



آزمون غیر حضوری دروس اختصاصی فارغ التحصیلان ریاضی (۱۶ شهریور ۱۳۹۷) (مباحث ۲۳ شهریور ۹۷)

برای دیدن پاسخ آزمون غیرمضوری به صفحه مقطع و هم‌پنین به صفحه شفصی فود در قسمت دریافت کارنامه در سایت کانون به آدرس www.kanoon.ir مراجعه نمائید و از منوی سمت راست گزینه آزمون غیرمضوری را انتخاب کنید.

گروه فنی و تولید:

مسئول تولید آزمون غیر حضوری	محمد اکبری
مسئول دفترچه آزمون غیر حضوری	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مریم صالحی مسئول دفترچه: آتیه اسفندیاری
حروف‌چین	حسن خرم‌جو
ناظر چاپ	سوران نعیمی

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۶۹۶۲۴۰۰

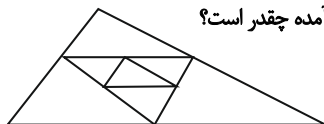
«تمام دارایی‌ها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلمچی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»



حسابان

حسابان
کل کتاب

۱- وسط اضلاع یک مثلث به محیط P را مطابق شکل به هم وصل می‌کنیم و مثلث کوچک‌تر جدیدی می‌سازیم. این عملیات را به‌طور متوالی روی مثلث‌های کوچک‌تر انجام می‌دهیم. مجموع محیط مثلث‌های به‌دست آمده چقدر است؟



- (۱) ۳P (۲) ۲P (۳) ۱/۵P (۴) ۴P

۲- مجموع ضرایب در بسط $(a+b)^{2k+3}$ ، ۲۵۶ واحد از مجموع ضرایب در بسط $(a+b)^{k+5}$ بیش‌تر است. k کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۷

۳- در دامنه‌ی تابع $f(x) = \sqrt{|x-1| + |x+3| - 7}$ چند عدد صحیح قرار نمی‌گیرد؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۴- اگر $f(x) = x^2 - x - 2$ و $f(g(x)) = x^2 + x - 2$ ، آن‌گاه $(f+g)(x)$ کدام گزینه می‌تواند باشد؟

- (۱) $x^2 - 1$ (۲) $x^2 + 1$ (۳) $x^2 - 2x$ (۴) $x^2 + 2x$

۵- اگر $f(x)$ یک تابع چندجمله‌ای و $f \circ f(x) = \frac{4x+1}{5}$ باشد، آنگاه برای f چند ضابطه‌ی متفاوت خواهیم داشت؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶- اگر معکوس تابع $f(x) = \frac{x^3+b}{a}$ به صورت $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{2x-3}$ باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۷- اگر $\tan(\alpha + \beta) = \frac{6}{5}$ و $\tan(\alpha - \beta) = \frac{2}{3}$ باشد، مقدار $\sqrt{\tan 2\beta}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{6}{5}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\sqrt{\frac{8}{15}}$ (۴) $\frac{2}{15}$

۸- حاصل $1 + \tan^{-1}(\tan 3)$ کدام است؟

- (۱) $4 - \pi$ (۲) ۴ (۳) $4 + \pi$ (۴) $\pi - 2$

۹- حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}} \frac{1 + \sin^3 x}{1 + \cos 2x}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) صفر (۴) $-\frac{3}{4}$

۱۰- تابع $f(x) = [x^2 + 2ax]$ در نقطه‌ی $x=2$ پیوسته است. مقدار صحیح a کدام است؟ ([] علامت جزء صحیح است.)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲

ریاضی ۲

ریاضی ۲
کل کتاب

۱۱- جمله‌ی چهارم دنباله‌ی $a_n = \frac{n^2+n}{n-3}$ با جمله‌ی چندم آن برابر است؟

- (۱) هشتم (۲) دهم (۳) سیزدهم (۴) پانزدهم

۱۲- زاویه‌های داخلی یک ۵ ضلعی محدب، تشکیل دنباله‌ی حسابی می‌دهند. اگر اندازه‌ی کوچک‌ترین زاویه برابر 50° درجه باشد، بزرگ‌ترین زاویه‌ی این ۵ ضلعی چند درجه است؟ (مجموع زوایای داخلی یک n ضلعی محدب از رابطه‌ی $(n-2) \times 180^\circ$ به‌دست می‌آید.)

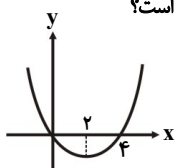
- (۱) ۱۶۶ (۲) ۱۶۴ (۳) ۱۶۲ (۴) ۱۶۰

۱۳- اگر در یک تابع خطی $f(3) = 0$ و $f^{-1}(5) = -2$ باشد، حاصل $f^{-1}(x) + f(x)$ همواره کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $2x - 6$ (۳) $-2x + 6$ (۴) $-x + 3$

۱۴- اگر نمودار تابع به معادله‌ی $y = ax^2 + bx + c$ به‌صورت شکل زیر باشد، آنگاه حدود x برای این‌که عبارت $ax^2 - 2bx + c$ منفی باشد، کدام است؟

- (۱) $-4 < x < 0$ (۲) $0 < x < 4$ (۳) $-8 < x < 0$ (۴) $-10 < x < 0$

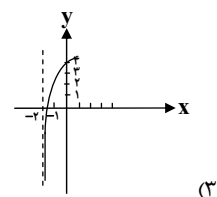
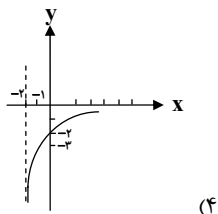
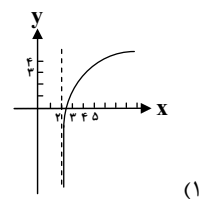
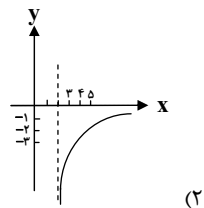


۱۵- دامنه‌ی تابع $f(x) = \frac{x}{2\sqrt{1-\sqrt{1-x}}}$ کدام است؟

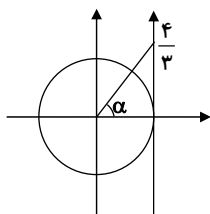
- (۱) $(0, 1]$ (۲) $[0, 1]$ (۳) $(-\infty, 1]$ (۴) $[-1, +\infty)$



۱۶- کدام گزینه نمودار تابع $y = 3 + \log_3(x+2)$ را به درستی نشان می‌دهد؟



۱۷- با توجه به دایره‌ی مثلثاتی نشان داده شده، مقدار $\cos\left(\frac{3\pi}{4} + \alpha\right)$ کدام است؟



(۲) $-\frac{3}{5}$
(۴) $-\frac{3}{4}$

(۱) $\frac{4}{5}$
(۳) $\frac{3}{4}$

جبر و احتمال

کل کتاب

جبر و احتمال

۱۸- در اثبات نامساوی $2(n!) < 3^n$ ، به کمک استقرای تعمیم یافته، کوچک‌ترین عدد طبیعی مناسب برای شروع استقراء کدام است؟

(۴) ۷

(۳) ۶

(۲) ۵

(۱) ۴

۱۹- اگر ادعا کنیم «هر عدد طبیعی دو رقمی را می‌توان به صورت مجموع اعداد طبیعی متوالی نوشت»، این حکم چند مثال نقض دارد؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۲۰- حداقل چند دانش‌آموز در یک مدرسه باید تحصیل کنند تا با اطمینان بگوییم که حداقل ۱۲ نفر در میان آن‌ها وجود دارند که ماه تولدشان یکسان است؟

(۴) ۱۴۵

(۳) ۱۳۳

(۲) ۱۲۱

(۱) ۱۰۹

۲۱- مجموعه‌ی $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ چند زیرمجموعه دارد که مجموع کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عضو آن ۹ شود؟

(۴) ۱۶

(۳) ۲۵

(۲) ۱۸

(۱) ۲۱

۲۲- حاصل عبارت $(A \cup B) \cap (B \cup C) \cap C'$ همواره برابر کدام است؟

(۴) B

(۳) A ∪ B

(۲) B ∩ C

(۱) B - C

۲۳- مجموعه‌ی $A = \{a, b, \{a\}, \{a, b\}\}$ را به چند طریق می‌توان به سه زیرمجموعه افراز کرد؟

(۴) ۶

(۳) ۵

(۲) ۴

(۱) ۳

۲۴- رابطه‌ی $xRy \Leftrightarrow x|y$ روی مجموعه‌ی $A = \{x | x \in \mathbb{Z}, 0 < x^2 \leq 4\}$ ، چند عضو دارد؟

(۴) ۱۶

(۳) ۱۲

(۲) ۸

(۱) ۶

۲۵- سه مرد و سه زن به ترتیب و پشت سر هم از یک در وارد می‌شوند. پیشامد آن که مردها و زن‌ها، یک در میان وارد شوند، چند عضو دارد؟

(۴) ۷۲

(۳) ۳۶

(۲) ۲۴

(۱) ۱۲

۲۶- ۹ نقطه مطابق شکل روی دو خط موازی قرار دارند. یک مثلث به تصادف با این نقاط رسم می‌کنیم. احتمال آن که یکی از رئوس مثلث A باشد کدام است؟



(۲) $\frac{4}{7}$

(۱) $\frac{3}{7}$

(۴) $\frac{5}{14}$

(۳) $\frac{3}{14}$

۲۷- ۴ مهره‌ی سفید، ۴ مهره‌ی قرمز و ۴ مهره‌ی آبی هر کدام با شماره‌های ۱ تا ۴ داریم. سه مهره از این ۱۲ مهره بر می‌داریم. با کدام احتمال جمع شماره‌های انتخابی ۵ است؟

(۴) $\frac{11}{100}$

(۳) $\frac{11}{90}$

(۲) $\frac{9}{110}$

(۱) $\frac{9}{100}$



هندسه ۲

هندسه ۲
کل کتاب

۲۸- کدام قضیه به صورت قضیهی دو شرطی بیان نمی‌شود؟

- (۱) در مثلث متساوی‌الساقین، ارتفاع و میانه‌ی یک ضلع برهم منطبق هستند.
 (۲) در مثلث قائم الزاویه، عمود منصف اضلاع، بر روی بزرگ‌ترین ضلع، متقاطع هستند.
 (۳) در مثلث قائم الزاویه، طول میانه‌ی وارد بر ضلع بزرگ‌تر، نصف طول آن ضلع است.
 (۴) ضلع مقابل به زاویهی 90° در یک مثلث، بزرگ‌ترین ضلع آن است.

۲۹- در مثلث قائم‌الزاویهی ABC ، نقطه‌ی M وسط وتر BC است. نیمسازهای دو زاویهی AMB و AMC ، اضلاع AC و AB را به ترتیب در نقاط P و Q قطع می‌کنند. نسبت $\frac{PQ}{BC}$ برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۳۰- اگر S مکان هندسی نقاطی از صفحه باشد که از دو ضلع AB و AC از مثلث ABC به فاصله‌ی مساوی و از دو رأس B و C به یک فاصله باشند، آنگاه S همواره ... یا ... را مشخص می‌کند.

- (۱) یک خط راست - یک نقطه
 (۲) یک نقطه - یک دایره
 (۳) یک نقطه - تهی
 (۴) یک خط راست - تهی

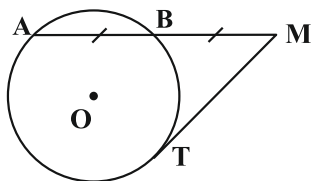
۳۱- دایره‌ی $C(O, \sqrt{3})$ مفروض است. مکان هندسی نقاطی از صفحه که مماس‌های رسم شده از این نقاط بر دایره‌ی C با هم زاویه‌ی 60° بسازند، کدام است؟

- (۱) دایره‌ی $C'(O, 2\sqrt{3})$ (۲) دایره‌ی $C'(O, 4\sqrt{3})$
 (۳) دایره‌ی $C'(O, 3)$ (۴) دایره‌ی $C'(O, 6)$

۳۲- یک دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین بر دایره‌ای به شعاع R محیط شده است. اگر محیط دوزنقه 40 و طول قاعده‌ی کوچک آن 4 باشد، مساحت دوزنقه چقدر است؟

- (۱) 60 (۲) 80 (۳) 40 (۴) 90

۳۳- مطابق شکل در دایره‌ی $C(O, 4)$ ، وتر AB را به اندازه‌ی خود تا نقطه‌ی M امتداد می‌دهیم. اگر طول مماس MT برابر $6\sqrt{2}$ باشد، فاصله‌ی مرکز دایره از وتر AB کدام است؟



- (۱) $\sqrt{5}$
 (۲) $\sqrt{7}$
 (۳) $\sqrt{10}$
 (۴) $2\sqrt{3}$

۳۴- دو دایره‌ی $C(O, 5)$ و $C'(O', 1)$ برون یکدیگرند. اگر طول مماس مشترک خارجی دو دایره برابر $4\sqrt{3}$ باشد، طول مماس مشترک داخلی این دو دایره کدام است؟

- (۱) $3\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{6}$ (۳) $3\sqrt{3}$ (۴) $2\sqrt{7}$

۳۵- تبدیل $T(x, y) = (2x + y, 2y + x)$ خط $x - y = 1$ را به کدام خط تصویر می‌کند؟

- (۱) بر خودش (۲) بر خط $y - x = 1$ (۳) بر خط $x + y = 1$ (۴) بر خط $x + y = \frac{1}{3}$

۳۶- نگاشت M با ضابطه‌ی $M(x, y) = (0, y)$ ، روی نقاط صفحه، تعریف شده است. کدام گزینه درباره‌ی نگاشت M ، همواره درست است؟

- (۱) M ، هر نقطه را روی محور x ها تصویر می‌کند.
 (۲) M ، ایزومتري است.
 (۳) M ، یک به یک نیست.
 (۴) M ، شیب خطوط را حفظ می‌کند.

