

**بسمه تعالی**

# **جزوه کنکوری فیزیک دوازدهم**

**فصل اول**

**(حرکت شناسی تا ابتدای سقوط آزاد)**

**از سری جزوات کنکوری مهندس شکیا**

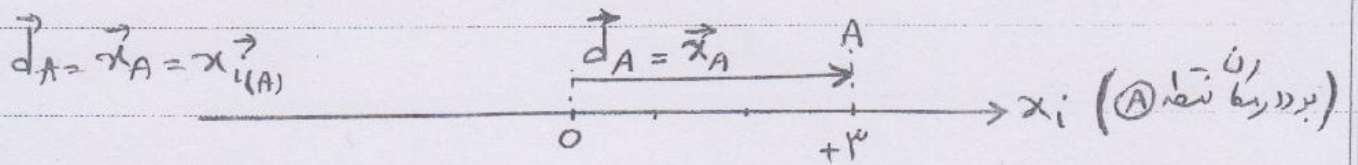
**حرکت نسبی:** در این بحث حرکت از نظر خطوطی نفر بردارهای مکان، سرعت، شتاب بر حسب زمان مورد بررسی قرار می‌گیرد ولی درباره‌ی علت حرکت که نیرو است بحثی نمی‌شود.

**حرکت:** هرگاه مختصات جسمی نسبت به یک مبدأ با گذشت زمان تغییر کند می‌توانیم آن جسم حرکت کرده است و حرکت یک امر نسبی است.

**ذره:** هر جسمی که ابعاد آن در برابر فاصله‌های موجود در مسئله قابل چشم‌پوشی باشد ذره نامیده می‌شود.

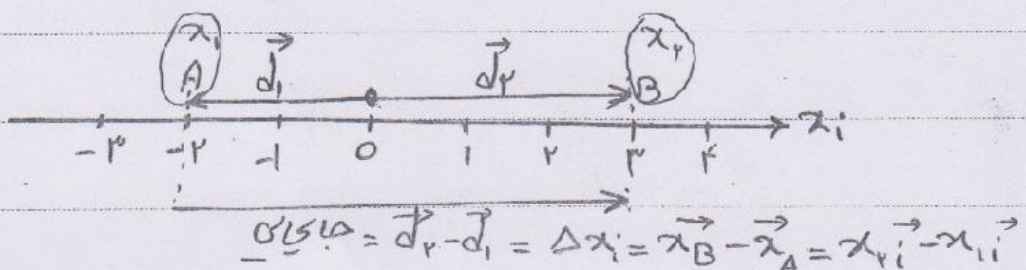
**مسافت پیموده شده (مسافت):** طول مسیری را که یک جسم طی می‌کند تا به مقصد برسد را مسافت پیموده شده می‌توانند با (یا) نامشروعی دهند. لازم به ذکر است یکای واحد آن متر (m) و گیتی عددی، اسکالر یا نرده‌ای است.

**برداری مکان:** برداری است که ابتدای آن مبدأ مختصات و انتهای آن مکان جسم است.



**برداری جابجایی:** هرگاه ذره در لحظه‌ی  $t_1$  در نقطه A دارای مکان  $x_1$  (برداری مکان  $d_1$ ) و در لحظه‌ی  $t_2$  در نقطه‌ی B دارای مکان  $x_2$  (برداری مکان  $d_2$ ) باشد، جابجایی ذره بین این دو لحظه برداری است که از A به B رسم می‌شود، بنابراین:

$$\vec{d}_{جایی} = \vec{d}_2 - \vec{d}_1 = x_2 - x_1 = \Delta x$$



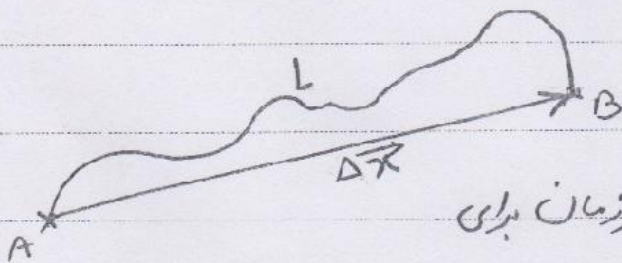
**تذکره:** بردار جابجایی همانطور که از اساس  $\vec{s}$  است یک کمیت برداری است و از قواعد کمیت برداری پیروی می کند. یعنی علاوه بر بزرگی و مقدار دارای جهت در راستای نیز می باشد.

**توجه:** اگر جسمی بعد از چند جابجایی مجدداً به محل اولش بازگردد جابجایی کل او صفر است.

**نقشه:** مسافت طی شده ( $L$ ) برابر است با کل طول مسیری که متحرک از روی آن عبور می کند بنابراین این مقدار (کمیت عددی) از اندازه یا بزرگی جابجایی (کمیت برداری) همواره بیشتر یا حداقل مساوی است.

$$L \geq \Delta x$$

لازم به ذکر است وقتی اندازه جابجایی با مسافت برابر می شود که متحرک بر روی خط راست و در یک جهت و بدون توجزن حرکت کند.



**تندی متوسط:** نسبت مسافت پیموده به مدت زمان برای

این مسافت را تندی متوسط می گویند که کمیتی نردهای (عددی) است

که واحد آن  $(m/s)$  است.

$$\bar{S} = S_{av} = \frac{L}{\Delta t} \quad (m/s)$$

**سرعت متوسط:** جابجایی انجام شده در واحد زمان را سرعت متوسط می نامیم که کمیتی

برداری است و واحد آن نیز  $(m/s)$  است.

$$\vec{V} = \vec{V}_{av} = \frac{\vec{s}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \hat{i} = \frac{x_{pi} - x_{ii}}{\Delta t} \quad (m/s)$$

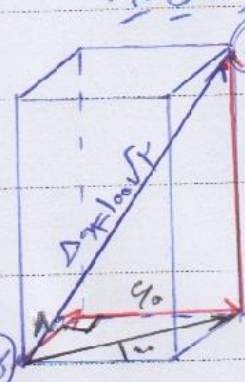
**تذکره:** بردار سرعت متوسط ذره، بین دو نقطه هیچ گونه اطلاعاتی درباره ی چگونگی حرکت ذره در فاصله ی بین آن دو نقطه به ما نمی دهد.

**نقشه:** بردار  $\vec{V}_{av}$  (سرعت متوسط) همواره در جهت بردار مکان  $\vec{s}$  ( $\Delta x$ ) است.

**تذکره:** از این به بعد چون فقط با محور  $x$  در حرکت سنجی کار داریم به جای آنکه از  $\Delta x$  استفاده کنیم

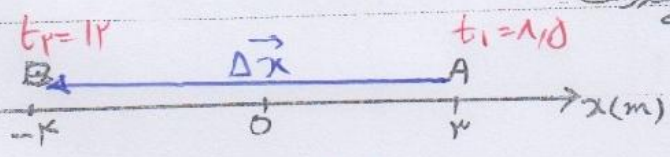
یادآوری: تبدیل واحد (متر بر ثانیه)  $\frac{km}{h} \xrightarrow{\div 3.6} \frac{m}{s}$  ←  $\times 3.6$  (سه مرتبه بر ساعت)

سوال 1: پرنده ای از لانه خودش ابتدا ۸۰ متر رو به شمال و بعد ۹۰ متر رو به شرق و در آخر ۱۰۰ متر رو به جنوب حرکت می کند. مسافت طی شده چقدر است؟



الف) مسافت کل طی شده به سمت داخل را حساب کنید.  
 ب) جای پای طی شده اول ۹۰ و ۸۰ و ۱۰۰ می باشد.  
 $\sqrt{90^2 + 80^2} = 120$   
 $120 + 100 = 220$  متر  
 ج) تندی متوسط در کل مسافت  
 $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{100\sqrt{2}}{12}$   
 د) سرعت متوسط در کل مسافت  
 $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{100\sqrt{2}}{12}$

سوال 2: اگر در لحظه  $t_1 = 1.5$  ثانیه حرکت در نقطه A و در لحظه  $t_2 = 12$  ثانیه در نقطه B باشد، سرعت متوسط در کل حرکت چقدر است.

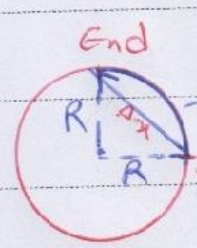


$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_B - x_A}{t_2 - t_1} = \frac{-3 - 3}{12 - 1.5} = \frac{-6}{10.5} = -0.57$   
 $= -2 \text{ m/s}$

← حرکت در خلاف جهت محور حرکت کرده

توجه: اگر سوی حرکت ذره را نخواهند به علامت (V) توجه کنند در علامت (V) منفی باشد حرکت در خلاف جهت محور x است در حال حرکت است و در علامت (V) مثبت باشد حرکت در جهت محور حرکت کرده است.

سوال 3: یوزپه سوار از یک نقطه ای محیط دایره (میدان) شروع به حرکت می کند بعد از طی ربع میدان مقدار تندی متوسط او چند برابر بزرگی سرعت متوسطش می باشد.



مسافت =  $L = \frac{1}{4} \times 2\pi R = \frac{\pi R}{2}$   
 $\Delta x = R\sqrt{2}$   
 $\frac{v_{av}}{|v_{av}|} = \frac{\frac{L}{\Delta t}}{\frac{\Delta x}{\Delta t}} = \frac{L}{\Delta x} = \frac{\frac{\pi R}{2}}{R\sqrt{2}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}}$   
 $\left(\frac{\pi}{2\sqrt{2}}\right) = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}\pi}{4}$

فیزیک سال دوازدهم - مرتضی شکیبا

مبدأ مکان؟ نقطه ای است اختیاری که در هر لحظه فاصله ی متحرک از آن سنجیده می شود.

معمولاً مبدأ مختصات به عنوان مبدأ مکان انتخاب می شود.

مبدأ حرکت و مبدأ زمان و مکان متحرک در مبدأ زمان را مبدأ حرکت یا مکان اولیه نامیده می شود.

می شود، لازم به ذکر است که مبدأ زمان نیز لحظه صفر است ( $t=0$ ) بنابراین مکان اولیه را با  $(x_0)$  نشان می دهند

مسئله ۱۹: فرض کنید دو متحرک در مدت زمان  $\Delta t$  از فاصله مکان آغازین تا مکانی راضی می آیند جدول را کامل کنید و

	$v_{avg}$	$\Delta x$	$x$	$x_0$	
متحرک A	$\frac{+11}{4}$	$6 - (-2) = +8$	$6$ m	$-2$ m	متحرک A
متحرک B	$\frac{-24}{4} = -6$	$-5 - (-2) = -3$	$-5$ m	$-2$ m	متحرک B

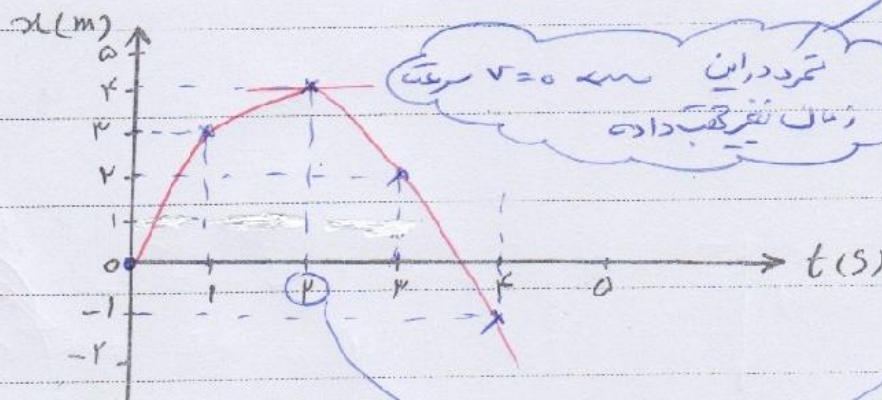
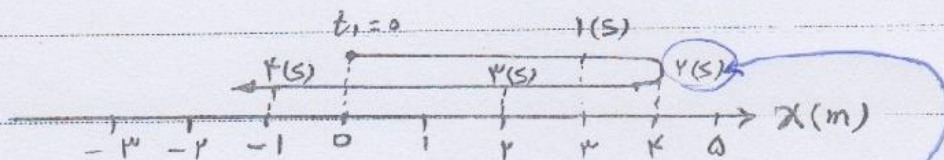
تبدیل نموداری مکان حرکت به نمودار مکان زمان: برای توصیف حرکت یک جسم می توان از نمودار

مکان زمان که مکان جسم را در هر لحظه نشان می دهد استفاده کرد. برای رسم این نمودار زمان

را روی محور افقی و مکان را روی محور قائم در نظر می گیریم.

مسئله ۵: حرکت ذره در شکل زیر در ناهای مختلف نشان داده شده است. نمودار مکان زمان

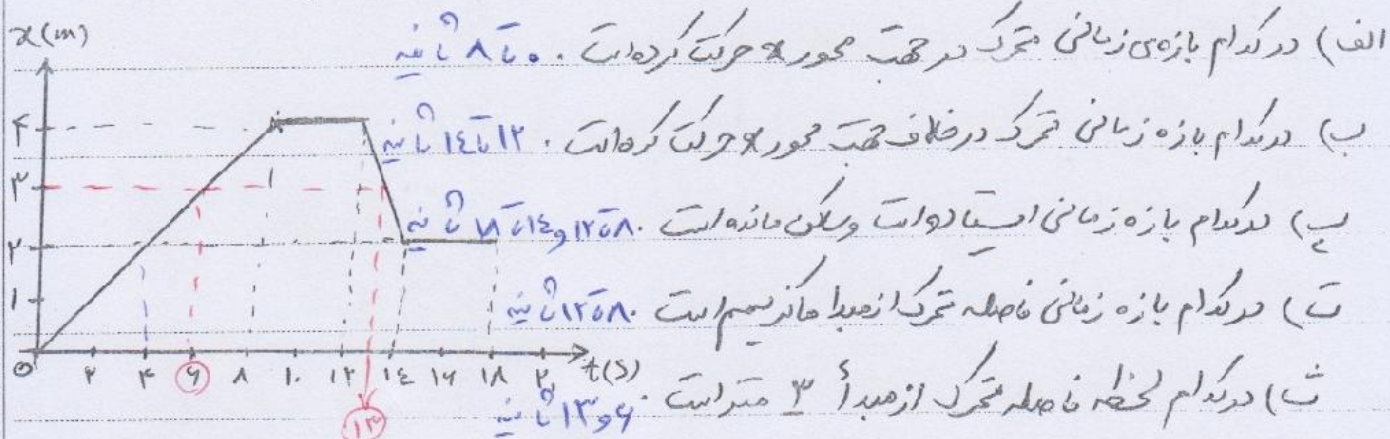
آن را رسم کنید.



