



# آزمون غیر حضوری دروس اختصاصی فارغ التحصیلان ریاضی (۲۰ مهر ۱۳۹۷) (مباحث ۴ آبان ۹۷)

برای دیدن پاسخ آزمون غیرمضوری به صفحه مقطع و همچنین به صفحه شفصی خود در قسمت دریافت کارنامه در سایت کانون به آدرس [www.kanoon.ir](http://www.kanoon.ir) مراجعه نمایید و از منوی سمت راست گزینه آزمون غیرمضوری را انتخاب کنید.

گروه فنی و تولید:

مسئول تولید آزمون غیرحضوری	محمد اکبری
مسئول دفترچه آزمون غیرحضوری	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مریم صالحی مسئول دفترچه: آتیه اسفندیاری
حروف‌چین	حسن خرم‌جو
ناظر چاپ	سوران نعیمی

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۶۹۶۲۴۰۰

«تمام دارایی‌ها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلمچی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»



## دیفرانسیل

## دیفرانسیل

دنباله‌های عددی، نمودار  
دنباله‌ها، انواع دنباله‌ها  
صفحه‌های ۱۸ تا ۲۷

۱- نمودار کدام یک از دنباله‌های زیر با بقیه متفاوت است؟

$$a_n = \sin\left(n\pi + \frac{\pi}{2}\right) \quad (1)$$

$$b_n = \tan\left(\frac{n\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \quad (2)$$

$$c_n = \cot\left(\frac{n\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \quad (3)$$

$$d_n = \cos\left(\frac{n\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \quad (4)$$

۲- کدام یک از دنباله‌های زیر، ثابت است؟ ([ ]، علامت جزء صحیح است.)

$$\left\{\sin \frac{n\pi}{2} \cos \frac{n\pi}{2}\right\}_{n=1}^{\infty} \quad (1)$$

$$\{(-1)^{2n} \cos n\pi\}_{n=1}^{\infty} \quad (2)$$

$$\left\{\left[\frac{(-1)^n}{n}\right]\right\}_{n=1}^{\infty} \quad (3)$$

$$\left\{\frac{n}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \quad (4)$$

۳- در دنباله  $a_n = 2 + \frac{\cos n\pi}{2n+1}$ ، اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین جمله دنباله کدام است؟

$$\frac{8}{15} \quad (1) \quad \frac{7}{15} \quad (2) \quad \frac{8}{3} \quad (3) \quad \frac{2}{5} \quad (4)$$

۴- به ازای چه مقادیری از  $a$  دنباله  $\{2n + a(-1)^n\}$  صعودی است؟

$$|a| \geq 1 \quad (1) \quad |a| \leq 1 \quad (2) \quad |a| \leq 2 \quad (3) \quad |a| \geq 2 \quad (4)$$

۵- در دنباله  $\{a_n\}$  می‌دانیم  $a_1 = 1$  و  $a_{n+1} = \frac{5a_n - 13}{3a_n - 7}$ . مجموع صد جمله اول این دنباله چقدر است؟

$$100 \quad (1) \quad 99 \quad (2) \quad 200 \quad (3) \quad 199 \quad (4)$$

۶- کدام دنباله کراندار است؟

$$\{n \sin(n)\} \quad (1) \quad \left\{n \sin\left(\frac{1}{n}\right)\right\} \quad (2)$$

$$\{n \cos(n)\} \quad (3) \quad \left\{n \cos\left(\frac{1}{n}\right)\right\} \quad (4)$$

۷- اگر  $a_1 = 0$  و به ازای  $n \geq 2$  داشته باشیم  $a_n = \left(1 - \frac{1}{4}\right)\left(1 - \frac{1}{9}\right)\left(1 - \frac{1}{16}\right)\dots\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$ ، جمله چندم دنباله  $a_n$  برابر  $0.525$  است؟

$$10 \quad (1) \quad 11 \quad (2) \quad 20 \quad (3) \quad 21 \quad (4)$$

۸- در دنباله فیبوناتچی  $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, \dots$ ، مجموع  $1395$  جمله اول کدام است؟

$$a_{1396} - 1 \quad (1) \quad a_{1396} + 1 \quad (2)$$

$$a_{1397} - 1 \quad (3) \quad a_{1397} + 1 \quad (4)$$

## هندسه تحلیلی

بردارها - خط و صفحه  
صفحه‌های ۲۵ تا ۴۲

## هندسه تحلیلی

۹- بردار  $a = (2m - n, -3, 1 + m)$  با طول ۵ در رابطه  $a \cdot (j \times i) = 4$  صدق می‌کند. حاصل  $m + n$  برابر با کدام است؟ (  $i$  و  $j$  بردارهای یک‌دستگاه مختصات اند.)

- (۱) ۵ (۲) -۱۵ (۳) -۹ (۴) -۵

۱۰- دو بردار  $a$  و  $b$  با شرط  $|a| = 4$ ،  $|b| = 7$  و  $|a \times b| = 16$  مفروض‌اند. مقدار  $|a \cdot b|$  کدام است؟

- (۱)  $4\sqrt{33}$  (۲)  $7\sqrt{13}$  (۳)  $12\sqrt{11}$  (۴)  $8\sqrt{7}$

۱۱- دو بردار  $a = (2, 1, 2)$  و  $b = (1, 2, 1)$  مفروض هستند. حجم متوازی السطوحی که روی بردارهای  $a + b$ ،  $a - b$  و  $a \times b$  ساخته می‌شود، کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۲۷ (۳) ۳۶ (۴) ۵۴

۱۲- اگر بردارهای  $a$ ،  $b$  و  $c$  چنان باشند که  $a + 2b + 3c = 0$ ، آنگاه حاصل  $a \times b + b \times c + c \times a$  کدام است؟

- (۱)  $6(b \times c)$  (۲)  $2(b \times a)$  (۳)  $3(a \times c)$  (۴)  $0$

۱۳- بردارهای  $a = (1, -1, 2)$  و  $b$  مفروض‌اند. اگر  $|b| = 2$  و زاویه بین  $a$  و  $b$ ، برابر  $15^\circ$  باشد، آنگاه اندازه بردار  $(a \cdot b)(a \times b)$  کدام است؟

- (۱)  $12\sqrt{3}$  (۲) ۱۲ (۳) ۶ (۴)  $6\sqrt{3}$

۱۴- معادله خط  $D$  که از مبدا مختصات بگذرد و بر دو خط  $\Delta: (x=2y, z=1)$  و  $\Delta': (2x=3y, y=z-1)$  عمود باشد، کدام است؟

$$(1) 2x = y = 4z \quad (2) x = -y = 4z$$

$$(3) 2x = -y = 4z \quad (4) x = y = -4z$$

۱۵- دو خط  $x+1=y=z+2$  و  $\frac{x-m}{3} = y-3 = \frac{z-1}{2}$  متقاطعند. کدام  $m$  است؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) -۳ (۴) ۳

۱۶- دو ضلع روبه‌روی یک مربع بر روی دو خط  $D: \frac{x-1}{2} = \frac{3-y}{2} = z+1$  و  $D': x-3=-y=2(z-1)$  منطبق هستند. مساحت این مربع چقدر است؟

- (۱)  $\frac{2}{3}$  (۲) ۱ (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴)  $\sqrt{2}$