۳۷- نقاط $A = (3, -5)$ و $B = (0, 1)$ تحت بازتاب نسبت به خط L به ترتیب به نقاط $A' = (1, -1)$ و $B' = (a, b)$ تصویر می‌شوند، $a + b$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -1 (۳) -2 (۴) -3

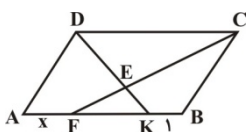
هندسه (۱)

۳۸- در چهارضلعی $ABCD$ ، اگر $AB = AD$ و قطر AC زاویه‌ی \hat{BAD} را نصف کند، کدام نتیجه‌گیری لزوماً درست است؟

- (۱) $BC = CD$
 (۲) $AB = BC$
 (۳) $AD = CD$
 (۴) چهارضلعی لوزی است.

۳۹- در شکل زیر، $ABCD$ متوازی‌الاضلاع، CF و DK نیمساز هستند، $KB = 1$ و $AF = x$ ، x چند واحد است؟

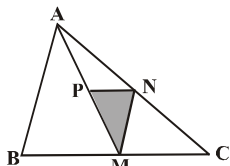
- (۱) $\frac{2}{5}$
 (۲) 2
 (۳) $\frac{1}{5}$
 (۴) 1



هندسه (۱)
کل کتاب



۴۰- در مثلث شکل زیر، نقاط M ، N و P به ترتیب اواسط پاره‌خط‌های BC ، AC و AM هستند. مساحت مثلث MNP چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟

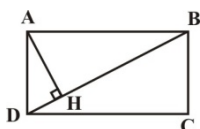


- (۱) $\frac{1}{4}$
 (۲) $\frac{1}{6}$
 (۳) $\frac{1}{8}$
 (۴) $\frac{1}{12}$

۴۱- اگر در یک دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین با زاویه‌ی حاده‌ی 60° ، طول قاعده‌ها برابر ۴ و ۶ باشد آنگاه طول ارتفاع وارد بر قاعده‌ها کدام است؟

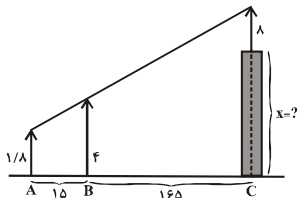
- (۱) $\sqrt{3}$
 (۲) $2\sqrt{2}$
 (۳) $2\sqrt{3}$
 (۴) ۲

۴۲- در مستطیل شکل زیر ($BC = 2$, $AB = 2\sqrt{3}$)، فاصله‌ی نقطه‌ی H از ضلع AB کدام است؟



- (۱) ۱
 (۲) $\frac{3}{2}$
 (۳) $\sqrt{3}$
 (۴) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

۴۳- در شکل زیر، دکلی به طول ۸ متر بر بالای برجی نصب شده است. دید چشمی ناظر به ارتفاع $\frac{1}{8}$ متر از ارتفاع دکل و تیرک ۴ متری در یک راستا هستند. بلندی برج چند متر است؟ (اندازه‌های شکل برحسب متر هستند.)



- (۱) $19/8$
 (۲) $20/2$
 (۳) $20/8$
 (۴) $21/2$

۴۴- مساحت مثلث ABC در شکل زیر، سه برابر مساحت مثلث AMN است. اگر فاصله‌ی نقطه‌ی A تا ضلع BC برابر ۶ و $\hat{ANM} = \hat{ABC}$ باشد، فاصله‌ی نقطه‌ی A تا ضلع MN کدام است؟



- (۱) ۲
 (۲) ۳
 (۳) $2\sqrt{3}$
 (۴) $3\sqrt{2}$

۴۵- حجم یک استوانه 36π و مساحت جانبی آن 24π است. مساحت کل این استوانه کدام است؟

- (۱) 42π
 (۲) 40π
 (۳) 32π
 (۴) 30π

۴۶- صفحه‌ای در نقطه‌ی H بر شعاع OP از کره‌ای به مرکز O و شعاع R عمود می‌شود به گونه‌ای که $HP = 2$. اگر مساحت سطح مقطع حاصل از تقاطع کره و صفحه‌ی مذکور برابر 16π باشد، مساحت کره کدام است؟

- (۱) 64π
 (۲) 100π
 (۳) 120π
 (۴) 164π

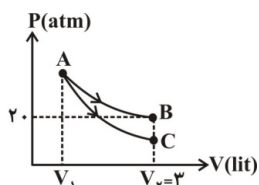
۴۷- مستطیلی به اضلاع ۳ و $3\sqrt{3}$ قاعده‌ی یک هرم است. اگر چهار یال جانبی این هرم با هم مساوی و طول هر یک برابر طول قطر مستطیل باشد، حجم هرم چقدر است؟

- (۱) ۳۶
 (۲) ۳۰
 (۳) ۲۷
 (۴) $18\sqrt{3}$

فیزیک (۳)

کل کتاب

۴۸- مطابق نمودار $P-V$ ی زیر، مقدار معینی از یک گاز کامل تک اتمی از طریق دو فرایند بی‌دررو و هم‌دما از یک حالت با حجم V_1 تا حجم $V_2 = 3 \text{ lit}$ منبسط می‌شود. اگر کاری که گاز در فرایند بی‌دررو بر روی محیط انجام می‌دهد، برابر با

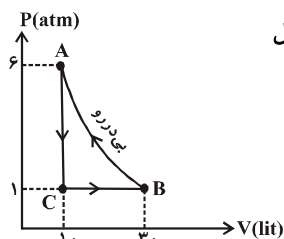


4500 J باشد، فشار نهایی در فرایند بی‌دررو چند اتمسفر است؟ ($C_V = \frac{3}{2}R$)

- (۱) ۱۰
 (۲) ۱۲
 (۳) ۱۵
 (۴) ۲۰

۴۹- مقدار معینی از یک گاز کامل تک اتمی چرخه‌ای مانند شکل مقابل را طی می‌کند. اگر این چرخه مربوط به یک یخچال

فرضی بوده و کار انجام شده در هر چرخه 2500 J باشد، ضریب عملکرد این یخچال کدام است؟ ($C_P = \frac{5}{2}R$)



- (۱) $1/5$
 (۲) ۲
 (۳) ۳
 (۴) ۵

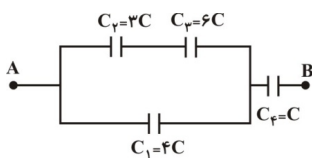


۵۰- بردار مکان بار الکتریکی نقطه‌ای $q = +125 \text{ nC}$ در SI به صورت $\vec{r} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$ می‌باشد. بردار میدان الکتریکی این بار در مبدأ مختصات در SI، کدام

است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$

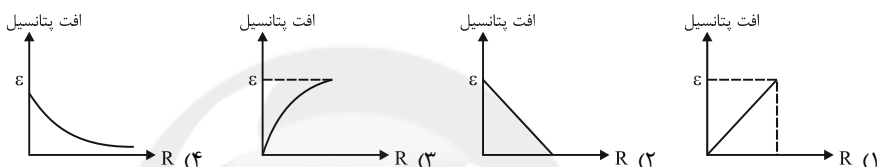
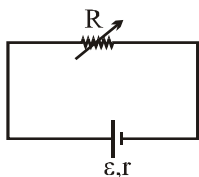
(۱) $36\vec{i} + 27\vec{j}$ (۲) $-27\vec{i} + 36\vec{j}$ (۳) $36\vec{i} - 27\vec{j}$ (۴) $18\vec{i} - 9\vec{j}$

۵۱- در شکل مقابل، انرژی الکتریکی ذخیره شده در خازن C_F ، چند برابر انرژی الکتریکی ذخیره شده در خازن C_V است؟



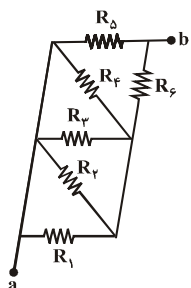
(۱) ۱ (۲) ۹ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) ۲۷

۵۲- در مدار شکل زیر، مقاومت متغیر R را می‌توانیم از صفر تا مقدار بسیار زیادی تغییر دهیم. کدام شکل تغییرات افت پتانسیل در مولد را بر حسب مقاومت R درست نشان می‌دهد؟

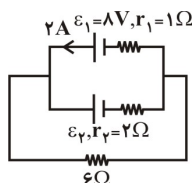


۵۳- در مدار شکل مقابل، مقاومت‌ها مشابه‌اند و بیش‌ترین توان قابل تحمل هر یک از مقاومت‌های مشابه برابر 270 W است.

بیش‌ترین توانی که می‌توان به دو سر ab اعمال کرد، بدون آن‌که هیچ یک از مقاومت‌ها آسیب ببینند، چند وات است؟



(۱) ۴۸۶ (۲) $607/5$ (۳) ۱۲۱۵ (۴) ۱۶۲۰



۵۴- در مدار شکل مقابل، نیروی محرکه‌ی مولد ϵ_2 چند ولت است؟

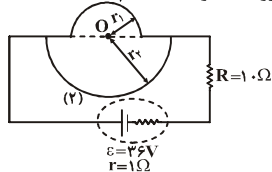
(۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۰

۵۵- در کدام یک از گزینه‌های زیر، جهت عقربه‌ی مغناطیسی‌ای که به حالت تعادل درآمده، درست نشان داده شده است؟



۵۶- در شکل زیر، مقاومت الکتریکی نیم‌حلقه‌ی (۱)، نصف مقاومت الکتریکی نیم‌حلقه‌ی (۲) است. اگر $r_1 = 1.0 \text{ cm}$ و $r_2 = 2.0 \text{ cm}$ و مقاومت الکتریکی معادل دو

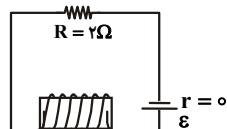
نیم‌حلقه برابر با 1Ω باشد، بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز مشترک دو نیم‌حلقه (نقطه‌ی O)، چند میکروتسلا و به کدام سمت است؟



$(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}})$

(۱) $2/5\pi$ برون سو
(۲) $2/5\pi$ درون سو
(۳) $1/5\pi$ برون سو
(۴) $1/5\pi$ درون سو

۵۷- در شکل زیر، توان الکتریکی مصرفی مقاومت R برابر با ۸ وات است. اگر سیم‌لوله در هر متر 30° دور حلقه داشته باشد، بزرگی میدان مغناطیسی روی



محور اصلی سیم‌لوله و به دور از لبه‌های آن، چند تسلا است؟ $(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}})$

(۱) $2/4\pi \times 10^{-5}$ (۲) $2/4\pi \times 10^{-5}$
(۳) $9/6\pi \times 10^{-5}$ (۴) $9/6\pi \times 10^{-5}$



فیزیک (۲)

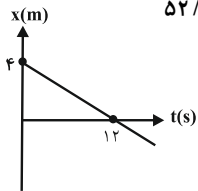
کل کتاب

فیزیک (۲)

۵۸- کدام یک از اندازه گیری‌های زیر توسط یک خط‌کش میلی‌متری صورت گرفته است؟

- (۱) ۵۲cm (۲) ۵۲/۰۱m (۳) ۵۲/۰cm (۴) ۵۲/۰m

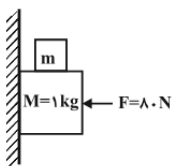
۵۹- اگر نمودار مکان- زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل باشد، معادله‌ی مکان- زمان متحرک کدام است؟



- (۱) $x = -\frac{t}{4} + 4$
 (۲) $x = -\frac{t}{3} + 4$
 (۳) $x = -\frac{t}{4} - 4$
 (۴) $x = -\frac{t}{3} - 4$

۶۰- متحرکی با شتاب ثابت روی خط راستی حرکت می‌کند و در ۲ ثانیه‌ی اول حرکت ۱۶m و در ۲ ثانیه‌ی دوم ۸m را در یک جهت طی می‌کند. شتاب حرکت و سرعت اولیه‌ی آن به ترتیب از راست به چپ در SI کدامند؟

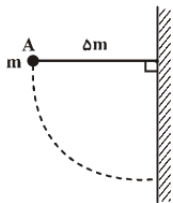
- (۱) ۱۰, ۲ (۲) -۲, ۱۰ (۳) ۶, ۸ (۴) -۸, ۶



۶۱- مطابق شکل مقابل، جرم $M = 1\text{kg}$ توسط نیروی افقی $F = 80\text{N}$ به دیوار قائمی فشرده شده و ثابت است. اگر ضریب اصطکاک ایستایی بین جرم M و سطح دیوار برابر با 0.2 باشد، جرم m چند گرم باشد تا جرم M در آستانه‌ی حرکت قرار گیرد؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

و جرم m با دیوار تماس ندارد.

- (۱) ۰/۶ (۲) ۶۰۰ (۳) ۰/۴ (۴) ۴۰۰



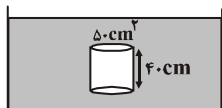
۶۲- مطابق شکل مقابل، نخ‌ی به طول 5m و جرم ناچیز را به گلوله‌ای به جرم $m = 2\text{kg}$ می‌بندیم. اگر گلوله را از نقطه‌ی A رها کنیم، پس از برخورد به دیوار برمی‌گردد و انرژی جنبشی گلوله پس از برخورد با دیوار برابر با 0.8 انرژی جنبشی آن درست در لحظه‌ی برخورد با دیوار می‌شود. گلوله در برگشت تا چه ارتفاع قائمی از نقطه‌ی برخورد، بر حسب متر بالا می‌رود؟ (از مقاومت هوا صرف‌نظر کنید.)

- (۱) ۲ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) ۳

۶۳- اگر در اثر انبساط، حجم یک جسم ۲۵ درصد افزایش یابد، چگالی آن چند درصد کاهش خواهد یافت؟

- (۱) ۸۰ (۲) ۷۵ (۳) ۲۵ (۴) ۲۰

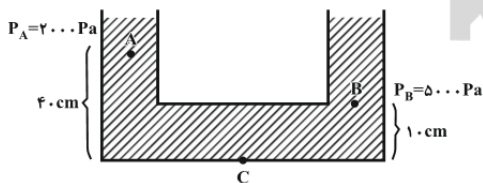
۶۴- استوانه‌ای به سطح قاعده‌ی 50cm^2 و ارتفاع 40cm ، درون مایعی به شکل زیر در نظر می‌گیریم. اگر اختلاف نیروی وارد بر سطح قاعده‌ی پایینی و بالایی استوانه برابر با 17N باشد، چگالی مایع چند واحد SI است؟



($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

- (۱) ۱۷۰۰ (۲) ۳۴۰۰ (۳) ۸۵۰ (۴) ۳۴۰

۶۵- در شکل زیر، فشار نقطه‌های A و B در درون یک مایع ساکن داده شده است. فشار مایع در نقطه‌ی C چند پاسکال است؟ (از فشار هوا صرف‌نظر کنید و



($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

- (۱) ۸۰۰۰ (۲) ۹۰۰۰ (۳) ۶۰۰۰ (۴) ۷۰۰۰

۶۶- اگر با یک دستگاه گرماده به مدت t به جرم معینی از آب 20°C گرما بدهیم، دمای آن به 60°C می‌رسد. اگر با همان دستگاه گرماده به مدت $\frac{t}{3}$ به یخ صفر درجه‌ی سلسیوس هم جرم با آب گرما دهیم چه کسری از جرم یخ ذوب نشده باقی می‌ماند؟ (آب $L_F = 80\text{cal}$ و از اتلاف انرژی صرف‌نظر شود.)

