $x^2 + y^3 = 4$

(۲)  $y^3 - y = x$

۳- اگر  $f = \{(2, 3), (1, 2), (c, 1)\}$  و  $g = \{(2, a), (b, 4), (3, 5)\}$  دو تابع باشند و  $f + g = \{(2, 4), (1, 6), (d, 6)\}$  باشد، مجموع مقادیر ممکن برای  $d$  کدام است؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۴- اگر  $f(x) = |x|$  و  $g(x) = x^2 + 2x + 1$ ، آنگاه حاصل  $(f \circ g)(1 - \sqrt{2}) - (g \circ f)(1 - \sqrt{2})$ ، کدام است؟

(۴)  $4\sqrt{2}$

(۳) ۴

(۲)  $4(\sqrt{2} - 1)$

(۱)  $4(1 - \sqrt{2})$

۵- اگر  $f(x) = \frac{2x-1}{x-a}$  و  $(f \circ f)(x) = x$  باشند، مقدار  $a$  کدام است؟

(۴) -۲

(۳) ۲

(۲) -۱

(۱) ۱

۶- تابع  $f$  نزولی اکید با دامنه  $R$  است و  $f(2) = 1$ . دامنه  $y = \sqrt{(f(x)-1)(x-2)}$  شامل چند عدد صحیح است؟

(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) بی‌شمار

(۳) صفر

۷- اگر  $f(x) = x^2 - |x-1|$  و  $g(x) = x^3 + x$ ، آنگاه حاصل  $(f \circ g^{-1})(-2)$  کدام است؟

(۴) صفر

(۳) -۳

(۲) -۱

(۱) ۳

۸- اگر رابطه  $f = \{(3, 2), (a, 5), (3, a^2 - a), (b, 2), (-1, 4)\}$  تابعی یک به یک باشد، دوتایی  $(a, b)$  کدام است؟

(۴)  $(2, 3)$

(۳)  $(2, 1)$

(۲)  $(-1, 3)$

(۱)  $(-1, 1)$

۹- اگر  $R$  دامنه  $f$  و  $c$  کوچک‌ترین عدد حقیقی مثبتی باشد که به ازای آن داشته باشیم:  $f(x+c) = -f(x)$ ، آن‌گاه دوره تناوب  $y = f(x)$  کدام است؟

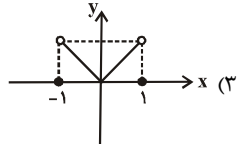
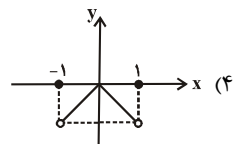
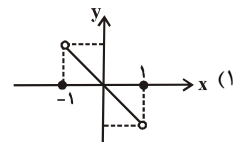
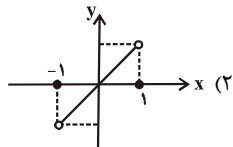
(۲)  $3c$

(۱)  $c$

(۴)  $4c$

(۳)  $2c$

۱۰- نمودار تابع  $y = x(|x| + |-x|)$  در بازه  $[-1, 1]$  کدام است؟ (نماد جزء صحیح است.)



**جبر و احتمال**

**جبر و احتمال**

مجموعه‌ها  
(مجموعه، زیرمجموعه،  
مجموعه توانی،  
نمایش هندسی، جبر مجموعه‌ها)  
صفحه‌های ۳۲ تا ۵۶

۱۱-  $A$  و  $B$  دو مجموعه دلخواه هستند. متمم  $(B' - A) \cup (A' - B)$  همواره کدام است؟

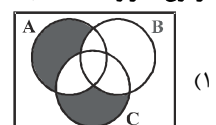
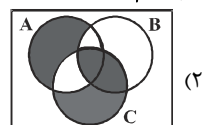
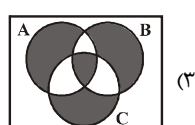
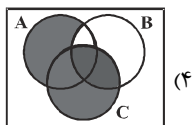
(۴)  $A' \cup B'$

(۳)  $A' \cap B'$

(۲)  $A \cup B$

(۱)  $A \cap B$

۱۲- نمودار «ون» مربوط به  $(A - B) \Delta C$  کدام است؟



۱۳- اگر  $A \Delta B = A \cup B$  باشد، در این صورت کدام گزینه همواره درست است؟

(۴)  $B - A = \emptyset$

(۳)  $A = B$

(۲)  $A - B = \emptyset$

(۱)  $A - B = A$



- ۱۴- اگر  $A_n = (1 + \frac{1}{n}, 5 - \frac{1}{n})$ ،  $n \in \mathbb{N}$ ، آنگاه بازه  $\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n$  شامل چند عدد صحیح است؟  
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴
- ۱۵- اگر از مجموعه  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ ، سه عضو حذف کنیم، تعداد زیرمجموعه‌های آن ۱۱۲ واحد کم می‌شود.  $A$  چند عضو دارد؟  
 (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸
- ۱۶- حاصل  $(A - B) \cup (A - B') \cup (A \cap (A' \cup B))$  همواره کدام است؟  
 (۱)  $B'$  (۲)  $B$  (۳)  $A'$  (۴)  $A$
- ۱۷- مجموعه  $A = \{1, 2, \dots, 20\}$  را در نظر بگیرید.  $A$  چند زیرمجموعه‌ی پنج عضوی دارد که ۷ و ۱۷ کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عضو آن‌ها باشند؟  
 (۱) ۶۶ (۲) ۷۲ (۳) ۸۴ (۴) ۹۱
- ۱۸- اگر  $A = \{a, b, \{a\}, \{a, b\}\}$  و  $B = \{a, b\}$ ، مجموعه  $A - \{B\}$  چند زیرمجموعه‌ی سره غیرتهی دارد؟  
 (۱) ۲ (۲) ۷ (۳) ۶ (۴) ۱۴
- ۱۹- اگر  $A = \{\{1, 2, \{1\}\}, \{1, \{1\}\}, \{1, 2, \{1\}\}\}$  آنگاه مجموعه  $B = \{x \in A \mid x \subseteq A\}$  چند عضو دارد؟  
 (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱
- ۲۰- اگر برای دو مجموعه‌ی غیرتهی  $A$  و  $B$ ، رابطه‌ی  $A \Delta B = \emptyset$  برقرار باشد، آنگاه کدام یک از مجموعه‌های زیر با بقیه متفاوت است؟  
 (۱)  $(A \cup B) - A$  (۲)  $A - (A \cap B)$   
 (۳)  $A \cap (A - B)$  (۴)  $A \cup (B - A)$

## هندسه ۲

## هندسه ۲

## استدلال

(مکان هندسی،

ترسیم با خط‌کش و پرگار)

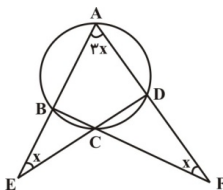
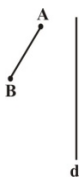
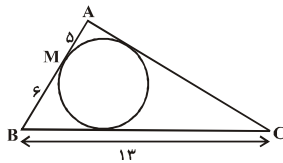
## دایره

(زاویه‌ی مرکزی،

وتر و مماس، زاویه‌ی محاطی)

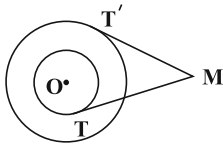
صفحه‌های ۳۰ تا ۶۰

- ۲۱- در  $\triangle ABC$  فاصله‌ی نقطه‌ی تلاقی میانه‌های مثلث تا ضلع  $BC = 3$  برابر  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$  واحد است. مساحت این مثلث چقدر است؟  
 (۱)  $\sqrt{3}$  (۲)  $2\sqrt{3}$  (۳)  $3\sqrt{3}$  (۴)  $4\sqrt{3}$
- ۲۲- سکه‌ای به شعاع ۱ سانتی‌متر را بر روی صفحه‌ی مربعی شکل به طول ضلع ۵ سانتی‌متر پرتاب می‌کنیم. مساحت مکان هندسی نقاطی درون مربع که اگر مرکز سکه در آن نقاط قرار گیرد، هیچ قسمتی از سکه خارج از مربع واقع نشود چند سانتی‌متر مربع است؟  
 (۱) ۲۰ (۲) ۹ (۳) ۱۲ (۴) ۱۶
- ۲۳- بر دایره‌ی  $C(O, \sqrt{3})$  از نقطه‌های مانند  $A$ ، دو مماس به طول ۳ رسم شده است. زاویه‌ی بین دو مماس کدام است؟  
 (۱)  $90^\circ$  (۲)  $60^\circ$  (۳)  $30^\circ$  (۴)  $120^\circ$
- ۲۴- در شکل روبه‌رو، محیط مثلث  $ABC$  کدام است؟  
 (۱) ۳۰ (۲) ۳۳ (۳) ۳۶ (۴) ۳۹
- ۲۵- مثلث  $ABC$  به طول اضلاع ۳، ۴ و ۵ مفروض است. فاصله‌ی بین نقطه‌ی هم‌رسی عمودمنصف‌های اضلاع و نقطه‌ی هم‌رسی ارتفاع‌های این مثلث کدام است؟  
 (۱) ۲ (۲)  $\frac{2}{5}$  (۳) ۴ (۴) ۵
- ۲۶- در شکل مقابل طول پاره‌خط  $AB$  برابر  $k$  است. چند نقطه در صفحه وجود دارد که از  $A$  و  $B$  هم‌فاصله و از  $d$  به فاصله‌ی  $k$  باشد؟  
 (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بیشمار
- ۲۷- در صفحه‌ی یک مثلث چند نقطه می‌توان یافت که از سه ضلع مثلث یا امتداد آن‌ها، به یک فاصله باشند؟  
 (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱
- ۲۸- در شکل مقابل،  $x$  چند درجه است؟  
 (۱)  $22/5^\circ$  (۲)  $25^\circ$  (۳)  $27/5^\circ$  (۴)  $30^\circ$
- ۲۹- دایره‌ای به شعاع ۳ واحد، درون یک لوزی به مساحت ۲۴ واحد مربع محاط شده است. محیط این لوزی چند واحد است؟  
 (۱) ۲۴ (۲) ۲۰ (۳) ۱۸ (۴) ۱۶





۳۰- دو دایره‌ی هم مرکز به شعاع‌های  $R$  و  $2R$  مفروض‌اند. مطابق شکل، از نقطه‌ی  $M$  دو مماس  $MT$  و  $MT'$  بر دو دایره رسم شده است. قدرمطلق تفاضل مربعات طول‌های این دو مماس کدام است؟



$$\begin{aligned} & 2R^2 \quad (۲) \\ & \sqrt{5}R^2 \quad (۴) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 3R^2 \quad (۱) \\ & R^2 \quad (۳) \end{aligned}$$

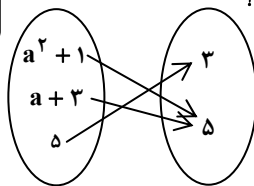
### ریاضی ۲

**ریاضی ۲**  
تابع، توابع خاص  
نامعادلات و تعیین علامت  
صفحه‌های ۲۶ تا ۸۴

۳۱- اگر زوج‌های مرتب  $(0, -x+y)$  و  $(x^2+2y, -4)$  با هم برابر باشند، مقدار  $x+y$  کدام می‌تواند باشد؟

$$۱۲ \quad (۴) \quad ۳ \quad (۳) \quad \text{صفر} \quad (۲) \quad -۳ \quad (۱)$$

۳۲- اگر تابع زیر که به صورت نمودار ون نشان داده شده است یک‌به‌یک باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

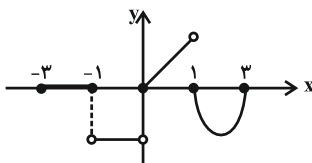


$$\begin{aligned} & ۲ \quad (۱) \\ & -۲ \quad (۲) \\ & ۱ \quad (۳) \\ & -۱ \quad (۴) \end{aligned}$$

۳۳- به ازای چه حدودی از  $a$  نمودار تابع درجه‌ی دوم  $y = x^2 - 2ax + a - 3$ ، از هر چهار ناحیه‌ی دستگاه مختصات عبور می‌کند؟

$$۰ \leq a < ۳ \quad (۴) \quad a > ۳ \quad (۳) \quad a < ۳ \quad (۲) \quad a \geq ۰ \quad (۱)$$

۳۴- اگر نمودار تابع  $f(x)$  به صورت زیر باشد، دامنه‌ی  $y = \frac{1}{\sqrt{xf(x)}}$  شامل چند عدد صحیح است؟



$$\begin{aligned} & ۳ \quad (۲) \quad \text{صفر} \quad (۱) \\ & ۷ \quad (۴) \quad ۵ \quad (۳) \end{aligned}$$

۳۵- اگر  $f(x) = 2x + 1$  باشد، مجموعه جواب نامعادله‌ی  $f(x^2) - f(2x) - 6 < 0$  کدام است؟

$$x < -۳ \text{ یا } x > ۱ \quad (۴) \quad x < -۱ \text{ یا } x > ۳ \quad (۳) \quad -۳ < x < ۱ \quad (۲) \quad -۱ < x < ۳ \quad (۱)$$

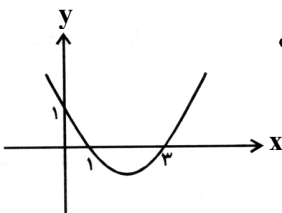
۳۶- اگر معادله‌ی  $x - 2\sqrt{x-2} + m = 4$  دو جواب حقیقی متمایز داشته باشد، حدود  $m$  کدام است؟

$$m \geq ۲ \quad (۱) \quad m < ۳ \quad (۲) \quad ۲ \leq m < ۳ \quad (۳) \quad \text{هیچ مقدار} \quad (۴)$$

۳۷- چند عدد طبیعی در نامعادله‌ی  $1 - \frac{2x}{x-1} \leq x$  صدق می‌کند؟

$$۱ \quad (۱) \quad ۳ \quad (۲) \quad ۴ \quad (۳) \quad ۴ \text{ بی‌شمار} \quad (۴)$$

