



آزمون غیر حضوری دوازدهم ریاضی (۲ شهریور ۱۳۹۷) (مباحث ۱۶ شهریور ۹۷)

برای دیدن پاسخ آزمون غیرمضوری به صفحه مقطع و همچنین به صفحه شفصی خود در قسمت دریافت کارنامه در سایت کانون به آدرس www.kanoon.ir مراجعه نمائید و از منوی سمت راست گزینه آزمون غیرمضوری را انتخاب کنید.

گروه فنی و تولید:

محمد اکبری	مسئول تولید آزمون غیر حضوری
نرگس غنی زاده	مسئول دفترچه آزمون غیر حضوری
مدیر گروه: مریم صالحی	مسئول دفترچه: آتیه اسفندیاری
حسن خرم‌جو	حروف‌نگار و صفحه‌آرا
سوران نعیمی	ناظر چاپ

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۶۹۶۲۴۰۰

«تمام دارایی‌ها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلمچی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»



ریاضی ۱

تابع + شمارش بدون شمردن
+ آمار و احتمال
صفحه‌های ۹۴ تا ۱۷۰

ریاضی ۱

۱- اگر زوج‌های مرتب $(0, -x + y)$ و $(x^2 + 2y, -4)$ با هم برابر باشند، مقدار $x + y$ کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) -۳ (۲) صفر (۳) ۳ (۴) ۱۲

۲- اگر f تابع خطی و $f(x-1) + f(x+2) = x$ ، آنگاه $f(2)$ برابر کدام گزینه است؟

- (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{1}{2}$

۳- در یک ساختمان ۶ طبقه، ۶ زوج جوان زندگی می‌کنند. به چند طریق می‌توان یک هیئت مدیره ۴ نفره تشکیل داد که در آن فقط یک زوج وجود داشته باشند؟

- (۱) ۸۰ (۲) ۱۸۰ (۳) ۲۴۰ (۴) ۳۲۰

۴- با ارقام ۱, ۲, ۳, ..., ۹ به چند طریق می‌توان یک عدد چهار رقمی با ارقام متمایز ساخت به گونه‌ای که شامل دقیقاً ۲ رقم فرد باشد؟

- (۱) ۷۲۰ (۲) ۱۴۴۰ (۳) ۱۲۰۰ (۴) ۹۶۰

۵- در چند جایگشت ۵ حرفی غیر تکراری از حروف کلمه *eslami*، عبارت \lim وجود دارد؟

- (۱) ۶ (۲) ۱۲ (۳) ۱۸ (۴) ۲۴

۶- با استفاده از ارقام ۱, ۲, ۳, ۴, ۵، چند عدد سه رقمی با ارقام متمایز می‌توان ساخت که حاصل ضرب ارقام آن، زوج باشد؟

- (۱) ۴۸ (۲) ۵۴ (۳) ۳۶ (۴) ۶۰

۷- در یک سالن، دو ردیف صندلی و در هر ردیف، ۵ صندلی وجود دارد. ۳ دانش‌آموز سال اول، ۲ دانش‌آموز سال دوم و ۳ دانش‌آموز سال سوم به چند طریق می‌توانند روی این صندلی‌ها بنشینند به گونه‌ای که سال اولی‌ها در ردیف اول و سال دومی‌ها در ردیف دوم باشند؟

- (۱) ۳۶۰۰۰ (۲) ۵۴۰۰۰ (۳) ۷۲۰۰۰ (۴) ۹۶۰۰۰

۸- در پرتاب دو تاس سالم، اگر A پیشامد آمدن اعداد متمایز و B پیشامد مجموع بیش‌تر از ۷ باشد، پیشامد $A \cap B$ چند برآمد دارد؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۱۶ (۳) ۱۴ (۴) ۱۲

۹- کیسه‌ای محتوی ۴ مهره آبی، ۴ مهره قرمز و ۲ مهره سفید است. اگر به طور تصادفی ۶ مهره از این کیسه خارج کنیم، احتمال آن‌که تعداد مهره‌های آبی خارج شده، دو برابر تعداد مهره‌های سفید خارج شده باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{2}{15}$ (۳) $\frac{3}{10}$ (۴) $\frac{7}{30}$

۱۰- در کدام گزینه تمام متغیرهای کیفی اسمی، کیفی ترتیبی، کمی پیوسته و کمی گسسته وجود دارند؟

(۱) سن، جنسیت، میزان تحصیلات، شغل

(۲) وزن، تعداد فرزندان، جنسیت، شغل

(۳) قد، گروه خون، مراحل رشد، تعداد فرزندان

(۴) تعداد تماس‌ها، مراحل تحصیل، رنگ چشم، گروه خون

حسابان ۱

حد و پیوستگی

صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۵۱

حسابان

$$۱۱- \text{اگر تابع } f(x) = \begin{cases} |x-a|-3 & ; x \geq 1 \\ \frac{|x-1|}{x-1} & ; x < 1 \end{cases} \text{ در } x=1 \text{ حد داشته باشد، مجموع مقادیر قابل قبول}$$

برای a کدام است؟

$$۲ \quad (۲) \quad -۲ \quad (۱)$$

$$\text{صفر} \quad (۴) \quad ۱ \quad (۳)$$

$$۱۲- \text{با توجه به نمودار تابع } f, \text{ حاصل } \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(|x|) \text{ و } \lim_{x \rightarrow 0} f(x^2 - 1) - 2x \text{ کدام است؟}$$

$$-۲ \quad (۲) \quad -۵ \quad (۱)$$

$$\text{وجود ندارد.} \quad (۴) \quad -۱ \quad (۳)$$

$$۱۳- \text{اگر } f(x) = \begin{cases} 3x^2 + x - 2 & , x > 0 \\ 5x + 1 & , x \leq 0 \end{cases} \text{ باشد، حاصل } \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f\left(\frac{1}{2x} - \frac{x}{2}\right) \text{ کدام است؟}$$

$$\text{صفر} \quad (۱) \quad ۱ \quad (۲) \quad -۲ \quad (۳) \quad -۴ \quad (۴)$$

$$۱۴- \text{حاصل } \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(x-2)^2}{x - \sqrt{3x-2}} \text{ کدام است؟}$$

$$\text{صفر} \quad (۱) \quad ۴ \quad (۲) \quad -۴ \quad (۳) \quad ۸ \quad (۴)$$

$$۱۵- \text{به ازای کدام مجموعه مقادیر } a, \text{ تابع با ضابطه } f(x) = \begin{cases} (x+a)^2 & , x \geq -1 \\ 2x+1 & , x < -1 \end{cases} \text{ در نقطه } x=-1 \text{ حد دارد؟}$$

$$\{0\} \quad (۱) \quad \{2\} \quad (۲) \quad \phi \quad (۳) \quad R \quad (۴)$$

$$۱۶- \text{حاصل } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\sin 2x}{\sqrt{1+\cos 2x}} \text{ کدام است؟}$$

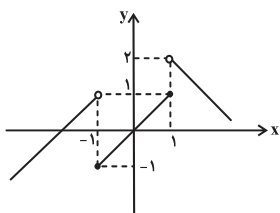
$$۱ \quad (۱) \quad -۱ \quad (۲) \quad -\sqrt{2} \quad (۳) \quad \sqrt{2} \quad (۴)$$

$$۱۷- \text{اگر تابع } f(x) = \begin{cases} \frac{a}{2} & ; x=1 \\ \frac{1+\cos \pi x}{(x-1)^2} & ; x \neq 1 \end{cases} \text{ در } x=1 \text{ پیوسته باشد، مقدار } a \text{ کدام است؟}$$

$$\frac{\pi^2}{4} \quad (۱) \quad \frac{\pi^2}{2} \quad (۲) \quad \pi^2 \quad (۳) \quad 2\pi^2 \quad (۴)$$

$$۱۸- \text{قدر مطلق تفاضل حد چپ و راست تابع } f \text{ به معادله } f(x) = \frac{2x^2 - x - 1}{|x-1|} \text{ در نقطه } x=1 \text{ کدام است؟}$$

$$۲ \quad (۱) \quad ۳ \quad (۲) \quad ۴ \quad (۳) \quad ۶ \quad (۴)$$





۱۹- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|x - \sqrt[3]{x}|}{\sqrt[3]{x^2} - x}$ کدام است؟

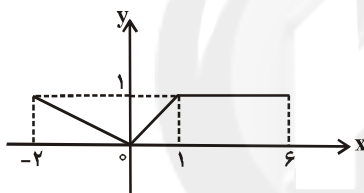
- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) صفر

۲۰- اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{\cos x} - \sqrt{\sin x}}{\cos(x + \frac{\pi}{4})} = 2^a$ باشد، آنگاه a کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$

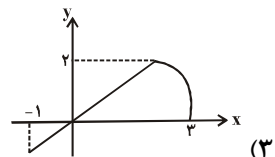
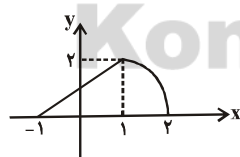
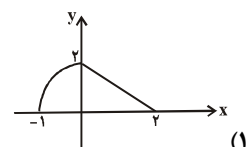
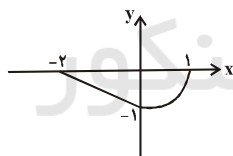
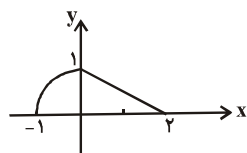
حسابان ۲

۲۱- اگر نمودار تابع $f(x)$ در دامنه تعریف آن به شکل زیر باشد، دامنه تابع $3f(2-x) + 1$ کدام است؟



- (۱) $[-1, 4]$
 (۲) $[-4, 4]$
 (۳) $[0, 4]$
 (۴) $[-4, 1]$

۲۲- اگر نمودار $f(x)$ به صورت مقابل باشد، نمودار تابع $g(x) = 2f(1-x)$ چگونه است؟



۲۳- اگر $f(x) = x + \sqrt{x}$ و $g(x) = x - \sqrt{x}$ ، آنگاه برد تابع $f + g$ کدام است؟

- (۱) \mathbb{R} (۲) $\mathbb{R} - \{0\}$ (۳) $[0, +\infty)$ (۴) $[2, +\infty)$

۲۴- اگر باقی مانده تقسیم عبارت $f(x) = x^3 + x^2 + ax + b$ بر $x-1$ و $x+1$ به ترتیب ۴ و ۶ باشد، باقی مانده تقسیم $f(x)$ بر $x-2$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۱۲

حسابان ۲

فصل ۱: تابع

فصل ۲: مثلثات

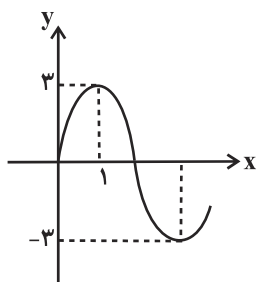
(تناوب و تابع تناوب)



۲۵- باقی مانده تقسیم عبارت $f(x) = x^3 + 2x^2 - kx + 3$ بر $(x-1)$ برابر ۲ است. باقی مانده تقسیم $f(x)$ بر $(x-2)$ کدام است؟

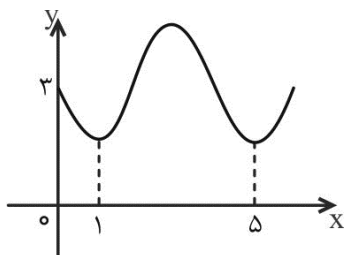
- (۱) -۲
(۲) صفر
(۳) ۱۱
(۴) -۱۱

۲۶- شکل زیر، قسمتی از نمودار $f(x) = a \sin bx$ است. زوج مرتب (a, b) کدام گزینه زیر می تواند باشد؟



- (۱) $(3, \frac{\pi}{4})$
(۲) $(6, \frac{\pi}{2})$
(۳) $(-3, \frac{\pi}{2})$
(۴) $(6, -\frac{\pi}{4})$

۲۷- شکل روبه رو قسمتی از نمودار تابع $y = a + \sin(b\pi x)$ است. مقدار y در نقطه $x = \frac{25}{3}$ ، کدام است؟



- (۱) ۲
(۲) ۲/۵
(۳) ۳
(۴) ۳/۵

۲۸- حدود m برای آن که تابع $y = (m-4)x^2 - x$ در بازه $[2, +\infty)$ صعودی باشد، کدام است؟

- (۱) $m \geq 4$
(۲) $m \geq \frac{17}{4}$
(۳) $\frac{1}{3} < m < \frac{17}{4}$
(۴) $\frac{1}{3} < m < 4$

۲۹- تابع $f(x) = |\sin x|$ مفروض است. در کدام یک از بازه های زیر، به ازای هر x_1 و x_2 عضو این بازه، رابطه

$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$ برقرار است؟

- (۱) $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$
(۲) $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$
(۳) $[-\frac{\pi}{2}, 0]$
(۴) $[0, \frac{\pi}{2}]$

۳۰- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} x^3 & ; x < 1 \\ a & ; x = 1 \\ x^2 - 2x + 3 & ; x > 1 \end{cases}$ صعودی باشد، حدود a کدام است؟

- (۱) $[0, 1]$
(۲) $[0, 2]$
(۳) $[1, 2]$
(۴) $[2, 3]$

هندسه ۲

روابط طولی در مثلث
صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷

هندسه ۲

۳۱- در مثلث ABC ، $b \cos C = c \sin B$ و $\hat{A} = 13^\circ$ است. اندازه کوچک‌ترین زاویه مثلث چقدر است؟

- (۱) 5° (۲) 10° (۳) 15° (۴) 20°

۳۲- در مثلث ABC ، میانه AM و نیمسازهای دو زاویه AMB و AMC را رسم می‌کنیم تا به ترتیب اضلاع AB و AC را در نقاط P و Q قطع کنند. اگر $AB = 9$ ، $AQ = 8$ و $CQ = 2$ ، آن‌گاه فاصله P تا A کدام است؟

- (۱) $5/4$ (۲) $6/25$ (۳) $6/75$ (۴) $7/2$

۳۳- طول قطرهای یک متوازی‌الاضلاع 12 و 22 سانتی‌متر است و تقاطع این دو قطر، یک زاویه 120° درجه می‌سازد. طول ضلع بزرگتر متوازی‌الاضلاع کدام است؟

- (۱) $\sqrt{221}$ (۲) $\sqrt{222}$ (۳) $\sqrt{223}$ (۴) $\sqrt{224}$

۳۴- در مثلث قائم‌الزاویه‌ای، یکی از زوایا برابر 30° است. نسبت مساحت دو مثلث ایجاد شده توسط نیمساز زاویه قائمه در این مثلث کدام است؟

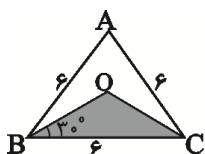
- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۳۵- دو موشک‌انداز که در فاصله 5 کیلومتری یک‌دیگر قرار گرفته‌اند، برای آن‌که هواپیمایی را در بالای خط واصل بین دو موشک‌انداز نشانه بگیرند، هر کدام با افق به ترتیب زوایای 30° و 40° درجه ساخته‌اند. ارتفاع هواپیما از سطح زمین تقریباً چند کیلومتر است؟

$$(\sin 40^\circ \approx 0/6, \sin 110^\circ \approx 0/9)$$

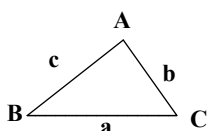
- (۱) $\frac{125}{27}$ (۲) $\frac{25}{9}$ (۳) $\frac{5}{3}$ (۴) $\frac{3}{5}$