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{5}{6}$

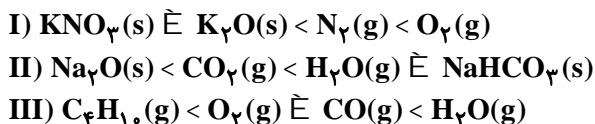
۶۷- میله‌ای با حجم ثابت را می‌کشیم تا طول آن 50 درصد افزایش یابد. چنانچه در این حالت اختلاف دمای بین دو سر آن نیز 50 درصد افزایش دهیم، آهنگ شارش گرما در واحد زمان از این میله چند برابر حالت اول می‌گردد؟ (انبساط میله بر اثر افزایش دما را ناچیز فرض کنید.)

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{4}{5}$ (۴) $\frac{3}{5}$



اختیاری - شیمی ۳: کل کتاب

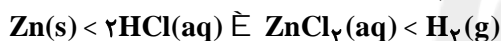
۶۸- با توجه به واکنش‌های زیر، کدام گزینه صحیح می‌باشد؟



- (۱) مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش‌دهنده‌ها در واکنش (II) بیش‌تر از ضریب استوکیومتری واکنش‌دهنده در واکنش (I) است.
 (۲) مجموع ضرایب استوکیومتری فراورده‌های واکنش (I) با ضریب O_2 در واکنش (III) برابر است.
 (۳) مجموع ضرایب استوکیومتری گاز اکسیژن در واکنش‌های (I) و (III)، کم‌تر از مجموع ضرایب مواد شرکت‌کننده در واکنش (II) است.
 (۴) گاز CO_2 کم‌ترین ضریب استوکیومتری را در بین مواد شرکت‌کننده در سه واکنش دارد.

۶۹- کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

- (۱) واکنش محلول نقره نیترات با محلول قرمز رنگ پتاسیم کرومات از نوع جابه‌جایی دوگانه است که به تشکیل رسوب قهوه‌ای نقره کرومات منجر می‌شود.
 (۲) متانول به الکل چوب معروف است و از گرم کردن چوب در غیاب اکسیژن تا دمای 400°C به دست می‌آید.
 (۳) $10^{21} \times 10^{11} \times 3$ مولکول اکسیژن حجمی معادل با حجم $10^3 \times 5$ آ. مول گاز هلیوم در شرایط STP دارد.
 (۴) در شرایطی که چگالی گاز اکسیژن 1.4 g.L^{-1} است، $3/5$ گرم آن $2/5$ لیتر حجم دارد.

۷۰- اگر گاز تولیدشده در واکنش کامل و موازنه شده زیر برای واکنش تولید آمونیاک با بازده ۶۰٪ در شرایط STP مورد استفاده قرار گیرد و $16/8$ لیتر آمونیاکتولید گردد، چند گرم روی با خلوص ۷۵٪ مورد استفاده قرار گرفته است؟ ($\text{Zn } 65 \text{ g.mol}^{-1}$)

- (۱) $162/5$ (۲) $101/25$ (۳) $203/5$ (۴) $81/25$

۷۱- مقدار ۹ گرم فلز آلومینیم با خلوص ۷۵ درصد را وارد نیم لیتر محلول HCl با غلظت ۲/۵ مولار می‌کنیم. در اثر انجام کامل واکنش، $8/4$ لیتر گاز در شرایط STP تولید می‌شود. طی این فرایند واکنش‌دهنده محدودکننده ... می‌باشد و از واکنش‌دهنده دیگر ... گرم باقی می‌ماند.

- (۱) $9/13 > \text{HCl}$ (۲) $36/50 > \text{HCl}$ (۳) $18/25 > \text{Al}$ (۴) $6/08 > \text{Al}$

۷۲- یک تیغه مسی به جرم ۴۰ گرم را درون محلول نقره نیترات قرار داده‌ایم. اگر ۸۰ درصد نقره تولید شده روی تیغه مس قرار گیرد، تیغه ۲۷/۲ گرم افزایش

جرم پیدا می‌کند. چند درصد از مس وارد واکنش شده است؟ ($\text{Ag } 108, \text{Cu } 64; \text{ g.mol}^{-1}$)

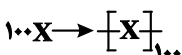
(ضرایب واکنش‌دهنده‌ها، با هم برابر نیست.)

- (۱) ۱۸ (۲) ۲۵ (۳) ۴۰ (۴) ۵۱

۷۳- چه تعداد از مطالب زیر درست است؟

- به‌طور میانگین می‌توان بنزین مورد استفاده در خودروها را ترکیب خالص ۲، ۲، ۴ - تری‌متیل پنتان در نظر گرفت.
 حجم گاز مورد نیاز برای پرکردن کیسه هوا با حجم مشخص، به چگالی گاز وابسته است که آن هم به دما بستگی دارد.
 نسبت مولی سوخت به اکسیژن در موتور خودروبی که با سرعت معمولی حرکت می‌کند، در نسبت ۱ به $12/5$ نگهداری می‌شود.
 در واکنش مولد گاز در کیسه هوای خودروها، دما تا بیش از 100°C بالا می‌رود و باعث انبساط گازها می‌شود.

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۷۴- ۳۰ مول از X تحت شرایط مناسب طبق واکنش زیر با بازده ۶۰٪ تبدیل به پلیمری به جرم 504 گرم می‌شود. X کدام گزینه می‌تواند باشد؟

- (۱) C_3H_6 (۲) C_2H_4 (۳) CH_2CHCN (۴) CH_2CHCl

۷۵- چند مورد از موارد زیر درست است؟

ظرفیت گرمایی ویژه، دما و حجم از جمله کمیت‌های شدتی یک سامانه محسوب می‌شوند.

قطعه‌ای یخ مکعبی شکل به حجم 5 cm^3 در شرایط استاندارد ذوب می‌شود. تغییر انرژی درونی آن همواره مثبت است.
 در گرماسنج بمبی که UH سامانه را در فشار ثابت اندازه‌گیری می‌کند، بمب فولادی سامانه‌ای ایزوله محسوب می‌شود.

اگر گرمای تشکیل $\text{NH}_3(\text{g})$ برابر 46 kJ.mol^{-1} باشد، UH واکنش $\text{N}_2(\text{g}) < 3\text{H}_2(\text{g}) \rightleftharpoons 2\text{NH}_3(\text{g})$ برابر 92 kJ می‌شود.

در سامانه‌ای که در فشار ثابت کار می‌کند و با افزایش حجم همراه است، UEM UH می‌باشد.

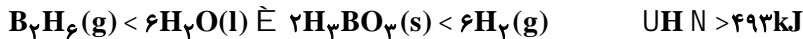
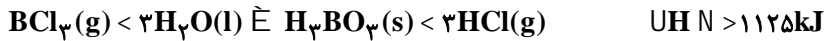
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴



۷۶- در واکنش ترمیت آنتالپی واکنش برابر $823 >$ کیلوژول است. در صورتی که با مصرف ۱۸ گرم آلومینیم با خلوص ۷۵٪، ۲۰۰ گرم یخ صفر درجه سلسیوس تبدیل به آب صد درجه سلسیوس شود، بازده درصدی واکنش تقریباً چه قدر است؟ (ناخالصی‌ها گرمای واکنش را جذب نمی‌کنند.) ($U_{H_2O} > 1 \text{ J/g} \cdot \text{C}$, $N = 14 \text{ g/mol}$, $C = 12 \text{ g/mol}$, $Al = 27 \text{ g/mol}$)

$$\begin{array}{cccc} 70\% & (1) & 93\% & (2) \\ & & 52\% & (3) \\ & & 35\% & (4) \end{array}$$

۷۷- با توجه به واکنش‌های زیر، کدام گزینه U_{H_2O} واکنش $2BCl_3(g) + 3HCl(g) \rightleftharpoons B_2H_6(g) + 6Cl_2(g)$ را بر حسب kJ به درستی نشان می‌دهد؟



$$\begin{array}{cccc} & (1) & (2) & (3) \\ & < 1306 & < 653 & > 1306 \\ & & & > 653 \end{array}$$

۷۸- با توجه به آنتالپی‌های استاندارد، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

دمای شعله سوختن اتان، اتن و اتین همانند واکنش‌پذیری و اندازه آنتالپی استاندارد سوختن آن‌ها، به ترتیب مقابل است: آنتالپی استاندارد ذوب و تبخیر جیوه از آب بیش‌تر است. میانگین آنتالپی پیوند $C \equiv C$ دقیقاً دو برابر $C > C$ است.

مطابق قرارداد، آنتالپی استاندارد سوختن (گرافیت $C(s)$) صفر در نظر گرفته می‌شود.

$$\begin{array}{cccc} \text{صفر} & (1) & (2) & (3) \\ & & & > 0 \end{array}$$

۷۹- در واکنش: $2HCl(g) \rightleftharpoons H_2(g) + Cl_2(g)$ اگر آنتالپی استاندارد تشکیل $HCl(g)$ برابر $92 >$ کیلوژول بر مول باشد، با توجه به جدول

فرمول شیمیایی	$H_2(g)$	$Cl_2(g)$	$HCl(g)$
S(J/K)	۱۳۱	۲۲۳	۱۸۷

آنتروپی زیر، می‌توان گفت که این واکنش:

(۱) فقط در دماهای بالا خودبه‌خودی است.

(۲) فقط در دماهای پایین خودبه‌خودی است.

(۳) در همه دماها غیر خودبه‌خودی است.

(۴) در همه دماها خودبه‌خودی است.

۸۰- واکنشی با $U_{H_2O} aJ$ و $US N bJ.K > 1$ در دمای 100° کلورین به‌طور خودبه‌خودی در حال انجام است. در این واکنش a و b از کدام رابطه الزاماً پیروی می‌کند؟ ($b > 0$)

$$\begin{array}{cccc} a < b < 100 & (1) & \frac{a}{b} < 100 & (2) \\ & & b > a < 100 & (3) \\ & & a > b < 100 & (4) \end{array}$$

۸۱- کدام مورد نادرست است؟

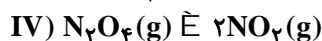
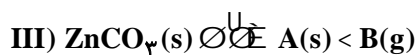
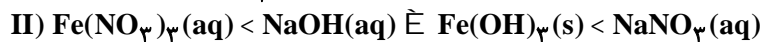
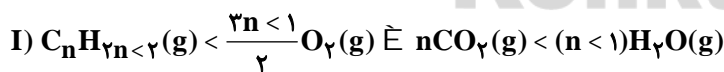
(۱) طبق قانون نسبت‌های ترکیبی در فشار و دمای یکسان، یک مول از گازهای مختلف حجم ثابت و برابری دارند.

(۲) انرژی درونی و آنتالپی هر دو تابع حالت هستند.

(۳) اندازه آنتالپی استاندارد سوختن الکل‌ها از آلکان‌های هم‌کربن، کم‌تر است.

(۴) ویتامین C در ساختار خود علاوه بر عامل‌های الکلی، عامل استری هم دارد.

۸۲- با توجه به واکنش‌های زیر کدام گزینه نادرست است؟



(۱) در واکنش IV هر چند آنتالپی و آنتروپی در خلاف جهت هم عمل می‌کنند ولی این واکنش در دما و فشار اتاق خودبه‌خودی پیشروی می‌کند.

(۲) واکنش II ، از نوع جابه‌جایی دوگانه بوده و مجموع ضرایب استوکیومتری مواد محلول در آب پس از موازنه برابر ۷ است.

(۳) در واکنش III ، تعداد اتم‌های اکسیژن در $B(g)$ دو برابر $A(s)$ است.

(۴) در واکنش I در فشار ثابت، همواره $U_{H_2O} > U_{CO_2}$ است.

۸۳- در صورتی که $11/2$ لیتر گاز کربن دی‌اکسید در شرایط STP با چهار لیتر محلول $0/8$ مولار لیتیم هیدروکسید واکنش دهد، غلظت لیتیم هیدروکسید در نهایت، چند درصد کاهش می‌یابد؟ (از تغییرات حجم محلول صرف‌نظر کنید.)

$$\begin{array}{cccc} 34/25 & (1) & 62/75 & (2) \\ & & 31/25 & (3) \\ & & 68/75 & (4) \end{array}$$



۸۴- انحلال پذیری نمکی در دمای معین برابر ۴۰ گرم در ۱۰۰ گرم آب می باشد. اگر محلول سیر شده ای از این نمک در همان دما تهیه کنیم، غلظت مولار آن

بر حسب مول بر لیتر چه قدر است؟ (جرم مولی نمک ۱۰۰ گرم و چگالی محلول را $1/4 \text{ g.mL}^{-1}$ در نظر بگیرید.)

(۱) ۰/۴ (۲) ۲/۵ (۳) ۴ (۴) ۵/۷

۸۵- چند مورد از مطالب زیر نادرست اند؟

آ- در تولوئن حل می شود و در طی فرایند انحلال، دمای محلول تغییر محسوسی دارد.

ب- مخلوط آب، تولوئن، هگزان، NaCl و نفتالن همواره دوفازی است.

پ- در پاک کننده های صابونی، گروه سولفونات سبب پخش شدن چربی ها در آب می شود.

ت- در دما و فشار یکسان، انحلال پذیری گاز NH_3 از انحلال پذیری گازهای HCl ، CO_2 ، N_2 و O_2 بیش تر است.

