



# آزمون غیر حضوری

## دوازدهم ریاضی

### (۱۸ آبان ۱۳۹۷)

### (مباحث ۲ آذر ۹۷)

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه ۳	ریاضیات گسسته	فیزیک ۳	شیمی ۳
گزینشگر	سید عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	بابک اسلامی	سهند راحمی پور
گروه ویراستاری	مرضیه گودرزی علی ارجمند	علی ارجمند سید عادل حسینی	علی ارجمند سید عادل حسینی	حمید زرین کفش	سهند راحمی پور
مسئول درس	سید عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	بابک اسلامی	سهند راحمی پور

گروه فنی و تولید:

مسئول تولید آزمون غیر حضوری	محمد اکبری
مسئول دفترچه آزمون غیر حضوری	زرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مریم صالحی مسئول دفترچه: آتیه اسفندیاری
حروف نگار و صفحه آرا	حسن خرم جو
ناظر چاپ	سوران نعیمی

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۶۹۶۲۴۰۰

«تمام دارایی‌ها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلمچی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»

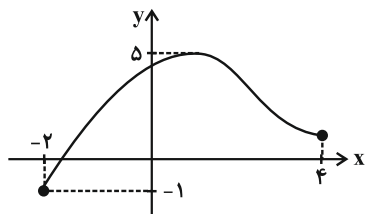
## حسابان ۲

تابع، مثلثات

صفحه‌های ۱ تا ۳۴

## حسابان ۲

۱- اگر نمودار تابع  $y = \frac{1}{3}f(4x+2) - 2$  به صورت زیر باشد، دامنه تابع  $y = -f\left(\frac{x}{3}\right) + 1$  کدام است؟



(۱)  $[-6, 18]$

(۲)  $\left[-\frac{2}{3}, \frac{4}{3}\right]$

(۳)  $\left[-3, \frac{2}{3}\right]$

(۴)  $[-18, 54]$

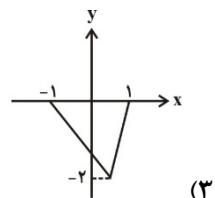
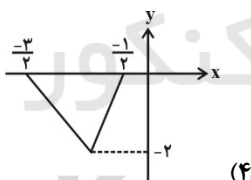
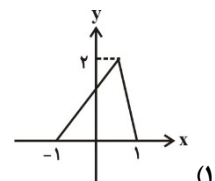
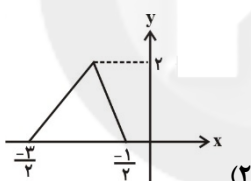
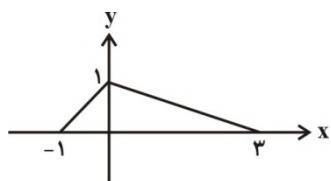
۲- اگر نقطه  $(3, 4)$  روی تابع  $f(x)$  بوده و  $g(x) = 3f(4x-1) + 2$  نسبت به مبدأ متقارن باشد، کدام نقطه زیر لزوماً روی نمودار  $f(x)$  قرار دارد؟

(۴)  $\left(5, -\frac{16}{3}\right)$

(۳)  $\left(-5, -\frac{16}{3}\right)$

(۲)  $\left(-1, -\frac{16}{3}\right)$

(۱)  $\left(1, \frac{16}{3}\right)$



۳- اگر نمودار تابع  $f$  مانند شکل مقابل باشد، نمودار تابع  $y = -2f(-2x+1)$  کدام است؟

۴- کدام گزینه در مورد تابع  $f(x) = \frac{1}{[2x]+x}$  با دامنه  $\mathbb{R}^+$  درست است؟ [ ]، [ ]، [ ]، [ ] (نماد جزء صحیح است).

(۱) صعودی است ولی اکیداً صعودی نیست.

(۲) نزولی است ولی اکیداً نزولی نیست.

(۳) نه صعودی است و نه نزولی.

(۴) اکیداً نزولی است.

۵- اگر  $f$  تابعی اکیداً صعودی باشد و برای هر  $x$  حقیقی،  $f(x) \leq x$  باشد، مجموعه جواب نامعادله  $f \circ f(x) < f(x^2 + 1)$  کدام است؟

(۱)  $(-\infty, 0)$

(۲)  $\emptyset$

(۳)  $\mathbb{R}$

(۴)  $(0, 1)$



۶- اگر چند جمله‌ای  $(a-b)x^3 + ax^2 + bx - 2$  بر عبارت  $2x^2 - x - 1$  بخش پذیر باشد،  $a+b$  کدام است؟

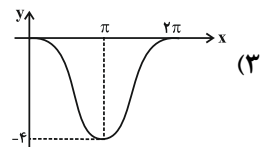
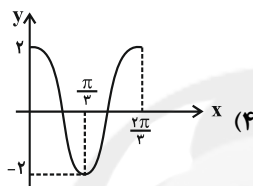
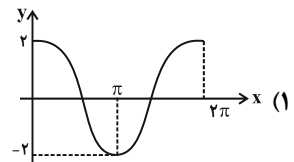
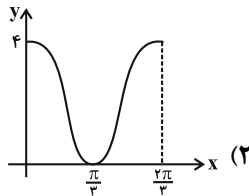
۵ (۴)

-۲ (۳)

-۴ (۲)

صفر (۱)

۷- نمودار تابع  $y = 2\cos 3x$  در یک دوره تناوب کدام است؟

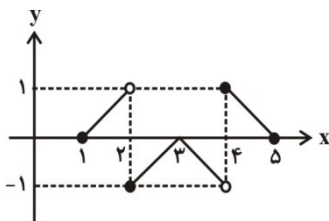


۸- تابع  $y = 2\sin(b\pi x)$  در نقاطی به طول‌های  $x = a$  و  $x = \frac{3}{4}$  به ترتیب حداکثر مقدار ۲ و حداقل مقدار -۲ را دارد. دوتایی مرتب

$(a, b)$  کدام می‌تواند باشد؟

(۲)  $(\frac{1}{4}, 1)$ (۱)  $(-\frac{1}{4}, 1)$ (۴)  $(-\frac{1}{4}, -\frac{1}{4})$ (۳)  $(\frac{1}{4}, -1)$ 

۹- نمودار تابع متناوب  $f$  در یک دوره تناوب به صورت زیر است. ضابطه تابع در بازه  $(103, 104)$  کدام است؟

(۱)  $y = x + 101$ (۲)  $y = x + 102$ (۳)  $y = -x + 103$ (۴)  $y = -x + 104$ 

۱۰- اگر  $f$  تابع متناوب با دامنه  $\mathbb{R}$  و دوره تناوب ۳ باشد، دوره تناوب تابع  $y = 2f(\frac{3x}{4} + 1) - 3$  کدام خواهد بود؟

(۲) ۴

(۱) ۳

(۴) ۱۲

(۳) ۷



هندسه ۳

ماتریس و کاربردها  
صفحه‌های ۹ تا ۳۱

هندسه ۳

۱۱- اگر  $A$  ماتریس مربعی و غیر صفر و  $A^2 = \bar{O}$  باشد، آنگاه حاصل  $(2A - I)^3$  همواره کدام است؟

$$4A - I \quad (1) \quad 8A - I \quad (2)$$

$$2A - I \quad (3) \quad 6A - I \quad (4)$$

۱۲- اگر  $A$  یک ماتریس مربعی مرتبه  $n$  و  $B = I_n - A$  باشد، ماتریس  $A^2 + AB + B$  برابر کدام است؟

$$I_n \quad (1) \quad A \quad (2)$$

$$B \quad (3) \quad AB \quad (4)$$

۱۳- حاصل عبارت  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \dots \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 10 & 1 \end{bmatrix}$  کدام است؟

