



آزمون غیر حضوری دوازدهم ریاضی (۴ آبان ۱۳۹۷) (مباحث ۱۸ آبان ۹۷)

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه ۳	ریاضیات گسسته	فیزیک ۳	شیمی ۳
گزینشگر	سید عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	بابک اسلامی	محمد رضا یوسفی
گروه ویراستاری	مرضیه گودرزی علی ارجمند	علی ارجمند	علی ارجمند	حمید زرین کفش	سهند راحمی پور
مسئول درس	سید عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	بابک اسلامی	سهند راحمی پور

گروه فنی و تولید:

مسئول تولید آزمون غیر حضوری	محمد اکبری
مسئول دفترچه آزمون غیر حضوری	زرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مریم صالحی مسئول دفترچه: آتیه اسفندیاری
حروف نگار و صفحه آرا	حسن خرم جو
ناظر چاپ	سوران نعیمی

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۶۹۶۲۴۰۰

«تمام دارایی‌ها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلمچی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»



حسابان ۲

حسابان

تابع

صفحه‌های ۱ تا ۲۲

۱- در کدام یک از فاصله‌های زیر، نمودار $y = x^3$ زیر نمودار $y = x^2$ قرار دارد؟

$$(1) \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right) \quad (2) (0, 2)$$

$$(3) (0, 1) \quad (4) (1, 2)$$

۲- نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x^3$ را ابتدا یک واحد به سمت راست و سپس یک واحد به سمت بالا منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع

g به دست آید. ضابطه تابع g کدام است؟

$$(1) x^3 - 3x^2 + 3x \quad (2) x^3 + 3x^2 + 3x + 2$$

$$(3) x^3 - 3x^2 - 3x \quad (4) x^3 + 3x^2 + 3x$$

۳- اگر $f = \{(1, 2), (-1, 0), (0, [a])\}$ و $g(x) = 2^x$ باشند، به ازای چه مقادیری از a تابع $f + g$ صعودی است؟ ([]، علامت جزء

صحیح است.)

$$(1) [-1, 3] \quad (2) [0, 4]$$

$$(3) \left[-\frac{1}{2}, 3\right] \quad (4) \left[-\frac{1}{4}, 4\right]$$

۴- تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq -1 \\ 2 & x < -1 \end{cases}$ در بازه $[a, b]$ اکیداً نزولی است. ضابطه وارون تابع در این بازه کدام است؟

$$(1) \sqrt{x}, 0 \leq x \leq 1 \quad (2) -\sqrt{x}, -1 \leq x \leq 0$$

$$(3) -\sqrt{x}, 0 \leq x \leq 1 \quad (4) \sqrt{x}, -1 \leq x \leq 0$$

۵- تابع $f(x) = |2x - \alpha| - |3\alpha - 2x - 12|$ ، به ازای چه مقادیری از α صعودی است؟

$$(1) \alpha > 6 \quad (2) \alpha < 6$$

$$(3) \alpha \leq 6 \quad (4) \alpha \geq 6$$



۶- تابع $f = \{(1, 2), (m, 7), (2, m^2 - 3m)\}$ اکیداً یکنواست. m چند عدد طبیعی را می تواند بپذیرد؟

۱ (۱) ۲ (۲)

۳ (۳) ۴ (۴)

۷- اگر چند جمله ای $f(x) = ax^4 - 2x^2 - 1$ بر $x+1$ بخش پذیر باشد، معادله $f(x) = 0$ چند جواب دارد؟

۱ (۱) ۲ (۲)

۳ (۳) ۴ (۴)

۸- اگر مجموع ضرایب خارج قسمت تقسیم $5x^4 - 3x^2 + ax - 1$ بر $x+1$ برابر با ۷ باشد، a کدام است؟

۴ (۱) ۵ (۲)

۶ (۳) ۷ (۴)

۹- اگر $g(x)$ خارج قسمت تقسیم $p(x) = 3x^4 - 4x^5 + x - 1$ بر $x+1$ باشد، باقیمانده تقسیم $g(x)$ بر $x-1$ کدام است؟

صفر (۱) -۱ (۲)

۱ (۳) ۲ (۴)

۱۰- اگر چند جمله ای $x^4 - 3x^2 + mx + n$ بر $x^2 - 5x + 6$ بخش پذیر باشد، $m+n$ کدام است؟

۱۶ (۱) ۳۲ (۲)

-۱۶ (۳) -۳۲ (۴)



هندسه ۳

هندسه ۳

ماتریس و کاربردها
صفحه‌های ۹ تا ۲۶

۱۱- اگر $A^f B^{-1} = B^{-1} A$ ، در این صورت حاصل $B^{-1} A^2 B$ همواره کدام است؟

A^{8^0} (۱) A^{4^0} (۲)

A^{2^0} (۳) A^{1^0} (۴)

۱۲- به ازای کدام مقدار m ، دستگاه معادلات $\begin{cases} (m-1)x + 4y = 6 \\ 3x + (m+3)y = 9 \end{cases}$ فاقد جواب است؟

3 (۱) -3 (۲)

5 (۳) -5 (۴)

۱۳- در دستگاه معادلات $\begin{cases} ax + by = 2 \\ cx + dy = -1 \end{cases}$ ، معکوس ماتریس ضرایب مجهولات، به صورت $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ است، $x + y$ کدام است؟

-4 (۱) -2 (۲)

2 (۳) 4 (۴)

۱۴- اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} a+2 & a \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ وارون پذیر نباشد و $B = \begin{bmatrix} a+1 & 2 \\ -8 & -a+1 \end{bmatrix}$ ، آنگاه مجموع درایه‌های B^{-1} کدام است؟

-5 (۱) -6 (۲)

7 (۳) 8 (۴)

۱۵- ماتریس $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ مفروض است. اگر $AB = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، ماتریس A کدام است؟

$\begin{bmatrix} 3 & -3 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$ (۱) $\begin{bmatrix} 7 & -4 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ (۲)

$\begin{bmatrix} 7 & -4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 3 & -3 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}$ (۴)



۱۶- اگر $A^T = A$ باشد، آنگاه ماتریس $(I - 3A)^{-1}$ همواره برابر کدام است؟

$$I - \frac{3}{2}A \quad (1) \qquad I + \frac{3}{2}A \quad (2)$$

$$I + \frac{2}{3}A \quad (3) \qquad I - \frac{2}{3}A \quad (4)$$

۱۷- یک ماتریس وارون پذیر 3×3 است. اگر $A^{-1} = A$ ، آنگاه دترمینان ماتریس $I - \lambda A^T$ برابر کدام است؟ ($\lambda \in \mathbb{R}$ و I ماتریس

همانی 3×3 است.)

