



آزمون غیر حضوری

درس اختصاصی

فارغ التحصیلان ریاضی

(۱۸ آبان ۱۳۹۷)

(مباحث ۲ آذر ۹۷)

گروه فنی و تولید:

محمد اکبری	مسئول تولید آزمون غیر حضوری
نرگس غنی زاده	مسئول دفترچه آزمون غیر حضوری
مدیر گروه: مریم صالحی	مسئول دفترچه: آتیه اسفندیاری
حسن خرم جو	حروف چین
سوران نعیمی	ناظر چاپ

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۶۹۶۲۴۰۰

«تمام داراییها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلمچی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»



دیفرانسیل

دیفرانسیل

دنباله‌ها - حد و پیوستگی

صفحه‌های ۴۵ تا ۶۰

حسابان

حد و پیوستگی

صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۶

و ۱۴۰ تا ۱۴۳

۱- اگر دنباله $\left\{ \left(\frac{2n+1}{2n-5} \right)^{2n-1} \right\}$ به e^a همگرا باشد، a کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۹

۲- اگر $a_n = \frac{n(n!)+1}{2(n+1)!-1}$ و $b_n = \frac{n!-1}{2(n!)+1}$ باشد، آنگاه دنباله $\left\{ \frac{4a_n - b_n}{a_n + b_n} \right\}$ به کدام عدد

همگراست؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

۳- اگر a_n همگرا و b_n واگرا باشد، کدام دنباله لزوماً واگراست؟ $[\quad]$ ، علامت جزء صحیح است.

- (۱) $[a_n] + b_n$ (۲) $a_n + [b_n]$ (۳) $|a_n| + b_n$ (۴) $a_n + |b_n|$

۴- دنباله‌ی $1 + \frac{k \binom{n}{1}}{n} + \frac{k^2 \binom{n}{2}}{n^2} + \dots + \frac{k^n \binom{n}{n}}{n^n}$ به عدد e همگراست. مقدار k کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۴

۵- اگر $a_n = 1^n + 2^n + 3^n + \dots + n^n$ باشد، آنگاه حد $b_n = \left(\frac{a_n + 2}{a_n - 1} \right)^{a_n + 1}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{e}$ (۲) e (۳) e^2 (۴) ∞

۶- با فرض $a_n = n \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n$ و $b_n = n \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{n+1}$ چگونه است؟

(۱) واگراست (۲) همگرا به صفر

(۳) همگرا به e (۴) همگرا به $-e$

۷- دنباله $a_n = \left(1 - \frac{1}{n^2} \right)^n$

(۱) صعودی و همگرا به e است. (۲) نزولی و همگرا به e است.

(۳) غیریکنوا و همگرا به ۱ است. (۴) صعودی و همگرا به ۱ است.

۸- اگر $\lim_{n \rightarrow +\infty} n(\log^{(n+k)} - \log^n) = 2 \log^e$ باشد، مقدار k کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲

- (۳) e (۴) $\frac{1}{e}$



۹- اگر $a_n = 1 - \frac{(-1)^n}{n}$ و $f(x) = \frac{\sin(x-1)}{x-1}$ باشد، دنباله $\{f(a_n)\}$ به کدام عدد همگراست؟ $\left[\quad \right]$ ، علامت جزء صحیح است.

۱ (۱) ۲ (۲) -۱

۳ (۳) صفر ۴ (۴) واگراست.

۱۰- در دنباله $\{a_n\}$ ، شرط $a_n < (a_n - 1)n^2 < n + a_n$ به ازای هر $n > 1$ برقرار است. کدام گزینه در مورد این دنباله صحیح است؟

(۱) به ۱ همگراست.

(۲) به $\frac{1}{2}$ همگراست.

(۳) واگراست.

(۴) نمی توان در مورد همگرایی یا واگرایی آن اظهار نظر کرد.

ریاضی پایه

ریاضی پایه

ریاضی ۲:

فصل ۱: الگو و دنباله

فصل ۳: توابع خاص

فصل ۵: مثلثات

صفحه های ۱ تا ۲۴ و ۷۳ تا ۸۴

۱۲۱ تا ۱۵۸

حسابان:

محاسبات جبری، معادلات و

نامعادلات، مثلثات

صفحه های ۱ تا ۲۴ و ۱۰۶ تا ۱۱۷

۱۱- اگر حد مجموع جملات یک دنباله هندسی برابر ۶ باشد و جمله اول دنباله برابر حد مجموع جملات بعدی آن باشد، مجموع n جمله اول این دنباله کدام است؟

(۱) $6\left(1 + \left(\frac{1}{2}\right)^n\right)$ (۲) $3\left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n\right)$

(۳) $3\left(1 + \left(\frac{1}{2}\right)^n\right)$ (۴) $6\left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n\right)$

۱۲- در یک دنباله حسابی جملات اول، ششم و پنجاه و یکم به ترتیب جملات متوالی از یک دنباله هندسی اند. قدر نسبت دنباله هندسی کدام است؟

۳ (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۹ (۴)

۱۳- دنباله تقریبات اعشاری زیر به عدد $\frac{a}{b}$ نزدیک می شود، حاصل $a + b$ کدام می تواند باشد؟

۰/۶,۰ / ۰/۶۳,۰ / ۰/۶۳۶,۰ / ۰/۶۳۶۳,۰ / ۰/۶۳۶۳۶,۰ / ۰/۶۳۶۳۶۳,۰ / ۰/۶۳۶۳۶۳۰۰۰,۰ / ۰/۶۳۶۳۰۰۰۰۰۰۰۰

۱۴ (۱) ۱۶ (۲) ۱۸ (۳) ۲۰ (۴)

۱۴- اگر $\cot \alpha = 2$ باشد، حاصل عبارت $\frac{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha \sin \alpha}{4 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}$ کدام است؟

(۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{9}{16}$

(۳) $\frac{6}{7}$ (۴) $\frac{2}{3}$



۱۵- اگر در یک دایره، اندازه کمان مقابل به زاویه مرکزی $\theta = 50^\circ$ برابر ۱۰ سانتی متر باشد، مساحت این دایره چند برابر محیط آن است؟

- (۱) $\frac{1}{50}$ (۲) $\frac{1}{10}$ (۳) $\frac{18}{\pi}$ (۴) $\frac{36}{\pi}$

۱۶- جمله مستقل از x در بسط $(1 + \frac{1}{\sqrt{x}})^4 (1 + \sqrt{x})^5$ کدام است؟

- (۱) ۱۰۴ (۲) ۱۱۶ (۳) ۱۲۶ (۴) ۱۲۰

۱۷- اگر معادله $x^2 - 3x - 2 = 0$ دارای ریشه‌های $x_1 = 1 + \frac{1}{\alpha}$ و $x_2 = 1 + \frac{1}{\beta}$ باشد، در این صورت کدام معادله دارای ریشه‌های α و β است؟

- (۱) $x^2 - \frac{1}{4}x - \frac{1}{4} = 0$ (۲) $x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} = 0$
 (۳) $4x^2 + x - 1 = 0$ (۴) $2x^2 - x - 1 = 0$

۱۸- به ازای چه حدودی از a تابع درجه دوم $f(x) = (a-1)x^2 - 2\sqrt{3}x + (a+1)$ ، از ناحیه سوم و چهارم نمی‌گذرد؟

- (۱) $a \geq 2$ (۲) $1 \leq a \leq 2$ (۳) R (۴) $a > 1$

۱۹- اگر باقی‌مانده تقسیم $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ بر $(x-2)$ ، ۱۲ واحد بیشتر از باقی‌مانده تقسیم $f(x)$ بر $(x+1)$ باشد،

آن‌گاه باقی‌مانده تقسیم $f(x)$ بر عبارت $(x^2 - x + 1)$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $x - a$ (۳) $x + a$ (۴) x

۲۰- فرض کنید $a^2 > x$ و $x < a^2 + \frac{1}{a}x + a < 0$ باشد. در این صورت:

- (۱) $ax < 0$ (۲) $ax > 1$ (۳) $a^2x < 1$ (۴) $a > 1$

۲۱- عبارت $\frac{x+1}{x-1}$ در بازه $(a, +\infty)$ از عبارت $\frac{x-1}{x+1}$ بزرگتر است. حداقل مقدار a کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) صفر (۳) -۱ (۴) ۲

۲۲- اگر $-\frac{\pi}{15} \leq x \leq \frac{\pi}{20}$ باشد و $\cos^2 5x = m - 1$ باشد، حدود m کدام است؟

- (۱) $[\frac{5}{4}, 2]$ (۲) $[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$ (۳) $[\frac{5}{4}, 1]$ (۴) $[\frac{3}{4}, 2]$

۲۳- در یک دنباله حسابی، جمله اول ۳ برابر جمله دهم است. مجموع ۲۸ جمله اول آن کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{7}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) صفر



۲۴- حاصل عبارت $\frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{8} + \frac{4}{16} + \frac{5}{32} + \dots$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۵- اگر بزرگ‌ترین مقسوم علیه مشترک دو عبارت $x^2 + 6xy + 8y^2$ و $x^2 + 5xy + 6y^2$ به صورت $ax + by$ باشد، کدام $a + b$ است؟ (x و y مقسوم علیه مشترک غیر از ۱ ندارند).

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

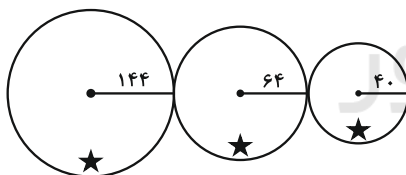
۲۶- اگر معادله $x^2 + ax + b = 0$ دارای دو ریشه حقیقی متمایز مثبت باشد، آنگاه معادله $x^2 + \frac{a-2}{2}x + \frac{b-a}{4} = 0$ کدام وضع زیر را دارد؟

- (۱) دو ریشه مثبت دارد. (۲) دو ریشه منفی دارد.
(۳) دو ریشه مختلف علامه دارد. (۴) یک ریشه مضاعف دارد.