۳۶- اگر مساحت مثلث هاشورخورده در شکل زیر $\frac{1}{3}$ مساحت کل شکل باشد، طول ضلع OB کدام است؟



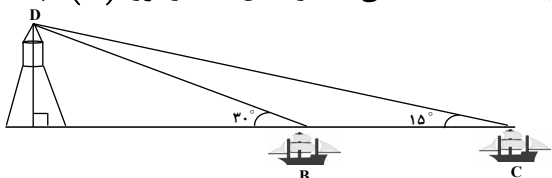
- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) $3\sqrt{3}$ (۳) $2\sqrt{3}$ (۴) $3\sqrt{2}$

۳۷- در مثلث ABC ، اگر $\frac{\hat{A}}{3} = \frac{\hat{B}}{5} = 15^\circ$ و $b = 48$ باشد، مقدار c کدام است؟



- (۱) $48\sqrt{6}$ (۲) $24\sqrt{6}$ (۳) 24 (۴) $22\sqrt{6}$

۳۸- مطابق شکل زیر، دو کشتی نور برج مراقبت را دریافت می‌کنند. اگر کشتی C نور را با زاویه 15° و کشتی B نور را با زاویه 30° نسبت به خط افق دریافت کنند و فاصله دو کشتی از هم، یک کیلومتر باشد، فاصله کشتی C از محل انتشار نور (D) چند کیلومتر است؟



- (۱) $2 + \sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ (۳) $2 + 2\sqrt{3}$ (۴) $\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$

۳۹- در مثلث ABC ($\hat{B} > 90^\circ$)، AD و AH به ترتیب نیمساز داخلی و ارتفاع نظیر رأس A هستند. اگر $AB = 10$ ، $AC = 17$ و $BH = 6$ باشد، آنگاه طول BD چه قدر است؟

- (۱) $\frac{10}{3}$ (۲) $\frac{20}{3}$ (۳) $\frac{10}{9}$ (۴) $\frac{20}{9}$

۴۰- در مثلث ABC نیمساز داخلی AD را رسم می‌کنیم. اگر $AB = 7$ ، $AC = 8$ و $BC = 7/5$ باشد، آنگاه طول AD چه قدر خواهد بود؟

- (۱) $3\sqrt{5}$ (۲) $\sqrt{42}$ (۳) $2\sqrt{10}$ (۴) $5\sqrt{2}$

هندسه ۱

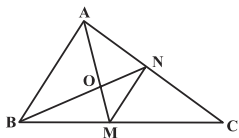
چندضلعی‌ها + تجسم فضایی
صفحه‌های ۶۵ تا ۹۶

هندسه ۱

۴۱- در مثلث متساوی‌الساقین ABC ($AB = AC$)، ارتفاع وارد بر ساق، آن را به نسبت ۳ به ۲ تقسیم می‌کند ($2AH = 3HC$). اگر پاره‌خط EH موازی BC رسم شود، مجموع فواصل نقطه دل‌خواه N روی EH تا دو ساق مثلث چه کسری از ساق مثلث ABC است؟

- (۱) $\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{3}{15}$ (۳) $\frac{12}{5}$ (۴) $\frac{12}{25}$

۴۲- در شکل زیر، M و N وسط ضلع‌های مثلث ABC هستند. مساحت مثلث ABC چند برابر مساحت مثلث OMN است؟



- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۲ (۴) ۱۵

۴۳- اگر خط L بر صفحه P عمود نباشد، چند صفحه شامل خط L و عمود بر صفحه P وجود دارد؟

- (۱) یک (۲) حداکثر یک (۳) بی‌شمار (۴) هیچ

۴۴- دو صفحه متقاطع P_1 و P_2 بر صفحه Q عمود هستند. اگر خط d در صفحه P_1 باشد و $d \cap P_2 = \emptyset$ ، آن‌گاه کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) بی‌شمار صفحه شامل d و عمود بر Q وجود دارد. (۲) دقیقاً یک صفحه شامل d و عمود بر P_2 وجود دارد.
(۳) دقیقاً یک خط عمود بر d و عمود بر P_2 وجود دارد. (۴) بی‌شمار خط متقاطع با d و موازی با Q وجود دارد.

۴۵- در کدام حالت، دو صفحه متقاطع P و P' بر هم عمود هستند؟

- (۱) یک خط واقع در صفحه P ، بر فصل مشترک دو صفحه عمود باشد.
(۲) یک خط عمود بر صفحه P ، بر صفحه P' هم عمود باشد.
(۳) هر خط واقع در صفحه P ، بر دو خط موازی در صفحه P' عمود باشد.
(۴) یک خط موازی صفحه P ، بر صفحه P' عمود باشد.

۴۶- سه خط L_1 ، L_2 و L_3 گذرا از نقطه O ، دوه‌دو بر هم عمودند. اگر صفحه P شامل خط L_1 و عمود بر خط L_2 باشد، وضع نسبی خط L_3 و صفحه P کدام است؟

(۱) L_3 واقع در صفحه P است.

(۲) L_3 موازی P است ولی لزوماً واقع در آن نیست.

(۳) L_3 عمود بر صفحه P است.

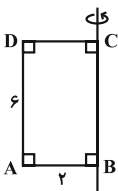
(۴) L_3 با صفحه P متقاطع است، ولی لزوماً عمود بر آن نیست.

۴۷- بیشترین مساحت مقطع حاصل از تقاطع یک صفحه با مکعب مستطیلی به ابعاد ۱، ۲ و ۳ واحد، چند واحد مربع است؟

- (۱) ۶ (۲) ۹ (۳) $2\sqrt{10}$ (۴) $3\sqrt{5}$

۴۸- مثلثی به طول اضلاع ۱، $\sqrt{2}$ و واحد را حول ضلع بزرگ آن دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل کدام است؟

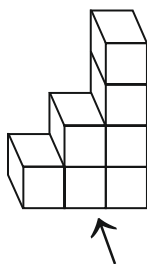
- (۱) $\frac{\sqrt{2}\pi}{12}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}\pi}{6}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}\pi}{3}$ (۴) $\frac{2\sqrt{2}\pi}{3}$



۴۹- مستطیل $ABCD$ را حول ضلع BC و در جهت مثلثاتی 90° می‌چرخانیم، مساحت کل جسم حاصل کدام است؟

- (۱) $6(2 + \pi)$ (۲) $8(4 + \pi)$ (۳) $8(3 + \pi)$ (۴) $6(4 + \pi)$

۵۰- در کدام نما از شکل مقابل، کمترین تعداد مربع دیده می‌شود؟



(۱) نمای روبه‌رو

(۲) نمای چپ

(۳) نمای بالا

(۴) در هر سه نما، تعداد مربع‌ها یکسان است



آمار و احتمال

آمار استنباطی

صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۲۷

آمار و احتمال

۵۱- به هر یک از افراد یا اشیا که داده‌های مربوط به آنها در یک بررسی آماری گردآوری می‌شود، و به مجموعه کل آنها گفته می‌شود.

(۱) واحد آماری - جامعه آماری

(۲) متغیر - جامعه آماری

(۳) واحد آماری - نمونه

(۴) متغیر - نمونه

۵۲- اگر برای نظرسنجی در مورد کتاب درسی آمار و احتمال از دانش‌آموزان پایه یازدهم ریاضی شهر تهران، از تمامی مناطق آموزش و پرورش، به تعداد یکسان دانش‌آموز انتخاب کنیم، از کدام روش نمونه‌گیری استفاده کرده‌ایم؟

(۱) تصادفی ساده (۲) خوشه‌ای (۳) طبقه‌ای (۴) سامانمند

۵۳- اگر یک روش نمونه‌گیری از نمونه‌گیری ایده‌آل فاصله بگیرد و به سمتی خاص انحراف پیدا کند، آن روش نمونه‌گیری را می‌نامند.

(۱) ناریب (۲) اریب (۳) سامانمند (۴) تصادفی

۵۴- برای مشخص کردن پارامتر جامعه کدام یک از گزینه‌های زیر ضروری می‌باشد؟

(۱) متغیرها و نوع آن‌ها معلوم باشند. (۲) همه نمونه‌گیری‌ها، طبقه‌ای باشند.

(۳) داده‌های کل جامعه در اختیار باشد. (۴) هیچ کدام

۵۵- مقاومت پارگی نوعی خاص از پارچه، دارای انحراف معیار $2/5$ می‌باشد. اگر یک نمونه تصادفی 25 تایی از این نوع پارچه انتخاب شود، طول فاصله اطمینان 95 درصدی برای میانگین این جامعه کدام است؟

(۱) $2/5$ (۲) 2 (۳) 3 (۴) $3/5$

۵۶- چند مورد از تعاریف زیر صحیح می‌باشد؟

(الف) مشخصه‌ای عددی که توصیف کننده جنبه‌ای خاص از نمونه است و از داده‌های نمونه به دست می‌آید را آماره می‌گویند.

(ب) فرآیند نتیجه‌گیری درباره تغییرات یک جامعه را آمار استنباطی می‌گوییم.

(ج) در بررسی یک جامعه، نمونه‌گیری اریب ارزش بالایی دارد.

(د) هر قسمتی از یک جامعه که با روش خاصی انتخاب شده باشد را نمونه می‌گوییم.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۵۷- فرض کنید می‌خواهیم میانگین اعداد جامعه‌ای با شش داده به صورت $20, 19, 18, 17, 16$ و 15 را برآورد نماییم. چقدر احتمال دارد آماره میانگین جامعه برای نمونه دوتایی، 18 باشد؟

(۱) $\frac{7}{36}$ (۲) $\frac{5}{28}$ (۳) $\frac{2}{15}$ (۴) $\frac{3}{21}$

۵۸- در برآورد بازه‌ای نسبت با اطمینان 95 درصد برای پارامتر یک جامعه آماری، نسبت p در یک نمونه برابر $\frac{3}{4}$ است. اگر تعداد

اعضای این نمونه را 625 برابر کنیم، نسبت طول بازه اطمینان 95 درصد در این حالت، چه کسری از بازه اطمینان اولیه می‌باشد؟
(p ثابت فرض شود)

(۱) $\frac{1}{25}$ (۲) $\frac{1}{15}$ (۳) $\frac{1}{10}$ (۴) $\frac{1}{5}$

۵۹- در نمونه‌ای بصورت $1, 2, 5, 10$ با انحراف معیار جامعه $\sigma = 1/63$ بازه اطمینان 95 درصدی برای میانگین جامعه کدام است؟

(۱) $[1/37, 2/67]$ (۲) $[0/37, 2/63]$ (۳) $[0/37, 3/63]$ (۴) $[1/37, 3/63]$

۶۰- در یک نمونه تصادفی 48 تایی از قطعات یک خط تولید، تعداد 36 عدد از آنها معیوب بوده است. فاصله اطمینان 95 درصدی برای

درصد اقلام معیوب این خط تولید، شامل کدام یک از بازه‌های زیر است؟

(۱) $(0/648, 0/709)$ (۲) $(0/792, 0/899)$ (۳) $(0/692, 0/888)$ (۴) $(0/605, 0/702)$

فیزیک ۱

دما و گرما + ترمودینامیک
صفحه‌های ۹۵ تا ۱۷۸

فیزیک ۱

۶۱- دو میله A و B با ضرایب انبساط طولی $\alpha_A = 11 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ و $\alpha_B = 18 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ در دمای یکسان θ قرار دارند. اگر در دمای θ و بالاتر از آن، اختلاف طول دو میله ثابت و برابر با $3/5 \text{ cm}$ باشد، طول میله‌های A و B در دمای θ به ترتیب از راست به چپ، چند سانتی‌متر است؟

- (۱) ۶/۵، ۱۰ (۲) ۸/۵، ۱۲ (۳) ۵/۵، ۹ (۴) ۲/۵، ۶

۶۲- اگر به ۱۰۰ گرم آب صفر درجه سلسیوس ۱۶۸۰ ژول گرما دهیم، حجم آب ... $(c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{C}})$

(۱) کاهش می‌یابد. (۲) افزایش می‌یابد.

(۳) ابتدا کاهش، سپس افزایش می‌یابد. (۴) ابتدا افزایش، سپس کاهش می‌یابد.

۶۳- اگر بدون آن که جرم یک میله فلزی تغییر کند، طول آن را ۳ برابر و اختلاف دمای دو سر آن را ۲ برابر کنیم، مقدار گرمایی که در یک زمان معین در این میله شارش می‌کند، چند برابر می‌شود؟

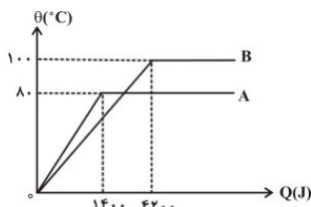
- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{2}{9}$ (۳) ۲ (۴) ۶

۶۴- در فشار یک اتمسفر، ظرفی با ظرفیت گرمایی ناچیز، حاوی ۲۰۰g آب در دمای 20°C است. قطعه یخی به جرم m و دمای صفر درجه سلسیوس را داخل آب می‌اندازیم. m کدام یک از گزینه‌های زیر برحسب گرم می‌تواند باشد تا تمام یخ ذوب شود؟

$$(c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}, L_F = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \text{ و از اتلاف گرما صرف نظر شود.})$$

- (۱) ۳۵ (۲) ۴۵ (۳) ۵۵ (۴) گزینه‌های «۱» و «۲»

۶۵- نمودار شکل زیر، مربوط به تغییرات دما برحسب گرمای داده شده به دو مایع هم جرم A و B است. گرمای ویژه مایع A چند برابر گرمای ویژه مایع B است؟



- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{5}{12}$ (۳) $\frac{4}{5}$ (۴) ۱

۶۶- در یک فرایند هم‌حجم، دمای مقدار معینی گاز آرمانی از 300 K به 500 K تغییر کرده است. اگر طی این فرایند انرژی درونی گاز ۴۰ ژول تغییر کند، در دمای 500 K انرژی درونی گاز چند ژول است؟

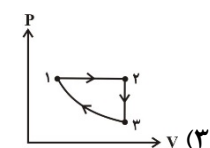
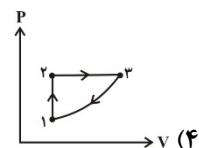
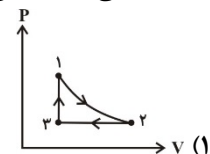
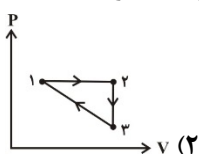
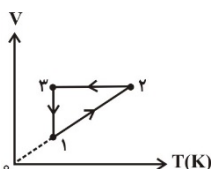
- (۱) ۵۰ (۲) $\frac{200}{3}$ (۳) ۱۰۰ (۴) ۱۲۰

۶۷- در یک فرایند هم‌فشار، مقدار معینی گاز آرمانی تک‌اتمی ۱۰۰۰ ژول گرما می‌گیرد. در این حالت کار محیط بر روی گاز چند ژول

$$\text{است؟ } (C_p = \frac{5}{2} R)$$

- (۱) ۶۰۰ (۲) -۶۰۰ (۳) ۴۰۰ (۴) -۴۰۰

۶۸- مقدار معینی گاز آرمانی، چرخه‌ای مطابق شکل روبرو را طی می‌کند. نمودار $P - V$ این چرخه کدام است؟