$$1 - \lambda^2 \quad (1) \qquad (1 - \lambda)^2 \quad (2)$$

$$1 - \lambda^3 \quad (3) \qquad (1 - \lambda)^3 \quad (4)$$

۱۸- اگر $A_i = \begin{bmatrix} i & n \\ n & i \end{bmatrix}$ ، به ازای چه مقدار از n ، ماتریس $B = \sum_{i=1}^n A_i$ وارون پذیر نیست؟

$$8 \quad (1) \qquad 9 \quad (2)$$

$$10 \quad (3) \qquad 11 \quad (4)$$

۱۹- اگر $A^T = I$ ، حاصل $A(A+I)^{-1}$ همواره برابر کدام است؟

$$\frac{1}{2}(A^T - A + I) \quad (1) \qquad \frac{1}{2}(A^T + A + I) \quad (2)$$

$$\frac{1}{2}(-A^T + A + I) \quad (3) \qquad \frac{1}{2}(A^T + A - I) \quad (4)$$

۲۰- در دستگاه $\begin{cases} ax - by = m \\ cx - dy = 1 - m \end{cases}$ ، معکوس ماتریس ضرایب به صورت $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ است. اگر جواب دستگاه، نقطه $(4 - m, n - 1)$ باشد،

مقدار n کدام است؟

$$6 \quad (1) \qquad -6 \quad (2)$$

$$1 \quad (3) \qquad -1 \quad (4)$$



ریاضیات گسسته

ریاضیات گسسته

آشنایی با نظریه اعداد

صفحه‌های ۱ تا ۲۲

۲۱- اگر باقیمانده تقسیم عدد $6a + 35$ در تقسیم بر عدد طبیعی a ، دو برابر باقیمانده تقسیم عدد $3a + 12$ در تقسیم بر عدد a باشد، بزرگ‌ترین مقدار a کدام است؟

۲۱ (۲)	۱۱ (۱)
--------	--------

۱۰ (۴)	۲۰ (۳)
--------	--------

۲۲- اگر $3 \equiv 6y + 5x$ و $4 \equiv 3y + 2x$ ، آنگاه x به کدام صورت است؟ $(x, y, k \in \mathbb{Z})$

$7k + 3$ (۲)	$7k$ (۱)
--------------	----------

$7k + 2$ (۴)	$7k + 5$ (۳)
--------------	--------------

۲۳- اگر $15 \equiv 84y + 72x$ ، آنگاه کدام گزینه نادرست است؟ $(x, y \neq 0)$

$2x \equiv 3y$ (۲)	$6x \equiv 7y$ (۱)
--------------------	--------------------

$3x \equiv y$ (۴)	$x \equiv 2y$ (۳)
-------------------	-------------------

۲۴- اگر $2x + 7$ و $11x + 5$ در یک کلاس همنهستی به پیمانه ۷ قرار داشته باشند، آنگاه باقی‌مانده تقسیم $x^3 - 1$ بر ۷ کدام

است؟

۱ (۲)	صفر (۱)
-------	---------

۳ (۴)	۲ (۳)
-------	-------

۲۵- باقی‌مانده تقسیم عدد $8^{12} + 7^{12} + 6^{12} + 5^{12}$ بر عدد ۷ کدام است؟

۳ (۲)	صفر (۱)
-------	---------

۵ (۴)	۴ (۳)
-------	-------



۲۶- در یک تقسیم، باقی مانده برابر ۸ است. با افزودن k واحد به مقسوم، با ثابت ماندن مقسوم علیه، خارج قسمت یک واحد افزایش

یافته و باقی مانده برابر ۲ گردیده است. k ، چند عدد طبیعی یک رقمی می تواند باشد؟

$$6 \quad (2) \qquad 7 \quad (1)$$

$$4 \quad (4) \qquad 5 \quad (3)$$

۲۷- دو عدد صحیح a و b متعلق به ${}_p[5]$ هستند. اگر $ab \in [x]_p$ ، آنگاه عدد $ax + b$ به کدام مجموعه تعلق دارد؟

$$[3]_p \quad (2) \qquad [4]_p \quad (1)$$

$$[1]_p \quad (4) \qquad [2]_p \quad (3)$$

۲۸- اگر $A = [1]_p$ و $B = [3]_p$ ، آنگاه $A \cup B$ برابر کدام یک از مجموعه های زیر است؟

$$[0]_p \quad (2) \qquad Z \quad (1)$$

$$[1]_p \quad (4) \qquad [1]_p \quad (3)$$

۲۹- اگر n و k دو عدد صحیح باشند، آنگاه کدام یک از معادلات زیر در مجموعه اعداد صحیح فاقد جواب است؟

$$n^2 = 8k + 1 \quad (2) \qquad n^2 = 8k \quad (1)$$

$$n^2 = 8k + 4 \quad (4) \qquad n^2 = 8k + 3 \quad (3)$$

۳۰- کدام یک از رابطه های همنهشتی زیر در پیمانه ab ، همواره برقرار نیست؟ (a و b دو عدد صحیح هستند.)

$$(a - b)^2 \equiv a^2 - b^2 \quad (2) \qquad (a + b)^2 \equiv a^2 + b^2 \quad (1)$$

$$(a - b)^2 \equiv a^2 - b^2 \quad (4) \qquad (a + b)^2 \equiv a^2 + b^2 \quad (3)$$



فیزیک

فیزیک

حرکت بر خط راست - دینامیک

و حرکت دایره‌ای

صفحه‌های ۱ تا ۳۵

۳۱- اتومبیلی مسیر بین دو نقطه A و B را طی می‌کند. اگر تندی متوسط آن در $\frac{2}{5}$ اول طول مسیر

برابر با $40 \frac{m}{s}$ و تندی متوسط آن در بقیه مسیر برابر با $30 \frac{m}{s}$ باشد، تندی متوسط آن در کل

مسیر چند متر بر ثانیه است؟

۳۵ (۱)

۳۰ (۲)

$\frac{100}{3}$ (۳)

۴۰ (۴)

۳۲- سرعت سنج یک اتومبیل که روی خط راست حرکت می‌کند، عدد $140/4 \frac{km}{h}$ را نشان می‌دهد. در این حالت، اتومبیل در هر

ثانیه چند متر را طی می‌کند؟

۳۸ (۱)

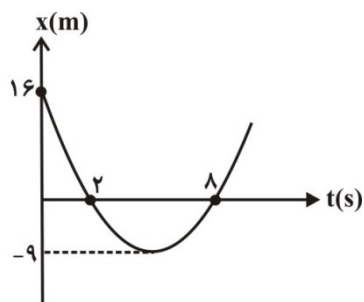
۳۹ (۲)

۴۰ (۳)

۴۲ (۴)

۳۳- نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی خط راست حرکت می‌کند، به صورت شکل زیر است. معادله حرکت متحرک در

SI کدام است؟



$$x = 2t^2 - 10t + 16 \quad (1)$$

$$x = t^2 - 10t + 16 \quad (2)$$

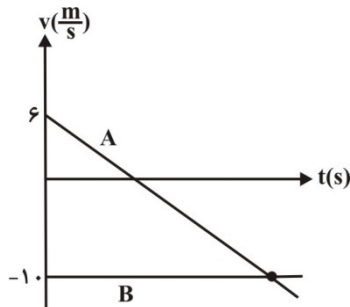
$$x = -2t^2 + 10t + 16 \quad (3)$$

$$x = -t^2 + 10t + 16 \quad (4)$$



۳۴- نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که همزمان از مبدأ مکان روی خط راست عبور کرده‌اند، مطابق شکل زیر داده شده

است. در لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند، سرعت متحرک A چند متر بر ثانیه است؟



۲۶ (۱)

-۲۶ (۲)

۱۰ (۳)

-۱۰ (۴)

۳۵- معادله حرکت متحرکی در SI به صورت $x = t^2 - 6t$ می‌باشد. حرکت این متحرک ...