۳۸- نمودار تابع  $y_1 = ax^2 + bx + c$  به صورت زیر است. عبارت  $y_2 = cx^2 + bx + a$  به ازای چه مقادیری از  $x$ ، منفی است؟



$$\begin{aligned} & x > ۲ \text{ یا } x < \frac{۴}{۳} \quad (۱) \quad \frac{۱}{۳} < x < ۱ \quad (۲) \\ & \frac{۴}{۳} < x < ۲ \quad (۳) \quad x < \frac{۱}{۳} \text{ یا } x > ۱ \quad (۴) \end{aligned}$$

۳۹- در معادله‌ی  $x^2 - 2x + m - 1 = 0$ ، مجموع مربعات جواب‌ها با  $۴$  برابر حاصل ضربشان برابر است، مقدار  $m$  کدام است؟

$$\frac{۲}{۳} \quad (۴) \quad \frac{۵}{۳} \quad (۳) \quad \frac{۹}{۵} \quad (۲) \quad \frac{۴}{۵} \quad (۱)$$

۴۰- اگر  $f$  تابع همانی باشد، آنگاه محل برخورد دو تابع  $y_1 = f(3x-1)$  و  $y_2 = f(2-2x)$  کدام نقطه است؟

$$\left(\frac{۲}{۵}, \frac{۴}{۵}\right) \quad (۱) \quad \left(\frac{۳}{۵}, \frac{۳}{۵}\right) \quad (۲) \quad \left(\frac{۳}{۵}, \frac{۴}{۵}\right) \quad (۳) \quad \left(\frac{۲}{۵}, \frac{۱}{۵}\right) \quad (۴)$$

### هندسه ۱

۴۱- نسبت طول ضلع‌های زاویه‌ی قائمه در مثلث قائم‌الزاویه‌ای  $۲$  به  $۳$  است. اگر مساحت مثلث  $27$  باشد، طول وتر کدام است؟

$$۸\sqrt{۲} \quad (۴) \quad ۳\sqrt{۱۰} \quad (۳) \quad ۶\sqrt{۱۳} \quad (۲) \quad ۳\sqrt{۱۳} \quad (۱)$$

۴۲- در مثلث متساوی‌الاضلاع به مساحت  $۸\sqrt{۳}$ ، طول ارتفاع کدام است؟

$$\frac{\sqrt{۶}}{۲} \quad (۴) \quad ۴\sqrt{۶} \quad (۳) \quad ۲\sqrt{۶} \quad (۲) \quad \sqrt{۶} \quad (۱)$$

### هندسه ۱

مساحت و فیثاغورس  
صفحه‌های ۳۷ تا ۶۷



صفحه: ۵

## فارغ التحصیلان ریاضی

آزمون غیر حضوری - ۲۲ تیر ۹۷

۴۳- در مثلث  $ABC$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) ارتفاع  $AH$  و میانه‌ی  $AM$  را رسم کرده‌ایم. اگر  $HB$  و  $HC$  به ترتیب ۴ و ۹ واحد باشند، مساحت مثلث  $AMH$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{4}{5}$  (۲) ۵ (۳)  $6\sqrt{3}$  (۴)  $\frac{7}{5}$

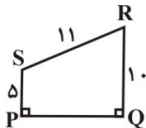
۴۴- محیط یک شش ضلعی منتظم به مساحت  $\frac{9\sqrt{3}}{8}$  کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{3}$  (۲)  $3\sqrt{3}$  (۳)  $4\sqrt{3}$  (۴)  $6\sqrt{3}$

۴۵- روی قطر مربعی به ضلع  $a$ ، مثلث متساوی‌الاضلاعی می‌سازیم. نسبت مساحت مثلث به مساحت مربع چند است؟

- (۱)  $\sqrt{2}$  (۲)  $2\sqrt{3}$  (۳)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$  (۴)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۴۶- در شکل مقابل، طول چقدر است؟



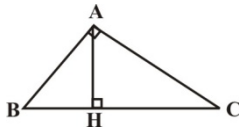
- (۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۱۴ (۴) ۱۵

۴۷- در مثلث متساوی‌الاضلاع  $ABC$ ، ارتفاع  $AH$  توسط نقاط  $E$  و  $F$  به سه قسمت مساوی تقسیم شده است. اگر مساحت مثلث  $BFE$  برابر  $6\sqrt{3}$  باشد، طول  $AH$  چقدر است؟

- (۱)  $3\sqrt{3}$  (۲)  $6\sqrt{3}$  (۳) ۳ (۴) ۶

۴۸- نقطه‌ی  $M$  بر قاعده‌ی  $BC$  از مثلث متساوی‌الساقین  $ABC$  ( $AB = AC$ ) در نظر گرفته شده است. اگر طول ساق مثلث ۶ و فاصله‌ی  $A$  تا  $M$  برابر ۴ باشد، حاصل  $MB \times MC$  کدام است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۱۸ (۳) ۱۲ (۴) ۲۴



۴۹- در مثلث قائم‌الزاویه‌ی  $ABC$ ،  $AC = 12$  و  $HC = 9$ . فاصله‌ی نقطه‌ی  $H$  از ضلع  $AB$  چقدر است؟

- (۱)  $\frac{9}{4}$  (۲)  $\frac{7}{2}$  (۳)  $\frac{21}{4}$  (۴)  $\frac{21}{8}$

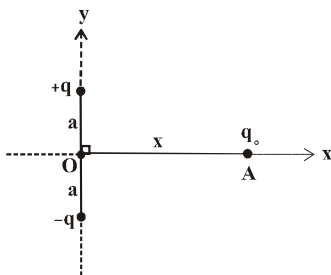
۵۰- یک شش ضلعی منتظم درون یک مستطیل محاط شده است. نسبت مساحت شش ضلعی منتظم به مساحت مستطیل کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{8}$  (۲)  $\frac{3}{4}$  (۳)  $\frac{4}{5}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

## فیزیک ۳

## الکتریسیته ساکن

صفحه‌های ۳۶ تا ۸۱



## فیزیک ۳

۵۱- در شکل زیر، بارهای الکتریکی نقطه‌ای  $+q$  و  $-q$  در جای خود ثابت شده‌اند. اگر بار  $q_0$  با سرعت ثابت در خلاف جهت محور  $x$  ها از نقطه‌ی  $A$  تا نقطه‌ی  $O$  روی عمود منصف خط واصل دو بار جابه‌جا شود، بزرگی نیروی خارجی وارد بر آن از کدام رابطه به دست می‌آید؟

(۱) صفر

(۲)  $2k \frac{qq_0a}{(a^2 + x^2)^2}$

(۳)  $k \frac{qq_0a}{(a^2 + x^2)^2}$

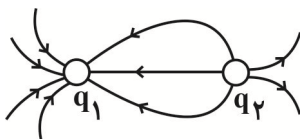
(۴)  $2k \frac{qq_0a}{(a^2 + x^2)^2}$

۵۲- بار  $q = 4 \mu C$  در فاصله‌ی  $r$  بر باری هم‌اندازه‌ی خود نیروی  $16 N$  وارد می‌کند. اندازه‌ی میدان الکتریکی حاصل از این بار در فاصله‌ی  $2r$  از آن چند  $\frac{N}{C}$  است؟

(۱)  $1.0^{-6}$  (۲)  $4 \times 1.0^{-6}$

(۳)  $4 \times 1.0^{-6}$  (۴)  $1.0^{-6}$

۵۳- با توجه به شکل زیر که خط‌های میدان الکتریکی در اطراف دو بار نقطه‌ای  $q_1$  و  $q_2$  را نشان می‌دهد، کدام گزینه درباره‌ی علامت بارهای  $q_1$  و  $q_2$  و مقایسه‌ی اندازه‌ی دو بار صحیح است؟



(۱)  $|q_1| > |q_2|, q_1 > 0, q_2 < 0$

(۲)  $|q_1| > |q_2|, q_1 > 0, q_2 > 0$

(۳)  $|q_2| > |q_1|, q_1 > 0, q_2 < 0$

(۴)  $|q_2| > |q_1|, q_1 < 0, q_2 < 0$

۵۴- به دو کره‌ی فلزی به شعاع‌های  $R_1 = 2\text{cm}$  و  $R_2 = 3\text{cm}$ ، به ترتیب بارهای الکتریکی  $q_1 = 5\mu\text{C}$  و  $q_2 = 10\mu\text{C}$  را می‌دهیم. نسبت چگالی سطحی بار الکتریکی روی کره‌ی اول به چگالی سطحی بار الکتریکی روی کره‌ی دوم، کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{4}$   
(۲)  $\frac{4}{3}$   
(۳)  $\frac{9}{8}$   
(۴)  $\frac{8}{9}$

۵۵- در شکل زیر که خط‌های میدان الکتریکی غیریکنواختی را نشان می‌دهد،  $V_A = 5\text{V}$  و  $|V_B| = 10\text{V}$  می‌باشد. اگر بار الکتریکی  $q = -1\mu\text{C}$  را از نقطه‌ی B به نقطه‌ی A انتقال دهیم، تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی آن چند ژول است؟

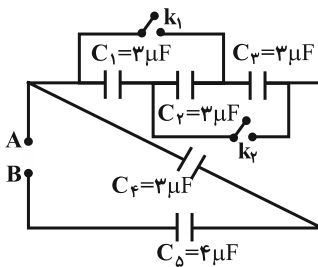


- (۱)  $5 \times 10^{-6}$   
(۲)  $-5 \times 10^{-6}$   
(۳)  $1/5 \times 10^{-5}$   
(۴)  $-1/5 \times 10^{-5}$

۵۶- دو سر یک خازن خالی به ظرفیت  $C_1$  را به دو سر یک خازن پر به ظرفیت  $C_2 = \frac{1}{4}C_1$  وصل می‌کنیم. انرژی خازن  $C_2$  بعد از تعادل الکتریکی در مقایسه با حالت اولیه چند برابر می‌شود؟

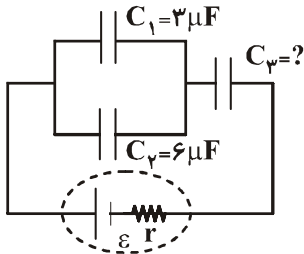
- (۱)  $\frac{1}{3}$   
(۲)  $\frac{2}{3}$   
(۳)  $\frac{1}{9}$   
(۴)  $\frac{4}{9}$

۵۷- در مدار شکل زیر، کلیدهای  $k_1$  و  $k_2$  ابتدا باز هستند. اگر هر دو کلید را ببندیم، ظرفیت خازن معادل بین دو نقطه‌ی A و B چند میکروفاراد و چگونه تغییر خواهد کرد؟



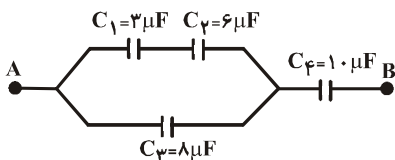
- (۱) افزایش  
(۲) کاهش  
(۳) افزایش ۶  
(۴) کاهش ۶

۵۸- در مدار شکل زیر، انرژی ذخیره شده در خازن  $C_1$ ، نصف انرژی ذخیره شده در خازن  $C_2$  است. ظرفیت خازن  $C_3$  چند میکروفاراد است؟



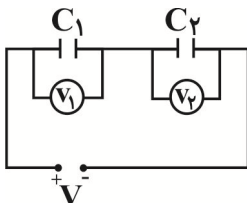
- (۱) ۶  
(۲) ۱۲  
(۳) ۱۳/۵  
(۴) ۲۷

۵۹- در شکل زیر که قسمتی از یک مدار الکتریکی است هر یک از خازن‌ها حداکثر ۱۵ ولت را می‌توانند تحمل کنند. بیش‌ترین اختلاف پتانسیلی که می‌توان بین دو نقطه‌ی A و B اعمال کرد، بدون آن‌که هیچ‌یک از خازن‌ها دچار فروریزش شوند، چند ولت است؟



- (۱) ۱۵  
(۲) ۲۰  
(۳) ۳۰  
(۴) ۴۰

۶۰- در مدار شکل زیر، فضای بین دو صفحه‌ی هر یک از خازن‌های تخت از هوا پُر شده است. اگر فاصله‌ی بین دو صفحه‌ی خازن  $C_1$  را کاهش دهیم،  $V_1$  و  $V_2$  به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کنند؟



- (۱) افزایش می‌یابد - افزایش می‌یابد.  
(۲) افزایش می‌یابد - کاهش می‌یابد.  
(۳) کاهش می‌یابد - کاهش می‌یابد.  
(۴) کاهش می‌یابد - افزایش می‌یابد.



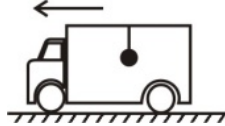
## فیزیک ۲

## دینامیک

صفحه‌های ۵۴ تا ۷۵

## فیزیک ۲

۶۱- کامیونی که در حال حرکت بر مسیری مستقیم با سرعت ثابت است، ناگهان ترمز می‌کند؛ در این حالت آونگی که به سقف کامیون بسته شده است، به طرف ... منحرف می‌شود. این پدیده با قانون ... نیوتون قابل توجیه است.



- (۱) عقب- اول  
(۲) عقب- دوم  
(۳) جلو- اول  
(۴) جلو- دوم

۶۲- نیروی  $F$  به جرم  $m$  کیلوگرم شتاب  $1/2 \frac{m}{s^2}$  و به جرم  $(m + 5)$  کیلوگرم شتاب  $0.8 \frac{m}{s^2}$  می‌دهد.  $m$  چند کیلوگرم است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۱۰ (۴) ۸

۶۳- جسمی به جرم  $2 \text{ kg}$  را در هوا و با سرعت اولیه‌ی  $30 \frac{m}{s}$  در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می‌کنیم. اگر جسم بعد از  $2 \text{ s}$  به نقطه‌ی اوج خود برسد، اندازه‌ی متوسط نیروی مقاومت هوا در حین بالا رفتن جسم، چند نیوتون است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )

- (۱) ۲۰ (۲) ۱۰ (۳) ۱۵ (۴) ۳۰

۶۴- وزنه‌ای به جرم  $0.5 \text{ kg}$  تحت تأثیر نیروی افقی  $F$  با سرعت ثابت  $2 \frac{m}{s}$  روی یک سطح افقی حرکت می‌کند. با قطع نیروی  $F$  وزنه پس از یک ثانیه می‌ایستد.

