



آزمون غیر حضوری

دروس اختصاصی

فارغ التحصیلان ریاضی

(۴ آبان ۱۳۹۷)

(مباحث ۱۸ آبان ۹۷)

گروه فنی و تولید:

محمد اکبری	مسئول تولید آزمون غیر حضوری
نرگس غنی زاده	مسئول دفترچه آزمون غیر حضوری
مدیر گروه: مریم صالحی	مسئول دفترچه: آتیه اسفندیاری
حسن خرم جو	حروف چین
سوران نعیمی	ناظر چاپ

بنیاد علمی آموزشی قلم چی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۶۹۶۲۴۰۰

«تمام داراییها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلم چی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»



دیفرانسیل

دیفرانسیل

دنباله‌ها

صفحه‌های ۲۸ تا ۴۵

۱- دنباله $a_n = \begin{cases} \left[\frac{n+k}{n} \right] & ; \text{ زوج } n \\ \left[\frac{2n+k}{n+2} \right] & ; \text{ فرد } n \end{cases}$ همگراست. حدود k کدام است؟ $([])$ ، علامت جزء صحیح است.

- (۱) $0 < k \leq 4$ (۲) $0 < k \leq 3$ (۳) $0 \leq k < 2$ (۴) $0 \leq k < 4$

۲- در اثبات همگرایی دنباله $a_n = \begin{cases} \frac{n+1}{n} & ; \text{ زوج } n \\ \frac{n+2}{n} & ; \text{ فرد } n \end{cases}$ و با استفاده از تعریف، برای هر $\varepsilon > 0$ حداقل M کدام است؟ $([])$ ، علامت جزء صحیح است.

- (۱) $\left[\frac{1}{\varepsilon} \right] + 1$ (۲) $\left[\frac{2}{\varepsilon} \right] + 1$ (۳) $\left[\frac{1}{2\varepsilon} \right] + 1$ (۴) $\left[\frac{1}{\varepsilon+1} \right] + 1$

۳- در دنباله $\left\{ \sqrt{\frac{2^n+3}{2}} \right\}$ به ازای $n \geq M$ ، جملات دنباله از عدد مثبت k بزرگ‌تر می‌شوند. کمترین مقدار $M \in \mathbb{N}$ کدام است؟

$([])$ ، علامت جزء صحیح است.

- (۱) $\left[\log_7^{2k^2-2} \right]$ (۲) $\left[\log_7^{2k^2-6} \right]$ (۳) $\left[\log_7^{2k^2-2} \right]$ (۴) $\left[\log_7^{2k^2-2} \right]$

۴- اگر قدرمطلق تفاضل سوپریمم و اینفیمم دنباله $a_n = \frac{kn-1}{2n-5}$ برابر ۳ باشد، مقدار منفی k کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۴ (۳) $-\frac{1}{5}$ (۴) $-\frac{16}{5}$

۵- حد دنباله‌های $a_n = \left[\log \frac{2n-1}{2n+3} \right]$ و $b_n = \left[n \sin \frac{2}{n} \right]$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ $([])$ نماد جزء صحیح است.

- (۱) $1, -1$ (۲) $2, 0$ (۳) $2, -1$ (۴) $1, 0$

۶- در دنباله $\left\{ 1 + \frac{\cos n\pi}{n+1} \right\}$ اگر کوچک‌ترین کران بالا M و بزرگ‌ترین کران پایین m باشد، آنگاه $m+M$ کدام است؟

- (۱) $\frac{11}{6}$ (۲) $\frac{7}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{4}{3}$

۷- اگر $\lim_{n \rightarrow +\infty} na_n = 1$ و $\{a_n\}$ همگرا باشد، آنگاه دنباله $\left\{ \frac{\sqrt{1+a_n}-1}{a_n} \right\}$:

(۱) کران دار است. (۲) فقط از بالا کران دار است.

(۳) فقط از پایین کران دار است. (۴) بی کران است.



۸- دنباله $\left\{ \left(1 + \frac{1}{p}\right) \left(1 + \frac{1}{q}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{p^n}\right) \right\}$...

(۱) همگرا به صفر است. (۲) همگرا به ۱ است. (۳) همگرا به ۲ است. (۴) واگراست.

۹- در اثبات $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 + 2n) = +\infty$ برای هر عدد حقیقی مثبت k ، حداقل عدد طبیعی M کدام است؟ $(n \geq M \Rightarrow a_n > k)$

(۱) $[\sqrt{k}] + 1$ (۲) $[\sqrt{k+1}]$ (۳) $[\sqrt{k}] + 2$ (۴) $[\sqrt{k+2}]$

۱۰- دنباله $\{a_n\}$ با جملات منفی در شرط $\frac{a_n}{a_{n+1}} > \frac{5}{3}$ صدق می کند. کدام گزینه صحیح است؟

(۱) دنباله صعودی و همگراست. (۲) دنباله غیر یکنوا و واگراست.

(۳) دنباله نزولی و واگراست. (۴) دنباله غیر یکنوا و همگراست.

هندسه تحلیلی

هندسه تحلیلی

خط و صفحه (صفحه در فضا)

صفحه های ۴۲ تا ۴۹

۱۱- خطی که از مبدأ مختصات، به موازات عمود مشترک دو خط $L_1 : \begin{cases} x + y = 3 \\ z = 4 \end{cases}$

$L_2 : \begin{cases} x - 2z = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ رسم شود بر کدام صفحه عمود است؟

(۱) $x + y + 2z = 3$ (۲) $x - y + 2z = 3$ (۳) $2x + 2y - 4z = 5$ (۴) $2x - 2y - 4z = 5$

۱۲- معادله صفحه ای که شامل محور y هاست و از نقطه تلاقی دو خط $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{2}$ و $\frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{2} = -z$ می گذرد، کدام

است؟

(۱) $x + z = 0$ (۲) $2x - z = 0$ (۳) $x - z = 0$ (۴) $x - 2z = 0$

۱۳- عمود مشترک دو خط متناظر $\begin{cases} d_1 : (2x - y = 2, z = 1) \\ d_2 : (x + y = 1, z = 2) \end{cases}$ ، صفحه $P : x - 2y + z = 3$ را در نقطه A قطع می کند. مجموع

مؤلفه های مختصات نقطه A کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۴- اگر صفحه $P : 2x + 5y - z + 3 = 0$ بر صفحه $Q : (m-1)x + y - 3z + 5 = 0$ عمود باشد و با صفحه

$R : 4x + (n+2)y - 2z + 7 = 0$ موازی باشد، $m+n$ کدام است؟

(۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۱۵- اگر خط $L : \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{2b} = \frac{z+3}{3}$ بر صفحه $P : ax - y + 2z = a+1$ منطبق باشد، در این صورت $a+b$ کدام است؟

(۱) -۳ (۲) -۱۱ (۳) ۱۳ (۴) ۱۹



۱۶- از نقطه $P = (2, 3, -7)$ ، عمودی بر صفحه Γ به معادله $4x - y - z = 6$ رسم می‌کنیم. مجموع طول و عرض پای عمود، واقع بر Γ ، چقدر است؟

- (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) ۳

۱۷- یک وجه مکعبی بر صفحه $4x - 2y - 3z = 4$ منطبق است. اگر یکی از یال‌های مکعب روی خط $y = \frac{z-1}{2} = \frac{x-1}{2}$ باشد، حجم مکعب کدام است؟