(۱) ابتدا تندشونده، سپس کندشونده است.

(۲) ابتدا کندشونده، سپس تندشونده است.

(۳) پیوسته تندشونده است.

(۴) پیوسته کندشونده است.

۳۶- از یک بلندی، گلوله‌ای را در شرایط خلأ و از حال سکون رها می‌کنیم. اگر این گلوله $\frac{3}{4}$ آخر مسیر حرکت خود را در مدت ۶ ثانیه

طی کرده باشد، زمان کل حرکت گلوله چند ثانیه بوده است؟

۱۲ (۲)

۸ (۱)

۷/۵ (۴)

۱۸ (۳)

۳۷- در شرایط خلأ، گلوله‌ای از ارتفاع h از سطح زمین، از حال سکون رها می‌شود و ۴ ثانیه بعد به سطح زمین برخورد می‌کند. اندازه

سرعت این گلوله در ارتفاع ۶۰ متری از سطح زمین چند متر بر ثانیه بوده است؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

۲۰ (۲)

۱۰ (۱)

۳۵ (۴)

۳۰ (۳)



۳۸- وقتی نیروی خالص وارد بر جسم در حال حرکت صفر نیست، کدام گزاره زیر الزاماً درست است؟

(۱) جسم در راستای نیروی خالص حرکت می کند.

(۲) جابه جایی جسم در راستای نیروی خالص است.

(۳) حرکت جسم شتاب دار است.

(۴) شتاب حاصل از نیرو و سرعت هم جهت هستند.

۳۹- نیروی خالص F_{net} به جسمی به جرم m_1 شتاب $\frac{5}{s}$ و به جسمی به جرم m_2 شتاب $\frac{4}{s}$ می دهد. این نیرو به جسمی به جرم

$(2m_2 + 5m_1)$ چه شتابی بر حسب متر بر مجذور ثانیه می دهد؟

(۱) $1/5$

(۲) ۲

(۴) ۱

(۳) $0/5$

۴۰- شخصی به جرم 72kg دیواری را با نیرویی افقی به بزرگی 18N هل می دهد و همچنان ساکن است. اندازه نیروی مقاوم وارد بر

شخص چند نیوتون است؟

(۲) ۴

(۱) ۱۸

(۴) صفر

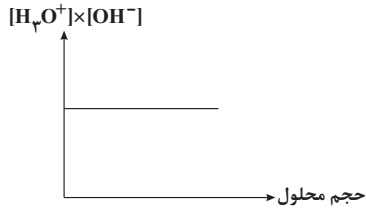
(۳) $\frac{1}{4}$

شیمی ۳
 مولکولها در خدمت تندرستی
 صفحه‌های ۱ تا ۳۶

۴۱- با توجه به ساختار آسپرین، کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) در ساختار این مولکول ۵ پیوند دوگانه و ۸ جفت الکترون ناپیوندی یافت می‌شود.
- (۲) درصد جرمی کربن در این مولکول برابر با ۶۰ درصد است.
- (۳) در ساختار این مولکول، گروه استری با کربن خود به حلقه بنزنی متصل است.
- (۴) به دلیل وجود گروه کربوکسیل در ساختار این مولکول، با مصرف آن غلظت یون هیدرونیوم در شیره معده افزایش می‌یابد.

۴۲- چند مورد از مطالب زیر نادرست است؟



- الف) در محلولی با $\text{pH} = 0$ ، غلظت یون هیدرونیوم برابر با یک مولار بوده و محلول فاقد یون هیدروکسید است.
- ب) نمودار مقابل، ارتباط بین حاصل ضرب غلظت یون‌های هیدرونیوم و هیدروکسید با حجم محلول در دمای ثابت را به درستی نشان می‌دهد.

ج) بر اساس اندازه‌گیری‌ها، رابطه $[\text{H}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14}$ برای همهٔ محلول‌های آبی همواره برقرار است.

د) آب گازدار یک محلول اسیدی بوده و در دمای اتاق غلظت یون هیدرونیوم در آن از 10^{-7} مولار کم‌تر است.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۳- برای خنثی کردن ۱۷۰ میلی‌لیتر محلول NaOH با $\text{pH} = 12$ به چند میلی‌لیتر از محلول اسید ضعیف HA با $\text{pH} = 2$ نیاز داریم؟

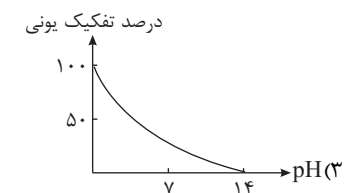
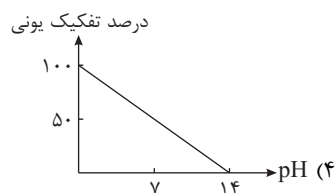
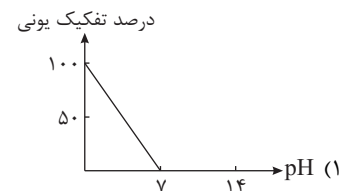
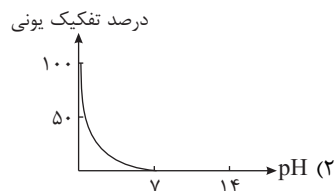
$$(K_a = 10^{-2})$$

- (۱) ۰/۰۸۵ (۲) ۰/۸۵ (۳) ۸/۵ (۴) ۸۵

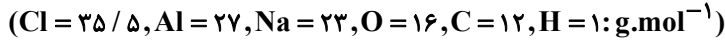
۴۴- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) پیش از آن‌که ساختار اسیدها و بازها شناخته شود، شیمی‌دان‌ها با واکنش میان آن‌ها آشنا بودند.
- (۲) سوانت آرنیوس، نخستین کسی بود که اسیدها و بازها را بر یک مبنای علمی توصیف کرد.
- (۳) پیش از آن‌که ساختار اسیدها و بازها شناخته شود، شیمی‌دان‌ها با ویژگی‌های هر کدام آشنا بودند.
- (۴) یافته‌های آرنیوس نشان داد که میزان رسانایی الکتریکی محلول اسیدها و بازها با هم یکسان است.

۴۵- نمودار وابستگی pH محلول یک مولار اسید HA نسبت به درصد تفکیک آن، به کدام صورت است؟

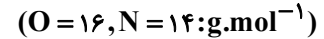


۴۶- یک نوع ضد اسید شامل مواد موثر NaHCO_3 و Al(OH)_3 است. اگر در اثر مصرف این ضد اسید $4/125$ لیتر گاز CO_2 تولید شود و مجموع جرم مواد موثر ضد اسید برابر $24/3$ گرم باشد، چند گرم هیدروکلریک اسید مصرف شده است؟ (هر دو واکنش به‌طور کامل انجام می‌شوند. چگالی گاز CO_2 در شرایط آزمایش $1/6$ گرم بر لیتر است.)