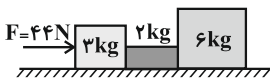
نیروی  $F$  چند نیوتون است؟

- (۱) ۱ (۲)  $1/2$  (۳)  $1/5$  (۴) ۲

۶۵- دو جسم به جرم  $M$  در فاصله‌ی  $d$  به یکدیگر نیروی گرانشی  $F$  را وارد می‌کنند. اگر جرم  $m$  را از یکی برداشته و به دیگری اضافه کنیم، در همان فاصله به یکدیگر نیروی  $\frac{1}{9} F$  را وارد می‌کنند. در این صورت حاصل  $\frac{M}{m}$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶۶- در شکل زیر، بر ایند نیروهای وارد بر جسم  $2$  کیلوگرمی چند نیوتون است؟ (سطح افقی بدون اصطکاک است.)



- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۲۴ (۴) ۳۲

۶۷- در شکل زیر، نیروی افقی  $F = 20 \text{ N}$  بر جسمی به جرم  $10 \text{ kg}$  وارد می‌شود و جسم هم‌چنان ساکن است. در این صورت کدام یک از گزینه‌های زیر، الزاماً صحیح است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )

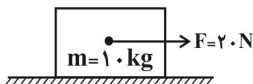
(۱) ضریب اصطکاک جنبشی بین سطح و جسم کوچکتر از  $0.2$  است.

(۲) ضریب اصطکاک جنبشی بین سطح و جسم بزرگتر یا مساوی  $0.2$  است.

(۳) ضریب اصطکاک ایستایی بین سطح و جسم کوچکتر از  $0.2$  است.

(۴) ضریب اصطکاک ایستایی بین سطح و جسم بزرگتر یا مساوی  $0.2$  است.

۶۸- در شکل زیر، جرم جسم برابر  $2 \text{ kg}$  و ضریب اصطکاک ایستایی جسم و دیوار قائم برابر  $0.5$  می‌باشد. حداقل بزرگی نیروی  $\vec{F}$  چند نیوتون باشد تا جسم نلغزد؟



( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )

- (۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۴۰ (۴) ۸۰

۶۹- جسمی به جرم  $2 \text{ kg}$  توسط فنری افقی که ثابت آن  $20 \frac{N}{m}$  است، با شتاب ثابت  $3 \frac{m}{s^2}$  کشیده می‌شود. اگر  $\mu_k = 0.2$  باشد، طول فنر نسبت به حالت طبیعی‌اش چند سانتی‌متر افزایش می‌یابد؟ (از جرم فنر صرف‌نظر کنید و  $g = 10 \frac{m}{s^2}$  فرض شود.)

- (۱) ۵ (۲) ۱۵ (۳) ۱۰ (۴) ۲۰

۷۰- جسمی به جرم  $m$  درون یک آسانسور به انتهای نیروسنجی آویزان است. وقتی آسانسور از حالت سکون با شتاب ثابت  $a$  به سمت بالا حرکت می‌کند، نیروسنج مقدار  $F_1$  و وقتی با همان شتاب از حالت سکون به سمت پایین حرکت می‌کند، نیروسنج مقدار  $F_2$  را نشان می‌دهد.  $F_1 - F_2$  برابر کدام است؟

- (۱)  $2ma$  (۲) صفر (۳)  $2m(g + a)$  (۴)  $2m(g - a)$



### اختیاری - شیمی ۳: صفحه‌های ۲۳ تا ۴۴

۷۱- کدام مطلب درست است؟

- (۱) در معادله‌ی واکنش سوختن بنزین، مجموع ضریب‌های واکنش‌دهنده‌ها از مجموع ضریب‌های فراورده‌ها بزرگ‌تر است.
- (۲) اتانول، به تازگی در برخی از کشورها به‌عنوان یک سوخت تمیز برای خودروها استفاده می‌شود.
- (۳) در واکنش  $0/2$  مول بخار آب بسیار داغ با مقدار کافی زغال‌سنگ،  $0/2$  مول گاز تولید می‌شود.
- (۴) در فرمول تجربی ایزواکتان، اختلاف شمار اتم‌های کربن و هیدروژن، برابر ۴ است.

۷۲- چند مورد از مطالب زیر همواره درست‌اند؟

- بر اساس قانون نسبت‌های ترکیبی گازها در فشار و دمای یکسان، یک مول از گازهای مختلف، حجم ثابت و برابر دارند.
- یک مول از گازهای مختلف در فشار و دمای ثابت، حجمی ثابت و برابر  $22/4$  لیتر دارند.
- نسبت‌های حجمی گازها در یک واکنش در دما و فشار ثابت با نسبت ضرایب استوکیومتری آنها در واکنش موازنه شده برابر است.
- در دما و فشار ثابت اگر حجم گاز A دو برابر حجم گاز B باشد، تعداد مول‌های گاز B دو برابر گاز A است.

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

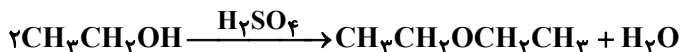
۷۳- نیم مول کلسیم کربنات، باید به تقریب چند درصد تجزیه شود تا جرم گاز آزاد شده با جرم واکنش‌دهنده‌ی باقی‌مانده برابر شود؟

$$(Ca = 40, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1})$$

(۱) ۶۹/۴۴ (۲) ۵۶/۳۷ (۳) ۲۱/۸۲ (۴) ۳۹/۵۷

۷۴- اگر واکنش تهیه‌ی دی‌اتیل اتر از اتانول با بازده ۸۰ درصد انجام شود، در صورتی‌که اتانول ۲۰ درصد بیش‌تر از مقدار موردنیاز استفاده شود، برای تهیه‌ی

$$1/85 \text{ گرم دی‌اتیل اتر تقریباً چند گرم اتانول لازم است؟ } (C = 12, H = 1, O = 16 : g.mol^{-1})$$



(۱) ۲/۸۷۵ (۲) ۳/۴۵ (۳) ۱/۸۴ (۴) ۲/۲۰۸

۷۵- اگر در واکنش‌های پی‌درپی کیسه‌ی هوا،  $16/8$  گرم سدیم هیدروژن کربنات ناخالص با خلوص ۸۰٪ تولید شده باشد، چند لیتر گاز نیتروژن در شرایط

$$\text{استاندارد وارد کیسه‌ی هوا شده است؟ } (Na = 23, C = 12, O = 16, H = 1 : g.mol^{-1})$$

(۱) ۵/۳۷۶ (۲) ۴/۴۲۹ (۳) ۶/۵۷۸ (۴) ۴/۷۰۱

۷۶-  $1/4$  گرم گاز نیتروژن و  $4/48$  لیتر گاز هیدروژن در شرایط STP در واکنش تولید آمونیاک استفاده می‌شوند. اگر ۸۰ درصد از واکنش‌دهنده‌ی محدودکننده

$$\text{مصرف شود، چند درصد از کل هیدروژن به آمونیاک تبدیل نمی‌شود؟ } (N = 14, H = 1 : g.mol^{-1})$$

(۱) ۲۰ (۲) ۴۰ (۳) ۶۰ (۴) ۸۰

۷۷- ۳۰ گرم از فلزهای A، B و C به اندازه  $220 \text{ kJ}$  گرما جذب می‌کنند. کدام ترتیب در مورد افزایش دمای آنها درست است؟

$$(c_A = 0/45, c_B = 0/385, c_C = 0/235 : \frac{J}{g \cdot ^\circ C})$$

(۱)  $C > B > A$  (۲)  $A > B > C$  (۳)  $B > C > A$  (۴)  $B > A > C$

۷۸- ظرفیت گرمایی ویژه آب  $4/184$  ژول بر گرم بر درجه‌ی سلسیوس است. ظرفیت گرمایی مولی آب چند کالری بر مول بر درجه‌ی سلسیوس است؟

$$(cal = 4/184 J, H = 1, O = 16 : g.mol^{-1})$$

(۱) ۱ (۲) ۴/۱۸۴ (۳) ۱۸ (۴) ۷۵/۳۸

۷۹- ظرفیت گرمایی  $50 \text{ mL}$  اتانول با چگالی  $0/69 \text{ g.mL}^{-1}$  برابر  $862/5$  ژول بر درجه‌ی سلسیوس است. ظرفیت گرمایی مولی اتانول تقریباً چند ژول بر

$$\text{مول بر درجه‌ی سلسیوس است؟ } (C = 12, H = 1, O = 16 : g.mol^{-1})$$

(۱) ۹۲ (۲) ۹۸ (۳) ۱۱۵ (۴) ۷۵/۴

۸۰- ظرفیت گرمایی ویژه آب ۸ برابر ظرفیت گرمایی ویژه مس است. اگر  $0/4$  کیلوگرم آب  $30^\circ C$  را در یک ظرف مسی  $200$  گرمی با دمای  $140^\circ C$  بریزیم

تا این دو هم‌دما شوند، دمای نهایی تقریباً چند درجه‌ی سانتی‌گراد است؟ (چگالی آب  $1 \frac{g}{mL}$  است و از مبادله‌ی گرما با محیط اطراف صرف‌نظر کنید.)

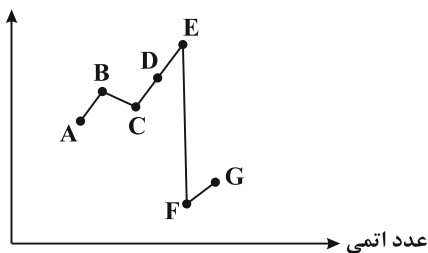
(۱) ۳۶/۴۷ (۲) ۳۸/۲۷ (۳) ۴۷/۳۶ (۴) ۳۴/۸۲







انرژی نخستین یونش



۸۷- با توجه به انرژی نخستین یونش چند عنصر متوالی جدول، کدام مقایسه درست است؟

(۱) شعاع اتمی:  $E > D > C > F > G$

(۲) انرژی دومین یونش:  $F > E > C > D > G$

(۳) الکترونگاتیوی:  $E > D > C > B > F$

(۴) واکنش پذیری:  $F > G > E > D > C$

۸۸- چند مورد از موارد زیر عبارت زیر را به طور درستی تکمیل می کند؟

«در ..... تا ..... جدول تناوبی، ...»

آ - دوره ۱ - ۶، هر دوره از دوره قبل از خود تعداد فلز بیش تری را شامل می شود.

ب - دوره ۱ - ۶، هر دوره از دوره قبل از خود تعداد نافلز کم تری را شامل می شود.

پ - گروه ۱۳ - ۱۸، هر گروه از گروه قبل از خود یک نافلز بیش تر دارد.

ت - دوره ۴ - ۶، در بین عناصر دسته p، مجموع تعداد فلزها و مجموع تعداد شبه فلزها در این ۳ دوره باهم برابر است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۹- اگر آرایش الکترونی گونه ای به  $3p^6$  ختم شود، کدام گزینه نادرست است؟

(۱) می تواند گونه ای از هر عنصر فلزی از دوره چهارم باشد.

(۲) می تواند گونه ای از هر عنصر نافلزی از دوره سوم باشد.

(۳) می تواند گونه ای از عنصری با بیش ترین  $IE_1$  در دوره سوم باشد.

(۴) می تواند گونه ای از عنصری با بیش ترین شعاع اتمی در دوره چهارم باشد.

۹۰- چند مورد از مطالب زیر درست نیستند؟

آ - در گروه های جدول تناوبی، با افزایش شعاع اتمی، فعالیت شیمیایی عنصرها نیز افزایش می یابد.

ب - انرژی دومین یونش  $Ca$  از انرژی دومین یونش  $K$  کم تر است.

پ - انرژی نخستین یونش عنصرهای دوره دوم جدول تناوبی، به طور نامنظم افزایش می یابد.

ت - اثر پوششی الکترون های درونی سبب تحرک بیش تر الکترون های ظرفیتی نسبت به الکترون های درونی می شود.

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۹۱- تفاوت مجموع شمار اتمها در فرمول شیمیایی دو ترکیب داده شده در کدام گزینه بیش تر است؟

(۱) فریک سولفات، آمونیوم سولفات

(۲) کرومیک پرمنگنات، منیزیم فسفات

(۳) کوپریک کربنات، فرو هیدروکسید

(۴) استانیک منگنات، کوپرو دی کرومات

۹۲- کدام مورد در رابطه با سدیم کلرید درست است؟

(۱) بیش از ۶ درصد ذرات حل شده در بدن انسان را تشکیل می دهد.

(۲) در دمای  $801^\circ C$  ذوب می شود و همانند تمامی ترکیبات یونی، در آب حل شده و در حالت محلول جریان برق را از خود عبور می دهد.

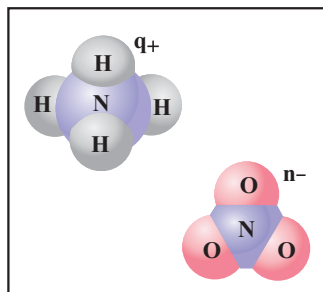
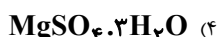
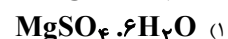
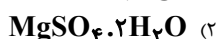
(۳) مانند بیش تر ترکیبات یونی به نسبت سخت و شکننده است.

(۴) انرژی حاصل از واکنش  $Na(g) + \frac{1}{2}Cl_2(g) \rightarrow NaCl(s)$  را می توان به عنوان انرژی شبکه این ترکیب در نظر گرفت.