۲۷- اگر مجموع ضرایب عددی بسط $(1+b)^{n+2} + (1+b)^n$ برابر 1280 باشد، ضریب b^6 کدام است؟

- (۱) ۲۱۸ (۲) ۲۳۸ (۳) ۲۴۸ (۴) ۲۲۸

۲۸- سه چرخ دنده که دارای قطرهای متفاوت می‌باشند، مطابق شکل زیر هر یک در نقطه‌ای علامت‌گذاری شده‌اند، به طوری که نقاط در حالت اول همگی در پایین‌ترین نقطه قرار دارند. چرخ دنده کوچک چند دور باید بیشتر از چرخ دنده متوسط بچرخد تا دوباره هر سه علامت در پایین‌ترین نقطه قرار گیرند؟



سایت کنکور
Konkur.in

- (۱) ۴۵
(۲) ۲۰
(۳) ۲۷
(۴) ۲۵

۲۹- در مثلث ABC ، $\hat{A} = 30^\circ$ و $BC = 2$ ، اگر مساحت مثلث برابر $\sqrt{3}$ باشد، ضلع AC کدام است؟ ($AC > AB$)

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) ۲
(۳) $2\sqrt{3}$ (۴) $2\sqrt{2}$

۳۰- حدود تغییرات عبارت $y = \frac{1}{1 - \cos x} + \frac{1}{1 + \cos x}$ کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}, x \neq k\pi$)

- (۱) $[-2, +\infty)$ (۲) $[1, +\infty)$
(۳) $[2, +\infty)$ (۴) $[-1, +\infty)$



ریاضیات گسسته

ریاضیات گسسته

نظریه اعداد
(کلیات و تقسیم پذیری)
صفحه های ۲۵ تا ۳۷

۳۱- عضو ابتدای مجموعه S برابر با ۳ است. اگر برای هر $K \in S$ نتیجه شود که $K + 5 \in S$ ، کدام عدد زیر حتماً عضوی از S است؟

- (۱) ۱۴۲ (۲) ۱۵۸ (۳) ۱۶۹ (۴) ۱۷۷

۳۲- سه عدد صحیح به صورت $a = 6q + 1$ ، $b = 6q' + 3$ و $c = 6q'' + 5$ مفروض اند. مربع چند عدد از میان اعداد مفروض را می توان به صورت $8k + 1$ نوشت؟ ($k, q, q', q'' \in \mathbb{Z}$)

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۳۳- اگر $4x^3 - 3x^2 - 4x$ مضرب ۱۱ باشد، آنگاه مجموع ارقام بزرگترین عدد طبیعی دو رقمی x کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۴ (۳) ۱۶ (۴) ۱۸

۳۴- اگر $a|b+3$ و $a|c-2$ ، آنگاه باقیمانده تقسیم $bc+1$ بر a ، همواره برابر کدام است؟ ($a \geq 5$)

- (۱) ۱ (۲) ۵ (۳) $a-5$ (۴) صفر

۳۵- اگر a, b اعداد صحیح متمایز و مثبتی باشند به طوری که باقیمانده تقسیم هر کدام از آنها بر ۲۳، دو برابر مکعب خارج قسمت باشد، آنگاه $2a + b$ کدام می تواند باشد؟

- (۱) ۶۲ (۲) ۲۵ (۳) ۱۴۹ (۴) ۸۷

۳۶- اگر a عضوی از مجموعه $A = \{2^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ باشد، آنگاه به ازای چند مقدار a ، عددی طبیعی مانند k می توان یافت به گونه ای که رابطه $a|k^2 + 2$ برقرار باشد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی شمار

۳۷- خارج قسمت تقسیم $21 + 15!$ بر ۱۵ کدام است؟

- (۱) $14! - 1$ (۲) $14!$ (۳) $14! + 1$ (۴) $14! + 2$

۳۸- در تقسیمی، مقسوم ۲۰ برابر باقیمانده و باقیمانده ماکسیمم است. مقسوم علیه حداکثر کدام است؟

- (۱) ۱۹ (۲) ۲۰ (۳) ۱۸ (۴) ۲۱

۳۹- در تقسیم a بر عدد طبیعی b ، باقیمانده ۳۴ و خارج قسمت عدد طبیعی است. چند جواب طبیعی کم تر از ۷۰ برای a وجود دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۰- در تقسیم عدد ۵۰۰ بر چند عدد طبیعی، خارج قسمت، برابر ۱۴ می شود؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴



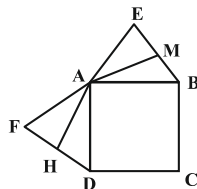
هندسه ۱

هندسه ۱

هندسه و استدلال، مساحت و قضیه فیثاغورس، تشابه صفحه‌های ۱ تا ۶-۱

۴۱- در شکل زیر $ABCD$ مربع و AEB و AFD مثلث‌های متساوی‌الاضلاع هستند. اگر AH

ارتفاع وارد بر ضلع FD و AM میانه وارد بر ضلع BE باشد. \widehat{HME} برابر با کدام گزینه است؟

(۱) 90° (۲) 105° (۳) 120° (۴) 135°

۴۲- در مثلث ABC فاصله رئوس B و C ، از نیمساز زاویه داخلی A برابر است. مثلث ABC چه نوع مثلثی است؟

(۲) قائم‌الزاویه

(۱) متساوی‌الساقین

(۴) غیر مشخص

(۳) متساوی‌الاضلاع

۴۳- در مثلث ABC ، متمم زاویه B با مکمل زاویه C و مکمل زاویه A با دو برابر متمم زاویه B برابر است. کوچک‌ترین زاویه این

مثلث چند درجه است؟

(۲) ۲۵

(۱) $22/5$

(۴) ۳۰

(۳) $27/5$

۴۴- در مثلث قائم‌الزاویه‌ای اندازه میانه‌های وارد بر اضلاع قائمه $10\sqrt{2}$ و $10\sqrt{3}$ هستند، اندازه وتر مثلث کدام است؟

(۲) ۲۰

(۱) $5\sqrt{10}$ (۴) $10\sqrt{5}$

(۳) ۳۰

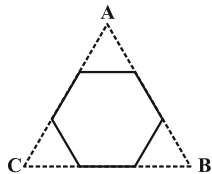
۴۵- $ABCD$ یک متوازی‌الاضلاع و عمود AH بر امتداد ضلع BC وارد شده است. اگر $AC = 8\sqrt{2}$ و $\widehat{ACB} = 30^\circ$ و مساحت

$\triangle ABC$ سه برابر مساحت $\triangle ABH$ باشد، مساحت متوازی‌الاضلاع $ABCD$ کدام است؟

(۲) $24\sqrt{3}$ (۱) $32\sqrt{3}$ (۴) $18\sqrt{3}$ (۳) $36\sqrt{3}$



۴۶- از برخورد امتداد ضلع‌های یک شش ضلعی منتظم، مثلث ABC پدید آمده است. اگر اندازه ارتفاع این مثلث برابر ۱۸ واحد



باشد، مساحت شش ضلعی منتظم چند برابر $\sqrt{3}$ است؟

۳۶ (۱) ۵۴ (۲)

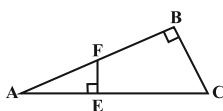
۷۲ (۳) ۱۰۸ (۴)

۴۷- در مثلث ABC : $AB=8$ ، $AC=10$ و $BC=15$. این مثلث و مثلث DEF متشابه‌اند. اگر $\frac{\text{مساحت } \triangle ABC}{\text{مساحت } \triangle DEF} = \frac{9}{4}$ ، آنگاه

محیط مثلث DEF چند واحد است؟

۱۶ (۱) ۲۲ (۲) ۳۲ (۳) ۴۴ (۴)

۴۸- در شکل زیر اگر دو زاویه \widehat{E} و \widehat{B} قائمه و $BC=6$ و $AC=10$ و $AE=2$ باشند، آنگاه طول پاره خط AF کدام خواهد بود؟

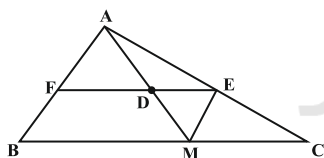


۳ (۱) ۱/۵ (۲)

۲/۵ (۳) ۵ (۴)

۴۹- در شکل زیر ME و AM به ترتیب در مثلث‌های AMC و ABC ، میانه هستند و $EFBM$ متوازی‌الاضلاع است. نسبت

مساحت $\triangle MED$ به مساحت $\triangle ABC$ کدام است؟

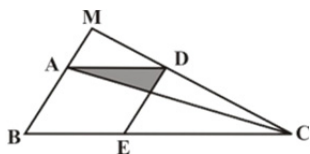


۱/۴ (۱) ۱/۶ (۲)

۱/۸ (۳) ۱/۱۲ (۴)

۵۰- در شکل زیر $ABED$ یک متوازی‌الاضلاع است. اگر $AD=6$ و $EC=8$ ، آنگاه نسبت مساحت مثلث سایه زده به مساحت مثلث

ABC کدام است؟



۱۶/۲۵ (۱) ۹/۱۶ (۲)

۱۶/۴۹ (۳) ۹/۴۹ (۴)

شیمی پیش دانشگاهی: صفحه های ۳۸ تا ۵۸

۵۱- کدام عبارت درست است؟

- (۱) واکنش تعادلی تولید آمونیوم کلرید از گاز هیدروژن کلرید و آمونیاک در دمای اتاق، یک واکنش تعادلی همگن است.
 (۲) در واکنش تعادلی $2SO_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g)$ در لحظه تعادل، غلظت دو ترکیب گوگردار همواره برابر است.
 (۳) چگالی $NaCl(l)$ خالص در هر دمای معینی ثابت است.
 (۴) مجسمه مرمین حضرت داوود (ع) به دلیل وجود کلسیم کربنات در آن تا به امروز تغییر زیادی داشته است.