- (۱) $\frac{27}{\sqrt{29}}$ (۲) $\frac{27}{29\sqrt{29}}$ (۳) $\frac{24}{\sqrt{23}}$ (۴) $\frac{24}{23\sqrt{23}}$

۱۸- صفحه گذرا از نقطه $A = (1, 2, -2)$ و فصل مشترک دو صفحه به معادلات $2x - y + z = 4$ و $x + 2z = 0$ با محور x ‌ها، کدام وضع را دارد؟

- (۱) موازی (۲) منطبق (۳) عمود (۴) متقاطع

۱۹- محور z ‌ها و خط $d: x + a = y + 1 = z - 1$ ، هر دو در صفحه $P: x + by + cz = d$ قرار دارند، حاصل $a + b + c + d$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲

۲۰- به ازای کدام مقدار y ، نقطه $A = (5, y, 5)$ روی صفحه گذرنده از نقاط $B = (2, 3, 2)$ ، $C = (1, -1, -3)$ و $D = (1, 0, -1)$ واقع است؟

- (۱) ۹ (۲) ۵ (۳) -۳ (۴) -۱۱

ریاضیات گسسته

ریاضیات گسسته
گراف (درخت و ماتریس)
صفحه‌های ۱۷ تا ۲۳

۲۱- در ماتریس مجاورت یک درخت، تعداد صفرها برابر با ۶۵ می‌باشد. تعداد مسیره‌های موجود بین رئوس متمایز این درخت کدام است؟

- (۱) ۲۸ (۲) ۳۶ (۳) ۴۵ (۴) ۵۵

۲۲- گراف همبند G فاقد دور است. اگر G دارای ۳ رأس از درجه ۲، m رأس از درجه ۳ و $\Delta = 3$ و ۶ رأس از درجه ۱ باشد، مجموع اندازه و مرتبه آن کدام است؟

- (۱) ۳۱ (۲) ۲۹ (۳) ۲۷ (۴) ۲۵

۲۳- گرافی ۳۳ یال دارد. در ماتریس مجاورت این گراف، حداقل چند صفر دیده می‌شود؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۳ (۳) ۱۵ (۴) ۱۷

۲۴- حاصل ضرب درایه‌های قطری مربع ماتریس مجاورت در یک گراف ۵ رأسی برابر ۱۲۸ است. این گراف با حذف چند یال، همبند و فاقد دور می‌شود؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴



۲۵- اگر مجموع درایه‌های قطری مربع ماتریس مجاورت یک درخت ۱۲ باشد، حاصل ضرب این درایه‌ها حداکثر چند است؟

۳۲ (۴)

۲۴ (۳)

۱۶ (۲)

۱۲ (۱)

فیزیک پیش دانشگاهی

دینامیک

صفحه‌های ۴۱ تا ۵۸

فیزیک ۲

صفحه‌های ۵۳ تا ۷۵

فیزیک پیش دانشگاهی

۲۶- کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

(۱) جهت شتاب حرکت یک جسم در جهت برابند نیروهای وارد بر آن است.

(۲) قانون دوم نیوتون را می‌توان از قانون اول نیوتون نتیجه گرفت.

(۳) به ازای یک نیروی برابند ثابت، اگر جسم حرکت کند، هر چه جرم جسم کم‌تر باشد، شتاب آن بیش‌تر می‌شود.

(۴) در اطراف ما نمی‌توان جسمی را یافت که به آن نیرو وارد نشود.

۲۷- سه نیروی افقی با بزرگی‌های $F_1 = 5N$ ، $F_2 = 3N$ و $F_3 = 7N$ به جسمی به جرم $1kg$ که روی سطحی افقی و بدون اصطکاک

قرار دارد، وارد می‌شوند. اگر اندازه بیشینه و کمینه شتابی که این نیروها می‌توانند به جسم بدهند برابر با a_{max} و a_{min} باشد،

$a_{max} - a_{min}$ در SI کدام است؟

۱۲ (۴)

۱۵ (۳)

۱۴ (۲)

۱۰ (۱)

۲۸- جسمی که با سرعت ثابت v_0 در مسیری مستقیم و افقی در حال حرکت است، با شتاب ثابت ناگهان ترمز کرده و پس از مدتی

می‌ایستد. اگر این جسم در آخرین ثانیه حرکت خود مسافت $0.5m$ را طی کند، ضریب اصطکاک جنبشی جسم با سطح افقی

کدام است؟ $(g = 10 \frac{N}{kg})$

۰/۷ (۴)

۰/۵ (۳)

۰/۲ (۲)

۰/۱ (۱)

۲۹- دو جسم کروی با جرم‌های $m_1 = 2kg$ و $m_2 = 8kg$ طوری کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند که فاصله مراکز آنها از هم برابر با

$60cm$ است. در چند سانتی‌متری از مرکز جسم m_2 ، برابند نیروهای گرانشی وارد بر جسمی به جرم M از طرف دو جسم m_1

و m_2 برابر با صفر است؟

۵۰ (۴)

۴۰ (۳)

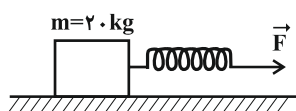
۳۰ (۲)

۲۰ (۱)

۳۰- در شکل زیر، اگر ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح افقی برابر با 0.1 ، ثابت فنر برابر با $100 \frac{N}{m}$ و تغییر طول فنر از

حالت اولیه آن برابر با $40cm$ باشد، شتاب حرکت جسم چند متر بر مجذور ثانیه است؟ $(g = 10 \frac{N}{kg})$ و از جرم فنر صرف نظر

کنید.



۰/۵ (۲)

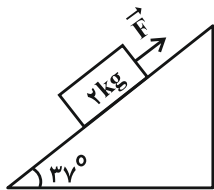
۰/۲۵ (۱)

۲ (۴)

۱ (۳)



۳۱- در شکل زیر، اندازه نیروی \vec{F} چند نیوتون باشد تا جسم بر روی سطح شیب دار بدون اصطکاک با شتاب ثابت $\frac{m}{s^2}$ به رو به



پایین حرکت کند؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$ و $\sin 37^\circ = 0.6$)

۱۱ (۱)

۱۲ (۳)

۳۲- در شکل زیر، اگر بیشینه نیروی کشش قابل تحمل توسط نخ افقی بین دو وزنه برابر با $15N$ و ضریب اصطکاک جنبشی هر وزنه

با سطح افق برابر با 0.25 باشد، بیشینه اندازه نیروی افقی \vec{F} چند نیوتون باشد تا نخ افقی بین دو وزنه پاره نشود؟



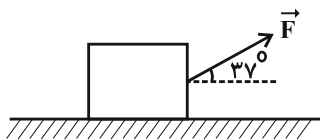
($g = 10 \frac{N}{kg}$ و جرم نخ ناچیز فرض شود.)

۲۵ (۱)

۳۷/۵ (۳)

۳۳- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم $m = 2/2 kg$ با نیروی \vec{F} روی سطح افقی با ضریب اصطکاک جنبشی 0.5 ، با سرعت ثابت

کشیده می شود. اندازه نیروی \vec{F} چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$ و $\sin 37^\circ = 0.6$)



۲۲ (۱)

۱۱ (۳)

۳۴- ابتدا کودکی به جرم $40 kg$ سوار آسانسور ساکنی می شود و آسانسور با شتاب ثابت $\frac{2}{s^2}$ به سمت بالا شروع به حرکت می کند.

