



آزمون غیر حضوری

دوازدهم ریاضی

(۲۰ مهر ۱۳۹۷)

(مباحث ۴ آبان ۹۷)

برای دیدن پاسخ آزمون غیرمضوری به صفحه مقطع و همچنین به صفحه شفصی خود در قسمت دریافت کارنامه در سایت کانون به آدرس www.kanoon.ir مراجعه نمائید و از منوی سمت راست گزینه آزمون غیرمضوری را انتخاب کنید.

گروه فنی و تولید:

مسئول تولید آزمون غیر حضوری	محمد اکبری
مسئول دفترچه آزمون غیر حضوری	نرگس غنی زاده
گروه مستند سازی	مدیر گروه: مریم صالحی مسئول دفترچه: آتیه اسفندیاری
حروف نگار و صفحه آرا	حسن خرم جو
ناظر چاپ	سوران نعیمی

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۶۹۶۲۴۰۰

«تمام دارایی‌ها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلمچی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»

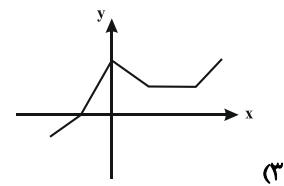
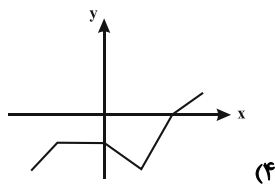
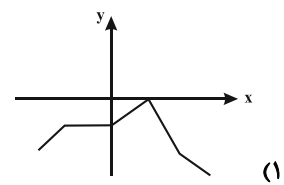
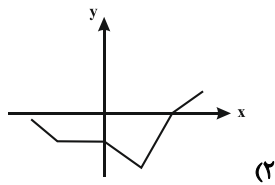
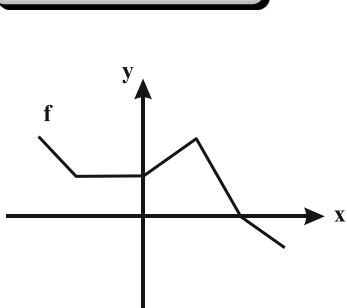
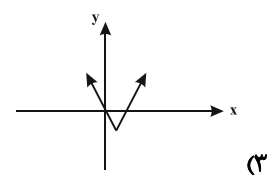
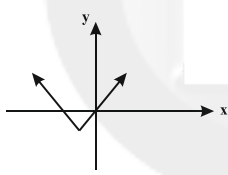
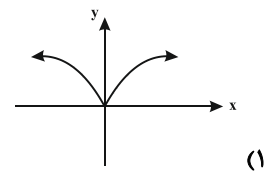
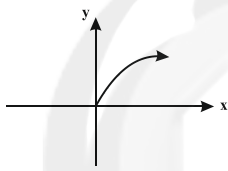
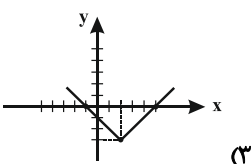
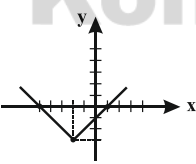
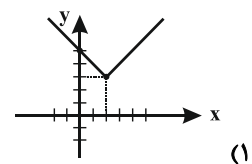
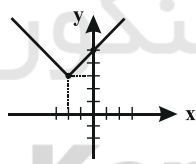


حسابان ۲

حسابان ۲

تابع

صفحه‌های ۱ تا ۱۸

-۱ اگر نمودار تابع f به صورت زیر باشد، نمودار تابع $-f$ کدام است؟-۲ نمودار تابع $y = \sqrt{4x^2 - 4x + 1} - 1$ کدام است؟-۳ نقطه $(x_0 - 2, y_0 + 3)$ از نمودار تابع g ، متناظر با نقطه (x_0, y_0) از نمودار تابع $f(x) = |x|$ است. نمودار تابع g کدام است؟-۴ اگر نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{x}$ را ابتدا در راستای محور x ها یک واحد به سمت راست انتقال دهیم و سپس نسبت به محور y ها و

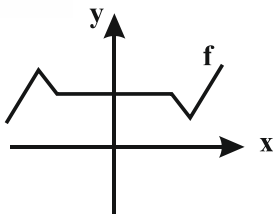
خا منعکس کنیم، نمودار حاصل مربوط به کدام تابع خواهد بود؟

$$y = \frac{1}{x-1} \quad (۲)$$

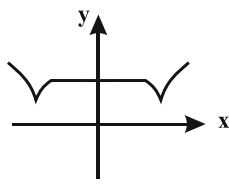
$$y = \frac{-1}{x+1} \quad (۱)$$

$$y = \frac{1}{1+x} \quad (۴)$$

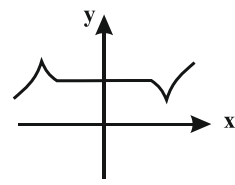
$$y = \frac{1}{1-x} \quad (۳)$$



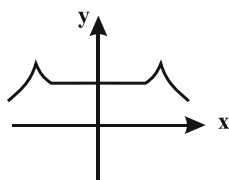
۵- اگر نمودار تابع f به صورت روبه‌رو باشد، نمودار تابع $y = \frac{f}{f+1}$ کدام می‌تواند باشد؟



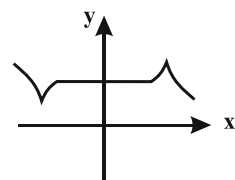
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

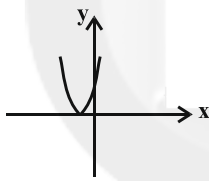
۶- طول بیشترین بازه‌ای که در آن تابع $f(x) = \begin{cases} 2x^2 & x \geq -1 \\ 2 & x < -1 \end{cases}$ اکیداً نزولی است، کدام است؟

۱ (۴)

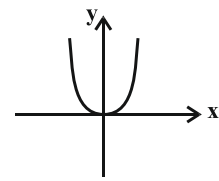
۲ (۳)

 $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۱)

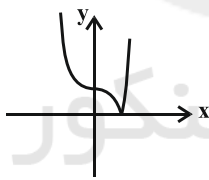
۷- نمودار تابع $f(x) = |-x^3 + 1|$ کدام است؟



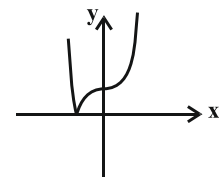
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

۸- تابع $f(x) = (x+2)|x-1|$ در کدام بازه نزولی است؟

 $[-\frac{1}{2}, 1]$ (۴) $[-2, \frac{1}{2}]$ (۳) $[1, 2]$ (۲) $[-1, 1]$ (۱)

۹- تابع $y = \left| \frac{x}{|x|} - x \right|$ در کدام یک از فاصله‌های زیر اکیداً نزولی است؟

 $(-2, -\frac{1}{2})$ (۴) $(1/5, 2/5)$ (۳) $(0, 1)$ (۲) $(-1, 0)$ (۱)

۱۰- ضابطه معکوس تابع $f(x) = |x^2 - 2x|$ در بزرگ‌ترین بازه‌ای که f صعودی است، کدام است؟

 $x \geq 1, 1 - \sqrt{x-1}$ (۲) $x \geq 0, 1 - \sqrt{1+x}$ (۱) $x \leq 1, 1 + \sqrt{1-x}$ (۴) $x \geq 0, 1 + \sqrt{1+x}$ (۳)



هندسه ۳

هندسه ۳

ماتریس و کاربردها
صفحه‌های ۹ تا ۲۳

۱۱- دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ داده شده‌اند. اگر $(A+B)^2 + C = A$ باشد، آنگاه

ماتریس C کدام است؟

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \quad (4)$$

۱۲- اگر $A = [a_{ij}]$, $B = [b_{ij}]$ دو ماتریس 3×3 با این ویژگی باشند، که $a_{ij} = \begin{cases} 1 & : i+j=2k \\ 0 & : i+j=2k+1 \end{cases}$ و $b_{ij} = \begin{cases} 1 & : i \leq j \\ 0 & : i > j \end{cases}$ ، آنگاه

سطراول ماتریس $(A-B)^2$ کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

۱۳- اگر $A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ ، آنگاه A^{20} با کدام یک از ماتریس‌های زیر برابر است؟