۶۹- بیشترین بازده یک ماشین گرمایی که بین دماهای جوش و انجماد آب (۱۰۰ و صفر درجه سلسیوس) کار می‌کند، تقریباً چند درصد است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۲۷ (۳) ۳۳ (۴) ۴۰

۷۰- توان مصرفی یک کولر گازی ۷۰۰ وات و ضریب عملکرد آن $\frac{2}{5}$ است. این کولر در هر دقیقه چند کیلوژول گرما به فضای بیرون می‌دهد؟

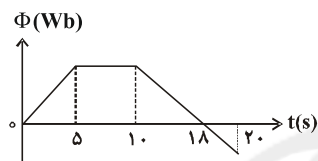
- (۱) ۴۲ (۲) ۱۰۵ (۳) ۱۴۷ (۴) ۶۳

فیزیک ۲

القای الکترومغناطیسی
و جریان متناوب
صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۳۰

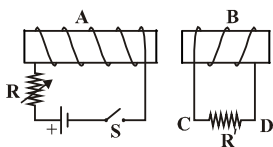
فیزیک ۲

۷۱- نمودار تغییرات شار مغناطیسی گذرا از یک حلقه بر حسب زمان مطابق شکل زیر است. در کدام بازه زمانی مشخص شده، بزرگی نیروی محرکه القایی متوسط در حلقه بیش‌تر است؟



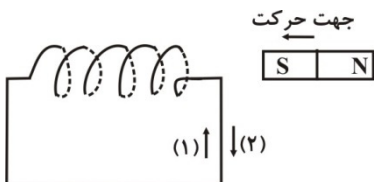
- (۱) صفر تا ۵ ثانیه
(۲) ۱۰ تا ۲۰ ثانیه
(۳) ۲۰ تا ۵ ثانیه
(۴) ۱۰ تا ۱۸ ثانیه

۷۲- مطابق شکل زیر، دو سیمولوله A و B مقابل یکدیگر قرار دارند. در کدام یک از موارد زیر جریان القا شده در مقاومت R' از C به طرف D خواهد بود؟



- (۱) با بسته بودن کلید S، دو سیم‌پیچ را به هم نزدیک کنیم.
(۲) با بسته بودن کلید S، مقاومت R را کم می‌کنیم.
(۳) لحظه قطع کلید S
(۴) لحظه وصل کلید S

۷۳- مطابق شکل زیر، آهنربایی در جهت نشان داده شده به یک سیمولوله نزدیک می‌شود. جهت جریان القا شده در سیمولوله کدام است؟

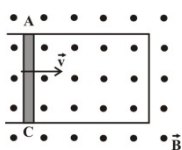


- (۱) ۱
(۲) ۲

(۳) جریانی القا نمی‌شود.

(۴) نمی‌توان اظهار نظر قطعی کرد.

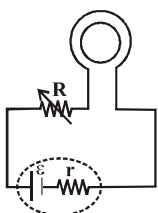
۷۴- در شکل مقابل، سیم رسانای AC به مقاومت الکتریکی 2Ω بر روی قاب مستطیل شکل با سرعت ثابت $\frac{2}{s} \text{ m}$ به طرف راست حرکت می‌کند. اگر طول سیم ۱ متر و بزرگی میدان مغناطیسی برون سو 0.02 تسلا باشد،



جریان القا شده در سیم چند آمپر و در چه جهتی است؟

- (۱) 0.02 ، از A به C
(۲) 0.04 ، از A به C
(۳) 0.02 ، از C به A
(۴) 0.04 ، از C به A

۷۵- در مدار شکل مقابل، اگر مقاومت رئوستا را ابتدا کاهش و سپس افزایش دهیم، جهت جریان القایی در حلقه رسانای داخلی به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



- (۱) پادساعت‌گرد - پادساعت‌گرد
(۲) ساعت‌گرد - ساعت‌گرد
(۳) ساعت‌گرد - پادساعت‌گرد
(۴) پادساعت‌گرد - ساعت‌گرد

۷۶- کدام یک از تغییرات زیر باعث افزایش ضریب القاوری یک سیمولوله می‌شود؟

- (۱) افزایش طول سیمولوله
(۲) افزایش سطح مقطع سیمولوله
(۳) افزایش تعداد دورهای سیمولوله
(۴) گزینه‌های «۲» و «۳»



۷۷- از یک قطعه سیم رسانا به مقاومت الکتریکی 9Ω و طول 60cm ، پیچۀ مسطحی به شعاع 10cm می‌سازیم. اگر این پیچه را در میدان مغناطیسی متغیر با زمانی که خط‌های آن بر صفحه پیچه عمود است، قرار دهیم، بزرگی میدان مغناطیسی با چه آهنگی بر حسب تسلا بر ثانیه تغییر کند تا شدت جریان القایی متوسط در مدار برابر با 0.1A شود؟ ($\pi = 3$)

(۱) ۳ (۲) ۴

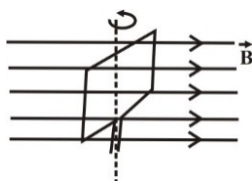
(۳) ۶ (۴) ۹

۷۸- القاگری با ضریب القاوری 4H و مقاومت الکتریکی 100Ω را به مولدی با نیروی محرکه 6V وصل می‌کنیم. انرژی الکترومغناطیسی ذخیره شده در این القاگر چند میکروژول است؟

(۱) $7/2 \times 10^{-4}$ (۲) ۷۲۰

(۳) 12×10^{-3} (۴) ۱۲۰۰۰

۷۹- مطابق شکل زیر، قابی مستطیل شکل به ابعاد $10\text{cm} \times 20\text{cm}$ ، در هر دقیقه 360 بار حول محور خود که عمود بر خط‌های میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی 10^2G است، دوران می‌کند. ساده‌ترین معادله شار مغناطیسی عبوری از این قاب بر حسب زمان در SI کدام است؟



(۱) $\Phi = 2 \times 10^{-2} \cos(6\pi t)$

(۲) $\Phi = 2 \times 10^{-4} \cos(6\pi t)$

(۳) $\Phi = 2 \times 10^{-2} \cos(12\pi t)$

(۴) $\Phi = 2 \times 10^{-4} \cos(12\pi t)$

۸۰- در پیچه‌ای به مقاومت الکتریکی 20Ω که 200 حلقه دارد، جریان متناوبی القا می‌شود که معادله آن در SI به صورت $I = 2 \sin(100t)$ است. بیشینه نیروی محرکه القایی در پیچه چند ولت است؟

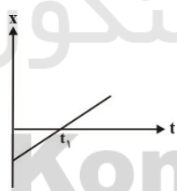
(۱) ۰/۲ (۲) ۴۰ (۳) ۴ (۴) ۰/۲

فیزیک ۳

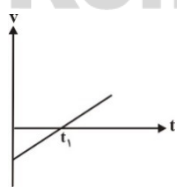
شناخت حرکت + تعیین سرعت
لحظه‌ای به کمک نمودار مکان -
زمان + حرکت یکنواخت +
حرکت با شتاب ثابت + سقوط آزاد

۸۱- در کدام یک از نمودارهای زیر که مربوط به حرکت بر روی مسیری مستقیم است، جهت حرکت متحرک

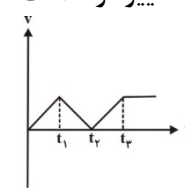
الزاماً تغییر کرده است؟



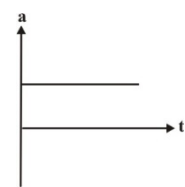
(۲)



(۴)



(۱)



(۳)

۸۲- دو متحرک A و B بر روی یک محور به ترتیب از مکان‌های 10m و -20m نسبت به مبدأ مکان، با بزرگی سرعت‌های $5\frac{\text{m}}{\text{s}}$ و

$10\frac{\text{m}}{\text{s}}$ به طرف یکدیگر شروع به حرکت می‌کنند. اگر جهت و بزرگی سرعت دو متحرک در طول حرکت ثابت بماند، در چه لحظه

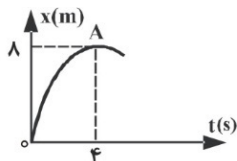
یا لحظه‌هایی، فاصله دو متحرک از یکدیگر به 15m می‌رسد؟

(۱) فقط $t = 1\text{s}$ (۲) فقط $t = 3\text{s}$

(۳) در $t = 1\text{s}$ و $t = 3\text{s}$ (۴) فقط $t = 2\text{s}$



۸۳- شکل زیر که قسمتی از یک سهمی است، نمودار مکان-زمان یک متحرک را که در مسیری مستقیم حرکت می کند نشان می دهد. اگر نقطه A بیشینه نمودار باشد، معادله سرعت - زمان آن در SI کدام است؟



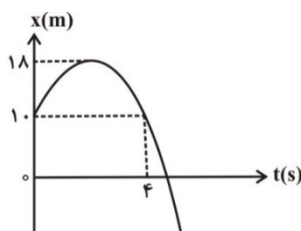
$$v = 2 - t \quad (1)$$

$$v = 4 - t \quad (2)$$

$$v = 4 - 2t \quad (3)$$

$$v = 2 - 4t \quad (4)$$

۸۴- نمودار مکان-زمان متحرکی که با شتاب ثابت بر روی محور x ها در حال حرکت است، مطابق شکل مقابل است. سرعت این متحرک در لحظه عبور از مبدأ مکان، چند متر بر ثانیه است؟



$$+8 \quad (1)$$

$$-8 \quad (2)$$

$$+12 \quad (3)$$

$$-12 \quad (4)$$

۸۵- متحرکی در مسیری مستقیم با شتاب ثابت و سرعت اولیه v_0 در ۲ ثانیه اول حرکت خود، ۱۳ متر و در ۲ ثانیه سوم حرکت خود، ۲۵ متر را طی می کند. شتاب حرکت متحرک در SI کدام است؟

$$1/5 \quad (1)$$

$$2/5 \quad (2)$$

$$3 \quad (3)$$

$$5 \quad (4)$$

۸۶- مطابق شکل مقابل، دو متحرک (۱) و (۲) هم زمان، در ساعت ۱۲:۰۰ از دو نقطه A و B در امتداد محور x ها با سرعت ثابت به طرف هم به حرکت در می آیند و در ساعت ۱۴:۰۰ به هم می رسند. اگر سرعت متحرک (۱) دو برابر سرعت متحرک (۲) باشد، متحرک (۱) در چه ساعتی به نقطه B می رسد؟

$$15:00 \quad (1)$$

$$18:00 \quad (2)$$

$$16:00 \quad (3)$$

$$20:00 \quad (4)$$

۸۷- متحرکی بر روی مسیر مستقیم و با شتاب ثابت، فاصله ۸۰ متری از نقطه A تا نقطه B را در مدت ۸ ثانیه طی می کند و در لحظه رسیدن به نقطه B، سرعتش به $15 \frac{m}{s}$ می رسد. اندازه شتاب متحرک چند متر بر مجذور ثانیه است؟

$$\frac{3}{2} \quad (1)$$

$$\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$\frac{5}{2} \quad (3)$$

$$\frac{5}{4} \quad (4)$$

۸۸- معادله حرکت متحرکی بر روی خط راست در SI به صورت $x = t^2 - 4t$ است. مسافت پیموده شده توسط متحرک در بازه زمانی بین ۱s تا ۴s، چند متر است؟

$$3 \quad (1)$$

$$6 \quad (4)$$

$$\text{صفر} \quad (3)$$

$$5 \quad (2)$$

۸۹- در شرایط خلأ، گلوله ای از بالای یک پل بر روی دریاچه ای ساکن رها می شود و ۰/۲ ثانیه پس از برخورد گلوله به سطح آب، به عمق ۲ متری دریاچه می رسد. اگر این گلوله با سرعتی که به سطح آب برخورد کرده است، در آب به حرکت خود ادامه دهد، فاصله محل رها کردن گلوله تا سطح آب چند متر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

$$20 \quad (1)$$

$$8 \quad (4)$$

$$15 \quad (3)$$

$$5 \quad (2)$$

۹۰- شخصی در شرایط خلأ از ارتفاع ۱۷ متری سطح زمین بر روی بالشی به ضخامت ۲ متر سقوط آزاد می کند. اگر در این برخورد کم ترین ضخامت بالش به ۰/۵ متر برسد، اندازه شتاب ثابت شخص بعد از رسیدن به بالش تا انتهای مسیر رو به پایین، چند برابر g (شتاب گرانش زمین) است؟

$$4 \quad (1)$$

$$10 \quad (4)$$

$$8 \quad (3)$$

$$6 \quad (2)$$



شیمی ۱

شیمی ۱
 ردیای گازها در زندگی + آب،
 آهنگ زندگی
 (از ابتدای خواص و رفتار گازها)
 صفحه‌های ۸۱ تا ۱۳۴

۹۱- از سوختن کامل ۴۰ لیتر بنزین (با فرض ایزواکتان خالص) در شرایط STP تقریباً چند متر مکعب کربن‌دی‌اکسید در هوا پراکنده می‌شود؟ (چگالی بنزین را 0.8 g.L^{-1} در نظر بگیرید و معادله موازنه نشده است.)
 $(\text{C}_{12}\text{H}_{18}, \text{H}_2\text{O})$



۵۰/۳ (۴)

۲۵/۶ (۳)

۷۸/۶ (۲)

۳۲ (۱)

۹۲- با توجه به جدول زیر که فشار و حجم مقدار مشخصی از گاز هلیوم را در دمای (127°C) نمایش می‌دهد، X تقریباً چند میلی‌متر جیوه است؟

فشار (mmHg)	۷۰۰	۸۵۱	X
حجم (L)	۵۳/۵	۴۴	۷۸

۱۰۲۰ (۲)

۱۰۰۰ (۱)

۱۵۱ (۴)

۴۸۰ (۳)

۹۳- کدام گزینه جمله زیر را به نادرستی تکمیل می‌کند؟

«در فرآیند تولید آمونیاک،»

(۱) دما و فشار بهینه، 45°C و 200 atm است.

(۲) از ورقه آهن به عنوان کاتالیزگر استفاده می‌شود.

(۳) هیدروژن و نیتروژن که واکنش نداده و باقی مانده‌اند، دوباره به ظرف واکنش منتقل می‌شوند.

(۴) به ازای مصرف هر ۱ مول نیتروژن، ۲ مول هیدروژن مصرف و ۲ مول آمونیاک تولید می‌شود.

۹۴- انحلال‌پذیری ماده A در دمای 6°C ، برابر 45 g و در دمای 15°C ، برابر 3 g در 100 g آب است. درصد جرمی محلول سیر شده در دمای 6°C و غلظت مولار محلول در دمای 15°C به تقریب کدامند؟ (چگالی محلول در دمای 15°C برابر 1.2 g.mL^{-1} و جرم مولی ماده A برابر 75 g بر مول است.)

۴۵ درصد، $3/7$ مولار (۲)۳۱ درصد، $3/7$ مولار (۱)۳۱ درصد، $2/56$ مولار (۴)۴۵ درصد، $2/56$ مولار (۳)

۹۵- در 50 mL از محلول سولفوریک اسید 98% جرمی با چگالی $1/8$ گرم بر میلی‌لیتر، چند گرم از این اسید وجود دارد؟

۹۸/۱۳ (۴)

۹۱/۸۳ (۳)

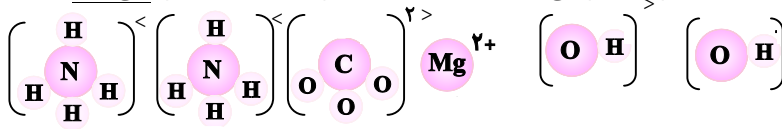
۸۲/۸ (۲)

۸۸/۲ (۱)

۹۶- انحلال‌پذیری گاز آرگون در دمای 20°C و فشار 2 atm ، برابر 0.012 g در 100 g آب است. انحلال‌پذیری این گاز در دمای 30°C و فشار 1 atm ، ... و در دمای 20°C و فشار 1 atm ، ... است.