در حالت دوم شخصی به جرم m سوار این آسانسور ساکن شده و آسانسور با شتاب $\frac{2}{s^2}$ به سمت پایین شروع به حرکت

می کند. اگر اندازه وزن ظاهری کودک و شخص یکسان باشد، m چند کیلوگرم است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

۲۰ (۱)

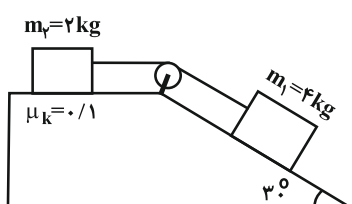
۲۶/۵ (۲)

۴۰ (۳)

۶۰ (۴)

۳۵- در شکل زیر، اگر اصطکاک جسم 4 کیلوگرمی با سطح شیب دار ناچیز باشد، اندازه شتاب حرکت مجموعه بر حسب متر بر مجذور

ثانیه و اندازه نیروی کشش نخ بر حسب نیوتون، به ترتیب از راست به چپ، کدام است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$ و از جرم نخ، قرقره و



اصطکاک بین آن ها صرف نظر کنید.)

۸، ۳ (۱)

۸، ۲ (۳)



شیمی

دیفرانسیل

سینتیک شیمیایی + تعادل

شیمیایی

صفحه‌های ۱ تا ۳۸

۳۶- کدام گزینه صحیح است؟

(۱) سینتیک با تعیین مقدار ΔG ، امکان وقوع واکنش را بررسی می‌کند.

(۲) خودبه‌خودی بودن یک واکنش به این معنا نیست که حتماً باید راه مناسبی برای وقوع آن وجود داشته باشد.

(۳) واکنش تجزیه سلولز کاغذ، در شرایط یکسان به‌طور قطع سریع‌تر از زنگ زدن آهن انجام می‌شود.

(۴) در ترمودینامیک شیمیایی آهنگ مصرف واکنش‌دهنده‌ها و تولید فراورده‌ها در بازه‌ای از زمان اهمیت ویژه‌ای دارد.

۳۷- اگر سرعت متوسط تولید NH_3 در واکنش گازی $4\text{NO(g)} + 6\text{H}_2\text{O(g)} \rightarrow 4\text{NH}_3\text{(g)} + 5\text{O}_2\text{(g)}$ ، دو برابر سرعت متوسطمصرف HCl در واکنش $\text{Zn(s)} + 2\text{HCl(aq)} \rightarrow \text{ZnCl}_2\text{(aq)} + \text{H}_2\text{(g)}$ باشد، در بازه زمانی یکسان، نسبت جرم NO مصرفی، به جرم ZnCl_2 تولیدی تقریباً چه قدر است؟ ($N = 14, O = 16, Zn = 65, Cl = 35.5 : \text{g.mol}^{-1}$)

۰ / ۴۴ (۴)

۰ / ۸۸ (۳)

۳ / ۵۳ (۲)

۰ / ۰۵ (۱)

۳۸- همه موارد زیر صحیح‌اند، به جز:

(۱) در نظریه حالت گذار، برخی از نارسایی‌های نظریه برخورد برطرف شده است.

(۲) مخلوط هیدروژن - اکسیژن در دمای اتاق، به شدت انفجاری و خطرناک است، به‌طوری که نمی‌توان آن را برای مدت طولانی

نگهداری کرد.

(۳) برطبق نظریه برخورد، سرعت واکنش به تعداد برخوردهای بین ذره‌های واکنش‌دهنده، در واحد حجم و در واحد زمان بستگی

دارد.

(۴) بر اساس نظریه حالت گذار، در هنگام تشکیل پیچیده فعال در واکنش $\text{NO}_2\text{Cl(g)} + \text{Cl(g)} \rightarrow \text{NO}_2\text{(g)} + \text{Cl}_2\text{(g)}$ ، پیوند $\text{N} - \text{Cl}$ در حال سست شدن است.۳۹- اگر در واکنش فرضی و بنیادی $2\text{A(g)} \rightarrow \text{B(g)} + \text{C(g)}$ ، غلظت واکنش‌دهنده برحسب زمان، از رابطه $\frac{1}{[\text{A}]_t} - \frac{1}{[\text{A}]_0} = kt$

پیروی کند، کدام گزینه به مطلب نادرستی درباره این واکنش اشاره می‌کند؟ (در ابتدای واکنش، هیچ فراورده‌ای در ظرف وجود

ندارد و k ثابت سرعت واکنش می‌باشد.)(۱) رابطه قانون سرعت آن به صورت $R = k[\text{A}]^2$ می‌باشد.(۲) در هر لحظه از انجام واکنش، غلظت B و C با هم برابر است.(۳) اگر بعد از گذشت ۵s مقدار A نصف شود، واکنش در ثانیه ۱۰ام به اتمام می‌رسد.(۴) نمودار سرعت واکنش برحسب غلظت A ، به صورت روبه‌رو است.

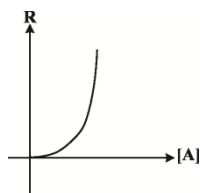
۴۰- کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟

(۱) سرعت واکنش، کمیتی تجربی است.

(۲) در قانون سرعت، سرعت آغازی هم ارز با سرعت لحظه‌ای واکنش است.

(۳) ثابت سرعت واکنش (k) با تغییر عوامل محیطی مانند دما و فشار، بدون تغییر باقی می‌ماند.

(۴) افزایش غلظت واکنش‌دهنده‌ها اغلب، منجر به افزایش سرعت واکنش می‌شود.





۴۱- در واکنش تجزیه گاز گوگرد تری اکسید، ابتدا $2/4$ مول از این ماده را وارد ظرف ۳ لیتری واکنش می کنیم. پس از گذشت ۳۰ ثانیه از شروع واکنش، ۴۰ درصد به تعداد مول اولیه گازهای موجود در ظرف افزوده می شود. سرعت متوسط تولید گاز دو اتمی

برحسب $\text{mol.L}^{-1}.\text{min}^{-1}$ در این واکنش در این مدت، چه قدر است؟ $2\text{SO}_3(\text{g}) \rightarrow 2\text{SO}_2(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g})$

۱) ۰/۰۱ (۲) ۱/۹۲

۳) ۰/۶۴ (۴) ۰/۰۳۲

۴۲- با توجه به جدول زیر، گاز CO_2 حاصل از فعالیت مبدل های کاتالیستی، با چه آهنگی برحسب گرم بر متر طی شده توسط خودروها از

اگزوز آنها خارج می شود؟ ($\text{N} = 14, \text{O} = 16, \text{C} = 12, \text{H} = 1: \text{g.mol}^{-1}$)

فرمول شیمیایی آلاینده			
NO	C_4H_{10}	CO	در غیاب مبدل
۱/۰۴	۱/۸۰	۵/۹۳	مقدار آلاینده برحسب گرم به ازای یک کیلومتر
۰/۰۴	۰/۰۶	۰/۶۱	در حضور مبدل

۴) $1/364 \times 10^{-2}$

۳) $8/36 \times 10^{-3}$

۲) ۱۳/۶۴

۱) ۸/۳۶

۴۳- چند مورد از عبارات های زیر، جاهای خالی را به درستی تکمیل می کنند؟

« هنگامی تعادل برقرار می شود که و ، شوند. »

آ) سرعت واکنش رفت - سرعت واکنش برگشت - برابر (ب) غلظت واکنش دهنده ها - غلظت فرآورده ها - برابر

پ) سرعت واکنش رفت - سرعت واکنش برگشت - صفر (ت) غلظت واکنش دهنده ها - غلظت فرآورده ها - ثابت

۴) ۴

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱

۴۴- کدام یک از عبارات های زیر درست است؟

۱) فرایند مجاورت، در تولید صنعتی فسفریک اسید مورد استفاده قرار می گیرد.