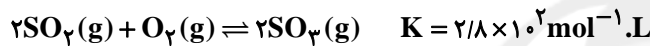
۵۲- $38/4$ گرم گوگرد دی اکسید را با $4/4$ مول گاز اکسیژن ترکیب می کنیم تا در ظرف سر بسته دو لیتری در دمای مشخص، تعادل $2SO_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g)$ برقرار شود. اگر در لحظه تعادل مجموع مول های گازی برابر $8/8$ باشد، در این شرایط مقدار عددی

($O = 16, S = 32 : g.mol^{-1}$)

ثابت تعادل چقدر است؟

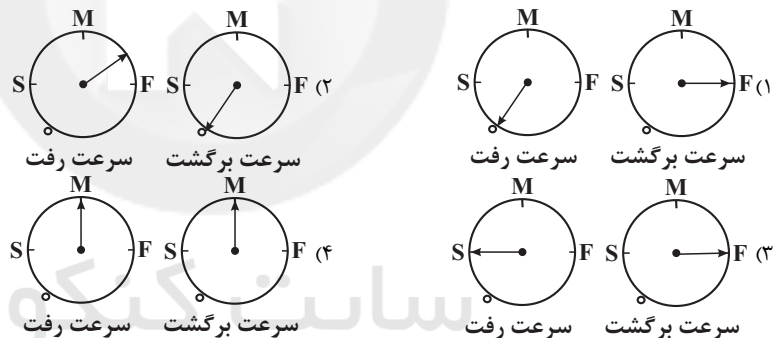
- (۱) ۲۰ (۲) ۴۰ (۳) ۱۰ (۴) ۸۰

۵۳- اگر یک مول گاز اکسیژن و دو مول از هر یک از گازهای گوگرد دی اکسید و گوگرد تری اکسید را در دمای $727^\circ C$ در یک ظرف سر بسته وارد نماییم، واکنش برای رسیدن به تعادل به سمت برگشت پیشرفت می نماید. کدام یک از گزینه های زیر را می توان به عنوان حجم ظرف در نظر گرفت؟



- (۱) ۷۰ لیتر (۲) ۱۴۰ لیتر (۳) ۲۸۰ لیتر (۴) ۳۲۰ لیتر

۵۴- در دمای معین، ثابت تعادل واکنش $A(g) + 3B(g) \rightleftharpoons 2C(g)$ برابر $35 L^2 \cdot mol^{-2}$ است. چنانچه $2/2$ مول B و $1/1$ مول A و $2/2$ مول C در محفظه ای به حجم یک لیتر در همان دما با هم مخلوط شوند، کدام یک از سرعت سنج های زیر وضعیت سرعت واکنش در زمان آغاز واکنش را به درستی نشان می دهد؟



۵۵- در دمای 15 درجه سانتی گراد، مقدار ثابت تعادل واکنش $2SO_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g)$ برابر $1 L \cdot mol^{-1}$ است. اگر 2 مول SO_3 با مقدار اضافی O_2 وارد ظرفی در بسته به حجم یک لیتر شود، بازده درصدی 20 درصد می شود. مول اولیه O_2 کدام است؟

- (۱) $5/35$ (۲) $5/45$ (۳) $6/45$ (۴) $6/35$

۵۶- کدام عبارت درست است؟

- (۱) در تمامی تعادل ها، در صورت برهم خوردن تعادل و برقراری مجدد آن، غلظت تعادلی همه گونه ها تغییر می کند.
 (۲) به طور کلی، افزودن یک ماده، تعادل را در جهت تولید آن جابه جا می کند.
 (۳) در یک تعادل، می تواند شرایطی به وجود آید که بدون تغییر غلظت مواد شرکت کننده در واکنش، تعادل به هم بخورد.
 (۴) در تعادل گرماگیر با افزایش دما، مقدار K کاهش می یابد.

۵۷- کدام یک از گزینه های زیر درست نمی باشد؟

- (۱) با افزایش فشار در تعادل $N_2(g) + 3H_2(g) \rightleftharpoons 2NH_3(g)$ ، واکنش در جهت رفت جابه جا می شود.
 (۲) با افزایش حجم در تعادل $H_2(g) + I_2(g) \rightleftharpoons 2HI(g)$ ، تغییری در جهت پیشرفت واکنش ایجاد نمی شود.
 (۳) با کاهش فشار در تعادل $2SO_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g)$ ، واکنش در جهت رفت جابه جا می شود.
 (۴) با کاهش حجم در تعادل $CO(g) + 2H_2(g) \rightleftharpoons CH_3OH(g)$ ، واکنش در جهت رفت جابه جا می شود.

۵۸- در صورت افزایش دما در تعادل گرماگیر $N_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2NO(g)$ تعادل که در این صورت مقدار ثابت تعادل

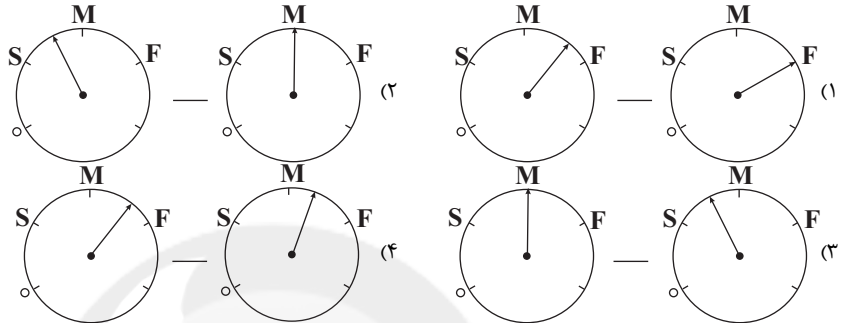
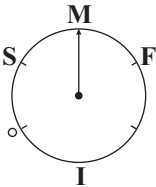
(۱) به سمت راست جابه‌جا می‌شود - افزایش می‌یابد. (۲) جابه‌جا نمی‌شود - بدون تغییر می‌ماند.

(۳) به سمت راست جابه‌جا می‌شود - کاهش می‌یابد. (۴) جابه‌جا نمی‌شود - به اندازه K تغییر می‌کند.

۵۹- واکنش $2NH_3(g) \rightleftharpoons N_2(g) + 3H_2(g)$ در حال تعادل است و سرعت سنج I سرعت

واکنش برگشت را در تعادل اولیه نمایش می‌دهد. اگر حجم ظرف واکنش را کاهش دهیم، کدام گزینه به ترتیب از راست به چپ سرعت واکنش رفت در لحظه اعمال تغییر و سرعت واکنش برگشت در

هنگام تعادل جدید را به درستی نمایش می‌دهد؟



۶۰- چند مورد از عبارتهای زیر نادرست است؟

(آ) افزایش میانگین انرژی جنبشی ذرات در واکنش تعادلی $2NO_2(g) \rightleftharpoons N_2O_4(g)$ مطابق اصل لوشاتلیه، موجب پر رنگ تر شدن محلول می‌شود.

(ب) مطابق اصل لوشاتلیه اگر عاملی موجب برهم زدن تعادل شود، سامانه در جهتی جابه‌جا می‌شود که اثر آن را به طور کامل از بین ببرد.

(پ) اگر با افزایش دما در یک واکنش تعادلی مقدار ثابت تعادل کاهش یابد، واکنش برگشت نمی‌تواند با افزایش آنتروپی همراه باشد.

(ت) در تعادل‌های گازی با کاهش فشار سامانه در دمای ثابت، غلظت همه گونه‌ها کاهش می‌یابد. (منظور از کاهش فشار افزایش حجم سامانه می‌باشد).

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۶۱- کدام گزینه درست می‌باشد؟

(۱) با افزودن مقداری آب خالص به $Al_2(SO_4)_3(aq) + 3Cu(s) \rightleftharpoons 2Al(s) + 3CuSO_4(aq)$ تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود.

(۲) در واکنش تعادلی $Zn(s) + CuSO_4(aq) \rightleftharpoons ZnSO_4(aq) + Cu(s), K = 5$ ، غلظت $ZnSO_4(aq)$ از ابتدای واکنش تا هنگام تعادل، ۵ برابر غلظت $CuSO_4(aq)$ می‌باشد.

(۳) با وارد کردن مقداری N_2O_4 به سامانه در حال تعادل $N_2O_4(g) \rightleftharpoons 2NO_2(g)$ ، پس از مدتی دمای سامانه افزایش می‌یابد.

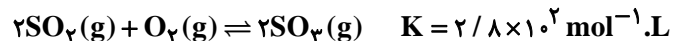
(۴) با پیشرفت واکنش $2SO_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g)$ تا برقراری تعادل در ظرفی با حجم ثابت، چگالی مخلوط گازها ثابت می‌ماند.

۶۲- اگر در واکنش فرضی $aA(g) \rightleftharpoons bB(g) + cC(g)$ ، با افزایش فشار واکنش در جهت رفت جابه‌جا شود، کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

(۱) $\Delta H < 0$ (۲) $a < b + c$

(۳) $\frac{[A]^a}{K} = [B]^b [C]^c$ (۴) با انتقال واکنش به طرف بزرگتر، واکنش در جهت رفت جابه‌جا می‌شود.

۶۳- با توجه به شکل و فرایند تعادل گازی زیر در دمای $727^\circ C$ ، کدام یک از عبارتهای زیر درست است؟

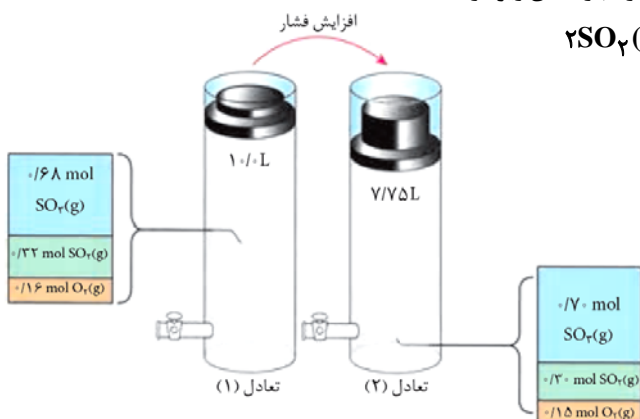


(۱) به خاطر اثر جزئی تغییر فشار بر مقدار ثابت تعادل، اختلاف مقدار ثابت تعادل حالت‌های ۱ و ۲، صفر نیست.

(۲) در اثر افزایش فشار، غلظت SO_3 افزایش و غلظت SO_2 و O_2 کاهش پیدا کرده است.

(۳) اگر حجم سیلندر به $15/0 L$ افزایش یابد، تعادل در جهت برگشت جابه‌جا شده و غلظت SO_3 کاهش می‌یابد.

(۴) با توجه به شکل، در اثر افزایش فشار، غلظت SO_3 تقریباً $94/0$ برابر شده است.





۶۴- با توجه به نمودار زیر، اگر بدانیم تغییر وارده بر تعادل $2A_2(g) + B_2(g) \rightleftharpoons 2A_2B(g)$ ، تغییر دما بوده است، چند مورد از عبارات‌های زیر

درست هستند؟ (تغییر غلظت B_2 رسم نشده است.)

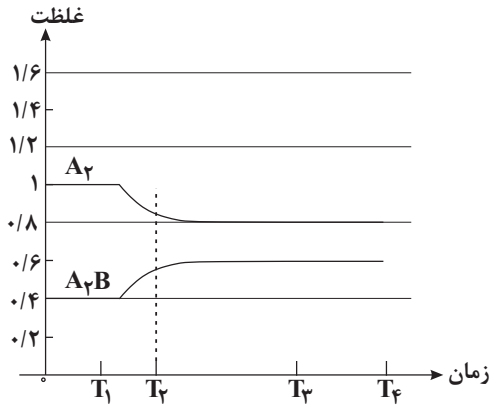
(آ) تغییر وارد شده به سامانه، کاهش دما بوده است.