نمودار  $x-t$

فیزیک سال دوازدهم - مرتضی شکیبا

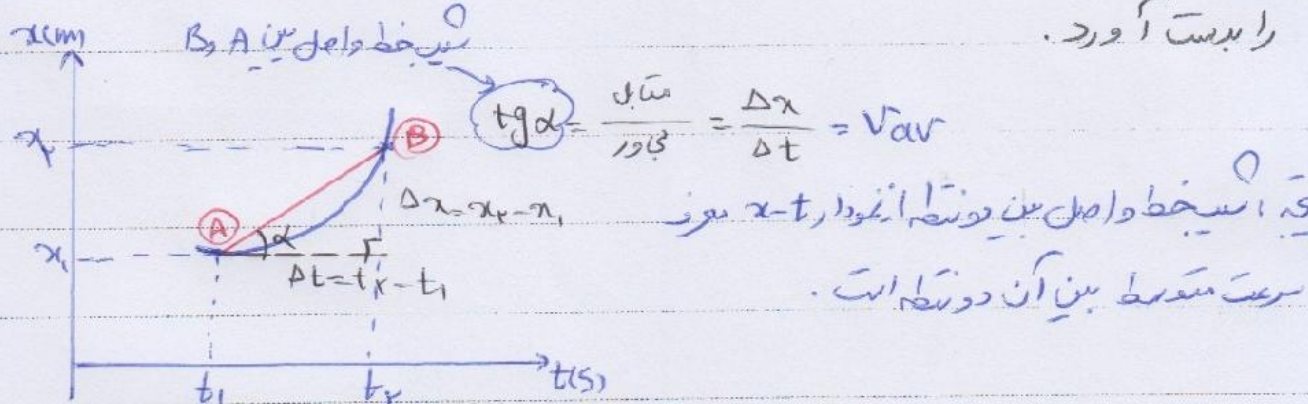
سوال ۲) شکل زیر نمودار مکان زمان حرکت یک ذره است که در راستای محور x حرکت کرده است



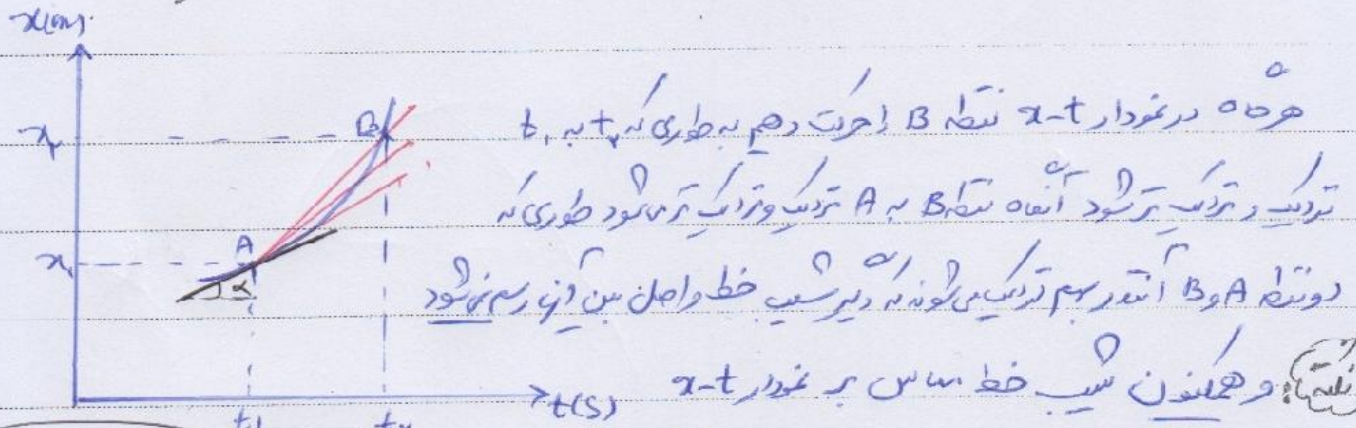
ج) جابجایی و سرعت متوسط از  $t_1 = 8$  تا  $t_2 = 14$  ثانیه چقدر است.  
 $\Delta x = x_2 - x_1 = 4 - 2 = 2$   
 $\Delta t = 14 - 8 = 6$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \text{ m/s}$$

سوال ۱) چگونه با استفاده از نمودار مکان زمان می توان سرعت متوسط بین دو لحظه  $t_1$  و  $t_2$  را بدست آورد.



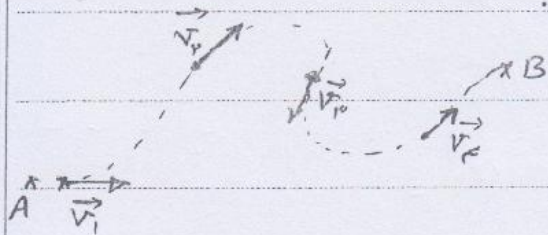
۲) چگونه با استفاده از نمودار مکان زمان می توان سرعت لحظه ای را در لحظه  $t_1$  تعیین کرد.



$$tg \alpha = v_{\text{لحظه ای}}$$

سرعت به همگام برهمنده از مسیر یا در هر لحظه از حرکت دارا می باشد سرعت لحظه ای است.

نوعی: بردار سرعت همواره مماس بر مسیر حرکت است.



مطالعه آزاد: به بردار سرعت لحظه ای می گویند!!!

مشتق بردار مکان نسبت به زمان را سرعت لحظه ای می گویند.

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

و بعضی از جدول های پرکاربرد مشتق در فیزیک حرکت:

\*  $x = c \rightarrow \frac{dx}{dt} = 0$

\*  $x = u \pm v \rightarrow \frac{dx}{dt} = u' \pm v'$

\*  $x = t \rightarrow \frac{dx}{dt} = 1$

\*  $x = u/v \rightarrow \frac{dx}{dt} = \frac{u'v - v'u}{v^2}$

\*  $x = t^n \rightarrow \frac{dx}{dt} = nt^{n-1}$

\*  $x = u \cdot v \rightarrow \frac{dx}{dt} = u'v + v'u$

\*  $x = at^n \rightarrow \frac{dx}{dt} = nat^{n-1}$

\*  $x = A \sin \omega t \rightarrow \frac{dx}{dt} = A\omega \cos \omega t$

\*  $x = \sin t \rightarrow \frac{dx}{dt} = \cos t$

\*  $x = A \cos \omega t \rightarrow \frac{dx}{dt} = -A\omega \sin \omega t$

\*  $x = \cos t \rightarrow \frac{dx}{dt} = -\sin t$

\*  $v = -A\omega \sin \omega t \rightarrow \frac{dv}{dt} = -A\omega^2 \cos \omega t$

\*  $v = at^n \rightarrow \frac{dv}{dt} = nat^{n-1}$

بیان مطالعه آزاد

شتاب متوسط: تغییرات سرعت نسبت به زمان را شتاب متوسط می گویند و با  $\vec{a}_{av}$  نشان می دهند.

و کمیتی است برداری و یکای واحد آن  $\frac{m}{s^2}$  (متر بر مجذور ثانیه) است.

تغییرات سرعت  $\Delta v = v_2 - v_1$

$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$  ( $\frac{m}{s^2}$ )

چون  $\Delta t$  بدست می آید زود ای وقت است.

پس همواره شتاب متوسط با تغییرات بردار سرعت هم جهت است.

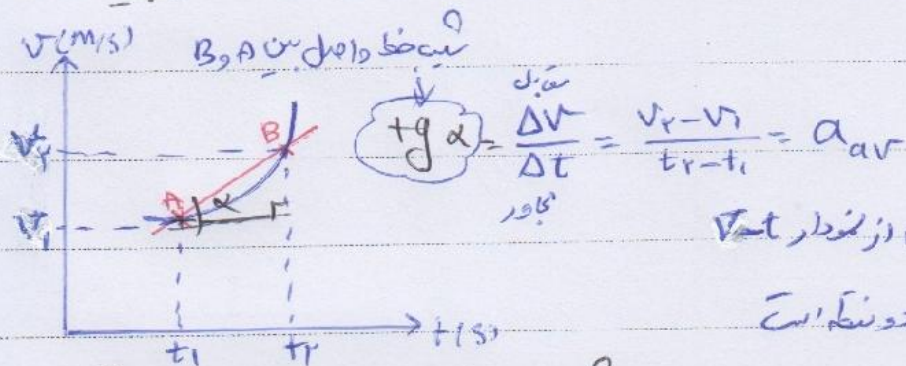
فیزیک سال دوازدهم - مرتضی شکبیا

مسئله ۷) خودرویی از حال سکون در استدار محور را شروع به حرکت می‌کند و پس از  $\Delta t$  ثانیه سرعت خود را به  $72 \frac{km}{h}$  می‌رساند. شتاب متوسط خودرو را در این بازه زمانی بدست آورید.

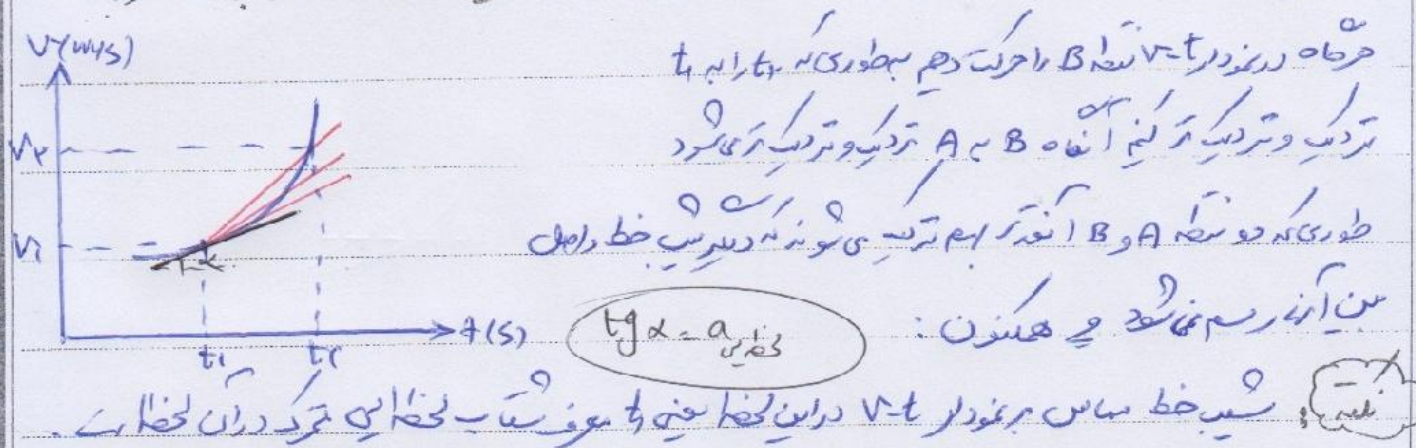
$v_0 = 0$   
 $72 \frac{km}{h} = 20 \frac{m}{s}$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t} = \frac{20 - 0}{1} = 20 \frac{m}{s^2}$$

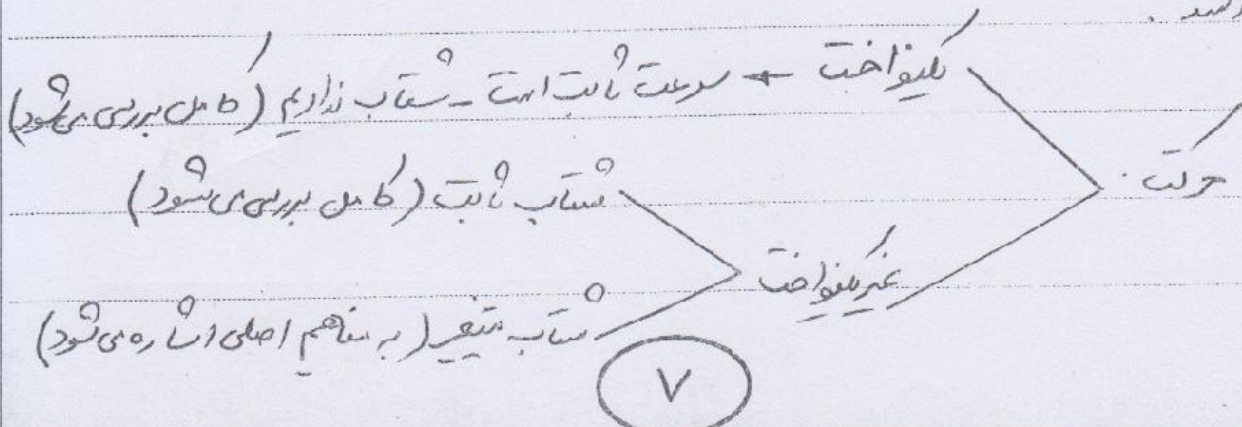
سوال ۱) چگونه با استفاده از نمودار سرعت - زمان می‌توان شتاب متوسط را بین دو لحظه  $t_1$  و  $t_2$  بدست آورد.



سوال ۲) چگونه با استفاده از نمودار سرعت - زمان می‌توان شتاب لحظاتی  $t_1$  را بدست آورد.



انواع حرکت: حرکت در یک چارچوب طی به حالات زیر تقسیم می‌شود که به تفصیل بیان خواهد شد.



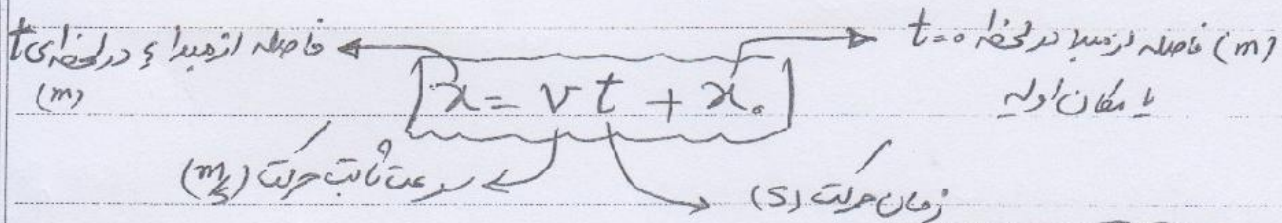


حرکت متوازی (با سرعت ثابت) : در این حرکت متحرک بر روی خط راست با سرعت ثابت حرکت می کند  
 بر بیان دیگر اندازه و جهت بردار سرعت ثابت است. بدین ترتیب می توان تعریف های زیر را  
 برای آن بیان کرد.