۲) غلظت یک ماده جامد یا مایع خالص، از تقسیم جرم مولی به چگالی آن به دست می آید.

۳) در تبدیل مس (II) سولفات ۵ آبه به مس (II) سولفات خشک، رنگ آن از آبی به سفید تغییر می کند.

۴) واکنش های سوختن برگشت پذیر هستند؛ یعنی در شرایط خاصی امکان وقوع آنها در هر دو جهت وجود دارد.

۴۵- کانی مگنتیت (Fe_3O_4)، کانی هماتیت (Fe_2O_3) و گاز اکسیژن در ظرف سربسته ای در حال تعادل هستند. اگر مگنتیت را به

عنوان واکنش دهنده در نظر بگیریم، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

آ) ثابت تعادل آن، یکا ندارد. (ب) در نتیجه انجام واکنش رفت، جرم مواد جامد افزایش می یابد.

پ) تعادل از نوع ناهمگن سه فازی است. (ت) در نتیجه انجام واکنش برگشت، غلظت مگنتیت افزایش می یابد.

۲) ۲

۱) ۱

۳) ۳

۴) ۴



دیفرانسیل

گزینه «۴»

با توجه به این که $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+k}{n} = 1$ و $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+k}{n+2} = 2$ باید داشته باشیم

$\frac{n+k}{n} \geq 1$ و $\frac{2n+k}{n+2} < 2$ تا جزء صحیح هر دو عبارت برابر یک گردد و دنباله

همگرا شود.

$$\begin{cases} \frac{n+k}{n} \geq 1 \Rightarrow n+k \geq n \Rightarrow k \geq 0 \\ \frac{2n+k}{n+2} < 2 \Rightarrow 2n+k < 2n+4 \Rightarrow k < 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 0 \leq k < 4$$

گزینه «۲»

واضح است که حد دنباله، برابر ۱ است.

بنا به تعریف، فرض می‌کنیم $\varepsilon > 0$ عددی دلخواه باشد، باید M ای پیدا کنیم که برای هر n که $n \geq M$ است، نامساوی زیر برقرار باشد.

$$|a_n - L| < \varepsilon$$

$$|a_n - 1| < \varepsilon \Rightarrow \begin{cases} \left| \frac{n+1}{n} - 1 \right| < \varepsilon \\ \left| \frac{n+2}{n} - 1 \right| < \varepsilon \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{n} < \varepsilon \\ \frac{2}{n} < \varepsilon \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n > \frac{1}{\varepsilon} \\ n > \frac{2}{\varepsilon} \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} n > \frac{2}{\varepsilon} \Rightarrow M \geq \left\lceil \frac{2}{\varepsilon} \right\rceil + 1$$

گزینه «۲»

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{2^n + 3}{2}} = +\infty \Rightarrow \forall k > 0 \exists M \in \mathbb{N} : n \geq M \Rightarrow a_n > k$$

عبارت فوق یعنی به ازای هر عدد حقیقی و مثبت k ، عددی طبیعی مانند M یافتمی‌شود که هرگاه $n \geq M$ ، $a_n > k$.

$$\sqrt{\frac{2^n + 3}{2}} > k \Rightarrow \frac{2^n + 3}{2} > k^2 \Rightarrow 2^n > 2k^2 - 3$$

$$\Rightarrow n > \log_2(2k^2 - 3) \Rightarrow n \geq \left\lceil \log_2(2k^2 - 3) \right\rceil + 1$$

$$\Rightarrow n \geq \left\lceil \log_2(2k^2 - 3) + 1 \right\rceil \Rightarrow n \geq \left\lceil \log_2(4k^2 - 6) \right\rceil$$

بنابراین حداقل مقدار M برابر $\left\lceil \log_2(4k^2 - 6) \right\rceil$ است.

گزینه «۳»

نکته: در دنباله‌های هموگرافیک اگر ریشهٔ مخرج بزرگتر از یک باشد، به ازای یکی از اعداد طبیعی قبل و بعد ریشهٔ مخرج، سوپریمم و اینفیمم به دست می‌آید و اگر ریشهٔ مخرج کوچک‌تر از یک باشد، حد دنباله و a_1 ، سوپریمم و اینفیمم دنباله می‌شوند.

در این سؤال، ریشهٔ مخرج بزرگتر از یک و برابر $\frac{5}{2}$ است. پس یکی از جمله‌های

a_2 و a_3 ، سوپریمم و اینفیمم دنباله است.

$$|a_3 - a_2| = 3 \Rightarrow \left| \frac{3k-1}{1} - \frac{2k-1}{-1} \right| = 3 \Rightarrow |\Delta k - 2| = 3$$

$$\Delta k - 2 = \pm 3 \Rightarrow k = 1, \frac{-1}{\Delta} \xrightarrow{k < 0} k = \frac{-1}{\Delta}$$

گزینه «۱»

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\log \frac{2n-1}{2n+3} \right] = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\log \frac{2n+3-4}{2n+3} \right]$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\log \left(1 - \frac{4}{2n+3} \right) \right] = [\log 1^-] = [0^-] = -1$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \sin \frac{2}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\frac{2}{n} \right) = 2$$

می‌دانیم اگر $0 < x < \frac{\pi}{2}$ ، $x > \sin x$ می‌باشد، بنابراین به ازای n های خیلی

$$\text{بزرگ } n \sin \frac{2}{n} < 2 \text{ سپس } \sin \frac{2}{n} < \frac{2}{n}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} [n \sin \frac{2}{n}] = [2^-] = 1$$

گزینه «۱»

با توجه به این که $\{\cos n\pi\} = \{(-1)^n\}$ ، جملات دنباله را می‌نویسیم:

$$\left\{ 1 + \frac{(-1)^n}{n+1} \right\} = 1 - \frac{1}{2}, 1 + \frac{1}{3}, 1 - \frac{1}{4}, \dots \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$$

بنابراین کوچک‌ترین جملهٔ دنباله، جملهٔ اول و بزرگ‌ترین جملهٔ آن، جملهٔ دوم است.

$$\frac{1}{2} \leq a_n \leq \frac{4}{3} \Rightarrow M = \frac{4}{3}, m = \frac{1}{2} \Rightarrow M + m = \frac{4}{3} + \frac{1}{2} = \frac{11}{6}$$



$$\Rightarrow n+1 > \sqrt{k+1} \Rightarrow n > \sqrt{k+1} - 1$$

$$\Rightarrow M \geq [\sqrt{k+1} - 1] + 1 = [\sqrt{k+1}]$$

۱۰ - گزینه «۱»

$$\frac{a_n}{a_{n+1}} > \frac{\delta}{\epsilon} \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} < \frac{\epsilon}{\delta} < 1 \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$$

$$\frac{x(a_n)}{a_n < 0} \rightarrow a_{n+1} > a_n \Rightarrow \{a_n\} \text{ صعودی است}$$

از طرفی چون $a_n < 0$ است دنباله از بالا کراندار است. پس طبق قضیه ویراشتراس دنباله صعودی و کراندار، همگراست.