۹۳- با توجه به شکل، چند مورد از مطالب داده شده در مورد آن نادرست است؟

آ -  $q$  و  $n$  به ترتیب برابر ۲ و ۱ است.ب - نسبت کاتیون به آنیون در ترکیب یونی حاصل از آنها  $\frac{5}{4}$  است.پ -  $q+$  و  $n-$  نه به اتم خاصی بلکه به کل مجموعه تعلق دارد.ت - اگر به جای  $N$  در آنیون، اتم  $C$  قرار گیرد، نسبت آنیون به کاتیون تغییر نمی کند.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۴- اگر نمک متبلور منیزیم سولفات هفت آبه در اثر گرم کردن، ۴۴٪ از جرم خود را از دست بدهد، فرمول نهایی این نمک آب پوشیده به کدام صورت خواهد بود؟ ( $Mg = ۲۴, S = ۳۲, O = ۱۶, H = ۱ : g.mol^{-1}$ )



# پاسخ نامه دروس اختصاصی

## آزمون غیر حضوری

### فارغ التحصیلان ریاضی

(۲۲ تیر ۱۳۹۷)

(مباحث ۵ مرداد ۹۷)

گروه فنی و تولید:

محمد اکبری	مسئول تولید آزمون غیر حضوری
نرگس غنی زاده	مسئول دفترچه آزمون غیر حضوری
مدیر گروه: مریم صالحی	گروه مستند سازی
مسئول دفترچه: آتیه اسفندیاری	حروف چین
حسن خرم جو	ناظر چاپ
سوران نعیمی	

### گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

• دفتر مرکزی: خیابان انقلاب - بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱



## حسابان

۱- گزینهی «۱»

$$y = |2x - |x|| = \begin{cases} |3x| & x < 0 \\ |x| & x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow y = \begin{cases} -3x & x < 0 \\ x & x \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{گزینهی «۱» } y = 2|x| - x = \begin{cases} -3x & x < 0 \\ x & x \geq 0 \end{cases}$$

۲- گزینهی «۲»

در ضابطه‌ی مربوط به گزینهی «۲»،  $y$  تابعی از  $x$  نمی‌باشد. زیرا:

$$\text{تابع نیست. } \begin{cases} y = 0 \\ y = 1 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow x = 0 \Rightarrow y^3 - y = 0 \Rightarrow \text{مثال نقض}$$

۳- گزینهی «۴»

$$(f+g)(2) = 4 \Rightarrow f(2) + g(2) = 4 \Rightarrow 3 + a = 4 \Rightarrow a = 1$$

اگر  $b = c$  باشد،  $f(c) + g(b) = 5$  می‌شود، ولی عدد ۵ در برد تابع  $f+g$  وجود ندارد، پس باید  $b \neq c$  و  $b = 1$  باشد. در این صورت داریم:

$$f = \{(2, 3), (1, 2), (c, 1)\} \text{ و } g = \{(2, 1), (1, 4), (3, 5)\}$$

حالت دو حالت ممکن است اتفاق بیفتد:

$$(1) \quad c = d = 3 \quad f+g = \{(2, 4), (1, 6), (3, 6)\}$$

$$(2) \quad d = 1 \quad \text{که در این صورت داریم: } f+g = \{(2, 4), (1, 6)\}$$

۴- گزینهی «۱»

$$\begin{aligned} f(x) &= |x| \text{ و } g(x) = x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2 \\ (f \circ g)(1 - \sqrt{2}) - (g \circ f)(1 - \sqrt{2}) &= f(g(1 - \sqrt{2})) - g(f(1 - \sqrt{2})) \\ &= f((1 - \sqrt{2} + 1)^2) - g(|1 - \sqrt{2}|) \\ &= f((2 - \sqrt{2})^2) - g(\sqrt{2} - 1) = |4 + 2 - 4\sqrt{2}| - (\sqrt{2} - 1 + 1)^2 \\ &= |6 - 4\sqrt{2}| - 2 = 6 - 4\sqrt{2} - 2 = 4(1 - \sqrt{2}) \end{aligned}$$

۵- گزینهی «۳»

$(f \circ f)(x)$  را محاسبه می‌کنیم و برابر  $x$  قرار می‌دهیم:

$$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = f\left(\frac{2x-1}{x-a}\right) = \frac{\frac{2x-1}{x-a} - 1}{\frac{2x-1}{x-a} - a} = \frac{2x-1-x+a}{2x-1-ax+a^2-x+a} = x$$

$$\Rightarrow 2x + a - 2 = (2-a)x^2 + (a^2-1)x$$

$$\Rightarrow (2-a)x^2 + (a^2-4)x - (a-2) = 0$$

$$\Rightarrow (a-2)(-x^2 + (a+2)x - 1) = 0$$

برای این که تساوی فوق به‌ازای همه‌ی مقادیر  $x$  که  $x \neq a$  برقرار باشد، باید داشته باشیم:

$$a - 2 = 0 \Rightarrow a = 2$$

۶- گزینهی «۱»

$$f \text{ نزولی اکید } x > 2 \rightarrow f(x) < f(2) \Rightarrow f(x) < 1 \Rightarrow f(x) - 1 < 0$$

$$f \text{ نزولی اکید } x < 2 \rightarrow f(x) > f(2) \Rightarrow f(x) > 1 \Rightarrow f(x) - 1 > 0$$

$$x = 2 \Rightarrow f(x) = f(2) = 1 \Rightarrow y = 0$$

$x$	$2$	
$x-2$	$-$	$+$
$f(x)-1$	$+$	$-$
$(f(x)-1)(x-2)$	$-$	$-$

$$\Rightarrow D_y = \{2\}$$
دامنه‌ی تابع  $y$ ، فقط شامل عدد صحیح ۲ است، پس فقط یک عضو صحیح دارد.

۷- گزینهی «۲»

با توجه به ضابطه‌ی  $g$  برای محاسبه‌ی  $g^{-1}(-2)$  داریم:

$$x^2 + x = -2 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow g^{-1}(-2) = -1$$

$$(f \circ g^{-1})(-2) = f(g^{-1}(-2)) = f(-1) \quad \text{بنابراین:}$$

$$f(-1) = (-1)^2 - |-1-1| = -1 \quad \text{با توجه به ضابطه‌ی } f:$$

نکته: اگر  $f$  وارون پذیر باشد و  $f(a) = b$ ، آنگاه  $f^{-1}(b) = a$ .

۸- گزینهی «۴»

از شرط تابع بودن، باید هیچ دو زوج مرتب متمایزی، مولفه‌ی اول برابر نداشته باشند.

$$(3, 2) = (3, a^2 - a) \Rightarrow a^2 - a = 2 \Rightarrow a^2 - a - 2 = 0 \quad \text{پس:}$$

$$\Rightarrow (a-2)(a+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -1 \end{cases}$$

اما  $a = -1$  قابل قبول نیست، زیرا در دو زوج مرتب متمایز  $(a, 5)$  و  $(-1, 4)$ ، مؤلفه‌های اول برابر خواهند شد، پس  $a = 2$  خواهد بود.

هم‌چنین به علت شرط یک‌به‌یک بودن باید داشته باشیم:

$$(3, 2) = (b, 2) \Rightarrow b = 3$$

لذا:

$$(a, b) = (2, 3)$$

۹- گزینهی «۳»

$$f(x+c) = -f(x) \xrightarrow{\text{تبدیل } x+c} f(x+c+c) = -f(x+c)$$

$$\xrightarrow{f(x+c)=-f(x)} f(x+2c) = -(-f(x)) \Rightarrow f(x+2c) = f(x) \Rightarrow T = 2c$$

۱۰- گزینهی «۱»

$$y = x(|x| + |-x|)$$

$$\text{داریم: } [-x] = \begin{cases} -[x] & x \in \mathbb{Z} \\ -[x]-1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases} \text{ پس می‌توان نوشت:}$$

$$y = \begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Z} \\ -x & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

و نمودار آن به‌صورت گزینهی «۱» است.



## جبر و احتمال

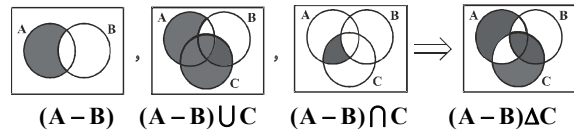
۱۱ - گزینه «۲»

$$[(B' - A) \cup (A' - B)]' = [(B' \cap A') \cup (A' \cap B')]' \\ = (A' \cap B')' = A \cup B$$

۱۲ - گزینه «۲»

با توجه به تعریف تفاضل متقارن داریم:

$$(A - B) \Delta C = [(A - B) \cup C] - [(A - B) \cap C]$$



۱۳ - گزینه «۱»

$$A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B) \\ A \Delta B = A \cup B \\ \Rightarrow (A \cup B) = (A \cup B) - (A \cap B) \Rightarrow A \cap B = \emptyset \Rightarrow A - B = A$$

۱۴ - گزینه «۱»

با افزایش  $n$ ، مقدار  $1 + \frac{1}{n}$  کاهش و مقدار  $5 - \frac{1}{n}$  افزایش می‌یابد. پس:

$$A_1 \subseteq A_2 \subseteq A_3 \subseteq \dots \Rightarrow \bigcap_{n=1}^{\infty} A_n = A_1 = (2, 4)$$

بازه  $(2, 4)$  فقط شامل یک عدد صحیح است.

۱۵ - گزینه «۳»

با توجه به صورت سؤال  $|A| = n$ ، نتیجه می‌شود که  $A$  دارای  $2^n$  زیرمجموعه است:

$$2^n - 2^{n-3} = 112 \\ \Rightarrow 2^{n-3}(2^3 - 1) = 112 \Rightarrow 2^{n-3} \times 7 = 112 \\ \Rightarrow 2^{n-3} = 16 \Rightarrow 2^{n-3} = 2^4 \Rightarrow n = 7$$

۱۶ - گزینه «۴»

$$(A - B) \cup (A - B') \cup (A \cap (A' \cup B)) \\ = (A \cap B') \cup (A \cap B) \cup [(A \cap A') \cup (A \cap B)] \\ = (A \cap (B' \cup B)) \cup (A \cap B) = A \cup (A \cap B) = A$$

۱۷ - گزینه «۳»

اعضایی که در زیرمجموعه‌های مورد نظر قطعاً حضور ندارند به صورت زیر هستند:

۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۱۸, ۱۹, ۲۰

و اعضای که قطعاً هستند ۷ و ۱۷ می‌باشند. بنابراین از بین  $20 - 11 = 9$  عضو باقیمانده،باید سه عضو دیگر انتخاب کنیم که به  $\binom{9}{3} = 84$  حالت این کار صورت می‌گیرد.

۱۸ - گزینه «۳»

$$A - \{B\} = \{a, b, \{a\}, \{a, b\}\} - \{\{a, b\}\} = \{a, b, \{a\}\}$$

این مجموعه دارای ۳ عضو است که تعداد زیرمجموعه‌های سره آن  $2^3 - 1 = 7$  است و بنابراین تعداد زیرمجموعه‌های سره غیر تهی آن  $7 - 1 = 6$  است.

۱۹ - گزینه «۲»

اعضای مجموعه  $B$ ، عضوایی از مجموعه  $A$  هستند که زیر مجموعه  $A$  نیز باشند.  $\{1\} \in A, \{1\} \subseteq A$ (این عضو  $A$ ، یک زیرمجموعه‌ی تک عضوی  $A$  نیز هست.)

$$\{1, \{1\}\} \in A, \{1, \{1\}\} \subseteq A$$

(این عضو  $A$ ، یک زیرمجموعه‌ی دو عضوی  $A$  نیز هست.)

$$\{1, 2, \{1\}\} \in A, \{1, 2, \{1\}\} \subseteq A$$

(این عضو  $A$ ، یک زیرمجموعه‌ی سه عضوی  $A$  نیز هست.)بنابراین از ۵ عضو  $A$ ، ۳ عضو هستند که زیرمجموعه‌ی  $A$  نیز محسوب می‌شوند. پس  $B$ ، سه عضو دارد.

۲۰ - گزینه «۴»

اگر  $A \Delta B = \emptyset$ ، آنگاه قطعاً  $(A - B)$  و  $(B - A)$  تهی هستند. یعنی  $A \subseteq B$  و  $B \subseteq A$ ، پس  $A = B$  و داریم:

$$1 \text{ گزینه ی } 1: (A \cup B) - A = B - A = \emptyset$$

$$2 \text{ گزینه ی } 2: A - (A \cap B) = A - B = \emptyset$$

$$3 \text{ گزینه ی } 3: A \cap (A - B) = \emptyset$$

$$4 \text{ گزینه ی } 4: A \cup (B - A) = A$$

بنابراین تنها مجموعه‌ی گزینه‌ی ۴، با سایر گزینه‌ها متفاوت است.

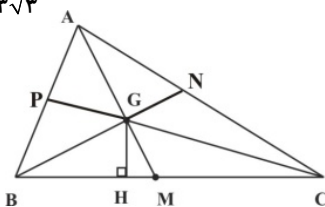
## هندسه ۲

۲۱ - گزینه «۳»

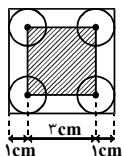
می‌دانیم اگر از  $G$  (مرکز ثقل مثلث) به سه رأس مثلث وصل کنیم، سه مثلث هم‌مساحت ایجاد می‌شود. پس  $S_{ABC} = 3S_{GBC}$ .

$$S_{BGC} = \frac{GH \times BC}{2} = \frac{1}{2} \left( \frac{2\sqrt{3}}{3} \times 3 \right) = \sqrt{3}$$

$$S_{ABC} = 3S_{GBC} = 3\sqrt{3}$$

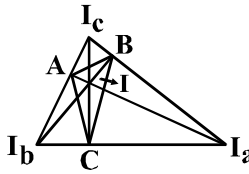


۲۲ - گزینه «۲»

مطابق شکل، مربع سایه‌زده شده با طول ضلع ۳ cm، مکان هندسی مورد نظر است که مساحت آن  $9 \text{ cm}^2$  می‌باشد.