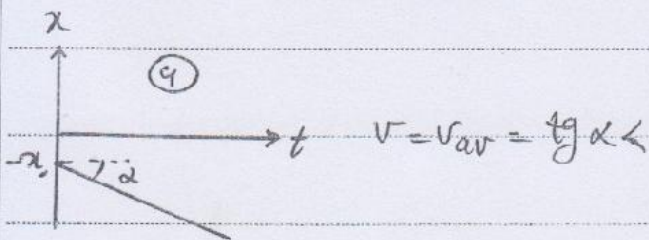
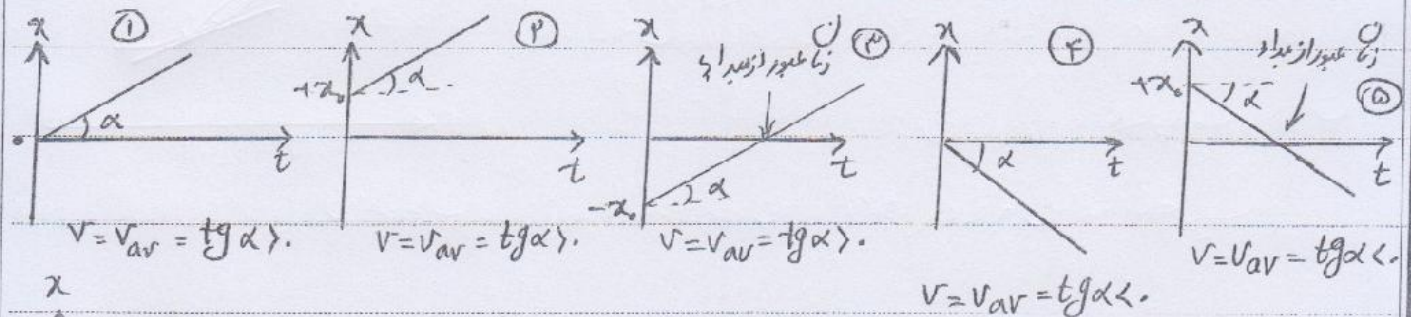
- ۱- حرکتی است با سرعت ثابت بر روی خط راست.
- ۲- حرکتی است که در آن متحرک در بازه های زمانی مساوی، مسافت های مساوی می کند.
- ۳- حرکتی است که در آن سرعت لحظه ای با سرعت متوسط برابر است.  $V_{av} = v$

تغییر معادله حرکت متوازی :

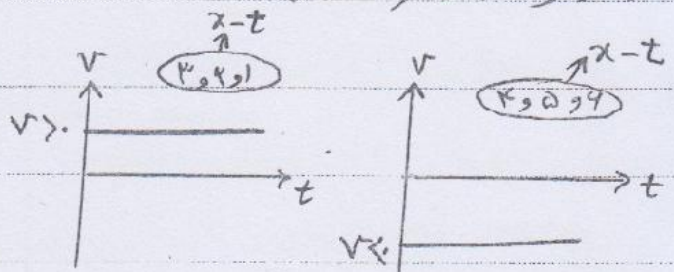
$$V_{av} = v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t - t_0} \rightarrow v = \frac{x - x_0}{t}$$



شعوردهای مکان زمان حرکت متوازی :



شعوردهای سرعت زمان (v-t)



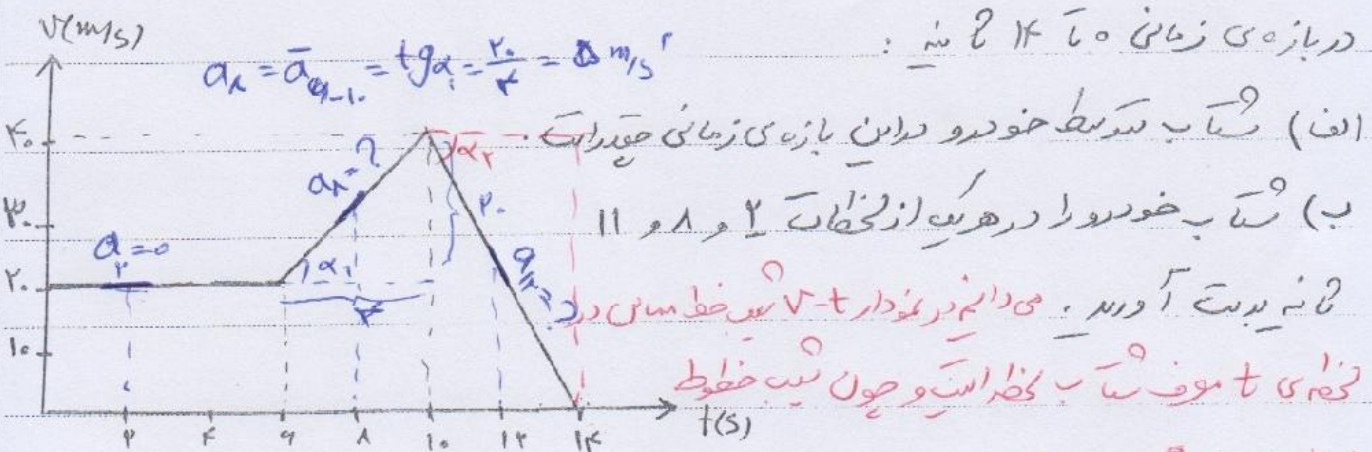
شعوردهای شتاب زمان (a-t)  
 $a = 0$   
 چون شتاب تغییرات سرعت به زمان است و با توجه به ثابت بودن سرعت، پس تغییرات سرعت به مرور درجه شتاب متوازی

⑧

فیزیک سال دوازدهم - مرتضی شکیبا  
 $a_{av} = \bar{a}_{10-15} = tg \alpha_r = \frac{v_0}{t} = 10$

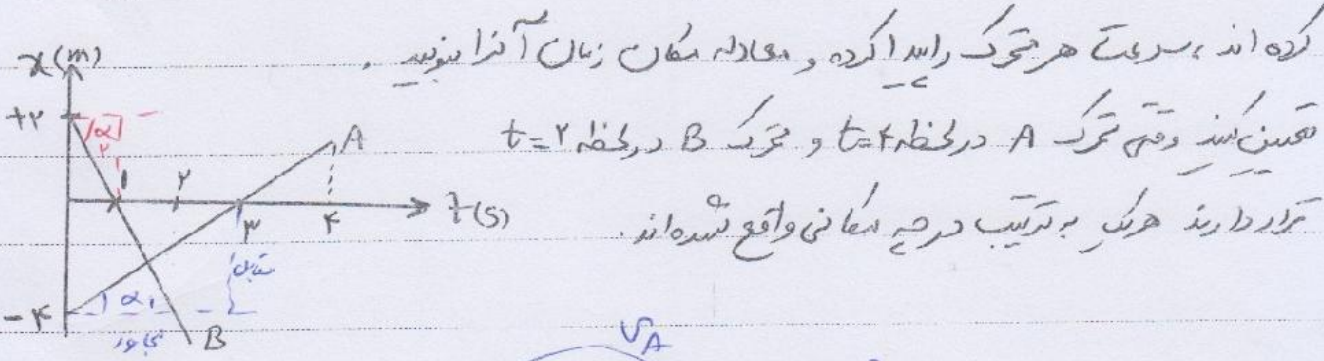
سرعت متوسط  
 $a_{av} = -10 \text{ m/s}^2$

مسئله ۸) نمودار سرعت زمان حرکتی در راستای محور x در حال حرکت است مطابق شکل زیر است



در لحظات معینی  
 الف)  $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{14} - v_0}{14 - 0} = \frac{0 - 20}{14} = -\frac{10}{7} \text{ m/s}^2$   
 ب) میانگین در این بازه زمانی و در لحظه را در نظر بگیریم این خط میان این

مسئله ۹) شکل زیر نمودار مکان زمان دو متحرک A و B را نشان می دهد که در راستای محور x حرکت کرده اند



دقت: نسبت به است  
 A)  $x_{0A} = -4$  و  $tg \alpha_A = \frac{4}{3} \text{ m/s}$   
 $x = vt + x_0 \rightarrow x = \frac{4}{3}t + (-4) \Rightarrow x = \frac{4}{3}t - 4$

دقت: نسبت به است  
 B)  $x_{0B} = +4$  و  $tg \alpha_B = \frac{2}{1} \Rightarrow v_B = -2$   
 $x = vt + x_0 \rightarrow x = -2t + 4$

A)  $t = 4 \rightarrow x = \frac{4}{3} \times 4 - 4 = \frac{16}{3} - 4 = \frac{4}{3}$

B)  $t = 2 \rightarrow x = -2 \times 2 + 4 = -2$

۹

حرکت شتابدار با شتاب ثابت: هرگاه ابعاد تغییرات سرعت ثابت باشد حرکت را شتاب ثابت می‌گویند.  
 شتاب لحظه‌ای + منظور از شتاب لحظه‌ای شتابی است که در لحظه یا هر لحظه از مسیر حرکت دارد.  
 مطالعه‌ی آزاد:

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} \rightarrow a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

شتاب لحظه‌ای متوسط سرعت شتاب به زمان است.

بنابراین متوسط مرتبه دوم مکان شتاب به زمان هم برابر شتاب است.

میان مطالعه آزاد

ند: در حرکت شتابدار با شتاب ثابت شتاب لحظه‌ای و شتاب متوسط متحرک در هر بازه‌ی زمانی و نحوه‌ی مسافت و سرعت حرکت بطور متناوب تغییر می‌کند.

توجه: هنگامی که اندازه‌ی سرعت متحرک زیاد شود نوع حرکت شتابدار را تندگشوده و هرگاه اندازه‌ی سرعت کاهش یابد حرکت شتابدار را کندگشوده می‌گویند.

تذکره: روشی سریع برای تعیین تندگشوده و کندگشوده بودن حرکت توجه به علامت‌های سرعت و شتاب است که اگر هم علامت باشند نوع حرکت تند و در غیر این صورت کند است.

$\alpha \cdot v > 0$ تندگشوده $\alpha > 0, v > 0$ یا $\alpha < 0, v < 0$	$\alpha \cdot v < 0$ کندگشوده $\alpha > 0, v < 0$ یا $\alpha < 0, v > 0$
--	--

تذکره: اگر بردارهای سرعت و شتاب متحرکی در خلاف جهت یکدیگر باشند ابتدا حرکت کندگشوده است تا در یک لحظه سرعت متحرک صفر شده و جهت حرکت تغییر کند و متحرک روی همان مسیر قبلی به صورت تندگشوده برگردد.

تذکره: هرگاه بخواهم تعداد دفعات تغییر جهت حرکت را بدست آورم معادله‌ی سرعت را مساوی صفر قرار می‌دهم و به تعداد ریشه‌های مثبت تغییر جهت انجام شده است.

$v(t) = 0$

تغییر جهت

نوعی: چنانچه معادله دارای ریشه مضاعف باشد تعریف نموده

تذکر بسیار مهم: در معادلات مکان زمان اگر بالاترین درجه  $t$  برابر با بالاترین درجه حرکت باشد است. اگر درجه ۲ باشد حرکت تعریف است و اگر درجه ۲ به بالا باشد تعریف درجته باشد.

سفراییت:  $x = vt + x_0$  → شتاب ۱ درجه  $(t)$  درجه ۱  
 $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$  (بررسی نمود) → شتاب ۲ درجه  $(t^2)$  درجه ۲  
 معادلات بررسی نمود → شتاب  $(t^n)$  درجه  $n$

بررسی معادلات حرکت با شتاب ثابت:

→ شتاب متوسط = شتاب لحظه‌ای →  $a_{av} = a$

معادله سرعت زمان (۱)  $a_{av} = a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow a = \frac{v - v_0}{t - t_0} \rightarrow \boxed{v = at + v_0}$

در ضمن (۲)  $\boxed{v_{av} = \frac{v + v_0}{2}}$   $\boxed{v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}}$

$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v + v_0}{2}$

(۳) از ترتیب دو معادله بالا در  $v_0$  و  $a$

$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{at + v_0 + v_0}{2}$   
 $2\Delta x = at^2 + v_0t + v_0t$

$2\Delta x = at^2 + 2v_0t$

→  $\Delta x = \frac{at^2 + 2v_0t}{2} \rightarrow \boxed{\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t}$  معادله مکان درجه شتاب

معادله مکان زمان درجه شتاب  $\Delta x = x - x_0 \rightarrow \boxed{x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0}$

(۴)  $x = vt + x_0 \rightarrow x = \left(\frac{v+v_0}{2}\right)t + x_0 \rightarrow \Delta x = \left(\frac{v+v_0}{2}\right)\Delta t$  متوسط  
ازت

$x = \frac{(v+v_0)}{2} \left(\frac{v-v_0}{a}\right) + x_0$

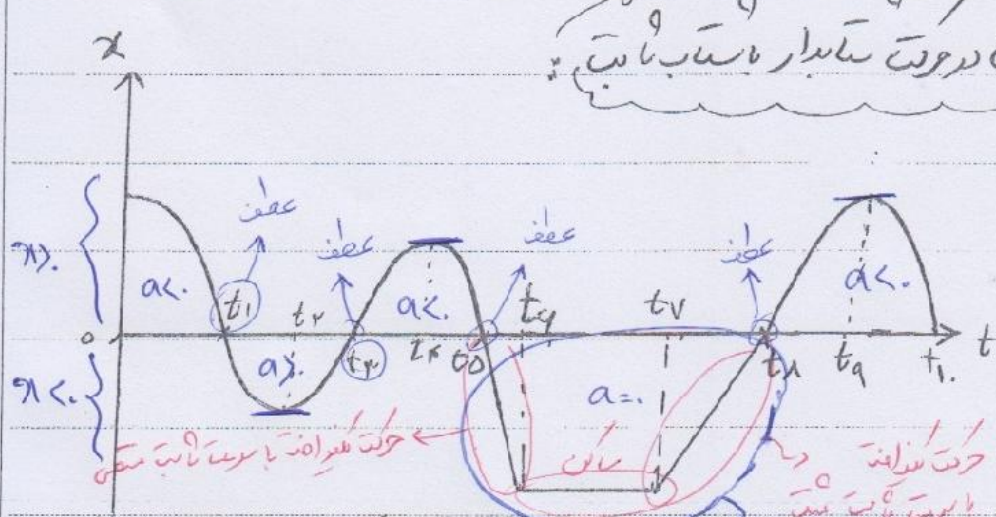
(۵)  $v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$  معادله سرعت جابجایی یا مستقل از زمان

معادلات حرکت شتاب ثابت درست نگاه

(۱)  $v = at + v_0$       (۲)  $\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$       (۳)  $v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$   
 $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$

(۴)  $\Delta x = \left(\frac{v+v_0}{2}\right)\Delta t$       (۵)  $v_{av} = \frac{v+v_0}{2}$

کلید نمودار زمان - زمان در حرکت شتاب ثابت



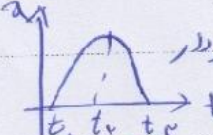
- ۱- خط مسافت بر حسب  $x$  موقت مربعی که می شود است
- ۲- نقاطی که خط مسافت صفر است سرعت برابر صفر است
- ۳- نقاط اکسترمیم (Min و Max) گذار  $x-t$  موقت نقاطی که جهت حرکت عوض است
- ۴- جهت تغییر منحنی موقت شتاب در نمودار  $x-t$  است  $(a > 0)$  و  $(a < 0)$  روی نمودار بررسی شود
- ۵- نقاط عطف در نمودار  $x-t$  موقت لحظات تغییر شتاب است روی نمودار بررسی شود