کم‌تر از 0.012 g - کمتر از 0.06 g (۲)بیش‌تر از 0.06 g - برابر 0.06 g (۱)کمتر از 0.012 g - بیش‌تر از 0.06 g (۴)کمتر از 0.06 g - برابر 0.06 g (۳)

۹۷- شکل‌های زیر، نحوه تشکیل دو ترکیب یونی را از یون‌های سازنده آن‌ها نشان می‌دهد. چند مورد درباره این دو ترکیب صحیح نمی‌باشد؟



ترکیب A

ترکیب B

(آ) نام ترکیب A و B به ترتیب، آمونیوم کربنات و منگنز هیدروکسید می‌باشد.

(ب) فرمول ترکیب‌های یونی A و B به ترتیب، $\text{Mg}(\text{OH})_2$ و $\text{N}_3\text{H}_4\text{CO}_3$ می‌باشد.

(پ) در تشکیل این ترکیب‌ها، فقط دو نوع یون چند اتمی شرکت دارند.

(ت) نسبت کاتیون به آنیون در ترکیب A، برعکس نسبت آنیون به کاتیون در ترکیب B می‌باشد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



۹۸- معادله انحلال پذیری ترکیب فرضی B در آب (S) بر حسب دما، در مقیاس سلسیوس (°C) به صورت $S \propto T^n$ است. با توجه به جدول زیر، نسبت غلظت مولی محلول سیرشده‌ای از نمک B در دمای $22/5^{\circ}\text{C}$ به غلظت مولی محلول اشباع دیگری از همان نمک در دمای 10°C چقدر است؟ ($B \text{ N } 70 \text{ g.mol}^{-1}$)

دما (°C)	چگالی محلول ($\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)	(۱)	(۲)	(۳)
۱۰	۱/۴۰	۲	۱/۷۵	۲
۲۲/۵	۱/۴۷	۳	۲/۲۵	۱/۵

۹۹- کدام مطلب، در مورد مولکول آب نادرست است؟

- (۱) شکل مولکول آن خمیده است.
 - (۲) اکسیژن، قطب منفی و هیدروژن، قطب مثبت آن را تشکیل می‌دهد.
 - (۳) مولکول آب، قطبی است و دارای قطب‌های مثبت و منفی است؛ بنابراین از نظر الکتریکی خنثی نمی‌باشد.
 - (۴) آب حلال مناسبی برای بسیاری از ترکیبات است.
- ۱۰۰- در رابطه با روش‌های تصفیه آب، چه تعداد از مطالب زیر صحیح است؟

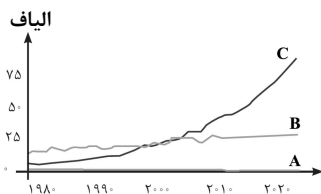
- (آ) با روش تقطیر نمی‌توان ترکیب‌های آلی فرار و میکروپها را جدا نمود.
 (ب) با هردو روش اسمز معکوس و صافی کربنی می‌توان فلزهای سمی و حشره‌کش‌ها را از آب خارج کرد.
 (پ) با انجام این روش‌ها، دیگر نیازی به ضد عفونی کردن آب نداریم.
 (ت) در روش اسمز معکوس، از سمت محلول رقیق تر فشار وارد می‌شود.

شیمی ۲

شیمی ۲

پوشاک، نیازی پایان ناپذیر
صفحه‌های ۹۷ تا ۱۲۱

تولید جهانی

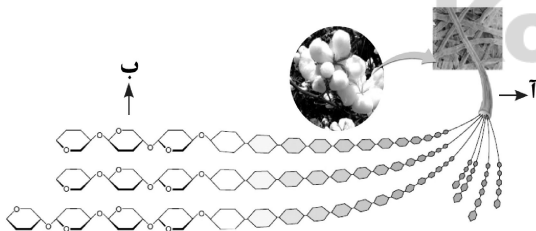


۱۰۱- با توجه به شکل زیر، که روند تولید الیاف را در جهان نشان می‌دهد، مواد A، B و C به ترتیب کدامند؟

- (۱) پشم - پنبه - چرم
- (۲) پنبه - چرم - پلی استر
- (۳) پشم - پنبه - پلی استر
- (۴) چرم - پلی استر - پنبه

۱۰۲- کدامیک از گزینه‌های زیر، جاهای خالی را به درستی کامل می‌کند؟

با توجه به شکل زیر که نمایی از ... می‌باشد، موارد مشخص شده «آ» و «ب» به ترتیب ... و ... می‌باشند.



- (۱) پشم - گلوکز - سلولز
- (۲) پنبه - گلوکز - سلولز
- (۳) پشم - الیاف سلولز - گلوکز
- (۴) پنبه - سلولز - گلوکز

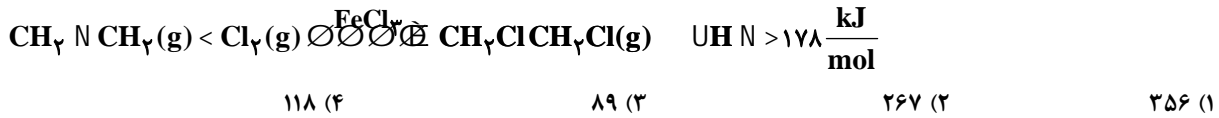
۱۰۳- ترکیب $\text{CH}_2 = \text{CHCN}$ می‌تواند ایجاد پلیمر نماید. کدام گزینه، ساختار و نام پلیمر حاصل را درست نشان می‌دهد؟

- (۱) پلی سیانو اتن، $\text{CH}_2 = \text{CHCN}$
- (۲) سیانو اتن، $\text{CH}_2 = \text{CHCN}$

- (۳) پلی سیانو اتن، $\text{CH}_2 = \text{CHCN}$
- (۴) پلی اتن سیانید، $\text{CH}_2 = \text{CHCN}$



۱۰۴- مطابق واکنش زیر، اگر ۴۲g گاز اتن با مقدار اضافی گاز کلر واکنش دهد، چند کیلو ژول گرما آزاد می شود؟ ($\text{CN}_{12}, \text{HN}_{1}: \text{g.mol}^{-1}$)



۱۰۵- دو نوع پلی اتن A و B با چگالی های $0.92 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و $0.97 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ وجود دارند. برای تولید کیسه های پلاستیکی، بطری شیر و لوله های

پلاستیکی به ترتیب از راست به چپ، از کدام یک از این پلیمرها استفاده می شود؟

B-A-A (۴) A-B-B (۳) B-B-A (۲) B-A-B (۱)

۱۰۶- استری دارای ۳ اتم کربن در ساختار خود است. نسبت جرم کربن به هیدروژن در این ترکیب کدام است؟ ($\text{HN}_{1}, \text{CN}_{12}: \text{g.mol}^{-1}$)

۳ (۴) ۴ (۳) ۵ (۲) ۶ (۱)

۱۰۷- اگر فرمول کلی الکل ها $\text{C}_n\text{H}_{2n-1}\text{OH}$ باشد، کدام گزینه الکی را نشان می دهد که جرم مولی آن $46 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ می باشد؟

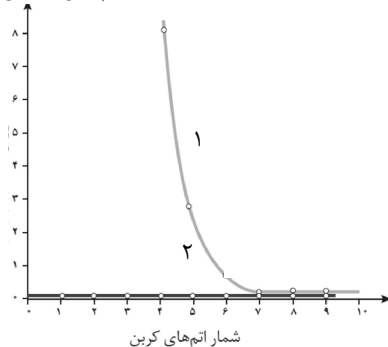
($\text{CN}_{12}, \text{HN}_{1}, \text{ON}_{16}: \text{g.mol}^{-1}$)

$\text{C}_4\text{H}_9\text{OH}$ (۴) $\text{C}_7\text{H}_5\text{OH}$ (۳) $\text{C}_3\text{H}_7\text{OH}$ (۲) CH_3OH (۱)

۱۰۸- با توجه به نمودار زیر که انحلال پذیری آلکان های راست زنجیر و الکل ها را در آب نشان می دهد، چند مورد درست است؟

انحلال پذیری

(g / 100g H₂O)



الف) نمودار (۱) مربوط به الکل ها و نمودار (۲) مربوط به آلکان های راست زنجیر می باشد.

ب) آلکان ها به علت ناقصی بودن، در آب که حلال قطبی است، حل نمی شوند.

پ) با کاهش تعداد کربن در الکل ها، خصلت آبدوستی آن ها افزایش می یابد.

ت) الکل های سبک (تا ۵ اتم کربن)، با تشکیل پیوند هیدروژنی به خوبی در آب

حل می شوند.

۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

۱۰۹- شکل زیر ساختار ویتامین «دی» را نشان می دهد. کدام مطلب نادرست است؟

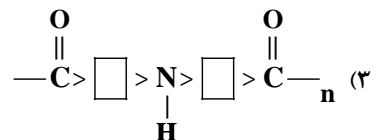
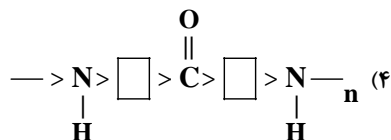
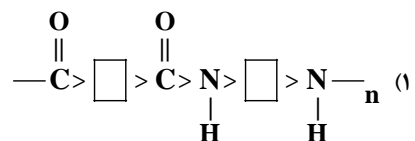
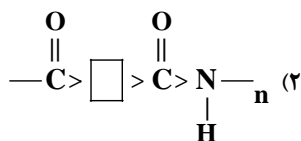
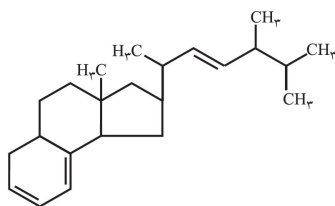
(۱) خصلت چربی دوستی آن در مقایسه با ویتامین «آ» بیشتر است.

(۲) در آن یک گروه عاملی هیدروکسیل وجود دارد.

(۳) مصرف بیش از اندازه آن برای بدن مشکل ایجاد می کند.

(۴) تعداد کربن های آن در مقایسه با ویتامین «ث» بیشتر است.

۱۱۰- کدام گزینه زیر ساختار یک پلی آمید را به درستی نشان می دهد؟



ریاضی ۱

۱- گزینه «۲»

$$\begin{cases} x^2 + 2y = 0 \\ -x + y = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + 2y = 0 \\ y = x - 4 \end{cases} \Rightarrow x^2 + 2(x - 4) = 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0 \Rightarrow (x + 4)(x - 2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow y = -2 \Rightarrow x + y = 0 \\ x = -4 \Rightarrow y = -8 \Rightarrow x + y = -12 \end{cases}$$

۲- گزینه «۲»

تابع f خطی است، پس: $f(x) = ax + b$

$$f(x-1) + f(x+2) = a(x-1) + b + a(x+2) + b = x$$

$$\Rightarrow 2ax + a + 2b = x \Rightarrow (2a - 1)x + (a + 2b) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a - 1 = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \\ a + 2b = 0 \Rightarrow b = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4} \Rightarrow f(2) = \frac{3}{4}$$

۳- گزینه «۳»

۳ طبقه دارای نماینده هستند. پس ابتدا به $\binom{6}{3} = 20$ طریق آن‌ها را انتخاب

می‌کنیم. از یکی از این ۳ طبقه باید هر دو نفرشان انتخاب شوند. پس ۳ حالت دارد و در ۲ خانواده دیگر یا فقط زن یا فقط شوهر در هیئت مدیره خواهد بود. پس هر کدام ۲ حالت دارند:

$$\binom{6}{3} \times 3 \times 2 \times 2 = 20 \times 3 \times 2 \times 2 = 240$$

۴- گزینه «۲»

از میان ۵ رقم فرد موجود، ۲ رقم و از میان ۴ رقم زوج موجود، ۲ رقم را انتخاب می‌کنیم و سپس ۴ رقم انتخاب شده را در کنار هم قرار می‌دهیم. تعداد حالت‌ها برابر است با:

$$\binom{5}{2} \times \binom{4}{2} \times 4! = 10 \times 6 \times 24 = 1440$$

۵- گزینه «۳»

جایگشت ۵ حرفی به ۵ حرف احتیاج دارد. پس به جز \lim باید دو حرف دیگر ازبین a و s و e انتخاب کنیم که $\binom{3}{2} = 3$ حالت دارد. حالا داریم:

$$3! = 6 \Rightarrow \text{جایگشت ۳ شیء} \Rightarrow \lim \begin{matrix} \circ \circ \\ \circ \circ \end{matrix} \Rightarrow \text{حرف دیگر}$$

پس در کل $3 \times 6 = 18$ حالت وجود دارد.

۶- گزینه «۲»

کل اعداد سه رقمی با ارقام متمایز داده شده برابر است با: $5 \times 4 \times 3 = 60$

اعداد سه رقمی که حاصل ضرب ارقام آن فرد باشد، فقط می‌توانند شامل ۱، ۳ و

۵ باشد که تعداد آن‌ها برابر است با: $3! = 6$ بنابراین $60 - 6 = 54$ عدد سه رقمی با ارقام ۱ تا ۵ وجود دارد که حاصل

ضرب ارقام آن زوج باشد.

۷- گزینه «۳»

تعداد راه‌های نشستن ۳ دانش‌آموز سال اول در ردیف اول و ۲ دانش‌آموز سال

دوم در ردیف دوم به ترتیب برابر $P(5,3)$ ، $P(5,2)$ است. حال ۳ دانش‌آموز

سال سوم باید در ۵ صندلی باقیمانده قرار گیرند که تعداد راه‌های آن برابر

است با $P(5,3)$. بنابراین تعداد کل راه‌های موجود برابر است با:

$$P(5,3) \times P(5,2) \times P(5,3) = \frac{5!}{2!} \times \frac{5!}{3!} \times \frac{5!}{2!} \\ = 60 \times 20 \times 60 = 72000$$

۸- گزینه «۴»

 $A \cap B$ یعنی دو عدد متمایز رو شوند و مجموع آن‌ها ۸ یا ۹ یا ۱۰ یا ۱۱ یا۱۲ باشد. این برآمدها عبارتند از: $(6,4)$ ، $(4,6)$ ، $(5,5)$ ، $(3,5)$ ، $(5,3)$ $(2,6)$ ، $(6,2)$ ، $(3,6)$ ، $(6,3)$ ، $(4,5)$ ، $(5,4)$ پس: $n(A \cap B) = 12$

۹- گزینه «۴»

بیشتر تصادفی مورد نظر شامل ۲ حالت است: یکی خروج ۲ مهره آبی و یک

مهره سفید و در نتیجه خروج ۳ مهره قرمز و دیگری خروج ۴ مهره آبی و دو

مهره سفید. احتمال مورد نظر برابر است با:

$$P(A) = \frac{\binom{4}{2} \binom{2}{1} \binom{4}{3} + \binom{4}{4} \binom{2}{2}}{\binom{10}{6}} = \frac{48 + 1}{210} = \frac{49}{210} = \frac{7}{30}$$

۱۰- گزینه «۳»

قد کمی بیوسته، گروه خون کیفی اسمی، مراحل رشد کیفی ترتیبی و تعداد

فرزندان کمی گسسته است.



$$= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{4(x-2)}{x-1} = 0$$

۱۵- گزینه «۳»

برای آن که تابع f در نقطه‌ی $x = -1$ حد داشته باشد باید:

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} (x+a)^2 = (a-1)^2 \quad \text{پس:}$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} (2x+1) = -1$$

$$(a-1)^2 = -1$$

لذا باید:

از آنجایی که معادله‌ی بالا جواب حقیقی برای a ندارد، پس مجموعه‌ی مقادیر

a ، تهی است.