## ۲۷- گزینهی «۱»



مطابق شکل روبه‌رو محل تلاقی سه نیمساز داخلی (نقطه‌ی I) و هر دو نیمساز خارجی و یک نیمساز داخلی (نقطه‌های  $I_a$  و  $I_b$  و  $I_c$ )، از سه ضلع مثلث ABC یا امتداد آن‌ها به یک فاصله هستند (چرا؟)

پس در صفحه‌ی هر مثلث، تنها ۴ نقطه وجود دارد که از سه ضلع مثلث یا امتدادهای آن‌ها، به یک فاصله باشند.

## ۲۸- گزینهی «۱»

$$\Delta ABF: \widehat{CBE} \Rightarrow \widehat{CBE} = 4x$$

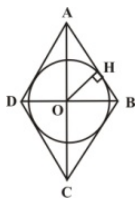
$$\Delta ADE: \widehat{CDF} \Rightarrow \widehat{CDF} = 4x$$

چهارضلعی ABCD محاطی است، پس:

$$\begin{cases} \widehat{B} = 180^\circ - 4x \\ \widehat{D} = 180^\circ - 4x \end{cases} \xrightarrow{\text{چهارضلعی محاطی}} \widehat{B} + \widehat{D} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 180^\circ - 4x + 180^\circ - 4x = 180^\circ \Rightarrow x = \frac{180^\circ}{8} = 22^\circ 5'$$

## ۲۹- گزینهی «۴»



لوزی را با رسم قطرهای آن، به ۴ مثلث قائم‌الزاویه‌ی مساوی تقسیم می‌کنیم. مرکز دایره‌ی محاطی لوزی، محل تقاطع قطرهای آن و شعاع دایره‌ی محاطی لوزی برابر ارتفاع هر کدام از مثلث‌های ایجاد شده است، بنابراین داریم:

$$S_{AOB} = \frac{1}{2} OH \times AB \Rightarrow \frac{24}{4} = \frac{1}{2} \times 3 \times AB \Rightarrow AB = 4$$

و در نتیجه محیط لوزی برابر است با  $4AB = 4 \times 4 = 16$ .

## ۳۰- گزینهی «۱»

$$MT^2 = MO^2 - R^2$$

$$MT'^2 = MO^2 - (2R)^2 = MO^2 - 4R^2$$

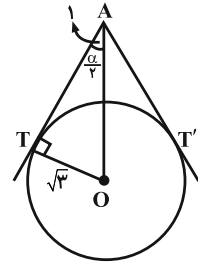
$$|MT^2 - MT'^2| = |(MO^2 - R^2) - (MO^2 - 4R^2)| = 3R^2$$

## ۲۳- گزینهی «۲»

اگر از نقطه‌ی A خارج دایره‌ی C(O, R) دو مماس AT و AT' بر دایره رسم شود، اولاً  $AT = AT'$  و ثانیاً AO نیمساز زاویه‌ی بین دو مماس است. پس اگر زاویه‌ی بین دو مماس  $\alpha$  باشد با توجه به شکل در مثلث ATO داریم:

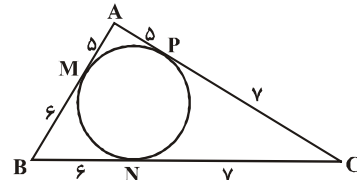
$$\hat{A}_1 = \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{OT}{AT} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \tan 30^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 30^\circ \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$



## ۲۴- گزینهی «۳»

طول دو مماس مرسوم از یک نقطه خارج دایره بر آن دایره با هم برابر است، پس:



$$BN = BM = 6, AP = AM = 5$$

$$NC = BC - BN = 13 - 6 = 7 \Rightarrow PC = NC = 7$$

$$\Rightarrow \text{محیط مثلث } ABC = AM + MB + BN + NC + PC + AP$$

$$= 5 + 6 + 6 + 7 + 7 + 5 = 36$$

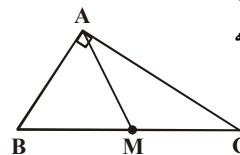
## ۲۵- گزینهی «۲»

چون بین طول اضلاع مثلث ABC، رابطه‌ی فیثاغورس ( $5^2 = 4^2 + 3^2$ ) برقرار است.

پس طبق عکس قضیه‌ی فیثاغورس، مثلث ABC

قائم‌الزاویه است. در نتیجه مطابق شکل، رأس قائمه

(رأس A) نقطه‌ی هم‌رسی ارتفاع‌ها و وسط وتر BC



(نقطه‌ی M) نقطه‌ی هم‌رسی عمودمنصف‌های اضلاع است و داریم:

$$AM = \frac{BC}{2} = \frac{5}{2} = 2.5$$

## ۲۶- گزینهی «۳»

نقاط هم‌فاصله از A و B بر روی

عمودمنصف AB واقعتاً و نقاطی که از d

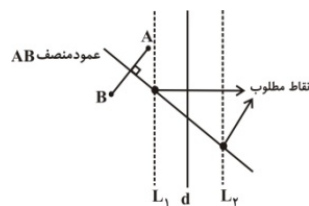
به فاصله‌ی k هستند، دو خط موازی با d

واقع در طرفین d را مشخص می‌کنند که

از d به فاصله‌ی k قرار دارند. پس مطابق

شکل اشتراک این دو مکان هندسی دو

نقطه با خاصیت مطلوب را مشخص می‌کند.





## ریاضی ۲

۳۱- گزینهی «۲»

$$\begin{cases} x^2 + 2y = 0 \\ -x + y = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + 2y = 0 \\ y = x - 4 \end{cases} \Rightarrow x^2 + 2(x - 4) = 0$$

$$\begin{aligned} x^2 + 2x - 8 = 0 &\Rightarrow (x + 4)(x - 2) = 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow y = -2 \Rightarrow x + y = 0 \\ x = -4 \Rightarrow y = -8 \Rightarrow x + y = -12 \end{cases} \end{aligned}$$

۳۲- گزینهی «۴»

نمایش زوج مرتبی تابع به صورت روبه‌رو است:

$$\{(a^2 + 1, 5), (a + 3, 5), (5, 3)\}$$

$$(a^2 + 1, 5) = (a + 3, 5) \Rightarrow a^2 + 1 = a + 3$$

$$\Rightarrow a^2 - a - 2 = 0 \Rightarrow (a - 2)(a + 1) = 0 \Rightarrow a = 2 \text{ یا } a = -1$$

$$a = 2 \text{ رابطه تابع نمی‌باشد. } \Rightarrow \{(5, 5), (5, 3)\}$$

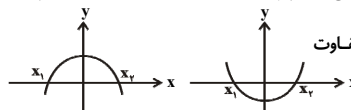
$$a = -1 \text{ رابطه تابع است. } \Rightarrow \{(2, 5), (5, 3)\}$$

بنابراین تنها  $a = -1$  قابل قبول می‌باشد.

۳۳- گزینهی «۲»

نمودار تابع درجه دوم  $f(x)$  در صورتی از هر چهار ناحیهی دستگاه مختصات عبور

می‌کند که معادله  $f(x) = 0$  دارای دو ریشه‌ی متمایز و با علامت‌های متفاوت باشد:

برای این که معادله دو ریشه‌ی متمایز داشته باشد، باید  $\Delta > 0$  (۱) و برای این کهعلامت ریشه‌ها متفاوت باشد، باید حاصل ضرب آن‌ها منفی باشد، یعنی  $x_1 x_2 < 0$ 

$$(1): x^2 - 2ax + a - 3 = 0 \quad (2)$$

$$\Delta = (-2a)^2 - 4(1)(a - 3) = 4a^2 - 4a + 12 > 0$$

$$\xrightarrow{+4} a^2 - a + 3 > 0$$

برای حل این نامعادله، آن را تعیین علامت می‌کنیم:

$$\Delta = (-1)^2 - 4(1)(3) = 1 - 12 = -11 < 0$$

چون در عبارت  $a^2 - a + 3$ ،  $\Delta < 0$  است، علامت این عبارت همواره موافقعلامت ضریب  $a^2$  یعنی همواره مثبت است. پس برای هر  $a \in \mathbb{R}$ ، شرط (۱) برقرار

$$(2): x^2 - 2ax + a - 3 = 0 \Rightarrow$$

می‌باشد.

$$\text{حاصل ضرب ریشه‌ها} = \frac{a - 3}{1} = a - 3 < 0 \Rightarrow a < 3$$

۳۴- گزینهی «۱»

 $x f(x) > 0 \Rightarrow f$  و  $x$  باید هم‌علامت باشند

$$\begin{cases} x > 0 \\ f(x) > 0 \end{cases} \Rightarrow 0 < x < 1$$

شامل صفر عدد صحیح است.  $D_y = (-1, 1) - \{0\}$ 

$$\begin{cases} x < 0 \\ f(x) < 0 \end{cases} \Rightarrow -1 < x < 0$$

۳۵- گزینهی «۱»

$$f(x) = 2x + 1 \Rightarrow \begin{cases} f(x^2) = 2x^2 + 1 & (1) \\ f(2x) = 2(2x) + 1 = 4x + 1 & (2) \end{cases}$$

$$f(x^2) - f(2x) - 6 < 0 \xrightarrow{(2),(1)} 2x^2 + 1 - 4x - 1 - 6 < 0$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 2x^2 - 4x - 6 < 0 &\Rightarrow x^2 - 2x - 3 < 0 \\ \Rightarrow (x - 3)(x + 1) < 0 &\Rightarrow -1 < x < 3 \end{aligned}$$

۳۶- گزینهی «۳»

قرار دهید  $A = \sqrt{x - 2}$ ، در این صورت  $x = A^2 + 2$  و بنابراین:

$$x - 2\sqrt{x - 2} + m - 4 = A^2 + 2 - 2A + m - 4 = 0$$

$$\Rightarrow A^2 - 2A + m - 2 = 0$$

$$\Delta > 0 \Rightarrow 4 - 4(m - 2) > 0 \Rightarrow m - 2 < 1 \Rightarrow m < 3 \quad (I)$$

بنابراین به ازای  $m < 3$  معادله  $A^2 - 2A + m - 2 = 0$  دارای دو جواب حقیقی متمایز است. اما چون  $A = \sqrt{x - 2}$  عددی نامنفی است، ریشه‌های معادله

$$A^2 - 2A + m - 2 = 0 \text{ و در نتیجه حاصل ضرب آن‌ها عددی نامنفی خواهد بود، پس:}$$

$$\frac{c}{a} \geq 0 \Rightarrow m - 2 \geq 0 \Rightarrow m \geq 2 \quad (II)$$

از اشتراک جواب‌های (I) و (II) داریم:

$$2 \leq m < 3$$

۳۷- گزینهی «۴»

$$1 - \frac{2x}{x-1} - x \leq 0 \xrightarrow{x-1 \neq 0} \frac{x-1-2x-x^2+x}{x-1} \leq 0$$

$$\Rightarrow \frac{-1-x^2}{x-1} \leq 0 \xrightarrow{\text{همواره منفی است.}} -1-x^2 > 0$$

$$\Rightarrow x > 1 \Rightarrow x \in (1, +\infty)$$

پس بی‌شمار عدد طبیعی در مجموعه جواب نامعادله‌ی فوق صدق می‌کند.

۳۸- گزینهی «۲»

مطابق شکل،  $x = 3$  و  $x = 1$  ریشه‌های تابع  $y_1 = ax^2 + bx + c$  هستند، پس این تابع به صورت  $y_1 = a(x-1)(x-3)$  می‌باشد. چون نقطه‌ی  $(0, 1)$  روی نمودار این تابع است، در معادله‌ی آن صدق می‌کند.

$$y_1 = a(x-1)(x-3) \xrightarrow{(0,1)} 1 = a(-1)(-3) \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

$$y_1 = \frac{1}{3}(x-1)(x-3) \Rightarrow y_1 = \frac{1}{3}(x^2 - 4x + 3)$$

$$\Rightarrow y_1 = \frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{3}x + 1 \Rightarrow b = -\frac{4}{3} \text{ و } c = 1$$

در نتیجه، عبارت  $y_2 = cx^2 + bx + a$  به صورت  $y_2 = x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{1}{3}$  خواهد بود که با تعیین علامت آن داریم:

$$x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{1}{3} < 0 \Rightarrow (x-1)\left(x - \frac{1}{3}\right) < 0 \Rightarrow \frac{1}{3} < x < 1$$

۳۹- گزینهی «۳»

اگر جواب‌های حقیقی معادله‌ی درجه‌ی دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  برابر  $x'$  و  $x''$  باشند، آنگاه همواره مجموع مربعات جواب‌ها برابر است با:

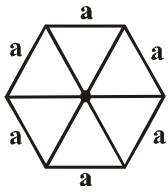
$$S = x' + x'' = -\frac{b}{a} = 2, \quad P = x'x'' = \frac{c}{a} = m - 1$$

بنابراین، با توجه به صورت سؤال:

$$S^2 - 2P = 4P \Rightarrow S^2 = 6P \Rightarrow 4 = 6(m - 1) \Rightarrow m = \frac{5}{3}$$

که به ازای این مقدار از  $m$ ، معادله به شکل  $x^2 - 2x + \frac{2}{3}$  در می‌آید که دو جواب

حقیقی دارد.