۱) $21/9$ (۲) $2/19$ (۳) $10/95$ (۴) $1/0.95$

۴۷- 27 گرم دی‌نیتروژن پنتاکسید را در داخل $0/5$ لیتر آب می‌ریزیم. کدام گزینه صحیح است؟ (از تغییر حجم محلول صرف نظر کنید.)



- ۱) محلول حاصل با 500 میلی‌لیتر محلول آمونیاک با $\text{pH} = 12$ به‌طور کامل خنثی می‌شود. (درجه یونش آمونیاک $0/02$ است.)
 ۲) اگر 2 لیتر آب به محلول اولیه اضافه کنیم، pH محلول حاصل با pH محلول $0/25$ مولار هیدروکلریک اسید برابر می‌شود.
 ۳) اگر $1/5$ لیتر محلول $0/5$ مولار KOH به محلول اولیه بیفزاییم، pH محلول نهایی برابر با $13/1$ خواهد شد.
 ۴) اسید حاصل ثابت یونش بزرگتری نسبت به نیترواسید و سولفوریک اسید دارد.

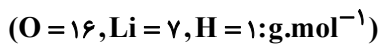
۴۸- کدام موارد از مطالب زیر نادرست است؟ (کامل‌ترین گزینه را انتخاب کنید.)

- الف) گل ادریسی در خاک‌هایی با pH اسیدی به رنگ آبی و در خاک‌هایی با pH قلیایی به رنگ صورتی شکوفا می‌شود.
 ب) از واکنش هیدروکلریک اسید با اسید چرب RCOOH ، می‌توان نوعی پاک‌کننده تولید کرد که در آب حل می‌شود و می‌تواند چربی‌های اضافی را بزدايد.
 پ) واکنش خنثی شدن اسیدها و بازها را می‌توان همان واکنش تشکیل آب از یون‌های هیدروژن و هیدروکسید در نظر گرفت.
 ت) آمونیاک به دلیل تشکیل پیوندهای هیدروژنی در آب به‌طور عمده به شکل مولکولی حل می‌شود و می‌توان برای آن فرمول NH_3OH را در نظر گرفت.

ث) جوش شیرین علاوه بر داشتن خاصیت ضداسیدی، قابلیت پاک‌کردن چربی‌ها را نیز به شوینده‌ها می‌افزاید.

۱) الف، ب (۲) ب، ت (۳) ب، ت و ث (۴) الف، پ و ث

۴۹- $2/125$ گرم لیتیم‌اکسید با خلوص 80 درصد را در $542/3$ گرم آب می‌ریزیم. اگر چگالی محلول نهایی برابر با $1/2$ گرم بر میلی‌لیتر باشد، غلظت یون هیدروکسید در آن چند برابر غلظت یون هیدرونیوم است؟ (ناخالصی‌ها در آب حل نمی‌شوند.)



۱) $6/25 \times 10^{12}$ (۲) $6/25 \times 10^{10}$

۳) $1/25 \times 10^{12}$ (۴) $1/25 \times 10^{10}$

۵۰- اگر معده یک انسان بالغ و سالم در یک روز 3 لیتر شیره معده ترشح کند، این مقدار یون هیدرونیوم چند گرم روی را می‌تواند در خود حل



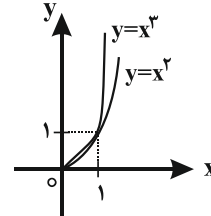
۱) $29/25$ (۲) $2/925$ (۳) $1/95$ (۴) $19/5$



حسابان ۲

۱- گزینه «۳»

(یاسین سپهر)



با توجه به نمودار بالا در فاصله $(0,1)$ ، نمودار $y = x^3$ زیر نمودار $y = x^2$ قرار دارد.

۲- گزینه «۱»

(یاسین سپهر)

اگر نمودار تابع x^3 را یک واحد به سمت راست منتقل کنیم نمودار تابع $(x-1)^3$ و سپس یک واحد به سمت بالا انتقال دهیم نمودار تابع $(x-1)^3 + 1$ به دست می آید. بنابراین:

$$g(x) = (x-1)^3 + 1 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 + 1$$

$$\Rightarrow g(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$$

۳- گزینه «۲»

(مهدی مصطفی ابراهیمی)

تابع $f + g$ را تشکیل می دهیم:

$$(f + g)(1) = f(1) + g(1) = 2 + 2 = 4$$

$$(f + g)(-1) = 0 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$(f + g)(0) = [a] + 1$$

اگر $f + g$ صعودی باشد، با افزایش مقادیر x مقادیر تابع نباید کاهش یابد. یعنی:

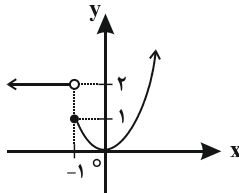
$$(f + g)(-1) \leq (f + g)(0) \leq (f + g)(1) \Rightarrow \frac{1}{2} \leq [a] + 1 \leq 4$$

$$\Rightarrow \frac{-1}{2} \leq [a] \leq 3 \xrightarrow{[a] \in \mathbb{Z}} 0 \leq [a] \leq 3 \Rightarrow 0 \leq a < 4$$

۴- گزینه «۳»

(یاسین سپهر)

نمودار تابع به صورت زیر می باشد:



با توجه به نمودار رسم شده، تابع در بازه $[-1,0]$ اکیداً نزولی است. پس کافی است ضابطه وارون را در این بازه بیابیم:

$$f(x) = x^2 \Rightarrow f^{-1}(x) = -\sqrt{x}$$

$$D_{f^{-1}} = R_f = [0,1], R_{f^{-1}} = D_f = [-1,0]$$

۵- گزینه «۴»

(عزیزاله علی اصغری)

تابع f را به صورت زیر می نویسیم:

$$f(x) = |2x - \alpha| - |2x - (3\alpha - 12)|$$

می دانیم در این تابع اگر داخل هر دو قدرمطلق هم علامت باشد، تابعی ثابت

خواهیم داشت. پس کافی است حالاتی را بررسی کنیم که یکی از آنها مثبت و

دیگری منفی باشد. برای صعودی بودن این تابع قدرمطلق اول باید مثبت و

قدرمطلق دوم باید منفی باشد؛ یعنی:

$$\begin{cases} 2x - \alpha > 0 \\ 2x - (3\alpha - 12) < 0 \end{cases} \Rightarrow 2\alpha - 12 > \alpha \Rightarrow \alpha > 6$$

حال اگر $\alpha = 6$ را نیز برگزینیم، تابعی ثابت خواهیم داشت که با صعودی

بودن آن تناقضی ندارد. بنابراین گزینه «۴» یعنی $\alpha \geq 6$ صحیح است.



۶- گزینه «۱»

(سیر عارل مسینی)

با توجه به اینکه m عددی طبیعی و f تابعی اکیداً یکنوا است، باید $m \geq 3$

باشد؛ بنابراین باید داشته باشیم:

$$2 < m^2 - 3m < 7 \Rightarrow \begin{cases} m^2 - 3m - 2 > 0 \Rightarrow m > \frac{3 + \sqrt{13}}{2} \\ m^2 - 3m - 7 < 0 \Rightarrow m < \frac{3 + \sqrt{37}}{2} \end{cases}$$

با اشتراک بازه‌های بالا داریم:

$$\frac{3 + \sqrt{13}}{2} < m < \frac{3 + \sqrt{37}}{2} \quad m \in \mathbb{N} \rightarrow m = 4$$

بنابراین، m فقط می‌تواند عدد ۴ را بپذیرد.