۱۶- گزینه «۳»

با استفاده از تغییر متغیر سؤال را حل می‌کنیم.

$$\begin{cases} x - \frac{\pi}{2} = t & ; x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+ \\ x = \frac{\pi}{2} + t & ; t \rightarrow 0^+ \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\sin 2x}{\sqrt{1 + \cos 2x}} = \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{\sin 2(\frac{\pi}{2} + t)}{\sqrt{1 + \cos 2(\frac{\pi}{2} + t)}}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{\sin(\pi + 2t)}{\sqrt{1 + \cos(\pi + 2t)}} = \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{-\sin 2t}{\sqrt{1 - \cos 2t}}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{-\sin 2t}{\sqrt{2 \sin^2 t}} = \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{-\sin 2t}{\sqrt{2} |\sin t|}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{-\sin 2t}{\sqrt{2} \sin t} = \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{-2 \sin t \cos t}{\sqrt{2} \sin t} = \frac{-2}{\sqrt{2}} = -\sqrt{2}$$

۱۷- گزینه «۳»

حاصل حد تابع $y = f(x)$ را در $x = 1$ به دست می‌آوریم. برای محاسبه‌ی این

حد از تغییر متغیر استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} x-1=t & ; x \rightarrow 1 \\ x=t+1 & ; t \rightarrow 0 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \cos \pi x}{(x-1)^2} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 + \cos \pi(t+1)}{t^2} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 + \cos(\pi t + \pi)}{t^2}$$

حسابان ۱

۱۱- گزینه «۲»

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|x-1|}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(x-1)}{x-1} = -1$$

بنابراین مقدار حد چپ تابع در $x = 1$ برابر -1 است. این مقدار باید با حد راست آن برابر باشد:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (|x-a| - 3) = |1-a| - 3 = -1 \Rightarrow |1-a| = 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1-a=2 \Rightarrow a=-1 \\ 1-a=-2 \Rightarrow a=3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a \text{ مجموع مقادیر } = -1 + 3 = 2$$

۱۲- گزینه «۱»

اگر $x \rightarrow 0$ میل کند، آن گاه $x^2 \rightarrow 0^+$ میل می‌کند.

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x^2 - 1) = f(0^+ - 1) = f((-1)^+) = -1$$

به علاوه وقتی می‌خواهیم قدرمطلق $(-1)^-$ را به دست آوریم باید آن را قرینه کنیم که قرینه آن برابر 1^+ می‌شود.

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(|x|) = f(|(-1)^-|) = f(1^+) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x^2 - 1) - 2 \times \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(|x|) = -1 - 2(2) = -1 - 4 = -5$$

۱۳- گزینه «۲»

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f\left(\frac{1}{2x} - \frac{x}{2}\right) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f\left(\frac{1-x^2}{2x}\right)$$

$$= f\left(\frac{0^+}{(-2)^+}\right) = f(0^-) = 5(0) + 1 = 1$$

۱۴- گزینه «۱»

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(x-2)^2}{x - \sqrt{3x-2}} = 0 \quad (\text{میهم})$$

صورت و مخرج کسر را در مزدوج مخرج ضرب می‌کنیم:

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(x-2)^2 (x + \sqrt{3x-2})}{(x - \sqrt{3x-2})(x + \sqrt{3x-2})}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(x-2)^2 (x + \sqrt{3x-2})}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(x-2)^2 (2+2)}{(x-2)(x-1)}$$



$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2} (\sqrt{\cos x} + \sqrt{\sin x})}$$

$$= \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2} \left(\sqrt{\frac{\sqrt{2}}{2}} + \sqrt{\frac{\sqrt{2}}{2}} \right)} = \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2} \left(2 \sqrt{\frac{\sqrt{2}}{2}} \right)}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \right)} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

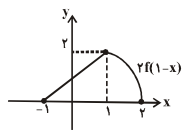
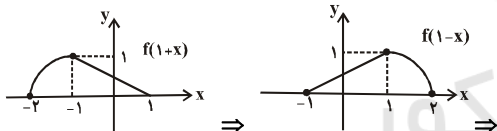
حسابان ۲

۲۱- گزینه «۲»

$$D_f = [-2, 6] \Rightarrow -2 \leq 2 - x \leq 6 \Rightarrow -4 \leq x \leq 4$$

۲۲- گزینه «۴»

با استفاده از نمودار f ابتدا نمودار $y = f(1+x)$ را رسم می‌کنیم که یک واحد انتقال به چپ است. سپس با تبدیل x به $-x$ به $f(1-x)$ می‌رسیم که قرینه $f(1+x)$ نسبت به محور y هاست و در نهایت $2f(1-x)$ را رسم می‌کنیم که انبساط در جهت محور y هاست.



۲۳- گزینه «۳»

$$D_f = [0, +\infty) \quad , \quad D_g = [0, +\infty)$$

$$\Rightarrow D_{f+g} = D_f \cap D_g = [0, +\infty)$$

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) = 2x \quad , \quad x \geq 0$$

$$x \geq 0 \Rightarrow 2x \geq 0 \Rightarrow (f+g)(x) \geq 0 \Rightarrow R_{f+g} = [0, +\infty)$$

۲۴- گزینه «۴»

باقی‌مانده تقسیم $f(x)$ بر $x-1$ برابر ۴ است، پس:

$$= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 - \cos \pi t}{t^2} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 \frac{\pi t}{2}}{t^2} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{2 \left(\frac{\pi t}{2} \right)^2}{t^2}$$

$$= 2 \times \frac{\pi^2}{4} = \frac{\pi^2}{2}$$

برای آن که تابع پیوسته باشد باید $\frac{a}{2} = \frac{\pi^2}{2}$ باشد که $a = \pi^2$ می‌شود.

۱۸- گزینه «۴»

$$y = \frac{2x^2 - x - 1}{|x-1|} = \frac{(2x+1)(x-1)}{|x-1|}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{x-1} (2x+1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (2x+1)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} (2x+1) = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x-1}{-(x-1)} (2x+1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} -(2x+1) = -3$$

$$\left| \lim_{x \rightarrow 1^+} y - \lim_{x \rightarrow 1^-} y \right| = |3 - (-3)| = 6$$

پس:

۱۹- گزینه «۱»

$$0 < x < 1 \Rightarrow x < \sqrt[3]{x} \rightarrow |x - \sqrt[3]{x}| = \sqrt[3]{x} - x$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|x - \sqrt[3]{x}|}{\sqrt[3]{x^2} - x} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt[3]{x} - x}{\sqrt[3]{x^2} - x} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt[3]{x}(1 - \sqrt[3]{x^2})}{\sqrt[3]{x^2}(1 - \sqrt[3]{x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^-} \left(\frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x^2}} \right) \times \frac{(1 - \sqrt[3]{x})(1 + \sqrt[3]{x})}{(1 - \sqrt[3]{x})} = 1 \times 2 = 2$$

۲۰- گزینه «۲»

$$\text{ابهام از نوع } \frac{0}{0} \text{ است. به کمک رابطه } \cos x - \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right) \text{ و}$$

گویا کردن صورت کسر، رفع ابهام می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \left(\frac{\sqrt{\cos x} - \sqrt{\sin x}}{\sqrt{2}(\cos x - \sin x)} \times \frac{\sqrt{\cos x} + \sqrt{\sin x}}{\sqrt{\cos x} + \sqrt{\sin x}} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos x - \sin x}{\frac{\sqrt{2}}{2} (\cos x - \sin x) (\sqrt{\cos x} + \sqrt{\sin x})}$$



اما $b = \frac{1}{4}$ قابل قبول نیست، زیرا در این حالت داریم:

$$f(x) = 3 + \sin \frac{\pi}{4} x \xrightarrow{x=1} f(1) = 3 + \sin \frac{\pi}{4} = 4$$

که طبق نمودار، $f(1) < 3$ ، لذا $b = -\frac{1}{4}$ است، بنابراین:

$$f(x) = 3 + \sin \left(-\frac{\pi}{4} x \right) = 3 - \sin \frac{\pi}{4} x$$

$$\xrightarrow{x=\frac{25}{3}} f\left(\frac{25}{3}\right) = 3 - \sin \frac{25\pi}{6} = 3 - \sin \left(4\pi + \frac{\pi}{6} \right)$$

$$= 3 - \sin \frac{\pi}{6} = 3 - \frac{1}{2} = 2 \frac{1}{2}$$

۲۸- گزینه «۲»

باید ضریب x^2 مثبت باشد و طول مینیمم تابع از ۲ کوچک‌تر یا مساوی آن باشد. پس:

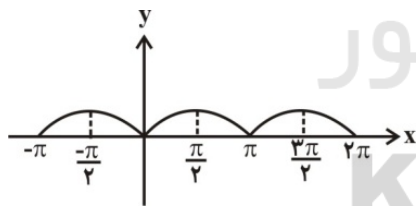
$$m - 4 > 0 \Rightarrow m > 4 \quad (1)$$

$$\frac{-b}{2a} \leq 2 \Rightarrow \frac{1}{2(m-4)} \leq 2 \Rightarrow 2(m-4) \geq \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow m - 4 \geq \frac{1}{4} \Rightarrow m \geq \frac{17}{4} \quad (2) \quad \xrightarrow{(1) \cap (2)} m \geq \frac{17}{4}$$

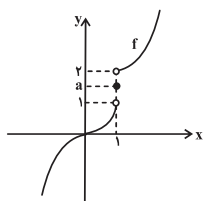
۲۹- گزینه «۳»

تعریف $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$ نشان‌دهنده نزولی اکید بودن تابع f در بازه مورد نظر است. نمودار تابع f به صورت زیر است:



با توجه به شکل و با توجه به گزینه‌ها، تابع در بازه $[-\frac{\pi}{4}, 0]$ نزولی اکید است.

۳۰- گزینه «۳»



بهترین روش، رسم نمودار تابع چندضابطه‌ای f است.

با توجه به نمودار، برای این که تابع صعودی باشد، باید $1 \leq a \leq 2$ باشد.

$$f(1) = 4 \Rightarrow a + b + 2 = 4 \Rightarrow a + b = 2$$

از طرفی باقی‌مانده تقسیم $f(x)$ بر $x+1$ برابر ۶ است، پس:

$$f(-1) = 6 \Rightarrow -a + b = 6$$

با حل دستگاه $\begin{cases} a+b=2 \\ -a+b=6 \end{cases}$ خواهیم داشت: $a = -2$ و $b = 4$ ، پس

$$f(x) = x^3 + x^2 - 2x + 4 \quad \text{و در نتیجه باقی‌مانده تقسیم } f(x) \text{ بر } x-2$$

$$f(2) = 12$$

برابر است با:

۲۵- گزینه «۳»

$$x-1=0 \Rightarrow x=1$$

$$f(x) = x^3 + 2x^2 - kx + 3 \Rightarrow f(1) = 1 + 2 - k + 3 = 6 - k$$

$$f(1) = 2 \Rightarrow 6 - k = 2 \Rightarrow k = 4$$

$$x-2=0 \Rightarrow x=2$$

$$f(2) = 2^3 + 2 \times 2^2 - k \times 2 + 3 = 8 + 8 - 2k + 3$$

$$= 19 - 2k \xrightarrow{k=4} f(2) = 11$$

۲۶- گزینه «۱»

حداکثر مقدار تابع $y = a \sin bx$ ، برابر با $|a|$ می‌باشد که با توجه به نمودار $|a| = 3$ است. همچنین اگر دوره تناوب تابع f برابر با T باشد، مطابق

نمودار تابع f ، $\frac{T}{4} = 1$ است، داریم:

$$\frac{T}{4} = 1 \xrightarrow{T = \frac{2\pi}{b}} \frac{\frac{2\pi}{b}}{4} = 1 \Rightarrow |b| = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \begin{cases} b = \frac{\pi}{2} \\ b = -\frac{\pi}{2} \end{cases}$$

از آنجایی که مقدار تابع در بازه $(0, 1)$ مثبت است، a و b هم‌علامت هستند.

پس مقادیر قابل قبول برای زوج مرتب (a, b) به صورت زیر است:

$$(a, b) = \left(3, \frac{\pi}{2} \right) \quad \text{یا} \quad (a, b) = \left(-3, -\frac{\pi}{2} \right)$$

۲۷- گزینه «۲»

با توجه به نمودار داده شده نقطه $(0, 3)$ روی این تابع قرار دارد. پس:

$$y = a + \sin(b\pi x) \xrightarrow{(0, 3) \in \text{تابع}} 3 = a + \sin 0 \rightarrow a = 3$$

از طرفی با توجه به نمودار تابع واضح است که دوره تناوب این تابع برابر $4 - 1 = 5$ است، پس:

$$T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = 4 \rightarrow 2\pi = 4|b|\pi \rightarrow |b| = \frac{1}{2} \rightarrow b = \pm \frac{1}{2}$$

گزینه «۳» - ۳۵

مطابق شکل زیر، اگر موشک اندازه‌ها به ترتیب در نقاط A و B و هواپیما در

$$\hat{C} = 180^\circ - 40^\circ - 30^\circ = 110^\circ$$

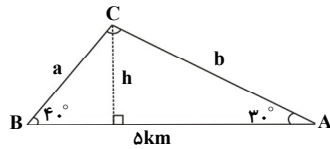
نقطه C باشد، داریم:

$$\frac{a}{\sin 30^\circ} = \frac{b}{\sin 40^\circ} = \frac{5}{\sin 110^\circ}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{0.5} = \frac{5}{0.9} \Rightarrow a = \frac{25}{9} \text{ km}$$

$$\Rightarrow h = a \sin 40^\circ = \frac{25}{9} \times 0.6$$

$$= \frac{5}{3} \text{ km}$$



گزینه «۳» - ۳۶

با توجه به شکل، مثلث ABC متساوی‌الاضلاع بوده و مساحت آن برابر است

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \times BC \times \sin 60^\circ$$

و مساحت مثلث OBC برابر است با:

$$S_{OBC} = \frac{1}{2} \times OB \times BC \times \sin 30^\circ$$

$$S_{OBC} = \frac{1}{3} S_{ABC}$$

با توجه به فرض صورت سؤال داریم:

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times OB \times BC \times \sin 30^\circ = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times AB \times BC \times \sin 60^\circ$$

$$\Rightarrow OB = \frac{\frac{1}{2} AB \sin 60^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{\frac{1}{2} \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = 2\sqrt{3}$$

گزینه «۲» - ۳۷

ابتدا زوایای داخلی مثلث ABC را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\hat{A}}{5} = \frac{\hat{B}}{3} = 15^\circ \Rightarrow \begin{cases} \hat{A} = 75^\circ \\ \hat{B} = 45^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \hat{C} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B})$$

$$\Rightarrow \hat{C} = 180^\circ - (75^\circ + 45^\circ) = 60^\circ$$

طبق قانون سینوس‌ها در مثلث داریم:

$$\frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} \Rightarrow \frac{48}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{c}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow c = 24\sqrt{6}$$