توجه: نقاط Min و Max همان شیبهای صفر اول مکان زمان و نقطه عطف مشتق مرتبه دوم است

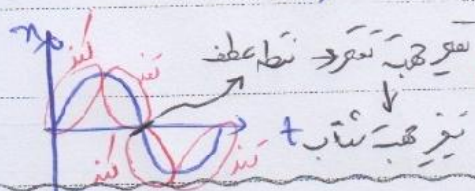
۶- نقاط برخورد نمودار با محور t لحظاتی است که متحرک از مبدأ مکان عبور می کند.  $t_1$  و  $t_2$  و  $t_3$  و  $t_4$  و  $t_5$

۷- نقاط بالا محور t دارای مکان مثبت ( $x > 0$ ) و پایین محور t دارای مکان منفی ( $x < 0$ ) هستند. روی نمودار

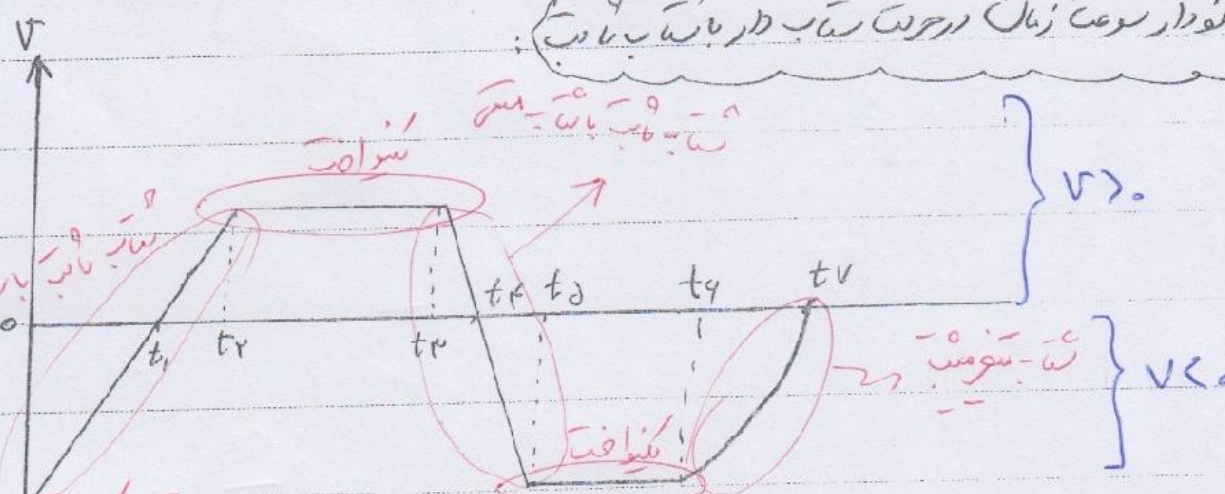
یادداشت: همواره می دانیم حاصلضرب  $(av)$  نوع حرکت (تند شونده و کند شونده) بودن حرکت را در

حرکت با شتاب مثبت یا منفی. مثلاً در نمودار  از لحظه  $t_1$  تا  $t_2$   $av > 0$  است. از لحظه  $t_2$  تا  $t_3$   $av < 0$  است. از لحظه  $t_3$  تا  $t_4$   $av > 0$  است. از لحظه  $t_4$  تا  $t_5$   $av < 0$  است.

نکته: اگر در قسمت عمده یا بر قسمت دره  $(av < 0)$  باشد. اگر از عمده بیاید یا از دره بیاید بالا  $(av > 0)$  باشد.



محاسب نمودار سرعت زمان در حرکت شتاب دار با شتاب ثابت:



- ۱- شیب خط عمود بر نمودار  $v-t$  موق شتاب است  $\rightarrow a > 0$  شیب مثبت /  $a < 0$  شیب منفی
- ۲- لحظاتی که شیب خط صفر است شتاب نیز صفر است  $\rightarrow t_1$  تا  $t_2$  /  $t_3$  تا  $t_4$
- ۳- نقاط اکسترم نمودار  $v-t$  موق لحظاتی تغییر شتاب است  $\rightarrow t_1$  تا  $t_2$  /  $t_2$  تا  $t_3$

۴- نقاط بالا محور t دارای سرعت مثبت و پایین محور t سرعت منفی دارند. روی نمودار نشان داده شده

۵- سطح محصور بین نمودار و محور t موق جایگاه است یعنی:  $S = \int v dt$

دقت شود: برای حساب کردن سطح محصور علامت + و - رعایت شود و در صورتی که قدر مطلق سطح محصور پرسش شود عدد مثبت آمده برابر با منفی می شود شده است.

$|S| = L$

تازه

۶- وقتی به محور  $t$  نزدیک می‌شویم حرکت کند می‌شود و وقتی از آن دور می‌شویم حرکت تند می‌شود. مسئله  $t_1$  و  $t_2$

۷- در نمودار  $v-t$  سه نوع نمودار داریم: تلفافت  $(t_1, t_2)$  → تازه  $(t_1, t_2)$

الف: خط صاف با شیب منفی → حرکت تلفافت.

ب: خط صاف با شیب مثبت / یا \ → حرکت مستقیم با شیب مثبت.

ج: منحنی  $(t_1, t_2)$  و  $(t_1, t_2)$  → حرکت متغیر با شیب مثبت.

۸- لحظاتی که نمودار به محور  $t$  برخورد می‌کند سرعت آن صفر می‌شود و در آن لحظه حرکت جهت تغییر می‌کند.

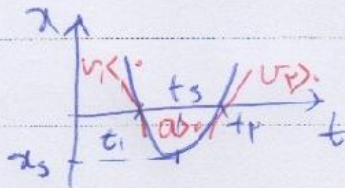
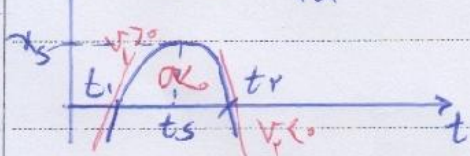
$$t_s = \left| \frac{v_0}{a} \right|$$

$$x_s = \frac{v_0 t}{2a} + x_0$$

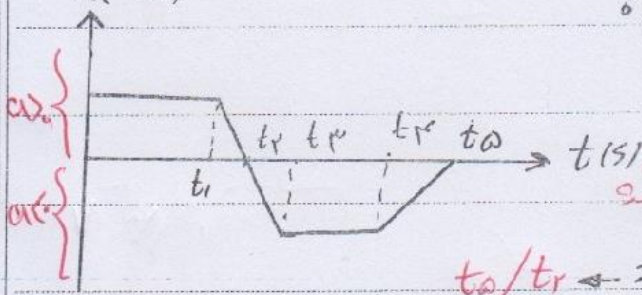
$$t_1 + t_2 = \left| \frac{2v_0}{a} \right|$$

$$t_1 \times t_2 = \left| \frac{2x_0}{a} \right|$$

دادار است:  $(t_1 - t_2)$



$a (m/s^2)$



تحلیل نمودار  $a-t$  به زمان در حرکت متغیر با شیب مثبت

۱- نقاط بالای محور  $t$  - مثبت و نقاط پایین محور

دارای شیب منفی هستند → روی نمودار نشان داده شود

۲- لحظاتی برخورد نمودار با محور  $t$  - شیب منفی می‌شود  $t_0/t_1$

۳- سطح محصور به نمودار و محور  $t$  برابر اندازه تغییرات سرعت است.

تغییرات  $v$  برای  $a$  همواره در علامت  $+$  و  $-$  رعایت شود.

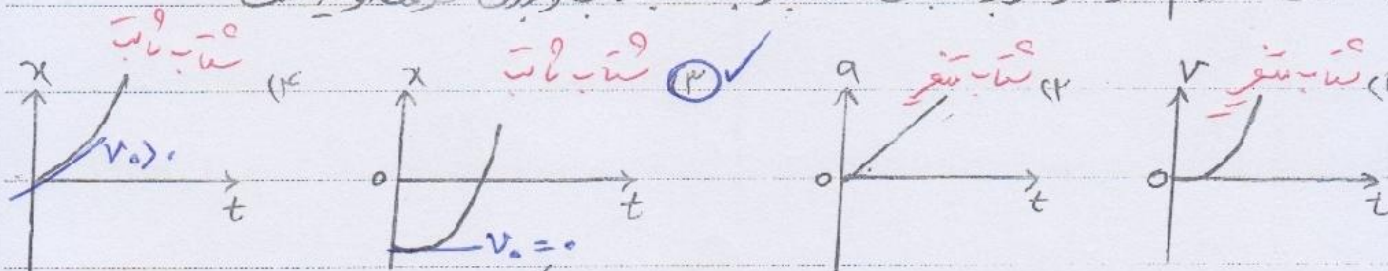
۴- لحظاتی برخورد نمودار با محور  $t$  - شیب منفی می‌شود و در آن لحظه حرکت جهت تغییر می‌کند.

۵- انواع خط در نمودار  $a-t$  موجود است:  $t_1, t_2, t_3$  /  $t_1, t_2, t_3$  /  $t_1, t_2, t_3$

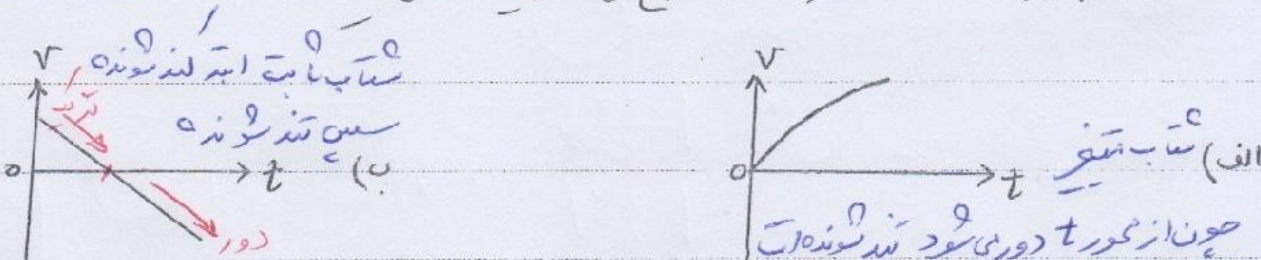
خط با شیب مثبت → شیب مثبت  $t_1, t_2, t_3$  /  $t_1, t_2, t_3$  /  $t_1, t_2, t_3$

فیزیک سال دوازدهم - مرتضی شکیبا

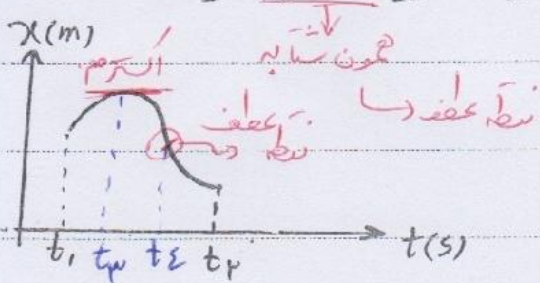
مسئله ۱۰: کدام نمودار مربوط به حرکت متساوی با شتاب ثابت و بدون سرعت اولیه است



مسئله ۱۱: با توجه به نمودارهای (v-t) نوع حرکت هر یک را مشخص کنید.

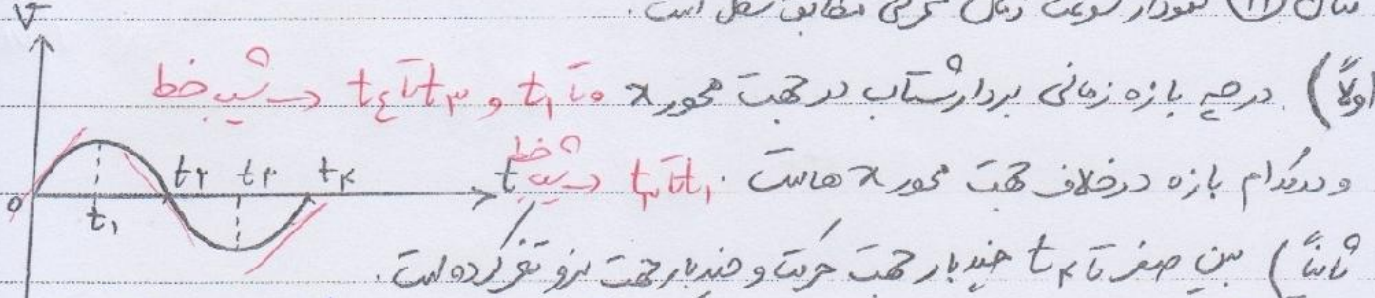


مسئله ۱۲: بین لحظات  $t_1$  تا  $t_2$  چند بار تغییر جهت حرکت و چند بار تغییر جهت نیرو داریم و در کدام لحظات؟



لحظه  $t_1$  -> شروع  
لحظه  $t_2$  -> نیرو و شتاب تغییر می کند

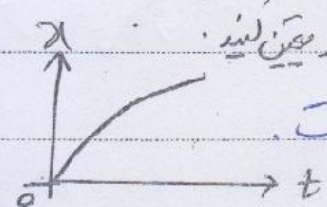
مسئله ۱۳: نمودار سرعت زمان حرکتی مطابق شکل است.



توجه: بین صفر تا  $t_2$  چند بار جهت حرکت و چند بار جهت نیرو تغییر کرده است. جهت حرکت -> شتاب  $t_2$  چون با محور x برخورد داشته پس  $v=0$  و موج حرکت ادامه داشته جهت حرکت تغییر کرده

جهت نیرو -> جهت شتاب -> شتاب آنستیم نمودار  $v-t$   $t_1$  و  $t_3$

مسئله ۱۴: منحنی شکل مقابل قسمتی از یک حرکت را نشان می دهد.





مسئله ۱۵: معادله مکان زیر حرکتی  $x = 4t^2 - 14t + 11$  است. تعیین کنید آیا حرکت تغییر جهت می دهد؟ اگر پاسخ مثبت است تعداد و زمان تغییر جهت ها را تعیین کنید.