۷- گزینه «۲»

(مهمربوار مسینی)

چون $f(x)$ بر $x+1$ بخش‌پذیر است، پس $f(-1) = 0$:

$$a - 2 - 1 = 0 \Rightarrow a = 3$$

$$\Rightarrow f(x) = 3x^4 - 2x^2 - 1$$

معادله را می‌توانیم با تغییر متغیر $x^2 = t$ به شکل $3t^2 - 2t - 1$ در نظر بگیریم.

در این معادله $\Delta > 0$ و $P < 0$ ، پس یک ریشه مثبت و یک ریشه منفی است. از

آنجا که x^2 فقط می‌تواند مقدار مثبت بپذیرد؛ بنابراین معادله دو ریشه دارد.

۸- گزینه «۴»

(علی یوسفی)

$$\Delta x^4 - 3x^2 + ax - 1 = (x+1)Q(x) + R$$

چون مجموع ضرایب $Q(x)$ برابر ۷ است، پس $Q(1) = 7$ ؛ در نتیجه:

$$\left. \begin{aligned} x=1 \Rightarrow 5-3+a-1=2 \times 7+R \Rightarrow a=13+R \\ x=-1 \Rightarrow 5-3-a-1=0+R \Rightarrow 1-a=R \end{aligned} \right\} \Rightarrow a=7$$

۹- گزینه «۱» (فرهار سامی)

رابطه تقسیم $p(x)$ بر $x+1$ را می‌نویسیم:

$$3x^9 - 4x^5 + x - 1 = (x+1)g(x) + R$$

با قرار دادن $x = -1$ مقدار باقیمانده را محاسبه می‌کنیم:

$$3(-1)^9 - 4(-1)^5 - 1 - 1 = 0 + R \Rightarrow R = -1$$

$$\Rightarrow \text{رابطه تقسیم: } 3x^9 - 4x^5 + x - 1 = (x+1)g(x) - 1 \quad (*)$$

برای محاسبه باقی‌مانده تقسیم $g(x)$ بر $x-1$ باید $g(1)$ را بیابیم. پس در رابطه

(*)، $x=1$ قرار می‌دهیم:

$$3 - 4 + 1 - 1 = 2g(1) - 1 \Rightarrow g(1) = 0$$

۱۰- گزینه «۱» (میب شفیعی)

اگر چند جمله‌ای $P(x) = x^4 - 3x^3 + mx + n$ بر $(x-2)(x-3)$

بخش‌پذیر باشد، آن‌گاه $P(2) = 0$ و $P(3) = 0$. بنابراین:

$$P(2) = 0 \Rightarrow 16 - 24 + 2m + n = 0$$

$$P(3) = 0 \Rightarrow 81 - 81 + 3m + n = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2m + n = 8 \\ 3m + n = 0 \end{cases} \Rightarrow m = -8, n = 24 \Rightarrow m + n = +16$$



هندسه ۳

گزینه ۱۱

(سید عادل رضا مرتضوی)

طرفین تساوی را از سمت راست در B ضرب می‌کنیم.

$$(A^f B^{-1})B = (B^{-1}A)B$$

$$\Rightarrow A^f = B^{-1}AB$$

$$B^{-1}A^f B = (B^{-1}AB)^f = (A^f)^f = A^{f^2}$$

گزینه ۱۲

(علی سعیدی زار)

دستگاه دو معادله دو مجهول به دنبال محل برخورد دو خط است و در صورتی

فاقد جواب است که دو خط موازی و غیر منطبق باشند.

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases} \rightarrow \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$$

$$\frac{m-1}{3} = \frac{4}{m+3} \Rightarrow m^2 + 2m - 15 = 0$$

$$\Rightarrow (m+5)(m-3) = 0 \Rightarrow m = -5, m = 3$$

با بررسی شرط $\frac{m-1}{3} \neq \frac{6}{9}$ فقط $m = -5$ قابل قبول است.

گزینه ۱۳

(سراسری ریاضی - ۸۲)

اگر دستگاه معادلات را به صورت ماتریسی $AX = B$ بنویسیم، آنگاه داریم:

$$X = A^{-1}B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases} \Rightarrow x+y=4$$

گزینه ۱۴

(ممدصالح نیک‌کار)

$$|A| = 0 \Rightarrow 2a + 4 - 3a = 0 \Rightarrow a = 4$$

$$\Rightarrow B = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ -8 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow B^{-1} = \frac{1}{-15+16} \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 8 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow B^{-1} = \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 8 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow -3-2+8+5=8$$

گزینه ۱۵

(ممد ابراهیم کیتی زاده)

طرفین رابطه $AB = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ را از طرف راست در B^{-1} ضرب می‌کنیم،

داریم:

$$A \underbrace{BB^{-1}}_I = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} B^{-1} \quad (1)$$

$$B^{-1} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & -4 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

گزینه ۱۶

(علیرضا کلانتری)

اگر فرض کنیم $(I - 3A)^{-1} = I + \alpha A$ ، آنگاه داریم:

$$(I - 3A)(I + \alpha A) = I$$

$$\Rightarrow I + \alpha A - 3A - 3\alpha A^2 = I$$



$$|B| = 0 \Rightarrow (231)^2 - (21n)^2 = 0$$

$$\Rightarrow 21n = \pm 231 \Rightarrow n = \frac{\pm 231}{21} = \pm 11$$

(شروین سیاح‌نیا)

۱۹- گزینه «۳»

$$A^T = I \Rightarrow A^T + I = 2I \Rightarrow (A+I)(A^T - A + I) = 2I$$

$$\Rightarrow (A+I)^{-1} = \frac{1}{2}(A^T - A + I)$$

$$\Rightarrow A(A+I)^{-1} = \frac{1}{2}(A^T - A^T + A) = \frac{1}{2}(I - A^T + A)$$

(آرتنگ نوید)

۲۰- گزینه «۱»

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m \\ 1-m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2m+1 \\ 3m+2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 2m+1 \\ 3m+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4-m \\ n-1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} m=1 \\ n=6 \end{cases}$$

ریاضیات گسسته

(ممدعلی نارپرور)

۲۱- گزینه «۱»

$$\begin{cases} 6a + 35 = aq + 2r \\ -2(3a + 12 = aq' + r) \end{cases} \rightarrow 11 = a(q - 2q')$$

$$\Rightarrow a|11 \Rightarrow a=1 \text{ یا } a=11 \Rightarrow \max(a) = 11$$

$$A^T = A \rightarrow I + \alpha A - \alpha A - \alpha A = I$$

$$\Rightarrow (\alpha - \alpha - \alpha)A = 0$$

$$\Rightarrow -\alpha A = 0 \Rightarrow \alpha = -\frac{\alpha}{1}$$

(ممدعلی نارپرور)