گزینه «۲» - ۳۸

مثلث BCD متساوی‌الساقین است، زیرا:

$$\hat{B}_\gamma = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$$

$$\hat{D}_1 = 180^\circ - \hat{B}_\gamma - \hat{C} \Rightarrow \hat{D}_1 = 15^\circ$$

$$\Rightarrow BC = DB = 1 \text{ km}$$

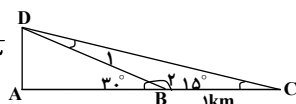
برای محاسبه فاصله کشتی C از محل انتشار نور (طول پاره خط DC)، با توجه به

قانون کسینوس‌ها در مثلث BCD داریم:

$$DC^2 = 1^2 + 1^2 - 2(1)(1)\cos \hat{B}_\gamma$$

$$\Rightarrow DC^2 = 2 - 2\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 2 + \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow DC = \sqrt{2 + \sqrt{3}} \text{ km}$$



هندسه ۲

گزینه «۱» - ۳۱

تساوی داده شده را به صورت $\frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\cos \hat{C}}$ می‌نویسیم. از طرفی طبق قانون

سینوس‌ها داریم $\frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}}$ ، بنابراین:

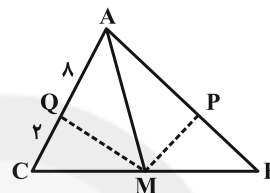
$$\frac{c}{\cos \hat{C}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} \Rightarrow \cos \hat{C} = \sin \hat{C} \Rightarrow \hat{C} = 45^\circ$$

$$\hat{B} = 180^\circ - (13^\circ + 45^\circ) = 22^\circ$$

در نتیجه:

گزینه «۴» - ۳۲

چون MP و MQ به ترتیب نیمسازهای زاویه‌های AMB و AMC هستند، بنا بر قضیه نیمسازها خواهیم داشت:



در مثلث AMB: $\frac{AP}{PB} = \frac{AM}{MB}$

در مثلث AMC: $\frac{AQ}{QC} = \frac{AM}{MC}$

چون $MC = MB$ ، پس سمت راست تساوی‌های بالا با هم برابرند و از این‌رو

سمت چپ تساوی‌ها نیز برابر خواهند شد، یعنی $\frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC}$ در نتیجه:

$$\frac{AP}{AP+PB} = \frac{AQ}{AQ+QC} \Rightarrow \frac{AP}{9} = \frac{1}{10} \Rightarrow AP = 9/10$$

گزینه «۳» - ۳۳

طبق قضیه cos ها داریم:

$$\begin{aligned} AB^2 &= OA^2 + OB^2 - 2OA \times OB \times \cos O \\ &= 11^2 + 6^2 - 2 \times 11 \times 6 \times \cos 120^\circ \\ &= 121 + 36 + 66 = 223 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{223}$$

یادآوری: قطرهای متوازی‌الاضلاع یکدیگر را نصف می‌کنند.

گزینه «۱» - ۳۴

فرض کنیم $\hat{C} = 30^\circ$ و AD نیمساز زاویه قائمه A

باشد. می‌دانیم ضلع روبه‌رو به زاویه 30° ، نصف وتر

است. پس اگر $BC = 2x$ ، آنگاه $AB = x$ و داریم:

$$AC^2 = BC^2 - AB^2 = 3x^2 \Rightarrow AC = \sqrt{3}x$$

در دو مثلث ABD و ADC، ارتفاع وارد از رأس A مشترک است. پس نسبت

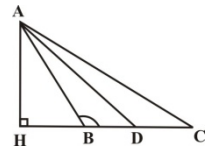
مساحت‌ها برابر نسبت قاعده‌هاست، یعنی داریم:

$$\left. \begin{aligned} \frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ADC}} &= \frac{BD}{DC} \\ \frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ADC}} &= \frac{AB}{AC} = \frac{x}{\sqrt{3}x} = \frac{\sqrt{3}}{3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{BD}{DC} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$



۳۹- گزینه «۱»

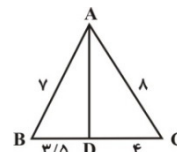
$$\begin{aligned} AH^2 &= AB^2 - BH^2 = 10^2 - 6^2 = 64 \Rightarrow AH = 8 \\ CH^2 &= AC^2 - AH^2 = 17^2 - 8^2 = 225 \Rightarrow CH = 15 \\ BC &= CH - BH = 15 - 6 = 9 \\ \frac{BD}{DC} &= \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{BD}{BD+DC} = \frac{AB}{AB+AC} \\ \Rightarrow \frac{BD}{9} &= \frac{10}{27} \Rightarrow BD = \frac{10}{3} \end{aligned}$$



۴۰- گزینه «۲»

$$\frac{DC}{DB} = \frac{AC}{AB}$$

براساس قضیه نیمسازها داریم:



$$\left. \begin{aligned} \frac{DC}{DB} &= \frac{AC}{AB} \Rightarrow DC = \frac{AC}{AB} \cdot DB \\ BC &= \frac{AC}{AB} \cdot DB \Rightarrow DC + DB = \frac{AC}{AB} \cdot DB \end{aligned} \right\} \Rightarrow DB + \frac{AC}{AB} \cdot DB = \frac{AC}{AB} \cdot DB$$

$$\Rightarrow \frac{15}{7} \cdot DB = \frac{AC}{AB} \cdot DB \Rightarrow DB = \frac{3}{5} \Rightarrow DC = 4$$

در مثلث ABC، طول نیمساز داخلی زاویه A برابر است با:

$$AD = \sqrt{AC \cdot AB - BD \cdot DC}$$

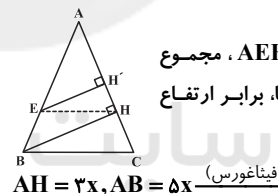
$$AD^2 = AC \cdot AB - BD \cdot DC = 8 \times 10 - \frac{3}{5} \times 4 = 80 - \frac{12}{5} = 77 \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow AD = \sqrt{77 \frac{4}{5}}$$

هندسه ۱

۴۱- گزینه «۴»

با توجه به متساوی الساقین بودن مثلث AEH، مجموع
فواصل هر نقطه دلخواه روی EH تا ساقها، برابر ارتفاع
وارد بر ساق مثلث AEH است، داریم:



$$AH = 3x, AB = 5x \xrightarrow{\text{فیناگورس}} BH = 4x$$

$$\frac{EH'}{BH} = \frac{AE}{AB} \Rightarrow \frac{EH'}{4x} = \frac{3x}{5x} \Rightarrow EH' = \frac{12}{5}x = \frac{12}{25}(\Delta x) = \frac{12}{25}AC$$

۴۲- گزینه «۳»

مثلثهای OAB و OMN متشابه هستند، چرا که
میانهها یکدیگر را با نسبت ۱ به ۲ قطع می کنند.
در نتیجه داریم:

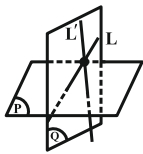
$$\begin{cases} ON = \frac{1}{2}OB \\ OM = \frac{1}{2}OA \\ \hat{NOM} = \hat{AOB} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta OMN \sim \Delta OAB$$

پس نسبت تشابه آنها $\frac{1}{2}$ و در نتیجه نسبت مساحت‌های آنها $\frac{1}{4}$ است؛ لذا داریم:

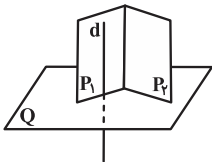
$$\frac{S_{\Delta OAB}}{S_{\Delta OMN}} = 4 \xrightarrow{\frac{S_{\Delta OAB} = \frac{1}{3}S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta OMN}}} \frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta OMN}} = 12 \Rightarrow S_{\Delta ABC} = 12S_{\Delta OMN}$$

۴۳- گزینه «۱»



از نقطه‌ای روی خط L، خط L' را عمود بر صفحه P رسم می‌کنیم. صفحه شامل دو خط متقاطع L و L'، همان صفحه مطلوب است که یکتا بوده و بر P عمود است.

۴۴- گزینه «۳»



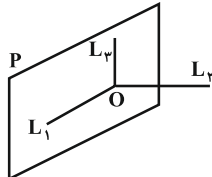
با توجه به مفروضات سؤال، خط d بر P1 واقع است، به گونه‌ای که موازی P2 بوده و اشتراکی با آن ندارد (d || P2). پس دقیقاً یک صفحه شامل d و عمود بر P2 وجود دارد، ولی بی‌شمار خط عمود بر d و عمود بر P2 موجود

است که همگی بر صفحه شامل d و عمود بر P2 واقع هستند. از آنجا که d ⊥ Q، پس بی‌شمار صفحه شامل d و عمود بر Q موجود است. اگر صفحه‌ای عمود بر d رسم کنیم، موازی با Q خواهد بود و هر خط واقع بر آن صفحه که d را قطع کند، با Q موازی می‌شود.

۴۵- گزینه «۴»

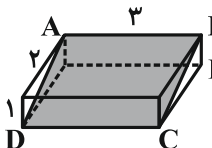
دو صفحه P و P' وقتی بر هم عمود هستند که یک خط موازی با یکی از آنها، بر صفحه دیگر عمود باشد.

۴۶- گزینه «۱»



فرض کنید L3 داخل صفحه P نباشد. بر دو خط متقاطع L1 و L2، صفحه‌ای مانند P' می‌گذرد. چون L2 بر دو خط متقاطع از صفحه P' در محل تقاطع عمود است، پس L2 ⊥ P'. از طرفی L2 ⊥ P، پس P || P'. از آنجا که دو صفحه P و P'، هر دو شامل خط L1 هستند پس بر هم منطبق‌اند. یعنی L3 درون صفحه P قرار دارد.

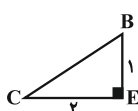
۴۷- گزینه «۴»



مستطیل ABCD در شکل مقابل، بزرگترین مقطع حاصل از تقاطع یک صفحه در فضا با مکعب مستطیلی به ابعاد ۱، ۲ و ۳ واحد است. داریم:

$$BC = \sqrt{BE^2 + CE^2} = \sqrt{5}$$

$$S(ABCD) = AB \times BC = 3\sqrt{5}$$



۴۸- گزینه «۲»

از آنجا که $\sqrt{2}^2 = 1^2 + 1^2$ ، مثلث مورد نظر قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است، مطابق شکل حجم حاصل از دو مخروط که در قاعده مشترکند، تشکیل شده است. شعاع قاعده هر یک از این مخروطها $r = \frac{BD}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

ارتفاعشان $h = AO = \frac{AC}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ است. پس حجم هر یک از مخروطها



۵۵- گزینه «۲»

$$\frac{4\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{4 \times 2 / 5}{\sqrt{25}} = 2$$

طول فاصله اطمینان

۵۶- گزینه «۲»

با توجه به تعاریف، «الف» و «د» صحیح می‌باشند.

ب) فرآیند نتیجه‌گیری درباره پارامترهای جامعه بر اساس نمونه را آمار استنباطی گوئیم.

ج) برای بررسی یک جامعه، نمونه‌گیری نارباب ارزش بالایی دارد.

۵۷- گزینه «۳»

مقدار آماره میانگین برای نمونه‌های دوتایی $\{16, 20\}$ و $\{17, 19\}$ برابر ۱۸ می‌باشد. پس:

$$\text{احتمال} = \frac{2}{\binom{6}{2}} = \frac{2}{15}$$

۵۸- گزینه «۱»

$$\text{طول بازه اطمینان } 95\% \text{ درصد} = 2 \times 2 \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

اگر تعداد اعضای نمونه را ۶۲۵ برابر کنیم، داریم:

$$\frac{2 \times 2 \sqrt{\frac{p(1-p)}{625n}}}{2 \times 2 \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} = \frac{1}{25}$$

۵۹- گزینه «۳»

$$\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$$

می‌دانیم:

$$0, 1, 2, 5 \Rightarrow \bar{x} = \frac{0+1+2+5}{4} = \frac{8}{4} = 2, n = 4$$

$$\Rightarrow 2 - \frac{2 \times 1 / \sqrt{4}}{\sqrt{4}} \leq \mu \leq 2 + \frac{2 \times 1 / \sqrt{4}}{\sqrt{4}}$$

$$\Rightarrow 0 / 37 \leq \mu \leq 3 / 63$$

۶۰- گزینه «۱»

$$p = \frac{36}{48} = \frac{3}{4}$$

می‌باشد. بنابراین:

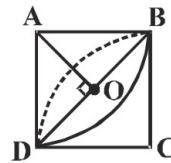
$$\left(p - 2\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}, p + 2\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right)$$

$$= \left(\frac{3}{4} - 2\sqrt{\frac{\frac{3}{4} \left(1 - \frac{3}{4}\right)}{48}}, \frac{3}{4} + 2\sqrt{\frac{\frac{3}{4} \left(1 - \frac{3}{4}\right)}{48}} \right)$$

$$= (0 / 625, 0 / 875)$$

بازه مذکور تنها می‌تواند شامل بازه گزینه «۱» باشد.

برابر $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{\sqrt{2}\pi}{12}$ و در نتیجه حجم شکل حاصل برابر است با $2V = \frac{\sqrt{2}\pi}{6}$.

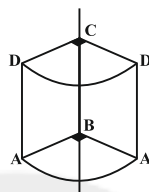


۴۹- گزینه «۳»

$$S = \frac{1}{4} \times \text{مساحت کل استوانه} + S_{ABCD} + S_{A'B'C'D'}$$

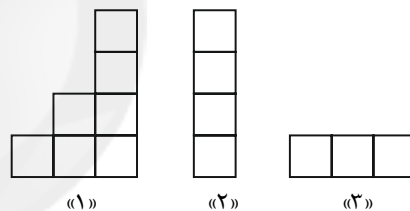
$$= \frac{1}{4} [2\pi(2)^2 + 2\pi(2)(6)] + 2 \times 6 + 2 \times 6$$

$$= 8\pi + 24 = 8(\pi + 3)$$



۵۰- گزینه «۳»

شکل‌های «۱»، «۲» و «۳»، به ترتیب نمای روبه‌رو، چپ و بالای این جسم هستند. واضح است که در نمای بالا، کمترین تعداد مربع وجود دارد.



آمار و احتمال

۵۱- گزینه «۱»

به هر یک از افراد یا اشیا که داده‌های مربوط به آنها در یک بررسی آماری گردآوری می‌شود، واحد آماری و به مجموعه کل آنها، جامعه آماری گفته می‌شود.

۵۲- گزینه «۳»

در روش نمونه‌گیری طبقه‌ای، پس از طبقه‌بندی جامعه به زیرجامعه‌های مجزا، از هر طبقه، یک نمونه تصادفی انتخاب می‌کنیم.

۵۳- گزینه «۲»

روش نمونه‌گیری‌ای که از نمونه‌گیری ایده‌آل فاصله گرفته و به سمتی خاص انحراف پیدا کرده است، روش نمونه‌گیری اریب نامیده می‌شود.

۵۴- گزینه «۳»

طبق تعریف، پارامتر جامعه زمانی قابل محاسبه است که داده‌های کل جامعه در دسترس باشند.