ث- ترکیبات $\text{CH}_3(\text{CH}_2)_n\text{OH}$ و $\text{CH}_3(\text{CH}_2)_n\text{COOH}$ تنها به ازای ۱، ۲، ۳، n در آب محلولند.

(۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۸۶- محلول ۰/۱ مولال کلسیم کلرید نسبت به ۰/۱ مولال سدیم نیترات دارای رسانایی الکتریکی است و در فشار یکسان شروع دمای جوش دارد و منجمد می شود.

(۱) بیش تر - بالاتر - دیرتر (۲) بیش تر - پایین تر - دیرتر

(۳) کم تر - بالاتر - زودتر (۴) کم تر - پایین تر - زودتر

۸۷- با ۶۰ میلی لیتر محلول ۲/۸ مولار پتاسیم هیدروکسید، تقریباً حداکثر چند گرم محلول ۳ مولال آن را می توان تهیه کرد؟

($\text{H N}_1, \text{O N}_{16}, \text{K N}_{39} : \text{g.mol}^{-1}$)

(۱) ۵۹/۱ (۲) ۶۱/۵ (۳) ۶۵/۴ (۴) ۱۹۶/۲

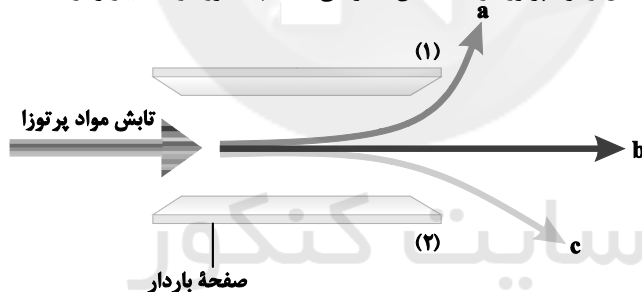
اجباری - شیمی ۲: کل کتاب

۸۸- جرم یک مولکول AB_3 برابر ۱۱۷/۳ amu است. اگر جرم اتمی میانگین عنصر B برابر ۳۵/۵ amu باشد، درصد فراوانی ایزوتوپ های ^1A و

^{11}A به ترتیب کدام است؟ (عدد جرمی را برابر جرم اتمی با یکای amu در نظر بگیرید.)

(۱) ۲۰ > ۸۰ (۲) ۸۰ > ۲۰ (۳) ۳۰ > ۷۰ (۴) ۷۰ > ۳۰

۸۹- با توجه به شکل که مربوط به تابش های حاصل از مواد پرتوزا در یک میدان الکتریکی است، چند مورد از مطالب زیر درست هستند؟



آ- پرتو b از جنس امواج الکترومغناطیسی بوده و از یک ورق آلومینیومی می تواند عبور کند.

ب- بار الکتریکی صفحه ۲ مشابه بار الکتریکی پرتوهای کاتی است.

پ- پرتو a جریانی از ذره های باردار است که جرم آن چهار برابر جرم اتم هیدروژن است.

ت- b پرتو گاما بوده که طول موج بسیار کوتاه و انرژی بسیار زیادی دارد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۰- اگر X عنصری واسطه از گروه ششم جدول تناوبی و با عنصر ^{33}As هم دوره باشد، کدام گزینه درباره آن نادرست است؟

(۱) در آخرین زیرلایه آن یک الکترون وجود دارد.

(۲) دارای ۲ زیرلایه نیم پر است.

(۳) تفاوت عدد اتمی عنصر X با عنصر اصلی هم دوره خود که دارای ۴ الکترون در آخرین زیرلایه می باشد، برابر ۱۰ است.

(۴) در اتم X، تعداد الکترون ها با ^{13}N ، ۳ واحد بیش تر از تعداد الکترون ها با ^{12}N است.

۹۱- جدول زیر، قسمتی از جدول دوره های عناصر را نشان می دهد، با توجه به آن و روند تغییرات دوره ای در جدول تناوبی، در کدام گزینه هر دو مقایسه

نادرست ذکر شده است؟ (r_w شعاع وان دروالسی و IE_1 انرژی نخستین یونش است.)

(۱) $F > O > H$ ، $r_w > I > M > r_w > J$ الکترونگاتیوی:

(۲) $C > M > D$ ، شعاع اتمی: $IE_1 B \ll IE_1 I < O < IE_1 A$

(۳) $G > H > O > H > H$ ، طول پیوند: $IE_1 D > M > IE_1 F$

(۴) $C > O > E$ ، خاصیت فلزی: $IE_1 B > M > IE_1 D$

گروه \ دوره	۱	۲	۱۳	۱۷	۱۸
۲	A	C	E	G	I
۳	B	D	F	H	J



۹۲- کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

- (۱) آرایش یون‌ها در بلور یک نمک، بسته به اندازه‌های نسبی آنیون و کاتیون، از الگوی خاصی پیروی می‌کند.
 (۲) خصلت یونی پیوند میان یون‌ها در Li_2O بیش‌تر از این خصلت در میان یون‌های NaI است.
 (۳) منیزیم اکسید به عنوان جامد یونی، رسانای جریان الکتریسته است.
 (۴) انرژی شبکه در KBr کم‌تر از انرژی شبکه در Na_2O است.

۹۳- با توجه به جدول زیر در هر یک از ستون‌های آ، ب، پ و ت (به ترتیب از راست به چپ)، چند مورد نادرست است؟ (عدد اتمی: $\text{S}, \text{P}, \text{O}, \text{C}$)

ت	پ	ب	آ	آنیون
شکل هندسی	عدد اکسایش اتم مرکزی	شمار پیوند داتیو	نسبت شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی به پیوندی	
چهاروجهی	<۵	۱	۳	PO_4^{3-}
هرمی	<۴	۰	۲	CO_3^{2-}
مسطح مثلثی	<۶	۱	۲	SO_3^{2-}

(۱) ۱، ۰، ۱، ۲ (۲) ۰، ۰، ۱، ۱ (۳) ۱، ۰، ۲، ۲ (۴) ۰، ۰، ۲، ۱

۹۴- در کدام گزینه زاویه پیوندی هر ۳ گونه داده شده از 120°E کم‌تر است؟

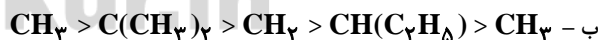
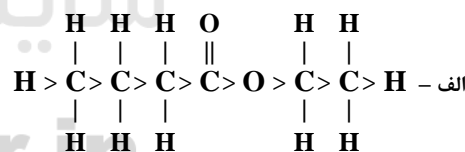
- (۱) H_2S و H_2O ، SO_2 و H_2O
 (۲) NH_3 و PCl_3 ، SO_2 و H_2O
 (۳) BeF_2 و AlCl_3 ، SO_2 و H_2O
 (۴) NH_3 و CS_2 ، PCl_3 و H_2O

۹۵- چند مورد از موارد زیر درست است؟

- مولکولی که در آن همه پیوندها قطبی باشند، همواره قطبی است.
 پیوند هیدروژنی نوعی از نیروهای بین مولکولی است که بسیار ضعیف‌تر از پیوندهای کووالانسی بین اتم‌هاست.
 ترتیب زاویه پیوندی در مولکول‌ها یا یون‌های دارای نیتروژن به صورت $\text{NO}_2 < \text{NO} < \text{N}_2\text{O}$ است.
 شکل هندسی و تعداد الکترون اطراف اتم مرکزی در هر سه ذره H_2O ، PH_3 و CH_3^+ برابر است.
 طول پیوند دوگانه در مولکول N_2O از پیوند یگانه $\text{N} > \text{O}$ کوتاه‌تر و انرژی پیوند $\text{N} > \text{O}$ دو برابر انرژی پیوند $\text{N} > \text{O}$ است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۶- در کدام یک از گزینه‌های زیر، دو ترکیب الف و ب به ترتیب از راست به چپ به درستی نام‌گذاری شده‌اند؟



- (۱) اتیل پروپانوات / ۲ - متیل - ۴ - اتیل پنتان
 (۲) اتیل پروپانوات / ۳، ۵، ۵ - تری‌متیل هگزان
 (۳) اتیل بوتانوات / ۲ - اتیل - ۴ - متیل پنتان
 (۴) اتیل بوتانوات / ۲، ۲، ۴ - تری‌متیل هگزان

۹۷- چند مورد از مطالب زیر درست است؟ ($\text{C} 12, \text{H} 1: \text{g.mol}^{-1}$)

- فرمول تجربی اتیل بوتانوات با فرمول تجربی استون یکسان است.
 تفاوت جرم مولی بنزن و نفتالن با جرم مولی اتن برابر است.
 C_5H_6 می‌تواند فرمول مولکولی یک هیدروکربن سیر شده یا سیر نشده باشد و فرمول تجربی آن با فرمول تجربی ۱- هگزن یکسان است.
 بوی بد ماهی فاسد شده به دلیل آزاد شدن یک ترکیب آمیدی است.
 در مولکول آسپرین دو اتم اکسیژن دارای ۴ قلمرو الکترونی هستند و شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی اتم‌های این ترکیب برابر ۴ است.

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱



ریاضی ۲

۱۱ - گزینه «۴»

$$a_n = \frac{n^2 + n}{n - 3} \xrightarrow{n=4} a_4 = \frac{16 + 4}{4 - 3} = 20$$

$$\frac{n^2 + n}{n - 3} = 20 \Rightarrow n^2 + n = 20n - 60 \Rightarrow n^2 - 19n + 60 = 0$$

$$\Rightarrow (n - 15)(n - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 4 \\ n = 15 \end{cases}$$

پس جمله پانزدهم دنباله برابر با جمله چهارم دنباله است.

۱۲ - گزینه «۱»

مجموع زاویه‌های داخلی یک ۵ ضلعی محدب با استفاده از رابطه $(n - 2) \times 180^\circ$ برابر 540° به دست می‌آید. فرض کنیم اندازه زاویه‌های این ۵ ضلعی که تشکیل یک دنباله حسابی می‌دهند، به صورت زیر باشد:

$$x - 2d, x - d, x, x + d, x + 2d$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (x - 2d) + (x - d) + x + (x + d) + (x + 2d) = 540^\circ \\ x - 2d = 50^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5x = 540^\circ \\ x - 2d = 50^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 108^\circ \\ x = 2d + 50^\circ \end{cases} \Rightarrow 2d + 50^\circ = 108^\circ$$

$$\Rightarrow 2d = 58^\circ \Rightarrow x + 2d = 108^\circ + 58^\circ = 166^\circ$$

۱۳ - گزینه «۳»

می‌دانیم اگر $f(a) = b$ باشد، آنگاه $f^{-1}(b) = a$ خواهد شد

$$f^{-1}(\delta) = -2 \Rightarrow f(-2) = \delta$$

(۱) وارون پذیر است. پس داریم:

$$f(3) = 0 \Rightarrow f^{-1}(0) = 3$$

اگر ضابطه تابع خطی f را به صورت $f(x) = ax + b$ در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} f(3) = 0 \Rightarrow 0 = 3a + b \\ f(-2) = \delta \Rightarrow \delta = -2a + b \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3a + b = 0 \\ -2a + b = \delta \end{cases} \Rightarrow a = -1, b = 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3a + b = 0 \\ -2a + b = \delta \end{cases} \Rightarrow a = -1, b = 3$$

$$\Rightarrow f(x) = -x + 3$$

می‌دانیم معکوس یک تابع خطی نیز خود یک تابع خطی است. اگر ضابطه f^{-1} رابه صورت $f^{-1}(x) = a'x + b'$ در نظر بگیریم، داریم:

$$\begin{cases} f^{-1}(\delta) = -2 \Rightarrow a' \times \delta + b' = -2 \\ f^{-1}(0) = 3 \Rightarrow a' \times 0 + b' = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a' \times \delta + b' = -2 \\ b' = 3 \end{cases} \Rightarrow a' \times \delta + 3 = -2 \Rightarrow a' = -1$$

$$\Rightarrow a' = -1$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = -x + 3$$

$$f^{-1}(x) + f(x) = (-x + 3) + (-x + 3) = -2x + 6$$

۷ - گزینه «۲»

$$2\beta = (\alpha + \beta) - (\alpha - \beta)$$

$$\Rightarrow \tan 2\beta = \tan((\alpha + \beta) - (\alpha - \beta))$$

$$= \frac{\tan(\alpha + \beta) - \tan(\alpha - \beta)}{1 + \tan(\alpha + \beta)\tan(\alpha - \beta)}$$

$$= \frac{\frac{6}{5} - \frac{2}{3}}{1 + \frac{6}{5} \times \frac{2}{3}} = \frac{\frac{18}{15} - \frac{10}{15}}{1 + \frac{12}{15}} = \frac{\frac{8}{15}}{\frac{27}{15}} = \frac{8}{27}$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{\tan 2\beta} = \sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{2}{3}$$

۸ - گزینه «۱»

$$\alpha = \tan^{-1}(\tan 3), \quad -\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \tan 3 \Rightarrow \alpha = k\pi + 3 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Rightarrow k = -1, \alpha = 3 - \pi$$

$$\Rightarrow 1 + \tan^{-1}(\tan 3) = 1 + 3 - \pi = 4 - \pi$$

۹ - گزینه «۱»

$$\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}} \frac{1 + \sin^2 x}{1 + \cos 2x} = \frac{1 - 1}{1 - 1} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}} \frac{1 + \sin^2 x}{1 + \cos 2x} = \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}} \frac{(1 + \sin x)(1 - \sin x + \sin^2 x)}{2(1 - \sin^2 x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}} \frac{(1 + \sin x)(1 - \sin x + \sin^2 x)}{2(1 - \sin x)(1 + \sin x)} = \frac{1 - (-1) + 1}{2(1 + 1)} = \frac{3}{4}$$

۱۰ - گزینه «۴»

ضابطه تابع را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$f(x) = [(x + a)^2 - a^2]$$