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 55 & 1 \end{bmatrix} \quad (1) \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 55 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 55 & 1 \end{bmatrix} \quad (3) \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 55 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

۱۴- اگر ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 2 & m & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ m & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$  باشند، آنگاه به‌ازای کدام مجموعه مقادیر  $m$ ، مقدار دترمینان ماتریس  $AB$ 

برابر ۱۷ است؟

$$\{0, -2\} \quad (1) \quad \{-1, 2\} \quad (2)$$

$$\{-2, 2\} \quad (3) \quad \{0, 1\} \quad (4)$$

۱۵- ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}$  مفروض است. دترمینان ماتریس  $\frac{1}{4}(A^4 - A^3)$  کدام است؟

$$9 \quad (1) \quad 16 \quad (2)$$

$$18 \quad (3) \quad 36 \quad (4)$$



۱۶- معادله  $\begin{vmatrix} x & 1 & x \\ x & x & 1 \\ 1 & x & x \end{vmatrix} = 0$  چند ریشه دارد؟

(۱) فقط یک ریشه ساده (۲) فقط یک ریشه مضاعف

(۳) یک ریشه ساده و یک ریشه مضاعف (۴) سه ریشه متمایز

۱۷- برای ماتریس مربعی  $A$  از مرتبه ۳، رابطه  $AI = 6I$  برقرار است. دترمینان ماتریس  $A$  کدام است؟

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & -2 & 0 \\ 4 & 1 & 6 \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix} = 6I$$

(۱) -۳ (۲) ۳

(۳) -۱ (۴) ۱

۱۸- اگر  $A$  یک ماتریس  $3 \times 3$  باشد به طوری که  $|A| = \frac{1}{4}$ ، آنگاه دترمینان وارون ماتریس  $2A^2$  کدام است؟

(۱) ۸ (۲) ۲

(۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{1}{8}$

۱۹- اگر  $A$  و  $B$  ماتریس‌های مربعی مرتبه ۲ باشند به طوری که  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$  و  $A + B = AB$ ، وارون ماتریس  $B$  کدام است؟

(۱)  $\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

(۳)  $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

۲۰- اگر  $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ ،  $B = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -5 & 1 \end{bmatrix}$  و  $AX = B - 2I$  باشد، آنگاه ماتریس  $X$  کدام است؟

(۱)  $\begin{bmatrix} -7 & 2 \\ -19 & -3 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 13 & -6 \\ -19 & -3 \end{bmatrix}$

(۳)  $\begin{bmatrix} 13 & 2 \\ -19 & -3 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} 13 & 2 \\ -35 & -3 \end{bmatrix}$



## ریاضیات گسسته

## ریاضیات گسسته

## آشنایی با نظریه اعداد

صفحه‌های ۱ تا ۲۵

۲۱- چند مقدار طبیعی و دو رقمی  $a$  وجود دارد به طوری که دو عدد  $3n + a$  و  $7n + 3$  به ازای هر

$n \in \mathbb{N}$ ، نسبت به هم اول باشند؟

(۱) هیچ (۲) ۱

(۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۲۲- به ازای چند عدد صحیح  $n$ ، بزرگترین مقسوم علیه مشترک دو عدد  $n^2 - n$  و  $n^2 + n$  برابر ۹ است؟

(۱) ۱ (۲) ۲

(۳) ۴ (۴) هیچ

۲۳- در یک تقسیم، مقسوم، مقسوم علیه و خارج قسمت، اعدادی اول و باقیمانده، برابر ۱۱ است. خارج قسمت این تقسیم کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۳

(۳) ۵ (۴) ۷

۲۴- برای چند عدد طبیعی  $n$ ، رابطه  $2n^2 - 3n + 3 \mid 2n + 1$  برقرار است؟

(۱) هیچ (۲) ۴

(۳) ۱ (۴) ۲

۲۵- خارج قسمت تقسیم ۷۸۷ بر چند عدد طبیعی برابر ۱۰ است؟

(۱) ۱۰ (۲) ۸

(۳) ۷ (۴) ۶



۲۶- اگر  $3a \equiv 7 \pmod{11}$  و  $5a \equiv 2b \pmod{11}$ ، آنگاه باقی مانده تقسیم  $b$  بر ۱۱ کدام است؟

۳ (۱)

۴ (۲)

۶ (۳)

۷ (۴)

۲۷- کوچک ترین عدد طبیعی  $a$  برای این که رابطه  $a \equiv 0 \pmod{11}$  و  $9^{31} + 3^{19}$  برقرار باشد، کدام است؟

۸ (۲)

۱۰ (۱)

۵ (۴)

۷ (۳)

۲۸- رقم یکان عدد  $S = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{100}$  کدام است؟

۲ (۲)

صفر (۱)

۸ (۴)

۵ (۳)

۲۹- چند عدد پنج رقمی به صورت  $\overline{ab^0ab}$  وجود دارد به طوری که مضرب ۹۹ باشد؟

۱۷ (۲)

۱۸ (۱)

۹ (۴)

۱۰ (۳)

سایت کنکور  
Konkur.in

۳۰- اعداد صحیح  $a = 6k - 3$  و  $b = 6k' + 2$  مفروض اند. کدام یک از اعداد زیر در دسته همنهشتی  $a + 2b$  به پیمانه ۶ قرار

دارد؟  $(k, k' \in \mathbb{Z})$

۳ (۲)

صفر (۱)

۱۳ (۴)

۹ (۳)

فیزیک

## فیزیک

حرکت بر خط راست - دینامیک

و حرکت دایره‌ای

صفحه‌های ۱ تا ۴۸

۳۱- متحرکی فاصله مستقیم بین دو نقطه را با تندی ثابت  $16 \frac{m}{s}$  و متحرک دیگری همان فاصله را با

تندی ثابت  $12 \frac{m}{s}$  طی می‌کند. اگر زمان حرکت متحرک دوم  $50$  ثانیه بیش‌تر از زمان حرکت متحرک

اول باشد، فاصله بین دو نقطه چند متر است؟

۶۰۰ (۲)

۲۰۰ (۱)

۲۴۰۰ (۴)

۸۰۰ (۳)

۳۲- سرعت ذره‌ای که با شتاب ثابت در مسیری مستقیم حرکت می‌کند، در مکان‌های  $x_1 = 1m$  و  $x_2 = 15m$ ، به ترتیب برابر با  $5 \frac{m}{s}$  و  $9 \frac{m}{s}$

است. اگر مکان اولیه ذره برابر با  $25m$  باشد، اندازه سرعت اولیه آن بر حسب متر بر ثانیه و شتاب حرکت آن بر حسب متر بر

مجذور ثانیه، به ترتیب از راست به چپ، کدام است؟

۲، ۴ (۲)

۴، ۲ (۱)

۱، ۳ (۴)

۳، ۱ (۳)

۳۳- معادله حرکت جسمی در SI به صورت  $x = 2t^2 - 4t - 8$  است. کدام گزینه در مورد نوع و جهت حرکت جسم درست است؟

(۱) همواره در جهت خلاف محور  $x$  ها و کندشونده است.