فیزیک ۱

گزینه ۳»

با استفاده از رابطه انبساط طولی جامدات، داریم:

$$\Delta L = \alpha L_1 \Delta \theta \Rightarrow \Delta L_A = \Delta L_B \Rightarrow \alpha_A L_{1A} \Delta \theta_A = \alpha_B L_{1B} \Delta \theta_B$$

$$\frac{\Delta \theta_A = \Delta \theta_B}{\Rightarrow 11 \times 10^{-6} \times L_{1A} = 18 \times 10^{-6} \times L_{1B}}$$

$$\Rightarrow 11 L_{1A} = 18 L_{1B} \Rightarrow L_{1A} = \frac{18}{11} L_{1B} \quad (1)$$

از طرفی اختلاف طول دو میله در هر دما برابر با $3/5 \text{ cm}$ است. با توجه به رابطه (۱) طول میله A از طول میله B بلندتر است، بنابراین:

$$L_{1A} - L_{1B} = 3/5 \xrightarrow{(1)} \left(\frac{18}{11} - 1\right) L_{1B} = 3/5$$

$$\Rightarrow L_{1B} = \frac{11}{2} = 5.5 \text{ cm}$$

$$L_{1A} = \frac{18}{11} L_{1B} = \frac{18}{11} \times \frac{11}{2} \Rightarrow L_{1A} = 9 \text{ cm}$$

گزینه ۱»

می‌دانیم که آب با افزایش دما از صفر درجه سلسیوس تا 40°C ، کاهش حجم دارد و بعد از 40°C افزایش حجم خواهد داشت. پس در ابتدا میزان تغییر دمای آب را محاسبه می‌کنیم:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 1680 = 0.1 \times 4200 \times \Delta\theta$$

$$\Rightarrow \Delta\theta = \frac{1680}{420} = 4^\circ\text{C} \Rightarrow \theta = 4^\circ\text{C}$$

پس آب فقط کاهش حجم خواهد داشت.

گزینه ۲»

چون جرم میله ثابت است با تغییر طول میله، سطح مقطع آن نیز تغییر خواهد کرد، زیرا:

$$m' = m \frac{m = \rho V}{\rho' V'} = \rho V \frac{\rho = \rho'}{V' = V}$$

$$\frac{V = AL}{V' = A'L'} = AL \Rightarrow \frac{L'}{L} = \frac{A}{A'}$$

از طرف دیگر طبق رابطه $Q = \frac{kAt\Delta\theta}{L}$ می‌توان نوشت:

$$\frac{Q'}{Q} = \frac{k'}{k} \times \frac{A'}{A} \times \frac{t'}{t} \times \frac{\Delta\theta'}{\Delta\theta} \times \frac{L}{L'}$$

$$\frac{Q'}{Q} = \frac{k'=k, t'=t, L'=3L, \Delta\theta'=2\Delta\theta}{\frac{A'}{A} = \frac{L}{L'} = \frac{1}{3}}$$

$$\frac{Q'}{Q} = 1 \times \frac{1}{3} \times 1 \times 2 \times \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{Q'}{Q} = \frac{2}{9}$$

گزینه ۴»

اگر فرض کنیم جرم یخ آن قدر باشد که دمای آب 20°C به صفر درجه سلسیوس برسد و در این حالت تمام یخ صفر درجه سلسیوس به آب صفر درجه سلسیوس تبدیل شود، داریم:

$$Q_{\text{آب}} + Q_{\text{یخ}} = 0 \Rightarrow m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} (0 - 20) + m_{\text{یخ}} L_F = 0$$

$$\Rightarrow 200 \times 4 / 2 \times (-20) + m_{\text{یخ}} \times 336 = 0 \Rightarrow m_{\text{یخ}} = 50 \text{ g}$$

بنابراین حداکثر مقدار جرم یخ می‌تواند 50 g باشد و اگر بیش‌تر از این مقدار باشد، تمامی آن ذوب نمی‌شود. بنابراین گزینه «۴» پاسخ این سؤال است.

گزینه ۲»

وقتی گرمای داده شده به ماده فقط سبب تغییر دمای آن می‌شود، حالت ماده تغییر نمی‌کند و می‌توان نوشت:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow \frac{Q_A}{Q_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{c_A}{c_B} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B}$$

$$\Rightarrow \frac{1400}{4200} = 1 \times \frac{c_A}{c_B} \times \frac{80-0}{100-0} \Rightarrow \frac{c_A}{c_B} = \frac{5}{12}$$

گزینه ۳»

انرژی درونی مقدار معینی گاز آرمانی فقط تابع دمای مطلق گاز است ($U \propto T$). از آنجایی که دمای گاز افزایش یافته است، انرژی درونی آن نیز به اندازه 40 ژول افزایش یافته است.

$$U_2 = U_1 + 40 \Rightarrow U_1 = U_2 - 40$$

$$U \propto T \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{U_2}{U_2 - 40} = \frac{500}{300} \Rightarrow U_2 = 1000 \text{ J}$$

گزینه ۴»

برای به‌دست آوردن رابطه بین گرمای گرفته شده توسط گاز و کاری که محیط روی گاز انجام می‌دهد، طی یک فرایند هم‌فشار، داریم:

$$Q_P = nC_P \Delta T = \frac{C_P}{R} nR \Delta T$$

$$\frac{P \Delta V = nR \Delta T}{Q_P} \Rightarrow Q_P = \frac{C_P}{R} P \Delta V$$

$$\frac{W = -P \Delta V}{Q_P} \Rightarrow Q_P = -\frac{C_P}{R} W$$

$$\frac{C_P = \frac{5}{2} R}{Q_P = 1000 \text{ J}} \Rightarrow 1000 = -\frac{5}{2} W \Rightarrow W = -400 \text{ J}$$

گزینه ۳»

طبق نمودار $V - T$ داده شده داریم:

- فرایند ۱ تا ۲ خطی است که امتداد آن از مبدأ مختصات عبور می‌کند و طبق

رابطه $V = \frac{nR}{P} T$ ، باید فشار (P) ثابت باشد و چون دما و حجم هر دو زیاد

شده‌اند، پس در نمودار $P - V$ باید یک انبساط هم‌فشار داشته باشیم، بنابراین

گزینه‌های (۱) و (۴) غلط است.

- فرایند ۲ تا ۳ فرایندی هم‌حجم است که طی آن دما کاهش یافته، پس طبق

رابطه $P = \frac{nR}{V} T$ ، فشار نیز باید کاهش یابد. یعنی در نمودار $P - V$ باید یک

خط عمودی به سمت پایین داشته باشیم بنابراین گزینه‌های (۱) و (۴) غلط

است.

- فرایند ۳ تا ۱ فرایندی هم‌دما است که طی آن حجم کم شده، پس طبق رابطه

$P = \frac{nRT}{V}$ که فشار با حجم رابطه عکس دارد، باید فشار زیاد شود؛ یعنی در

نمودار $P - V$ باید یک تراکم هم‌دما و نمودار غیرخطی (هموگرافیک) داشته

باشیم بنابراین گزینه (۲) غلط است.

به‌این ترتیب گزینه (۳) درست است.



۶۹- گزینه «۲»

حداکثر بازده یک ماشین گرمایی فرضی وقتی می‌باشد که با چرخه کارنو کار کند. بنابراین داریم:

$$\eta_{\text{کارنو}} = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{0 + 273}{100 + 273} = \frac{727}{100 + 273} \approx 0.727 \Rightarrow \eta_{\text{کارنو}} \approx 72.7\%$$

۷۰- گزینه «۳»

می‌دانیم طرز کار کولر گازی مانند یخچال است. در کولر گازی منبع سرد در داخل اتاق و منبع گرم بیرون قرار دارد. با استفاده از رابطه‌های ضریب عملکرد یک کولر و توان می‌توان نوشت:

$$W = P \cdot t \xrightarrow{P=700W, t=60s} W = 700 \times 60 = 42 \times 10^3 J = 42 kJ$$

$$K = \frac{Q_L}{W} \Rightarrow 2/5 = \frac{Q_L}{42} \Rightarrow Q_L = 10.5 kJ$$

بنابراین با استفاده از قانون اول ترمودینامیک در چرخه یک کولر گازی (یخچال) داریم:

$$|Q_H| = Q_L + W = 10.5 + 42 = 52.5 kJ$$

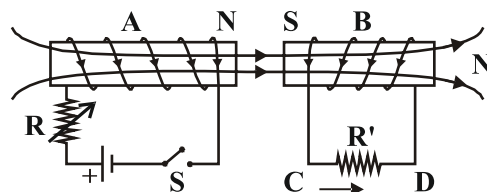
فیزیک ۲

۷۱- گزینه «۱»

بنابر قانون القای الکترومغناطیسی فاراده، $\bar{\varepsilon} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ ، شیب نمودار Φ بر حسب t متناسب با بزرگی نیروی محرکه القایی است. با توجه به نمودار، نسبت $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ و یا شیب نمودار برای بازه زمانی صفر تا ۵s بیش‌تر از سایر بازه‌های زمانی دیگر است و لذا بزرگی نیروی محرکه القایی متوسط در این بازه زمانی بیش‌تر از سایر بازه‌های زمانی دیگر است.

۷۲- گزینه «۳»

با بستن کلید S، در سیمولوله A جریان برقرار می‌شود و بنابر قانون دست راست، جهت میدان مغناطیسی ایجاد شده در این سیمولوله به طرف راست خواهد بود. از طرف دیگر اگر جهت جریان القایی بخواند از C به D باشد، بنابر قانون دست راست، جهت میدان القایی در سیمولوله B هم به طرف راست و هم جهت با میدان اصلی است. از این رو می‌توان دریافت شار مغناطیسی گذرا از سیمولوله B کاهش یافته است. اگر دو سیمولوله را به هم نزدیک کنیم، شار گذرا از سیمولوله B افزایش می‌یابد. همچنین اگر مقاومت R را کم کنیم، جریان گذرا از سیمولوله A افزایش یافته و شار گذرا از سیمولوله B هم افزایش می‌یابد. در لحظه وصل کلید هم شار گذرا از سیمولوله B افزایش می‌یابد. تنها در لحظه قطع کلید S است که شار گذرا از سیمولوله B کاهش می‌یابد و در نتیجه جهت جریان القایی از C به D خواهد بود.



۷۳- گزینه «۲»

وقتی آهنربا به سیمولوله نزدیک می‌شود، شار مغناطیسی عبوری از سیمولوله تغییر می‌کند و در نتیجه در آن جریان الکتریکی القا می‌شود. طبق قانون لنز، جریان القایی به صورتی القا می‌شود که آثار مغناطیسی ناشی از آن با تغییر شار مغناطیسی مخالفت کند، بنابراین با توجه به نزدیک شدن آهنربا از سمت قطب S به سیمولوله، باید سمت راست سیمولوله قطب S ایجاد شود و بنابراین طبق قاعده دست راست، جهت جریان القایی در جهت (۲) خواهد بود.

۷۴- گزینه «۱»

ابتدا از رابطه‌های $\varepsilon = Bv\ell$ و $I = \frac{\varepsilon}{R}$ ، جریان القایی را حساب می‌کنیم.

$$\varepsilon = Bv\ell \xrightarrow{B=0.02T, v=2\frac{m}{s}, \ell=1m} \varepsilon = 0.02 \times 2 \times 1 = 0.04V$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R} \xrightarrow{R=2\Omega} I = \frac{0.04}{2} \Rightarrow I = 0.02A$$

با توجه به این که با حرکت سیم AC به طرف راست، شار مغناطیسی برون‌سوی عبوری از داخل حلقه کاهش می‌یابد، بنابراین طبق قانون لنز، جریانی پادساعت‌گرد در مدار القا می‌شود تا از کاهش شار مغناطیسی برون‌سوی جلوگیری کند و بنابراین جهت جریان القایی از A به C خواهد بود.

۷۵- گزینه «۴»

با کاهش مقاومت رتوستا، جریان ساعت‌گرد عبوری از حلقه خارجی افزایش یافته و باعث افزایش میدان مغناطیسی درون‌سوی و در نتیجه افزایش شار مغناطیسی عبوری از حلقه داخلی می‌شود. بنابر قانون لنز، جهت جریان القایی در حلقه داخلی در جهتی است که آثار مغناطیسی ناشی از آن با تغییر شار مخالفت کند. بنابراین در حلقه داخلی جریانی پادساعت‌گرد ایجاد می‌شود تا با افزایش شار مغناطیسی عبوری از آن مخالفت کند. با افزایش مقاومت رتوستا، جریان عبوری از حلقه خارجی کاهش یافته و باعث کاهش میدان مغناطیسی درون‌سوی و در نتیجه کاهش شار مغناطیسی عبوری از حلقه داخلی می‌شود. بنابر قانون لنز، در حلقه داخلی جریانی ساعت‌گرد ایجاد می‌شود تا با کاهش شار مغناطیسی عبوری مخالفت کند.

۷۶- گزینه «۴»

رابطه ضریب القاوری یک سیمولوله با عوامل فیزیکی به صورت $L = \mu_0 \frac{N^2 A}{\ell}$ است. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش سطح مقطع سیمولوله و یا افزایش تعداد دورهای آن، ضریب القاوری سیمولوله افزایش خواهد یافت.

۷۷- گزینه «۱»

ابتدا تعداد دورهای پیچ را به دست می‌آوریم:

$$L = N(2\pi r) \Rightarrow 60 = N \times 2 \times 3 \times 10^{-2} \Rightarrow N = 10$$

حال با توجه به قانون القای الکترومغناطیسی فاراده، می‌توان آهنگ تغییرات میدان مغناطیسی لازم برای ایجاد جریان القایی ۱A را به دست آورد.

$$\bar{\varepsilon} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \quad \Phi = BA \cos \theta \quad \theta = 0, N = 1$$

$$\bar{\varepsilon} = -1 \frac{\Delta(BA)}{\Delta t} = A \frac{\Delta B}{\Delta t} \quad \bar{\varepsilon} = \bar{I}R \quad \bar{I}R = \pi r^2 \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

$$\bar{I} = 0.1A, R = 9\Omega \quad r = 0.1m, \pi = 3 \Rightarrow 0.1 \times 9 = 3 \times (0.1)^2 \frac{\Delta B}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta B}{\Delta t} = 3 \frac{T}{s}$$



$$\Delta x = \lambda \cdot m, \Delta t = \lambda s \rightarrow \lambda = \frac{15 + v_0}{2} \times \lambda \Rightarrow v_0 = \frac{\Delta m}{s}$$

$$v = 15 \frac{m}{s}$$

$$a = \frac{v - v_0}{\Delta t} = \frac{15 - 5}{8} = \frac{5}{4} \frac{m}{s^2}$$

۸۸- گزینه «۲»

ابتدا از روی معادله مکان - زمان، معادله سرعت - زمان را یافته و سپس لحظه‌ای را که سرعت متحرک صفر می‌شود، می‌یابیم:

$$\begin{cases} x = t^2 - 4t \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \frac{m}{s^2} \\ v_0 = -4 \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$\Rightarrow v = 2t - 4 = 0 \Rightarrow t = 2s$$

چون در لحظه‌ای بین زمان‌های ۱s تا ۴s، سرعت متحرک صفر و جهت سرعت عوض شده است، مسافت طی شده توسط متحرک برابر با جابه‌جایی آن نخواهد بود. بنابراین می‌توان نوشت:

$$t_1 = 1s \Rightarrow x_1 = 1 - 4 \times 1 = -3m \quad \text{مکان در لحظه } t = 1s$$

$$t_2 = 2s \Rightarrow x_2 = 4 - 4 \times 2 = -4m \quad \text{مکان در لحظه تغییر جهت}$$

$$t_3 = 4s \Rightarrow x_3 = 16 - 16 = 0 \quad \text{مکان در لحظه پایان حرکت}$$

بنابراین مسافت طی شده توسط متحرک برابر است با:

$$\Delta x = |x_2 - x_1| + |x_3 - x_2|$$

$$\Rightarrow \Delta x = |-4 - (-3)| + |0 - (-4)| = 1 + 4 = 5m$$

۸۹- گزینه «۲»

چون سرعت گلوله درون آب ثابت فرض شده است، ابتدا سرعت برخورد گلوله به سطح آب که برابر با سرعت گلوله درون آب است را حساب می‌کنیم:

$$\Delta y = v \Delta t \rightarrow \Delta y = 2m, \Delta t = 0.2s \rightarrow v = v \times 0.2 \Rightarrow v = 10 \frac{m}{s}$$

اکنون با استفاده از رابطه مستقل از زمان در حرکت با شتاب ثابت می‌توان نوشت:

$$v^2 - v_0^2 = 2gh \Rightarrow 100 - 0 = 2 \times 10 \times h \Rightarrow h = 5m$$

۹۰- گزینه «۴»

فاصله نقطه رها شدن شخص تا لبه بالایی بالش $\Delta y = 17 - 2 = 15m$ است. پس سرعت شخص در لحظه برخورد به بالش برابر است با:

$$h = 15m$$

$$2m$$

$$v^2 - v_0^2 = 2g\Delta y \rightarrow v = \sqrt{2gh} = \sqrt{30g}$$

پس از برخورد شخص با بالش، حرکت او کندشونده و با شتاب ثابت a می‌باشد و پس از طی مسافت $1/5m$ متوقف می‌شود، زیرا ضخامت بالش از $2m$ به $0.5m$ رسیده است.