با توجه به این که، a عددی صحیح است داریم:

$$f(x) = [(x + a)^2] - a^2$$

بنابراین در $x = 2$ می‌توان نوشت:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} ([(x + a)^2] - a^2) = [(2^+ + a)^2] - a^2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} ([(x + a)^2] - a^2) = [(2^- + a)^2] - a^2$$

$$\Rightarrow [(2^+ + a)^2] = [(2^- + a)^2]$$

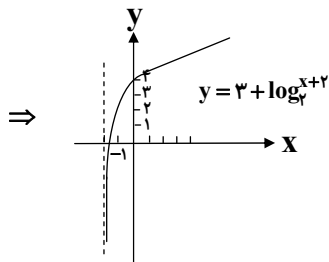
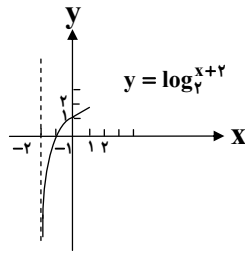
$$[(0^+)^2] = [(0^-)^2]$$

می‌دانیم:

پس برای برقراری تساوی فوق باید داشته باشیم:

$$2 + a = 0$$

بنابراین داریم: $a = -2$



۱۴ - گزینه «۳»

دهانه نمودار به معادله $y = ax^2 + bx + c$ به سمت بالا باز می‌شود. پس $a > 0$ است. همچنین دو نقطه $(0, 0)$ و $(4, 0)$ روی نمودار به معادله $y = ax^2 + bx + c$ قرار دارند. پس در معادله آن صدق می‌کنند. داریم:

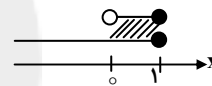
$$\left. \begin{aligned} (0, 0) \in y &\Rightarrow c = 0 \\ (4, 0) \in y &\Rightarrow 16a + 4b = 0 \Rightarrow b = -4a \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow ax^2 - 4bx + c = ax^2 + \lambda ax = ax(x + \lambda) < 0$$

x	-λ	0	
ax	-	0	+
x+λ	-	+	+
ax(x+λ)	+	-	+

$$\Rightarrow -\lambda < x < 0$$

۱۵ - گزینه «۱»



با توجه به ضابطه تابع f، باید عبارتهای زیر رادیکال غیر منفی بوده و مخرج کسر نیز مخالف صفر باشد. داریم:

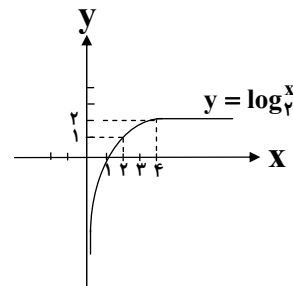
$$\begin{cases} 1-x \geq 0 & \Rightarrow x \leq 1 & (1) \\ 1-\sqrt{1-x} > 0 & \Rightarrow \sqrt{1-x} < 1 \\ \Rightarrow 0 \leq 1-x < 1 & \Rightarrow 0 < x \leq 1 & (2) \end{cases}$$

$$\text{اشتراک (۱)، (۲)} \rightarrow (0, 1]$$

۱۶ - گزینه «۳»

ابتدا نمودار تابع $y = \log_{\sqrt{2}} x$ را رسم نموده، سپس آن را به اندازه ۲ واحد به سمت چپ محور xها و ۳ واحد به سمت بالای محور yها انتقال می‌دهیم.

$$\begin{array}{c|ccc} x & \frac{1}{2} & 1 & 2 & 4 \\ \hline y & -1 & 0 & 1 & 2 \end{array} \Rightarrow$$



۱۷ - گزینه «۱»

می‌دانیم $\cos(\frac{3\pi}{4} + \alpha) = \sin \alpha$ است. همچنین:

باتوجه به شکل صورت سؤال، $\tan \alpha = \frac{4}{3}$ می‌باشد.

$$1 + \tan^2 \alpha = 1 + \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{1}{1 + (\frac{4}{3})^2} = \frac{1}{\frac{9 + 16}{9}} = \frac{9}{25} \quad (1)$$

طبق رابطه $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$ داریم:

$$\xrightarrow{(1)} \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = \frac{16}{25} \Rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{4}{5}$$

α در ناحیه اول مثلثاتی است. پس $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ و در نتیجه

$$\cos(\frac{3\pi}{4} + \alpha) = \frac{4}{5}$$

جبر و احتمال

۱۸ - گزینه «۳»

در این گونه تست‌ها حتماً بزرگ‌ترین عدد داده شده در گزینه‌ها در نامعادله صادق است (چرا؟). بنابراین داریم:

n	۳ ⁿ	۲(n!)	۳ ⁿ < ۲(n!)
۴	۸۱	۴۸	۸۱ > ۴۸
۵	۲۴۳	۲۴۰	۲۴۳ > ۲۴۰
۶	۷۲۹	۱۴۴۰	۷۲۹ < ۱۴۴۰

⇒

۶ = کوچک‌ترین عدد طبیعی مناسب



$$۷۲ = ۳! \times ۳! \times ۲ = \text{تعداد اعضای پیشامد مطلوب}$$

۲۶- گزینه «۴»

ابتدا کل مثلث‌های ممکن که رئوسشان روی این دو خط باشند را حساب می‌کنیم:

$$\binom{4}{1} \binom{5}{2} + \binom{5}{1} \binom{4}{2} = ۴۰ + ۳۰ = ۷۰$$

حالت مطلوب این است که یکی از رئوس مثلث A باشد، پس دو حالت داریم:
(۱) دو رأس دیگر از خط پایین باشد:

$$\binom{5}{2} = ۱۰$$

(۲) یک رأس از خط بالا و یک رأس از خط پایین باشد:

$$\binom{3}{1} \binom{5}{1} = ۱۵$$

که مجموعاً ۲۵ مثلث با این شرایط وجود دارد.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۲۵}{۷۰} = \frac{۵}{۱۴}$$

۲۷- گزینه «۲»

تعداد کل حالات:

$$n(S) = \binom{۱۲}{۳} = ۲۲۰$$

حالت‌های مورد نظر $\{۳, ۱, ۱\}$, $\{۲, ۲, ۱\}$ هستند.

$$\text{برای } \{۲, ۲, ۱\} \text{ انتخاب رنگ مهره‌ها } = ۹ = \binom{۳}{۲} \times \binom{۳}{۱}$$

مهره شماره ۲ و یک مهره از ۳ مهره شماره ۱

برای $\{۳, ۱, ۱\}$ نیز همین طور است. پس $n(A) = ۱۸$.

$$P(A) = \frac{۱۸}{۲۲۰} = \frac{۹}{۱۱۰}$$

هندسه (۲)

۲۸- گزینه «۴»

قضیه‌ای را دو شرطی می‌نامیم که عکس آن نیز یک قضیه شرطی باشد.
در مورد گزینه (۴)، عکس قضیه برقرار نیست. زیرا در هر مثلث لزوماً زاویهٔ روبه‌رو به بزرگ‌ترین ضلع، ۹۰° نیست. تمام مثلث‌های غیر قائم‌الزاویه، مثال نقض برای عکس قضیه شرطی داده شده هستند.

۲۹- گزینه «۴»

در مثلث قائم‌الزاویه AM, ABC

(میانه وارد بر وتر) نصف وتر BC یعنی

برابر با BM و CM است. از طرفی طبق

تمرین ۱۵ صفحه ۲۲ کتاب درسی

می‌دانیم $PQ \parallel BC$ ، بنابراین طبق قضیه

تالس داریم:

$$\frac{PQ}{BC} = \frac{AP}{AC} = \frac{AQ}{AB}$$

در مثلث AMB طبق قضیه نیمسازها می‌توان نوشت:

$$\frac{AQ}{QB} = \frac{AM}{BM} = ۱$$

$$\text{بنابراین } AQ = QB \text{ و در نتیجه } \frac{PQ}{BC} = \frac{AQ}{AB} = \frac{۱}{۲}$$

۱۹- گزینه «۳»

در حالت کلی، اعدادی که به صورت ۲^n ($n \in W$) باشند، مثال نقض هستند (به صورت مجموع اعداد طبیعی متوالی نوشته نمی‌شوند). پس در بین اعداد دو رقمی، ۳ مثال نقض داریم: ۶۴، ۳۲، ۱۶

۲۰- گزینه «۳»

نکته مهم درسی: تعدادی کبوتر می‌خواهند در n لانه قرار گیرند. برای این که حداقل یک لانه وجود داشته باشد که حداقل k کبوتر در آن باشد، باید حداقل تعداد کبوترها برابر $n(k-1) + ۱$ باشد.

پس داریم:

$$۱۳۳ = ۱۲ \times ۱۱ + ۱ = ۱۲(۱۲-۱) + ۱ = \text{حداقل تعداد دانش‌آموزان}$$

۲۱- گزینه «۱»

حالت اول: اگر بزرگ‌ترین عضو ۷ و کوچک‌ترین عضو ۲ باشد، در این صورت باید تعداد زیرمجموعه‌های شامل ۲ و ۷ و فاقد ۱ را حساب کنیم که برابر است با:

$$۲^۴ = ۱۶$$

حالت دوم: اگر بزرگ‌ترین عضو ۶ و کوچک‌ترین عضو ۳ باشد، آنگاه باید تعداد زیرمجموعه‌های شامل ۳، ۶ و فاقد ۱، ۲، ۷ را محاسبه کنیم که برابر است با:

$$۲^۲ = ۴$$

حالت سوم: بزرگ‌ترین عضو ۵ و کوچک‌ترین عضو ۴ باشد، که فقط به صورت $\{۴, ۵\}$ می‌شود. بنابراین تعداد کل حالات برابر با $۱ + ۴ + ۱۶ = ۲۱$ است.

تذکر: در یک مجموعه n عضوی تعداد زیرمجموعه‌های شامل k عضو (یا فاقد k عضو) برابر با ۲^{n-k} می‌باشد.

۲۲- گزینه «۱»

$$(A \cup B) \cap [(B \cup C) \cap C']$$

$$= (A \cup B) \cap [(B \cap C') \cup (C \cap C')]$$

$$= (A \cup B) \cap (B - C) = B - C$$

$$B - C \subseteq B \subseteq A \cup B$$

تذکر:

۲۳- گزینه «۴»

مجموعه A دارای ۴ عضو است، پس هر افزایی از آن که دارای ۳ زیرمجموعه باشد، شامل دو زیرمجموعه یک عضوی و یک زیرمجموعه دو عضوی است که تعداد حالات

$$\frac{\binom{4}{1} \binom{3}{1} \binom{2}{2}}{۲!} = ۶$$

آن برابر است با:

۲۴- گزینه «۳»

$$A = \{-۲, -۱, ۱, ۲\}$$

$$R = \{(-۲, -۲), (-۲, ۲), (-۱, -۲), (-۱, -۱), (-۱, ۱)\}$$

$$\text{و } (۲, -۲), (۲, ۲), (۱, -۲), (۱, -۱), (۱, ۱), (۱, ۲), (۲, ۲), (۲, ۲)\}$$

پس R دارای ۱۲ عضو است.

۲۵- گزینه «۴»

زن‌ها را با W و مردها را با M نمایش می‌دهیم. اعضای پیشامد مورد نظر یکی از دو حالت زیر را دارا می‌باشند:

$$\left. \begin{array}{l} \{W_۳, M_۳, W_۲, M_۲, W_۱, M_۱\} \\ \{M_۳, W_۳, M_۲, W_۲, M_۱, W_۱\} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

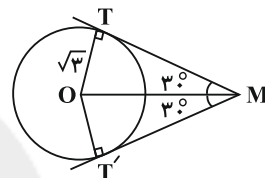


۳۰- گزینه «۱»

مکان هندسی نقاطی از صفحه که از دو ضلع AB و AC به یک فاصله باشند، نیمساز زاویه A است. مکان هندسی نقاطی از صفحه که از دو نقطه B و C به یک فاصله باشند، عمودمنصف BC است. فصل مشترک نیمساز \hat{A} و عمودمنصف BC مکان هندسی مورد نظر است.
اگر $AB = AC$ ، نیمساز و عمودمنصف بر هم منطبق اند و مکان هندسی یک خط راست است. در غیر این صورت نیمساز و عمودمنصف متقاطع اند و مکان هندسی مورد نظر یک نقطه است.

۳۱- گزینه «۱»

فرض می کنیم نقطه‌ای مانند M ، خاصیت مسأله را دارا باشد. داریم:



$$\Delta TOM : \sin(\widehat{TMO}) = \frac{OT}{OM} \Rightarrow \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{OM} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{OM}$$

$$\Rightarrow OM = 2\sqrt{3}$$

بنابراین فاصله نقطه M ، از نقطه O برابر مقدار ثابت $2\sqrt{3}$ است. پس نقطه M روی دایره $C'(O, 2\sqrt{3})$ قرار دارد.

۳۲- گزینه «۲»

در دوزنقه محیطی $ABCD$ داریم:

$$AD + BC = AB + CD$$

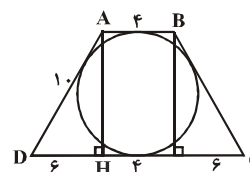
محیط دوزنقه متساوی الساقین ۴۰ واحد است پس:

$$AD + BC = 20 \Rightarrow AD = BC = 10$$

$$\frac{AB + CD}{2} = 20 \Rightarrow CD = 16$$

$$AH = \sqrt{AD^2 - DH^2} = \sqrt{100 - 36} = 8$$

$$S_{ABCD} = \frac{(AB + CD) \times AH}{2} = 80$$



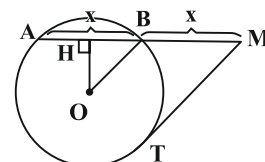
۳۳- گزینه «۲»

با توجه به فرض سؤال $AB = BM = x$ و $MT = 6\sqrt{2}$ ، در نتیجه طبق روابط طولی داریم:

$$MB \cdot MA = MT^2$$

$$\Rightarrow 2x^2 = 72$$

$$\Rightarrow AB = x = 6$$



از مرکز دایره، عمود OH را بر وتر AB فرود می آوریم. داریم:

$$BH = \frac{AB}{2} = 3, OB = R = 4$$

$$\xrightarrow{\text{فیناغورس}} OH = \sqrt{OB^2 - BH^2} = \sqrt{16 - 9} = \sqrt{7}$$

۳۴- گزینه «۴»

اگر طول خط‌المركزین دو دایره C و C' را برابر d در نظر بگیریم، آنگاه طبق فرض داریم:

$$C' \text{ و } C : l = \sqrt{d^2 - (\Delta - 1)^2} = 4\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow d^2 - 16 = 48 \Rightarrow d^2 = 64 \Rightarrow d = 8$$

$$\Rightarrow C' \text{ و } C : l' = \sqrt{d^2 - (\Delta + 1)^2}$$

$$= \sqrt{8^2 - 6^2} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$$

۳۵- گزینه «۱»

$$T(x, y) = (X, Y) \Rightarrow \begin{cases} X = 2x + y \\ Y = 2y + x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2X - Y}{3} \\ y = \frac{2Y - X}{3} \end{cases}$$

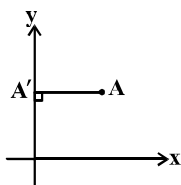
$$\Rightarrow x - y = \frac{2X - Y}{3} - \frac{2Y - X}{3} = 1$$

$$\Rightarrow 3X - 3Y = 3 \Rightarrow X - Y = 1$$

پس معادله خط با معادله تصویرش تحت اثر T یکسان است.