هندسه تحلیلی

۱۱ - گزینه «۳»

$$L_1: \begin{cases} x = -y + 3 \\ z = 4 \end{cases} \Rightarrow u_1(1, -1, 0) \quad \text{و} \quad L_2: \begin{cases} x = 2z + 2 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow u_2(2, 0, 1)$$

اگر u بردار راستای عمود مشترک دو خط L_1 و L_2 باشد، آنگاه:

$$u = u_1 \times u_2 = (-1, -1, 2)$$

می‌دانیم اگر خطی بر صفحه‌ای عمود باشد، آنگاه بردار هادی خط، همان بردار نرمال صفحه یا موازی با آن است. در گزینه «۳»، بردار نرمال صفحه $n = (2, 2, -4)$ است که موازی بردار u می‌باشد.

۱۲ - گزینه «۲»

$$\text{ابتدا نقطه تلاقی دو خط } \frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{2} = -z \quad \text{و} \quad \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{2}$$

می‌یابیم، از معادله خط دوم، x و y را بر حسب z حساب می‌کنیم در معادله خط اول قرار می‌دهیم:

$$x - 3 = -z \Rightarrow x = 3 - z, \quad \frac{y-5}{2} = -z \Rightarrow y = -2z + 5$$

$$\frac{3-z+1}{2} = \frac{-2z+5-2}{-1} = \frac{z}{2} \Rightarrow \frac{4-z}{2} = 2z-3 = \frac{z}{2}$$

$$\Rightarrow z = 2, x = 1, y = 1$$

پس نقطه تلاقی دو خط $(1, 1, 2)$ است، معادله صفحه گذرنده از محور y ها به صورت $ax + cz = 0$ است و چون از نقطه $(1, 1, 2)$ می‌گذرد پس معادله صفحه مطلوب $2x - z = 0$ است.

۷ - گزینه «۱»

چون $\{a_n\}$ همگراست، پس $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = k$ اگر k مخالف صفر باشد، داریم:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n a_n = k \quad \lim_{n \rightarrow \infty} n = \infty$$

بنابراین باید حد دنباله a_n برابر صفر باشد یعنی دنباله a_n باید همگرا به صفر باشد. $(\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0)$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1+a_n} - 1}{a_n} = \frac{0}{0} \text{ رفع ابهام صورت مزدوج صورت}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+a_n-1}{a_n(\sqrt{1+a_n}+1)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{a_n(\sqrt{1+a_n}+1)} = \frac{1}{\sqrt{1+0}+1} = \frac{1}{2}$$

چون دنباله همگرا به $\frac{1}{2}$ است پس کراندار است.

۸ - گزینه «۳»

با ضرب و تقسیم در $1 - \frac{1}{2^n}$ ، داریم:

$$a_n = \frac{(1-\frac{1}{2}) \cdot (1-\frac{1}{4}) \cdot (1-\frac{1}{8}) \cdots (1-\frac{1}{2^n})}{1-\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{1 - (\frac{1}{2^n})^2}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1 - \frac{1}{2^{2n}}}{\frac{1}{2}} = 2(1 - \frac{1}{2^{2n}})$$

با توجه به این که $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2^{2n}} = 0$ است، داریم:

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} 2(1 - \frac{1}{2^{2n}}) = 2(1 - 0) = 2 \times 1 = 2$$

۹ - گزینه «۲»

کافی است ثابت کنیم به ازای هر عدد مثبت مانند k عدد طبیعی مانند M وجود

دارد به طوری که اگر $n \geq M$ آنگاه $n^2 + 2n > k$

$$n^2 + 2n > k \Rightarrow n^2 + 2n + 1 > k + 1 \Rightarrow (n+1)^2 > k + 1$$



۱۳- گزینه «۳»

هر دو خط d_1 و d_2 با صفحه XY موازیند و با یکدیگر موازی نیستند و بنابراین عمود مشترک این دو خط بر صفحه XY عمود و موازی محور Z است.

$$L: \begin{cases} 2x - y = 2 \\ x + y = 1 \end{cases} \Rightarrow (x=1, y=0)$$

نقطه تلاقی این خط با صفحه P نیز به صورت زیر معلوم می‌شود.

$$1 - 2(0) + z = 3 \Rightarrow z = 2 \Rightarrow A = (1, 0, 2)$$

مجموع مؤلفه‌های مختصات نقطه A برابر است با:

$$1 + 0 + 2 = 3$$

۱۴- گزینه «۱»

دو صفحه به شرطی با هم موازی‌اند که نرمال‌های آن‌ها با هم موازی باشند و به شرطی بر هم عمودند که نرمال‌های آن‌ها بر هم عمود باشند.

$$\Rightarrow 2m - 2 + 5 + 3 = 0 \Rightarrow m = \frac{-6}{2} = -3$$

$$2 \times (m-1) + 5 \times 1 + (-1)(-3) = 0$$

$$\frac{2}{4} = \frac{5}{n+2} = \frac{-1}{-2} \Rightarrow n+2=10 \Rightarrow n=8$$

$$m+n = -3+8=5$$

۱۵- گزینه «۴»

وقتی خط بر صفحه منطبق باشد، آنگاه خط و صفحه موازی‌اند یعنی ضرب داخلی بردار هادی خط و بردار نرمال صفحه، برابر صفر است. همچنین نقطه‌ای از خط در صفحه واقع است.

$$v = (2, 2b, 3) \Rightarrow n \cdot v = 0 \Rightarrow 2a - 2b + 6 = 0 \Rightarrow a - b = -3$$

$$n = (a, -1, 2)$$

$$A = (2, 1, -3) \in L \Rightarrow 2a - 1 - 6 = a + 1 \Rightarrow a = 8$$

$$a - b = -3 \Rightarrow 8 - b = -3 \Rightarrow b = 11 \Rightarrow a + b = 8 + 11 = 19$$

۱۶- گزینه «۳»

معادله خط شامل $P = (2, 3, -7)$ و عمود بر صفحه $\Gamma: 4x - y - z = 6$ را می‌نویسیم و در صفحه Γ قرار می‌دهیم. چون خط بر صفحه عمود است، پس بردار هادی آن را می‌توانیم بردار عمود بر صفحه بگیریم. داریم:

$$\frac{x-2}{4} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+7}{-1} = t \Rightarrow \begin{cases} x = 4t + 2 \\ y = -t + 3 \\ z = -t - 7 \end{cases}$$

جای‌گذاری در معادله صفحه

$$\rightarrow 4(4t+2) - (-t+3) - (-t-7) = 6$$

$$\Rightarrow 18t = -6 \Rightarrow t = -\frac{1}{3} \Rightarrow x+y = 3t+5 = 3(-\frac{1}{3})+5 = 4$$

۱۷- گزینه «۲»

$n = (4, -2, -3)$ بردار نرمال صفحه و $u = (2, 1, 2)$ بردار هادی خط می‌باشد. چون $n \cdot u = 0$ ، پس $n \perp u$ ، یعنی خط و صفحه موازی یکدیگرند.