(ب) مقدار K واکنش در T_2 کوچک‌تر از T_1 می‌باشد.

(پ) در لحظه T_2 سرعت واکنش رفت از سرعت واکنش برگشت بیش‌تر است.

(ت) در صورتی که فشار سامانه افزایش می‌یافت نیز واکنش در همین جهت

جابه‌جا می‌شد.



۴ (۱)

۳ (۲)

۲ (۳)

۱ (۴)

۶۵- واکنش $CO(g) + H_2O(g) \rightleftharpoons CO_2(g) + H_2(g)$ با مقداری از واکنش‌دهنده‌ها در ظرفی ۲ لیتری شروع می‌شود و در لحظه تعادل ۲

مول CO و ۸ مول H_2O در ظرف واکنش وجود دارد. اگر ثابت تعادل واکنش ۴ باشد، با افزودن ۶ مول $CO(g)$ به ظرف واکنش و برقراری

مجدد تعادل، غلظت CO و H_2 به ترتیب تقریباً چند مول بر لیتر خواهد بود؟

۱) $2/67 - 5/33$ (۲) $5/33 - 2/67$ (۳) $10/67 - 5/33$ (۴) $5/33 - 10/67$

۶۶- بازده درصدی واکنش تعادلی زیر در دمای معین برابر ۶۰ درصد است. اگر ۶ مول گاز SO_3 وارد ظرف سربسته یک لیتری شود و واکنش پس از مدتی به تعادل

برسد، مجموع مول‌های گازی در ظرف پس از تعادل چه قدر است؟

$2SO_3(g) \rightleftharpoons 2SO_2(g) + O_2(g)$ (۱) $6/8$ (۲) $7/4$ (۳) $8/6$ (۴) $7/8$

۶۷- در شرایط مناسب از نظر دما و فشار، $59/2$ گرم NiO و $18/2$ گرم CO را در ظرف سربسته یک لیتری وارد می‌کنیم تا تعادل زیر برقرار شود. اگر

در هنگام تعادل در مجموع $49/6$ گرم ماده جامد در ظرف وجود داشته باشد، مقدار ثابت تعادل کدام است؟

$NiO(s) + CO(g) \rightleftharpoons Ni(s) + CO_2(g)$ (۱) 36 (۲) 12 (۳) $1/6$ (۴) 24

۶۸- چند مورد از مطالب زیر نادرست است؟

(آ) واکنشی با ثابت تعادل بزرگ، در جهت رفت با سرعت زیاد پیشرفت می‌کند.

(ب) واکنش تجزیه کلسیم کربنات در ظرف سرباز هیچ‌گاه به تعادل نمی‌رسد و فقط در جهت رفت (تجزیه کلسیم کربنات) انجام می‌شود.

(پ) واکنش تجزیه کلسیم کربنات در دمای معمولی با وجود K (ثابت تعادل) بزرگ انجام نمی‌شود، زیرا سرعت واکنش در این دما ناچیز است.

(ت) در واکنش‌هایی با K بسیار بزرگ تمام واکنش‌دهنده‌ها تقریباً به‌طور کامل مصرف می‌شوند.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۶۹- با توجه به واکنش تعادلی گازی $2A + B \rightleftharpoons 2C$ ($K = 4 \text{ L.mol}^{-1}$) مقدار ۲ مول از هر یک از مواد در ظرف سربسته‌ای به حجم V لیتر

قرار می‌گیرند، حجم ظرف چند لیتر باشد تا تعادل در جهت برگشت پیش برود؟

۳ (۱) ۴ (۲) ۷ (۳) ۹ (۴)

۷۰- کدام گزینه نمی‌تواند منجر به پررنگ‌تر شدن مخلوط تعادلی $2NO_2(g) \rightleftharpoons N_2O_4(g)$ شود؟

۱) افزودن NO_2 ۲) افزودن N_2O_4

۳) افزودن کاتالیزگر مناسب ۴) افزایش فشار در دمای ثابت



دفترچه پاسخ

پاسخ نامه دروس اختصاصی
آزمون غیر حضوری

فارغ التحصیلان ریاضی

(۱۸ آبان ۱۳۹۷)

(مباحث ۲ آذر ۹۷)

سایت کنکور

گروه فنی و تولید:

محمد اکبری	مسئول تولید آزمون غیر حضوری
نرگس غنی زاده	مسئول دفترچه آزمون غیر حضوری
مدیر گروه: مریم صالحی	گروه مستند سازی
مسئول دفترچه: آتیه اسفندیاری	حروف نگار
حسن خرم جو	ناظر چاپ
سوران نعیمی	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

• دفتر مرکزی: خیابان انقلاب - بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱



دیفرانسیل

گزینه «۴» - ۱

راه حل اول:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2n+1}{2n-5} \right)^{2n-1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{(2n-5)+6}{2n-5} \right)^{2n-1}$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\left(1 + \frac{1}{2n-5} \right)^{2n-5} \right]^{\frac{6}{2n-5} \times (2n-1)} = \lim_{n \rightarrow +\infty} e^{\frac{6(2n-1)}{2n-5}}$$

$$= e^9 \Rightarrow a = 9$$

راه حل دوم:

نکته: اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)g(x) = 1^\infty$ باشد، می توان برای رفع ابهام عبارت، از حد

$$\lim_{x \rightarrow \infty} e^{g(x)(f(x)-1)}$$
 استفاده نمود.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+1}{2n-5} \right)^{2n-1} = \lim_{n \rightarrow \infty} e^{(2n-1) \left(\frac{2n+1}{2n-5} - 1 \right)}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} e^{\frac{6(2n-1)}{2n-5}} = e^9$$

گزینه «۳» - ۲

حد دنباله های $\{a_n\}$ و $\{b_n\}$ را محاسبه می کنیم:

$$a_n: \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n(n!) + 1}{2(n+1)! - 1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n(n!)}{2(n+1)n!} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{2n+2} = \frac{1}{2}$$

$$b_n: \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n! - 1}{2(n!) + 1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n!}{2(n!)} = \frac{1}{2}$$

بنابراین داریم:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4a_n - b_n}{a_n + b_n} = \frac{4 \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n - \lim_{n \rightarrow +\infty} b_n}{\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n + \lim_{n \rightarrow +\infty} b_n} = \frac{4 \left(\frac{1}{2} \right) - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$

گزینه «۳» - ۳

برای هر گزینه، از مثال نقض استفاده می کنیم:

$$(۱) \text{ گزینه } a_n = \frac{(-1)^n}{n}, b_n = 1, 0, 1, 0, 1, 0, \dots$$

$$(۲) \text{ گزینه } a_n = \frac{1}{n}, b_n = \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots$$

$$(۴) \text{ گزینه } a_n = \frac{1}{n}, b_n = (-1)^n$$

اما در مورد گزینه ۳، $|a_n|$ همگرا به $|L|$ بوده است و جمع یک دنباله همگرا با یک دنباله واگرا، دنباله ای واگرا می باشد.

گزینه «۱» - ۴

جمله عمومی دنباله از بسط عبارت $(1 + \frac{k}{n})^n$ به دست آمده است. بنابراین

داریم:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{k}{n} \right)^n = e \Rightarrow k = 1$$

گزینه «۳» - ۵

دقت بفرمائید که $a_n \geq n^n$ ، لذا $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = +\infty$. بنابراین با قراردادنداریم: $a_n = x$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} b_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{a_n + 2}{a_n - 1} \right)^{a_n + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x + 2}{x - 1} \right)^{x + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{3}{x-1} \right)^{x+1} = e^3$$

گزینه «۴» - ۶

$$a_n - b_n = n \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n - n \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{n+1} = n \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n \left(1 - 1 - \frac{1}{n} \right)$$

$$\Rightarrow a_n - b_n = - \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} (a_n - b_n) = -e$$

پس دنباله $\{a_n - b_n\}$ همگرا به $-e$ است.

گزینه «۴» - ۷

دنباله های $b_n = \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n$ و $c_n = \left(1 - \frac{1}{n} \right)^n$ صعودی اند و داریم:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n = e, \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{n} \right)^n = \frac{1}{e}$$

بنابراین با توجه به این که جملات هر دو دنباله مثبت هستند، حاصلضرب آنها

نیز صعودی است پس $a_n = \left(1 - \frac{1}{2^n} \right)^n = \left(1 - \frac{1}{n} \right)^n \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n$ صعودی استو داریم: $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{1}{e} \times e = 1$ و دنباله به ۱ همگراست.

گزینه «۲» - ۸

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n(\log^{(n+k)} - \log^n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} n \log^n \frac{n+k}{n}$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \log \frac{(n+k)^n}{n^n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \log \left(1 + \frac{k}{n} \right)^n = \log e^k = k \log e$$

$$\Rightarrow k \log e = 2 \log e \Rightarrow k = 2$$



۹- گزینه «۳»

$f(a_n)$ را محاسبه می‌کنیم:

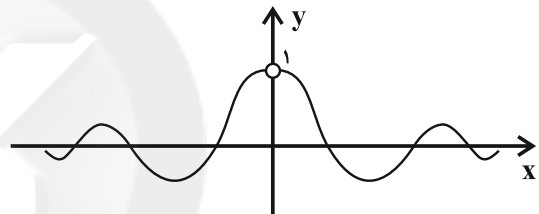
$$f(a_n) = \frac{\sin\left(1 - \frac{(-1)^n}{n} - 1\right)}{1 - \frac{(-1)^n}{n} - 1} = \frac{\sin\left(\frac{(-1)^n}{n}\right)}{\frac{(-1)^n}{n}}$$

با توجه به این که $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(-1)^n}{n} = 0$ داریم:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(a_n) = 1$$

ولی با توجه به نمودار تابع $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ داریم:

$$x \rightarrow 0 : \frac{\sin x}{x} < 1$$



پس $\{f(a_n)\}$ به صفر همگراست.