۳۶- گزینه «۳»

این نگاشت هر نقطه مانند $A = (x, y)$ را به $A' = (0, y)$ تصویر می کند. از نظر هندسی، A' تصویر قائم نقطه A روی محور y است. این نگاشت یک به یک نیست، زیرا مطابق شکل، هر نقطه روی پاره خط AA' و یا امتداد آن به نقطه A' تصویر می شود.



۳۷- گزینه «۴»

فرض کنیم L محور تقارن باشد، داریم:

$$AA' \text{ وسط } M = (2, -2), m_{AA'} = \frac{-2 - 1}{3 - 1} = -2 \Rightarrow m_L = \frac{1}{2}$$

$$\text{معادله محور تقارن } L : 2y - x + 8 = 0$$

$$AA' \parallel BB' \Rightarrow m_{AA'} = m_{BB'} \Rightarrow -2 = \frac{b-1}{a} \Rightarrow 2a + b = 1 \quad (1)$$

اگر E وسط BB' باشد، مختصات E در L صدق می کند:

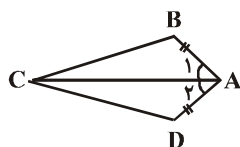
$$\text{از } E = \left(\frac{a}{2}, \frac{b+1}{2}\right) \Rightarrow 2\left(\frac{b+1}{2}\right) - \frac{a}{2} + 8 = 0 \Rightarrow 2b - a = -18 \quad (2)$$

$$\text{و (۱) و (۲) داریم: } a = 4 \text{ و } b = -7 \text{ و در نتیجه: } a + b = -3$$

هندسه (۱)

۳۸- گزینه «۱»

$$\begin{cases} AB = AD \\ \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \xrightarrow{\text{ض ز ض}} \Delta ABC \cong \Delta ADC \Rightarrow BC = CD \\ AC = AC \end{cases}$$





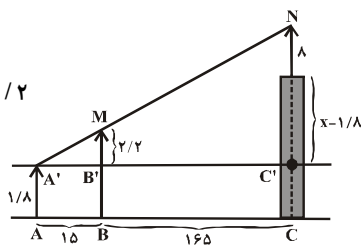
$$\begin{cases} B'M \parallel C'N \\ B'M = 4 - 1/8 = 7/2 \\ C'N = (x+8) - 1/8 = x + 6/2 \end{cases}$$

قضیه تالس $\frac{B'M}{C'N} = \frac{A'B'}{A'C'}$

$$\Rightarrow \frac{7/2}{x + 6/2} = \frac{15}{18}$$

$$\Rightarrow x + 6/2 = 7/2 \times 12/15 = 28/5$$

$$\Rightarrow x = 28/5 - 6/2 = 20/5 = 4 \text{ m}$$



۴۴- گزینه «۳»

فاصله A تا ضلع BC را h و فاصله A تا ضلع MN را h' می‌نامیم. دو مثلث ABC و AMN متشابه هستند. (به حالت تساوی دو زاویه). پس داریم:

$$\frac{S_{ABC}}{S_{AMN}} = \left(\frac{h}{h'}\right)^2 \Rightarrow 3 = \frac{36}{h'^2} \Rightarrow h'^2 = 12 \Rightarrow h' = 2\sqrt{3}$$

۴۵- گزینه «۱»

شعاع قاعده و ارتفاع این استوانه را به ترتیب r و h در نظر می‌گیریم. طبق فرض سؤال داریم:

$$\begin{cases} \text{حجم استوانه: } V = \pi r^2 h = 36\pi \Rightarrow r^2 h = 36 \\ \text{مساحت جانبی استوانه: } S_1 = 2\pi r h = 24\pi \Rightarrow r h = 12 \end{cases}$$

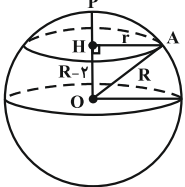
$$\Rightarrow r = \frac{r^2 h}{r h} = \frac{36}{12} = 3$$

پس مساحت کل این استوانه برابر خواهد بود با:

$$S' = 2\pi r^2 + \frac{2\pi r h}{S_1} = 2\pi(3)^2 + 24\pi = 18\pi + 24\pi = 42\pi$$

۴۶- گزینه «۲»

اگر شعاع کره برابر R و شعاع دایره حاصل از تقاطع صفحه و کره برابر r باشد داریم:



$$\text{مساحت سطح مقطع} = \pi r^2 \Rightarrow 16\pi = \pi r^2$$

$$\Rightarrow r = 4 \Rightarrow r^2 = 16$$

در مثلث قائم‌الزاویه OAH داریم:

$$OA^2 = OH^2 + AH^2 \Rightarrow R^2 = (R-2)^2 + 4^2 \Rightarrow R = 5$$

$$\text{مساحت کره} = 4\pi R^2 = 4\pi \times 5^2 = 100\pi$$

۴۷- گزینه «۳»

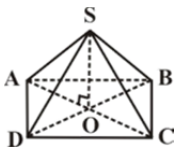
(ارتفاع \times مساحت قاعده) \div حجم هرم

$$S_{ABCD} = 3\sqrt{3} \times 3 = 9\sqrt{3}, AC = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 + 3^2} = 6$$

$$\hat{O} = 90^\circ, SA = AC = 6, OA = \frac{AC}{2} = 3$$

$$SO^2 = SA^2 - OA^2 = 27 \Rightarrow SO = h = 3\sqrt{3}$$

$$V = \frac{1}{3}(9\sqrt{3} \times 3\sqrt{3}) = 27$$



۳۹- گزینه «۴»

$$\hat{BCD} \text{ نیمساز } CF \Rightarrow \hat{DCF} = \hat{BCF} = \alpha$$

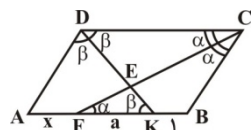
$$\hat{ADC} \text{ نیمساز } DK \Rightarrow \hat{ADK} = \hat{CDK} = \beta$$

$$DC \parallel AB \text{ و } CF \text{ مورب} \Rightarrow \hat{DCF} = \hat{CFB} = \alpha$$

$$DC \parallel AB \text{ و } DK \text{ مورب} \Rightarrow \hat{CDK} = \hat{DKA} = \beta$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta BCF : \hat{BCF} = \hat{CFB} = \alpha \Rightarrow CB = FB = a + 1 \\ \Delta ADK : \hat{ADK} = \hat{DKA} = \beta \Rightarrow AD = AK = x + a \end{aligned} \right\}$$

$$\xrightarrow{AD=BC} a + 1 = x + a \Rightarrow x = 1$$

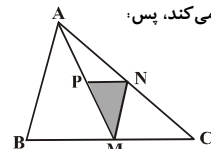


۴۰- گزینه «۳»

می‌دانیم که هر یک از میانه‌های یک مثلث، سطح آن را به دو مثلث هم مساحت تقسیم می‌کند، پس:

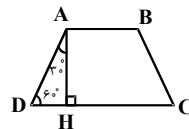
$$S_{PMN} = \frac{1}{3} S_{AMN} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{3} S_{AMC}\right)$$

$$= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{3} \left(\frac{1}{3} S_{ABC}\right)\right) \Rightarrow S_{PMN} = \frac{1}{27} S_{ABC}$$



۴۱- گزینه «۱»

مطابق شکل، AH ارتفاع وارد بر قاعده‌های دوزنقه متساوی‌الساقین ABCD است. پس با توجه به مفروضات مسأله داریم:



$$DH = \frac{CD - AB}{2} = \frac{6 - 4}{2} = 1$$

می‌دانیم که طول ضلع روبه‌رو به زاویه 30° در مثلث قائم‌الزاویه، نصف وتر است، پس:

$$\Delta ADH (\hat{H} = 90^\circ, \hat{A} = 30^\circ) : DH = 1 = \frac{AD}{2} \Rightarrow AD = 2 \Rightarrow$$

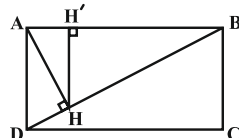
$$AH^2 = AD^2 - DH^2 = 4 - 1 = 3 \Rightarrow AH = \sqrt{3}$$

۴۲- گزینه «۲»

در مثلث قائم‌الزاویه ABD، داریم:

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 = 12 + 4 = 16 \Rightarrow BD = 4$$

$$AB^2 = BD \cdot BH \Rightarrow 12 = 4 \cdot BH \Rightarrow BH = 3$$



حال اگر از H، عمود HH' را بر ضلع AB رسم کنیم، داریم:

$$HH' \parallel AD \Rightarrow \frac{HH'}{AD} = \frac{BH}{BD} \Rightarrow \frac{HH'}{2} = \frac{3}{4} \Rightarrow HH' = \frac{3}{2}$$

۴۳- گزینه «۲»

مطابق شکل، از نقطه A' (چشم ناظر) خطی افقی رسم می‌کنیم، داریم:



فیزیک (۳)

۴۸- گزینه «۱»

چون A و B روی منحنی هم‌دما قرار دارند، دمای برابری دارند و با توجه به معادله حالت گازهای کامل می‌توان نوشت:

$$P_A V_A = P_B V_B \Rightarrow P_A V_A = 2.0 \times 1.5 \times 3 \times 10^{-3} = 6.0 \cdot J$$

از طرف دیگر چون فرایند AC فرایندی بی‌دررو است می‌توان نوشت:

$$\Delta U_{AC} = Q_{AC} + W_{AC} \xrightarrow{Q_{AC} = 0} \text{فرایند بی‌دررو است.}$$

$$W_{AC} = \Delta U_{AC} = n C_{M,V} \Delta T$$

$$\xrightarrow{\text{گاز تک اتمی است.}} W_{AC} = \frac{3}{2} n R \Delta T$$

$$\Rightarrow W_{AC} = \frac{3}{2} (P_C V_C - P_A V_A)$$

$$\Rightarrow -45.0 = \frac{3}{2} (P_C \times 3 \times 10^{-3} - 6.0)$$

$$\Rightarrow P_C = 1.0^6 \text{ Pa} \Rightarrow P_C = 1.0 \text{ atm}$$

۴۹- گزینه «۲»

با توجه به چرخه سؤال، گاز در فرایند هم‌فشار انبساطی CB گرمای Q_C را از منبع سرد می‌گیرد و دمایش افزایش می‌یابد، بنابراین می‌توان نوشت:

$$Q_C = Q_{CB} = n C_{P,V} \Delta T = n \times \frac{5}{2} R \Delta T = \frac{5}{2} P \Delta V$$

$$\Rightarrow Q_C = \frac{5}{2} \times 1 \times 10^{-3} \times (3.0 - 1.0) \times 10^5 \Rightarrow Q_C = 5.0 \cdot J$$

بنابراین با توجه به تعریف ضریب عملکرد یخچال داریم:

$$K = \frac{Q_C}{W} = \frac{5.0}{2.5} = 2$$

۵۰- گزینه «۲»

فاصله بار q از مبدأ مختصات برابر است با:

$$r = \sqrt{9 + 16} = 5 \text{ m}$$

اندازه میدان الکتریکی در مبدأ مختصات به صورت زیر به دست می‌آید:

$$E = k \frac{q}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{125 \times 10^{-9}}{25} = 45 \frac{N}{C}$$

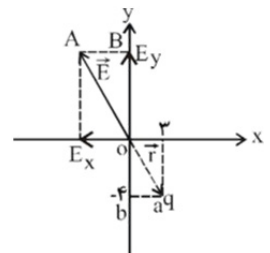
با توجه به شکل زیر، می‌دانیم که دو مثلث oab و oAB متشابه هستند، بنابراین داریم:

$$\frac{45}{5} = \frac{|E_x|}{3} = \frac{|E_y|}{4}$$

$$\Rightarrow |E_x| = 27 \frac{N}{C} \quad \text{و} \quad |E_y| = 36 \frac{N}{C}$$

$$\vec{E} = E_x \vec{i} + E_y \vec{j}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = -27 \vec{i} + 36 \vec{j} \left(\frac{N}{C} \right)$$

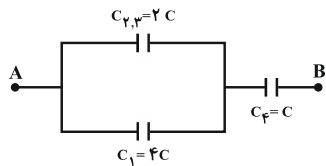


۵۱- گزینه «۴»

ابتدا خازن معادل دو خازن متوالی C_1 و C_2 را حساب می‌کنیم و مدار را ساده‌تر می‌کنیم:

$$C_{1,2} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{3C \times 6C}{3C + 6C} \Rightarrow C_{1,2} = 2C$$

اگر بار خازن C_1 را برابر با q فرض کنیم، بار خازن معادل $C_{1,2}$ نیز برابر با q خواهد بود و با توجه به موازی بودن خازن $C_{1,2}$ با خازن C_1 و برابر بودن اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر آنها، بار خازن C_1 برابر با $2q$ خواهد بود. از طرف دیگر، بار خازن C_2 برابر با مجموع بار خازن‌های C_1 و C_2 خواهد بود و بنابراین $q_2 = q + 2q = 3q$ است. بنابراین می‌توان نوشت:



$$U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \Rightarrow \frac{U_f}{U_p} = \left(\frac{q_f}{q_p} \right)^2 \times \frac{C_p}{C_f}$$

$$\Rightarrow \frac{U_f}{U_p} = \left(\frac{3q}{q} \right)^2 \times \frac{3C}{C} \Rightarrow \frac{U_f}{U_p} = 27$$

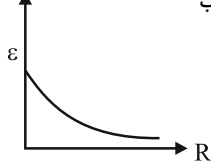
۵۲- گزینه «۴»

می‌دانیم افت پتانسیل در مولد برابر با حاصل ضرب جریان گذرا از آن در مقاومت درونی آن است. از طرف دیگر با توجه به رابطه جریان مدار تک‌حلقه داریم:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R+r} \Rightarrow Ir = \frac{\mathcal{E}r}{R+r}$$

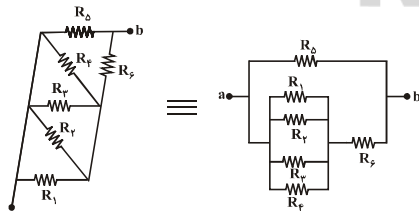
افت پتانسیل

که اگر نمودار تغییرات Ir (افت پتانسیل) بر حسب R را رسم کنیم، مطابق شکل مقابل خواهد بود.