حال نقطه‌ای از خط انتخاب کرده و فاصله آن را نسبت به صفحه به دست می‌آوریم. مسلماً این فاصله، طول یال را می‌دهد:

$$\frac{x-1}{2} = y = \frac{z-1}{2} \Rightarrow A = (1, 0, 1)$$

$$\Rightarrow a = \frac{|4(1) - 2(0) - 3(1) - 4|}{\sqrt{16+4+9}} = \frac{3}{\sqrt{29}}$$

$$\text{حجم مکعب: } V = a^3 \Rightarrow V = \frac{27}{29\sqrt{29}}$$

۱۸- گزینه «۱»

اگر $n_1 = (2, -1, 1)$ و $n_2 = (1, 0, 2)$ بردارهای نرمال دو صفحه باشند، آنگاه $u = n_1 \times n_2 = (-2, -3, 1)$ بردار هادی خط فصل مشترک دو صفحه است. با در نظر گرفتن $z=0$ در دو صفحه، نقطه مشترک $B = (0, -4, 0)$ در دو صفحه و در نتیجه روی فصل مشترک حاصل می‌شود.

$$\overline{AB} = (-1, -6, 2) \Rightarrow n = (0, -3, -9)$$

$$u = (-2, -3, 1)$$

با تقسیم بر (-3) داریم: $n = (0, 1, 3)$ و معادله صفحه مورد نظر به صورت $-4 = y + 3z$ خواهد بود. چون معادله صفحه فاقد x است، پس صفحه موازی محور x بوده و چون مبدأ مختصات در معادله صفحه صدق نمی‌کند، پس محور x ها درون صفحه نیست.



۱۹- گزینه «۲»

چون محور Z درون صفحه P است، پس ضریب Z در معادله صفحه برابر صفر است یعنی $c = 0$.

از طرفی نقطه $(-a, -1, 1)$ روی خط d است و در نتیجه در صفحه P قرار دارد، پس مختصات آن در معادله صفحه P صدق می کند. داریم:

$$-a + b(-1) = d \Rightarrow a + b + d = 0$$

$$a + b + c + d = 0 \text{ بنابراین}$$

۲۰- گزینه «۱»

ابتدا معادله صفحه گذرنده از نقاط D، B و C را به دست می آوریم. اگر n بردار عمود بر صفحه مورد نظر باشد، آنگاه:

$$\overline{BC} = (-1, -4, -5) \Rightarrow n = (-3, 2, -1)$$

$$\overline{BD} = (-1, -3, -3)$$

معادله صفحه مورد نظر عبارت است از:

$$-3(x-2) + 2(y-3) - (z-2) = 0 \Rightarrow -3x + 2y - z = -2$$

با جایگذاری نقطه A در معادله صفحه داریم:

$$-15 + 2y - 5 = -2 \Rightarrow 2y = 18 \Rightarrow y = 9$$

ریاضیات گسسته

۲۱- گزینه «۲»

$$\text{تعداد صفرها} = p^2 - 2q \Rightarrow p^2 - 2q = 65$$

$$\xrightarrow{q=p-1} p^2 - 2(p-1) = 65 \Rightarrow p^2 - 2p = 63 \Rightarrow p = 9$$

تعداد مسیرهای موجود بین رئوس متمایز این درخت برابر است با:

$$\binom{9}{2} = 36$$

۲۲- گزینه «۴»

گراف همبند G که فاقد دور باشد، درخت است. در هر درخت $q = p - 1$ است. اکنون می توانیم بنویسیم (G روی هم دارای $6 + m + 3$ رأس است):

$$\sum \deg v_i = 2q \Rightarrow 6(1) + 2(2) + m(3) = 2(p-1)$$

$$\Rightarrow 12 + 3m = 2(9 + m - 1) \Rightarrow 12 + 3m = 16 + 2m \Rightarrow m = 4$$

پس G دارای $13 = 4 + 6 + 3$ رأس و $q = 13 - 1 = 12$ یال است، در نتیجه:

$$p + q = 25$$

۲۳- گزینه «۳»

تعداد صفرهای ماتریس مجاورت گراف برابر است با $p^2 - 2q$ ، پس باید حداقل باشد، گرافی که ۳۳ یال دارد باید حداقل ۹ رأس داشته باشد. پس تعداد صفرهای گراف برابر است با:

$$9^2 - 2(33) = 81 - 66 = 15$$

۲۴- گزینه «۳»

درجه ها $4, 4, 2, 2, 2 \Rightarrow 128 =$ ضرب درجه رئوس

دقت کنید که گراف ساده نیست. پس داریم:

$$\sum \deg v_i = 2q = 4 + 4 + 2 + 2 + 2 = 14 \Rightarrow q = 7$$

$$\text{درخت: } q = p - 1 = 5 - 1 = 4$$

پس با حذف $3 = 4 - 7$ یال، درخت ایجاد می شود.

۲۵- گزینه «۴»

درایه های قطری مربع ماتریس مجاورت گراف ساده، درجه رئوس را نشان می دهند، پس مجموع آن ها، مجموع درجه های رئوس یعنی $2q$ است پس $2q = 12$ یعنی $q = 6$ است. پس درخت ۷ رأس دارد. در درختی از مرتبه ۷ بیشترین حاصل ضرب درجه رئوس را درخت خطی دارد:



$$1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 1 = 2^5 = 32$$



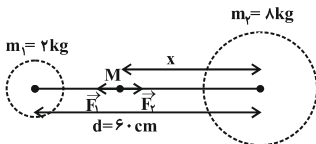
در هنگام ترمز کردن و در راستای افقی، بر جسم فقط نیروی اصطکاک جنبشی

وارد می‌شود. داریم:

$$-f_k = ma \Rightarrow -\mu_k mg = ma$$

$$\Rightarrow \mu_k = \frac{-a}{g} = \frac{-(-1)}{10} \Rightarrow \mu_k = 0.1$$

۲۹- گزینه «۳»



با استفاده از قانون جهانی گرانش نیوتون، نقطه‌ای در فاصله بین دو کره و روی خط واصل مراکز آن‌ها، نزدیک به کره با جرم کم‌تر، برابری نیروهای گرانشی وارد بر هر جسم دیگری از جمله جسمی با جرم M برابر با صفر است.