(۲) در فاصله زمانی  $0 < t < 1s$  حرکت در جهت محور  $x$  ها و تندشونده و بعد از آن در خلاف جهت محور  $x$  ها و کندشونده است.

(۳) در فاصله زمانی  $0 < t < 1s$  حرکت در جهت محور  $x$  ها و کندشونده و بعد از آن در خلاف جهت محور  $x$  ها و تندشونده است.

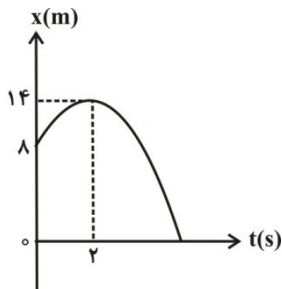
(۴) در فاصله زمانی  $0 < t < 1s$  حرکت در خلاف جهت محور  $x$  ها و کندشونده و بعد از آن در جهت محور  $x$  ها و تندشونده است.





۳۴- نمودار مکان - زمان حرکت یک متحرک روی خط راست، مطابق سهمی شکل زیر است. معادله سرعت - زمان متحرک در SI کدام

است؟



$$v = 3 + 6t \quad (1)$$

$$v = 6 + 3t \quad (2)$$

$$v = 3 - 6t \quad (3)$$

$$v = 6 - 3t \quad (4)$$

۳۵- در شرایط خلأ، دو گلوله به فاصله زمانی  $2/5$  s از یک نقطه بالای سطح زمین از حال سکون رها می‌شوند. چند ثانیه پس از رها

شدن گلوله اول، فاصله دو گلوله به  $68/75$  m می‌رسد؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$  و ارتفاع به اندازه کافی زیاد است).

$$2/5 \quad (1)$$

$$4 \quad (3)$$

۳۶- نیروی  $F$  به جرم  $m$  کیلوگرم شتاب  $1/2 \frac{m}{s^2}$  و به جرم  $(m+5)$  کیلوگرم شتاب  $8/10 \frac{m}{s^2}$  می‌دهد.  $m$  چند کیلوگرم است؟

$$5 \quad (2)$$

$$8 \quad (4)$$

Konkur.in

۳۷- کدام یک از عبارتهای زیر درست است؟

(۱) اگر دو نفر هر یک با نیروی  $10N$  دو سر طنابی افقی را بکشند، نیروی کشش طناب برابر  $20N$  است.

(۲) زمانی که نیروی خالص وارد بر جسمی صفر نیست، جسم میل دارد وضعیت حرکت خود را حفظ کند.

(۳) اگر پرنده‌ای به یک هواپیمای در حال پرواز برخورد کند، بزرگی نیروی وارد بر پرنده از طرف هواپیما برابر با بزرگی نیروی وارد

بر هواپیما از طرف پرنده است.

(۴) برایند نیروهای کنش و واکنش (عمل و عکس‌العمل) صفر است.



۳۸- فنر بدون جرمی با طول اولیه  $l_0$  و ثابت فنر  $k$  از سقف یک آسانسور ساکن آویزان شده است. بار اول جرم  $m$  را به انتهای فنر

متصل کرده و بعد از ایجاد تعادل، آسانسور با شتاب ثابت  $\frac{2m}{s^2}$  به طرف بالا شروع به حرکت می‌کند. بار دوم جرم  $m'$  را به انتهای

فنر متصل کرده و بعد از ایجاد تعادل، آسانسور با شتاب ثابت  $\frac{2m}{s^2}$  از حالت سکون به طرف پایین شروع به حرکت می‌کند. اگر

افزایش طول فنر نسبت به طول اولیه در حالت دوم، ۲ برابر حالت اول باشد، حاصل  $\frac{m'}{m}$  کدام است؟  $(g = 10 \frac{N}{kg})$

۱ (۱)  $2$  (۲)

۳ (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)

۳۹- انرژی جنبشی جسمی برابر با  $200J$  است. اگر بزرگی تکانه جسم  $10\%$  افزایش یابد، کار برابند نیروهای وارد بر جسم در اثر این

تغییر اندازه تکانه، چند ژول می‌شود؟

۲۴۲ (۱)  $42$  (۲)

۲۰ (۳)  $220$  (۴)

۴۰- اندازه تکانه جسم  $A$  دو برابر اندازه تکانه جسم  $B$  و انرژی جنبشی جسم  $A$  نصف انرژی جنبشی جسم  $B$  است. جرم جسم  $A$  چند برابر

جرم جسم  $B$  است؟

$\frac{1}{8}$  (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)

۴ (۳)  $8$  (۴)



## شیمی

## شیمی

مولکول‌ها در خدمت تندرستی  
آسایش و رفاه در سایه شیمی  
صفحه‌های ۱ تا ۴۴

۴۱- از بین دو ماده سدیم هیدروکسید و پتاسیم هیدروکسید، ترکیب مناسب را برای تبدیل چربی  $\text{CH}_3(\text{CH}_2)_{16}\text{COOH}$  به صابون جامد را انتخاب می‌کنیم. برای تبدیل  $908/8$  گرم از این چربی به صابون جامد، چند گرم از ترکیب انتخاب شده مصرف می‌شود؟  
( $K = 39, Na = 23, O = 16, C = 12, H = 1: \text{g.mol}^{-1}$ )

۱۲۸ (۱)      ۱۲۸۰ (۲)      ۱۷۹/۲ (۳)      ۱۷۹۲ (۴)

۴۲- کدام عبارت نادرست است؟

- ۱) در منابع علمی به جای  $\text{H}_3\text{O}^+(\text{aq})$  از نماد  $\text{H}^+(\text{aq})$  استفاده می‌کنند.
- ۲) یکی از اهداف الکتروشیمی اطمینان از کیفیت فرآورده‌هاست.
- ۳) درصد یونش یک اسید همیشه بین ۰ و ۱ است.
- ۴) فورمیک اسید، قدرت اسیدی بیشتری از استیک اسید دارد.

۴۳- در واکنش  $2A(g) + bB(g) \rightleftharpoons cC(g) + 2D(g)$  اگر به ازای تولید هر مول  $D$ ، نیم مول  $C$  تولید شود، ثابت تعادل چند

$$L.\text{mol}^{-1} \text{ است؟ } \left( \frac{[D]}{[A]} = 2, [C] = 3 \text{ mol.L}^{-1}, [B] = 4 \text{ mol.L}^{-1} \right)$$

۳ (۱)      ۱/۵ (۲)      ۰/۳۷۵ (۳)      ۰/۷۵ (۴)

۴۴- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- ۱) شیر منیزی یکی از رایج‌ترین ضداسیدها بوده که شامل منیزیم هیدروکسید است و به عنوان یک سوسپانسیون در نظر گرفته می‌شود.
- ۲) اگر در نمونه‌ای از عصاره گوجه فرنگی، غلظت یون هیدرونیوم  $4 \times 10^6$  برابر غلظت یون هیدروکسید باشد،  $\text{pH}$  نمونه برابر  $3/7$  است.

۳) درجه یونش محلول  $0/25$  مولار آمونیاک برابر با  $0/8$  است. ( $K_b = 1/6 \times 10^{-5}$ )

۴) آمونیاک از جمله بازهای ضعیف است؛ به طوری که در محلول آن افزون بر مقدار کمی از یون‌های آب پوشیده، شمار بسیاری از مولکول‌های آمونیاک نیز یافت می‌شود.