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

۱۴- اگر $A = \begin{bmatrix} \tan x & -1 \\ \frac{1}{\cos^2 x} & -\tan x \end{bmatrix}$ ، آنگاه حاصل $A^{30} + A^{20} + A^6$ کدام است؟ ($x \neq \frac{k\pi}{2}$)

$$-I \quad (2) \quad I \quad (1)$$

$$-3I \quad (4) \quad 3I \quad (3)$$



۱۵- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ و $B_{2 \times 2}$ ، دو ماتریس باشند به طوری که حاصل ضرب A و B ، خاصیت جابه‌جایی داشته باشد، آنگاه مجموع

درایه‌های روی قطر فرعی ماتریس B کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱

(۳) نامشخص (۴) -۱

۱۶- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های ستون اول A^5 کدام است؟

(۱) ۳۲۴ (۲) ۱۲۴

(۳) ۲۴۳ (۴) ۴۲۳

۱۷- اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} a+2 & a \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ وارون‌پذیر نباشد و $B = \begin{bmatrix} a+1 & 2 \\ -8 & -a+1 \end{bmatrix}$ ، آنگاه مجموع درایه‌های B^{-1} کدام است؟

(۱) -۵ (۲) -۶

(۳) ۷ (۴) ۸

۱۸- اگر $A^3 = \bar{O}$ باشد، آنگاه $(A+I)^{-1}$ برابر است با:

(۱) $A^2 + A + I$ (۲) $-A^2 - A - I$

(۳) $A^2 - A + I$ (۴) $-A^2 + A - I$

۱۹- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 3 & 0 & 1 \\ 9 & 6 & 10 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$ ، $C = \begin{bmatrix} 1 & 6 & -2 & 3 \\ -1 & 2 & 0 & 9 \end{bmatrix}$ و $D = ABC$ باشد، آنگاه درایه‌ی مربوط به سطر دوم و

ستون اول ماتریس D کدام است؟

(۱) ۱۷ (۲) -۱۴ (۳) ۲۲ (۴) -۴

۲۰- اگر A یک ماتریس مربعی $n \times n$ و $B = I_n - A$ ، ماتریس $A^2 + AB + B$ همواره برابر کدام است؟

(۱) A (۲) B

(۳) AB (۴) I_n



ریاضیات گسسته

ریاضیات گسسته

آشنایی با نظریه اعداد

صفحه‌های ۱ تا ۱۷

۲۱- اگر p و q دو عدد طبیعی باشند به طوری که $p^3 = 2q^3$ ، آنگاه چند مقدار برای زوج مرتب (q, p)

وجود دارد؟

(۱) هیچ (۲) ۲

(۳) ۴ (۴) ۸

۲۲- کوچک ترین عضو مجموعه $A = \{5328 - 12q \geq 0 \mid q \in \mathbb{Z}\}$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲

(۳) ۳ (۴) صفر

۲۳- اگر a, b و c سه عدد طبیعی باشند به طوری که $a \mid b + c$ و $b \mid a$ ، آنگاه کدام گزینه همواره درست است؟

(۱) $b \mid c$ (۲) $c \mid b$

(۳) $a \mid c$ (۴) $c \mid a$

۲۴- در یک عمل تقسیم، مقسوم علیه برابر ۱۴۹ و باقی مانده تقسیم، ۷ برابر مربع خارج قسمت است. مجموع ارقام بزرگ ترین عدد

برای مقسوم کدام است؟

(۱) ۹ (۲) ۱۲

(۳) ۱۵ (۴) ۱۸

۲۵- اگر باقیمانده تقسیم عدد a بر ۳ و ۷ به ترتیب برابر ۱ و ۵ باشد، آنگاه باقیمانده تقسیم عدد a بر ۲۱ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۵

(۳) ۱۶ (۴) ۱۹



۲۶- کدام یک از مجموعه‌های زیر نسبت به عمل ضرب بسته است؟ (حاصل ضرب هر دو عضو دلخواه آن به همان مجموعه تعلق دارد).

$$B = \{4k - 3 \mid k \in \mathbb{Z}\} \quad (2)$$

$$A = \{4k + 3 \mid k \in \mathbb{Z}\} \quad (1)$$

$$D = \{6k + 5 \mid k \in \mathbb{Z}\} \quad (4)$$

$$C = \{5k - 3 \mid k \in \mathbb{Z}\} \quad (3)$$

۲۷- اگر $a - b \mid a + b$ ، آنگاه کدام نتیجه‌گیری در حالت کلی نمی‌تواند درست باشد؟ ($a, b \in \mathbb{Z}$)

$$a - b \mid 3a - b \quad (2)$$

$$a - b \mid 4a - 2b \quad (1)$$

$$a - b \mid 4a + b \quad (4)$$

$$a - b \mid 3b - a \quad (3)$$

۲۸- به ازای چند عدد طبیعی d ، روابط $d \mid 12$ و $d \mid 180$ برقرار است؟

$$4 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

$$16 \quad (4)$$

$$8 \quad (3)$$

۲۹- چند نقطه با مختصات صحیح بر منحنی به معادله $xy - y + x^2 - 3x = 0$ وجود دارد؟

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

$$4 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

۳۰- اگر $(a, b) = 2$ ، آنگاه حداکثر مقدار ممکن برای $(4a, 3b)$ کدام است؟

$$6 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

$$24 \quad (4)$$

$$12 \quad (3)$$



فیزیک ۳

فیزیک ۳

حرکت بر خط راست

صفحه‌های ۱ تا ۲۱

۳۱- در حرکت بر روی خط راست، کدام یک از عبارات‌های زیر الزاماً در مورد بردارهای جابه‌جایی در

بازه‌های زمانی مختلف، درست است؟

(۱) هم‌اندازه هستند.

(۲) برابری آن‌ها برابر با صفر است.

(۳) اندازه تغییرات آن‌ها نسبت به زمان ثابت است.

(۴) هم‌راستا هستند ولی می‌توانند هم‌سو نباشند.

۳۲- جسمی که با سرعت ثابت روی محور x حرکت می‌کند، در لحظه $t_1 = 5s$ در مکان $x_1 = 16m$ و در لحظه $t_2 = 7s$ در

مکان $x_2 = 24m$ است. معادله حرکت این جسم در SI کدام است؟

$$x = 4t - 4 \quad (2)$$

$$x = 4t + 8 \quad (1)$$

$$x = 8t - 4 \quad (4)$$

$$x = 4t - 8 \quad (3)$$

۳۳- نمودار مکان- زمان حرکت متحرکی روی خط راست، به صورت سهمی شکل زیر است. اندازه سرعت لحظه‌ای متحرک در زمان‌های

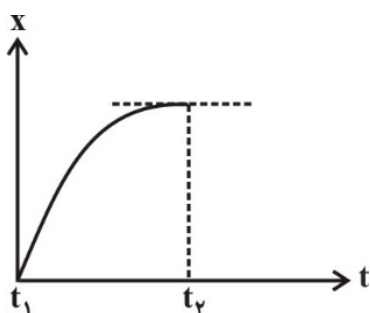
مختلف بین t_1 و t_2 در مقایسه با اندازه سرعت متوسط این متحرک بین دو لحظه t_1 و t_2 ...

(۱) همواره کم‌تر است.

(۲) همواره بیش‌تر است.

(۳) ابتدا کم‌تر و سپس بیش‌تر است.

(۴) ابتدا بیش‌تر و سپس کم‌تر است.