۱۷- اگر تصویر نقطه  $A(0, -2, 0)$  روی خط  $D: x = \frac{y}{2} = z - 2$  نقطه‌ای به مختصات  $(m, n, p)$  باشد حاصل  $m + n + p$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲

۱۸- دو خط  $L_1: \begin{cases} x+2z=1 \\ y=3 \end{cases}$  و  $L_2: \begin{cases} y=1 \\ z=1-2x \end{cases}$  نسبت به هم چه وضعی دارند؟

- (۱) متقاطع (۲) منطبق (۳) عمود (۴) متناظر

## ریاضیات گسسته

## گراف

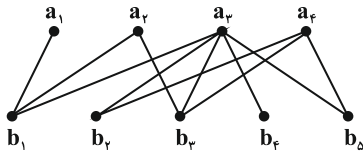
صفحه‌های ۱ تا ۱۶

## ریاضیات گسسته

۱۹- افراد  $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5$  مطابق گراف زیر، متقاضی مشاغل  $a_1, a_2, a_3, a_4$  هستند. اگر هر فرد

تنها برای یک شغل استخدام شود و هیچ شغلی خالی نماند، استخدام افراد به چند طریق

امکان پذیر است؟



۴ (۲)

۲ (۱)

۸ (۴)

۶ (۳)

۲۰- درجه‌های رأس‌های یک گراف، اعداد  $5, 5, 4, 3, 2, a$  هستند.  $a$  چند مقدار مختلف دارد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۲۱- در گرافی از مرتبه ۹ و اندازه ۳۳ که در آن  $\Delta - \delta = 3$  است، درجه چند رأس ماکزیمم است؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۳ (۱)

۲۲- گرافی از مرتبه ۱۰، دارای دو رأس از درجه ۷ است. حداکثر اندازه این گراف کدام است؟

۴۲ (۴)

۴۱ (۳)

۴۰ (۲)

۳۹ (۱)

۲۳- در گراف ناهمبند و ۴-منتظم از مرتبه ۱۰، چند دور به طول ۴ وجود دارد؟

۱۵ (۲)

۱۰ (۱)

۳۰ (۴)

۲۰ (۳)

۲۴- در یک گراف همیلتنی از مرتبه ۸ که دارای ۳ دور به طول ۴ است، حداکثر چند رأس از درجه  $\delta$  وجود دارد؟

۴ (۲)

۳ (۱)

۶ (۴)

۵ (۳)

۲۵- در گراف بازه‌های  $i = 1, 2, 3, 4, 5$ :  $A_i = (0, i)$ ، از رأس متناظر با  $A_1$  به رأس متناظر با  $A_5$ ، چند مسیر به طول ۳ یا ۴ وجود

دارد؟

۱۰ (۲)

۸ (۱)

۱۴ (۴)

۱۲ (۳)

۲۶- دنباله درجات رئوس گرافی به صورت  $1, 1, 1, 1, 2, 2, 3$  می‌باشد. حداقل تعداد یال‌های لازم جهت تبدیل این گراف به یک گراف

منتظم کدام است؟

۵ (۲)

۱۱ (۱)

۱۷ (۴)

۱۳ (۳)

## فیزیک پیش دانشگاهی

حرکت شناسی

صفحه های ۲۱ تا ۴۰

فیزیک ۳

صفحه ۳۹

## فیزیک پیش دانشگاهی

۲۷- معادله های حرکت ذره ای در صفحه  $xOy$  بر حسب یکاهای SI به صورت  $y = t^3 + \frac{9}{4}t$  و

$x = \frac{4}{3}t^3 - 4t$  است. اندازه سرعت این ذره، هنگامی که اندازه شتاب آن به  $\frac{5}{3} \frac{m}{s^2}$  می رسد، چند

متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۶ (۲)  $3\sqrt{2}$  (۳)  $5\sqrt{2}$  (۴) ۱۰

۲۸- معادله های مکان دو متحرک A و B در SI، به ترتیب  $\vec{r}_A = (t^2 + 1)\vec{i} + (t + 2)\vec{j}$  و  $\vec{r}_B = (2t^2 - 3)\vec{i} + 2t\vec{j}$  می باشد. در لحظه ای که

دو متحرک به یکدیگر برخورد می کنند، بردار سرعت متحرک A در SI کدام است؟

- (۱)  $2\vec{i} + \vec{j}$  (۲)  $4\vec{i} + \vec{j}$  (۳)  $5\vec{i} + 4\vec{j}$  (۴)  $8\vec{i} + 2\vec{j}$

۲۹- معادله حرکت دو بُعدی جسمی در SI به صورت  $x = 20t^2$  و  $y = -5t^3$  است. زاویه بین بردارهای سرعت و شتاب این جسم در لحظه  $t = 1s$

برابر با چند درجه است؟  $(\tan 37^\circ = \frac{3}{4}, \tan 20^\circ = \frac{3}{8})$

- (۱) ۱۷ (۲) ۲۰ (۳) ۳۰ (۴) ۳۷

۳۰- پرتابه ای را با سرعت اولیه  $v_0 = 10 \frac{m}{s}$  و با زاویه  $15^\circ$  نسبت به سطح شیب داری که زاویه شیب آن نسبت به افق برابر با  $30^\circ$

است، پرتاب می کنیم. پرتابه در چه فاصله ای بر حسب متر از محل پرتاب، به سطح شیب دار برخورد می کند؟  $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

- (۱)  $10(\frac{\sqrt{3}-1}{3})$  (۲)  $20(\frac{\sqrt{3}-1}{3})$  (۳)  $5(\frac{\sqrt{3}-1}{3})$  (۴)  $(\frac{\sqrt{3}-1}{3})$

۳۱- بردار مکان متحرکی که در صفحه  $xOy$  حرکت می کند، در SI به صورت  $\vec{r} = (t^2 - 2t)\vec{i} + (\frac{1}{3}t^3 - t^2)\vec{j}$  می باشد. در لحظه ای

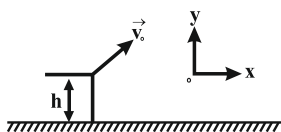
که اندازه شتاب متحرک به حداقل مقدار خود می رسد، زاویه بین بردار سرعت و بردار شتاب چند درجه است؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۴۵ (۳) ۶۰ (۴) ۹۰

۳۲- مطابق شکل زیر و در شرایط خلأ، جسمی را با سرعت اولیه  $\vec{v}_0 = 5\vec{i} + 10\vec{j}$  متر بر ثانیه، از ارتفاع  $h$  از سطح زمین پرتاب

می کنیم. اگر این جسم پس از ۴ ثانیه به سطح زمین برسد، فاصله افقی محل برخورد جسم به سطح زمین تا نقطه پرتاب، چند

برابر ارتفاع  $h$  است؟  $(g = 10 \frac{m}{s^2})$



- (۱)  $\frac{9}{4}$  (۲)  $\frac{2}{3}$

- (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴) ۲



شیمی پیش دانشگاهی: صفحه‌های ۱۲ تا ۲۸

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

۳۳- واکنش بنیادی  $C \rightarrow B + 2A$  در محلولی انجام شده است که در ابتدا غلظت  $A$ ،  $8$  / مولار و غلظت  $B$ ،  $7$  / مولار بوده است. پس از گذشت

مدتی از انجام واکنش، غلظت  $A$  به  $4$  / مولار می‌رسد. اگر در این لحظه واکنش با سرعت  $1 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$  پیش برود، ثابت سرعت

واکنش کدام است؟

$$(1) \quad 3 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-2} \cdot \text{s}^{-1} \quad (2) \quad 5 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \quad (3) \quad 3 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \quad (4) \quad 5 \text{ L}^2 \cdot \text{mol}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$$

۳۴- چه تعداد از عبارتهای زیر درست هستند؟

آ- فقط یکی از فرایندهای رفت یا برگشت واکنش  $N_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2NO(g)$  در شرایط استاندارد (STP)، به صورت قابل توجهی انجام نمی‌شود.