۱۷- گزینه «۴»

$$A = A^{-1} \xrightarrow{\times A} A^T = I$$

$$I - \lambda A^T = I - \lambda I = (1 - \lambda)I$$

$$\Rightarrow |I - \lambda A^T| = |(1 - \lambda)I|$$

$$= (1 - \lambda)^3 |I| = (1 - \lambda)^3$$

(رضا عباسی اصل)

۱۸- گزینه «۴»

$$B = A_1 + A_2 + \dots + A_{21}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & n \\ n & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & n \\ n & 2 \end{bmatrix} + \dots + \begin{bmatrix} 21 & n \\ n & 21 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1+2+\dots+21 & 21n \\ 21n & 1+2+\dots+21 \end{bmatrix}$$

با توجه به این که $1+2+\dots+21 = \frac{21(21+1)}{2} = 231$ داریم:

$$B = \begin{bmatrix} 231 & 21n \\ 21n & 231 \end{bmatrix}$$

B در صورتی وارون پذیر نیست که $|B| = 0$ باشد، حال:



۲۲- گزینه «۴»

(هومن نورانی)

$$\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 5x + 6y = 3 \end{cases} \xrightarrow{\times 2} \begin{cases} 4x + 6y = 8 \\ 5x + 6y = 3 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل}} x = -5 \Rightarrow x = 7k + 2$$

۲۳- گزینه «۲»

(سیروسید زوالفقاری)

مثال نقض گزینه «۲»:

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 72 \times (2) = 144 \\ 2 \times 2 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 144 = 144 \\ 4 = 4 \end{cases}$$

اثبات گزینه «۱»:

$$72x = 144y \xrightarrow{\div 12} \frac{72x}{12} = \frac{144y}{12} \Rightarrow 6x = 12y$$

$$6x = 12y \xrightarrow{\div 6} x = 2y$$

اثبات گزینه «۳»:

$$6x = 12y \xrightarrow{\div 7} 3x = 6y$$

اثبات گزینه «۴»:

۲۵- گزینه «۲»

(علی سعیدی زار)

$$5^3 \equiv -1 \Rightarrow 5^{12} \equiv 1$$

$$6 \equiv -1 \Rightarrow 6^{12} \equiv 1$$

$$7 \equiv 0 \Rightarrow 7^{12} \equiv 0$$

$$8 \equiv 1 \Rightarrow 8^{12} \equiv 1$$

$$5^{12} + 6^{12} + 7^{12} + 8^{12} \equiv 1 + 1 + 0 + 1 \equiv 3$$

۲۶- گزینه «۱»

(امیرحسین ابومصوب)

$$a = bq + 8$$

$$a + k = b(q + 1) + 2$$

$$\Rightarrow bq + 8 + k = bq + b + 2 \Rightarrow b = k + 6$$

$$r < b \Rightarrow 8 < k + 6 \Rightarrow k > 2$$

بنابراین k می تواند مقادیر ۳ تا ۹ را بپذیرد.

۲۴- گزینه «۱»

(فرهاد وفايي)

$$11x + 5 = 2x + 7 \Rightarrow 9x = 2 \Rightarrow 2x = 2$$

$$\Rightarrow x = 1 \Rightarrow x^3 = 1 \Rightarrow x^3 - 1 = 0$$

۲۷- گزینه «۱»

(نوید میبیری)

طبق فرض های سؤال داریم:

$$\begin{cases} a \in [5]_m, b \in [5]_m \Rightarrow a = 6k + 5, b = 6k' + 5 \\ \Rightarrow ab = (6k + 5)(6k' + 5) = 36kk' + 30k + 30k' + 25 \end{cases}$$



(امیرمسین ابومصوب)

۳۰- گزینه «۲»

با توجه به اتحادهای جبری داریم:

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab \equiv a^2 + b^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2$$

$$= a^3 + b^3 + 3ab(a+b) \equiv a^3 + b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - b^3 + 3ab^2 - 3a^2b$$

$$= a^3 - b^3 + 3ab(b-a) \equiv a^3 - b^3$$

$$a = 3, b = 1$$

مثال نقض گزینه «۲»:

$$= \underbrace{6(kk' + \Delta k + \Delta k' + 4)}_{=q} + 1 = 6q + 1$$

پس $ab \in [1]_6$ و در نتیجه $x = 1$ ، از این رو:

$$ax + b = a + b = 6(k + k' + 1) + 4$$

(امیرمسین ابومصوب)

۲۸- گزینه «۳»

مجموعه‌های A و B عبارتند از:

$$A = [1]_6 = \{4q + 1 \mid q \in \mathbb{Z}\}$$

$$B = [3]_6 = \{4q' + 3 \mid q' \in \mathbb{Z}\}$$

بنابراین $A \cup B$ شامل تمامی اعداد صحیح فرد است که برابر است با $[1]_6$.

(امیرمسین ابومصوب)

۲۹- گزینه «۳»

اگر $n = 2q + 1$ ، آنگاه:

$$n^2 = 4q^2 + 4q + 1 = 4q(q+1) + 1 = 4k + 1 \quad (k, q \in \mathbb{Z})$$

اگر $n = 2q$ ، آنگاه:

$$\begin{cases} q = 2q' \Rightarrow n = 4q' \\ q = 2q' + 1 \Rightarrow n = 4q' + 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Rightarrow n^2 = 16q'^2 = 4k' \\ \Rightarrow n^2 = 16q'^2 + 16q' + 4 = 4(4q'^2 + 4q') + 4 = 4k' + 4 \end{cases}$$

$$(k', q' \in \mathbb{Z})$$



فیزیک

۳۱- گزینه «۳»

(بابک اسلامی)

با استفاده از تعریف تندی متوسط داریم:

$$s'_{av} = \frac{\ell_1}{t_1} \Rightarrow 40 = \frac{\frac{2}{5}d}{t_1} \Rightarrow t_1 = \frac{d}{100}$$

$$s''_{av} = \frac{\ell_2}{t_2} \Rightarrow 30 = \frac{\frac{3}{5}d}{t_2} \Rightarrow t_2 = \frac{d}{50}$$

برای کل مسیر داریم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{t} = \frac{d}{\frac{d}{100} + \frac{d}{50}} = \frac{1}{\frac{1}{100} + \frac{1}{50}} \Rightarrow s_{av} = \frac{100}{3} \frac{m}{s}$$

۳۲- گزینه «۲»

(اخشین مینو)

ابتدا سرعت اتومبیل را بر حسب متر بر ثانیه به دست می آوریم. داریم:

$$v = 140 / 4 \left(\frac{km}{h} \right) \times \frac{10^3 m}{1 km} \times \frac{1 h}{3600 s} = \frac{140 / 4 m}{3 / 6 s} = 39 \frac{m}{s}$$

چون تندی اتومبیل $39 \frac{m}{s}$ است، در هر ثانیه $39m$ از مسیر را طی می کند.