۱۰- گزینه «۱»

شرط داده شده را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$a_n < (a_n - 1)n^{\sqrt{a_n}} \Rightarrow n^{\sqrt{a_n}} < a_n(n^{\sqrt{a_n}} - 1) \Rightarrow a_n > \frac{n^{\sqrt{a_n}}}{n^{\sqrt{a_n}} - 1} \quad (1)$$

$$(a_n - 1)n^{\sqrt{a_n}} < n + a_n \Rightarrow n^{\sqrt{a_n}} a_n - a_n < n^{\sqrt{a_n}} + n$$

$$\Rightarrow a_n(n^{\sqrt{a_n}} - 1) < n^{\sqrt{a_n}} + n \Rightarrow a_n < \frac{n^{\sqrt{a_n}} + n}{n^{\sqrt{a_n}} - 1} \Rightarrow a_n < \frac{n}{n - 1} \quad (2)$$

از (۱) و (۲) نتیجه می‌شود:

$$\frac{n^{\sqrt{a_n}}}{n^{\sqrt{a_n}} - 1} < a_n < \frac{n}{n - 1}$$

از طرفی داریم: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^{\sqrt{a_n}}}{n^{\sqrt{a_n}} - 1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{n - 1} = 1$ پس طبق قضیه فشردگی داریم:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 1$$

ریاضی پایه

۱۱- گزینه «۴»

بنا به صورت مسئله، a_1 برابر حد مجموع جملات بعد از خود است. یعنی:

$$a_1 = a_2 + a_3 + \dots = \underbrace{(a_1 + a_2 + a_3 + \dots)}_{\text{حد مجموع } = 6} - a_1 = 6 - a_1$$

$$\Rightarrow a_1 = 6 - a_1 \Rightarrow 2a_1 = 6 \Rightarrow a_1 = 3$$

از طرفی می‌دانیم: $S = \frac{a_1}{1 - q} = 6$ ، پس داریم:

$$S = \frac{3}{1 - q} = 6 \Rightarrow 1 - q = \frac{1}{2} \Rightarrow q = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow S_n = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q} = \frac{3(1 - (\frac{1}{2})^n)}{1 - \frac{1}{2}} = 6(1 - (\frac{1}{2})^n)$$

۱۲- گزینه «۴»

دنباله هندسی:

$$a, a + \Delta d, a + \Delta \cdot d$$

$$(a + \Delta d)^2 = a(a + \Delta \cdot d) \Rightarrow a^2 + 2\Delta d a = a^2 + \Delta \cdot a d$$

$$\Rightarrow 2\Delta d^2 = \Delta \cdot a d \Rightarrow \Delta d = \lambda a$$

$$q = \frac{a + \Delta d}{a} = \frac{a + \lambda a}{a} = \frac{9a}{a} = 9$$

۱۳- گزینه «۳»

داریم:

$$x = 0 / 63 \dots 63$$

$$10 \cdot x = 63 / 63 \dots 63$$

با تفریق دو رابطه داریم:

$$\Rightarrow 63 = 99x \Rightarrow x = \frac{63}{99} = \frac{7}{11} = \frac{a}{b} \Rightarrow a + b = 18$$

۱۴- گزینه «۲»

$$\cot \alpha = 2 \Rightarrow \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = 2 \xrightarrow{\sin \alpha \neq 0} \cos \alpha = 2 \sin \alpha$$

حال در صورت تست، به جای تمام $\cos \alpha$ ها، مساوی آن یعنی $2 \sin \alpha$ را قرار می‌دهیم.

$$\frac{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha \sin \alpha}{4 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} = \frac{\sin^4 \alpha + (2 \sin \alpha)^4 \sin \alpha}{4 \sin^2 \alpha (2 \sin \alpha)^2}$$

$$= \frac{\sin^4 \alpha + 16 \sin^5 \alpha \sin \alpha}{4 \sin^2 \alpha \times 4 \sin^2 \alpha} = \frac{\sin^4 \alpha + 16 \sin^6 \alpha}{16 \sin^4 \alpha}$$

$$= \frac{9 \sin^4 \alpha}{16 \sin^4 \alpha} = \frac{9}{16}$$

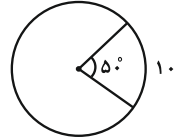


۱۵- گزینه «۳»

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{50}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = \frac{5\pi}{18}$$

$$\theta \text{ بر حسب رادیان} = \frac{L}{r} \Rightarrow \frac{5\pi}{18} = \frac{10}{r}$$

$$\Rightarrow r\pi = 36 \Rightarrow r = \frac{36}{\pi}$$
 شعاع دایره



$$\left. \begin{aligned} S = \text{مساحت دایره} &= \pi r^2 \\ P = \text{محیط دایره} &= 2\pi r \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{S}{P} = \frac{r}{2} = \frac{\frac{36}{\pi}}{2} = \frac{18}{\pi}$$

۱۶- گزینه «۳»

$$(1 + \sqrt{x})^5 (1 + \frac{1}{\sqrt{x}})^4 = (1 + \sqrt{x})^5 (\frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}})^4$$

$$= \frac{(\sqrt{x} + 1)^9}{(\sqrt{x})^4} = \frac{(\sqrt{x} + 1)^9}{x^2}$$

برای داشتن جمله مستقل از x ، باید در صورت کسر جمله شامل x^2 داشته

باشیم تا با x^2 منخرج ساده شود و جمله مستقل از x به دست آید. پس جمله

شامل x^2 را در بسط $(1 + \sqrt{x})^9$ پیدا می‌کنیم. می‌دانیم جمله $(k+1)$ ام

این بسط برابر است با:

$$\binom{n}{k} a^{n-k} b^k = \binom{9}{k} 1^{9-k} (\sqrt{x})^k = \binom{9}{k} x^{\frac{k}{2}} \xrightarrow{k=4} \binom{9}{4} x^2$$

$$\frac{9!}{4!5!} x^2 = \frac{5! \times 6 \times 7 \times 8 \times 9}{5! \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} x^2 = 126 x^2$$

پس جمله مستقل از x در بسط داده شده در صورت سؤال برابر است با ۱۲۶.

۱۷- گزینه «۳»

$$x^2 - 3x - 2 = 0 \Rightarrow S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 3$$

$$P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = -2$$

$$x_1 = 1 + \frac{1}{\alpha} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{x_1 - 1}, x_2 = 1 + \frac{1}{\beta} \Rightarrow \beta = \frac{1}{x_2 - 1}$$

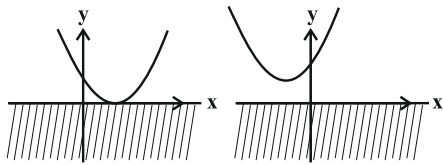
$$S' = \alpha + \beta = \frac{1}{x_1 - 1} + \frac{1}{x_2 - 1} = \frac{x_1 + x_2 - 2}{x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1}$$

$$P' = \alpha\beta = \frac{1}{x_1 - 1} \times \frac{1}{x_2 - 1} = \frac{1}{x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1}$$

$$\left. \begin{aligned} S' &= \frac{3-2}{-2-3+1} = -\frac{1}{4} \\ P' &= \frac{1}{-2-3+1} = -\frac{1}{4} \end{aligned} \right\} \Rightarrow x^2 - S'x + P' = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{4}x - \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow 4x^2 + x - 1 = 0$$

۱۸- گزینه «۱»



(۱) $a > -1 > 0 \Rightarrow a > 1$ تابع باید منبسط داشته باشد.

$$\Delta \leq 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = (-2\sqrt{3})^2 - 4(a-1)(a+1) \leq 0$$

$$\Rightarrow 12 - 4a^2 + 4 \leq 0 \Rightarrow 4a^2 \geq 16 \Rightarrow a^2 \geq 4$$

$$\Rightarrow a \leq -2 \text{ یا } a \geq 2 \quad (2)$$

(۱) ∩ (۲)

$$\Rightarrow a \geq 2$$

۱۹- گزینه «۲»

باقی‌مانده تقسیم $f(x)$ بر $(x-2)$ و $(x+1)$ به ترتیب عبارتند از $f(2)$ و $f(-1)$. داریم:

$$f(2) = f(-1) + 12 \Rightarrow 8 + 4a + 2b + 1 = -1 + a - b + 1 + 12$$

$$\Rightarrow 3a + 3b = 3 \Rightarrow a + b = 1 \Rightarrow b = 1 - a$$

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1 = x^3 + ax^2 + (1-a)x + 1$$

$$\Rightarrow f(x) = (x^3 + 1) + ax^2 - ax + x$$

$$= (x^3 + 1) + (ax^2 - ax + a) + x - a$$

$$= (x+1)(x^2 - x + 1) + a(x^2 - x + 1) + x - a$$

بنابراین باقیمانده تقسیم $f(x)$ بر $(x^2 - x + 1)$ برابر است با $(x-a)$.

۲۰- گزینه «۳»

با توجه به تجزیه $x^2 - (a^2 + \frac{1}{a})x + a = (x - a^2)(x - \frac{1}{a})$ داریم:

$$(x - a^2)(x - \frac{1}{a}) < 0 \Rightarrow a^2 < x < \frac{1}{a} \text{ یا } \frac{1}{a} < x < a^2$$

که با توجه به شرط مسئله باید حالت $a^2 < x < \frac{1}{a}$ را بپذیریم. که این یعنی:

$$a^2 < \frac{1}{a} \Rightarrow a^3 - \frac{1}{a} < 0 \Rightarrow \frac{a^4 - 1}{a} < 0 \Rightarrow \frac{0}{+} \quad \frac{1}{-} \quad \frac{1}{+}$$

لذا $0 < a < 1$. بنابراین چون $x < \frac{1}{a}$ ، با توجه به مثبت بودن a می‌توان طرفین را در

$$xa < 1 \Rightarrow xa^2 < a < 1$$

ضرب کرد:

لذا $a^2 x < 1$ و گزینه سوم صحیح است.



گزینه «۱» - ۲۱

$$\frac{x+1}{x-1} > \frac{x-1}{x+1} \Rightarrow \frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{(x+1)^2 - (x-1)^2}{x^2-1} > 0 \Rightarrow \frac{4x}{x^2-1} > 0$$

x	-1	0	1
$\frac{4x}{x^2-1}$	-	+	-
	ت.ن		ت.ن

مقایسه با فرض سؤال $a=1$ $x \in (-1, 0) \cup (1, +\infty)$

گزینه «۲» - ۲۲

$$-\frac{\pi}{15} \leq x \leq \frac{\pi}{20} \xrightarrow{\times 5} -\frac{\pi}{3} \leq 5x \leq \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{1}{4} \leq \cos^2 5x \leq 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} \leq m-1 \leq 1 \Rightarrow \frac{5}{4} \leq m \leq 2$$

گزینه «۴» - ۲۳

$$a_1 = 3a_1 \Rightarrow a_1 = 3(a_1 + 9d) \Rightarrow 2a_1 + 27d = 0$$

می‌دانیم: $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$ پس:

$$S_{28} = \frac{28}{2}(2a_1 + 27d) = 14 \times 0 = 0$$

گزینه «۲» - ۲۴

می‌دانیم حد مجموع دنباله هندسی نامتناهی با $|q| < 1$ ، به صورت $\frac{a}{1-q}$ است.