سرعت:  $v = \frac{dx}{dt} = 8t - 14 = 0 \rightarrow t = 1.75$   
 $\frac{1}{2}a = 4 \rightarrow a = 8$   
 $v_0 = -14$   
 $x_0 = 11$

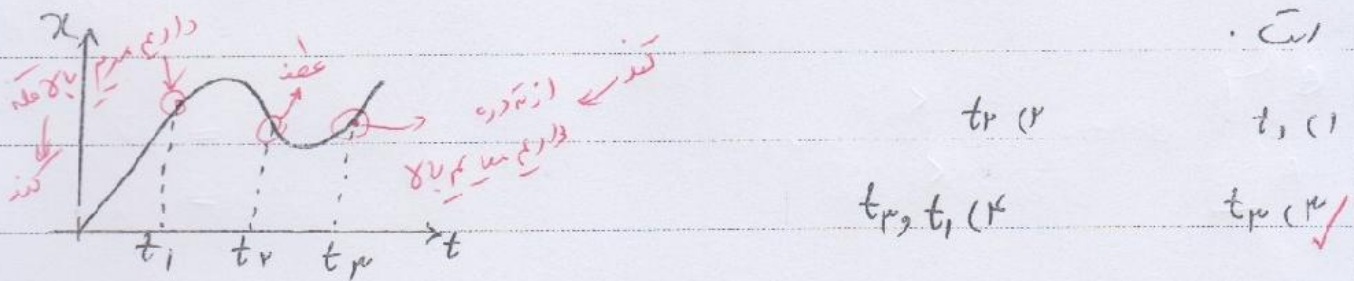
$v = at + v_0 \rightarrow v = 8t - 14$  |  $v = 0 \rightarrow 8t - 14 = 0 \rightarrow t = 1.75 (s)$  |  $\rightarrow$  تغییر جهت

مسئله ۱۶: معادله سرعت حرکتی  $v = t^2 - 4t + 4$  است. این حرکت در مدت حرکت خود چند بار تغییر جهت می دهد؟

وکی  $\Delta = 0$  |  $t^2 - 4t + 4 = 0 \rightarrow t = 2$  | یک بار تغییر جهت می دهد  
 $\Delta = b^2 - 4ac = 0$        $4^2 - 4(1)(4) = 0$

زوج بودیم تو هم با ۴ صفره !!

مسئله ۱۷: حرکتی بر روی خط راست حرکت می کند در کدام یک از زمانهای نشان داده شده حرکت جسم تند شونده است.



مسئله ۱۸: معادله حرکت حرکتی که روی محور x حرکت می کند در SI بصورت  $x = -5t^2 + 4t + 12$  است. نوع و جهت حرکت را تعیین کنید.

$x = -5t^2 + 4t + 12$   
 ثابت  $a = -10$  و  $v = 0 \rightarrow t = 0.4 (s)$

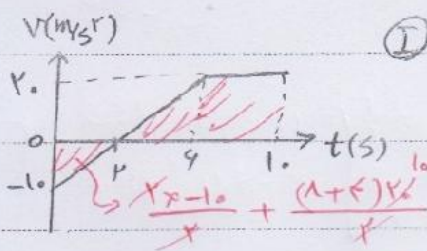
	0	0.4	∞
av	+	0	-
a	-		
av	-	0	+

سرعت: بازنده صاف (نشانه منفی) چون برداری  
 سرعت و شتاب در ابتدای حرکت خلاف هم هستند  
 $\begin{cases} a = -10 < 0 \\ v_0 = 4 > 0 \end{cases}$   
 پس حرکت ابتدا کند شونده است تا در لحظه که سرعت صفر شود  
 که همان لحظه 0.4 ثانیه است و پس از آن حرکت تند شونده می شود

از 0.4 ثانیه تا بی نهایت از 0.4 تا بی نهایت تند شونده

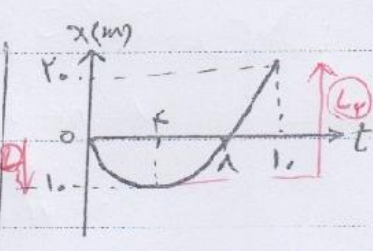
تدریس: در لحظه 0.4 ثانیه  $v = 0$  و  $a$  مثبت است. ۱۶ حرکت همواره تند شونده با شتاب

مسئله 19: با توجه به نمودارهای زیر سرعت متوسط را در 10 ثانیه اول حرکت حساب کنید. سبزی را هم حساب کنید.



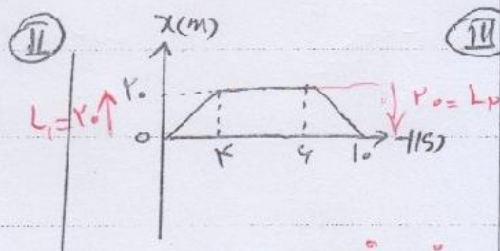
$$v_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{S_{v-t}}{\Delta t} = \frac{10}{10} = 1 \text{ m/s}$$

$$s_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{-10 \cdot 4 + 10 \cdot 6}{10} = 1 \text{ m}$$



$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_1 - x_0}{t} = \frac{10 - 0}{10} = 1 \text{ m/s}$$

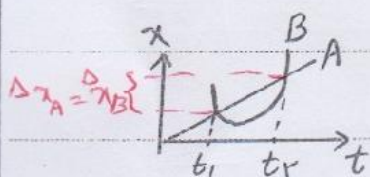
$$s_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{L_1 + L_2}{10} = \frac{10 + 10}{10} = 2 \text{ m/s}$$



$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_1 - x_0}{\Delta t} = \frac{10 - 0}{10} = 1 \text{ m/s}$$

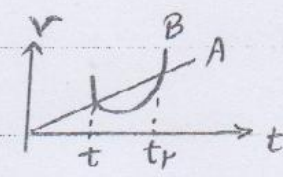
$$s_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{L_1 + L_2}{10} = \frac{10 + 10}{10} = 2 \text{ m/s}$$

مسئله 20: با توجه به نمودارهای زیر سرعت متوسط متحرک A و B در بازه‌های زمانی  $t_1$  تا  $t_2$  را با هم مقایسه کنید.



$$\bar{v}_A = \bar{v}_B$$

$$\frac{\Delta x_A}{\Delta t} = \frac{\Delta x_B}{\Delta t}$$



$$\bar{v}_A > \bar{v}_B$$

$$\frac{\Delta v_A}{\Delta t} > \frac{\Delta v_B}{\Delta t}$$

نکته: اگر متحرک چند جایه متوالی در یک جهت روی خط راست انجام دهد، سرعت متوسط در هر یک از این بازه‌ها برابر است.

$$v_{av} = \frac{\text{مجموع کل جابجایی‌ها}}{\text{کل مدت حرکت}}$$

مسئله 21: متحرکی روی خط راست در مدت  $t$  با سرعت  $v$  و در مدت  $2t$  با سرعت  $2v$  روی خط راست حرکت می‌کند (در یک جهت). سرعت متوسط در کل مسیر حرکت را حساب کنید.

$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{vt + 4vt}{t + 2t} = \frac{5vt}{3t} = \frac{5}{3}v$$

نکته: هرگاه متحرکی روی خط راست در بازه‌های زمانی  $t_1$  با سرعت  $v_1$  و  $t_2$  با سرعت  $v_2$  و ... حرکت کند که هر قسمت را با یک سرعت ثابت طی کند، سرعت متوسط با این فرمول حساب می‌شود:

$$v_{av} = \frac{v_1 t_1 + v_2 t_2 + \dots}{t_1 + t_2 + \dots}$$

فیزیک سال دوازدهم - مرتضی شکیبا

مسئله (۲۲): اگر حرکتی خاص‌های  $x$ ،  $3x$  و  $5x$  را با سرعت‌های ثابت  $4m/s$ ،  $2m/s$  و  $10m/s$  بروی خط

$\frac{\Delta x}{\Delta t} = v$   
 $x \rightarrow 2$   
 $3x \rightarrow 4$   
 $5x \rightarrow 10$

راست طی کند. سرعت متوسط در طی مسیر چقدر است؟

$v_{av} = \frac{10+4+2}{3} = \frac{16}{3} = 5.33 m/s$

نکته: حرکتی بروی خط راست و در یک جهت حرکت کند، چنانچه در هر لحظه با سرعت  $v$  حرکت مساوی تقسیم شود و  $\frac{a}{2}$

که هر یک با سرعت ثابت  $v_1$  و  $\frac{b}{n}$  که هر یک با سرعت ثابت  $v_2$  و ... طی شود، سرعت متوسط

$\frac{n}{v_{av}} = \frac{a}{v_1} + \frac{b}{v_2} + \dots$

از رابطه فوق بدست می‌آید.

مسئله (۲۳): حرکتی  $3m/s$  بروی خط راست را در یک جهت با سرعت ثابت  $4m/s$  و بقیه مسافت را

سرعت  $12m/s$  طی می‌کنند. سرعت متوسط در طی مسیر چقدر است.

$\frac{5}{v_{av}} = \frac{3}{4} + \frac{4}{12} = 1 \rightarrow v_{av} = 5 m/s$



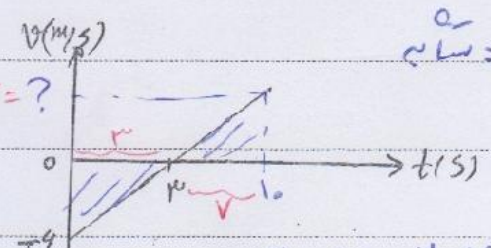
مسئله (۲۴): متحرکی  $\frac{3}{5}$  کل زمان حرکت خود را با سرعت  $10m/s$  و بقیه زمان حرکت را با سرعت  $20m/s$  بروی

خط راست و در یک جهت طی کرده است. سرعت متوسط آن در طی مسیر چقدر است؟

$\frac{\Delta t}{\frac{3}{5}t} \rightarrow 1. \quad \frac{\Delta x}{5} + 10 = 4t$   
 $\frac{\Delta t}{\frac{2}{5}t} \rightarrow 2. \quad \frac{\Delta x}{5} + 20 = 1t$   
 $v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{4t + 1t}{\frac{3}{5}t + \frac{2}{5}t} = \frac{14t}{t} = 14 m/s$



مسئله (۲۵): با توجه به نمودار سرعت زمان، سرعت متوسط متحرک در  $0$  تا  $10$  ثانیه اول حرکت را بدست آورید.



با توجه به  $\frac{4}{3} = \frac{3}{v} \rightarrow v = \frac{3 \times 4}{3} = \frac{12}{3} = 4$

$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{S_{0-2} + S_{2-4} + S_{4-6} + S_{6-10}}{\Delta t} = \frac{4}{10} = 0.4 m/s$

$S_{0-2} = \frac{2 \times 4}{2} + \frac{4 \times 10}{10} = -4 + 40 = 36$

$18$

$S_{av} = \frac{1 \times 11 + 49}{10} = 5.8 m/s$

فیزیک سال دوازدهم - مرتضی شکیبا

مسئله ۲۶) اگر مکان - زمان حرکتی به صورت زیر باشد

الف)  $x = 2t^2 - 12t + 3$

$V_{av} = 0 \rightarrow \frac{\Delta x}{\Delta t} = 0 \rightarrow \Delta x = 0$

الف) سرعت متوسط حرکت در ۵ ثانیه اول حرکت صفر است.

ب)  $x = 2t^2 - 12t + 3 \rightarrow x - 2t^2 + 12t - 3$

ب) مع فت طی شده در ۵ ثانیه اول حرکت صفر است

$\Delta x = 0 \rightarrow 2t^2 - 12t = 0$   
 $t(2t - 12) = 0$   
 $t = 0$   
 $t = 6$

ج) از لحاظ صفر تا چه لحظه ای سرعت متوسط حرکت صفر می شود.

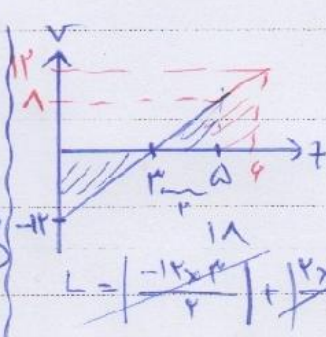
$x = 2t^2 - 12t + 3$

راه اول

$V = 4t - 12 \rightarrow V = 0 \rightarrow t = 3(s)$

نقطه توقف

$V_{av} = \frac{x_0 - x_5}{5} = \frac{-7 - 3}{5} = -2 m/s$



سویچ: رسم نمودار  $v = 4t - 12$

$v = 4t - 12$

$4t - 12 = 0$   
 $t = 3$

$t = 5 \rightarrow v = 4(5) - 12$   
 $v = 8$

سپه می شود

$x_0 = -7$   
 $x_5 = 3$

$x_p = -12$

ب) بزرگترین در دو جهت (حاصل می شود)

$L = 24m$

$L_1 \rightarrow 3 \text{ تا } 5$  و  $L_2 \rightarrow 5 \text{ تا } 3$

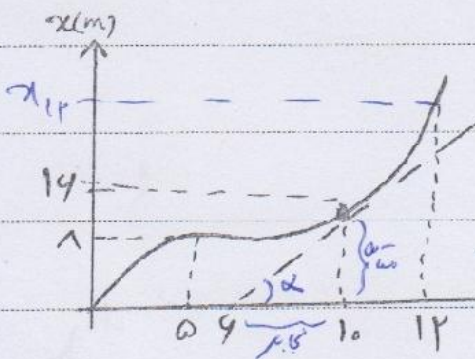
$V_{av} = \frac{-12 + 8}{5} = \frac{-4}{5} = -0.8 m/s$

$L_1 = x_p - x_0 = -12 - 3 = -15$

$L_2 = x_5 - x_p = 3 - (-12) = 15$

الف) بوجه  $V_{av} = 0 \rightarrow \Delta x = 0 \rightarrow S_{net} = 0$   
 که تحت شیب متفاوتی در هر دو جهت می رود.

مسئله ۲۷) نمودار مکان - زمان جسمی به صورت زیر است. اگر سرعت حرکت در لحظه  $t = 10$  ثانیه برابر سرعت متوسط آن بین دو لحظه  $t_1 = 5$  و  $t_2 = 12$  ثانیه باشد، حرکت در لحظه  $t = 12$  ثانیه در چه سمتی می باشد.



$V_{av} = \frac{21 - 14}{5 - 12} = V_1$

$V_1 = tg \alpha = \frac{7}{7} = 1 m/s$

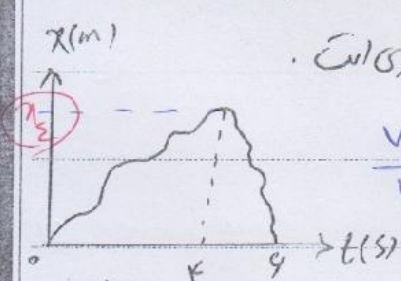
$V_{av} = 1 \rightarrow \frac{\Delta x}{\Delta t} = 1$

$\Delta x = 21$

$x_{12} - x_5 = 21 \rightarrow x_{12} = 29m$

فیزیک سال دوازدهم - مرتضی شکیبا

مسئله ۲۸: سرعت متوسط در ۴ ثانیه اول چند برابر سرعت متوسط در ۲ ثانیه بعدی است.