ب- گاز گوگرد دی‌اکسید خارج شده از نیروگاه‌ها را می‌توان به دام انداخت تا از ورود آن‌ها به هواکره جلوگیری شود. بدین منظور می‌توان گازهای خروجی را از روی اکسید سومین فلز قلیایی عبور داد.

پ- نظریه برخورد برای توصیف تمامی واکنش‌هایی که در فاز گازی هستند، به کار می‌رود.

ت- مولکول  $CO$ ، نسبت به مولکول  $O_2$  تمایل بیشتری برای ترکیب با هموگلوبین دارد.

(1) صفر (2) ۱ (3) ۲ (4) ۳

۳۵-  $E_a$  رفت واکنش گرماگیر فرضی  $2M + A \rightarrow 2Z$  برابر  $x$  کیلو ژول است. در حضور کاتالیزگر این مقدار به اندازه ۲۵ درصد تغییر می‌کند. اگر

$E_a$  برگشت این واکنش در حضور کاتالیزگر برابر  $\frac{x}{4}$  باشد، در این صورت مجموع  $E_a$  رفت و برگشت در غیاب کاتالیزگر چند برابر همین مقدار در حضور

کاتالیزگر است؟

(1) ۱ (2) ۱/۵ (3) ۰/۶ (4) ۲

۳۶- چند مورد از موارد زیر درست است؟

الف- در هنگام تشکیل پیچیده‌ی فعال بعد از شکسته‌شدن پیوندهای اولیه، پیوندهای جدید تشکیل می‌شوند.

ب- در نظریه‌ی حالت گذار، برخی از نارسایی‌های نظریه برخورد برطرف شده است.

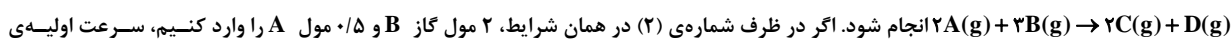
ج- در واکنش  $O_2(g)$  با  $NO(g)$ ، برخورد مناسب میان عناصر یکسان انجام می‌گیرد.

د- شکل پیچیده‌ی فعال در واکنش  $2NOCl(g) \rightarrow 2NO(g) + Cl_2(g)$ ، به صورت  $\text{O}=\ddot{\text{N}} \cdots \ddot{\text{Cl}}-\ddot{\text{Cl}}-\ddot{\text{N}}=\text{O}$  است.

(1) ۱ (2) ۲ (3) ۳ (4) ۴



۳۷- در ظرف شماره (۱) به حجم یک لیتر، در دمای ثابت، ۲ مول از هر یک از گازهای A و B را وارد می‌کنیم تا واکنش



واکنش،  $\frac{1}{4}$  برابر ظرف (۱) می‌شود. پس از مدتی از آغاز واکنش در ظرف (۱)، مجموع غلظت فراورده‌ها، برابر  $1/\delta \text{ mol.L}^{-1}$  می‌شود. سرعت واکنش در این

لحظه با یکای  $\text{mol.L}^{-1}.\text{s}^{-1}$  کدام است؟ ( $k = 8 \times 10^{-3} \text{ mol}^{-2}.\text{L}^2.\text{s}^{-1}$ )

- (۱)  $4 \times 10^{-3}$  (۲)  $2 \times 10^{-3}$  (۳)  $4 \times 10^{-2}$  (۴)  $2 \times 10^{-2}$

۳۸- با توجه به داده‌های جدول زیر چند مورد از مطالب زیر برای واکنش  $A(g) + B(g) \rightarrow C(g)$  درست است؟

$\Delta H$	$E'_a$	$E_a$	داده‌ها انجام واکنش
-۸۰	*	۱۲۰	در حضور کاتالیزگر
*	۲۵۰	*	بدون کاتالیزگر

•  $E_a$  در غیاب کاتالیزگر برابر  $170 \text{ kJ}$  است.

• نسبت  $\frac{E'_a}{E_a}$  در هر دو حالت یکسان است.

•  $E'_a$  در حضور کاتالیزگر برابر  $20 \text{ kJ}$  است.

• تفاوت سطح انرژی پیچیده فعال و فراورده‌ها در حضور کاتالیزگر و بدون کاتالیزگر برابر  $5 \text{ kJ}$  است.

• حاصل عبارت  $|\Delta H| + E'_a$ ، در حضور و عدم حضور کاتالیزگر، تفاوتی ندارد.

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۳۹- جدول زیر مقدار برخی از آلاینده‌ها را در گازهای خروجی از آگزوز خودروها، در غیاب و در حضور مبدل کاتالیستی نشان می‌دهد. اگر در یک کشور روزانه

۲۰۰۰۰۰ خودرو فعالیت کند و هر خودرو به طور میانگین ۸۰ کیلومتر مسافت را طی کند، با استفاده از این مبدل‌ها، از ورود چند درصد آلاینده‌ها به هوا کره

به تقریب جلوگیری می‌شود؟

NO	$C_xH_y$	CO	فرمول شیمیایی آلاینده‌ها
۱/۰۴	۱/۶۷	۵/۹۹	در غیاب مبدل
۰/۰۴	۰/۰۷	۰/۶۱	در حضور مبدل

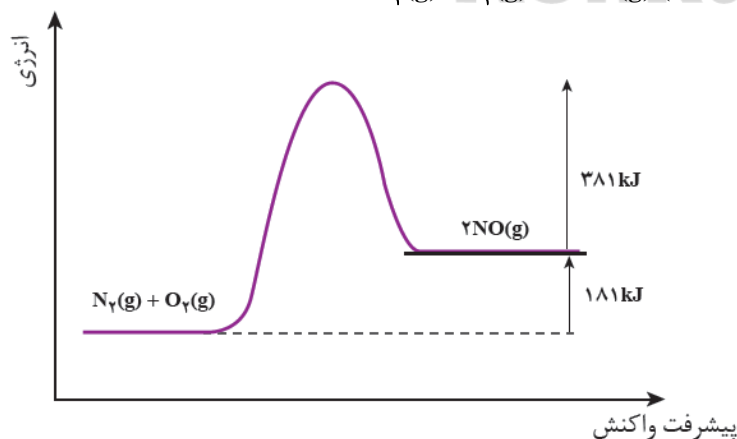
(۱) ۹۴/۵۵

(۲) ۸۷/۳۸

(۳) ۹۱/۷۲

(۴) ۸/۲۷

۴۰- با توجه به نمودار مقابل کدام مطلب نادرست است؟ ( $\Delta S = 25 \text{ J.K}^{-1}$ )  $N_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2NO(g)$



(۱) هیچ‌یک از واکنش‌های رفت و برگشت در دمای  $25^\circ \text{C}$  و فشار

$1 \text{ atm}$  تقریباً انجام نمی‌شود.