حال داریم:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots &= \frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = 1 \\ \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots &= \frac{\frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \dots &= \frac{\frac{1}{8}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{4} \\ \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \dots &= \frac{\frac{1}{16}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{8} \\ &\vdots \end{aligned} \right.$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 2$$

گزینه «۳» - ۲۵

کافی است $x=y=1$ فرض شود، در این صورت:

$$(x^2 + 5xy + 6y^2, x^2 + 6xy + 8y^2) \Big|_{x=y=1} = (12, 15) = 3$$

گزینه «۱» - ۲۶

چون معادله $x^2 + ax + b = 0$ دارای دو ریشه حقیقی متمایز مثبت است. پس

برای این معادله داریم:

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 - 4b > 0 \\ a < 0 \\ b > 0 \end{cases}$$

با توجه به نامساوی‌های فوق برای معادله $x^2 + \frac{a-2}{2}x + \frac{b-a}{4} = 0$ می‌توان

نوشت:

$$\begin{cases} \Delta = \left(\frac{a-2}{2}\right)^2 - 4\left(\frac{b-a}{4}\right) = \frac{a^2 - 4b + 4}{4} = \frac{a^2 - 4b}{4} + 1 > 0 \\ S = -\frac{a-2}{2} > 0 \\ P = \frac{b-a}{4} > 0 \end{cases}$$

بنابراین معادله $x^2 + \frac{a-2}{2}x + \frac{b-a}{4} = 0$ نیز دو ریشه مثبت دارد.

گزینه «۲» - ۲۷

به طور کلی در بسط هر چند جمله‌ای، اگر به جای متغیرها عدد یک قرار دهیم،

مجموع ضرایب آن بسط بدست می‌آید.

$$\text{مجموع ضرایب بسط} = (1+1)^n + (1+1)^{n+2} = 2^n + 2^{n+2}$$

$$= 2^n(1+4) = 1280 \Rightarrow 2^n = 256 \Rightarrow n = 8$$

پس بسط مزبور به صورت $(1+b)^8 + (1+b)^{10}$ می‌باشد و ضریب b^6 در آن

به صورت زیر است:

$$\begin{cases} (1+b)^8 \xrightarrow{\text{ضریب } b^6} \binom{8}{6} = 28 \\ (1+b)^{10} \xrightarrow{\text{ضریب } b^6} \binom{10}{6} = 210 \end{cases}$$

$$\text{ضریب } b^6 \text{ در بسط کلی} = 28 + 210 = 238$$



۲۸- گزینه «۳»

برای اینکه نقاط علامت گذاری شده دوباره در پایین ترین نقطه قرار گیرند باید ک.م.م شعاع چرخها را حساب کنیم و سپس از روی آن تعداد دورهایی که چرخ دندهها می چرخند را بیابیم:

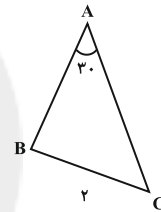
$$\left. \begin{aligned} 144 &= 2^4 \times 3^2 \\ 64 &= 2^6 \\ 40 &= 2^3 \times 5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{ک.م.م} = 2^6 \times 3^2 \times 5 = 2880$$

$$\text{تعداد دور چرخ دنده کوچک} = \frac{2880}{40} = 72$$

$$\text{تعداد دور چرخ دنده متوسط} = \frac{2880}{64} = 45$$

پس چرخ دنده کوچک باید ۲۷ دور از چرخ دنده متوسط بیشتر بچرخد.

۲۹- گزینه «۳»



$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin 30^\circ = \sqrt{3}$$

$$\rightarrow AB \times AC = 4\sqrt{3} \quad (1)$$

$$\text{قضیه کسینوسها: } BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2AC \times AB \times \cos 30^\circ$$

$$\Rightarrow 4 = AC^2 + AB^2 - 2 \times (4\sqrt{3}) \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \Rightarrow AC^2 + AB^2 = 16$$

$$(AB + AC)^2 = \frac{AB^2 + AC^2}{16} + \frac{2AB \times AC}{8\sqrt{3}} = 16 + 8\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow (AB + AC)^2 = 4(4 + 2\sqrt{3}) = 4(1 + \sqrt{3})^2$$

$$\Rightarrow AB + AC = 2(1 + \sqrt{3}) = 2 + 2\sqrt{3} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \begin{cases} AB = 2 \\ AC = 2\sqrt{3} \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} AB = 2\sqrt{3} \\ AC = 2 \end{cases} \xrightarrow{AC > AB} AC = 2\sqrt{3}$$

۳۰- گزینه «۳»

$$y = \frac{1}{1 - \cos x} + \frac{1}{1 + \cos x} = \frac{1 + \cos x + 1 - \cos x}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)} = \frac{2}{1 - \cos^2 x}$$

$$= \frac{2}{\sin^2 x} \quad \frac{x \neq k\pi}{\sin x \neq 0} \rightarrow 0 < \sin^2 x \leq 1$$

می دانیم اگر $0 < a \leq 1$ باشد، آنگاه $\frac{1}{a} \geq 1$ است.

$$\Rightarrow \frac{1}{\sin^2 x} \geq 1 \Rightarrow \frac{2}{\sin^2 x} \geq 2 \Rightarrow y \geq 2 \Rightarrow y \in [2, +\infty)$$

ریاضیات گسسته

۳۱- گزینه «۲»

عضو ابتدای مجموعه S برابر ۳ است، یعنی کوچکترین عضو این مجموعه عدد ۳ می باشد. از آنجایی که برای هر $k \in S$ عدد $k + 5$ هم عضو S است، پس:

$$3 \in S \xrightarrow{k+5} 3+5 \in S \Rightarrow 8 \in S$$

$$8 \in S \xrightarrow{k+5} 8+5 \in S \Rightarrow 13 \in S$$

یعنی اعضای S می توانند به صورت $3, 8, 13, \dots$ باشند، که تشکیل دنباله

حسابی به قدرنسبت ۵ داده اند، جمله عمومی این تصاعد به صورت

$$a_n = 3 + (n-1)5 \text{ یعنی } a_n = 5n - 2 \text{ است.}$$

در بین گزینهها تنها عدد ۱۵۸ می تواند به صورت $5n - 2$ باشد، دقت کنید:

$$5n - 2 = 158 \Rightarrow n = 32$$

۳۲- گزینه «۴»

هر یک از اعداد a، b و c، عددی فرد هستند. همچنین می دانیم مربع هر عدد فرد به صورت $8k + 1$ ، $k \in \mathbb{Z}$ است. پس مربع هر سه عدد a، b و c را می توان به فرم خواسته شده نوشت.

۳۳- گزینه «۴»

$$x^3 - 3x^2 - 4x = x(x^2 - 3x - 4) = x(x-4)(x+1)$$

$$11 | x(x-4)(x+1) \Rightarrow \begin{cases} 11 | x \\ 11 | (x-4) \\ 11 | (x+1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 11k \\ x = 11k + 4 \\ x = 11k - 1 \end{cases}$$

بزرگترین عدد طبیعی دو رقمی که در یکی از روابط فوق صدق کند، عدد ۹۹ است که مجموع ارقام آن برابر ۱۸ می باشد.

۳۴- گزینه «۳»

$$\begin{cases} a | b+3 \\ a | c-2 \end{cases} \Rightarrow a | (b+3)(c-2) = bc + 3c - 2b - 6 \quad (1)$$

از طرفی:

$$\begin{cases} a | c-2 \Rightarrow a | 3c-6 \\ a | b+3 \Rightarrow a | -2b-6 \end{cases} \Rightarrow a | 3c-2b-12 \quad (2)$$

با تفریق (۱) و (۲) داریم:

$$a | bc + 6$$

$$\text{لذا } bc + 6 = ka \text{ یا به عبارتی } bc + 1 = ka - 5$$

$$bc + 1 = (k-1)a + a - 5$$

می توان نوشت:

یعنی باقیمانده تقسیم برابر است با $a - 5$.

هندسه ۱

۳۵- گزینه «۳»

۴۱- گزینه «۲»

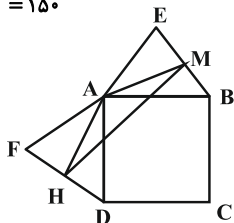
مثلث‌های ABE و AFD با هم، هم‌نهندند و میانه و ارتفاع با هم برابرند.
AM = AH (چون مثلث‌ها متساوی‌الاضلاع هستند).

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{HAD} = 30^\circ \\ \widehat{BAM} = 30^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{HAM} = 90^\circ + 2 \times 30^\circ = 150^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{AMH} = \frac{180^\circ - 150^\circ}{2} = 15^\circ \quad (1)$$

$$\widehat{AME} = 90^\circ \quad (2)$$

$$\stackrel{(2),(1)}{\Rightarrow} \widehat{HME} = 105^\circ$$



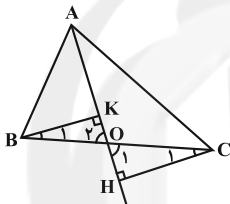
۴۲- گزینه «۱»

طبق فرض $BK = CH$ می‌باشد از طرفی $\widehat{O_1} = \widehat{O_2}$ متقابل به رأس هستند.

$$\widehat{O_1} = \widehat{O_2} \Rightarrow \widehat{C_1} = \widehat{B_1}$$

$$\widehat{K} = \widehat{H} = 90^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{C_1} = \widehat{B_1} \\ CH = BK \\ \widehat{H} = \widehat{K} = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle BKO \cong \triangle OHC \quad (\text{ز ض ز})$$



$$\Rightarrow BO = OC \Rightarrow AO \text{ میانهٔ ضلع } BC \text{ است.}$$

نکته: اگر در مثلثی میانه و نیمساز وارد بر یک ضلع بر هم منطبق باشند آن مثلث متساوی‌الساقین است.