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y' \Rightarrow 0 - (\sqrt{30g})^2 = 2a \times 1/5 \Rightarrow a = -10g$$

$$\Rightarrow \frac{|a|}{g} = 10$$

۸۵- گزینه «۱»

روش اول: اگر متحرکی با شتاب ثابت a و با سرعت اولیه v_0 در امتداد یک مسیر مستقیم شروع به حرکت کند، جابه‌جایی‌اش در t ثانیه n ام از رابطه $\Delta x = \frac{1}{2}at^2(2n-1) + v_0t$ محاسبه می‌شود. بنابراین برای ۲ ثانیه اول و ۲ ثانیه سوم حرکت می‌توان نوشت:

$$\xrightarrow{\text{ثانیه اول حرکت}} 13 = \frac{1}{2}a \times 2^2 \times (2 \times 1 - 1) + v_0 \times 2$$

$$t = 2s, n = 1, \Delta x = 13m$$

$$\Rightarrow 13 = 2a + 2v_0 \quad (1)$$

$$\xrightarrow{\text{ثانیه سوم حرکت}} 25 = \frac{1}{2}a \times 2^2 \times (2 \times 3 - 1) + v_0 \times 2$$

$$t = 2s, n = 3, \Delta x = 25m$$

$$\Rightarrow 25 = 10a + 2v_0 \quad (2)$$

اکنون با حل هم‌زمان معادله‌های (۱) و (۲) داریم:

$$\xrightarrow{(2) \cdot (1)} 12 = 8a \Rightarrow a = 1.5 \frac{m}{s^2}$$

روش دوم: به‌طور کلی در حرکت با شتاب ثابت a در امتداد یک مسیر مستقیم، جابه‌جایی‌های متحرک در بازه‌های زمانی مساوی و متوالی t ، تشکیل یک دنباله عددی با قدر نسبت at^2 را می‌دهند و می‌توان نوشت:

$$\Delta x_n = \Delta x_1 + (n-1)at^2$$

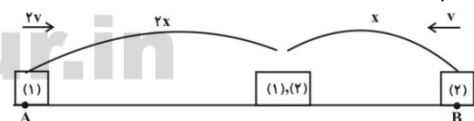
$$\xrightarrow{\Delta x_2 = 25m, \Delta x_1 = 13m} 25 = 13 + (3-1)a \times 4$$

$$n = 3, t = 2s$$

$$\Rightarrow 12 = 8a \Rightarrow a = 1.5 \frac{m}{s^2}$$

۸۶- گزینه «۱»

از آنجایی که دو متحرک به‌طور هم‌زمان از نقاط A و B به‌طرف یک‌دیگر شروع به حرکت کرده‌اند، طبق رابطه $\Delta x = v\Delta t$ چون Δt برای هر دو یکسان است، $\Delta x \propto v$ بوده و از آنجایی که سرعت متحرک (۱) دو برابر دیگری است، جابه‌جایی‌اش از شروع حرکت تا رسیدن به دیگری دو برابر آن خواهد بود یعنی داریم:



متحرک (۱) فاصله $2x$ را در مدت ۲ ساعت (از ساعت ۱۲:۰۰ تا ساعت ۱۴:۰۰) طی کرده، لذا برای طی کردن فاصله x بعدی (تا رسیدن به نقطه B) باید یک ساعت دیگر در راه باشد. (چون طول فاصله نصف شده و سرعتش ثابت است، زمان حرکتش نیز نصف می‌شود). لذا در ساعت ۱۵:۰۰ به نقطه B می‌رسد.

۸۷- گزینه «۴»

با استفاده از رابطه مستقل از شتاب در حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، داریم:

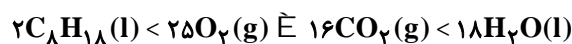
$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t$$



شیمی ۱

۹۱- گزینه «۴»

ابتدا معادله سوختن ایزواکتان را موازنه می‌کنیم:



سپس با توجه به چگالی بنزین، حجم آن‌را به گرم تبدیل می‌کنیم.

$$?gC_8H_{18} \approx 40L C_8H_{18} \hat{=} \frac{800gC_8H_{18}}{1LC_8H_{18}}$$

$$\approx 32000gC_8H_{18}$$

حال با استفاده از معادله سوختن، حجم CO_2 را در شرایط STP

محاسبه می‌کنیم:

$$?m^3CO_2 \approx 32000gC_8H_{18} \hat{=} \frac{1molC_8H_{18}}{114gC_8H_{18}}$$

$$\hat{=} \frac{16molCO_2}{2molC_8H_{18}} \hat{=} \frac{22/4LCO_2}{1molCO_2} \hat{=} \frac{1m^3}{1000L}$$

$$\approx 50/3m^3CO_2$$

۹۲- گزینه «۳»

از آن جایی که در دمای ثابت، فشار مقدار مشخصی از گاز با حجم آن

رابطه عکس دارد و حاصل ضرب مقادیر آن دو، مقداری ثابت است،

$$P_1V_1 \approx P_2V_2$$

می‌توان نوشت:

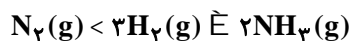
$$851mmHg \hat{=} 44L \approx xmmHg \hat{=} 78L$$

$$\varnothing x \approx 480mmHg$$

۹۳- گزینه «۴»

معادله موازنه شده واکنش تولید آمونیاک از گازهای هیدروژن و

نیتروژن به صورت زیر است:



براساس ضرایب مولی مواد، به ازای مصرف هر مول نیتروژن، ۳ مول

هیدروژن مصرف و ۲ مول آمونیاک تولید می‌شود.

۹۴- گزینه «۱»

در دمای $60^\circ C$ ، $45g$ از ماده A در $100g$ آب حل می‌شود؛بنابراین جرم محلول در این دما $145g$ است.

$$31\% \approx 100 \hat{=} \frac{45g}{145g} \approx \text{درصد جرمی ماده A در محلول در دمای } 60^\circ C$$

$$?molA \approx 1L \hat{=} \frac{1000mL}{1L} \hat{=} \frac{1/2g}{1mL} \text{ محلول}$$

$$\hat{=} \frac{30gA}{130g \text{ محلول}} \hat{=} \frac{1molA}{75gA} \approx 3/7molA$$

۹۵- گزینه «۱»

$$50mLH_2SO_4 \hat{=} \frac{1/8g \text{ محلول}}{1mLH_2SO_4} \hat{=} \frac{98gH_2SO_4}{100g \text{ محلول}}$$

$$\approx 88/2gH_2SO_4$$



۹۶- گزینه «۳»

پس در محلول اول (محلول با دمای $22/5^{\circ}\text{C}$)، در 100 گرم آب مقدار 50 گرم از نمک **B** حل شده و در محلول دوم (محلول با دمای 10°C)، در 100 گرم آب، مقدار 25 گرم از نمک **B** حل شده است. حال با داشتن اطلاعات فوق، اقدام به محاسبه غلظت مولی هریک از محلول‌ها می‌کنیم:

$$\text{محلول اول} : \text{mol B} \approx 50 \text{ g B} \cdot \frac{1 \text{ mol B}}{70 \text{ g B}} \approx \frac{5}{7} \text{ mol B}$$

محلول N ($100 < 50$) g محلول L ?

$$\hat{A} \frac{1 \text{ cm}^3 \text{ محلول}}{1/47 \text{ g محلول}} \hat{A} \frac{1 \text{ L محلول}}{1000 \text{ cm}^3 \text{ محلول}} \approx \frac{15}{147} \text{ L محلول}$$

$$M_1 \approx \frac{5 \text{ mol}}{15 \text{ L}} \approx \frac{5 \hat{A} 147}{7 \hat{A} 15} \approx 7 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{محلول دوم} : \text{mol B} \approx 25 \text{ g B} \cdot \frac{1 \text{ mol B}}{70 \text{ g B}} \approx \frac{5}{14} \text{ mol B}$$

محلول N ($100 < 25$) g محلول L ?

$$\hat{A} \frac{1 \text{ cm}^3 \text{ محلول}}{1/4 \text{ g محلول}} \hat{A} \frac{1 \text{ L محلول}}{1000 \text{ cm}^3 \text{ محلول}} \approx \frac{125}{1400} \text{ L محلول}$$

$$M_2 \approx \frac{5 \text{ mol}}{125 \text{ L}} \approx 4 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\frac{M_1}{M_2} \approx \frac{7}{4} \approx 1/75$$

انحلال پذیری گازها در آب، با افزایش دما کاهش می‌یابد و با افزایش فشار، افزایش خواهد یافت. انحلال پذیری گاز با فشار گاز رابطه‌ی مستقیم و خطی دارد. در دمای ثابت، اگر فشار گاز از 2 atm به 1 atm برسد، انحلال پذیری نصف شده و به $0/006 \text{ g}$ می‌رسد و اگر دما از 20°C به 30°C افزایش یابد، انحلال پذیری از $0/006 \text{ g}$ هم کم‌تر خواهد شد. در قسمت دوم نیز که در دمای ثابت فشار 5 برابر شده، انحلال پذیری هم 5 برابر می‌شود؛ یعنی به $0/06 \text{ g}$ در 100 گرم آب می‌رسد.

۹۷- گزینه «۴»

هر ۴ مورد نادرست است.

A \emptyset $(\text{NH}_4)_2\text{CO}_3$ آمونیوم کربنات

B \emptyset $\text{Mg}(\text{OH})_2$ منیزیم هیدروکسید

نکته: CO_3^{2-} ، NH_4^+ و OH^- یون‌های چند اتمی هستند.

۹۸- گزینه «۲»

ابتدا انحلال پذیری محلول‌های سیر شده را در هریک از دماهای $22/5^{\circ}\text{C}$ و 10°C به دست می‌آوریم:

$$S_{22/5^{\circ}\text{C}} \approx 50 \text{ g}$$

$$S_{10^{\circ}\text{C}} \approx 25 \text{ g}$$

$$S_{22/5^{\circ}\text{C}} < 50 \text{ g}$$



۹۹- گزینه «۳»

با وجود قطب‌های مثبت و منفی، چون مقدار بارهای مخالف برابر است، آب یک ترکیب خنثی است.

۱۰۰- گزینه «۲»

موارد «آ» و «ب» صحیح هستند. (شکل صفحه ۱۳۰ کتاب درسی).
مورد «ت»: در اسمز معکوس، از سمت محلول غلیظ‌تر فشار وارد می‌شود.

شیمی ۲

۱۰۱- گزینه «۳»

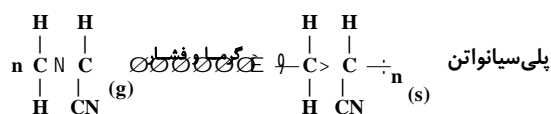
با توجه به نمودار تولید الیاف در جهان، A الیاف پشمی، B الیاف نخی یا پنبه‌ای و C الیاف پلی‌استری است.

۱۰۲- گزینه «۴»

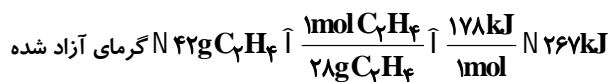
شکل متعلق به پنبه می‌باشد که خود شامل الیاف سلولز می‌باشد و این الیاف از اتصال مولکول‌های گلوکز بدست می‌آید.

۱۰۳- گزینه «۳»

سیانواتن



۱۰۴- گزینه «۲»

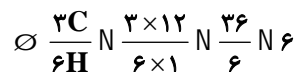


۱۰۵- گزینه «۲»

پلی اتن با چگالی کمتر، شفاف و انعطاف پذیر بوده و برای تولید کیسه‌های پلاستیکی و پلی اتن با چگالی بیشتر، سخت و محکم می‌باشد و برای تولید بطری شیر و لوله‌های پلاستیکی استفاده می‌شود.

۱۰۶- گزینه «۱»

فرمول کلی استرها: $\text{C}_n\text{H}_{2n}\text{O}_2 \text{ و } \text{C}_3\text{H}_6\text{O}_2$



۱۰۷- گزینه «۳»

جرم مولی الکل $\text{C}_n\text{H}_{2n+2}\text{O} \text{ و } 12n < (2n+2) < 16n$

جرم مولی الکل $14n < 18n$



۱۰۸- گزینه «۴»

آلکان‌ها ناقطبی بوده و در آب حل نمی‌شوند اما الکل‌ها، هم دارای بخش قطبی و هم ناقطبی هستند که تا پنج اتم کربن در آن‌ها، بخش قطبی بر ناقطبی غلبه کرده و در آب به خوبی حل می‌شوند و هرچه تعداد کربن



آن‌ها کمتر باشد، بخش ناقطبی کوچکتر بوده و در نتیجه به دلیل آبدوستی بیش‌تر در آب بهتر حل می‌شوند.

۱۰۹- گزینه «۲»

بررسی گزینه‌ها:

۱) ویتامین «آ» یک گروه CH دارد، ولی ویتامین «دی» گروه عاملی ندارد، پس می‌توان گفت خصلت ناقطبی و چربی دوستی در ویتامین «دی» بیشتر است.

۲) در ساختار آن، گروه عاملی هیدروکسیل دیده نمی‌شود.

۳) چون در آب نامحلول است، پس در چربی‌های بدن انباشته می‌شود و در نتیجه سبب مسمومیت و رسوب کلسیم در کلیه‌ها و ایجاد سنگ کلیه می‌شود.

۴) ویتامین D، تعداد کربن بیش‌تری نسبت به ویتامین C دارد.

۱۱۰- گزینه «۱»

پلی‌آمیدها از واکنش میان اسید دو عاملی و آمین دو عاملی تشکیل می‌شوند؛ بنابراین ساختار آن‌ها مطابق گزینه «۱» می‌باشد.