۴۴ - گزینهی «۲»

مطابق شکل، یک شش ضلعی منتظم به طول ضلع  $a$  از شش مثلث متساوی الاضلاع به طول ضلع  $a$  تشکیل شده است. پس مساحت این شش ضلعی برابر است با:

$$S = 6 \left( \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \right) = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2$$

$$\frac{9\sqrt{3}}{8} = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 \Rightarrow a^2 = \frac{3}{4} \Rightarrow a = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

پس طبق فرض داریم:

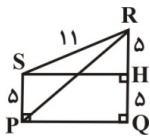
$$\Rightarrow 6a = 6 \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 3\sqrt{3}$$

۴۵ - گزینهی «۴»

قطر مربع برابر  $a\sqrt{2}$  است که برابر ضلع مثلث متساوی الاضلاع می باشد و مساحت مثلث متساوی الاضلاع به ضلع  $x$  برابر  $\frac{\sqrt{3}}{4} x^2$  می باشد.

$$S_{\text{مثلث}} = \frac{\sqrt{3}}{4} x^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} (a\sqrt{2})^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} a^2$$

$$\frac{S_{\text{مثلث}}}{S_{\text{مربع}}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} a^2}{a^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



مطابق شکل عمودی از نقطه  $S$  بر پاره خط  $RQ$  وارد می کنیم. داریم:

$$RH = 10 - 5 = 5$$

۴۶ - گزینهی «۳»

$$\Delta RHS: SH^2 = RS^2 - RH^2 = 121 - 25 = 96$$

چهارضلعی  $PQHS$  مستطیل است، پس  $PQ = SH$  و داریم:

$$\Delta PQR: PR^2 = PQ^2 + RQ^2 = 96 + 100 = 196 \Rightarrow PR = 14$$

۴۷ - گزینهی «۲»

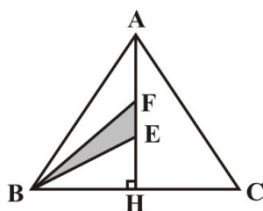
$$S_{BEF} = \frac{1}{3} S_{ABH} = \frac{1}{3} \times \frac{S_{ABC}}{2} = \frac{1}{6} S_{ABC}$$

$$\Rightarrow S_{ABC} = 6 \times 6\sqrt{3} = 36\sqrt{3}$$

اگر  $a$  طول ضلع مثلث متساوی الاضلاع  $ABC$  باشد، آنگاه:

$$\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 36\sqrt{3} \Rightarrow a = 12$$

$$AH = \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 12 = 6\sqrt{3}$$



۴۰ - گزینهی «۳»

$f(x) = x$  تابع همانی است، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} y_1 = f(3x-1) = 3x-1 \\ y_2 = f(2-2x) = 2-2x \end{cases} \Rightarrow 3x-1 = 2-2x$$

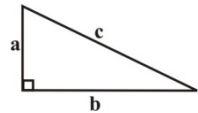
$$\Rightarrow 5x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{5} \Rightarrow y_1 = y_2 = \frac{4}{5}$$

هندسه ۱

۴۱ - گزینهی «۱»

$$\begin{cases} \frac{a}{b} = \frac{2}{3} \Rightarrow a = \frac{2}{3}b \\ \frac{ab}{2} = 27 \end{cases} \Rightarrow \frac{b^2}{3} = 27$$

$$\Rightarrow b^2 = 81 \Rightarrow b = 9 \Rightarrow a = \frac{2}{3}(9) = 6$$



$$\text{قضیه فیثاغورس: } c^2 = a^2 + b^2 = 36 + 81 = 117$$

$$\Rightarrow c = \sqrt{117} = 3\sqrt{13}$$

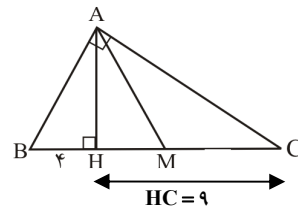
۴۲ - گزینهی «۲»

اگر فرض کنیم طول هر ضلع این مثلث متساوی الاضلاع برابر  $a$  باشد، آنگاه:

$$S_{\text{مثلث}} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = 8\sqrt{3} \Rightarrow a^2 = 32 \Rightarrow a = 4\sqrt{2}$$

$$\text{ارتفاع مثلث: } h = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{6}$$

۴۳ - گزینهی «۴»



$$AH^2 = BH \times HC \Rightarrow AH^2 = 4 \times 9 \Rightarrow AH = 6$$

$$BC = BH + HC = 13$$

$$MH = BM - BH = \frac{13}{2} - 4 = \frac{5}{2}$$

$$S_{\Delta AHM} = \frac{1}{2} AH \times HM$$

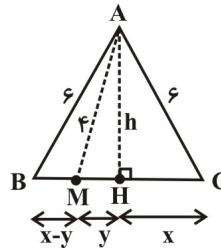
$$S_{\Delta AHM} = \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{5}{2} = 7.5$$





## ۴۸ - گزینه ۱

در هر مثلث متساوی الساقین، ارتفاع وارد بر قاعده، میانه هم می‌باشد. داریم:

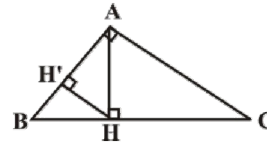


$$\left. \begin{aligned} \Delta AHC: h^2 + x^2 &= 36 \Rightarrow x^2 = 36 - h^2 \\ \Delta AMH: h^2 + y^2 &= 16 \Rightarrow y^2 = 16 - h^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x^2 - y^2 = 36 - 16 = 20$$

$$\Rightarrow MB \times MC = (x-y) \times (x+y) = x^2 - y^2 = 20$$

## ۴۹ - گزینه ۳

با توجه به رابطه‌های طولی در مثلث قائم‌الزاویه می‌توانیم بنویسیم:



$$AC^2 = CH \cdot CB \xrightarrow{CH=9, AC=12} 144 = 9(9+BH) \Rightarrow BH = 7 \quad (*)$$

$$AH^2 = BH \cdot HC \Rightarrow AH^2 = 7 \times 9 \Rightarrow AH = 3\sqrt{7}$$

در مثلث ABH داریم:

$$AB = \sqrt{AH^2 + BH^2} = \sqrt{63 + 49} \Rightarrow AB = 4\sqrt{7} \quad (**)$$

با توجه به (\*) و (\*\*) خواهیم داشت:

$$BH \cdot AH = HH' \cdot AB \Rightarrow HH' = \frac{7 \times 3\sqrt{7}}{4\sqrt{7}} = \frac{21}{4}$$

## ۵۰ - گزینه ۲

با توجه به این که می‌دانیم ضلع مقابل به

زاویه  $30^\circ$ ، نصف وتر است و ضلع مقابل به

زاویه  $60^\circ$ ، وتر است. حال اگر طول

ضلع شش ضلعی منتظم را برابر  $2a$  فرض کنیم،

داریم:

$$S_{\text{شش ضلعی}} = 6 \left( \frac{\sqrt{3}}{4} (2a)^2 \right) = 6\sqrt{3}a^2$$

$$S_{\text{مستطیل}} = 2\sqrt{3}a \times 4a = 8\sqrt{3}a^2$$

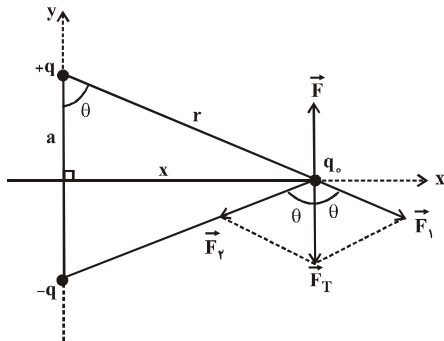
$$\frac{S_{\text{شش ضلعی}}}{S_{\text{مستطیل}}} = \frac{6\sqrt{3}a^2}{8\sqrt{3}a^2} = \frac{3}{4}$$

## فیزیک ۳

## ۵۱ - گزینه ۲

طبق قانون اول نیوتون، اگر برآیند نیروهای وارد بر جسمی صفر باشد، جسم می‌تواند ساکن باشد و یا با سرعت ثابت در مسیری مستقیم حرکت کند. به بار  $q_0$  از طرف بارهای  $+q$  و  $-q$  نیروی الکتریکی وارد می‌شود، بنابراین برای این که بار  $q_0$  روی عمودمنصف خط

اصل دو بار با سرعت ثابت حرکت کند باید در هر لحظه نیروی  $\vec{F}$  هم‌اندازه با برآیند نیروهای الکتریکی حاصل از دو بار  $+q$  و  $-q$  و در خلاف جهت آن بر بار  $q_0$  وارد شود. اگر فرض کنیم  $q_0 > 0$  است، داریم:



$$r^2 = a^2 + x^2 \Rightarrow r = \sqrt{a^2 + x^2}$$

$$F_1 = F_2 = k \frac{qq_0}{r^2}$$

$$F_T = 2F_1 \cos \frac{2\theta}{2} = 2F_1 \cos \theta$$

$$\cos \theta = \frac{a}{r} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + x^2}} \Rightarrow F_T = 2k \frac{qq_0}{a^2 + x^2} \times \frac{a}{\sqrt{a^2 + x^2}}$$

$$\Rightarrow F_T = 2k \frac{qq_0 a}{(a^2 + x^2)^{3/2}}$$

## ۵۲ - گزینه ۱

با استفاده از رابطه  $F = Eq$  داریم:

$$16 = E \times 4 \times 10^{-6} \Rightarrow E = 4 \times 10^6 \frac{N}{C}$$

اکنون با استفاده از رابطه  $E = k \frac{q}{r^2}$  داریم:

$$\frac{E'}{E} = \left( \frac{r}{r'} \right)^2 \Rightarrow \frac{E'}{4 \times 10^6} = \left( \frac{r}{2r} \right)^2 \Rightarrow E' = 10^6 \frac{N}{C}$$

## ۵۳ - گزینه ۱

سوی خط‌های میدان برای بار مثبت به‌طرف خارج بار و برای بار منفی به‌طرف بار الکتریکی می‌باشد، بنابراین با توجه به شکل سؤال، بار  $q_1$  مثبت و بار  $q_2$  منفی می‌باشد. از طرفی با توجه به شکل، در یک فاصله‌ی معین، از هر بار، تراکم خط‌های میدان الکتریکی

مربوط به بار  $q_1$  بیش‌تر از بار  $q_2$  است، پس در فاصله‌ی یکسان اندازه‌ی میدان بار  $q_1$  بیش‌تر از اندازه‌ی میدان بار  $q_2$  است و داریم:

$$|q_1| > |q_2|$$



## ۵۴ - گزینهی «۳»

با استفاده از تعریف چگالی سطحی بار الکتریکی داریم:

$$\sigma = \frac{q}{A} \xrightarrow{A=f\pi R^2} \sigma = \frac{q}{f\pi R^2} \Rightarrow \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{q_1}{q_2} \times \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{5}{10} \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 \Rightarrow \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{9}{8}$$

## ۵۵ - گزینهی «۴»

می‌دانیم اگر در جهت خط‌های میدان الکتریکی حرکت کنیم، پتانسیل الکتریکی نقاط

کاهش می‌یابد، بنابراین  $V_A > V_B$  خواهد بود و با توجه به صورت سؤال،

$V_B = -1.0V$  است. از طرف دیگر، با توجه به تعریف اختلاف پتانسیل الکتریکی بین

دو نقطه، داریم:

$$V_A - V_B = \frac{U_A - U_B}{q} \Rightarrow 5 - (-1.0) = \frac{\Delta U_{BA}}{-1 \times 10^{-6}}$$

$$\Rightarrow \Delta U_{BA} = -1/5 \times 10^{-5} J$$

## ۵۶ - گزینهی «۳»

بار و انرژی ذخیره شده در خازن  $C_p$  در ابتدا به ترتیب  $q = C_p V$  و

$$U = \frac{1}{2} C_p V^2$$

صفحه‌های دو خازن به هم، اختلاف پتانسیل دو خازن یکسان می‌شود و در نتیجه دو خازن

به‌طور موازی به هم بسته می‌شوند و مجموعه‌ی بار آن‌ها برابر با  $q_{eq} = q = C_p V$

می‌شود. بنابراین اختلاف پتانسیل مشترک دو خازن برابر است با:

$$V' = \frac{q_{eq}}{C_{eq}} = \frac{C_p V}{C_1 + C_p} \xrightarrow{C_1 = 2C_p} V' = \frac{C_p V}{3C_p} = \frac{1}{3} V$$

و انرژی ذخیره شده در  $C_p$  در این حالت به شکل زیر محاسبه می‌شود.

$$U' = \frac{1}{2} C_p V'^2 = \frac{1}{2} C_p \left(\frac{V}{3}\right)^2 = \frac{1}{9} C_p \frac{V^2}{9}$$

و نسبت انرژی خازن  $C_p$  در حالت دوم به حالت اول برابر است با:

$$\frac{U'}{U} = \frac{\frac{1}{2} C_p \frac{V^2}{9}}{\frac{1}{2} C_p V^2} = \frac{1}{9}$$

## ۵۷ - گزینهی «۱»

وقتی کلیدهای  $k_1$  و  $k_2$  باز هستند، خازن‌های  $C_1$ ،  $C_2$  و  $C_3$  متوالی هستند و معادل

آن‌ها با خازن  $C_4$  موازی است و در نهایت خازن معادل  $C_{1234}$  با خازن  $C_5$  متوالی

است. داریم:

$$C_1 = C_2 = C_3 \Rightarrow C_{123} = \frac{C_1}{3} = \frac{3}{3} \Rightarrow C_{123} = 1 \mu F$$

$$C_{1234} = C_{123} + C_4 = 1 + 3 \Rightarrow C_{1234} = 4 \mu F$$

$$C_{1234} = C_5 \Rightarrow C_T = \frac{C_5}{2} = \frac{4}{2} \Rightarrow C_{eq} = 2 \mu F$$

وقتی کلیدهای  $k_1$  و  $k_2$  بسته شوند، خازن‌های  $C_1$ ،  $C_2$ ،  $C_3$  و  $C_4$  موازی می‌شوند و

معادل آن‌ها با خازن  $C_5$  متوالی خواهد شد. در این حالت داریم:

$$C_1 = C_2 = C_3 = C_4 \Rightarrow C'_{1234} = 4C_1 = 4 \times 3$$

$$\Rightarrow C'_{1234} = 12 \mu F$$

$$C'_{eq} = \frac{C'_{1234} C_5}{C'_{1234} + C_5} = \frac{12 \times 4}{12 + 4} \Rightarrow C'_{eq} = 3 \mu F$$

در نتیجه داریم:

$$\Delta C_{eq} = C'_{eq} - C_{eq} = 3 - 2 \Rightarrow \Delta C_{eq} = 1 \mu F$$

بنابراین ظرفیت خازن معادل،  $1 \mu F$  افزایش خواهد یافت.