(۲) مقدار عددی  $\Delta G$  برای این واکنش در دمای  $227^\circ \text{C}$  مثبت است.

(۳) سرعت این واکنش در مسیری که منجر به افزایش آنتروپی

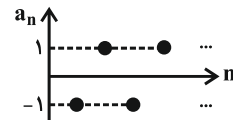
می‌شود از واکنش معکوس آن بیش‌تر است.

(۴) در بین گازهای خروجی از آگزوز خودروها گاز NO وجود دارد.

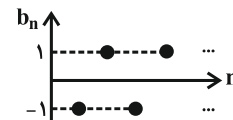


## دیفرانسیل

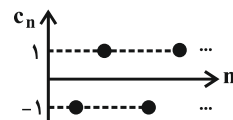
## گزینه «۴»



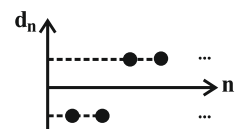
n	۱	۲	۳	۴	...
a <sub>n</sub>	-۱	۱	-۱	۱	...



n	۱	۲	۳	۴	...
b <sub>n</sub>	-۱	۱	-۱	۱	...



n	۱	۲	۳	۴	...
c <sub>n</sub>	-۱	۱	-۱	۱	...



n	۱	۲	۳	۴	...
d <sub>n</sub>	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	...

بنابراین نمودار رابطه های  $a_n$ ،  $b_n$  و  $c_n$  یکسان خواهند بود، ولی نمودار

رابطه  $d_n$  با بقیه متفاوت است.

نکته  $(-1)^n = \cos n\pi = \sin(n\pi + \frac{\pi}{2}) = \tan(\frac{n\pi}{2} + \frac{\pi}{4})$

## گزینه «۱»

گزینه «۱»:  $\{\cos \frac{n\pi}{2} \sin \frac{n\pi}{2}\}_{n=1}^{\infty}$

دنباله ثابت صفر  $= \{\frac{1}{2} \sin n\pi\}_{n=1}^{\infty} = 0, 0, 0, \dots$

گزینه «۲»:  $(-1)^{2n} \cos n\pi = (-1)^{2n} (-1)^n = (-1)^{3n}$

نوسانی  $= -1, 1, -1, \dots$

گزینه «۳»:  $\left\{ \left[ \frac{(-1)^n}{n} \right] \right\}_{n=1}^{\infty} = \begin{cases} 0 & ; \text{زوج } n \\ -1 & ; \text{فرد } n \end{cases}$  نوسانی

گزینه «۴»:  $\left\{ \frac{n}{n+1} \right\}_{n=1}^{\infty} = \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \dots$

## گزینه «۱»

$$a_n = 2 + \frac{(-1)^n}{2n+1} = \begin{cases} 2 + \frac{1}{2n+1}; & \text{زوج } n \\ 2 - \frac{1}{2n+1}; & \text{فرد } n \end{cases}$$

جملات اندیس زوج:  $\frac{-2}{(2n+1)^2} < 0$ : نزولی هستند، یعنی جمله دوم از همه بزرگتر است. مشتق زوج  $n \rightarrow \frac{4n+3}{2n+1}$

جملات اندیس فرد:  $\frac{2}{(2n+1)^2} > 0$ : صعودی هستند یعنی جمله اول از همه کوچکتر است. مشتق فرد  $n \rightarrow \frac{4n+1}{2n+1}$

جملات اندیس زوج:  $a_2, a_4, a_6, \dots = \frac{11}{5}, \frac{19}{9}, \frac{27}{13}, \dots$

جملات اندیس فرد:  $a_1, a_3, a_5, \dots = \frac{5}{3}, \frac{13}{7}, \frac{21}{11}, \dots$

$\Rightarrow$  اختلاف بزرگترین و کوچکترین جمله  $= \frac{11}{5} - \frac{5}{3} = \frac{8}{15}$

## گزینه «۲»

برای این که دنباله صعودی باشد، باید:  $a_{n+1} - a_n \geq 0$

$\Rightarrow (2(n+1) + a(-1)^{n+1}) - (2n + a(-1)^n) \geq 0$

$\Rightarrow 2n + 2 - a(-1)^n - 2n - a(-1)^n \geq 0$

$\Rightarrow 2 - 2a(-1)^n \geq 0 \Rightarrow 1 - a(-1)^n \geq 0$

$\Rightarrow \begin{cases} 1 - a \geq 0; & \text{زوج } n \\ 1 + a \geq 0; & \text{فرد } n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \leq 1; & \text{زوج } n \\ a \geq -1; & \text{فرد } n \end{cases} \Rightarrow -1 \leq a \leq 1 \Rightarrow |a| \leq 1$

## گزینه «۴»

چند جمله اول این دنباله را محاسبه می کنیم:

$a_1 = \frac{5a_1 - 13}{3a_1 - 7} = \frac{5 - 13}{3 - 7} = 2$

$a_2 = \frac{5a_2 - 13}{3a_2 - 7} = \frac{10 - 13}{6 - 7} = 3$

$a_3 = \frac{5a_3 - 13}{3a_3 - 7} = \frac{15 - 13}{9 - 7} = 1$

چون  $a_4 = a_1$  است. بنابراین  $a_5 = a_2$  و  $a_6 = a_3$  و ... یعنی جملات این

دنباله به شکل زیر هستند:

$2, 3, 1, 2, 3, 1, 2, 3, \dots$

پس مجموع ۱۰۰ جمله اول دنباله برابر است با:

$33(1+2+3)+1=199$





$$|a|=5 \rightarrow -10 - n = 0 \Rightarrow n = -10$$

$$\Rightarrow m + n = -5 - 10 = -15$$

۱۰ - گزینه «۱»

می دانیم  $|a \times b|^2 = |a|^2 |b|^2 - (a \cdot b)^2$  پس می توانیم بنویسیم:

$$(a \cdot b)^2 = |a|^2 |b|^2 - |a \times b|^2 \Rightarrow (a \cdot b)^2 = 4^2 \times 7^2 - 16^2$$

$$= (4 \times 7)^2 - 16^2 = 28^2 - 16^2 = (28 - 16)(28 + 16) = 528$$

$$\Rightarrow |a \cdot b| = \sqrt{528} = \sqrt{16 \times 33} = 4\sqrt{33}$$

۱۱ - گزینه «۳»

$$a + b = (3, 3, 3), \quad a - b = (1, -1, 1)$$

$$a = (2, 1, 2) \Rightarrow a \times b = (-3, 0, 3) \\ b = (1, 2, 1)$$

$$\text{حجم متوازی السطوح} = |(a + b) \cdot ((a - b) \times (a \times b))|$$

$$= |(3, 3, 3) \cdot ((1, -1, 1) \times (-3, 0, 3))| = |(3, 3, 3) \cdot (-3, -6, -3)|$$

$$= |-9 - 18 - 9| = |-36| = 36$$

۱۲ - گزینه «۱»

$$\begin{cases} (a + 2b + 3c) \times b = 0 \Rightarrow a \times b + 0 + 3(c \times b) = 0 \\ c \times (a + 2b + 3c) = 0 \Rightarrow c \times a + 2(c \times b) = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a \times b = 3(b \times c) \\ c \times a = 2(b \times c) \end{cases}$$

$$a \times b + b \times c + c \times a = 3(b \times c) + b \times c + 2(b \times c) = 6(b \times c)$$