۳۴- سرعت ذره‌ای که با شتاب ثابت در مسیری مستقیم حرکت می‌کند، در مکان‌های $x_1 = 1\text{ m}$ و $x_2 = 15\text{ m}$ ، به ترتیب برابر با $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ و

$9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است. اگر مکان اولیه ذره برابر با $x_0 = -1/25\text{ m}$ باشد، اندازه سرعت اولیه آن بر حسب متر بر ثانیه و شتاب حرکت آن بر حسب

متر بر مجذور ثانیه، به ترتیب از راست به چپ، کدام است؟

۲, ۴ (۲) ۴, ۲ (۱)

۱, ۳ (۴) ۳, ۱ (۳)

۳۵- اتومبیلی از حال سکون و با شتاب ثابت a در مسیری مستقیم شروع به حرکت می‌کند. بعد از مدتی ادامه مسیر را با شتاب ثابتی به

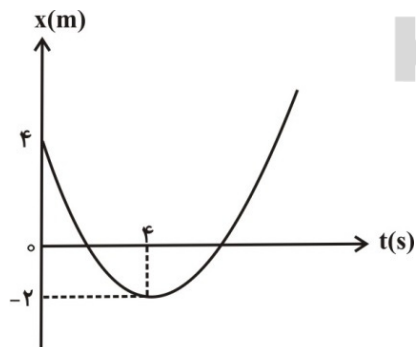
اندازه $5a$ طی می‌کند تا متوقف شود. مسافت طی شده در مرحله اول، چند برابر مسافت طی شده در مرحله دوم حرکت است؟

$\frac{1}{5}$ (۲) ۵ (۱)

$\frac{2}{5}$ (۴) $\frac{5}{2}$ (۳)

۳۶- نمودار مکان-زمان حرکت متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، یک سهمی مطابق با شکل زیر است. این متحرک برای اولین بار

با چه سرعتی بر حسب متر بر ثانیه از مبدأ مکان عبور می‌کند؟



$\sqrt{2}$ (۱)

$-\sqrt{2}$ (۲)

$\sqrt{3}$ (۳)

$-\sqrt{3}$ (۴)



۳۷- معادله سرعت ذره‌ای که بر روی خط راست حرکت می‌کند، در SI به صورت $v = 10 + 2t$ است. سرعت متوسط این ذره در ثانیه دوم

حرکت، چند متر بر ثانیه است؟

۱۲ (۱)

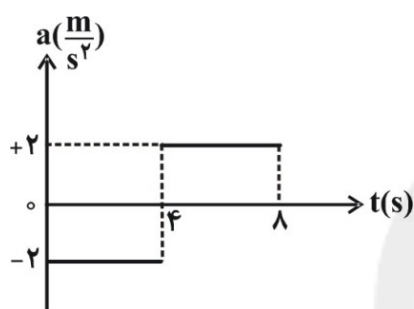
۱۳ (۲)

۱۴ (۳)

۱۵ (۴)

۳۸- نمودار شتاب-زمان متحرکی در حرکت بر خط راست مطابق شکل زیر است. اگر سرعت اولیه جسم $4 \frac{m}{s}$ باشد، در کدام بازه زمانی بر حسب

ثانیه، حرکت متحرک تندشونده است؟



۶ < t < ۸, t < ۲ (۱)

۲ < t < ۶ (۲)

۶ < t < ۸, ۲ < t < ۴ (۳)

t < ۴ (۴)

۳۹- جسمی روی خط راست از حالت سکون با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند و ۵ ثانیه به حرکت خود ادامه می‌دهد. اگر این جسم در

بازه زمانی ۳s تا ۵s به اندازه ۳۲ متر جابه‌جا شود، در بازه زمانی صفر تا ۵s چند متر جابه‌جا شده است؟

۴۰ (۱)

۵۰ (۲)

۸۰ (۳)

۱۰۰ (۴)

۴۰- زمان واکنش یک راننده برای ترمز کردن برابر با 0.5 s و بیشینه اندازه شتاب ترمزگیری خودروی او برابر با $5 \frac{m}{s^2}$ است. حداقل

فاصله این خودرو که با سرعت ثابت $25 \frac{m}{s}$ در مسیری مستقیم حرکت می‌کند، تا یک مانع چند متر باشد تا به آن برخورد نکند؟

۶۲/۵ (۱)

۷۵ (۲)

۱۰۰ (۳)

۵۰ (۴)



شیمی ۳

شیمی ۳

مولکول‌ها در خدمت تندرستی
صفحه‌های ۱ تا ۲۳

۴۱- چند مورد از مطالب زیر صحیح است؟

- الف) روغن زیتون در هگزان محلول و در آب نامحلول بوده و تعداد هیدروژن‌های آن دو برابر تعداد کربن‌هایش است.
 ب) وازلین به‌طور میانگین به‌صورت آلکانی سیرشده و خطی در نظر گرفته می‌شود.
 پ) در ساختار الکترون - نقطه‌ای اوره، نسبت تعداد جفت‌الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی برابر با ۲ است.
 د) آب برخلاف هگزان می‌تواند پاک‌کننده مناسبی برای ضدیخ باشد.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۴۲- درصد جرمی اکسیژن در استر حاصل از واکنش استئاریک اسید و اتیلن گلیکول چه قدر است و با مصرف شدن یک مول الکل، چند گرم آب

تولید می‌شود؟ (استئاریک اسید: $(\text{CH}_2(\text{CH}_2)_{16}\text{COOH})$ ($\text{O N } 16, \text{C N } 12, \text{H N } 1; \text{g.mol}^{-1}$))

۱) $54 > 10/077$ (۱) ۲) $54 > 10/77$ (۲)

۳) $36 > 10/77$ (۳) ۴) $36 > 1/077$ (۴)

۴۳- $145/2$ گرم صابون RCOONa را درون نمونه‌ای از آب سخت دارای یون منیزیم می‌ریزیم. اگر ۲۰ درصد از صابون با مقدار کافی از یون منیزیم واکنش دهد، جرم رسوب حاصل چند گرم است؟ (R یک زنجیره خطی و سیرشده هیدروکربنی با ۱۴ اتم کربن است.)

($\text{Mg N } 24, \text{Na N } 23, \text{O N } 16, \text{C N } 12, \text{H N } 1; \text{g.mol}^{-1}$)

۱) $2/783$ (۱) ۲) $27/83$ (۲) ۳) $139/15$ (۳) ۴) $13/91$ (۴)

۴۴- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- ۱) پاک‌کننده‌های خورنده علاوه بر داشتن برهم‌کنش میان آلاینده‌ها، با آن‌ها واکنش نیز می‌دهند.
 ۲) از جوهر نمک می‌توان به عنوان یک پاک‌کننده خورنده برای از بین بردن زنگ آهن استفاده کرد.
 ۳) محلول سود یک پاک‌کننده خورنده بوده و برخلاف صابون، کاغذ pH را به رنگ آبی در می‌آورد.
 ۴) اسیدها به دلیل داشتن خاصیت خورندگی، در تماس با پوست سوزش ایجاد می‌کند.

۴۵- پاک‌کننده‌ای شامل $30/15$ گرم مخلوط سدیم هیدروکسید و آلومینیم است. در واکنش این مخلوط با آب، کل مخلوط مصرف می‌شود. چند

لیتر گاز هیدروژن در شرایط STP تولید می‌شود؟ (فرآورده دیگر این واکنش NaAl(OH)_4 است.)

($\text{H N } 1, \text{O N } 16, \text{Na N } 23, \text{Al N } 27; \text{g.mol}^{-1}$)

۱) $15/12$ (۱) ۲) $1/512$ (۲) ۳) $151/2$ (۳) ۴) 1512 (۴)

۴۶- کدام یک از مطالب زیر صحیح است؟

- ۱) همزمان بودن شناخت ساختار اسیدها و بازها و آشنایی با ویژگی‌های آن‌ها، کمک شایانی به پیشرفت علم کرد.
 ۲) برخی داروها ترکیب‌هایی هستند که در آن‌ها غلظت یون‌های هیدرونیوم و هیدروکسید با هم برابر است.
 ۳) در اغلب میوه‌ها، غلظت یون هیدرونیوم از غلظت یون هیدروکسید کم‌تر است.
 ۴) آرنیوس با بررسی رسانایی الکتریکی محلول‌هایی که حلال آلی دارند به رسانا بودن محلول اسیدها و بازها پی برد.



۴۷- کدام موارد از مطالب زیر نادرست هستند؟ (کامل ترین گزینه را انتخاب کنید).

- (الف) با افزودن آمونیاک به آب، آمونیاک به طور جزئی یونش می یابد و رنگ کاغذ pH آبی می شود.
 (ب) اکسیدی از گوگرد که در گازهای آتشفشانی یافت می شود در واکنش با آب، اسید سولفوریک تولید می کند و کاغذ pH را به رنگ قرمز در می آورد.
 (پ) با ریختن ۹۱/۸ گرم دی نیتروژن پنتا اکسید در ۲۰۰ میلی لیتر آب خالص، غلظت یون هیدرونیوم در محلول نهایی به ۰/۸۵ مولار می رسد.

(ت) بر اثر واکنش دادن یک مول لیتیم اکسید با آب، ۴ مول یون تولید می شود.