۴۵- کدام یک از موارد زیر درست هستند؟

- ۱) برای کاهش عوارض مصرف آسپرین می‌توان از  $\text{Al}(\text{OH})_3$  استفاده کرد.
- ۲) کلسیم اکسید، یک اکسید بازی است و کاغذ  $\text{pH}$  را به رنگ نارنجی تغییر می‌دهد.
- ۳) رنگ گل ادریسی در خاکی که غلظت  $\text{OH}^-$  در آن برابر  $5 \times 10^{-10}$  مول بر لیتر است، آبی است.
- ۴) در دما و غلظت یکسان مجموع بار محلول  $\text{HCl}$  از  $\text{HF}$  بیشتر است.

الف، پ (۱)      الف، ت، پ (۲)      الف، ب (۳)      پ، ت (۴)



۴۶- کدام گزینه درست است؟

- (۱) نیم‌واکنش‌های اکسایش - کاهش تنها از نظر جرم موازنه هستند.
- (۲) در واکنش روی و اکسیژن، روی دچار کاهش شعاع می‌شود و کاهش می‌یابد.
- (۳) در واکنش پلاتین و اکسیژن، اکسیژن نقش اکسنده را دارد.
- (۴) در واکنش  $2Zn + O_2 \rightarrow 2ZnO$  در مجموع ۴ الکترون جابه‌جا می‌شود.
- ۴۷- چه تعداد از موارد زیر در مورد واکنش روی و محلول مس (II) سولفات درست است؟ ( $Cu = 63/5, Zn = 65/5: g.mol^{-1}$ )

• فرآورده‌ها از واکنش دهنده‌ها پایدارتر هستند.

• با گذشت زمان رنگ محلول کم‌رنگ‌تر می‌شود.

• با جابه‌جا شدن ۵ مول الکترون، ۵ گرم به جرم مواد جامد افزوده می‌شود.

• فلز مس، جایگزین اتم‌های سطح روی می‌شود.

۱ (۱) ۲ (۲)

۳ (۳) ۴ (۴)

- ۴۸- در واکنش بین محلول نقره‌نیترات و فلز روی، اگر به جرم تیغه  $30/2$  گرم افزوده شده باشد، چند مول الکترون مبادله شده است؟ ( $Zn = 65, Ag = 108: g.mol^{-1}$ )

۰/۲ (۱) ۰/۴ (۲)

۰/۶ (۳) ۰/۸ (۴)

۴۹- کدام عبارت درست است؟

- (۱) در تمام واکنش‌های اکسایش - کاهش، انرژی نیز آزاد می‌شود.
- (۲) در گذشته از نوعی واکنش اکسایش - کاهش به عنوان تامین نور مورد نیاز عکاسی استفاده می‌شد.
- (۳) آهن نسبت به روی تمایل بیشتری برای از دست دادن الکترون دارد.
- (۴) یون‌های  $Zn^{2+}$  توسط اتم‌های هیدروژن آب احاطه می‌شوند.
- ۵۰- واکنش بین الیاف آهن با محلول مس (II) سولفات باعث تولید فلزی ..... می‌شود و در اثر افزودن طلا به محلول مس (II) سولفات،  
دما .....

(۱) سرخ‌رنگ - کاهش می‌یابد. (۲) سرخ‌رنگ - ثابت می‌ماند.

(۳) نقره‌ای رنگ - ثابت می‌ماند. (۴) نقره‌ای رنگ - کاهش می‌یابد.



## حسابان ۲

-۱ گزینۀ «۴»

(علی اصغر شریفی)

$$-2 \leq x \leq 4 \Rightarrow -8 \leq 4x \leq 16 \Rightarrow -6 \leq 4x + 2 \leq 18$$

$$\Rightarrow D_{f(x)} = [-6, 18]$$

$$-6 \leq \frac{x}{3} \leq 18 \Rightarrow -18 \leq x \leq 54 \Rightarrow D_{f\left(\frac{x}{3}\right)} = [-18, 54]$$

$$\Rightarrow D_{-f\left(\frac{x}{3}\right)+1} = [-18, 54]$$

-۲ گزینۀ «۳»

(راور یوالسنی)

اگر تابع  $g$  نسبت به مبدأ متقارن باشد، یعنی  $g(-x) = -g(x)$ . ذکر این نکته

الزامی است که تقارن نسبت به مبدأ از دو تقارن نسبت به محورها به دست

می آید.

$$g(x) = 3f(4x-1) + 2 \quad \text{و} \quad g(-x) = 3f(-4x-1) + 2$$

$$g(-x) = -g(x) \Rightarrow 3f(-4x-1) + 2 = -(3f(4x-1) + 2)$$

$$\Rightarrow 3f(-4x-1) + 3f(4x-1) = -4$$

$$\text{اگر } -4x-1 = 3 \Rightarrow -4x = 4 \Rightarrow x = -1$$

$$\Rightarrow 3f(3) + 3f(-5) = -4$$

$$\frac{f(3)=4}{\rightarrow} 12 + 3f(-5) = -4 \Rightarrow f(-5) = \frac{-16}{3}$$

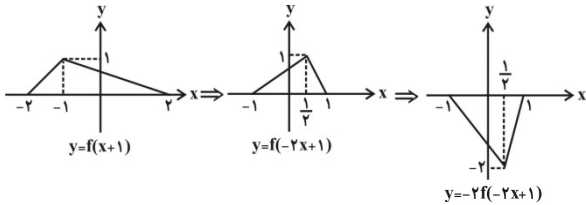
$$\Rightarrow \left(-5, \frac{-16}{3}\right) \in f$$

-۳ گزینۀ «۳»

(مییب شفیی)

ابتدا نمودار  $y = f(x+1)$  را رسم می‌کنیم، سپس به وسیله آن نمودار

$$y = f(-2x+1) \text{ و درانتها } y = -2f(-2x+1) \text{ را رسم خواهیم کرد.}$$



-۴ گزینۀ «۴»

(عزیزاله علی اصغری)

$$x_1 < x_2 \Rightarrow 2x_1 < 2x_2 \Rightarrow [2x_1] \leq [2x_2]$$

$$\Rightarrow x_1 + [2x_1] < x_2 + [2x_2]$$

$$\xrightarrow{\text{در دامنه } \mathbb{R}^+} \frac{1}{x_1 + [2x_1]} > \frac{1}{x_2 + [2x_2]}$$

$$\Rightarrow f(x_1) > f(x_2) \Rightarrow \text{تابع اکیداً نزولی است.}$$

-۵ گزینۀ «۳»

(مهم قیری)

$$f(f(x)) < f(x^2+1) \xrightarrow{f \text{ اکیداً صعودی}} f(x) < x^2+1$$

داریم:  $f(x) \leq x$  و می‌دانیم به ازای هر عدد حقیقی  $x$ :  $x < x^2+1$  (زیرا

$$x^2 - x + 1 \text{ عبارتی درجه } 2 \text{ با } \Delta < 0 \text{ و } a > 0 \text{ است. پس: } x^2 - x + 1 > 0$$

در نتیجه برای هر  $x$ :  $f(x) < x^2+1$  و جواب نامعادله کل اعداد حقیقی

است.