۵۳- گزینه «۱»

ابتدا مدار را به شکل ساده‌تری رسم می‌کنیم تا مقاومتی که بیش‌ترین توان مصرفی را به ازای یک اختلاف پتانسیل معین بین دو نقطه a و b دارد، مشخص شود:



با توجه به شکل ساده شده مدار، اگر اختلاف پتانسیل معینی بین a و b برقرار شود، بیش‌ترین اختلاف پتانسیل بر مقاومت R_D اعمال می‌شود و چون مقاومت‌ها یکسانند،

بنابراین رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ ، این مقاومت دارای بیش‌ترین توان مصرفی خواهد بود. مقاومت

معادل بین دو نقطه a و b را حساب می‌کنیم و با یک تناسب ساده، حداکثر توان قابل اعمال به دو سر مدار را به دست می‌آوریم:

$$\frac{1}{R_{1,2,3,4}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}$$



$$B_1 = \mu_0 \frac{NI_1}{2r_1} \Rightarrow B_1 = 2\pi \times 10^{-7} \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{0.1} = 2\pi \mu T \text{ درون سو}$$

$$B_2 = \mu_0 \frac{NI_2}{2r_2} \Rightarrow B_2 = 2\pi \times 10^{-7} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{0.2} = 0.5\pi \mu T \text{ برون سو}$$

چون $B_1 > B_2$ است، برابند میدان‌های مغناطیسی در مرکز مشترک دو نیم حلقه درون سو بوده و اندازه آن برابر است با:

$$\vec{B}_T = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 \Rightarrow |\vec{B}_T| = |\vec{B}_1| - |\vec{B}_2| = 2\pi \cdot 0.5\pi \mu T$$

$$\Rightarrow |\vec{B}_T| = 1/5\pi \mu T$$

۵۷- گزینه «۲»

ابتدا شدت جریان مدار که جریان عبوری از سیمولوله نیز است را به دست می‌آوریم:

$$P = RI^2 \Rightarrow \frac{P = \lambda W}{R = 2\Omega} \Rightarrow I = 2A$$

بزرگی میدان مغناطیسی درون سیمولوله به صورت زیر به دست می‌آید:

$$B = \mu_0 nI = \mu_0 \frac{NI}{l} \quad \begin{matrix} N=30, I=2A \\ l=1m \end{matrix}$$

$$B = 4\pi \times 10^{-7} \times 30 \times 2 = 2/4\pi \times 10^{-5} T$$

فیزیک (۲)

۵۸- گزینه «۳»

چون دقت اندازه‌گیری خط‌کش در حد میلی‌متر است، نتیجه بیان شده نیز باید دقتی برابر با ۱ میلی‌متر داشته باشد. برای محاسبه دقت یک اندازه‌گیری، آخرین رقم سمت راست اندازه‌گیری را برابر با ۱ قرار داده و بقیه ارقام را برابر یا صفر می‌گذاریم. به این صورت دقت اندازه‌گیری برحسب واحد داده شده به دست می‌آید:

(۱) گزینه ۱: $1\text{cm} = 10\text{mm}$ و

(۲) گزینه ۲: $0.1\text{m} = 1\text{cm} = 10\text{mm}$ و

(۳) گزینه ۳: $0.1\text{cm} = 1\text{mm}$ و

(۴) گزینه ۴: $0.1\text{m} = 1\text{dm} = 100\text{mm}$

بنابراین در گزینه (۳) دقت اندازه‌گیری در حد میلی‌متر است.

۵۹- گزینه «۲»

با توجه به این که نمودار x برحسب t یک خط راست با شیب ثابت است، نوع حرکت متحرک یک‌نواخت بوده و معادله حرکت آن به صورت $x = vt + x_0$ می‌باشد. با توجه به این که متحرک در لحظه $t = 0$ در مکان 4m و در لحظه $t = 12\text{s}$ در مبدأ مکان ($x = 0$) بوده است، می‌توان نوشت:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 4\text{m} \\ t = 12\text{s} \Rightarrow x = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 0 = 12v + 4 \Rightarrow v = -\frac{1}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

بنابراین معادله مکان-زمان متحرک به صورت $x = -\frac{1}{3}t + 4$ می‌باشد.

۶۰- گزینه «۲»

با استفاده از معادله مکان-زمان در حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، می‌توان نوشت:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$$

$$\Rightarrow 16 = \frac{1}{2}a \times 2^2 + v_0 \times 2 \Rightarrow a + v_0 = 8 \quad (1)$$

$$\Rightarrow R_{1,2,3,4} = \frac{R}{4}, R_{1,2,3,4,5,6} = R_{1,2,3,4} + R_6$$

$$\Rightarrow R_{1,2,3,4,5,6} = \frac{5}{4}R$$

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_{1,2,3,4,5,6}} + \frac{1}{R_5} \Rightarrow R_T = \frac{5}{9}R$$

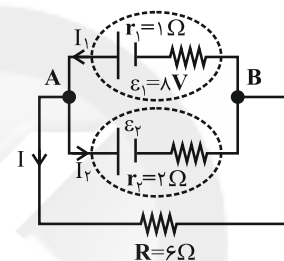
حال با توجه به این که ولتاژ دو سر مقاومت R_5 که بیش‌ترین توان مصرفی را دارد، با ولتاژ دو سر مجموعه برابر است، می‌توان نوشت:

$$P = \frac{V^2}{R} \xrightarrow{V_T = V_5} \frac{P_T}{P_5} = \frac{R_5}{R_T} \Rightarrow \frac{P_T}{270} = \frac{R}{\frac{5}{9}R}$$

$$\Rightarrow P_T = 486\text{W}$$

۵۴- گزینه «۱»

چون مولد \mathcal{E}_1 محرکه است، بنابراین داریم:



$$V_{AB} = \mathcal{E}_1 - I_1 r_1 \Rightarrow V_{AB} = 8 - 2 \times 1 = 6\text{V}$$

از طرفی با استفاده از قانون اهم، داریم:

$$I = \frac{V_{AB}}{R} = \frac{6}{6} = 1\text{A}$$

در نتیجه در گره A ، داریم:

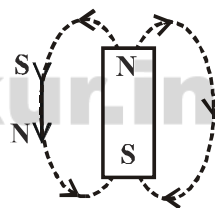
$$I_2 = I_1 - I = 2 - 1 = 1\text{A}$$

چون مولد \mathcal{E}_2 ضد‌محرکه است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$V_{AB} = \mathcal{E}_2 + I_2 r_2 \Rightarrow 6 = \mathcal{E}_2 + 1 \times 2 \Rightarrow \mathcal{E}_2 = 4\text{V}$$

۵۵- گزینه «۱»

با توجه به شکل زیر و در نظر گرفتن خط‌های میدان مغناطیسی، فقط گزینه «۱» صحیح است.



۵۶- گزینه «۴»

ابتدا شدت جریان را در مدار تک‌حلقه به دست می‌آوریم، داریم:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_T + r} = \frac{36}{(1+1)+1} \Rightarrow I = 3\text{A}$$

چون دو نیم‌حلقه به صورت موازی به یک‌دیگر بسته شده‌اند، اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها با هم یکسان است و بنابراین جریان عبوری از هر یک، برابر است با:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow I_1 R_1 = I_2 R_2 \xrightarrow{R_2 = 2R_1} I_1 = 2I_2$$

$$I_1 + I_2 = 3\text{A} \Rightarrow 2I_2 + I_2 = 3 \Rightarrow I_2 = 1\text{A}, I_1 = 2\text{A}$$

برای محاسبه اندازه میدان مغناطیسی ناشی از جریان هر نیم‌حلقه در نقطه O ، داریم:



$$17 = \rho \times 1.0 \times 0.4 \times 5.0 \times 10^{-4} \Rightarrow \rho = 85 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

۶۵- گزینه «۳»

با توجه به شکل سؤال برای دو نقطه A و B می توان نوشت:

$$\begin{cases} P_A = \rho g h_A \\ P_B = \rho g h_B \end{cases} \Rightarrow P_B - P_A = \rho g (h_B - h_A)$$

$$\Rightarrow 5.0 \dots - 2.0 \dots = \rho \times 1.0 \times (0.4 - 0.1) \Rightarrow \rho = 1.0 \dots \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

با داشتن چگالی مایع می توان فشار را در نقطه C محاسبه کرد:

$$\begin{cases} P_C = \rho g h_C \\ P_B = \rho g h_B \end{cases} \Rightarrow P_C - P_B = \rho g (h_C - h_B)$$

$$\Rightarrow P_C - 5.0 \dots = 1.0 \dots \times 1.0 \times (0.1) \Rightarrow P_C = 6.0 \dots \text{Pa}$$

۶۶- گزینه «۴»

مقدار گرمایی که دستگاه گرماده با توان مفید P در مدت t می دهد برابر با Q = Pt است. حال برای جرم معینی از آب که از دستگاه گرماده به مدت t گرما دریافت کرده می توان نوشت:

$$\frac{Q = mc\Delta\theta, Q = Pt}{\theta_1 = 20^\circ\text{C}, \theta_2 = 60^\circ\text{C}} \Rightarrow Pt = mc(60 - 20) \Rightarrow Pt = 4 \cdot mc \quad (1)$$

در حالت دوم اگر جرم یخ ذوب شده با گرمای دریافتی از دستگاه گرماده در مدت $\frac{t}{3}$ باشد، خواهیم نوشت:

$$\frac{Q' = P \frac{t}{3}}{Q' = m' L_f} \Rightarrow P \frac{t}{3} = m' \times 80 \cdot c \Rightarrow Pt = 24 \cdot m' c \quad (2)$$

آب $L_f = 80 \cdot c$

با مساوی قرار دادن طرف دوم رابطه های (۱) و (۲) نتیجه می شود:

$$24 \cdot m' c = 4 \cdot mc \Rightarrow m' = \frac{1}{6} m$$

$$m'' = m - \frac{1}{6} m = \frac{5}{6} m$$

توجه: جرم یخ گرما داده شده با جرم آب برابر بوده است.

۶۷- گزینه «۱»

در صورتی که حجم ثابت بماند، طول میله با سطح مقطع میله رابطه عکس دارد.

$$V_1 = V_2 \Rightarrow A_1 L_1 = A_2 L_2 \Rightarrow \frac{A_2}{A_1} = \frac{L_1}{L_2}$$

با توجه به این که دمای مطلق و طول میله ۵۰ درصد افزایش دارند، پس داریم:

$$\begin{cases} L_2 = 1/5 L_1 \\ \Delta\theta_2 = 1/5 \Delta\theta_1 \end{cases}$$

آهنگ شارش گرما در واحد زمان طبق رابطه $P = \frac{KA\Delta\theta}{L}$ با A (مساحت

سطح مقطع) و $\Delta\theta$ (اختلاف دما) رابطه مستقیم و با L (طول میله) رابطه عکس دارد، پس:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{A_2}{A_1} \times \frac{\Delta\theta_2}{\Delta\theta_1} \times \frac{L_1}{L_2}$$

$$\Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{\Delta\theta_2}{\Delta\theta_1} \times \left(\frac{L_1}{L_2}\right)^2 = 1/5 \times \left(\frac{1}{1/5}\right)^2 = \frac{1}{1/5} = \frac{5}{1}$$

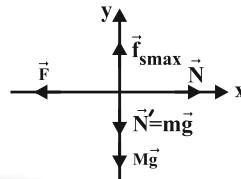
متحرک در ۴ ثانیه اول حرکت، $16 + 8 = 24$ متر جابه جا می شود، بنابراین:

$$24 = \frac{1}{2} a \times 4^2 + v_0 \times 4 \Rightarrow 2a + v_0 = 6 \quad (2)$$

با حل هم زمان معادلات (۱) و (۲) می توان سرعت اولیه و شتاب حرکت را به دست آورد:

$$\begin{cases} a + v_0 = 8 \\ 2a + v_0 = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\ v_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases}$$

۶۱- گزینه «۲»



نیروهای وارد بر جرم M مطابق شکل مقابل است. وقتی جرم M در آستانه حرکت است، بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی بر جسم وارد می شود، بنابراین داریم:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N - F = 0 \Rightarrow N = F = 8 \cdot N$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow f_{\text{max}} - N' - Mg = 0 \Rightarrow \mu_s N - mg - Mg = 0$$

$$\Rightarrow 0.7 \times 8 \cdot 0.1 \cdot m - 1 \times 10 = 0 \Rightarrow 1 \cdot m = 6$$

$$\Rightarrow m = 6 \text{ kg} = 6.0 \text{ g}$$

دقت کنید نیروی N' ، نیروی عمود بر سطح ناشی از جرم m است که اندازه آن برابر با وزن جرم m می باشد.