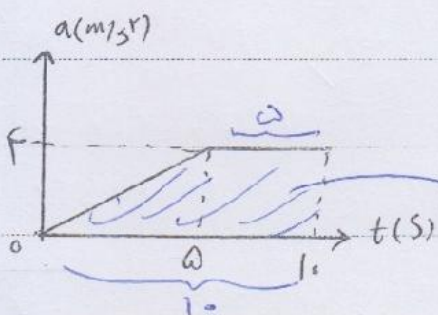


$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_4 - x_0}{4 - 0} = \frac{4 - 0}{4} = 1$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_6 - x_4}{6 - 4} = \frac{0 - 4}{2} = -2$$

$$\frac{v_{av1}}{v_{av2}} = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}$$

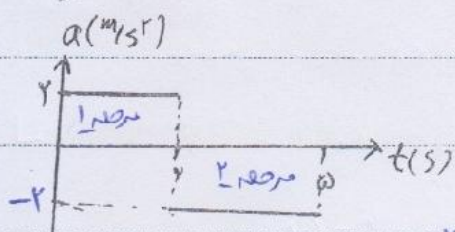
مسئله ۲۹: در یک مسیر مستقیم فنوار نسبت به زمان ترمزی به صورت شکل زیر است. اگر سرعت اولیه حرکت ۵ m/s باشد سرعت آن در لحظه t=10 چند خواهد بود.



$$S_{a-t} = \Delta v = v_1 - v_0 \rightarrow 4 = v_{10} - 5$$

$$v_{10} = 9 \text{ m/s}$$

مسئله ۳۰: فنوار نسبت به زمان ترمزی به صورت شکل زیر است. اگر سرعت متوسط آن حرکت در این مدت ۴ m/s باشد، سرعت اولیه آن چند خواهد بود.



$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t = \frac{1}{2} \times 2 \times 2^2 + v_0 \times 2$$

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t = \frac{1}{2} \times (-2) \times 2^2 + v_0 \times 2$$

$$\Delta x_1 = 4 + 2v_0$$

$$\Delta x_2 = -4 + 2v_0$$

$$v_{0r} = v_r$$

$$v_{0r} = v_r = at + v_0$$

$$v_r = v_r = 2 \times 2 + v_0 = 4 + v_0$$

سرعت میانگین حرکت در هر مرحله اول برابر سرعت ترمزی در هر مرحله دوم است

$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t} = \frac{4 + 2v_0 - 4 + 2v_0}{4} = v_0$$

$$\Delta x_1 + \Delta x_2 = 4 \times 2$$

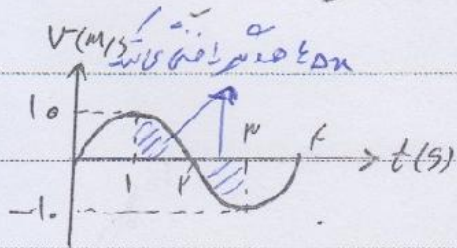
$$\Delta x_1 + \Delta x_2 = 8$$

$$4 + 2v_0 + (-4 + 2v_0) = 8$$

$$4 + 2v_0 + (-4 + 2(4 + v_0)) = 8$$

$$v_0 = 5 \text{ m/s}$$

مسئله ۳۱: با توجه به فنوار نسبت به متوسط و سرعت متوسط بین لحظات t=1 تا t=3 باشد، اوج آن چند خواهد بود.

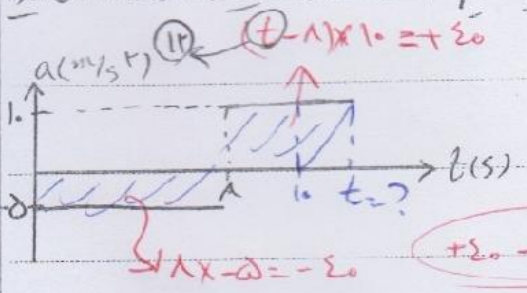


$$a_{av} = \frac{v_3 - v_1}{3 - 1} = \frac{-1 - 1}{2} = -1 \text{ m/s}^2$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{S_{v-t}}{2} = \frac{0}{2} = 0$$

فیزیک سال دوازدهم - مرتضی شکیبیا

مسئله (۳۲): نمودار شتاب زمان ذره ای در این شکل نشان داده شده است. بر مبنای این نمودار درجه اول به صورت  $10$  است چند ثانیه پس از شروع حرکت سرعت صفر می شود.



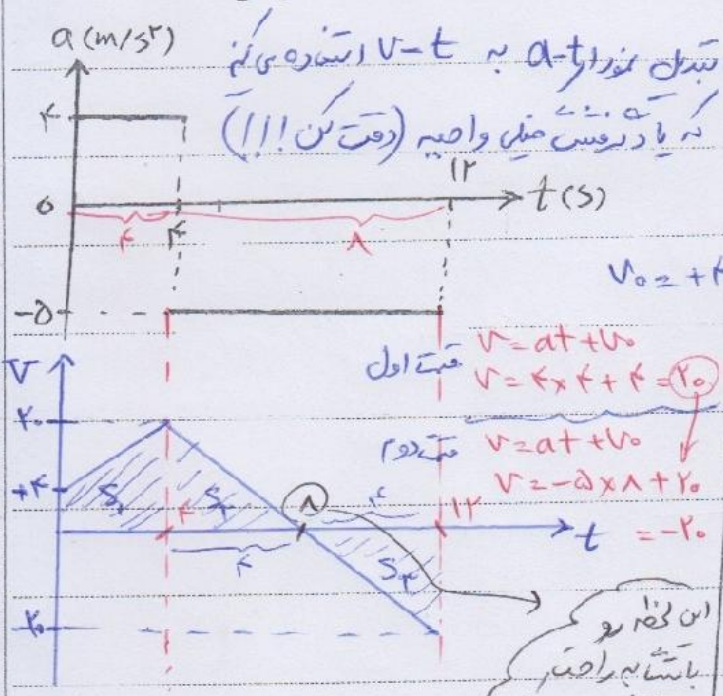
$$\int_{at} \Delta v = v - v_0 = 0$$

دو سطح زیر نمودار باید هم در برابری باشد تا  $\Delta v = 0$  شود.

مسئله (۳۳): در نمودار بالا شتاب متوسط را در این ثانیه اول حساب کنید.

$$a_{avr} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-10 + (10 \times 1)}{1} = \frac{-10}{1} = -10 \text{ m/s}^2$$

مسئله (۳۴): قطری در میدان با سرعت  $4 \text{ m/s}$  در جهت محورهای  $x$  و  $y$  از مبدأ مختصات می نهد. با توجه به نمودار شتاب زمان آن مسافت طی شده در بازه  $12$  ثانیه چند متر است.



$$L_0 = 12 = |S_{v_0}| = 4 \times 4 + 16 + 16 = 48 \text{ m}$$

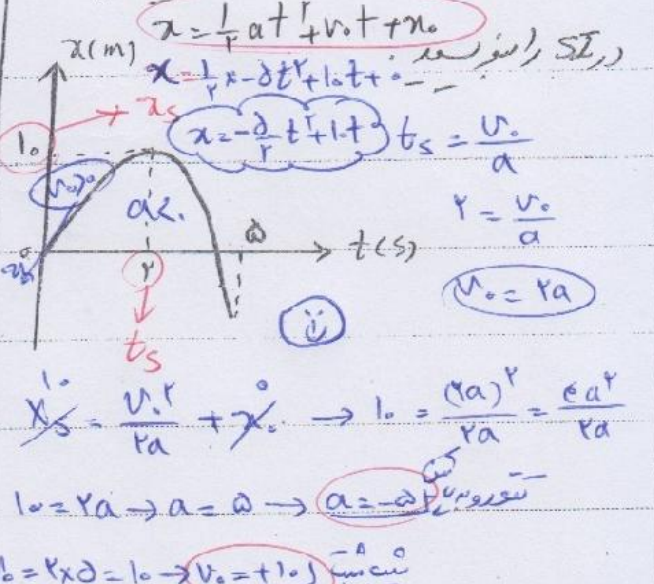
$$S_1 = \frac{(4 + 16) \times 4}{2} = 40$$

$$S_2 = \frac{4 \times 4}{2} = 8$$

$$S_3 = \frac{4 \times (-4)}{2} = -8$$

$$S_{total} = 40 + 8 - 8 = 40 \text{ m}$$

مسئله (۳۵): در شکل زیر نمودار مکان زمان یک جسم رسم شده است. معادله مکان زمان این متحرک



تولید می شود: در نمودار  $a-t$  مسافت را از زیر خط و سرعت اولی  $v_0$  رو هم دار سریع نمودار  $a-t$  رو به  $t-v$  تبدیل کن.

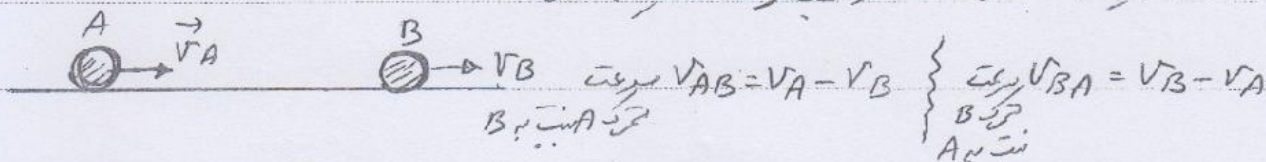
سرعت نسبی

1- اگر دو جسم نسبت به یکدیگر (مثلاً زمین) دارای سرعت‌های  $\vec{v}_A$  و  $\vec{v}_B$  باشند سرعت نسبی آنها برابر تفاضل دو بردار سرعت آنهاست.

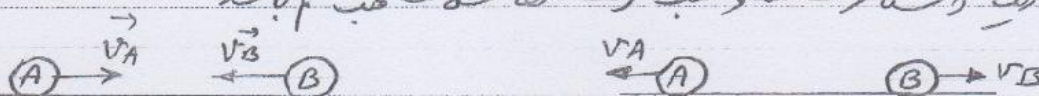
$$\vec{v}_{AB} = \vec{v}_A - \vec{v}_B$$

$$\vec{v}_{BA} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$$

1- اگر در یک راستا حرکت کنند و جهت حرکت آنها یکسان باشد

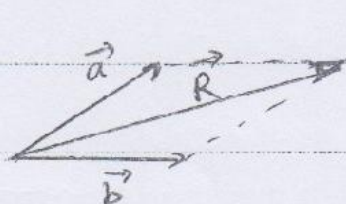


2- اگر در یک راستا حرکت کنند و جهت حرکت آنها خلاف جهت هم باشد



$$v_{AB} = v_A + v_B$$

$$v_{AB} = v_A + v_B$$



$$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b}$$

$$|\vec{R}| = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos \alpha}$$

یادآوری: بردار برآیند

1- اگر  $\alpha = 0^\circ \rightarrow |\vec{R}| = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos 0} = \sqrt{(a+b)^2}$  سرایت خاص

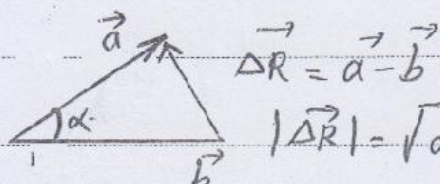
$$|\vec{R}| = a + b$$

2- اگر  $\alpha = 180^\circ \rightarrow |\vec{R}| = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos 180} = \sqrt{(a-b)^2} \rightarrow |\vec{R}| = |a-b|$

3- اگر  $\alpha = 90^\circ \rightarrow |\vec{R}| = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos 90} \rightarrow |\vec{R}| = \sqrt{a^2 + b^2}$

4- اگر  $\vec{a} = \vec{b} \Rightarrow |\vec{R}| = 2a \cos \frac{\alpha}{2}$   $\vec{a} = \vec{b}$

$\alpha = 0^\circ \rightarrow  \vec{R}  = 2a$
$\alpha = 90^\circ \rightarrow  \vec{R}  = a\sqrt{2}$
$\alpha = 120^\circ \rightarrow  \vec{R}  = a$



$$|\vec{DR}| = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha}$$

بردار تفاضل

1- اگر  $\alpha = 0 \rightarrow |\vec{DR}| = |a-b|$

2- اگر  $\vec{a} = \vec{b} \rightarrow |\vec{AR}| = 2a \sin \frac{\alpha}{2}$

3- اگر  $\alpha = 180 \rightarrow |\vec{DR}| = a + b$

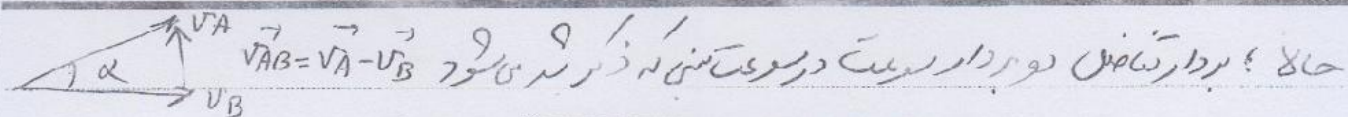
$\alpha = 90 \rightarrow |\vec{AR}| = a\sqrt{2}$

4- اگر  $\alpha = 90 \rightarrow |\vec{DR}| = \sqrt{a^2 + b^2}$

$\alpha = 90 \rightarrow |\vec{AR}| = a\sqrt{2}$

$\alpha = 120 \rightarrow |\vec{AR}| = a$

فیزیک سال دوازدهم - مرتضی شکیبا

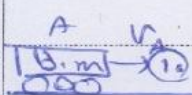


$$|\vec{V}_{AB}| = \sqrt{V_A^2 + V_B^2 - 2V_A V_B \cos \alpha}$$

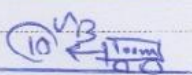
مسئله (۳۶): دو تریلر یکی به طول ۱۵۰m و سرعت ۱۵m/s و دیگری به طول ۱۰۰m و سرعت ۱۰m/s روی دو ریل موازی به طرف هم حرکت می‌کنند.

الف) از لحظه ای که دو قطار بهم می‌رسند چند ثانیه طول می‌کشد تا کاملاً از هم عبور کنند.

ب) چند ثانیه طول می‌کشد تا قطار اول از مقابل مسافری که در قطار دوم نشسته عبور کند.



$$V_{\text{rel}} = V_A + V_B = 10 + 15 = 25 \text{ m/s}$$



$$\Delta x = V_{\text{rel}} \Delta t$$

$$150 + 100 = 25 \Delta t \rightarrow \Delta t = 10 \text{ (s)}$$

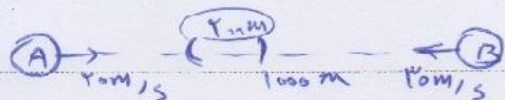
$$\Delta x = V_{\text{rel}} \Delta t$$

$$150 = 25 \Delta t$$

$$\Delta t = 6$$

مسئله (۳۷): دو اتوبوس A و B با سرعت‌های ۳۰m/s و ۲۰m/s از شهرهای A و B به سمت یکدیگر حرکت می‌کنند. اگر فاصله دو شهر ۱۰۰۰m باشد. در کدام بازه زمان فاصله دو اتوبوس کمتر از ۲۰۰ متر است.

$$14 < t < 24 \quad 20 < t < 24 \quad 14 < t < 24 \quad 14 < t < 20$$



$$V_{\text{rel}} = 20 + 30 = 50 \quad \Delta x = V_{\text{rel}} \Delta t$$

$$100 = 50 \Delta t \rightarrow \Delta t = 2$$

$$1200 = 50 \Delta t \rightarrow \Delta t = 24$$

کلیه اتوبوس‌ها در ۱۲ دقیقه از هم عبور می‌کنند.