(ث) آهک یک باز آرنیوس است و برای کاهش میزان اسیدی بودن خاک مورد استفاده قرار می گیرد.

(۱) ب، پ (۲) ب، پ و ت (۳) پ، ت (۴) الف و ت

۴۸- در نمونه اسید HA اگر یونش اسید برابر با و غلظت اسید مول بر لیتر باشد، آن گاه،
 (۱) ثابت 10^{-1} - ۲ - غلظت یون هیدرونیوم برابر با ۰/۰۴ مولار است.
 (۲) درجه - ۰/۰۲ - ۱/۳ - غلظت مجموع یون های حاصل از یونش برابر با ۰/۵۲ مولار است.
 (۳) ثابت 10^{-1} - ۲/۵ - ۳ - غلظت HA پس از انجام یونش در محلول برابر با ۲/۲۵ مولار است.
 (۴) درصد - ۳۰ - ۰/۱۲۵ - غلظت یون A^- پس از انجام یونش برابر ۰/۰۷۵ مولار است.

۴۹- غلظت یون هیدرونیوم در محلول ۰/۲ مولار HA چند برابر غلظت یون B^- در محلول ۴ درصد جرمی اسید HB با چگالی ۱/۲ گرم بر میلی لیتر است؟

(K_{a1} و K_{a2} به ترتیب ثابت یونش اسیدهای HA و HB هستند. $K_{a1} N_{10}^{-1} mol.L^{-1}$ ، $K_{a2} N_{2/5}^{-1} mol.L^{-1}$ ، $(H N_1, B N_{15}:g.mol^{-1})$

(۱) $\frac{1}{75}$ (۲) ۰/۱۳۳ (۳) $\frac{15}{2}$ (۴) ۱/۵

۵۰- چند مورد از مطالب زیر نادرست است؟

(الف) هیدروژن هالیدهای دوره های ۲ تا ۵ جدول تناوبی به طور کامل در آب یونش پیدا کرده و اسید قوی محسوب می شوند.

(ب) در دما و غلظت یکسان اگر ثابت یونش یک اسید، دو برابر ثابت یونش اسید دیگر باشد، غلظت یون هیدرونیوم در محلول اسید اول، دو برابر محلول اسید دوم است.

(پ) ساده ترین کربوکسیلیک اسید، ثابت یونش بزرگ تری نسبت به استیک اسید دارد.

(ت) نیترواسید همانند کربنیک اسید، یک اسید ضعیف است و در دما و غلظت یکسان، محلول نیترواسید رسانایی الکتریکی بیشتری از محلول کربنیک اسید دارد.

(ث) سرعت واکنش نوار منیزیم با محلول هیدرویدیک اسید همواره از سرعت واکنش با هیدروسیانیک اسید بیش تر است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴



حسابان ۲

۱- گزینه «۴»

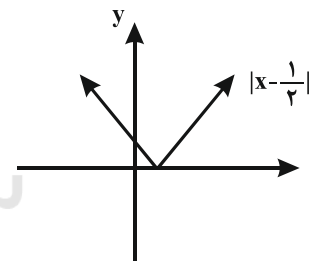
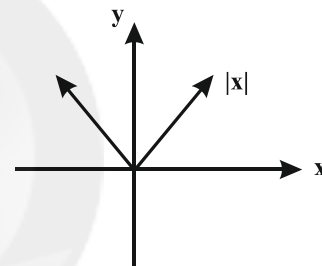
(سعید جعفری کافعی آبار)

برای رسم نمودار $-f$ کافی است نمودار f را نسبت به محور x ها قرینه کنیم. بنابراین پاسخ صحیح، گزینه «۴» خواهد بود.

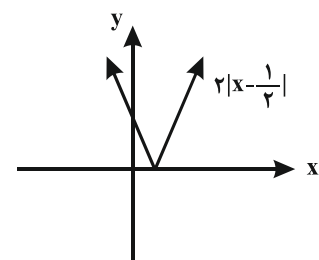
۲- گزینه «۳»

(سید عارل مسینی)

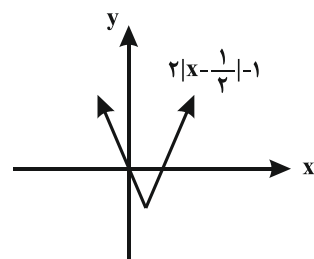
$$y = \sqrt{(2x-1)^2} - 1 = 2\sqrt{\left|x - \frac{1}{2}\right|} - 1$$



انتقال $\frac{1}{4}$ واحد
در راستای افقی
(به سمت راست)



۲ برابر کردن مقدار y ،
یعنی شیب پاره‌خطها بیشتر شود



انتقال یک واحد
در راستای عمودی
(به سمت پایین)

۳- گزینه «۲»

(یاسین سپهر)

برای رسم نمودار تابع g ، کافی است نمودار تابع f را ۲ واحد به سمت چپ و ۳ واحد به سمت بالا انتقال دهیم. یعنی $g(x) = f(x+2) + 3$. توجه: با استفاده از عددگذاری هم می‌توان گزینه صحیح را پیدا کرد. کافی است متناظر نقطه $(0,0)$ از تابع f را به دست آوریم.

$$(x_0, y_0) = (0, 0) \Rightarrow (x_0 - 2, y_0 + 3) = (-2, 3)$$

که فقط در گزینه «۲» این نقطه وجود دارد.

۴- گزینه «۴»

(مرضیه کورری)

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

یک واحد انتقال به سمت راست در راستای محور x ها $\rightarrow f(x-1) = \frac{1}{x-1}$

انعکاس نسبت به محور y ها $\rightarrow f(-x-1) = \frac{1}{-x-1}$

انعکاس نسبت به محور x ها $\rightarrow -f(-x-1) = \frac{-1}{-x-1} = \frac{1}{1+x}$

۵- گزینه «۱»

(سعید جعفری کافعی آبار)

$$y = \frac{f+1-1}{f+1} = 1 - \frac{1}{f+1}$$

اگر f مقداری ثابت باشد، y نیز ثابت است.

اگر f افزایش یابد، $f+1$ نیز افزایش، $\frac{1}{f+1}$ کاهش، $-\frac{1}{f+1}$ افزایش و در نتیجه

$$y = 1 - \frac{1}{f+1}$$

نتیجه y افزایش می‌یابد.

اگر f کاهش یابد، $f+1$ نیز کاهش، $\frac{1}{f+1}$ افزایش، $-\frac{1}{f+1}$ کاهش و در نتیجه

$$y = 1 - \frac{1}{f+1}$$

نتیجه y کاهش می‌یابد.

بنابراین روند افزایش یا کاهش دو تابع f و $y = \frac{f}{f+1}$ یکسان است. تنها

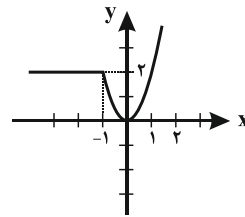
گزینه‌ای که با نکات بالا هم‌خوانی دارد، گزینه «۱» است.



گزینه «۴» - ۶

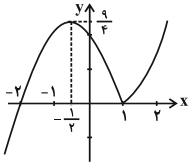
(سیر عارل مسینی)

نمودار تابع را رسم می کنیم:

واضح است که تابع، فقط در بازه $[-1, 0]$

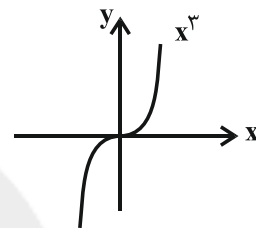
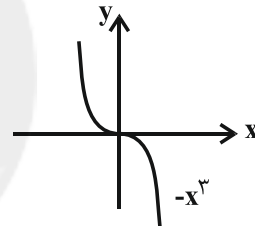
اکیداً نزولی است؛ بنابراین طول این بازه ۱

خواهد بود.

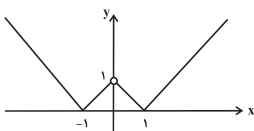
توجه کنید که رأس سهمی در نقطه $(-\frac{1}{4}, -\frac{9}{4})$ قرار دارد. حال اگر بخواهیم نمودار تابع $f(x)$ رارسم کنیم، برای $x \geq 1$ باید $g(x)$ را رسم کرده وبرای $x < 1$ تابع $-g(x)$ را رسم کنیم، بنابراینتابع f به صورت روبه‌رو خواهد شد:با توجه به شکل، نمودار تابع در بازه $[-\frac{1}{4}, 1]$ نزولی است.