۱۳ - گزینه «۳»

حاصل  $a \cdot b$ ، یک عدد و حاصل  $a \times b$ ، یک بردار است. داریم:

$$|(a \cdot b)(a \times b)| = |a \cdot b| |a \times b| = (|a| |b| |\cos \alpha|)(|a| |b| |\sin \alpha|)$$

$$= |a|^2 |b|^2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} |a|^2 |b|^2 \sin 2\alpha$$

با در نظر گرفتن  $\alpha = 15^\circ$ ، داریم:

$$|(a \cdot b)(a \times b)| = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 \times \frac{1}{2} = 6$$

تذکر: چون به ازای  $\alpha = 15^\circ$ ،  $\cos \alpha > 0$ ، پس  $|\cos \alpha| = \cos \alpha$

۶ - گزینه «۲»

دنباله  $\{n \sin(\frac{1}{n})\}$  کراندار است. زیرا:

$$0 < \sin(\frac{1}{n}) < \frac{1}{n} \Rightarrow 0 < n \sin(\frac{1}{n}) < 1$$

۷ - گزینه «۳»

$$a_n = (1 - (\frac{1}{2})^2)(1 - (\frac{1}{3})^2)(1 - (\frac{1}{4})^2) \dots (1 - (\frac{1}{n})^2)$$

$$\Rightarrow a_n = (1 - \frac{1}{4})(1 + \frac{1}{4})(1 - \frac{1}{9})(1 + \frac{1}{9})(1 - \frac{1}{16})(1 + \frac{1}{16}) \dots (1 - \frac{1}{n^2})(1 + \frac{1}{n^2})$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{3}{4} \times \dots \times \frac{n}{n-1} \times \frac{n-1}{n} \times \frac{n+1}{n}$$

$$\Rightarrow a_n = \frac{1}{2} \times \frac{n+1}{n} = \frac{n+1}{2n} \Rightarrow a_n = 0 / 525$$

$$\Rightarrow \frac{n+1}{2n} = \frac{525}{1000} = \frac{21}{40}$$

$$\Rightarrow 40n + 40 = 42n \Rightarrow 2n = 40 \Rightarrow n = 20$$

۸ - گزینه «۳»

می دانیم در دنباله فیبوناتچی،  $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ ، داریم:

$$\begin{cases} a_3 = a_2 + a_1 \\ a_4 = a_3 + a_2 \\ a_5 = a_4 + a_3 \\ \vdots \end{cases}$$

$$a_{1396} = a_{1395} + a_{1394}$$

$$a_{1397} = a_{1396} + a_{1395}$$

$$a_{1397} = a_2 + (a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{1395})$$

$$\Rightarrow a_{1397} = 1 + (a_1 + a_2 + \dots + a_{1395})$$

$$\Rightarrow a_1 + a_2 + \dots + a_{1395} = a_{1397} - 1$$

هندسه تحلیلی

۹ - گزینه «۲»

می دانیم  $j \times i = -k$  پس خواهیم داشت:

$$a \cdot (j \times i) = a \cdot (-k) = -a \cdot k = 4$$

$$\Rightarrow -(2m - n, -3, 1 + m) \cdot (0, 0, 1) = 4$$

$$\Rightarrow -(1 + m) = 4 \Rightarrow 1 + m = -4 \Rightarrow m = -5$$

پس  $|a| = 5$ ، از آن جا که  $a = (-10 - n, -3, -4)$ ، پس:

$$|a| = \sqrt{(-10 - n)^2 + (-3)^2 + (-4)^2} = \sqrt{(-10 - n)^2 + 25}$$



$$\overline{AB} \times u = (2, -3, 2) \times (2, -2, 1) = (1, 2, 2)$$

$$h = \frac{|(1, 2, 2)|}{|(2, -2, 1)|} = \frac{\sqrt{1+4+4}}{\sqrt{4+4+1}} = \frac{3}{3} = 1 \Rightarrow a = 1 \text{ طول ضلع مربع}$$

$$\Rightarrow S = a^2 = 1 \text{ مساحت مربع}$$

گزینه «۴» - ۱۷

$$\begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = t + 2 \end{cases} \text{ معادله پارامتری خط } D \text{ به صورت } \text{ است. با در نظر گرفتن نقطه}$$

$$H(t, 2t, t+2) \text{ روی خط } D \text{ و بردار } u = (1, 2, 1) \text{ به عنوان بردار هادی خط}$$

داریم:

$$\overline{AH} \cdot u = 0 \Rightarrow (t, 2t+2, t+2) \cdot (1, 2, 1) = 0$$

$$\Rightarrow t + 4t + 4 + t + 2 = 0 \Rightarrow 6t + 6 = 0 \Rightarrow t = -1$$

$$\Rightarrow H(-1, -2, 1) \Rightarrow m + n + p = -2$$

گزینه «۴» - ۱۸

دو خط متناظرند چون

$$L_1 : (x = -2t + 1, y = 3, z = t) \Rightarrow u_1 = (-2, 0, 1)$$

$$L_2 : (x = t, y = 1, z = 1 - 2t) \Rightarrow u_2 = (1, 0, -2)$$

$$u_1 \nparallel u_2 \Rightarrow \text{دو خط } L_1 \text{ و } L_2 \text{ موازی یا منطبق نیستند.}$$

$$u_1 \cdot u_2 = -2 + 0 - 2 = -4 \neq 0 \Rightarrow L_1 \text{ و } L_2 \text{ عمود نیستند}$$

دو خط وقتی متقاطع اند که نقطه اشتراکی داشته باشند یعنی نقطه‌ای با مختصات

مشترک داشته باشند اما دو خط  $L_1$  و  $L_2$  در مؤلفه  $y$  متفاوتند پس متناظرند.ریاضیات گسسته

گزینه «۲» - ۱۹

ابتدا با شغل  $a_1$  که کمترین متقاضی را دارد شروع می‌کنیم که این شغل به فرد  $b_1$  می‌رسد. سپس با حذف  $b_1$ ، شغل  $a_2$  در اختیار فرد  $b_3$  قرار می‌گیرد. برای شغل  $a_4$  دو حالت وجود دارد. این شغل یا به  $b_4$  و یا به  $b_5$  می‌رسد. با توجه به حالت‌های  $a_4$ ، حالت‌های  $a_3$  نیز مشخص می‌شود. ۴ حالت ممکن عبارتند از:

$$a_1 \rightarrow b_1, a_2 \rightarrow b_3, a_4 \rightarrow b_2, a_3 \rightarrow b_5$$

$$a_1 \rightarrow b_1, a_2 \rightarrow b_3, a_4 \rightarrow b_2, a_3 \rightarrow b_4$$

$$a_1 \rightarrow b_1, a_2 \rightarrow b_3, a_4 \rightarrow b_5, a_3 \rightarrow b_2$$

$$a_1 \rightarrow b_1, a_2 \rightarrow b_3, a_4 \rightarrow b_5, a_3 \rightarrow b_4$$