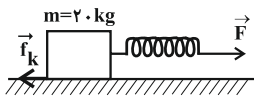
بنابراین داریم:

$$F_1 = F_2 \Rightarrow G \frac{m_1 M}{(60-x)^2} = G \frac{m_2 M}{x^2} \Rightarrow \frac{2}{(60-x)^2} = \frac{8}{x^2}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{60-x} = 2 \Rightarrow x = 40 \text{ cm}$$

۳۰- گزینه «۳»

با توجه به شکل زیر، ابتدا اندازه نیروی اصطکاک جنبشی را حساب می‌کنیم و سپس قانون دوم نیوتون را برای جسم می‌نویسیم و شتاب حرکت آن را به دست می‌آوریم. دقت کنید، نیروی محرک جسم، همان نیروی کشسانی فنر ($F = k\Delta l$) است.



$$f_k = \mu_k N \xrightarrow{N=mg} f_k = \mu_k mg$$

$$\xrightarrow{\mu_k=0.1, m=20 \text{ kg}} f_k = 0.1 \times 20 \times 10 = 20 \text{ N}$$

$$\Sigma F = ma \Rightarrow k\Delta l - f_k = ma \xrightarrow{k=100 \frac{\text{N}}{\text{m}}, \Delta l=0.4 \text{ m}}$$

$$100 \times 0.4 - 20 = 20a \Rightarrow a = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

فیزیک

۲۶- گزینه «۲»

طبق قانون دوم نیوتون ($\vec{F}_T = m\vec{a}$)، جهت شتاب حرکت جسم همواره در جهت برابری نیروهای وارد بر آن است و با جرم آن نسبت عکس دارد. یعنی به ازای یک نیروی برابری ثابت، اگر جسم حرکت کند، هر چه جرم جسم کم‌تر باشد، شتاب آن بیش‌تر می‌شود. بنابراین گزینه‌های (۱) و (۳) درست است. در ضمن بر همه جسم‌های اطراف ما حداقل یک نیرو، آن هم نیروی گرانش (وزن) وارد می‌شود. بنابراین گزینه (۴) هم درست است. گزینه (۲) نادرست است، زیرا در قانون اول نیوتون به جسم نیرو وارد نمی‌شود و یا برابری نیروهای وارد بر جسم برابر با صفر است در صورتی که موضوع قانون دوم نیوتون، وارد شدن نیرو و شتاب ناشی از آن است.

۲۷- گزینه «۳»

طبق قانون دوم نیوتون شتاب مجموعه با برابری نیروهای وارد بر جسم رابطه مستقیم و با جرم جسم رابطه عکس دارد. بیش‌ترین مقدار نیروی برابری در حالتی رخ می‌دهد که نیروها با هم، هم‌جهت باشند.

$$F_{\max} = 3 + 7 + 5 = 15 \text{ N} \Rightarrow a_{\max} = \frac{F_{\max}}{m} = \frac{15}{1} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

با توجه به این که این ۳ نیرو می‌توانند اضلاع یک مثلث را تشکیل بدهند، بنابراین برابری آنها می‌تواند صفر شود، لذا داریم:

$$F_{\min} = 0 \Rightarrow a_{\min} = 0$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$a_{\max} - a_{\min} = 15 - 0 = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

۲۸- گزینه «۱»

ابتدا شتاب حرکت جسم را حساب می‌کنیم و سپس با استفاده از قانون دوم نیوتون، μ_k را به دست می‌آوریم. در ثانیه آخر حرکت داریم:

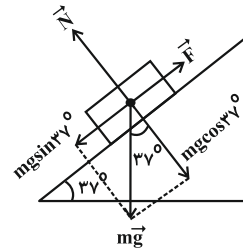
$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t \Rightarrow 0.5 = \frac{v_1 + 0}{2} \times 1 \Rightarrow v_1 = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_2 = at + v_1 \Rightarrow 0 = a \times 1 + 1 \Rightarrow a = -1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



گزینه «۱» - ۳۱

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم و سپس قانون دوم نیوتون را به کار می‌بریم و اندازه نیروی \vec{F} را حساب می‌کنیم.



$$\Sigma F = ma \Rightarrow mg \sin 37^\circ - F = ma$$

$$a = \frac{0}{\Delta t} = \frac{m}{s}, m = 2 \text{ kg}$$

$$\sin 37^\circ = \frac{0}{6}$$

$$2 \times 10 \times \frac{0}{6} - F = 2 \times \frac{0}{6}$$

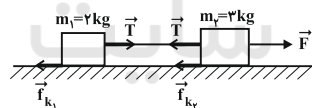
$$\Rightarrow 12 - F = 1 \Rightarrow F = 11 \text{ N}$$

گزینه «۳» - ۳۲

اگر قانون دوم نیوتون را برای وزنه m_1 بنویسیم، داریم:

$$T - f_{k1} = m_1 a$$

$$\Rightarrow T - \mu_k m_1 g = m_1 a$$



$$\Rightarrow 15 - 0 - \frac{1}{25} \times 2 \times 10 = 2a \Rightarrow a = \frac{5}{2} \frac{m}{s^2}$$

حال اگر قانون دوم نیوتون را برای کل مجموعه بنویسیم، داریم:

$$\Sigma F = (\Sigma m)a$$

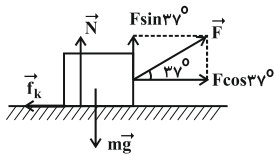
$$\Rightarrow F_{\max} - (f_{k1} + f_{k2}) = (m_1 + m_2)a_{\max}$$

$$\Rightarrow F_{\max} - \mu_k g(m_1 + m_2) = (m_1 + m_2)a_{\max}$$

$$\Rightarrow F_{\max} = (m_1 + m_2)(\mu_k g + a_{\max}) = (2 + 3)(\frac{1}{25} \times 10 + 5)$$

$$\Rightarrow F_{\max} = 37 / 5 \text{ N}$$

گزینه «۴» - ۳۳



چون جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند، پس برابری نیروهای وارد بر آن برابر با صفر است. با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N + F \sin 37^\circ = mg \Rightarrow N = mg - F \sin 37^\circ$$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F \cos 37^\circ - f_k = 0 \Rightarrow F \cos 37^\circ = \mu_k N$$

$$\Rightarrow F \cos 37^\circ = \mu_k (mg - F \sin 37^\circ)$$

$$\Rightarrow F \times \frac{4}{5} = \frac{1}{5} (2 \times 10 - F \times \frac{3}{5}) \Rightarrow F = 10 \text{ N}$$

گزینه «۴» - ۳۴

زمانی که آسانسور از حال سکون با شتاب ثابت به سمت بالا حرکت می‌کند، داریم:

$$N_1 - m_1 g = m_1 a_1 \Rightarrow N_1 = m_1 (g + a_1)$$

اما زمانی که آسانسور از حال سکون با شتاب ثابت به سمت پایین حرکت می‌کند، داریم:

$$m_2 g - N_2 = m_2 a_2 \Rightarrow N_2 = m_2 (g - a_2)$$

از آنجا که وزن ظاهری کودک و شخص یکسان است، داریم:

$$N_1 = N_2 \Rightarrow m_1 (g + a_1) = m_2 (g - a_2)$$

$$\frac{m_1 = 40 \text{ kg}}{a_1 = a_2 = \frac{m}{s^2}} \Rightarrow 40(10 + 2) = m(10 - 2) \Rightarrow m = 60 \text{ kg}$$

گزینه «۱» - ۳۵

اگر قانون دوم نیوتون را برای کل مجموعه بنویسیم، داریم:

$$\Sigma F = (\Sigma M)a \Rightarrow m_1 g \sin 37^\circ - f_{k\gamma} = (m_1 + m_2)a$$

$$\Rightarrow 4 \times 10 \times \frac{3}{5} - 0 - \frac{1}{10} \times 2 \times 10 = (4 + 2)a \Rightarrow a = \frac{3}{2} \frac{m}{s^2}$$

حال اگر قانون دوم نیوتون را برای جسم ۲ کیلوگرمی بنویسیم، خواهیم داشت:

$$T - f_{k\gamma} = m_2 a \Rightarrow T - 0 - \frac{1}{10} \times 2 \times 10 = 2 \times \frac{3}{2} \Rightarrow T = 8 \text{ N}$$



شیمی

۳۶- گزینه «۲»

حالت درست گزینه‌های «۱»، «۳» و «۴» به شرح زیر است:

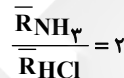
گزینه «۱»: ترمودینامیک با تعیین مقدار ΔG امکان وقوع واکنش را بررسی می‌کند.