گزینه «۴» - ۷

(سعید جعفری کافی آبار)

قرینه نسبت به
محور X ها

نمودار تابع را رسم می کنیم.

مطابق شکل این تابع در فاصله $(0, 1)$ اکیداً نزولی است.

گزینه «۳» - ۹

(شروین سیاح نیا)

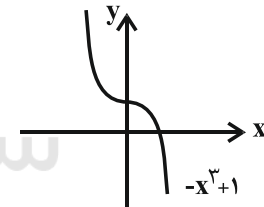
$$y = \left| \frac{x}{|x|} - x \right| = \begin{cases} \left| \frac{x}{x} - x \right| = |1 - x| = |x - 1| & ; x > 0 \\ \left| \frac{x}{-x} - x \right| = |-1 - x| = |1 + x| & ; x < 0 \end{cases}$$

(امیر هوشنگ فمسه)

گزینه «۳» - ۱۰

مطابق شکل این تابع در $[2, +\infty)$ صعودی است (البته در $(0, 1)$ هم صعودی است

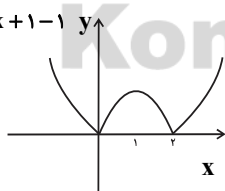
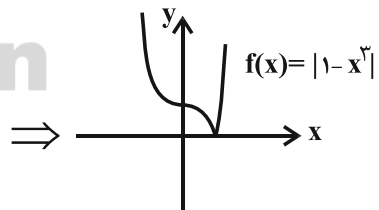
ولی بزرگ‌ترین بازه نیست).

انتقال یک واحد
به سمت بالا

$$x > 2: y = f(x) = x^2 - 2x \Rightarrow y = x^2 - 2x + 1 - 1 \Rightarrow y = (x-1)^2 - 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{y+1} = x-1 \Rightarrow f^{-1}(x) = 1 + \sqrt{x+1}$$

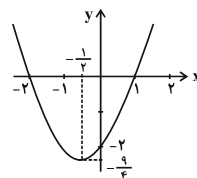
$$\Rightarrow \sqrt{y+1} = x-1 \xrightarrow{x \geq 2} \sqrt{y+1} \geq 1 \Rightarrow y \geq 0$$

قرینه کردن مقادیر منفی
تابع نسبت به محور X ها

(ممنرمصطفی ابراهیمی)

گزینه «۴» - ۸

$$f(x) = (x+2)|x-1| = \begin{cases} (x+2)(x-1) & ; x \geq 1 \\ -(x+2)(x-1) & ; x < 1 \end{cases}$$

نمودار تابع $g(x) = (x+2)(x-1)$ به صورت

شکل روبه‌رو است:



هندسه ۳

۱۳- گزینه «۲»

$$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = A \times A^2 = A^2 \times A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^3 = I$$

$$A^{20} = A^{18} \times A^2 = (A^3)^6 \times A^2 = I^6 \times A^2 = I \times A^2$$

$$\Rightarrow A^{20} = A^2 = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

تذکر: توان‌های یک ماتریس مربعی خاصیت جابه‌جایی دارند.

مثال:

$$A^3 \times A^5 = A^5 \times A^3 = A^2 \times A^6 = A^6 \times A^2$$

۱۴- گزینه «۲»

از اتحادهای مثلثاتی می‌دانیم $\frac{1}{\cos^2 \theta} = 1 + \tan^2 \theta$ ، پس خواهیم داشت:

$$A = \begin{bmatrix} \tan x & -1 \\ \frac{1}{\cos^2 x} & -\tan x \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} \tan x & -1 \\ \frac{1}{\cos^2 x} & -\tan x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tan x & -1 \\ \frac{1}{\cos^2 x} & -\tan x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = -I$$

$$\Rightarrow A^{20} + A^{20} + A^6 = (-I)^{10} + (-I)^5 + (-I)^3$$

$$= -I + I - I = -I$$

۱۱- گزینه «۴»

$$A + B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow (A + B)^2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$C = A - (A + B)^2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

۱۲- گزینه «۳»

نخست دو ماتریس را با نوشتن درایه‌هایشان مشخص و سپس $A - B$ را پیدا

می‌کنیم. خواهیم داشت:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A - B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow (A - B)^2 = (A - B) \times (A - B) = \text{سطر اول ماتریس}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



۱۵- گزینه «۱»

۱۸- گزینه «۳»

$$A^3 = \bar{O} \Rightarrow A^3 + I = I \Rightarrow (A+I)(A^2 - A + I) = I$$

و می‌دانیم اگر حاصل ضرب دو ماتریس برابر ماتریس واحد شود، آن دو

ماتریس وارون هم هستند. لذا داریم:

$$(A+I)^{-1} = A^2 - A + I$$

$$B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$AB = BA = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 2a-c & 2b-d \\ a+2c & b+2d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a+b & -a+2b \\ 2c+d & -c+2d \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow 2a-c = 2a+b \Rightarrow -c = b \Rightarrow b+c = 0$$

۱۶- گزینه «۳»

۱۹- گزینه «۴»

d_{21} : درایه مربوط به سطر دوم و ستون اول ماتریس D

ستون اول C × ماتریس B × سطر دوم A =

$$\Rightarrow d_{21} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 13 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} = -4$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 6 & 6 \end{bmatrix} = 3 \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^2 = 3A \Rightarrow A^6 = 9A^2 = 9(3A) = 27A$$

$$A^5 = 27A^2 = 27(3A) = 81A = \begin{bmatrix} 81 & 81 \\ 162 & 162 \end{bmatrix}$$

$$A^5 = \text{مجموع درایه‌های ستون اول} = 81 + 162 = 243$$

۱۷- گزینه «۴»

۲۰- گزینه «۴»

$$B = I_n - A \Rightarrow A + B = I_n$$

$$A^2 + AB + B = A(A+B) + B = AI_n + B = A + B = I_n$$

$$|A| = 0 \Rightarrow 2a + 4 - 3a = 0 \Rightarrow a = 4$$

$$\Rightarrow B = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ -8 & -3 \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \frac{1}{-15+16} \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 8 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow B^{-1} = \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 8 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow -3 - 2 + 8 + 5 = 8$$



ریاضیات گسسته

۲۴- گزینه «۳»

$$\left. \begin{array}{l} a = 149q + r \\ r = 7q^2 \end{array} \right\} \Rightarrow a = 149q + 7q^2 \xrightarrow{0 \leq r < b} 0 \leq 7q^2 < 149$$

$$\Rightarrow q^2 \leq 21 \Rightarrow |q| \leq 4 \Rightarrow q_{\max} = 4$$

$$\Rightarrow a_{\max} = (149 \times 4) + 7 \times 4^2 = 596 + 112 = 708$$

$$\text{مجموع ارقام} = 7 + 8 = 15$$

۲۱- گزینه «۱»

اگر $p^3 = 2q^3$ باشد، آنگاه $\sqrt[3]{2} = \frac{p}{q}$ ؛ اما با توجه به این که $p, q \in \mathbb{N}$ ، این

تساوی امکان ندارد چون $\sqrt[3]{2}$ گویا نیست. پس هیچ مقدار طبیعی برای q, p

نداریم.

البته دقت کنید که $p = q = 0$ در این معادله صدق می‌کند، اما این جواب‌ها

جزء اعداد طبیعی نیستند.

۲۵- گزینه «۴»

$$\begin{cases} a = 2k + 1 \\ a = 7k' + 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + 2 = 2(k + 1) & ; k \in \mathbb{Z} \\ a + 2 = 7(k' + 1) & ; k' \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$a + 2$ هم بر ۳ و هم بر ۷ بخشیدنی است، یعنی بر ۲۱ بخش پذیر است.

در نتیجه:

$$a + 2 = 21q = 21(q - 1 + 1) = 21(q - 1) + 21 \Rightarrow a = 21q' + 19$$

۲۲- گزینه «۴»

نکته: اگر $S = \{a - bq \geq 0 : a, b, q \in \mathbb{Z}\}$ ، آنگاه کوچک‌ترین عضو S ،

باقی‌مانده تقسیم a بر b است.