گزینه «۳» - ۱۴

$$\begin{cases} x = 2t \\ y = t \\ z = 1 \end{cases} \text{ معادلات خطوط } \Delta \text{ و } \Delta' \text{ با فرض } y = t \text{ به ترتیب به صورت}$$

$$\begin{cases} x = \frac{3}{2}t \\ y = t \\ z = t + 1 \end{cases} \text{ می‌باشد، یعنی بردارهای هادی آن‌ها به ترتیب } u = (2, 1, 0) \text{ و}$$

$$u' = \left(\frac{3}{2}, 1, 1\right) \text{ هستند. چون خط } D \text{ بر این دو خط عمود است، پس بردار}$$

هادی آن یعنی  $v$  به صورت زیر است:

$$v = u \times u' = (1, -2, \frac{1}{2}) \text{ یا } (2, -4, 1)$$

معادله خط  $D$  عبارت است از:

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{-4} = \frac{z-1}{1} \Rightarrow 2x = -y = 4z$$

گزینه «۲» - ۱۵

$$\begin{cases} x = t - 1 \\ y = t \\ z = t - 2 \end{cases} \Rightarrow x + 1 = y = z + 2 = t$$

اکنون این روابط را در معادله دوم جایگزین می‌کنیم.

$$\frac{t-1-m}{3} = t-3 = \frac{t-3}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t-1-m = 3t-9 \Rightarrow 2t = 8-m \\ 2t-6 = t-3 \Rightarrow t = 3 \end{cases} (*)$$

$$(*) \Rightarrow 2(3) = 8-m \Rightarrow m = 2$$

گزینه «۲» - ۱۶

چون  $D$  و  $D'$  بردارهای هادی یکسان دارند، با هم موازی‌اند.

$$u_D = u_{D'} = u = (2, -2, 1) \text{ به این ترتیب، فاصله بین این دو خط، طول ضلع}$$

مربع می‌باشد و آن، فاصله یک نقطه یکی از خط‌ها، از خط دیگر است:

فاصله نقطه اختیاری  $A(1, 3, -1)$  واقع بر خط  $D$  را از خط  $D'$  محاسبه

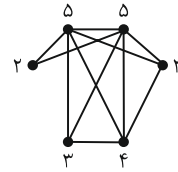
می‌کنیم.

$$D' \text{ نقطه دلخواه خط } B(3, 0, 1)$$

$$\Rightarrow \overline{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1) = (2, -3, 2)$$



گزینه «۱» - ۲۰



راه اول: سعی می‌کنیم شکل گراف را رسم کنیم. دو رأس درجه ۵ با تمام رئوس مجاور هستند. پس تا اینجا  $a \geq 2$  است.

با رسم رأس درجه ۴، خود به خود دو رأس درجه ۳ هم ایجاد می‌شود.

پس رأس ششم همان درجه ۲ است و  $a$  حتماً ۳ است. یعنی  $a$  فقط یک مقدار دارد.

راه دوم: با استفاده از الگوریتم هاول داریم:

$$5, 5, 4, 3, 2, a$$

حذف ۵ شود

$$\Rightarrow 4, 3, 2, 1, a-1$$

حذف ۴ شود

$$\Rightarrow 2, 1, 0, a-2 \Rightarrow 2, 1, a-2$$

حذف ۲ شود

$$\Rightarrow 0, a-3$$

پس فقط  $a = 3$  امکان دارد.

گزینه «۲» - ۲۱

از مقایسه با گراف کامل مرتبه ۹ که دارای ۳۶ یال و درجه هر رأس برابر ۸ است، متوجه می‌شویم که باید ۳ یال پاک شود. اما این ۳ یال باید طوری پاک شود که اختلاف بیش‌ترین و کمترین درجه برابر ۳ باشد، پس باید هر ۳ یال از یک رأس پاک شود. با فرض گراف  $K_9$  و برداشتن سه یال از یک رأس آن داریم:

$$K_9: 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8$$

حذف ۳ یال

$$\rightarrow 8, 8, 8, 8, 8, 7, 7, 7, 5$$

گزینه «۴» - ۲۲

دو رأس از درجه ۷ را کنار گذاشته و گراف کامل با ۸ رأس دیگر را در نظر

می‌گیریم. حداکثر تعداد یال‌هایی که با این ۸ رأس ساخته می‌شود  $\binom{8}{2} = 28$

است.

حال رأس‌های درجه ۷ را اضافه می‌کنیم بنابراین تعداد حداکثر یال برای گراف

مورد نظر  $42 = 28 + 7 + 7$  است.

گزینه «۴» - ۲۳

این گراف از دو گراف  $K_5$  ساخته شده است.

تعداد دور به طول ۴ در هر قسمت  $\frac{(5-1)!}{2} = 15$  است. پس در کل ۳۰ دور

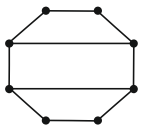
به طول ۴ دارد.

گزینه «۳» - ۲۴

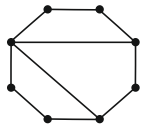
گراف همیلتنی از مرتبه ۸، یک دور به طول ۸ که دارد، برای داشتن ۳ دور به طول ۴،

باید دو قطر رسم کنیم که دو حالت زیر رخ می‌دهد. که معلوم است حداکثر ۵ رأس

از درجه ۵ داریم.



۴ - تعداد  $\delta$  ها

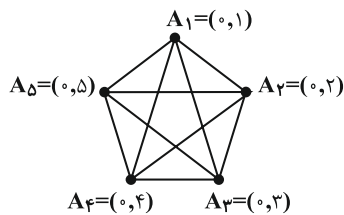


۵ - تعداد  $\delta$  ها

گزینه «۳» - ۲۵

همه با هم اشتراک دارند.

پس تمام یال‌ها رسم می‌شوند.



$$A_1 \rightarrow \bigcirc \rightarrow \bigcirc \rightarrow A_2$$

$$3 \times 2 = 6$$

مسیرهای به طول ۳:

$$A_1 \rightarrow \bigcirc \rightarrow \bigcirc \rightarrow \bigcirc \rightarrow A_2$$

$$3 \times 2 \times 1 = 6$$

مسیرهای به طول ۴:

پس در مجموع ۱۲ مسیر به طول ۳ یا ۴ بین  $A_1$  و  $A_2$  وجود دارد.

گزینه «۱» - ۲۶

$$2q = \text{مجموع درجات} \Rightarrow 3 + 2 + 2 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 2q$$

$$\Rightarrow q = 7, p = 9$$

می‌دانیم گراف فرد منتظم از مرتبه فرد نداریم پس  $r$  باید زوج باشد و چون در این

دنباله درجه ۳ داریم پس حداقل مقدار برای  $r$ ، ۴ خواهد بود.