## ۵۸ - گزینهی «۳»

فرض کنید بار ذخیره شده در خازن  $C_1$  برابر با  $q$  باشد. با توجه به مدار سؤال خازن‌های

$C_1$  و  $C_2$  به صورت موازی به یک‌دیگر متصل شده‌اند و اختلاف پتانسیل دو صفحه‌ی

آن‌ها یکسان است. بنابراین طبق رابطه‌ی  $q = CV$  و با توجه به این که  $C_2$  دو برابر  $C_1$

است،  $q_2 = 2q_1$  می‌باشد و بار ذخیره شده در مجموعه‌ی دو خازن  $C_1$  و  $C_2$  یعنی

$C_{12}$  برابر  $q + 2q = 3q$  خواهد بود. چون خازن  $C_3$  با خازن معادل  $C_1$  و  $C_2$

به صورت متوالی متصل شده است، بار خازن  $C_3$  هم برابر  $3q$  خواهد بود و بنابر رابطه‌ی

$$U = \frac{q^2}{2C}$$

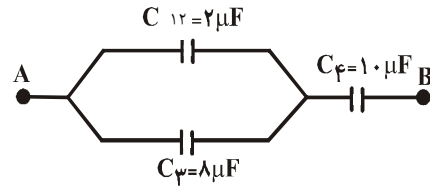
$$U_1 = \frac{q^2}{2C_1}, U_2 = \frac{(3q)^2}{2C_2}, U_3 = 2U_1 \Rightarrow \frac{(3q)^2}{2C_2} = 2 \times \frac{q^2}{2C_1}$$

$$\Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{9}{2} \Rightarrow C_2 = 3 \times \frac{9}{2} \Rightarrow C_2 = 13.5 \mu F$$



۵۹ - گزینهی «۳»

ابتدا مدار را به صورت زیر ساده می‌کنیم:



$$C_{12} = \frac{3 \times 6}{3 + 6} = 2 \mu F$$

$$C' = C_{123} = 2 + 8 = 10 \mu F$$



با توجه به شکل، دو خازن  $C'$  و  $C_5$  مساوی و متوالی‌اند و هر کدام حداکثر ۱۵ ولت را می‌توانند تحمل کنند. پس حداکثر ولتاژ قابل اعمال بین دو نقطه‌ی A و B برابر ۳۰ ولت می‌باشد.

۶۰ - گزینهی «۴»

با توجه به رابطه‌ی  $C = k\epsilon_0 \frac{A}{d}$ ، با کاهش فاصله‌ی بین دو صفحه‌ی خازن  $C_1$ ، ظرفیت آن افزایش می‌یابد.

با افزایش  $C_1$ ، ظرفیت خازن معادل مدار نیز افزایش می‌یابد و چون اختلاف پتانسیل دو سر مدار ثابت است، طبق رابطه‌ی  $q_T = C_{eq} V$ ، بار الکتریکی ذخیره شده در کل مدار افزایش می‌یابد.

چون خازن‌های  $C_1$  و  $C_2$  به صورت متوالی به هم متصل شده‌اند، بار الکتریکی ذخیره شده در هر کدام از آن‌ها با بار کل مدار برابر است و بنابراین  $q_1$  و  $q_2$  نیز افزایش می‌یابد. چون  $C_2$  ثابت است، با افزایش  $q_2$  طبق رابطه‌ی  $q_2 = C_2 V_2$ ، مقدار  $V_2$  افزایش می‌یابد و چون  $V = V_1 + V_2$  مقدار ثابتی است، با افزایش  $V_2$ ، مقدار  $V_1$  کاهش می‌یابد.

### فیزیک ۲

۶۱ - گزینهی «۳»

وقتی کامیون ترمز می‌کند، وزنه‌ی آونگ به سبب تمایل به حفظ حرکت اولیه‌ی خود، به سمت جلو منحرف می‌شود. این پدیده با قانون اول نیوتون قابل توجیه است.

۶۲ - گزینهی «۳»

با استفاده از قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$F = ma \Rightarrow \begin{cases} F = 1/2m \\ F = 0/8(m+5) \end{cases}$$

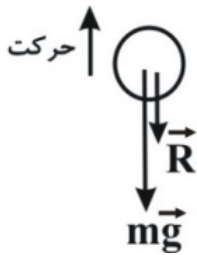
$$\Rightarrow 1/2m = 0/8(m+5) \Rightarrow 0/4m = 4 \Rightarrow m = 10 \text{ kg}$$

۶۳ - گزینهی «۲»

اگر جهت مثبت را رو به بالا در نظر بگیریم، شتاب متوسط جسم در حین بالا رفتن برابر

$$\bar{a} = \frac{v - v_0}{\Delta t} = \frac{0 - 30}{2 - 0} = -15 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

است با:



علامت منفی شتاب بیانگر این است که شتاب

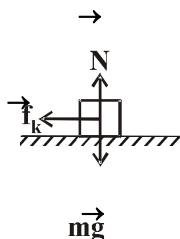
رو به پایین است و بنابر قانون دوم نیوتون داریم:

$$\sum F_y = m\bar{a} \Rightarrow -mg - \bar{R} = m\bar{a}$$

$$\Rightarrow -2 \times 10 - \bar{R} = 2 \times (-15) \Rightarrow \bar{R} = 10 \text{ N}$$

۶۴ - گزینهی «۱»

در ابتدا جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کرده است و بنابراین برابندی نیروهای وارد بر آن

برابر صفر بوده است و بنابراین  $\sum F_x = 0 \Rightarrow F = f_k$  بوده است.پس از قطع نیروی  $F$ ، تنها نیروی اصطکاک بر وزنه وارد می‌شود و بنابراین می‌توان نوشت:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = a \times 1 + 2 \Rightarrow a = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\sum F = ma \Rightarrow -f_k = ma \Rightarrow -f_k = 0/5 \times (-2) \Rightarrow f_k = 1 \text{ N}$$

بنابراین  $F = f_k = 1 \text{ N}$  بوده است.



۶۵- گزینهی «۳»

بر طبق قانون جهانی گرانش نیوتون نیرویی که دو جسم به یکدیگر وارد می‌کنند، از رابطه‌ی

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \text{ به دست می‌آید. بنابراین برای حالت‌های اول و دوم می‌توان نوشت:}$$

$$\frac{F'}{F} = \frac{G \frac{(M-m)(M+m)}{d^2}}{G \frac{M^2}{d^2}} \Rightarrow \frac{\frac{\Lambda}{9} F}{F} = \frac{M^2 - m^2}{M^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\Lambda}{9} M^2 = M^2 - m^2 \Rightarrow m^2 = \frac{1}{9} M^2 \Rightarrow \left(\frac{M}{m}\right)^2 = 9 \Rightarrow \frac{M}{m} = 3$$

۶۶- گزینهی «۲»

ابتدا کل جسم‌ها را به صورت یک جسم فرض می‌کنیم و شتاب مجموعه را به دست

می‌آوریم:

$$F = (\sum m)a \Rightarrow 44 = (3+2+6) \times a \Rightarrow a = 4 \frac{m}{s^2}$$

حال با توجه به این که جسم ۲ کیلوگرمی هم با همان شتاب مجموعه حرکت می‌کند و با

استفاده از قانون دوم نیوتون، برآیند نیروهای وارد بر جسم ۲ کیلوگرمی را محاسبه

می‌کنیم:

$$F_{\text{برآیند}} = ma \Rightarrow F_{\text{برآیند}} = 2 \times 4 = 8N$$

۶۷- گزینهی «۴»

چون جسم ساکن است، بنابراین مقصود سؤال ضریب اصطکاک ایستایی است و گزینه‌های

«۱» و «۲» نمی‌توانند جواب سؤال باشند. از طرف دیگر چون جسم با نیروی  $F = 20N$

ساکن مانده است، نیروی اصطکاک در آستانه‌ی حرکت بزرگ‌تر و یا مساوی با  $20N$

است و داریم:

$$f_s \geq 20 \Rightarrow mg\mu_s \geq 20 \Rightarrow \mu_s \geq \frac{20}{10 \times 10} \Rightarrow \mu_s \geq 0.2$$

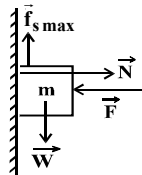
۶۸- گزینهی «۳»

مطابق شکل، با توجه به نیروهای وارد بر جسم و با توجه به این که جسم در راستای افقی

هیچ حرکتی ندارد، می‌توان نوشت:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F = N$$

شرط نلغزیدن جسم  $f_{s\max} \geq W$  و  $W = mg$



$$\Rightarrow \mu_s N \geq mg \Rightarrow N \geq \frac{2 \times 10}{0.5} = 40N$$

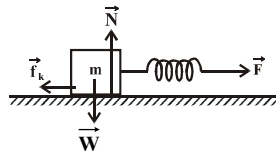
$$\Rightarrow N = F \Rightarrow F \geq 40N$$

۶۹- گزینهی «۱»

ابتدا اندازه‌ی نیروی  $\vec{F}$  را به دست می‌آوریم. طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$N - W = 0 \Rightarrow N = W = mg$$

$$F - f_k = ma \text{ و } f_k = \mu_k N$$



$$F = f_k + ma = \mu_k mg + ma$$

$$\Rightarrow F = 0.2 \times 2 \times 10 + 2 \times 3 = 10N$$

از طرف دیگر طبق رابطه‌ی اندازه‌ی نیروی وارد بر فنر، می‌توان نوشت:

$$F = kx \Rightarrow x = \frac{F}{k} = \frac{10}{200} = \frac{1}{20} m = 5 \text{ cm}$$

۷۰- گزینهی «۱»

در هر دو حالت قانون دوم نیوتون را برای جسم  $m$  می‌نویسیم:

$$\begin{cases} F_1 - mg = ma \Rightarrow F_1 = m(g+a) \\ mg - F_2 = ma \Rightarrow F_2 = m(g-a) \end{cases} \Rightarrow F_1 - F_2 = 2ma$$



## شیمی ۳

## ۷۱- گزینه «۳»

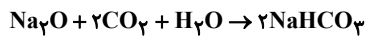
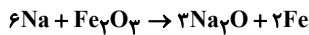
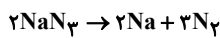
$$? \text{gC}_7\text{H}_5\text{OH} = 2 / 3125 \text{g} \times \frac{1 \text{ mol اتر}}{74 \text{g اتر}} \times \frac{2 \text{ molC}_7\text{H}_5\text{OH}}{1 \text{ mol اتر}}$$

$$\times \frac{46 \text{gC}_7\text{H}_5\text{OH}}{1 \text{ molC}_7\text{H}_5\text{OH}} = 2 / 875 \text{gC}_7\text{H}_5\text{OH}$$

از آن جایی که مقدار اتانول مورد استفاده باید ۲۰ درصد بیش تر از مقدار مورد نیاز باشد، پس جرم اتانول لازم برابر است با:

$$\text{جرم اتانول لازم} = (2 / 875 \text{g}) + (2 / 875 \text{g} \times \frac{20}{100}) = 3 / 45 \text{g}$$

## ۷۵- گزینه «۱»



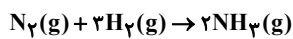
اکنون باید به کمک واکنش های بالا، حجم گاز نیتروژن تولید شده در واکنش اول را به دست آورد:

$$\frac{16 / 8 \text{gNaHCO}_3 \times \text{خالص } 80 \text{gNaHCO}_3}{100 \text{gNaHCO}_3 \times \text{ناخالص}}$$

$$\times \frac{1 \text{ molNaHCO}_3}{84 \text{gNaHCO}_3} \times \frac{1 \text{ molNa}_2\text{O}}{2 \text{ molNaHCO}_3} \times \frac{6 \text{ molNa}}{2 \text{ molNa}_2\text{O}}$$

$$\times \frac{3 \text{ molN}_2}{2 \text{ molNa}} \times \frac{22 / 4 \text{ LN}_2}{1 \text{ molN}_2} = 5 / 376 \text{ LN}_2$$

## ۷۶- گزینه «۲»



$$\left. \begin{aligned} 1 / 4 \text{gN}_2 \times \frac{1 \text{ molN}_2}{28 \text{gN}_2} \times \frac{1}{1} &= 0 / 05 \text{ molN}_2 \xrightarrow{+1} 0 / 05 \\ 4 / 48 \text{ LH}_2 \times \frac{1 \text{ molH}_2}{2 \text{ LH}_2} &= 0 / 2 \text{ molH}_2 \xrightarrow{+3} 0 / 067 \end{aligned} \right\} 0 / 05 < 0 / 067$$

پس  $\text{N}_2$  واکنش دهنده محدودکننده است.

فقط ۸۰ درصد از محدودکننده وارد واکنش می شود. بنابراین:

$$\text{N}_2 \text{ مصرفی} = \frac{80}{100} \times 0 / 05 = 0 / 04 \text{ molN}_2$$

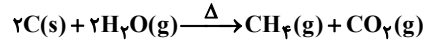
$$\text{H}_2 \text{ مصرفی} = 0 / 04 \text{ molN}_2 \times \frac{3 \text{ molH}_2}{1 \text{ molN}_2} = 0 / 12 \text{ molH}_2$$

پس ۰ / ۰۸ مول از ۰ / ۲ مول هیدروژن، مصرف نشده باقی می ماند و به

$$\frac{0 / 08}{0 / 2} \times 100 = 40 \% \text{ آمونیاک تبدیل نمی شود.}$$

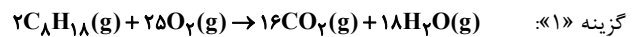
## ۷۷- گزینه «۱»

$$Q = m.c.\Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{Q}{m.c}$$



$$0 / 2 \text{ molH}_2\text{O} \times \frac{2 \text{ mol گاز}}{2 \text{ molH}_2\text{O}} = 0 / 2 \text{ mol گاز}$$

بررسی سایر گزینه ها:



$$16 + 18 = 34 = \text{مجموع ضریب های فراورده ها}$$

$$25 + 2 = 27 = \text{مجموع ضریب های واکنش دهنده ها}$$

گزینه «۲»: متانول ( $\text{CH}_3\text{OH}$ )، به تازگی به عنوان یک سوخت تمیز استفاده می شود.