عضو ابتدای مجموعه $A = \{5328 - 12q \geq 0 ; q \in \mathbb{Z}\}$ ، بر اساس نکته بالا، برابر

باقی‌مانده تقسیم ۵۳۲۸ بر ۱۲ است.

۲۶- گزینه «۲»

اگر a و b دو عدد به فرم $4k - 3$ ($k \in \mathbb{Z}$) باشند، داریم:

$$\begin{cases} a = 4k - 3 \\ b = 4k' - 3 \end{cases} \Rightarrow ab = (4k - 3)(4k' - 3)$$

$$= 16kk' - 12k - 12k' + 9 = 4(4kk' - 3k - 3k' + 3) - 3$$

$$= 4q - 3 \quad (q \in \mathbb{Z})$$

یعنی دو عضو دلخواه از مجموعه B را اگر در هم ضرب کنیم حاصل، باز هم به

$$\left. \begin{array}{l} b | a \\ a | b + c \end{array} \right\} \Rightarrow b | b + c \left\{ \begin{array}{l} \Rightarrow b | (b + c) - b \Rightarrow b | c \\ \text{از طرفی } b | b \end{array} \right.$$

۲۳- گزینه «۱»

۲۸- گزینه «۲»

فرم $۳ - ۴k$ خواهد بود.

$$۱۲ | d \Rightarrow d = ۱۲q$$

مثال نقض برای سایر گزینه‌ها: $(k \in \mathbb{Z})$

$$d | ۱۸۰ \Rightarrow ۱۲q | ۱۸۰ \Rightarrow q | ۱۵ \Rightarrow q = ۱, ۳, ۵, ۱۵$$

بنابراین چهار عدد $۱۲, ۳۶, ۶۰, ۱۸۰$ در رابطه‌های داده شده صدق می‌کنند.

$$\text{گزینه «۱»}: \begin{cases} ۳ \in A \\ ۷ \in A \end{cases} \Rightarrow ۳ \times ۷ = ۲۱ \neq ۴k + ۳ \Rightarrow ۲۱ \notin A$$

$$\text{گزینه «۳»}: \begin{cases} -۳ \in C \\ ۲ \in C \end{cases} \Rightarrow (-۳)(۲) = -۶ \neq ۵k - ۳ \Rightarrow -۶ \notin C$$

۲۹- گزینه «۴»

$$xy - y + x^2 - ۳x = 0 \Rightarrow y(x-1) = ۳x - x^2 \Rightarrow y = \frac{x^2 - ۳x}{1-x}$$

$$\text{گزینه «۴»}: \begin{cases} ۵ \in D \\ ۱۱ \in D \end{cases} \Rightarrow ۵ \times ۱۱ = ۵۵ \neq ۶k + ۵ \Rightarrow ۵۵ \notin D$$

برای آن که y عددی صحیح باشد، باید صورت کسر بر مخرج کسر

تقسیم پذیر باشد.

۲۷- گزینه «۴»

$$\begin{cases} 1-x | x^2 - 3x \\ 1-x | 1-x \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع}} \begin{cases} 1-x | -2x \\ 1-x | x-x^2 \end{cases}$$

گزینه «۱»:

$$\begin{cases} 1-x | -2x \\ 1-x | 1-x \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع}} \begin{cases} 1-x | -2 \\ 1-x | 2x-2 \end{cases}$$

$$\left. \begin{cases} a-b | a+b \xrightarrow{(+)} a-b | 2a \Rightarrow a-b | 4a \\ a-b | a-b \end{cases} \right\} \Rightarrow a-b | 4a - 2b$$

$$\left. \begin{cases} a-b | a+b \xrightarrow{(-)} a-b | 2b \\ a-b | a-b \end{cases} \right\}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1-x = \pm 1 \\ 1-x = \pm 2 \end{cases} \Rightarrow x = 0, 2, -1, 3$$

نقاط زیر روی منحنی مذکور وجود دارند:

$$\text{گزینه «۲»}: \begin{cases} a-b | 2a \xrightarrow{(+)} a-b | 3a-b \\ a-b | a-b \end{cases}$$

$$(0, 0), (2, 2), (-1, 2), (3, 0)$$

$$\text{گزینه «۳»}: \begin{cases} a-b | 2b \xrightarrow{(-)} a-b | 3b-a \\ a-b | a-b \end{cases}$$

۳۰- گزینه «۴»

مثال نقض برای گزینه «۴»: اگر $a = 5$ و $b = 3$ در نظر گرفته شوند، آنگاه:

$$\text{فرض کنیم } a' = \frac{a}{3} \text{ و } b' = \frac{b}{3} \text{ باشد، در این صورت } (4a, 3b) = (4a', 3b')$$

$$\begin{cases} a-b = 2 \\ a+b = 8 \end{cases} \Rightarrow a-b | a+b$$

حال کافی است $a' = 3k$ و $b' = 4k'$ به گونه‌ای که $(k, k') = 1$ در نظر گرفتهشوند تا حداکثر مقدار ممکن برای $(4a, 3b)$ به دست آید. داریم:

$$4a + b = 23 \Rightarrow a - b | 4a + b$$

$$(4a, 3b) = (24k, 24k') = 24(k, k') = 24 \times 1 = 24$$



فیزیک ۳

گزینه ۳۱ «۴»

(بابک اسلامی)

در حرکت بر روی خط راست، چون روی یک خط حرکت انجام می‌شود، بنابراین بردارهای جابه‌جایی الزاماً هم‌راستا هستند ولی می‌توانند هم‌سو نباشند.

$$\leftarrow x_2 \quad x_1 \quad x$$

گزینه ۳۲ «۴»

(آزاد پزشکی - ۷۹)

با استفاده از معادله حرکت با سرعت ثابت برای دو لحظه $t_1 = 5s$ و $t_2 = 7s$ می‌توان نوشت:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 5s \Rightarrow 16 = v \times 5 + x_0 \\ t_2 = 7s \Rightarrow 24 = v \times 7 + x_0 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{حل دستگاه}} v = 4 \frac{m}{s}, x_0 = -4m \Rightarrow x = 4t - 4$$

گزینه ۳۳ «۴»

(فرشید رسولی)

با توجه به این که سرعت لحظه‌ای شیب خط مماس بر نمودار مکان-زمان متحرک است، می‌توان نتیجه گرفت که متحرک در لحظه t_1 دارای سرعتی برابر v_0 بوده و در لحظه t_2 سرعت آن به صفر رسیده است.

هم‌چنین سرعت متوسط متحرک بین لحظه‌های t_1 و t_2 برابر است با:

$$v_{av} = \frac{v_{t_1} + v_{t_2}}{2} = \frac{v_0 + 0}{2} = \frac{v_0}{2}$$

بنابراین سرعت لحظه‌ای متحرک بین زمان‌های t_1 و t_2 ، ابتدا بیش‌تر از سرعت متوسط و سپس کم‌تر از سرعت متوسط آن می‌باشد.

گزینه ۳۴ «۲»

(هوشنگ کرمی)

با دو بار استفاده از معادله سرعت - جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، داریم:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a(x_2 - x_1) \Rightarrow 9^2 - 5^2 = 2a(15 - 1)$$

$$\Rightarrow 81 - 25 = 28a \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$v_1^2 - v_0^2 = 2a(x_1 - x_0) \Rightarrow 5^2 - v_0^2 = 2 \times 2 \times (1 - (-1/25))$$

$$\Rightarrow 25 - v_0^2 = 9 \Rightarrow v_0^2 = 16 \Rightarrow |v_0| = 4 \frac{m}{s}$$

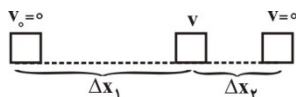
گزینه ۳۵ «۱»

(ناصر شوارزمی)

با استفاده از معادله سرعت - جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، داریم:

$$\text{مرحله اول: } v^2 - 0 = 2a\Delta x_1 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{v^2}{2a}$$

$$\text{مرحله دوم: } 0 - v^2 = 2(-a)\Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{v^2}{2a}$$



$$\Rightarrow \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = \frac{\frac{v^2}{2a}}{\frac{v^2}{2a}} \Rightarrow \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = 1$$

(فسرو ارغوانی فرد)

گزینه ۳۶ «۴»