۶- گزینه «۲»

(باسین سپور)

$$2x^2 - x - 1 = (2x + 1)(x - 1)$$

برای این که عبارت داده شده بر  $2x^2 - x - 1$  بخش پذیر باشد، باید بر هر دو

عامل  $x - 1$  و  $2x + 1$  بخش پذیر باشد. پس:

$$x = 1 : (a - b) + a + b - 2 = 0 \Rightarrow a = 1$$

$$x = -\frac{1}{2} : -\frac{a - b}{2} + \frac{a}{4} - \frac{b}{2} - 2 = 0 \Rightarrow b = -5$$

$$\Rightarrow a + b = -4$$

۷- گزینه «۴»

(جمال الدین مسینی)

می دانیم  $1 \leq \cos^3 x \leq -1$ ، بنابراین  $2 \leq 2 \cos^3 x \leq -2$  است. از طرف دیگر

دوره تناوب تابع فوق  $\frac{2\pi}{3}$  می باشد، لذا گزینه «۴» صحیح است.

۸- گزینه «۲»

(حسن نصرتی تاهوک)

در  $x = \frac{3}{4}$ ، حداقل مقدار  $-2$  را دارد، پس:

$$-2 = 2 \sin \frac{3b\pi}{4} \Rightarrow \sin \frac{3b\pi}{4} = -1 = \sin \frac{3\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{3b\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow b = 1 \Rightarrow y = 2 \sin \pi x$$

تابع در  $x = a$  حداکثر مقدار ۲ را دارد. حداکثر مقدار این تابع هنگامی اتفاق

می افتد که  $x = \frac{1}{4} + 2k$  باشد، بنابراین  $a$  می تواند مقدار  $\frac{1}{4}$  را بپذیرد.

لازم به ذکر است که  $b$  می تواند مقادیر دیگری نیز داشته باشد و به تبع آن مقادیر

$a$  نیز تغییر می کنند.

(کلاطم ایلالی)

۹- گزینه «۳»

با توجه به این که دوره تناوب تابع برابر ۴ است، نمودار تابع در بازه  $(103, 104)$

مانند بازه  $(3, 4)$  خواهد بود. یعنی نمودار خطی است که از نقاط  $(103, 0)$  و

$(104, -1)$  عبور خواهد کرد که معادله آن به صورت  $y = -x + 103$  نوشته

می شود.

(فریرون ساعتی)

۱۰- گزینه «۲»

می دانیم تابع  $f$  متناوب است، هرگاه عدد حقیقی مخالف صفر مانند  $T$  موجود

باشد، به طوری که  $f(x + T) = f(x)$ ، پس:

$$2f\left(\frac{3(x+T)}{4} + 1\right) - 3 = 2f\left(\frac{3x}{4} + 1\right) - 3$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{3(x+T)}{4} + 1\right) = f\left(\frac{3x}{4} + 1\right) \Rightarrow f\left(\frac{3x}{4} + \frac{3T}{4} + 1\right) = f\left(\frac{3x}{4} + 1\right)$$

چون دوره تابع  $f$  برابر ۳ است،  $\frac{3T}{4}$  باید برابر ۳ باشد. یعنی:

$$\Rightarrow \frac{3T}{4} = 3 \Rightarrow T = 4$$

نکته: اگر تابع متناوب  $f(x)$  دارای دوره تناوب  $T$  باشد، دوره تناوب

$f\left(\frac{T}{a}x + b\right)$ ،  $\frac{T}{a}$  است.



هندسه ۳

۱۱- گزینه «۴»

(هومن نورائی)

می‌دانیم که  $AI = IA = A$  و  $A^2 = \bar{O}$ ، لذا داریم:

$$\begin{aligned} (2A - I)^3 &= 8A^3 - 12A^2I + 6AI^2 - I^3 \\ &= 8AA^2 - 12A^2 + 6A - I = \bar{O} - \bar{O} + 6A - I = 6A - I \end{aligned}$$

۱۲- گزینه «۱»

(ممدعلی نازپرور)

$$B = I_n - A \Rightarrow A + B = I_n$$

$$\begin{aligned} A^2 + AB + B &= A(A + B) + B \\ &= AI_n + B = A + B = I_n \end{aligned}$$

۱۳- گزینه «۱»

(مهرزاد ملونری)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ a & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ b & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ a+b & 1 \end{bmatrix}$$

نکته:

با توجه به رابطه بالا داریم:

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \dots \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 10 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1+2+\dots+10 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 55 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

۱۴- گزینه «۳»

(ممدابراهیم کیتی زاده)

$$AB = \begin{bmatrix} 2 & m & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ m & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m^2 + 5 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow |AB| = 2(m^2 + 5) - 1 = 17 \Rightarrow m^2 = 4 \Rightarrow m = \pm 2$$

۱۵- گزینه «۱»

(ممدابراهیم کیتی زاده)

$$B = \frac{1}{4}(A^4 - A^2) = \frac{1}{4}A^2(A - I)$$

$$\Rightarrow |B| = \left| \frac{1}{4}A^2(A - I) \right| = \frac{1}{8}|A|^2|A - I|$$

$$|A| = 2, A - I = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |A - I| = 9$$

$$\Rightarrow |B| = \frac{1}{8} \times 2^2 \times 9 = 9$$

۱۶- گزینه «۳»

(ممدابراهیم کیتی زاده)

طبق قاعده ساروس داریم:

$$\begin{vmatrix} x & 1 & x \\ x & x & 1 \\ 1 & x & x \end{vmatrix} = (x^2 + x^2 + 1) - (x^2 + x^2 + x^2) = (2x^3 - 3x^2 + 1)$$

اگر مقدار دترمینان را مساوی صفر قرار دهیم، آنگاه داریم:

$$2x^3 - 3x^2 + 1 = 0 \Rightarrow 2x^3 - 2x^2 - x^2 + 1 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2(x-1) - (x-1)(x+1) = 0 \Rightarrow (x-1)(2x^2 - x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ 2x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-\frac{1}{2} \end{cases} \end{cases}$$

بنابراین  $x=1$  ریشه مضاعف و  $x=-\frac{1}{2}$  ریشه ساده این معادله است.



گزینه ۱»

(مسین فابیلو)

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & -2 & 0 \\ 4 & 1 & 6 \end{vmatrix} = |A| = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix} = |6I|$$

$$\Rightarrow (1 \times (-2) \times 6) |A| = (-2 \times (-3) \times 1) \Rightarrow 6^3$$

$$\Rightarrow (-12) |A| (6) = 216 \Rightarrow |A| = -3$$

تذکر: دترمینان ماتریس‌هایی که تمامی درایه‌های بالای قطر اصلی یا زیر قطر

اصلی آن‌ها برابر صفر باشند، برابر حاصل ضرب درایه‌های واقع بر قطر اصلی

است.