با این توضیح اگر گراف ۴ - منتظم را در نظر بگیریم داریم:

$$pr = 2q' \Rightarrow 9 \times 4 = 2q' \Rightarrow q' = 18$$

پس حداقل تعداد یال لازم برابر است با:

$$q' - q = 18 - 7 = 11$$



## فیزیک پیش‌دانشگاهی

گزینه ۲۷»

با مشتق گرفتن از معادله مکان - زمان نسبت به زمان، معادله سرعت - زمان و با مشتق گیری دوباره، معادله شتاب - زمان حرکت متحرک را به دست می آوریم:

$$\vec{r} = \left(\frac{4}{3}t^3 - 4t\right)\vec{i} + \left(t^3 + \frac{9}{4}t\right)\vec{j}$$

$$\Rightarrow \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = (4t^2 - 4)\vec{i} + (3t^2 + \frac{9}{4})\vec{j} \Rightarrow \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = (8t)\vec{i} + (6t)\vec{j}$$

$$|a| = \sqrt{(8t)^2 + (6t)^2} = 10t = 5 \Rightarrow t = 0.5 \text{ s}$$

$$\xrightarrow{t=0.5 \text{ s}} \vec{v} = (4 \times 0.5^2 - 4)\vec{i} + (3 \times 0.5^2 + \frac{9}{4})\vec{j}$$

$$\Rightarrow \vec{v} = -3\vec{i} + 3\vec{j} \Rightarrow |\vec{v}| = \sqrt{(-3)^2 + (3)^2} = 3\sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گزینه ۲۸»

در لحظه برخورد، مختصات مکان دو متحرک یکسان است.

$$\begin{cases} x_A = x_B \\ y_A = y_B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t^3 + 1 = 2t^3 - 2 \\ t + 2 = 2t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t^3 = 4 \Rightarrow t = 2 \text{ s} \\ t = 2 \text{ s} \end{cases}$$

بنابراین در لحظه  $t = 2 \text{ s}$  دو متحرک به هم برخورد می کنند و مختصات نقطه

$$\text{برخورد } M \left| \frac{\Delta m}{4m} \right. \text{ است.}$$

$$\vec{v}_A = \frac{d\vec{r}_A}{dt} \Rightarrow \vec{v}_A = (2t)\vec{i} + \vec{j} \xrightarrow{t=2 \text{ s}} \vec{v}_A = 4\vec{i} + \vec{j} \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$$

گزینه ۲۹»

ابتدا با مشتق گرفتن از معادله های مکان بر حسب زمان، معادله های سرعت و سپس با مشتق گیری دوباره، معادله های شتاب حرکت جسم را به دست آورده و بردارهای آن را در لحظه  $t = 1 \text{ s}$  تعیین می کنیم.

$$x = 20t^2 \Rightarrow v_x = \frac{dx}{dt} = 40t \Rightarrow a_x = \frac{dv_x}{dt} = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$y = -5t^3 \Rightarrow v_y = \frac{dy}{dt} = -15t^2 \Rightarrow a_y = \frac{dv_y}{dt} = -30t$$

$$\xrightarrow{t=1 \text{ s}} v_x = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}, v_y = -15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

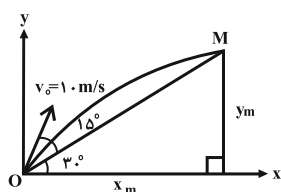
$$\Rightarrow \tan \theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{-15}{40} = \frac{-3}{8} \Rightarrow \hat{\theta} = -20^\circ$$

$$\xrightarrow{t=1 \text{ s}} a_x = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, a_y = -30 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\Rightarrow \tan \theta' = \frac{a_y}{a_x} = \frac{-30}{40} = \frac{-3}{4} \Rightarrow \hat{\theta}' = -37^\circ$$

بنابراین زاویه بین دو بردار سرعت و شتاب جسم در لحظه  $t = 1 \text{ s}$  برابر با  $17^\circ$  خواهد بود.

گزینه ۳۰»



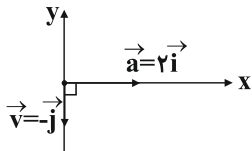
معادله سطح شیب دار و مسیر حرکت را نوشته و با هم تلاقی می دهیم تا مختصات نقطه برخورد به دست آید. سپس فاصله را حساب می کنیم.



در لحظه  $t = 1s$  بردار سرعت و بردار شتاب برابر است با:

$$\vec{v} = (2 \times 1 - 2)\hat{i} + (1^2 - 2 \times 1)\hat{j} = -\hat{j} \frac{m}{s}$$

$$\vec{a} = 2\hat{i} \frac{m}{s^2}$$



دو بردار سرعت و شتاب را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم. پس در

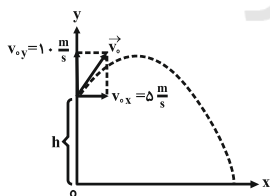
لحظه‌ای که اندازه شتاب به کمترین مقدار خود می‌رسد ( $t = 1s$ )، بردار سرعت

و شتاب با یکدیگر زاویه  $90^\circ$  می‌سازند.

۳۲- گزینه «۳»

با توجه به شکل زیر، ابتدا جابه‌جایی افقی جسم را که با سرعت یکنواخت حرکت

می‌کند، می‌یابیم:



$$\Delta x = v_x t = 5 \times 4 = 20 \text{ m}$$

با استفاده از رابطه سقوط آزاد در راستای قائم برای مؤلفه قائم سرعت داریم:

$$-h = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{0y}t$$

$$\Rightarrow -h = -\frac{1}{2} \times 10 \times (4)^2 + 10 \times 4 = -80 + 40 \Rightarrow h = 40 \text{ m}$$

$$\frac{\Delta x}{h} = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$$

$$y_1 = \tan 30^\circ x \Rightarrow y_1 = \frac{\sqrt{3}}{3} x$$

$$y_2 = \frac{-g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha = \frac{-10}{2 \times 100 \times \frac{1}{4}} x^2 + x \times 1$$

$$\Rightarrow y_2 = -\frac{1}{10} x^2 + x$$

$$y_1 = y_2 \Rightarrow -\frac{1}{10} x^2 + x = \frac{\sqrt{3}}{3} x \Rightarrow \frac{1}{10} x^2 = (1 - \frac{\sqrt{3}}{3}) x$$

$$\Rightarrow x = 10(1 - \frac{\sqrt{3}}{3}) \text{ m}$$

$$OM = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + (\frac{\sqrt{3}}{3} x)^2} = \frac{2}{\sqrt{3}} x = \frac{2}{\sqrt{3}} [10(1 - \frac{\sqrt{3}}{3})]$$

$$\Rightarrow OM = 20(\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{3}) = 20(\frac{\sqrt{3}-1}{3}) \text{ m}$$

۳۱- گزینه «۴»

ابتدا با توجه به معادله مکان-زمان، معادله‌های سرعت-زمان و شتاب-زمان را

$$\vec{r} = (t^2 - 2t)\hat{i} + (\frac{1}{3}t^3 - t^2)\hat{j}$$

به دست می‌آوریم:

$$\Rightarrow \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = (2t - 2)\hat{i} + (t^2 - 2t)\hat{j}$$

$$\Rightarrow \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 2\hat{i} + (2t - 2)\hat{j}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{4 + (2t - 2)^2}$$

برای این که اندازه شتاب به حداقل مقدار خود برسد، باید  $(2t - 2)^2$  برابر با

$$(2t - 2)^2 = 0 \Rightarrow 2t - 2 = 0 \Rightarrow t = 1s$$

صفر شود، پس:

## شیمی پیش دانشگاهی

## ۳۳- گزینه «۱»

(سیرمهمر سبازی)

$$R = k[A]^a[B]^b$$

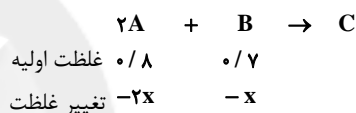
با توجه به این که واکنش بنیادی است، ضرایب واکنش دهنده‌ها مرتبه آن‌ها را

$$(R = k[A]^y[B])$$

تشکیل می‌دهد.