II) دو خودرو با هم تماس فیزیکی دارند همان زمان حرکت یکدیگر به طرف یکدیگر و با حرکت قائم رو آب شوک در واقع از فاصله‌ی برابر بردارهای (که توضیح داده شد) سرعت نسبت می‌کنند.

الف) هم جهت حرکت کنند  $\vec{V}_{AB} = \vec{V}_A + \vec{V}_B \rightarrow |\vec{V}_{AB}| = V_A + V_B$

ب) خلاف جهت هم حرکت کنند  $\vec{V}_{AB} = \vec{V}_A - \vec{V}_B \rightarrow |\vec{V}_{AB}| = |V_A - V_B|$

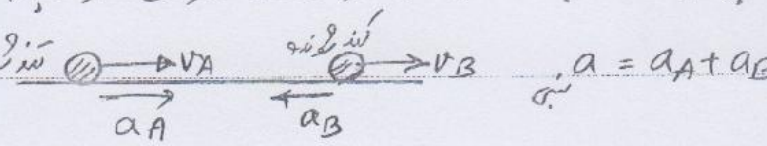
مسئله (۳۸): قایق‌های آبرو در مسیر آب حرکت کنند تا جایی که در نقطه‌ای ۲km از هم دورند و در ۱۲ دقیقه و آبرو در خلاف جهت جریان آب حرکت کنند همان فاصله را در ۱۵ دقیقه طی می‌کنند. سرعت قایق نسبت به آب چقدر است؟

$$\begin{cases} 2 = (V_0 + V_1) \times 12 \\ 2 = (V_0 - V_1) \times 15 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} V_0 + V_1 = 10 \\ V_0 - V_1 = 4 \end{cases}$$

$$2V_0 = 14 \rightarrow V_0 = 7 \text{ km/h}$$



شتاب نسبی: ابتدا با توجه به نوع حرکت و بردار سرعت جهت بردار شتاب را تعیین می‌کنیم، اگر حرکت‌ها غیر وابسته باشند شتاب نسبی تناقض برداری شتاب‌ها می‌شود و اگر حرکت دو متحرک وابسته باشد بردار شتاب برداری آن‌هاست.



نکته:

شکل رسیدن دو متحرک بهم این است که معادله مکان زمان هر دو متحرک را نسبت به یکدیگر بنویسیم و مساوی هم قرار دهیم.

تذکره: معادله مکان زمان حرکت یواخت به‌ویضیات

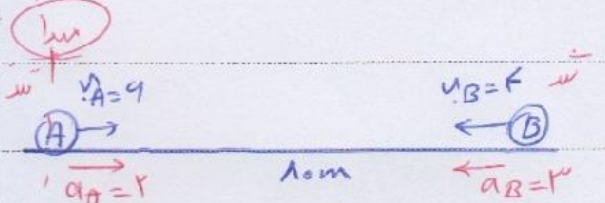
$$x = vt + x_0$$

معادله حرکت شتاب دار وابسته به ثابت

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

$$x = \left(\frac{v+v_0}{2}\right)t + x_0$$

مثال ۳۹: فاصله‌ی بین دو متحرک A و B، ۱۰ متر است اگر متحرک A با سرعت اولیه‌ی ۹ m/s و شتاب ۲ m/s² و متحرک B با سرعت اولیه‌ی ۴ m/s و شتاب ۳ m/s² به سمت هم حرکت کنند.



الف) سرعت نسبی آنها موقع رسیدن بهم چند است.

ب) پس از رسیدن بهم می‌مانند.

پس از رسیدن بهم می‌مانند (پس از دورنگار با هم برابر)

$$x_A = x_B$$

$$\frac{1}{2}at_A^2 + v_{A0}t + x_{A0} = \frac{1}{2}at_B^2 + v_{B0}t + x_{B0}$$

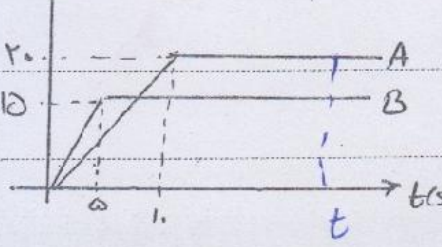
$$\frac{1}{2}(2)t^2 + 9t + 0 = \frac{1}{2}(3)t^2 + (-4)t + 10$$

$$t^2 + 4t - 20 = 0$$

$$t = -10 \text{ (وقت منفی)} \quad t = +4 \text{ (وقت مثبت)}$$

الف)  $v_{rel} = v_A - v_B = 9 - (-4) = 13 \text{ m/s}$

مثال ۴۰: سطح دو پروفنودار سرعت زمان دو متحرک A و B را نشان می‌دهد که در یک ابتدای هم‌زمانی حرکت شروع به حرکت می‌کنند، پس از چند ثانیه دو متحرک دوباره به هم می‌رسند.



نشان داده شده که در یک ابتدای هم‌زمانی حرکت شروع به حرکت می‌کنند

$$x_A = x_B \quad x_{A0} = x_{B0} \rightarrow \Delta x_A = \Delta x_B \rightarrow S_A = S_B$$

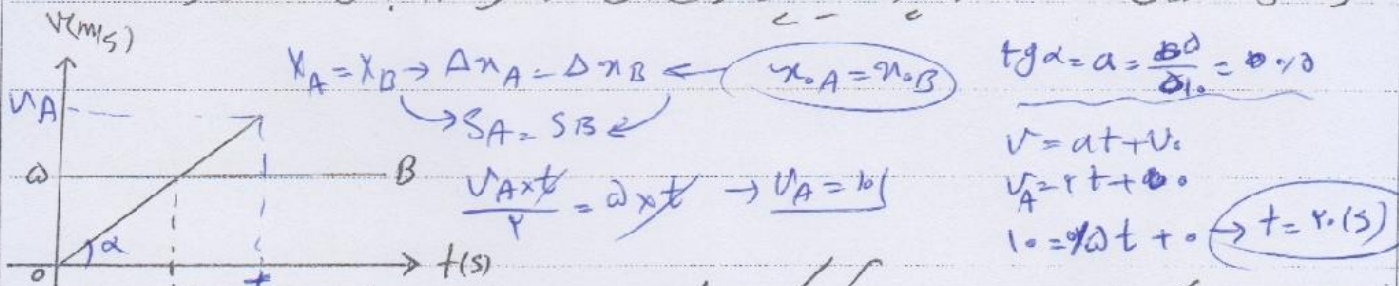
$$\frac{(t-0)+t}{2} \times 20 = \frac{(t-0)+t}{2} \times 10$$

۲۴

$$4(2t-0) = 3(2t-0)$$

$$1t - 40 = 9t - 12 \rightarrow 2t = 28 \rightarrow t = 14$$

مسئله (۴۱) شکل مقابل نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B را بر روی خط راست از یک نقطه در یک سو حرکت می کنند نشان داده است. چندانکه پس از گذشتی مدت متحرک A به متحرک B می رسد.

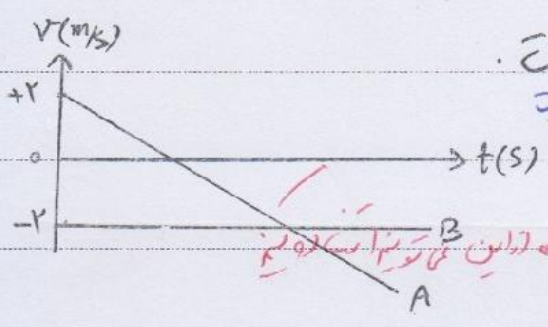


$x_A = x_B \rightarrow \Delta x_A = \Delta x_B \rightarrow v_{0A} = v_{0B}$   
 $\rightarrow SA = SB \rightarrow \frac{v_A \times t}{2} = v_0 \times t \rightarrow v_A = 2v_0$   
 $tg \alpha = a = \frac{2v_0}{t_0} = 2v_0$   
 $v = at + v_0$   
 $v_A = 2t + v_0$   
 $10 = 2t + 0 \rightarrow t = 2.5$

اگر دو متحرک از یک نقطه شروع به حرکت کنند و هر یک در لای فقط یک نوع حرکت باشند یا متفاوت باشند (ثابت)، زمان رسیدن دو متحرک به هم همواره نوبه برابر زمانی است که طول می کشد تا سرعت آنرا نشان شود.

برای سال بالا  $\rightarrow 10 \times 2 = 20$

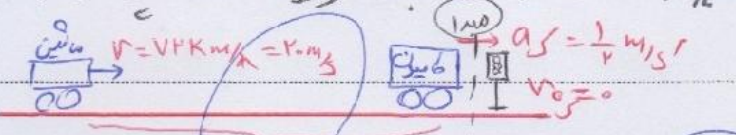
مسئله (۴۲) اگر در شبها؛ زمان دو متحرک A و B از کنار هم عبور کنند با توجه به نمودار سرعت زمان زیر سرعت متحرک A موقع رسیدن به متحرک B چند m/s است.



$x_A = x_B$  و  $x_{0A} = x_{0B}$   
 $\frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 = v_B t + x_{0B}$   
 $(\frac{v_A + v_0}{2})t + x_{0A} = v_B t + x_{0B}$   
 $\frac{v_A + 2}{2} = -2 \rightarrow v_A = -6$

مسئله (۴۳) یک کامیونی از پشت چراغ سبز راههای از حال سکون با شتاب  $\frac{1}{2} m/s^2$  به راه می افتد.

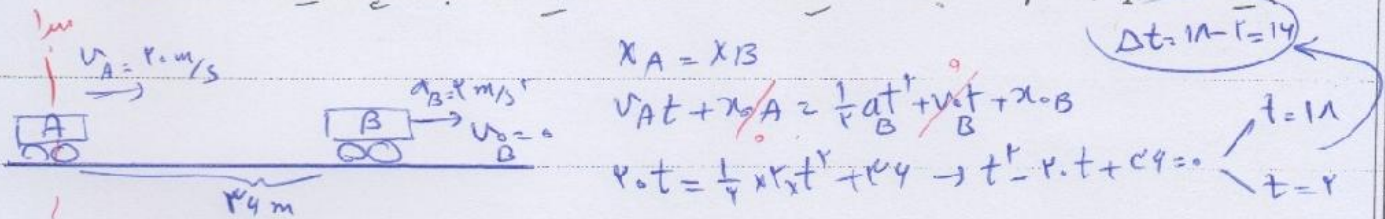
در همین لحظه اتومبیلی که با سرعت ثابت  $72 km/h$  در همان جهت در حرکت است پس از  $20(s)$  به چراغ راههای می رسد.



الف) پس از چه مدت اتومبیل به کامیون می رسد؟  
 $200 = \frac{1}{2} a t^2 - v t \rightarrow 200 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} t^2 - 20t \rightarrow t^2 - 10t + 400 = 0$   
 ب) در همین مدت فاصله دو متحرک تا چراغ راههای چند است؟  
 $x_p = x_k \rightarrow \frac{1}{2} a t^2 + x_0 = v t + x_0 \rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} t^2 + 0 = 20t + 0$

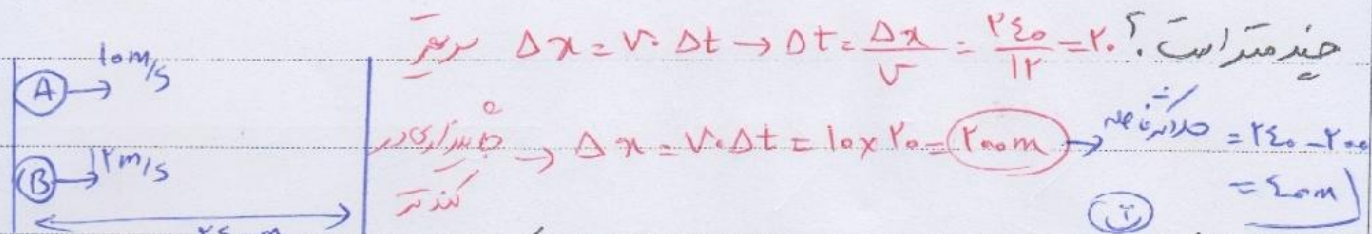
$x_a = x_k = \frac{1}{2} a t^2 + 0 + 0 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 20^2 = 100$   
 $t = 25(s)$

سوال (۴۴): در یک سیستم اتومبیلی با سرعت ثابت  $20 \text{ m/s}$  در حرکت است، از  $34 \text{ m}$  جلوتر اتومبیل دیگری با شتاب ثابت  $2 \text{ m/s}^2$  از حال سکون در همان جهت به راه می افتد. در این حرکت اتومبیل ها دوبار از هم سبقت می گیرند، فاصله زمانی این دو سبقت چند ثانیه است؟ (ج)

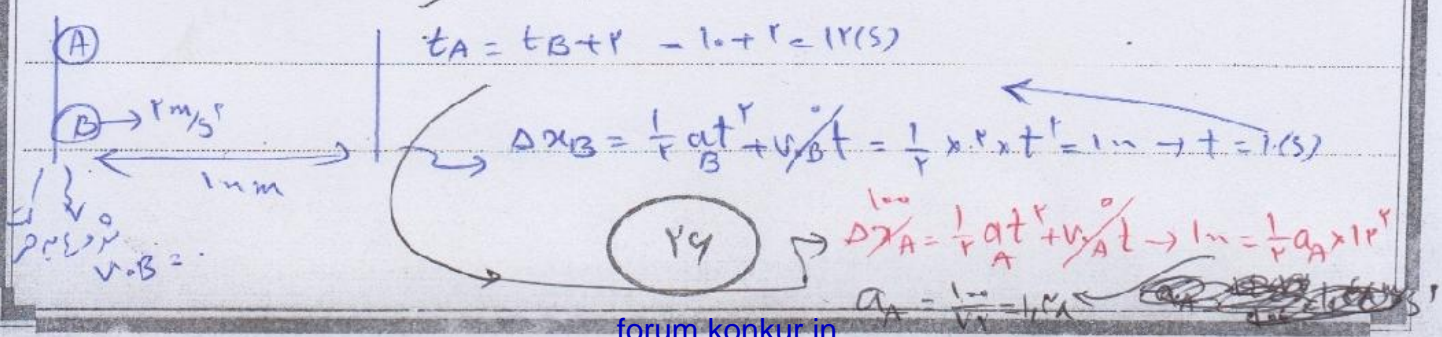


نکته: اگر دو متحرک از یک نقطه و در یک جهت برای رسیدن به مقصد معینی حرکت کنند حداقل ماصله دو متحرک را بخواهند ابتدا زمان رسیدن متحرک سریع تر را مقصد را تعیین می کنیم، سپس مسافتی که متحرک کندتر در این زمان پیموده را از مسافت کل کم می کنیم.