۳۳- گزینه «۲»

(علی اصغر مومری)

نمودار $x-t$ متحرکی که با شتاب ثابت روی خط راست حرکت می کند، سهمی

شکل است و سهمی خاصیت تقارنی دارد، یعنی نقطه می نیم منحنی در لحظه

$$t = \frac{2+8}{2} = 5s$$

نمودار در لحظه $t = 5s$ ، برای بازه زمانی صفر تا $5s$ می توان نوشت:

$$\Delta x = \frac{v_0 + v_5}{2} \Delta t \xrightarrow{v_5=0} -9 - 16 = \frac{v_0 + 0}{2} \times (5 - 0)$$

$$\Rightarrow v_0 = -10 \frac{m}{s}$$

حال با استفاده از تعریف شتاب داریم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_5 - v_0}{\Delta t} = \frac{0 - (-10)}{5 - 0} = 2 \frac{m}{s^2}$$

عرض از مبدأ نمودار برابر با $16m$ است، بنابراین $x_0 = 16m$ است و با توجه به

صورت کلی معادله مکان- زمان متحرکی که با شتاب ثابت حرکت می کند

یعنی $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$ ، معادله حرکت متحرک در SI به صورت

$$x = t^2 - 10t + 16 \text{ می باشد.}$$

(عباس شاهرشی)

۳۴- گزینه «۲»

چون دو متحرک در آغاز حرکت از یک محل عبور کرده اند، وقتی به هم

می رسند، جابه جایی یکسانی دارند، بنابراین می توان نوشت:

$$\Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow \frac{v_A + v_{0A}}{2} \times t = v_B t \Rightarrow \frac{v_A + 6}{2} = -10$$

$$\Rightarrow v_A = -26 \frac{m}{s}$$

(روبن هوانسیان)

۳۵- گزینه «۲»

ابتدا با توجه به معادله مکان که مربوط به حرکت با شتاب ثابت است، معادله

سرعت - زمان آن را به دست می آوریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

$$x = t^2 - 6t$$

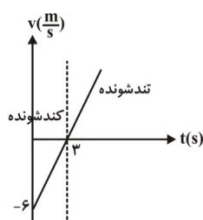
$$\Rightarrow \begin{cases} a = 2 \frac{m}{s^2} \\ v_0 = -6 \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2t - 6 = 0 \Rightarrow t = 3s$$

حال با رسم نمودار سرعت- زمان، در بازه زمانی صفر تا $3s$ که بزرگی سرعت

کاهش می یابد، حرکت متحرک کندشونده است و از لحظه $t = 3s$ به بعد که

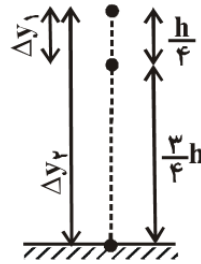
بزرگی سرعت متحرک افزایش می یابد، حرکت متحرک تندشونده خواهد بود.





گزینه ۲»

(ناصر فوارزمی)



با استفاده از رابطه $\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2$ ، اگر مدت زمان طی کردن $\frac{1}{4}$ اولیه مسیر را

t فرض کنیم، می توان نوشت:

$$\frac{\Delta y_2}{\Delta y_1} = \frac{-\frac{1}{2}g(t+6)^2}{-\frac{1}{2}gt^2} \Rightarrow \frac{h}{\frac{h}{4}} = \left(\frac{t+6}{t}\right)^2 \Rightarrow \frac{t+6}{t} = 2 \Rightarrow t = 6s$$

بنابراین زمان کل حرکت برابر با $6+6=12s$ می باشد.

گزینه ۲»

(سیدعلی میرنوری)

اگر سطح زمین را به عنوان مبدأ مکان در نظر بگیریم، برای محاسبه ارتفاع h

می توان نوشت:

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + y_0 \xrightarrow[y_0=h]{y=0} h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2} \times 10 \times 4^2 = 80m$$

۶۰ متری سطح زمین همان ۲۰ متری نقطه رها شدن گلوله است، بنابراین با

استفاده از معادله سرعت - جابه جایی داریم:

$$v^2 = -2g\Delta y \xrightarrow{\Delta y = -20m} v^2 = -2 \times 10 \times (-20) \Rightarrow |v| = 20 \frac{m}{s}$$

گزینه ۳»

(مشابه سراسری تهرنی - ۷۰)

بر طبق رابطه $\vec{F}_{net} = m\vec{a}$ ، جهت شتاب وارد بر یک جسم الزاماً در جهت

نیروی خالص وارد بر آن است، اما جهت سرعت یک جسم با جهت نیرو و شتاب

وارد بر آن هر زاویه ای ممکن است بسازد. از طرف دیگر چون نیروی خالص وارد

بر جسم صفر نیست، حرکت جسم شتاب دار است.

گزینه ۴»

(مسن توانا)

با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow \begin{cases} F_{net} = \Delta m_1 \Rightarrow 2 / \Delta m_1 = \frac{F_{net}}{2} \\ F_{net} = 4m_2 \Rightarrow 2m_2 = \frac{F_{net}}{2} \end{cases}$$

حال اگر قانون دوم نیوتون را برای جسمی به جرم $(2 / \Delta m_1 + 2m_2)$ بنویسیم،

داریم:

$$F_{net} = (2 / \Delta m_1 + 2m_2) \times a' \Rightarrow F_{net} = \left(\frac{F_{net}}{2} + \frac{F_{net}}{2}\right) \times a'$$

$$\Rightarrow a' = 1 \frac{m}{s^2}$$

گزینه ۱»

(بابک اسلامی)

طبق قانون سوم نیوتون، از طرف دیوار نیرویی به بزرگی ۱۸N بر شخص وارد

می شود و چون شخص همچنان ساکن است، طبق قانون اول نیوتون، اندازه نیروی

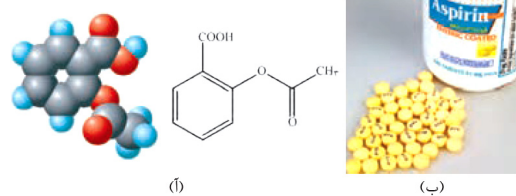
مقاوم وارد بر شخص باید ۱۸N باشد.



شیمی ۲

۴۱- گزینه «۳»

با توجه به ساختار آسپرین، گروه استری با اکسیژن خود به حلقه بنزنی متصل است.



الف) فرمول ساختاری و مدل فضا پرکن آسپرین ب) قرص‌های آسپرین

۴۲- گزینه «۳»

فقط مورد «ب» درست است.

بررسی موارد نادرست:

مورد «الف»: در محلول با $pH = 0$ ، هیچ‌گاه غلظت یون هیدروکسید صفر نیست. برای

مثال در دمای اتاق غلظت یون هیدروکسید برابر با 10^{-14} مولار است.

مورد «ج»: این رابطه تنها در دمای اتاق همواره برقرار است نه در همه دماها.

مورد «د»: چون آب گازدار یک محلول اسیدی است پس غلظت یون هیدرونیوم در آن

بیشتر از 10^{-7} مول بر لیتر است.

۴۳- گزینه «۴»

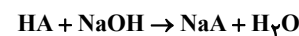
ابتدا غلظت اولیه اسید HA را به دست می‌آوریم:

$$K_a = \frac{[H^+]^2}{M - [H^+]} \Rightarrow 10^{-2} = \frac{10^{-4}}{M - 10^{-2}} \Rightarrow M = 2 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

با توجه به اینکه pH محلول NaOH برابر ۱۲ است، پس غلظت محلول

NaOH، 10^{-2} مولار است.