با توجه به ضرایب استوکیومتری، غلظت واکنش دهنده‌ها را پس از گذشت زمان

محاسبه می‌کنیم:



غلظت پس از گذشت زمان

با توجه به سؤال:

$$0/8 - 2x = 0/4 \Rightarrow x = 0/2$$

$$\Rightarrow [B] = 0/7 - x = 0/5 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow [A] = 0/4 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$R = k[A]^y[B] \Rightarrow 24 \times 10^{-2} = k \times 16 \times 10^{-2} \times \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow k = 3 \text{ L}^2 \cdot \text{mol}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$$

## ۳۴- گزینه «۲»

(مسعود بیغری)

فقط عبارت «ت» درست است. بررسی عبارت‌ها:

(آ) هیچ‌یک از واکنش‌های رفت و برگشت، در دمای  $0^\circ\text{C}$  و فشار  $1 \text{ atm}$  تقریباً

انجام نمی‌شوند.

(ب) گاز گوگرد دی‌اکسید خارج شده از نیروگاه‌ها را می‌توان به دام انداخت تا از

ورود آن‌ها به هواکره جلوگیری شود. بدین منظور می‌توان گازهای خروجی را از

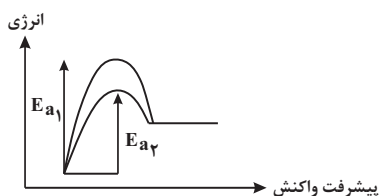
روی کلسیم اکسید (اکسید سومین فلز قلیایی خاکی) عبور داد.

(پ) این نظریه تنها برای توصیف واکنش‌های بنیادی در فاز گاز به کار می‌رود.

(یاسین عطیمی نژاد)

## ۳۵- گزینه «۲»

در حضور کاتالیزگر انرژی فعال‌سازی کاهش می‌یابد.



$$E_{a2} = x - \frac{1}{4}x = \frac{3}{4}x \text{ و } E'_{a2} = \frac{x}{4}$$

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = E_{a2} - E'_{a2} = \frac{3}{4}x - \frac{1}{4}x = \frac{x}{2}$$

$$\Rightarrow \Delta H_{\text{واکنش}} = E_{a1} - E'_{a1} = x - E'_{a1} = \frac{x}{2} \Rightarrow E'_{a1} = \frac{x}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{E_{a1} + E'_{a1}}{E_{a2} + E'_{a2}} = \frac{x + \frac{x}{2}}{\frac{3x}{4} + \frac{x}{4}} = \frac{1/5x}{x} = 1/5$$

(علیرضا نیف‌رولابی)

## ۳۶- گزینه «۱»

الف - نادرست: در هنگام تشکیل شدن پیچیده‌ی فعال، هم‌زمان با شکستن

پیوندهای اولیه، پیوندهای جدید در حال تشکیل شدن هستند.

ب - درست: طبق متن صفحه ۱۷ کتاب درسی درست است.



$$\Delta H = -80 = 120 - E'_a \Rightarrow E'_a = 20 \text{ kJ}$$

• نادرست: تفاوت سطح انرژی پیچیده فعال و فرآورده‌ها همان  $E'_a$  است که در

حضور کاتالیزگر برابر ۲۰۰ کیلوژول و در غیاب آن برابر ۲۵۰ کیلوژول است.

• نادرست:  $\Delta H$  واکنش در هر دو حالت یکسان است. به عبارتی کاتالیزگر بر  $\Delta H$

اثری ندارد اما  $E'_a$  در حضور کاتالیزگر و غیاب آن متفاوت است و

کاتالیزگر  $E_a$  و  $E'_a$  را به میزان  $50 \text{ kJ}$  کاهش می‌دهد.

(مسعود علوی/امامی)

### ۳۹- گزینه «۳»

برای حل این سؤال ساده تر است که درصد آلاینده‌های وارد نشده به هواکره

به‌ازای طی یک کیلومتر محاسبه شود.

$$\text{درصد کاهش آلاینده‌ها} = \frac{(1/0.4 + 1/67 + 5/99) - (0/0.4 + 0/0.7 + 0/61)}{(1/0.4 + 1/67 + 5/99)} \times 100 \approx 79.1/72$$

(مهمر عظیمیان/زواره)

### ۴۰- گزینه «۳»

واکنش در جهت رفت با افزایش آنتروپی همراه بوده و  $E_a$  رفت از  $E_a$  برگشت

بیش تر است، بنابراین سرعت واکنش رفت کم‌تر (نه بیش‌تر) است.

ج - نادرست: در واکنش  $\text{NO}(g) + \text{O}_3(g) \rightarrow \text{NO}_2(g) + \text{O}_2(g)$ ، برخورد

مناسب میان عناصر نیتروژن و اکسیژن انجام می‌گیرد.

د - نادرست: در پیچیده فعال نمایش داده شده، پیوند  $\text{N}-\text{Cl}$  در  $\text{NOCl}$

سمت راست هم باید نقطه‌چین باشد.  $\text{O}=\text{N}\cdots\text{Cl}\cdots\text{Cl}\cdots\text{N}=\text{O}$

(مسعود یعقوبی)

### ۳۷- گزینه «۲»

مرتبه کلی واکنش =  $a$

$$k = \text{mol}^{1-a} \times \text{L}^{-(1-a)} \times \text{s}^{-1} = \text{mol}^{-2} \times \text{L}^2 \times \text{s}^{-1} \Rightarrow 1-a = -2 \Rightarrow a = 3$$

مرتبه کلی واکنش برابر ۳ است. از طرفی با  $\frac{1}{4}$  برابر شدن غلظت  $A$  در ظرف (۲)

نسبت به ظرف (۱)، سرعت واکنش  $\frac{1}{4}$  برابر شده است. بنابراین مرتبه  $A$ ، یک

است از طرفی مرتبه کلی واکنش برابر ۳ است، بنابراین مرتبه  $B$  برابر ۲ می‌شود.



$$2 - 2x \quad 2 - 3x \quad 2x \quad x$$

$$2x + x = 2x + x = 1/5 \Rightarrow x = 0.5 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$R = k[A][B]^2 = 8 \times 10^{-3} \times (2-1) \times (2-1/5)^2 = 2 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

(مهمر عظیمیان/زواره)

### ۳۸- گزینه «۱»

• درست: با توجه به  $\Delta H = E_a - E'_a \Rightarrow -80 = E_a - 250 \Rightarrow E_a = 170 \text{ kJ}$

$$\frac{E'_a}{E_a} = \frac{200}{120} = 1/67 \approx 1/67 \text{ در حضور کاتالیزگر}$$

$$\frac{E'_a}{E_a} = \frac{250}{170} = 1/47 \approx 1/47 \text{ بدون حضور کاتالیزگر}$$

• درست: زیرا  $\Delta H$  واکنش در هر دو حالت یکسان است.