گزینه ۲»

(مسن خاطر)

$$|(2A^2)^{-1}| = \frac{1}{|2A^2|} = \frac{1}{2^2 |A|^2} = \frac{1}{8 \times (\frac{1}{4})^2} = 2$$

گزینه ۳»

(مهرداد ملونری)

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}, |A| = -2 - (-1) = -1$$

$$\Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$A + B = AB \Rightarrow A = (A - I)B$$

$$\Rightarrow A^{-1}A = A^{-1}(A - I)B$$

$$\Rightarrow I = (I - A^{-1})B \xrightarrow{BB^{-1}=I} B^{-1} = I - A^{-1}$$

$$\Rightarrow B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

گزینه ۳»

(نوید میبری)

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \text{ و } |A| = 3 \times 3 - 2 \times 4 \neq 0 \text{ ، پس } A^{-1} \text{ با توجه به این که}$$

وارون پذیر است و طرفین معادله  $AX = B - 2I$  را می‌توانیم از چپ در  $A^{-1}$ 

ضرب کنیم. داریم:

$$A^{-1}(AX) = A^{-1}(B - 2A^{-1}I)$$

$$\xrightarrow{A^{-1}A=I} X = A^{-1}B - 2A^{-1} \quad (*)$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \text{ پس با جای گذاری در } (*) \text{ خواهیم}$$

داشت:

$$X = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -5 & 1 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 19 & -2 \\ -27 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 & -4 \\ -8 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 & 2 \\ -19 & -3 \end{bmatrix}$$

### ریاضیات گسسته

گزینه ۱»

(عنایت‌اله کشاورزی)

$$(3n + a, 7n + 2) = d \Rightarrow \begin{cases} d | 3n + a \\ d | 7n + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d | 21n + 7a \\ d | 21n + 9 \end{cases}$$

$$\Rightarrow d | 7a - 9$$

برای آن که همواره  $d = 1$  باشد، باید  $7a - 9 = \pm 1$  باشد:

$$\begin{cases} 7a - 9 = 1 \Rightarrow a = \frac{10}{7} \notin \mathbb{N} \\ 7a - 9 = -1 \Rightarrow a = \frac{8}{7} \notin \mathbb{N} \end{cases}$$

پس هیچ مقداری برای  $a$  وجود ندارد.





۲۲- گزینه «۴»

(هنریک سرکیسیان)

نکته: اگر  $a$  یک عدد صحیح باشد:

$$a \begin{cases} \text{فرد} & ; 2 \\ \text{زوج} & ; 1 \end{cases} \Rightarrow (a+1, a-1) = \begin{cases} 2 \\ 1 \end{cases}$$

داریم:

$$(n^2 - n, n^2 + n) = 9 \Rightarrow |n|(n-1, n+1) = 9$$

پس  $|n| \times 2 = 9$  یا  $|n| \times 1 = 9$ . حالت اول امکان پذیر نیست، اما در حالت دومداریم  $|n| = 9$ ، یعنی  $n$  فرد است که با  $(n-1, n+1) = 1$  تناقض دارد، پس

معادله فاقد جواب است.

۲۳- گزینه «۱»

(مسین علمدار)

طبق قضیه تقسیم، اگر مقسوم، مقسوم علیه و خارج قسمت را به ترتیب با  $a$ ،  $b$ و  $q$  نمایش دهیم، آنگاه  $a = bq + 11$  است و در نتیجه  $a > 11$  می باشد. باتوجه به این که  $a$  عددی اول است، پس قطعاً  $a$  عددی فرد و  $11 - a$  عددیزوج خواهد بود. بنابراین  $bq$  عددی زوج است. از طرفی  $b > 11$  و  $b$  عددیاول است، در نتیجه  $b$  فرد می باشد. پس لزوماً  $q$  باید زوج باشد که تنها عدد

زوج اول برابر ۲ است.

۲۴- گزینه «۳»

(مهمر تلویان)

$$\left. \begin{aligned} 2n+1 | (2n+1)n &\Rightarrow 2n+1 | 2n^2+n \\ 2n+1 | 2n^2-3n+3 & \end{aligned} \right\}$$

$$\text{تفاضل} \rightarrow 2n+1 | 4n-3$$

$$\begin{cases} 2n+1 | 4n-3 \\ 2n+1 | 4n+2 \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل}} 2n+1 | 5 \Rightarrow n = -3, -1, 0, 2$$

فقط  $n = 2$  عددی طبیعی و قابل قبول برای این مسئله است.

(مهمرها دلاور نزار)

۲۵- گزینه «۳»

طبق فرض داریم:

$$\begin{cases} 787 = a \times 10 + r \\ a \in \mathbb{N}, 0 \leq r < a \end{cases} \xrightarrow{+a} \frac{787}{a} = 10 + \frac{r}{a}$$

$$\frac{0 \leq r < a}{a} \rightarrow 10 \leq \frac{787}{a} < 11 \Rightarrow \begin{cases} 10a \leq 787 \Rightarrow a \leq 78.7 \\ \frac{787}{11} < a \Rightarrow a \geq 71.5 \end{cases}$$

بنابراین ۷ مقدار طبیعی برای  $a$  وجود دارد که عبارتند از ۷۲، ۷۳، ... و ۷۸.

(امیرمسین ابومحبوب)

۲۶- گزینه «۲»

$$\begin{cases} 3a \equiv 7 \pmod{11} \Rightarrow 15a \equiv 35 \pmod{11} \\ 5a \equiv 2b \pmod{11} \Rightarrow 15a \equiv 6b \pmod{11} \end{cases} \Rightarrow 6b \equiv 35 \pmod{11} \Rightarrow 6b \equiv 24 \pmod{11} \Rightarrow b \equiv 4 \pmod{11}$$

(نویز میبیری)

۲۷- گزینه «۲»

$$31 \equiv -2 \pmod{11} \Rightarrow \begin{cases} 31^5 \equiv (-2)^5 \equiv 1 \pmod{11} \\ 31^4 \equiv (-2)^4 \equiv 5 \pmod{11} \end{cases} \xrightarrow{\text{ضرب}} 31^9 \equiv 5 \pmod{11} \quad (1)$$

$$9 \equiv -2 \pmod{11} \Rightarrow 9^5 \equiv (-2)^5 \equiv 1 \pmod{11} \Rightarrow (9^5)^6 \equiv 1 \pmod{11}$$

$$\xrightarrow{\text{ضرب در ۹}} 9^{31} \equiv 9 \pmod{11} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2) \cdot (1)} 9^{31} + 31^9 + a \equiv 9 + 5 + a \equiv 3 + a \equiv 0 \pmod{11}$$

$$\xrightarrow{a \in \mathbb{N}} a_{\min} = 8$$



$$\begin{cases} 1 \leq a \leq 9 \\ 0 \leq b \leq 9 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a + b = 9 \Rightarrow \frac{a}{b} \left| \begin{array}{cccc} 9 & 8 & 7 & \dots & 1 \\ 0 & 1 & 2 & \dots & 8 \end{array} \right. \text{(دسته ۹)} \\ a + b = 18 \Rightarrow a = b = 9 \text{ (دسته ۱۰)} \end{cases}$$

پس برای ارقام  $a$  و  $b$ ، ۱۰ دسته جواب وجود دارد، به عبارتی ۱۰ عدد

پنج رقمی مطلوب وجود دارد.

(علیرضا شریف فطیعی)

$$\begin{cases} a = 6k - 3 \Rightarrow a \equiv -3 \pmod{6} \\ b = 6k' + 2 \Rightarrow b \equiv 2 \pmod{6} \end{cases} \Rightarrow a + 2b \equiv -3 + 4 \equiv 1 \pmod{6}$$

$$\Rightarrow [a + 2b]_6 = [1]_6 = \{\dots, -5, 1, 7, 13, \dots\}$$

(مقار منصور)

۲۸- گزینه «۱»

حاصل عبارت  $S$  را براساس فرمول مجموع جملات دنباله هندسی به دست

می آوریم:

$$S = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{100} = \frac{2(1 - 2^{100})}{1 - 2} = 2^{101} - 2$$

$$2^5 \equiv 2 \pmod{25} \Rightarrow (2^5)^{20} \equiv 2^{20} \pmod{25} \Rightarrow 2^{100} \equiv 2^{20} \pmod{25}$$

$$\Rightarrow 2^{101} \equiv 2^{21} \pmod{25} = 2 \times (2^5)^4 \equiv 2 \times 2^4 \pmod{25}$$

$$\Rightarrow 2^{101} \equiv 2^5 \equiv 2 \pmod{25} \Rightarrow 2^{101} - 2 \equiv 0 \pmod{25} \Rightarrow S \equiv 0 \pmod{25}$$

پس رقم یکان  $S$  برابر صفر است.