حال حجم مورد نیاز اسید HA را حساب می‌کنیم:



$$0.1 \text{ L NaOH} \times \frac{10^{-2} \text{ mol NaOH}}{1 \text{ L NaOH}} \times \frac{1 \text{ mol HA}}{1 \text{ mol NaOH}} \times \frac{1 \text{ L HA}}{2 \times 10^{-2} \text{ mol HA}}$$

$$\times \frac{1000 \text{ ml HA}}{1 \text{ L HA}} = 85 \text{ ml HA}$$

۴۴- گزینه «۴»

رسانایی الکتریکی محلول اسیدها و بازها با توجه به نوع اسید و باز و مقدار آنها تغییر می‌کند.

۴۵- گزینه «۲»

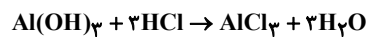
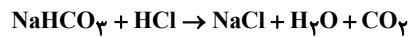
pH را زمانی که $\alpha = 0.5$ باشد حساب می‌کنیم:

$$[H^+] = M\alpha = 1 \times 0.5 = 5 \times 10^{-1} \Rightarrow pH = 0.3$$

بنابراین مطابق نمودارها، تنها نمودار گزینه «۲» صحیح است.

۴۶- گزینه «۱»

ابتدا واکنش‌های مورد نظر را نوشته و سپس موازنه می‌کنیم:



با توجه به حجم گاز CO_2 تولیدی، جرم $NaHCO_3$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{4}{125} \text{ L } CO_2 \times \frac{1}{6} \text{ g } CO_2 \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{44 \text{ g } CO_2} \times \frac{1 \text{ mol } NaHCO_3}{1 \text{ mol } CO_2}$$

$$\times \frac{84 \text{ g } NaHCO_3}{1 \text{ mol } NaHCO_3} = 12.6 \text{ g } NaHCO_3$$

سپس جرم $Al(OH)_3$ را می‌توان محاسبه کرد. در نهایت جرم HCl مصرف شده

در دو واکنش را به دست می‌آوریم:

$$24/3 - 12.6/6 = 11/7 \text{ g } Al(OH)_3$$

$$11/7 \text{ g } Al(OH)_3 \times \frac{1 \text{ mol } Al(OH)_3}{78 \text{ g } Al(OH)_3} \times \frac{3 \text{ mol } HCl}{1 \text{ mol } Al(OH)_3}$$

$$\times \frac{36.5 \text{ g } HCl}{1 \text{ mol } HCl} = 16.425 \text{ g } HCl$$

$$12.6/6 \text{ g } NaHCO_3 \times \frac{1 \text{ mol } NaHCO_3}{84 \text{ g } NaHCO_3} \times \frac{1 \text{ mol } HCl}{1 \text{ mol } NaHCO_3}$$

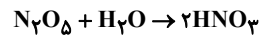
$$\times \frac{36.5 \text{ g } HCl}{1 \text{ mol } HCl} = 5.475 \text{ g } HCl$$

$$\Rightarrow \text{جرم کل HCl مصرفی} = 21.9 \text{ g } HCl$$



۴۷- گزینه «۳»

ابتدا غلظت اسید حاصل را به دست می آوریم:



$$27g N_2O_5 \times \frac{1 \text{ mol } N_2O_5}{108g N_2O_5} \times \frac{2 \text{ mol } HNO_3}{1 \text{ mol } N_2O_5} = 0.5 \text{ mol } HNO_3$$

$$\Rightarrow M = \frac{0.5}{0.5} = 1 \text{ mol.L}^{-1} HNO_3 \text{ غلظت}$$

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: حجم آمونیاک لازم برای خنثی سازی محلول را محاسبه می کنیم:

$$[OH^-] = M\alpha \Rightarrow 10^{-2} = M \times 2 \times 10^{-2} \Rightarrow M = 0.5$$

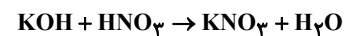
$$0.5 \times V = 1 \times 0.5 \Rightarrow V = 1L$$

گزینه «۲»: غلظت محلول نهایی را حساب می کنیم:

$$M = \frac{0.5}{0.5+2} = 0.143 \text{ mol.L}^{-1}$$

با توجه به قوی بودن هر دو اسید و برابر نبودن غلظت آن‌ها، pH آن‌ها نیز برابر نیست.

گزینه «۳»: محاسبه می کنیم که در نهایت چه مقدار از کدام محلول باقی می ماند.



$$\text{mol } KOH = 0.5 \times 1 / 5 = 0.1 \text{ mol } KOH$$

$$\text{mol } HNO_3 = 1 \times 0.5 / 5 = 0.1 \text{ mol } HNO_3$$

بنابراین ۰/۲۵ مول از KOH باقی می ماند.

$$[OH^-] = \frac{0.25}{2} = 0.125 \Rightarrow \text{pH} = 13/1$$

گزینه «۴»: با توجه به جدول کتاب درسی، ثابت یونش HNO_3 بزرگ و ثابت یونش

سولفوریک اسید بسیار بزرگ است.

۴۸- گزینه «۲»

بررسی موارد نادرست:

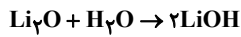
مورد «ب»: از واکنش NaOH با اسید چرب می توان صابون تهیه کرد.

مورد «ت»: فرمول در نظر گرفته شده برای آمونیاک محلول در آب به صورت

NH₄OH است.

۴۹- گزینه «۱»

ابتدا غلظت LiOH را به دست می آوریم:



$$2/125g Li_2O \times \frac{1 \text{ mol } Li_2O}{100} \times \frac{2 \text{ mol } LiOH}{1 \text{ mol } Li_2O} = 0.04 \text{ mol } LiOH$$

$$\approx 0.113 \text{ mol } LiOH$$

$$\text{جرم محلول} = 542/3 + 2/125 \times 0.1 = 544g$$

$$\text{حجم محلول} = \frac{544}{1.2} \approx 453 \text{ mL}$$

$$M = \frac{\text{حل شونده mol}}{\text{محلول L}} = \frac{0.113}{0.453} \approx 0.25 \text{ mol.L}^{-1}$$

حال غلظت یون هیدروکسید هیدرونیوم را به دست می آوریم و نسبت خواسته شده را

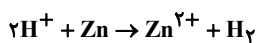
محاسبه می کنیم:

$$[OH^-] = 0.25 \Rightarrow [OH^-][H_3O^+] = 10^{-14}$$

$$\Rightarrow [H_3O^+] = 4 \times 10^{-14} \Rightarrow \frac{[OH^-]}{[H_3O^+]} = \frac{0.25}{4 \times 10^{-14}} = 6.25 \times 10^{12}$$

۵۰- گزینه «۲»

می دانیم غلظت یون هیدرونیوم در شیره معده انسان ۰/۰۳ مولار است. بنابراین داریم:



$$2L \text{ شیره معده} \times \frac{0.03 \text{ mol } H^+}{1L \text{ شیره معده}} \times \frac{1 \text{ mol } Zn}{2 \text{ mol } H^+} \times \frac{65g Zn}{1 \text{ mol } Zn}$$

$$= 2/925g Zn$$