۶۲- گزینه «۳»

ابتدا با استفاده از پایستگی انرژی و در نظر گرفتن نقطه برخورد به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی، انرژی جنبشی جرم m را در لحظه برخورد به دیوار به دست می آوریم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow mgh_A + 0 = 0 + K_2$$

با توجه به صورت سؤال، انرژی جنبشی جرم m پس از برخورد با دیوار برابر است با:

$$K'_1 = 0.8 K_2 = 0.8 mgh_A$$

حال اگر دوباره قانون پایستگی انرژی را برای جرم m بنویسیم، داریم:

$$E'_1 = E'_2 \Rightarrow 0 + K'_1 = mgh' + 0 \Rightarrow 0.8 mgh_A = mgh'$$

$$\Rightarrow h' = 0.8 h_A = 0.8 \times 5 = 4 \text{ m}$$

۶۳- گزینه «۴»

با استفاده از رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ و با توجه به این که m ثابت است، می توان نوشت:

$$V_2 = V_1 + 0.25 V_1 = 1.25 V_1$$

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{m \text{ ثابت}} \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{V_1}{V_2} \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{V_1}{1.25 V_1} = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow \rho_2 = 0.8 \rho_1$$

$$\text{درصد تغییرات: } \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1} \times 100 = \frac{0.8 \rho_1 - \rho_1}{\rho_1} \times 100 = -20\%$$

۶۴- گزینه «۳»

اختلاف نیرویی که از طرف مایع بر دو قاعده استوانه وارد می شود، برابر است با:

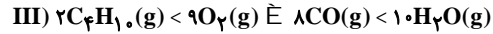
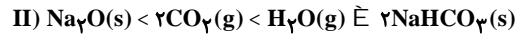
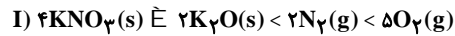
$$\Delta F = F_2 - F_1 = (P_2 - P_1)A$$

$$\Delta F = \rho g \Delta h A \xrightarrow{\Delta F = 17 \text{ N}, A = 5 \times 10^{-4} \text{ m}^2} \rho = ? , \Delta h = 4 \text{ cm} = 0.04 \text{ m}$$



شیمی ۳

۶۸- گزینه «۲»



مجموع ضرایب استوکیومتری فراورده‌های واکنش (I) و ضریب استوکیومتری O_2 در واکنش (III)، هر دو برابر ۹ است.

۶۹- گزینه «۱»

نادرستی گزینه «۱»: محلول پتاسیم کرومات زرد رنگ است.

درستی گزینه «۳»: طبق قانون آووگادرو برای گازهای مختلف در شرایط یکسان، مول‌های مساوی حجم‌های برابری دارند.

$$\frac{1 \text{ mol O}_2}{6 / 0.22 \times 10^{23} \text{ O}_2} \sim \frac{3 / 0.11 \times 10^{21} \text{ O}_2}{\text{مولکول O}_2}$$

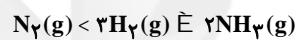
$$N \Delta \times 10^{>3} \text{ mol O}_2$$

$$3 / 5 \text{ g O}_2 \sim \frac{1 \text{ L O}_2}{1 / 4 \text{ g O}_2} \sim N 2 / 5 \text{ L O}_2$$

درستی گزینه «۴»:

۷۰- گزینه «۱»

واکنش تولید آمونیاک:



$$? \text{ g Zn} \sim N 16 / 8 \text{ L NH}_3 \sim \frac{1 \text{ mol NH}_3}{22 / 4 \text{ L NH}_3} \sim \frac{3 \text{ mol H}_2}{2 \text{ mol NH}_3}$$

$$N 162 / 5 \text{ g Zn} \sim \frac{100 \text{ g Zn}}{75 \text{ g Zn}} \sim \frac{100}{60} \sim \frac{1 \text{ mol Zn}}{1 \text{ mol H}_2} \sim \frac{65 \text{ g Zn}}{1 \text{ mol Zn}} \sim \frac{100 \text{ g Zn}}{75 \text{ g Zn}} \sim \frac{100}{60} \sim \frac{1 \text{ mol Zn}}{1 \text{ mol H}_2}$$

۷۱- گزینه «۳»



$$9 \text{ g Al} \sim \frac{75 \text{ g Al}}{100 \text{ g Al}} \sim \frac{1 \text{ mol Al}}{27 \text{ g Al}} \sim N 0 / 25 \text{ mol Al} \sim \frac{0.2}{0.125} \sim 0.125$$

$$0.2 / 20 \sim \frac{2 / 5 \text{ mol HCl}}{1 \text{ L محلول}} \sim N 1 / 25 \text{ mol HCl} \sim \frac{0.6}{0.2} \sim 0.2$$

$$9 \text{ g Al} \sim \frac{75 \text{ g Al}}{100 \text{ g Al}} \sim \frac{1 \text{ mol Al}}{27 \text{ g Al}} \sim \frac{6 \text{ mol HCl}}{2 \text{ mol Al}} \sim N 0 / 75 \text{ mol HCl}$$

$$HCl \sim N 1 / 25 > 0.75 \sim N 0 / 5 \text{ mol HCl}$$

$$0.2 / 5 \text{ mol HCl} \sim \frac{36 / 5 \text{ g HCl}}{1 \text{ mol HCl}} \sim N 18 / 25 \text{ g HCl}$$

۷۲- گزینه «۳»



به ازای ۶۴ گرم از مس، $N 108 / 8 \text{ g} > 64 > 2 \times 108 / 100$ افزایش جرم

خواهیم داشت. لذا:

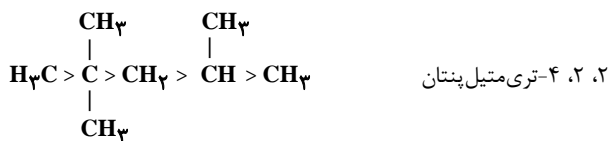
$$N 16 \text{ g Cu} \sim \frac{64 \text{ g Cu}}{108 / 8 \text{ g}} \sim \text{افزایش جرم } 27 / 2 \text{ g}$$

$$N 16 \times 40 \sim \frac{16}{40} \sim \text{درصد مس مصرف شده}$$

۷۳- گزینه «۳»

عبارات ۱ و ۲ درست و عبارات ۳ و ۴ نادرست هستند.

عبارت اول: به طور میانگین بنزین مورد استفاده در خودروها از ایزواکتان خالص تشکیل شده که به صورت زیر است:



عبارت سوم: نسبت مولی سوخت به اکسیژن در موتور خودرویی که با سرعت معمولی حرکت می‌کند، به جای نسبت استوکیومتری ۱ به ۱۲/۵ در نسبت ۱ به ۱۶ نگهداری می‌شود.

عبارت چهارم: واکنش مولد گاز مرحله (۱) واکنش‌های انجام شده در کیسه هوای خودروها است ولی دمای واکنش در مرحله (۲) بالا می‌رود.

۷۴- گزینه «۲»

با توجه به واکنش و مقادیر داده شده، جرم مولی پلیمر را حساب می‌کنیم:

با توجه به بازده، مقدار نظری پلیمر تولید شده را به دست می‌آوریم:

$$100 \sim \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \sim N \text{ بازده}$$

$$60 \sim \frac{504}{\text{مقدار نظری}} \sim N 840 \text{ g}$$

$$100 \sim \frac{100 \text{ mol X}}{\text{پلیمر}} \sim \text{محاسبه جرم مولی پلیمر}$$

$$N 280 \text{ g} \sim \frac{100 \text{ mol X}}{\text{پلیمر}} \sim \frac{840 \text{ g}}{3 \text{ mol X}} \sim N 280 \text{ g}$$

بر اساس واکنش، چون یک زنجیر دارای ۱۰۰ عدد X است، می‌توان گفت با تقسیم جرم مولی پلیمر بر ۱۰۰، جرم مولی یک واحد X به دست می‌آید.

$$N 280 \text{ g} \sim \frac{280 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}}{100} \sim N 28 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

که در بین گزینه‌ها فقط جرم مولی C_2H_4 برابر ۲۸ گرم بر مول است.

۷۵- گزینه «۲»

موارد دوم و پنجم درست است.

حجم کمیته مقداری به حساب می‌آید.

ذوب یخ گرماگیر است و UH_2O دارد و با کاهش حجم روبه‌رو است ($w > 0$). در نتیجه UEO است.

بمب فولادی با آب پیرامون آن مبادله گرما دارد و ایزوله نیست. در ضمن گرما سنج بمبی در حجم ثابت کار می‌کند و UE سامانه را اندازه‌گیری می‌کند.



۸۴- گزینه «۳»

محلولی متشکل از ۴۰ گرم حل شونده و ۱۰۰ گرم آب را در نظر بگیرید.

$$\text{جرم حل شونده } N \text{ } 40g \quad \text{جرم محلول } N \text{ } 100 + 40 = 140g$$

$$\text{جرم محلول } N \text{ } \frac{40g}{140g} = \frac{2}{7}$$

$$\text{جرم محلول } N \text{ } 100 \text{ mL} \quad \text{حجم محلول } N \text{ } 140 \text{ mL}$$

$$\text{نمک } N \text{ } 40g \quad \text{نمک } N \text{ } 100g \quad \text{نمک } N \text{ } 40g \text{ (حل شونده)}$$

$$\text{مول حل شونده } N \text{ } \frac{40g}{100g} = 0.4 \text{ mol}$$

$$\text{غلظت مولار } N \text{ } \frac{0.4 \text{ mol}}{1 \text{ L}} = 0.4 \text{ mol/L}$$

۸۵- گزینه «۱»

ید در تولوئن حل می شود و طی فرایند انحلال دمای محلول تغییر محسوس ندارد. مخلوط آب، تولوئن، هگزان، نمک و نفتالن می تواند دوفازی باشد ولی نه همواره؛ زیرا نمک در آب به مقدار مشخصی حل می شود و می تواند تشکیل یک یا دو فاز را بدهد و تولوئن، هگزان و نفتالن هر سه مولکول های ناقطبی دارند و یک فاز را تشکیل می دهند. بنابراین در نهایت می تواند یک مخلوط دو یا سه فازی تشکیل شود.

در پاک کننده های غیرصابونی، گروه سولفونات سبب پخش شدن چربی در آب می گردد. مقایسه انحلال پذیری در فشار و دمای یکسان به صورت زیر است:



ترکیبات CH_3COOH و CH_3OH نیز در آب محلولند یعنی به ازای $n \text{ N} \cdot$ نیز دو ترکیب داده شده در مورد (ث) در آب حل می شوند. (الکل ها و اسیدها حداکثر تا ۵ کربن در آب محلولند).

۸۶- گزینه «۱»



ذره $N \text{ } 3 \cdot 10^{23} / 1 \text{ mol}$ تعداد ذره کلسیم کلرید



ذره $N \text{ } 2 \cdot 10^{23} / 1 \text{ mol}$ تعداد ذره سدیم نیترات

چون تعداد ذرات یونی موجود در محلول کلسیم کلرید بیشتر است، بنابراین رسانایی الکتریکی بیش تر و شروع دمای جوش بالاتر دارد و دمای انجماد آن پایین تر بوده است. بنابراین دیرتر منجمد می شود.

۸۷- گزینه «۳»

محلول $2/8$ مولار پتاسیم هیدروکسید یعنی در یک لیتر محلول، $2/8$ مول حل شونده (KOH) داریم:

$$\text{جرم محلول } N \text{ } 100 \text{ mL} \quad \text{جرم محلول } N \text{ } 200 \text{ mL}$$

حال محلول ۳ مولال می سازیم: (۳ مول KOH در یک کیلوگرم آب)

$$\text{جرم محلول } N \text{ } 1168g < 1000g \text{ } N \text{ } 56g \text{ } \bar{E} \text{ } \text{جرم محلول سه مولال KOH}$$

$$\text{محلول } N \text{ } 65/4g \approx \frac{1168g}{3 \text{ mol KOH}} \approx 389.33g$$

توجه: در واقع باید گفت ۳ مول KOH داریم در ۱۱۶۸g محلول، برای داشتن $3 \cdot 10^3$ مول KOH چه قدر محلول نیاز داریم. روش تناسب:

$$3 \text{ mol KOH } \bar{E} \text{ } 1168g \text{ محلول}$$

$$3 \cdot 10^3 \text{ mol KOH } \bar{E} \text{ } xg \text{ محلول}$$

$$x \approx 65/4g \text{ محلول}$$

شیمی ۲

۸۸- گزینه «۲»

$$\text{AB}_3 \text{ } N \text{ } A < 3(35/5) \text{ } N \text{ } 117/3$$

$$\text{A } N \text{ } 117/3 > 3(35/5) \text{ } N \text{ } 10/8 \text{ amu}$$

$$\text{جرم اتمی میانگین } N \text{ } \frac{m_1 F_1 + m_2 F_2}{F_1 + F_2} \approx 10/8 \text{ } N \text{ } \frac{10 F_1 + 11 F_2}{100}$$

$$10 F_1 < 11 F_2 \text{ } N \text{ } 10 \cdot 80$$

$$F_1 < F_2 \text{ } N \text{ } 1000 > F_2$$

$$10 F_1 < 11 F_2 \text{ } N \text{ } 10 \cdot 80 < 10(100 > F_2) < 11 F_2 \text{ } N \text{ } 10 \cdot 80 > F_2 \text{ } N \text{ } 80$$

$$F_1 > N \text{ } 20$$

۸۹- گزینه «۳»

آ: درست است. **b** همان پرتو گاما است که از جنس امواج الکترومغناطیسی بوده و از یک ورق آلومینیومی می تواند عبور کند.

ب: درست است، صفحه ۲ بار الکتریکی منفی دارد (همانند بار پرتوهای کاتدی)، بنابراین پرتوهای مثبت آلفا به سمت آن منحرف می شوند.

پ: نادرست است، پرتو **a** همان پرتو S است که از جنس الکترون می باشد که جرم بسیار ناچیزی دارد. (جرم پرتو e^- ، برابر جرم اتم هیدروژن است).

ت: درست است، پرتو **b** که همان پرتو گاما است. طول موج بسیار کوتاه و انرژی بسیار زیادی دارد.

۹۰- گزینه «۴»

$$\text{As: } [18 \text{ Ar}] 3d^1 4s^2 4p^3 \text{ } \bar{E} \text{ } 4 \text{ دوره}$$

عنصر **x** در دوره ۴ و گروه ۶ قرار دارد و چون یک فلز واسطه است، بنابراین عدد اتمی این عنصر ۲۴ بوده و دارای آرایش الکترونی $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^5 4s^1$

است. به بررسی گزینه ها می پردازیم:

گزینه «۱»: با توجه به آرایش الکترونی، در آخرین زیرلایه عنصر **x**، یک الکترون قرار دارد.

گزینه «۲»: دارای ۲ زیرلایه نیم پُر ($3d^5, 4s^1$) است.