گزینه «۳»: واکنش تجزیه سلولز کاغذ، کندتر از زنگ زدن آهن است.

گزینه «۴»: سینتیک شیمیایی، چگونگی و سرعت انجام واکنش را تعیین می‌کند.

(آهنک مصرف یا تولید مواد در یک واکنش از موارد مورد بررسی در ترمودینامیک نمی‌باشد).

۳۷- گزینه «۳»



$$\frac{\bar{R}_{\text{واکنش}}}{\bar{R}_{\text{واکنش}}} = \frac{\bar{R}_{\text{NH}_3}}{\bar{R}_{\text{HCl}}} = \frac{2\bar{R}_{\text{NH}_3}}{4\bar{R}_{\text{HCl}}} = \frac{1}{2} \times 2 = 1 \Rightarrow \bar{R}_1 = \bar{R}_2$$

$$\frac{|\Delta n_{\text{NO}}|}{4 \times \Delta t} = \frac{\Delta n_{\text{ZnCl}_2}}{1 \times \Delta t} \Rightarrow |\Delta n_{\text{NO}}| = 4 \Delta n_{\text{ZnCl}_2}$$

$$\Rightarrow \frac{\text{جرم NO}}{\text{جرم ZnCl}_2} = \frac{|\Delta n_{\text{NO}}| \times M_{\text{NO}}}{\Delta n_{\text{ZnCl}_2} \times M_{\text{ZnCl}_2}} = 4 \times \frac{30}{136} \approx 0.88$$

۳۸- گزینه «۲»

گزینه «۱»: متن کتاب (صحیح)

گزینه «۲»: این مخلوط به شدت انفجاری و خطرناک است، اما می‌توان آن را در

دمای اتاق برای مدت طولانی نگهداری کرد. (فکر کنید صفحه ۱۸) (غلط)

گزینه «۳»: حاشیه صفحه ۱۵ (صحیح)

گزینه «۴»: در این واکنش، در هنگام تشکیل پیچیده فعال، پیوند N-Cl در حال

سست شدن و پیوند Cl-Cl در حال تشکیل شدن است. (صحیح)

۳۹- گزینه «۳»

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: در واکنش‌های بنیادی، ضریب واکنش دهنده‌ها، مرتبه آن‌ها در رابطه

$$\text{قانون سرعت را نشان می‌دهد: } R = k[A]^2$$

یکای k: $\text{L.mol}^{-1}.\text{s}^{-1}$

گزینه «۲»: غلظت B و C از ابتدا تا انتهای واکنش با هم برابر است.

گزینه «۳»: واکنش فقط در صورتی که سرعت ثابتی داشته باشد، در ثانیه $t = 10$

به اتمام می‌رسد.

گزینه «۴»: با توجه به رابطه قانون سرعت که به صورت $R = k[A]^2$ می‌باشد،

نمودار R برحسب [A] به صورت سهمی می‌باشد.

۴۰- گزینه «۳»

ثابت سرعت واکنش (k) کمی تجربی و وابسته به دماست.

۴۱- گزینه «۳»



$2/4$	0	0
$-2x$	$2x$	x
$2/4 - 2x$	$2x$	x

$$2/4 - 2x + 2x + x = 2/4 + \frac{40}{100}(2/4) \Rightarrow x = 0.96$$

گاز دو اتمی موجود در این واکنش O_2 است که 0.96 مول از آن تولید شده

است.

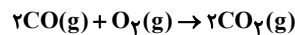
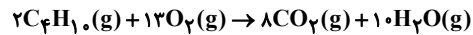
$$\bar{R}_{\text{O}_2} = \frac{\Delta n}{V \cdot \Delta t} = \frac{0.96 \text{ mol}}{2 \text{ Lit} \times 30 \text{ s} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}} = 0.64 \text{ mol.L}^{-1}.\text{min}^{-1}$$



۴۲- گزینه «۴»

گاز CO_2 در نتیجه فعالیت مبدل‌های کاتالیستی در دو واکنش زیر تولید

می‌شود:



به ازای طی هر کیلومتر $5/32 = 5/61 - 0/93 = 5/93$ گرم گاز CO و

$1/74 = 1/8 - 0/06 = 1/8$ گرم گاز C_6H_6 وارد این دو واکنش می‌شوند.

بنابراین:

۴۴- گزینه «۳»

شکل درست سایر گزینه‌ها به ترتیب عبارت‌اند از:

گزینه «۱»: فرایند مجاورت در تولید صنعتی سولفوریک اسید مورد استفاده قرار

می‌گیرد.

گزینه «۲»: غلظت یک ماده جامد یا مایع خالص، از تقسیم جگالی ماده به جرم

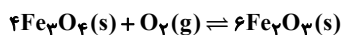
مولی آن به دست می‌آید.

گزینه «۴»: واکنش‌های سوختن برگشت‌ناپذیر هستند.

۴۵- گزینه «۱»

برای موازنه معادله‌ای که مگنتیت در سمت چپ و هماتیت در سمت راست قرار

دارد، باید اکسیژن را هم در سمت چپ قرار دهیم.



عبارت اول نادرست است. یکای ثابت تعادل $\text{mol}^{-1} \cdot \text{L}$ است.

عبارت دوم درست است. جرم هماتیت تولید شده در واکنش رفت، برابر مجموع

جرم مگنتیت و اکسیژن مصرف شده است.

عبارت سوم درست است. تعادل دارای دو فاز جامد و یک فاز گازی است.

عبارت چهارم نادرست است. غلظت ماده جامد ثابت است و تغییر نمی‌کند.

$$\left. \begin{aligned} \frac{5}{32} \text{gCO} \times \frac{1 \text{ molCO}}{28 \text{ gCO}} \times \frac{1 \text{ molCO}_2}{1 \text{ molCO}} \times \frac{44 \text{ gCO}_2}{1 \text{ molCO}_2} &= 8/36 \text{ gCO}_2 \\ \frac{1}{74} \text{gC}_6\text{H}_6 \times \frac{1 \text{ molC}_6\text{H}_6}{96 \text{ gC}_6\text{H}_6} \times \frac{2 \text{ molCO}_2}{1 \text{ molC}_6\text{H}_6} \times \frac{44 \text{ gCO}_2}{1 \text{ molCO}_2} &= 5/28 \text{ gCO}_2 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow 13/64 \text{ gCO}_2$$

$$\frac{13/64 \text{ g}}{1000 \text{ m}} = 1/364 \times 10^{-2} \frac{\text{g}}{\text{m}}$$

آهنگ ورود CO_2 به هواکره

۴۳- گزینه «۲»

موارد «آ» و «ت»، جاهای خالی را به درستی تکمیل می‌کنند. در لحظه تعادل

داریم: $0 \neq \text{برگشت} = R_{\text{رفت}} = R$ و بر این اساس غلظت واکنش‌دهنده‌ها و

فرآورده‌ها ثابت باقی می‌ماند.