سوال (۴۵): دو متحرک با سرعت  $10 \text{ m/s}$  و دیگری با سرعت  $12 \text{ m/s}$  از یک نقطه همزمان به سوی مقصدی به فاصله  $240 \text{ m}$  در حرکت در می آید، حداقل ماصله ی این دو متحرک در طول مسیر چند متر است؟ (ج)



نکته: اگر دو متحرک با اختلاف زمانی از یک نقطه شروع به حرکت کنند، مثلاً متحرک اول  $t$  ثانیه زودتر حرکت کند، وقتی به مقصد مشترک می رسند، زمان حرکت متحرک دوم  $t$  و اولی  $t + 2$  ثانیه است. سوال (۴۶): دو متحرک A و B از یک نقطه شروع به حرکت می کنند و متحرک A  $2$  ثانیه زودتر از B حرکت را شروع می کند، اگر هر دو در یک زمان به نقطه ای به فاصله  $100 \text{ m}$  از شروع به رسیدن و شتاب حرکت متحرک B  $2 \text{ m/s}^2$  باشد، زمان حرکت و شتاب متحرک A را حساب کنید.



نفسه: چند جایگاه مهم:

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 (2n-1) + v_0 t$$

۱- جایگاه انجام شده در  $t$  ثانیه  $n$ ام حرکت

$$\Delta x = (n-0.5)a + v_0$$

۲- جایگاه انجام شده در ثانیه  $n$ ام

$$\Delta x = \frac{1}{2} a_n (2t-n) + v_0 n$$

۳- جایگاه انجام شده در  $n$  ثانیه آخر حرکت (زمان تک حرکت)

مسئله (۴۷): معادله سرعت - زمان متحرکی نه روی محور  $x$  حرکت می کند در  $SI$  به صورت

$v = -2t + 4$  است. بررسی جایگاه متحرک در  $t=2$  ثانیه سوم حرکت چند متر است.

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 (2n-1) + v_0 t$$

$$\Delta x = \frac{1}{2} \times (-2) \times 2^2 (2 \times 2 - 1) + 4 \times 2 = -20 + 8 = -12 \rightarrow |\Delta x| = 12 \text{ m}$$

مسئله (۴۸): متحرکی با سرعت اولیه  $v_0$  و شتاب ثابت روی خط راست شروع به حرکت کرده و

در  $t=2$  ثانیه پنجم و ششم حرکت به ترتیب جایگاه های  $30$  متر و  $34$  متر را انجام داده است.

$$\Delta x = (n-0.5)a + v_0$$

سرعت اولیه متحرک چند  $m/s$  بوده است.

$$\begin{cases} 30 = (2-0.5)a + v_0 \\ 34 = (4-0.5)a + v_0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 30 = 1.5a + v_0 \\ 34 = 3.5a + v_0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -30 = -1.5a - v_0 \\ 34 = 3.5a + v_0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -30 = -4a \\ 34 = 5a + v_0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = 7.5 \text{ m/s}^2 \\ v_0 = 12 \text{ m/s} \end{cases}$$

مسئله (۴۹): اتومبیلی از حال سکون با شتاب ثابت  $2 \text{ m/s}^2$  به سمت  $t=10$  ثانیه حرکت می کند جایگاه طی

شده در  $t=2$  ثانیه آخر حرکت را بدست آورید.

$$v_0 = 0$$

$$\Delta x = \frac{1}{2} a_n (2t-n) + v_0 n$$

$$t = 10 \text{ (s)}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 (2 \times 10 - 2) + 0 = 36$$



$$n = 2$$

فیزیک سال دوازدهم - مرتضی شکیبا

نکته: شکل تصاویر عددی در حرکت شتاب ثابت:

در این نوع حرکت جابجایی‌های انجام شده در بازه‌های زمانی متوالی و مساوی  $t$

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$$

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$$

$$\Delta x_3 = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$$

⋮

$$1) d = at^2 \quad \text{قدرت}$$

$$2) \Delta x_2 = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_3}{2} \quad \text{جمله سومی}$$

$$3) \Delta x_n = \Delta x_1 + (n-1)d \quad \text{جمله عمومی}$$

جمله سومی

جمله عمومی

مسئله ۵۰: متحرکی با شتاب ثابت در ۳ ثانیه ۱۳٫۵ متر جابجایی شود و در ۳ ثانیه بعدی ۱۸ متر جابجایی می‌شود. شتاب حرکت آن چقدره در ثانیه‌هاست.

$$\Delta x_1 = 13.5$$

$$\rightarrow d = at^2 = 18 - 13.5 = 4.5$$

$$\Delta x_2 = 18$$

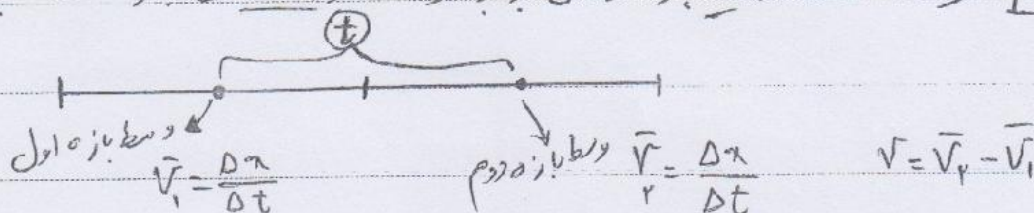
$$at^2 = 4.5 \rightarrow a \times 3^2 = 4.5$$

$$\rightarrow 9a = 4.5$$

$$a = \frac{1}{4} \text{ m/s}^2$$

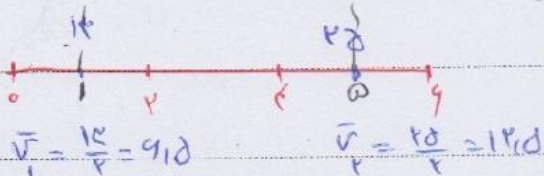
نکته: بی‌روسی غیررسی!!!

می‌دانیم سرعت متوسط در یک بازه زمانی برابر سرعت در وسط آن بازه است، بنابراین



$t$	$v$
$1$	$a \rightarrow ?$

مسئله ۵۱: متحرکی با شتاب ثابت و سری اولی ۵ در ۲ ثانیه اول حرکت خود ۱۳ م و در ۲ ثانیه دوم حرکت ۲۵ متر را طی می‌کند. شتاب حرکت در تک ثانیه‌هاست.  $t = 2(s)$



$$v = v_2 - v_1 = 4$$



$2$	$4$
$1$	$a = ? \rightarrow a = \frac{4}{2}$

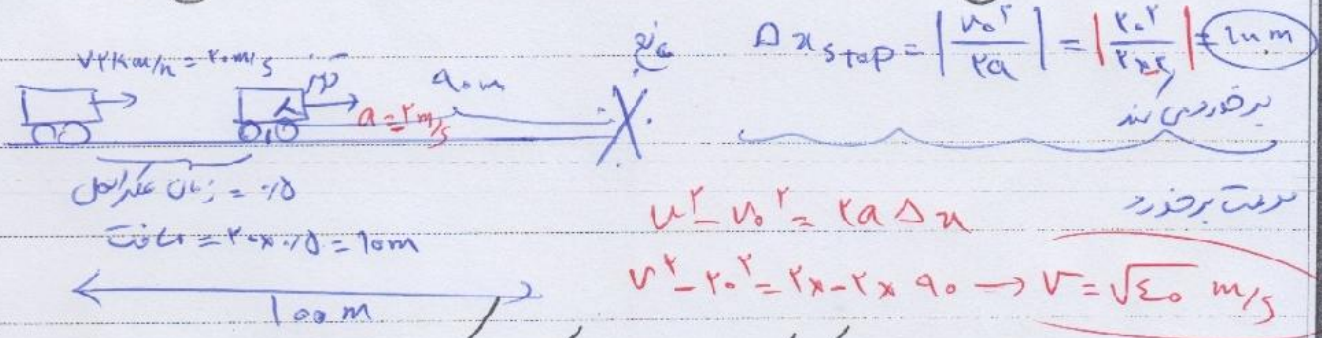
$$= 2 \text{ m/s}^2$$

فیزیک سال دوازدهم - مرتضی شکیبا

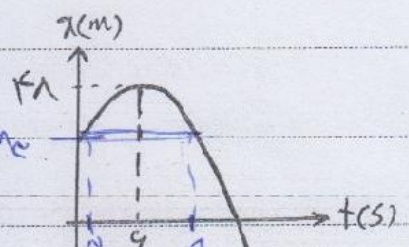
رنگ: زمان توقف و جابجایی طی شده است کامل  
 $v = at + v_0 \rightarrow t_{stop} = \frac{|v_0|}{a}$

$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \rightarrow \Delta x_{stop} = \frac{|v_0^2|}{2a}$

مثال (۵۲): اتوبوسی با سرعت ثابت  $72 \text{ km/h}$  در حرکت است. راننده ناگهان متوجه مانع در راه می‌شود. آن است می‌تواند در اتوبوس خود را با شتاب  $2 \text{ m/s}^2$  ترمز می‌کند. از زمان عکس العمل راننده تا آنکه اتوبوس به مانع برخورد می‌کند. اگر برخورد می‌کند سرعت برخورد با مانع چند  $\text{m/s}$  می‌شود.

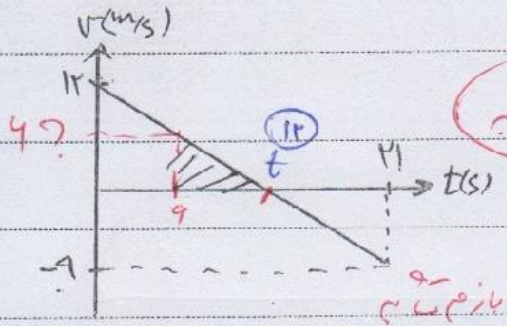


مثال (۵۳): نمودار مکان-زمان ترمزی که روی محور  $x$  حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر به صورت مستقیم است. مسافت طی شده توسط ترمز در بازه زمانی  $0$  تا  $3$  ثانیه برابر  $12 \text{ m}$  باشد، جابجایی ترمز در بازه حقیقی است.



$\Delta x = x_6 - x_0 = 0$

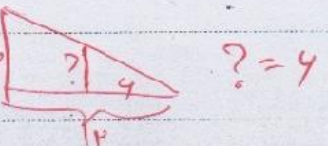
مثال (۵۴): نمودار سرعت-زمان ترمزی که محور  $x$  مطابق شکل روی محور است. از برای جابجایی ترمز در فاصله زمانی  $t=4$  تا  $t=12$  چند متر است



بالاتر از شتاب

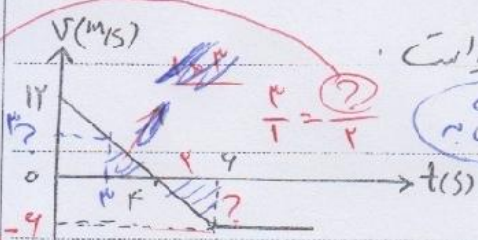
$\frac{12}{t} = \frac{4}{12-t} \rightarrow t = 12$

$S_{v-t} = \Delta x$   
 $\frac{4 \times 4}{2} = 8 \text{ m}$



فیزیک سال دوازدهم - مرتضی شکیبا

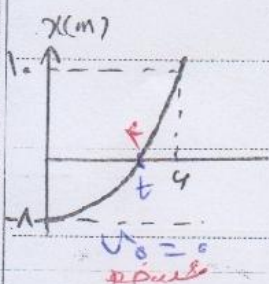
سوال ۵۶: نمودار سرعت زمان متحرکی که روی محور x حرکت می کند مطابق شکل است. بزرگی شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی  $3(s) \leq t \leq 4(s)$  چند متر بر ثانیه است.



بزرگی شتاب  $\frac{4}{1} = 4$

$$a_{av} = \frac{v_4 - v_3}{\Delta t} = \frac{-4 - 4}{0.3} = -3 \text{ m/s}^2$$

سوال ۵۷: متحرکی روی محور x با شتاب ثابت مطابق نمودار مکان زمان حرکت می کند. سرعت متحرک در لحظه ای که متحرک از مبدأ مکان عبور کرده است چند  $(\text{m/s})$  است.



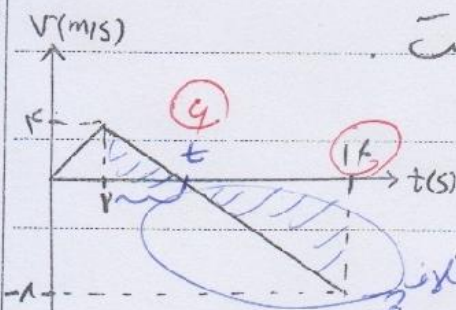
در لحظه ای که متحرک از مبدأ مکان عبور کرده است چند  $(\text{m/s})$  است.

$$v_f = ? \quad \Delta x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t \rightarrow 18 = \frac{1}{2} a \times 9^2 \quad a = 1$$

$$x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + x_0 \rightarrow \frac{1}{2} t^2 - 18 = 0 \rightarrow t = 6(s)$$

$$v = at + v_0 = 1 \times 6 = 6 \text{ m/s}$$

سوال ۵۸: متحرکی روی محور x حرکت می کند و نمودار سرعت زمان آن مطابق شکل زیر است. متحرک در  $t = 14$  ثانیه اول، چند ثانیه در سوی مخالف محور x حرکت کرده است.

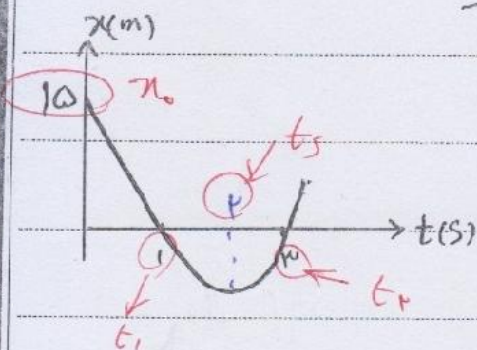


$$\frac{4}{t-4} = \frac{4}{14-t}$$

$$4t - 4 = 14 - t \rightarrow 3t = 18 \rightarrow t = 6$$

$$\Delta t = 14 - 4 = 10 \text{ در جهت مخالف حرکت کرده}$$

سوال ۵۹: یک جسم زیر نمودار مکان زمان متحرکی است که در مسیر مستقیم حرکت می کند. شتاب آن چند متر بر ثانیه است.



$$t_1 \times t_3 = \frac{2x_0}{a}$$

$$3 = \frac{2 \times 15}{a} \rightarrow a = 10 \text{ m/s}^2$$