۴۳- گزینه «۱»

طبق داده‌های سؤال داریم:

$$90^\circ - \widehat{B} = 180^\circ - \widehat{C} \Rightarrow \widehat{C} = 90^\circ + \widehat{B}$$

$$180^\circ - \widehat{A} = 2(90^\circ - \widehat{B}) \Rightarrow \widehat{A} = 2\widehat{B}$$

می‌دانیم مجموع زوایای مثلث، برابر 180° است. از طرفی واضح است که \widehat{B} کوچکترین زاویهٔ مثلث است.

$$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ \Rightarrow 2\widehat{B} + \widehat{B} + 90^\circ + \widehat{B} = 180^\circ$$

بنابراین:

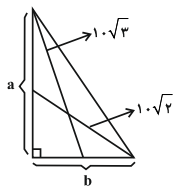
$$\Rightarrow 4\widehat{B} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{B} = 22.5^\circ$$

۴۴- گزینه «۲»

$$\left\{ \begin{array}{l} a^2 + \left(\frac{b}{4}\right)^2 = (10\sqrt{3})^2 \\ b^2 + \left(\frac{a}{4}\right)^2 = (10\sqrt{2})^2 \end{array} \right.$$

$$+ \Rightarrow a^2 + b^2 + \frac{b^2}{4} + \frac{a^2}{4} = 300 + 200 = 500$$

$$\Rightarrow \frac{5}{4}(a^2 + b^2) = 500 \Rightarrow a^2 + b^2 = 400 \Rightarrow c^2 = 400 \Rightarrow c = 20$$



$$a = 23q + 2q^2, 2q^3 < 23$$

$$q^3 \leq 11 \Rightarrow q = 1, 2 \Rightarrow \begin{cases} q=1 \Rightarrow a=23+2=25 \\ q=2 \Rightarrow b=46+16=62 \end{cases} \begin{cases} a=62 \\ b=25 \end{cases}$$

$$2a + b = \begin{cases} 50 + 62 = 112 \\ 124 + 25 = 149 \end{cases}$$

۳۶- گزینه «۳»

اگر $a = 2$ ، آن‌گاه به ازای هر عدد طبیعی زوج k ، رابطه $a | k^2 + 2$ برقرار است. اما به ازای $a = 4$ ، رابطه هیچ‌گاه برقرار نیست، زیرا اگر k زوج باشد، k^2 مضرب ۴ بوده و باقی‌ماندهٔ تقسیم $k^2 + 2$ بر ۴، برابر ۲ است و در صورتی که k فرد باشد، k^2 در تقسیم بر ۴، دارای باقیماندهٔ یک است و در نتیجه $k^2 + 2$ بر ۴، بخش‌پذیر نیست. سایر اعضای مجموعه A ، قطعاً مضرب ۴ هستند و رابطه برای آنان نیز برقرار نیست.

۳۷- گزینه «۳»

$$q = \left[\frac{15! + 21}{15} \right] = \left[14! + \frac{21}{15} \right] = 14! + \left[\frac{21}{15} \right] = 14! + 1$$

۳۸- گزینه «۱»

$$\left. \begin{array}{l} a = bq + r \\ r = r_{\max} = b - 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{r}{a} = \frac{(r+1)q + r}{b}$$

$$\Rightarrow 19r = (r+1)q \Rightarrow r+1 | 19r$$

$19r$ بر $r+1$ بخش‌پذیر است. پس $r+1 = 19$ و در نتیجه $b = 19$.

۳۹- گزینه «۱»

$$\left. \begin{array}{l} a = bq + r \\ 0 \leq r < b \end{array} \right\} \Rightarrow a = bq + 34 \Rightarrow 34 < b$$

پس $b \geq 35$ و $q \geq 1$ است. بنابراین a حداقل $35 + 34 = 69$ می‌تواند باشد.

با این شرایط $a = 69$ تنها جواب است و فقط یک جواب داریم.

۴۰- گزینه «۲»

$$q = \left[\frac{500}{b} \right] = 14 \Rightarrow 14 \leq \frac{500}{b} < 14 + 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b \leq \frac{500}{14} \Rightarrow b \leq 35 \\ b > \frac{500}{15} \Rightarrow b > 33 \end{cases} \Rightarrow b = 34, 35$$



$$\frac{\Delta_{ABC}}{\Delta_{DEF}} = \frac{\text{محیط } ABC}{\text{محیط } DEF} = \frac{33}{22} = \frac{3}{2}$$

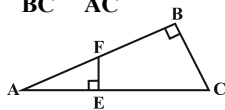
$$\Rightarrow \frac{33}{\Delta_{DEF}} = \frac{3}{2} \Rightarrow \Delta_{DEF} = 22$$

۴۸ - گزینه «۳»

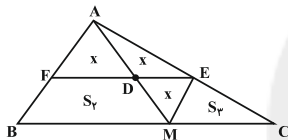
$$\Delta_{ABC}: AC^2 = BC^2 + AB^2 \Rightarrow AB = 8$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{A} \\ \hat{E} = \hat{B} = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta_{AEF} \sim \Delta_{ABC} \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BC} = \frac{AF}{AC}$$

$$\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} \Rightarrow \frac{2}{8} = \frac{AF}{10} \Rightarrow AF = 2.5$$



۴۹ - گزینه «۳»



دقت کنید چون AM میانه است لذا $S_{ABM} = S_{AMC}$. از طرفی چون

$EF \parallel BC$ لذا AD نیز میانه است. در نتیجه

$$S_{\Delta EMD} = S_{\Delta ADE} = S_{\Delta ADF} = x$$

$$\text{میانه } ME \Rightarrow S_2 = 2x$$

$$\text{میانه } AM \Rightarrow x + S_2 = 2x + S_2 = 4x \Rightarrow S_2 = 2x$$

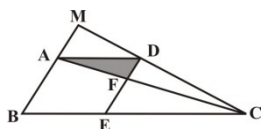
$$\frac{S_{\Delta MED}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{x}{2x + 2x + 2x} = \frac{x}{6x} = \frac{1}{6}$$

۵۰ - گزینه «۴»

دو مثلث AFD و FEC متشابه‌اند، داریم:

$$(k_1 \text{ نسبت تشابه}) \quad k_1 = \frac{EC}{AD} \Rightarrow k_1 = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\Delta FEC}}{S_{\Delta ADF}} = k_1^2 = \frac{16}{9} \quad (*)$$



دو مثلث ABC و FEC هم متشابه‌اند، پس خواهیم داشت:

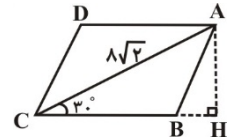
$$(k_2 \text{ نسبت تشابه}) \quad k_2 = \frac{EC}{BC} \Rightarrow k_2 = \frac{8}{14} = \frac{4}{7} \Rightarrow \frac{S_{\Delta FEC}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{16}{49} \quad (**)$$

$$\xrightarrow{(*), (**)} \frac{S_{\Delta AFD}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{16}{49} \times \frac{9}{16} = \frac{9}{49}$$

۴۵ - گزینه «۲»

در مثلث ACH ، ضلع AH روبه‌روی زاویه 30° است، پس اندازه آن برابر با

نصف وتر است و از این رو داریم:



$$AH = \frac{8\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$$

$$\Delta_{ACH}: CH = \sqrt{(8\sqrt{2})^2 - (4\sqrt{2})^2} = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$$

$$\frac{S_{\Delta BH}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{1}{3} = \frac{BH}{BC} \Rightarrow \frac{BH}{BH+CH} = \frac{1}{4} \rightarrow CH=4\sqrt{6}$$

$$BH = \sqrt{6} \Rightarrow BC = 4\sqrt{6} - \sqrt{6} = 3\sqrt{6}$$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = BC \cdot AH = 3\sqrt{6} \times 4\sqrt{2} = 24\sqrt{3}$$

۴۶ - گزینه «۳»

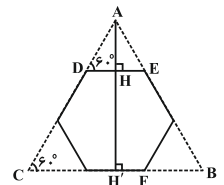
مثلث پدید آمده حتماً متساوی‌الاضلاع است. (اندازه زاویه‌های درونی ۶ ضلعی

برابر 120° اند، پس $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 60^\circ$) اگر اندازه ضلع شش ضلعی را a

بگیریم، آن‌گاه AH ارتفاع مثلث متساوی‌الاضلاع ADE است و HH' برابر

با قطر کوچک شش ضلعی است ($HH' = EF$) در نتیجه خواهیم داشت:

$$\begin{cases} AH = \frac{\sqrt{3}}{2} DE = a \frac{\sqrt{3}}{2} \\ HH' = a\sqrt{3} \end{cases}$$



$$\xrightarrow{AH' = AH + HH'} \rightarrow AH' = a\sqrt{3}\left(1 + \frac{1}{2}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{2}a$$

$$\xrightarrow{AH' = 18} \rightarrow 18 = \frac{3\sqrt{3}}{2}a \Rightarrow a = \frac{36}{3\sqrt{3}} = 4\sqrt{3}$$

$$a \text{ مساحت } 6 \text{ ضلعی به ضلع } a = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2}(4\sqrt{3})^2$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{2} \times 48 = 72\sqrt{3}$$

۴۷ - گزینه «۲»

در دو مثلث متشابه، نسبت طول محیط‌ها با نسبت تشابه و نسبت مساحت‌ها با

توان دوم نسبت تشابه برابر است. فرض می‌کنیم AB متناظر DE است.

$$\frac{S(\Delta ABC)}{S(\Delta DEF)} = \left(\frac{AB}{DE}\right)^2 \Rightarrow \frac{9}{4} = \left(\frac{AB}{DE}\right)^2 \Rightarrow \frac{AB}{DE} = \frac{3}{2}$$

$$\text{نسبت تشابه} = \frac{3}{2}$$

شیمی پیش دانشگاهی

۵۱- گزینه «۳»

بررسی عبارت‌های نادرست:

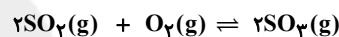
(۱) واکنش مورد نظر یک واکنش تعادلی ناهمگن (شامل ۲ فاز) است.

(۲) دقت شود لزومی ندارد غلظت تعادلی دو ماده با هم برابر شود؛ بلکه این غلظت‌ها در این شرایط، ثابت می‌ماند.

(۴) طبق متن کتاب درسی مجسمهٔ مرمین حضرت داوود (ع) تا به امروز تغییر محسوسی نداشته است.

۵۲- گزینه «۲»

$$? \text{ mol SO}_2 = 38 / 4 \text{ g SO}_2 \times \frac{1 \text{ mol SO}_2}{64 \text{ g SO}_2} = 0 / 6 \text{ mol SO}_2$$

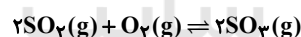


غلظت آغازی	۰ / ۳	۰ / ۲	۰
تغییر غلظت	-۲x	-x	+۲x
غلظت تعادلی	۰ / ۳ - ۲x	۰ / ۲ - x	۲x

$$\text{مجموع غلظت مواد گازی} = 0/3 - 2x + 0/2 - x + 2x = 0/4 \Rightarrow x = 0/1$$

$$\Rightarrow K = \frac{[\text{SO}_3]^2}{[\text{SO}_2]^2 [\text{O}_2]} = \frac{(0/2)^2}{(0/1)^2 (0/1)} = 4 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$$

۵۳- گزینه «۴»



هنگامی که واکنش در جهت برگشت جابه‌جا شود، یعنی رابطه $Q > K$ برقرار می‌باشد.