گزینه «۴»: فرمول مولکولی ایزواکتان  $\text{C}_8\text{H}_{18}$  و فرمول تجربی آن  $\text{C}_4\text{H}_9$  می باشد.

## ۷۲- گزینه «۴»

جمله اول مربوط به قانون آووگادرو می باشد.

جمله دوم در فشار ۱ اتمسفر و دمای صفر درجه سلسیوس، حجم یک مول از گازهای مختلف ۲۲ / ۴ لیتر است.

جمله سوم درست است.

جمله چهارم تعداد مول های A دو برابر B است.

## ۷۳- گزینه «۱»



واکنش تجزیه:

در آغاز با فرض این که X درصد از کلسیم کربنات تجزیه شده است، جرم گاز حاصل را بر حسب X به دست می آوریم:

$$0 / \Delta \text{ molCaCO}_3 \times \frac{X}{100} \times \frac{1 \text{ molCO}_2}{1 \text{ molCaCO}_3} \times \frac{44 \text{gCO}_2}{1 \text{ molCO}_2} = 0 / 22X$$

از طرف دیگر جرم کلسیم کربنات تجزیه شده را به دست می آوریم:

$$0 / \Delta \text{ molCaCO}_3 \times \frac{100 \text{gCaCO}_3}{1 \text{ molCaCO}_3} \times \frac{X}{100} = 0 / 5X \text{gCaCO}_3$$

اکنون جرم واکنش دهنده باقی مانده را بر حسب X به دست آورده و بر طبق صورت مسئله با جرم گاز حاصل برابر در نظر می گیریم:

$$50 - 0 / 5X = 0 / 22X \Rightarrow 50 = 0 / 72X \Rightarrow X \approx 69 / 44 \%$$

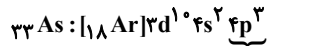
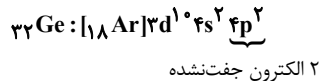
## ۷۴- گزینه «۲»

ابتدا مقدار نظری دی اتیل اتر را به دست می آوریم و سپس مقدار اتانول لازم برای تهیه مقدار نظری دی اتیل اتر را حساب می کنیم.

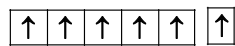
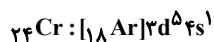
$$\frac{80}{100} = \frac{1 / 85 \text{g}}{\text{مقدار نظری}} \Rightarrow \text{مقدار نظری} = 1 / 85 \text{g} \times \frac{100}{80} = 2 / 3125 \text{g}$$



عبارت ب) درست است، شبه فلزهای تناوب چهارم  ${}_{32}\text{Ge}$  و  ${}_{33}\text{As}$  هستند که:



عبارت پ) نادرست است، در تناوب چهارم زیرلایه های  $4s$ ،  $4p$  و  $3d$  در حال پر شدن هستند. عبارت ت) درست است.



#### ۸۴- گزینه «۲»

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: فلزات قلیایی در بیرونی‌ترین لایه الکترونی خود یک الکترون دارند. با از دست دادن تک الکترون ظرفیتی خود به آرایش الکترونی پایدار گاز نجیب قبل از خود می‌رسند. باید توجه داشت که  $\text{He}$  در لایه ظرفیت

خود دو الکترون دارد و فاقد آرایش هشتایی ( $ns^2 np^6$ ) است.

گزینه «۳»: مطابق جدول ۳۶ کتاب درسی تغییرات نقطه ذوب و جوش در گروه فلزات قلیایی خاکی نامنظم است و کم‌ترین نقطه ذوب و جوش مربوط به منیزیم است؛ اما فراوان‌ترین فلز قلیایی خاکی کلسیم است.

گزینه «۴»: عناصر ۸۹ تا ۱۰۲ (دسته اکتینیدها)، دارای هسته ناپایداری هستند و در این عناصر ساختار هسته نسبت به آرایش الکترونی از اهمیت کاربردی بیش‌تری برخوردار است. عناصر ۵۷ تا ۷۰ جدول، دسته لانتانیدها را تشکیل می‌دهند. پس ( ${}_{68}\text{Tb}$ ) جزو لانتانیدها است.

#### ۸۵- گزینه «۳»

با توجه به شکل  $r_W = r_C + 40$  است. بنابراین:

$$\left. \begin{aligned} 4r_C + 2r_W &= 920 \\ r_W &= r_C + 40 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 4(r_C + 40) + 2r_C = 920$$

$$6r_C = 1080 \Rightarrow r_C = 180 \text{ pm}$$

$$r_C = 180 - 40 = 140 \text{ pm}$$

#### ۸۶- گزینه «۱»

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: عنصرهای  ${}_{20}\text{Ca}$  B و  ${}_{30}\text{Zn}$  C دارای اکسیدی با فرمول  $\text{MO}$  هستند و در جدول اولیه مندلیف نیز در یک گروه قرار دارند.

(به دلیل داشتن فرمول اکسید یکسان)

عبارت دوم: در دوره پنجم به جز  ${}_{51}\text{Sb}$  D عنصر  $\text{Te}$  نیز به عنوان یک شبه فلز حضور دارد.

همان‌طور که مشاهده می‌شود  $\Delta T$  با  $c$  رابطه عکس دارد. بنابراین فلزی که ظرفیت گرمایی ویژه بالاتری دارد،  $\Delta T$  آن کم‌تر خواهد بود و برعکس یعنی:

$$c: A > B > C$$

$$\Delta T: C > B > A$$

#### ۷۸- گزینه «۳»

$$4/184 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} \times \frac{1 \text{ cal}}{4/184 \text{ J}} \times \frac{1 \text{ kg}}{1 \text{ mol}} = 1 \text{ cal} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$$

#### ۷۹- گزینه «۳»

$$C_7H_5OH = 46 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

$$862/5 \frac{\text{J}}{^\circ\text{C}} \times \frac{1}{500 \text{ mL}} \times \frac{1 \text{ mL}}{0.69 \text{ g}} \times \frac{46 \text{ g}}{1 \text{ mol}} = 115 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot ^\circ\text{C}}$$

#### ۸۰- گزینه «۱»

ظرف مسی گرما از دست می‌دهد ( $q_1 < 0$ ) و آب همان مقدار گرما را جذب می‌کند ( $q_2 > 0$ ) تا جایی که هم‌دما شوند. بنابراین داریم:

$$-q_2 = +q_1 \Rightarrow -400 \times 18c_{\text{Cu}} \times (T_f - 30) = 200 \times c_{\text{Cu}} \times (T_f - 140)$$

$$T_f \approx 36/47^\circ\text{C}$$

### شیمی ۲

#### ۸۱- گزینه «۲»

مندلیف خواص ۱۰ عنصر را پیش‌بینی کرد که ۸ مورد از آن‌ها درست بود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: در جدول امروزی نیز در برخی موارد، عناصر سنگین‌تر قبل از عناصر سبک‌تر قرار می‌گیرند.

گزینه «۳»: جدول مندلیف براساس افزایش تدریجی جرم اتمی مرتب شده است.

گزینه «۴»: این عناصر در جدول امروزی در گروه ۱۳ و در جدول مندلیف در گروه ۳ قرار گرفتند.

#### ۸۲- گزینه «۱»

عناصر داده شده مربوط به گروه فلزات قلیایی است و نماد شیمیایی  $\text{A}$  به صورت  $\text{Rb}$  (روبییدیم) است.

آرایش الکترونی همه این عناصر به صورت  $ns^1$  و آرایش الکترونی سدیم به صورت  $3s^1$  است.

در این گروه انرژی یونش از بالا به پایین کاهش و شعاع اتمی از بالا به پایین افزایش و نقطه ذوب از بالا به پایین کاهش می‌یابد.

#### ۸۳- گزینه «۲»

عبارت آ) درست است، در این دوره برم ( $\text{Br}$ ) در دما و فشار اتاق مایع و کریپتون ( $\text{Kr}$ ) گاز است.

گزینه «۴»: عنصر گروه (I) در دوره چهارم بیشترین شعاع را در همان دوره دارد.

### ۹۰- گزینه «۴»

فقط عبارت (A) نادرست است.

عبارت (A): در گروه ۱۷ (هالوژن‌ها) با افزایش شعاع اتمی، فعالیت شیمیایی عنصرها کاهش می‌یابد.

### ۹۱- گزینه «۲»

فرمول شیمیایی ترکیبات به صورت زیر است:

گزینه «۱»:  $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4, \text{Fe}_2(\text{SO}_4)_3$  تفاوت شمار اتمها  $2 = 15 - 17$

گزینه «۲»:  $\text{Mg}_3(\text{PO}_4)_2, \text{Cr}(\text{MnO}_4)_3$  تفاوت شمار اتمها  $3 = 13 - 16$

گزینه «۳»:  $\text{Fe}(\text{OH})_2, \text{CuCO}_3$  تفاوت شمار اتمها  $0 = 5 - 5$

گزینه «۴»:  $\text{Cu}_2\text{Cr}_2\text{O}_7, \text{Sn}(\text{MnO}_4)_2$  تفاوت شمار اتمها  $0 = 11 - 11$

### ۹۲- گزینه «۳»

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: بیش از ۶ درصد ذرات حل شده در پلاسما خون بدن انسان را تشکیل می‌دهد.

گزینه «۲»: همانند اغلب ترکیبات یونی در آب حل می‌شود.

گزینه «۴»: واکنش مربوط به انرژی شبکه:  $\text{Na}^+(\text{g}) + \text{Cl}^-(\text{g}) \rightarrow \text{NaCl}(\text{s})$

### ۹۳- گزینه «۳»

بررسی موارد نادرست:

آ- در یون‌های داده شده  $q$  و  $n$  به ترتیب ۱ و ۱ می‌باشد.  $(\text{NO}_3^-, \text{NH}_4^+)$

ب- فرمول شیمیایی ترکیب یونی حاصل به صورت  $\text{NH}_4\text{NO}_3$  می‌باشد. بنابراین نسبت شمار کاتیون‌ها به آنیون‌ها برابر با ۱ است.

ت- در ترکیب یونی  $(\text{NH}_4)_2\text{CO}_3$  نسبت شمار آنیون‌ها به کاتیون‌ها برابر با  $\frac{1}{2}$  است.

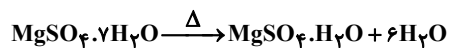
### ۹۴- گزینه «۳»

اکثر فلزات واسطه دوره چهارم، هنگامی که به کاتیون تبدیل می‌شوند، دارای زیرلایه  $d$  حاوی الکترون هستند.

$$= 246 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$



$$\frac{44 \text{ g}}{n \times 18} = \frac{100 \text{ g}}{246} \Rightarrow n \simeq 6$$

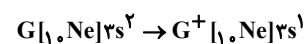
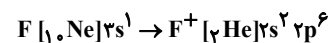
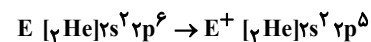
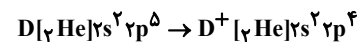
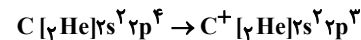


عبارت سوم: عنصر  $G$  همان  $\text{Br}$  است. این عنصر در دمای اتاق به صورت مایع می‌باشند.

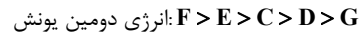
عبارت چهارم: عنصر  $B$ ، همان  $\text{Ca}$  است که در گروه خود در مرتبه دوم بالاترین نقطه ذوب قرار گرفته است.

### ۸۷- گزینه «۲»

با توجه به نمودار انرژی نخستین یونش،  $E$  گاز نجیب و  $F$  فلز قلیایی است. با فرض این که عنصرهای  $A, B, C, D$  و  $E$  به دوره دوم و  $F$  و  $G$  متعلق به دوره سوم باشند:



هرچه تعداد لایه کم‌تر باشد انرژی نخستین یونش بیشتر است و در تعداد لایه برابر مقایسه به صورت مقابل است:



بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»:  $F$  و  $G$  شعاع بزرگ‌تری از عنصرهای دیگر دارند چون تعداد لایه الکترونی آن‌ها بیشتر است.

گزینه «۳»:  $E$  گاز نجیب است که برای آن الکترونگاتیوی در نظر نمی‌گیرند.

گزینه «۴»:  $E$  گاز نجیب است که واکنش‌پذیری از خود نشان نمی‌دهد.

### ۸۸- گزینه «۲»

«آ»: درست است.

«ب»: نادرست، دوره ۱، ۲ نافلز و دوره ۲، ۵ نافلز دارد.

«پ»: نادرست، گروه ۱۸، ۲ نافلز بیش‌تر از گروه ۱۷ دارد.

«ت»: درست، در مجموع ۶ نافلز، ۶ شبه‌فلز و ۶ فلز در این ۳ دوره در بین عناصر دسته  $p$  وجود دارد.

### ۸۹- گزینه «۱»

اکثر فلزات واسطه دوره چهارم، هنگامی که به کاتیون تبدیل می‌شوند، دارای زیرلایه  $d$  حاوی الکترون هستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۲»: تمامی نافلزات دوره سوم با گرفتن  $e$  به آرایش هشتایی می‌رسند.

گزینه «۳»: می‌تواند مربوط به گاز آرگون باشد که بیش‌ترین  $IE_1$  را در دوره سوم دارد.