رابطه مستقل از شتاب را از لحظه $t = 0$ تا لحظه $t = 4s$ که سرعت متحرک برابر با صفر می‌شود، می‌نویسیم:

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t \Rightarrow (-2 - 4) = \frac{0 + v_0}{2} \times (4 - 0)$$

$$\Rightarrow v_0 = -3 \frac{m}{s}$$

بنابراین شتاب حرکت برابر است با:

$$a = \frac{v - v_0}{\Delta t} = \frac{0 - (-3)}{4} = \frac{3}{4} \frac{m}{s^2}$$

حال رابطه سرعت - جابه‌جایی را از شروع حرکت تا رسیدن به مبدأ مکان برای اولین بار می‌نویسیم:

$$v'^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v'^2 - 9 = 2\left(\frac{3}{4}\right)(0 - 4) \Rightarrow v' = \pm\sqrt{3} \frac{m}{s}$$

وقتی اولین بار متحرک به مبدأ مکان می‌رسد، شیب نمودار $x - t$ منفی و در نتیجه سرعت منفی می‌باشد.

$$v' = -\sqrt{3} \frac{m}{s}$$



گزینه «۲»

(علیرضا یقین)

چون معادله سرعت- زمان حرکت ذره بر روی خط راست از درجه اول است،

بنابراین شتاب حرکت آن ثابت است و می توان نوشت:

$$\begin{cases} t_1 = 1s \Rightarrow v_1 = 12 \frac{m}{s} \\ t_2 = 2s \Rightarrow v_2 = 14 \frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{12 + 14}{2} \Rightarrow v_{av} = 13 \frac{m}{s}$$

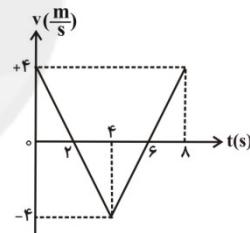
گزینه «۳»

(عمیرضا امیرلطفی)

از روی نمودار شتاب- زمان می بینیم که شتاب حرکت متحرک در بازه های

زمانی صفر تا ۴ ثانیه و ۴ تا ۸ ثانیه ثابت است. برای رسم نمودار سرعت- زمان

داریم:



$$0 < t < 4s \Rightarrow v = -2t + 4 \xrightarrow{t=4s} v_4 = -4 \frac{m}{s}$$

$$v = 0 \Rightarrow -2t + 4 = 0 \Rightarrow t = 2s$$

$$4s < t < 8s \Rightarrow v = 2(t - 4) - 4 \xrightarrow{t=8s} v_8 = 4 \frac{m}{s}$$

$$v = 0 \Rightarrow 2(t - 4) - 4 = 0 \Rightarrow t = 6s$$

در بازه زمانی ای که سرعت و شتاب هم جهت باشند ($a_x v_x > 0$)، حرکت

متحرک تندشونده و در بازه زمانی ای که در خلاف جهت هم باشند

($a_x v_x < 0$)، حرکت متحرک کندشونده است، بنابراین در بازه های زمانی ۲s

تا ۴s و ۴s تا ۸s حرکت متحرک کندشونده است.

گزینه «۲»

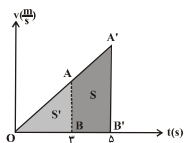
(نمراله افاضل)

با توجه به این که شتاب حرکت جسم ثابت است، نمودار سرعت- زمان آن

مطابق شکل زیر، به صورت یک خط راست است و مساحت محصور بین نمودار

با محور زمان برابر ۳۲m است. از تشابه دو مثلث OAB و OA'B' می توان

نوشت:



$$\Delta OA'B' \sim \Delta OAB \Rightarrow \frac{S' + S}{S'} = \left(\frac{4}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{S' + 32}{S'} = \frac{4}{1} \Rightarrow S' = 18m$$

دقت کنید نسبت های مساحتی با توان دوم نسبت های طولی متناسب اند.

در نهایت جابه جایی متحرک بین لحظه های $t = 0$ و $t = 5s$ برابر است با:

$$\Delta x_{کل} = S + S' \Rightarrow \Delta x_{کل} = 32 + 18 = 50m$$

گزینه «۲»

(رضا صفایی)

در ۵/ - ثانیه اول که زمان واکنش راننده است، می توان فرض کرد که اتومبیل

با سرعت ثابت حرکت می کند و مسافت $\Delta x_1 = vt = 25 \times 0.5 = 12.5m$

را طی می کند، اما پس از ترمز کردن راننده، اتومبیل حرکت کندشونده با شتاب

دارد و از معادله سرعت - جابه جایی می توان نوشت:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x_2$$

$$\Rightarrow 0 - 25^2 = 2 \times (-5) \times \Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = 62.5m$$

بنابراین در لحظه دیدن مانع توسط راننده، حداقل فاصله خودرو از مانع باید

برابر $\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 75m$ باشد تا به آن برخورد نکند.



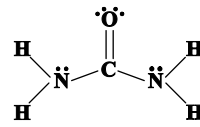
شیمی ۳

۴۱- گزینه «۳»

تنها مورد «الف» نادرست است.

فرمول شیمیایی روغن زیتون به صورت $C_{57}H_{104}O_6$ است؛ بنابراین تعداد هیدروژن ها ۲ برابر تعداد کربن ها نیست. بررسی موارد درست:

ب) فرمول شیمیایی ازلین به صورت $C_{18}H_{34}$ است که با فرمول همگانی آلکان ها (C_nH_{2n-2}) مطابقت دارد.



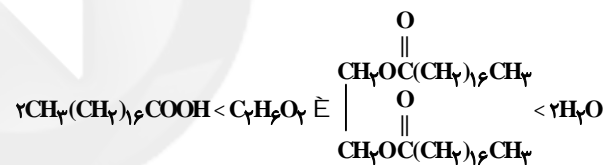
(ج)

جفت الکترون های پیوندی $N \frac{1}{4} N_2$
جفت الکترون های ناپیوندی

د) ضد یخ که همان اتیلن گلیکول است، در آب محلول و در هگزان نامحلول است.

۴۲- گزینه «۳»

واکنش مورد نظر را می نویسیم و سپس موازنه می کنیم:



جرم مولی استر حاصل را به دست آورده و درصد جرمی اکسیژن را در آن محاسبه می کنیم:

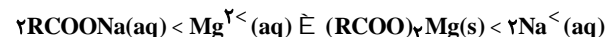
$$O \text{ جرم } \frac{100 \times 64}{594} \approx 10.77 \text{ درصد جرمی O}$$

حال جرم آب تولیدی با مصرف یک مول الکل را محاسبه می کنیم:

$$? \text{ g H}_2\text{O} \text{ N } \frac{2 \text{ mol H}_2\text{O}}{1 \text{ mol الکل}} \text{ E } \frac{18 \text{ g H}_2\text{O}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}} \text{ N } 36 \text{ g H}_2\text{O}$$

۴۳- گزینه «۲»

معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



فرمول شیمیایی و جرم مولی صابون را به دست آورده و سپس جرم رسوب $(\text{RCOO})_2\text{Mg}$ را محاسبه کنیم:

$$\text{RCOONa N CH}_3(\text{CH}_2)_{13}\text{COONa N } 264 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$? \text{ g صابون } \text{ N } \frac{20}{100} \text{ E } \frac{1 \text{ mol}}{264 \text{ g صابون}} \text{ N } 145.2 \text{ g رسوب}$$

$$\text{N } \frac{1 \text{ mol رسوب}}{2 \text{ mol صابون}} \text{ E } \frac{506 \text{ g رسوب}}{1 \text{ mol رسوب}} \text{ N } 27.8 \text{ g رسوب}$$

۴۴- گزینه «۳»

صابون و محلول سود، کاغذ pH را به رنگ آبی درمی آورند.

بررسی سایر گزینه ها:

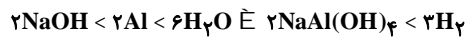
گزینه «۱»: طبق متن کتاب درسی صحیح است.

گزینه «۲»: جوهر نمک (HCl) می تواند با Fe_2O_3 واکنش داده و آن را به صورت FeCl_3 محلول در بیاورد. پس می تواند به عنوان یک پاک کننده برای زنگ آهن عمل کند.

گزینه «۴»: طبق متن کتاب درسی صحیح است.