توجه کنید که برای یافتن رقم یکان یک عدد، کفایت باقیمانده تقسیم آن

عدد را بر ۱۰ بیاییم.

(مهرراز ملونری)

۲۹- گزینه «۳»

این عدد مضرب اعداد ۱۱ و ۹ است.

$$\text{همواره بخش پذیر بر ۱۱: } ab \circ ab \equiv b - a + 0 - b + a \equiv 0 \pmod{11} \text{ بخش پذیر بر ۱۱}$$

$$\text{بخش پذیر بر ۹: } ab \circ ab \equiv a + b + 0 + a + b \equiv 0 \pmod{9} \Rightarrow 2(a + b) \equiv 0 \pmod{9}$$



## فیزیک

۳۱- گزینه «۴»

(سیدعلی میرنوری)

چون فاصله طی شده توسط دو متحرک یکسان است، می توان به راحتی زمان حرکت هر یک را تعیین کرد.

$$l_1 = l_2 \Rightarrow s_1 \Delta t_1 = s_2 \Delta t_2 \Rightarrow \begin{cases} 16 \Delta t_1 = 12 \Delta t_2 \\ \Delta t_1 = \Delta t_2 - 50 \end{cases}$$

$$\Delta t_2 = 200 \text{ s} \text{ و } \Delta t_1 = 150 \text{ s}$$

$$l_1 = s_1 \Delta t_1 = 16 \times 150 = 2400 \text{ m}$$

۳۲- گزینه «۲»

(هوشنگ کریمی)

با دو بار استفاده از معادله سرعت - جابه جایی در حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، داریم:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a(x_2 - x_1) \Rightarrow 9^2 - 5^2 = 2a(15 - 1)$$

$$\Rightarrow 81 - 25 = 28a \Rightarrow a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

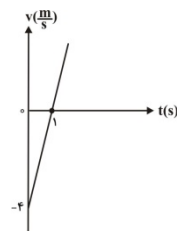
$$v_1^2 - v_0^2 = 2a(x_1 - x_0) \Rightarrow 5^2 - v_0^2 = 2 \times 2 \times (1 - (-1/25))$$

$$\Rightarrow 25 - v_0^2 = 9 \Rightarrow v_0^2 = 16 \Rightarrow |v_0| = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۳۳- گزینه «۴»

(علی بکلو)

برای تشخیص نوع حرکت، نمودار سرعت- زمان متحرک را با استفاده از معادله مکان- زمان، رسم می کنیم:



$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \\ x = 2t^2 - 4t - 8 \end{cases} \Rightarrow a = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, v_0 = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}}, x_0 = -8 \text{ m}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 4t - 4 \xrightarrow{v=0} t = 1 \text{ s}$$

با توجه به نمودار سرعت- زمان، هر جا که سرعت منفی است ( $0 < t < 1 \text{ s}$ )، حرکت در خلاف جهت محور  $x$  هاست و هر جا که سرعت مثبت است ( $t > 1 \text{ s}$ )، حرکت در جهت محور  $x$  هاست. همچنین با گذشت زمان هر جا که اندازه سرعت کم می شود ( $0 < t < 1 \text{ s}$ ) حرکت کندشونده است و هر جا که اندازه سرعت زیاد می شود ( $t > 1 \text{ s}$ ) حرکت تندشونده است. به این ترتیب گزینه (۴) درست است.

۳۴- گزینه «۴»

(فسرو ارغوانی فرر)

با توجه به نمودار داده شده، حرکت متحرک با شتاب ثابت است. رابطه مستقل از شتاب را در دو ثانیه اول حرکت می نویسیم تا سرعت اولیه را به دست آوریم. سپس از رابطه  $v = at + v_0$  استفاده می کنیم تا شتاب را محاسبه کنیم و معادله سرعت را بنویسیم.

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t \Rightarrow 14 - 8 = \frac{0 + v_0}{2} \times 2 \Rightarrow v_0 = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = a \times 2 + 6 \Rightarrow a = -3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

بنابراین معادله سرعت- زمان متحرک برابر است با:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -3t + 6$$

۳۵- گزینه «۳»

(سراسری ریاضی - ۹۱)

محل رها شدن دو گلوله را مبدأ مکان در نظر می گیریم و معادله حرکت هر گلوله را می نویسیم. دقت کنید گلوله دوم را  $2/5 \text{ s}$  بعد از گلوله اول رها می کنیم.

$$y_1 = -\frac{1}{2}gt_1^2 + y_{01} \xrightarrow{t_1=t} y_1 = -5t^2$$

$$y_2 = -\frac{1}{2}gt_2^2 + y_{02} \xrightarrow{t_2=(t-2/5)\text{s}} y_2 = -5(t-2/5)^2$$

چون گلوله اول همواره جلوتر از گلوله دوم است، بنابراین داریم:

$$\Delta y = y_2 - y_1 = 5t^2 - 5(t-2/5)^2$$

$$\Delta y = 68/75 \text{ m} \rightarrow 68/75 = 25t^2 - 31/25 \Rightarrow 25t^2 = 100 \Rightarrow t = 2 \text{ s}$$



$$\Rightarrow \Delta l_2 = \frac{m'(g-a)}{k} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \frac{\Delta l_2}{\Delta l_1} = \frac{m'(g-a)}{m(g+a)}$$

$$\frac{\Delta l_2 = \lambda}{\Delta l_1} \rightarrow \lambda = \frac{\lambda m'}{12m} \Rightarrow \frac{m'}{m} = 3$$

$$a = 2 \frac{m}{s^2}$$

(نمراله افاضل)

۳۹- گزینه «۲»

با استفاده از رابطه تکانه و انرژی جنبشی، داریم:

$$p = mv, K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow K = \frac{p^2}{2m}$$

$$\Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2 \xrightarrow{p_2=1/2p_1} \frac{K_2}{200} = (1/2)^2 \Rightarrow K_2 = 242J$$

حال بنا به رابطه کار - انرژی جنبشی، داریم:

$$W_t = K_2 - K_1 = 242 - 200 = 42J$$

(علی اصغر مسمدی)

۴۰- گزینه «۴»

با توجه به رابطه‌های  $K = \frac{1}{2}mv^2$  و  $p = mv$  می‌توان نوشت:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{m^2v^2}{2m}$$

$$\Rightarrow K = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow m = \frac{p^2}{2K}$$

با نوشتن رابطه مقایسه‌ای به دست آمده خواهیم داشت:

$$\frac{m_A}{m_B} = \left(\frac{p_A}{p_B}\right)^2 \times \left(\frac{K_B}{K_A}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = 2^2 \times 2 = 8$$

(آزار پزشکی - ۷۹)

۳۶- گزینه «۳»

با استفاده از قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$F = ma \Rightarrow \begin{cases} F = 1/2m \\ F = 0/8(m+5) \end{cases}$$

$$\Rightarrow 1/2m = 0/8(m+5)$$

$$\Rightarrow 0/4m = 4 \Rightarrow m = 10kg$$

(نمراله افاضل)

۳۷- گزینه «۳»

در گزینه «۱» نیروی کشش طناب برابر ۱۰N می‌باشد.

در گزینه «۲» زمانی که نیروی خالص وارد بر جسمی برابر با صفر است، آن

جسم میل دارد وضعیت حرکت خود را حفظ کند که به این خاصیت لختی

می‌گویند.

در گزینه «۴»، چون نیروهای کنش و واکنش به دو جسم وارد می‌شود، قابل

برابندگیری نیستند.

در گزینه «۳»، بنابر قانون سوم نیوتون نیروهایی که هواپیما و پرنده بر هم وارد

می‌کنند، کنش و واکنش یکدیگر هستند و بنابراین بزرگی یکسانی دارند.

(رامین شارلویی)

۳۸- گزینه «۳»

در هر حالت با توجه به قانون دوم نیوتون، افزایش طول فنر نسبت به طول اولیه

را به دست می‌آوریم:

$$\text{حالت اول: } \sum F_1 = ma_1 \Rightarrow k\Delta l_1 - mg = ma$$

$$\Rightarrow \Delta l_1 = \frac{m(g+a)}{k} \quad (1)$$

$$\text{حالت دوم: } \sum F_2 = m'a_2 \Rightarrow m'g - k\Delta l_2 = m'a$$



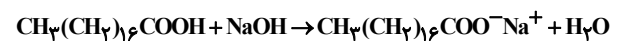
## شیمی

۴۱- گزینه «۱»

(ممد رضا یوسفی)

می دانیم صابون جامد، نمک سدیم اسیدهای چرب است. پس سدیم هیدروکسید ترکیب مناسب انتخاب شده است.

معادله واکنش انجام شده را می نویسیم و جرم سدیم هیدروکسید مورد نیاز را محاسبه می کنیم:



$$908 / 18 \text{ g چربی} \times \frac{1 \text{ mol چربی}}{284 \text{ g چربی}} \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ mol چربی}}$$

$$\times \frac{40 \text{ g NaOH}}{1 \text{ mol NaOH}} = 128 \text{ g NaOH}$$

۴۲- گزینه «۳»

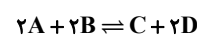
(متین هوشیار)

درجه یونش (نه درصد یونش) یک اسید همیشه بین ۰ و ۱ است.

۴۳- گزینه «۴»

(متین هوشیار)

وقتی به ازای تولید هر مول D، نیم مول C تولید می شود، یعنی ضریب C نصف D است. از طرفی با توجه به واحد ثابت تعادل مجموع مول واکنش دهنده ها یک واحد از فرآورده ها بیشتر است. پس داریم:

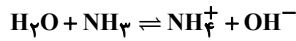


$$K = \frac{[\text{D}]^2 [\text{C}]}{[\text{A}]^2 [\text{B}]^2} \xrightarrow{[\text{D}]=2, [\text{C}]=3, [\text{A}]=4, [\text{B}]=4} k = \frac{2^2 \times 3}{4^2} = 0.75 \text{ L.mol}^{-1}$$

۴۴- گزینه «۳»

(ممد رضا یوسفی)

واکنش تعادلی آمونیاک به شکل زیر است:



قبل از تعادل	M	•	•
تغییر	-Mα	+Mα	+Mα
بعد از تعادل	M - Mα	Mα	Mα

$$K_b = \frac{[\text{OH}^-][\text{NH}_4^+]}{[\text{NH}_3]} = \frac{M\alpha \cdot M\alpha}{M(1-\alpha)} = 1/6 \times 10^{-5}$$

$$\Rightarrow \frac{M\alpha^2}{1-\alpha} = 1/6 \times 10^{-5} \xrightarrow{M=0.25} \frac{0.25 \times \alpha^2}{1-\alpha} = 1/6 \times 10^{-5}$$

$$\xrightarrow{1-\alpha \approx 1} \alpha^2 = 6/4 \times 10^{-5} \Rightarrow \alpha = 8 \times 10^{-3}$$

۴۵- گزینه «۱»

(متین هوشیار)

موارد «الف» و «پ» درست و «ب» و «ت» نادرست هستند.

بررسی موارد درست:

الف) برای کاهش عوارض جانبی داروها مانند آسپرین می توان از ضد اسید استفاده کرد. (Al(OH)<sub>3</sub> نوعی ضد اسید است.)

پ) رنگ گل ادریسی در محلول های اسیدی ( $[\text{H}^+] > 10^{-7}$ ,  $[\text{OH}^-] < 10^{-7}$ ) آبی است.

بررسی موارد نادرست:

ب) کلسیم اکسید کاغذ pH را به رنگ آبی در می آورد.

ت) هر دو محلول در مجموع خنثی هستند.

۴۶- گزینه «۴»

(متین هوشیار)

در واکنش  $2\text{Zn} + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{ZnO}$  هر اتم Zn ۲ الکترون از دست می دهد و

هر اتم اکسیژن ۲ الکترون می گیرد، پس در مجموع ۴ الکترون جابه جا می شود.

بررسی سایر گزینه ها:

(۱) نیم واکنش ها هم از نظر جرم هم از نظر بار موازنه هستند.

(۲) در واکنش روی و اکسیژن، روی اکسید می شود.

(۳) پلاتین با اکسیژن واکنش نمی دهد.



۴۷- گزینه «۳»

(متین هوشیار)

تنها مورد سوم نادرست است. باید توجه داشت که جرم Cu از Zn کمتر است.

پس با انجام واکنش از جرم مواد جامد کم می‌شود.

بررسی سایر موارد:

در واکنش‌های اکسایش - کاهش فرآورده‌ها از واکنش دهنده‌ها پایدارتر هستند

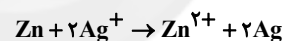
و طبق شکل صفحه ۴۱ با گذشت زمان رنگ آبی محلول کم‌رنگ‌تر می‌شود و

اتم‌های مس روی سطح فلز روی می‌نشینند.

۴۸- گزینه «۲»

(متین هوشیار)

واکنش به صورت زیر است:



یعنی به ازای مباده هر ۲ مول الکترون ۶۵ گرم از جرم تیغه کم و ۲۱۶ گرم به آن

افزوده می‌شود. پس در کل ۱۵۱ گرم به جرم تیغه افزوده می‌شود.

$$\text{افزایش } 151\text{g} \times \frac{2\text{mole}^-}{30\text{g}} = \text{افزایش } 10\text{g} = \text{mol الکترون مبادله شده}$$

مبادله شده  $4\text{mole}^-$

۴۹- گزینه «۲»

(متین هوشیار)

در گذشته از واکنش سوختن منیزیم به عنوان منبع نور استفاده می‌شد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱» در برخی واکنش‌های اکسایش - کاهش افزون بر داد و ستد الکترون

انرژی نیز آزاد می‌شود.

گزینه «۳» با توجه به جدول صفحه ۴۳ افزایش دمای محلول روی از آهن بیشتر

است. پس روی تمایل بیشتری برای از دست دادن الکترون دارد.

گزینه «۴» یون  $\text{Zn}^{2+}$  توسط قسمت منفی آب یعنی اتم‌های اکسیژن احاطه

می‌شوند.

(متین هوشیار)

۵۰- گزینه «۲»

واکنش الیاف آهن و محلول مس (II) سولفات باعث تولید فلز سرخ فام مس

می‌شود. افزودن طلا به محلول مس (II) سولفات نیز تاثیری بر تغییر دما ندارد.