۴۵- گزینه «۱»

ابتدا معادله واکنش را نوشته و موازنه می کنیم:



جرم آلومینیم را x و جرم سدیم هیدروکسید را $x > 30/15$ در نظر

می گیریم:

$$? \text{ g NaOH N } x \text{ g Al} \text{ E } \frac{1 \text{ mol Al}}{27 \text{ g Al}} \text{ E } \frac{2 \text{ mol NaOH}}{2 \text{ mol Al}} \text{ E } \frac{40 \text{ g NaOH}}{1 \text{ mol NaOH}}$$

$$\text{N } 30/15 > x \text{ g} \text{ E } x \text{ N } 12/15 \text{ g Al}$$

با استفاده از جرم آلومینیم مصرفی، حجم H_2 تولید شده را به دست

می آوریم:

$$? \text{ L H}_2 \text{ N } 12/15 \text{ g Al} \text{ E } \frac{1 \text{ mol Al}}{27 \text{ g Al}} \text{ E } \frac{3 \text{ mol H}_2}{2 \text{ mol Al}} \text{ E } \frac{22.4 \text{ L H}_2}{1 \text{ mol H}_2}$$

$$\text{N } 15/12 \text{ L H}_2$$

۴۶- گزینه «۲»

اغلب داروها خاصیت اسیدی یا بازی دارند و برخی از آن ها خنثی هستند. در مواد خنثی غلظت یون هیدرونیوم و یون هیدروکسید باهم برابر است.

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه «۱»: پیش از آن که ساختار اسیدها و بازها شناخته شود، شیمی دان ها افزون بر ویژگی های اسیدها و بازها با برخی واکنش های

آن ها نیز آشنا بودند.

گزینه «۳»: اغلب میوه ها دارای اسیدند؛ بنابراین غلظت یون هیدرونیوم در آن ها بیش تر از غلظت یون هیدروکسید است.

گزینه «۴»: آرنیوس با بررسی رسانایی الکتریکی محلول های آبی به رسانا بودن محلول اسیدها و بازها پی برد. محلولی که حلال آن آلی باشد، محلول غیر آبی نام دارد.

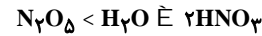


۴۷- گزینه «۱»

بررسی موارد نادرست:

(ب) SO_2 در گازهای آتشفشانی یافت می شود ولی سولفوریک اسید در اثر واکنش SO_3 با آب تولید می شود.

(پ) ابتدا واکنش ها را می نویسیم و موازنه می کنیم:



حال غلظت یون هیدرونیوم را محاسبه می کنیم:

$$? \text{ mol } H_3O^+ < N \frac{91}{8g} N_2O_5 \uparrow \frac{2 \text{ mol } HNO_3}{10.8g N_2O_5} \uparrow \frac{2 \text{ mol } HNO_3}{1 \text{ mol } N_2O_5}$$

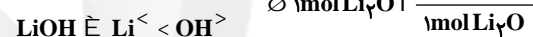
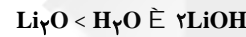
$$\uparrow \frac{2 \text{ mol } H_3O^+}{1 \text{ mol } HNO_3} N \frac{1}{7} \text{ mol } H_3O^+$$

$$[H_3O^+] < N \frac{1}{7} \text{ mol هیدرونیوم}}{0.2 \text{ حجم محلول}} N \frac{1}{7} N \frac{8}{5} \text{ mol.L}^{-1}$$

بررسی موارد درست:

(الف) با توجه به شکل ۴ صفحه ۱۵ شیمی دوازدهم صحیح است.

(ت)

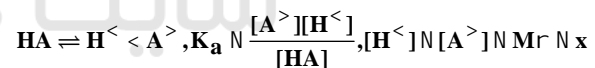


$$\uparrow \frac{2 \text{ mol یون}}{1 \text{ mol } LiOH} N \frac{2}{4} \text{ mol یون}$$

(ث) با توجه به متن کتاب درسی صحیح است.

۴۸- گزینه «۳»

می دانیم که:



بررسی گزینه ها:

گزینه «۱»:

$$10^{-1} N \frac{x^2}{2 > x} \quad \uparrow \quad x^2 < 0.1x > 0.2 N \quad \uparrow \quad x N 0.4 / \text{ ق ق} \quad \uparrow \quad x N > 0.5x / \text{ غ ق ق}$$

بنابراین غلظت یون هیدرونیوم ۰/۴ مولار است.

$$[H^+] < N [A^-] N \frac{1}{3} \uparrow 0.2 N 0.26 \text{ mol.L}^{-1} \quad \uparrow \quad \text{گزینه «۲»}$$

$$\uparrow [H^+] < [A^-] N 0.26 \uparrow 2 N 0.52 \text{ mol.L}^{-1}$$

بنابراین غلظت مجموع یون های حاصل از یونش برابر با ۰/۵۲ مولار است.

گزینه «۳»:

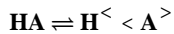
$$2/5 \uparrow 10^{-1} N \frac{x^2}{3 > x} \quad \uparrow \quad x^2 < 0.25x > 0.75 N \quad \uparrow \quad x N 0.75 / \text{ ق ق} \quad \uparrow \quad x N > 1 / \text{ غ ق ق}$$

$$[HA] N M > [H^+] < N 3 > 0.75 N 2 / 25 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[A^-] < N 0.125 \uparrow 0.3 N 0.375 \text{ mol.L}^{-1} \quad \uparrow \quad \text{گزینه «۴»}$$

۴۹- گزینه «۲»

ابتدا غلظت یون هیدرونیوم را در محلول اسید HA به دست می آوریم:



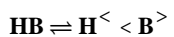
$$[H^+] < N [A^-] < N x \quad \uparrow \quad \text{می دانیم که:}$$

$$K_{a1} N \frac{[H^+][A^-]}{[HA]} \quad \uparrow \quad 10^{-1} N \frac{x^2}{0.2 > x} \quad \uparrow \quad x^2 < 0.1x > 0.2 N \quad \uparrow \quad x N 0.1 / \text{ ق ق} \quad \uparrow \quad x N > 0.2 / \text{ غ ق ق}$$

بنابراین غلظت یون هیدرونیوم در محلول HA برابر با ۰/۱ مولار است.

حال غلظت اولیه اسید HB را به دست می آوریم و سپس غلظت یون

B⁻ را محاسبه می کنیم:



برای محاسبه غلظت اولیه HB داریم:

$$[HB] < N \frac{10 \text{ ad}}{M} \quad \uparrow \quad [HB] < N \frac{10 \uparrow 4 \uparrow 1 / 2}{16} N \frac{3}{16} \text{ mol.L}^{-1}$$

می دانیم که:

$$K_{a2} N \frac{[H^+][B^-]}{[HB]} \quad \uparrow \quad 0.25 N \frac{y^2}{3 > y} \quad \uparrow \quad y^2 < 0.25y > 0.75 N \quad \uparrow \quad y N 0.75 / \text{ ق ق} \quad \uparrow \quad y N > 1 / \text{ غ ق ق}$$

$$\frac{[H^+]}{[B^-]} < N \frac{0.1}{0.75} N \frac{2}{15} \simeq 0.133 \quad \uparrow \quad \text{بنابراین داریم:}$$

۵۰- گزینه «۳»

موارد «الف»، «ب» و «ث» نادرست هستند.

بررسی موارد نادرست:

(الف) HF هیدروژن هالید دوره دوم جدول تناوبی است و اسید ضعیف محسوب می شود.

(ب) لزوماً این رابطه برقرار نیست؛ اما اگر در دما و غلظت یکسان درجه یونش یک اسید دو برابر دیگری می باشد؛ آن گاه می توان گفت غلظت یون هیدرونیوم نیز در محلول دو برابر است.

(ث) تنها در شرایطی که دما و غلظت یکسان باشد می توان با قطعیت راجع به غلظت یون هیدرونیوم و در نتیجه سرعت واکنش صحبت کرد.

بررسی موارد درست:

(پ) فورمیک اسید، ثابت یونش بزرگتری نسبت به استیک اسید دارد.

(ت) هر دو اسید ضعیف هستند و نیترواسید ثابت یونش بزرگتری نسبت به کربنیک اسید دارد؛ بنابراین رسانایی الکتریکی آن نیز در دما و غلظت یکسان بیش تر است.