حجم ظرف را برابر با عدد a می‌گیریم:

$$Q = \frac{[\text{SO}_3]^2}{[\text{SO}_2]^2 [\text{O}_2]} = \frac{(\frac{1}{a})^2}{(\frac{1}{a})^2 \times \frac{1}{a}} = a$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Q = a \\ K = 280 \end{array} \right. \Rightarrow Q > K = 280 \Rightarrow \text{باید بیش‌تر از } 280 \text{ L} \text{ باشد.}$$

تنها در گزینه «۴» $a > 280$ وجود دارد.

۵۴- گزینه «۳»

ابتدا مقدار Q را محاسبه می‌کنیم:

$$Q = \frac{[\text{C}]^2}{[\text{A}][\text{B}]^2} = \frac{(0/2)^2}{0/1 \times (0/2)^2} = 50 \text{ L}^2 \cdot \text{mol}^{-2}$$

بنابراین $Q > K$ است؛ پس برای برقراری تعادل، واکنش باید در جهت برگشت جابه‌جا شود یا به عبارت بهتر، واکنش برگشت در مقایسه با واکنش رفت باید سرعت بیش‌تری داشته باشد. (از آن جایی که غلظت هیچ‌یک از مواد شرکت‌کننده صفر نمی‌باشد، سرعت واکنش در جهت رفت و برگشت مخالف صفر است.)

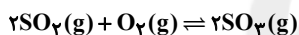
۵۵- گزینه «۳»

$$2 \text{ mol SO}_2 \times \frac{2 \text{ mol SO}_3}{2 \text{ mol SO}_2} = 2 \text{ mol SO}_3 \text{ مقدار نظری}$$

$$100 \times \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} = \text{بازده درصدی}$$

$$20 = \frac{\text{مقدار عملی}}{2} \times 100 \Rightarrow \text{مقدار عملی} = 0 / 4 \text{ mol SO}_3$$

حجم سامانه یک لیتر می‌باشد پس غلظت مولی و تعداد مول باهم برابرند.



مول اولیه	۲	m	۰
تغییر مول	-۲x	-x	۲x
غلظت تعادلی	۲ - ۲x	m - x	۲x

$$2x = 0/4 \Rightarrow x = 0/2$$

$$[\text{SO}_2] = 2 - 2x = 1/6$$

$$[\text{O}_2] = m - 0/2$$

$$[\text{SO}_3] = 0/4$$

$$K = \frac{[\text{SO}_3]^2}{[\text{SO}_2]^2 [\text{O}_2]}$$

$$\Rightarrow 0/01 = \frac{(0/4)^2}{(1/6)^2 \times (m - 0/2)} \Rightarrow m = 6/45$$

۵۶- گزینه «۳»

در صورت تغییر دما، K تغییر می‌کند و بر اثر تغییر K ، تعادل به هم می‌خورد. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه اول: مثلاً در مورد تعادل $\text{CaCO}_3(\text{s}) \rightleftharpoons \text{CaO}(\text{s}) + \text{CO}_2(\text{g})$ درست نیست.

گزینه دوم: به طور کلی افزودن یک ماده، تعادل را در جهت مصرف آن جابجا می‌کند.

گزینه چهارم: در این صورت، مقدار K افزایش می‌یابد.



۵۷- گزینه «۳»

بررسی گزینه‌ها:

- ۱) با افزایش فشار، واکنش در جهت مول‌گازی کمتر یعنی در جهت رفت پیشرفت می‌کند.
- ۲) با توجه به اینکه مول‌گازی در دو طرف واکنش یکسان است، با تغییر حجم یا فشار تغییری در جهت پیشرفت واکنش ایجاد نمی‌شود.
- ۳) با کاهش فشار، تعادل در جهت مول‌گازی بیشتر یعنی در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود.
- ۴) با کاهش حجم، تعادل در جهت مول‌گازی کمتر یعنی در جهت رفت جابه‌جا می‌شود.

۵۸- گزینه «۱»

این تعادل گرماگیر می‌باشد و در صورت افزایش دما، به سمت راست جابه‌جا می‌شود. همچنین تغییر دما باعث تغییر مقدار K می‌شود و آن را افزایش می‌دهد.

۵۹- گزینه «۴»

از آنجا که با کاهش حجم، غلظت افزایش می‌یابد، با افزایش غلظت همه مواد سرعت واکنش‌های رفت و برگشت افزایش می‌یابد که افزایش سرعت واکنش برگشت بیشتر است، پس از آن به تدریج سرعت واکنش رفت افزایش و برگشت کاهش می‌یابد تا دوباره با هم برابر شده و تعادل جدید برقرار شود.

۶۰- گزینه «۳»

عبارت‌های «ب» و «پ» نادرست هستند.
عبارت «آ»: واکنش مورد نظر گرماده بوده و با افزایش میانگین انرژی جنبشی ذرات (افزایش دما) در جهت برگشت جابه‌جا شده و موجب پررنگ‌تر شدن محلول می‌شود.
عبارت «ب»: مطابق اصل لوشاتلیه اگر عملی موجب برهم زدن تعادل شود، سامانه در جهتی جابه‌جا می‌شود که تا آن‌جا که امکان دارد اثر آن را از بین ببرد.
عبارت «پ»: اگر با افزایش دما، ثابت تعادل کاهش یابد واکنش گرماده بوده و $\Delta S < 0$ دارد. پس واکنش برگشت با افزایش آنتروپی همراه است.

۶۱- گزینه «۴»

بررسی گزینه‌ها:

- ۱) نادرست. با افزودن آب خالص، غلظت $\text{CuSO}_4(\text{aq})$ همانند $\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3(\text{aq})$ کاهش می‌یابد؛ اما چون که تاثیر آن در ثابت تعادل بیش‌تر است، پس Q را بزرگ‌تر از K می‌کند و واکنش در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود.

۲) نادرست. غلظت تعادلی $\text{ZnSO}_4(\text{aq})$ برابر $\text{CuSO}_4(\text{aq})$ می‌باشد، نه در تمام طول واکنش.

۳) نادرست. با وارد کردن N_2O_4 ، تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود و از آنجایی که واکنش رفت گرماگیر است، پس گرما مصرف می‌شود و دمای سامانه کاهش می‌یابد.

۴) درست. از آنجایی که طبق قانون پایستگی جرم، جرم کل مواد در واکنش ثابت می‌ماند و همچنین از آنجایی که حجم ظرف واکنش نیز ثابت است، پس در سراسر زمان انجام واکنش چگالی مخلوط گازها ثابت می‌ماند.

۶۲- گزینه «۲»

در این واکنش چون با افزایش فشار واکنش در جهت رفت جابه‌جا شده است، واکنش در جهت مول‌گازی کمتر جابه‌جا شده، در نتیجه $a > b + c$ و چون واکنش تعادلی، برگشت‌پذیر است و $\Delta S < 0$ لذا ΔH باید کوچکتر از صفر باشد.

طبق رابطه ثابت تعادل $K = \frac{[B]^b [C]^c}{[A]^a}$ گزینه ۳ درست نمی‌باشد.

با انتقال واکنش به ظرف بزرگتر واکنش در جهت مول‌گازی بیشتر جابه‌جا می‌شود، یعنی در جهت برگشت. (رد گزینه ۴)

۶۳- گزینه «۳»

نادرستی گزینه ۱: تغییر فشار بر ثابت تعادل بی‌اثر است و فقط تغییر دما ثابت تعادل را تغییر می‌دهد.
نادرستی گزینه ۲: در اثر افزایش فشار یا کاهش حجم، غلظت همه گونه‌های گازی افزایش پیدا خواهد کرد.
درستی گزینه ۳: کاهش فشار یا افزایش حجم، تعادل را در جهت مول‌های گازی بیش‌تر جابه‌جا می‌کند و از طرفی سبب کاهش غلظت همه گونه‌های گازی خواهد شد.
نادرستی گزینه ۴:

$$[\text{SO}_2]_1 = \frac{0.32 \text{ mol}}{10 \text{ L}} = 0.032 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{SO}_2]_2 = \frac{0.30}{7.75} \approx 0.039 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow \frac{[\text{SO}_2]_2}{[\text{SO}_2]_1} \approx 1.2$$

۶۴- گزینه «۲»

عبارت «آ»: واکنش مورد نظر گرماده است، مطابق اصل لوشاتلیه کاهش دما منجر به جابه‌جایی تعادل در جهت رفت می‌شود.



NiO(s)	+	CO(g)	⇌	Ni(s)	+	CO ₂ (g)
• / ۸ mol		• / ۶۵ mol		•		•
-x		-x		+x		+x
• / ۸-x		• / ۶۵-x		x		x

با استفاده از جرم مواد جامد، مقدار x را به دست می آوریم:

$$(0/8-x) \times 74 + 58x = 49/6 \Rightarrow x = 0/6 \text{ mol}$$

$$[\text{CO}] = 0/65 - 0/6 = 0/05 \text{ mol.L}^{-1}, [\text{CO}_2] = 0/6 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$K = \frac{[\text{CO}_2]}{[\text{CO}]} = \frac{0/6}{0/05} = 12$$

۶۸- گزینه «۴»

هر ۴ مورد نادرست هستند.

دلیل نادرستی هر مورد:

مورد (آ) ثابت تعادل بزرگ نشان از پیشرفت زیاد واکنش است و دلیلی مبنی بر سریع بودن واکنش نمی باشد.

مورد (ب) قسمت اول این مورد صحیح است و واکنشها در سامانه باز به تعادل نمی رسند، اما این واکنش در هر ۲ جهت انجام می شود و نمی توان گفت فقط در جهت رفت انجام می شود.

مورد (پ) واکنش تجزیه کلسیم کربنات در دمای ۲۵°C ثابت تعادل بسیار کوچکی دارد و به همین دلیل این واکنش در دمای معمولی انجام نمی شود.

مورد (ت) در واکنشهایی با K بسیار بزرگ، پیشرفت تقریباً به طور کامل است اما نمی توان گفت همه واکنش دهنده ها به طور کامل مصرف می شوند زیرا ممکن است از واکنش دهنده ای مقدار اضافی داشته باشیم، ولی می توان گفت واکنش دهنده محدود کننده تقریباً کامل مصرف می شود.

۶۹- گزینه «۴»

$$Q = \frac{[C]^2}{[A]^2[B]} = \frac{(\frac{2}{V})^2}{(\frac{2}{V})^2(\frac{2}{V})} = \frac{V}{2}$$

اگر $Q > K$ باشد تعادل در جهت برگشت پیش می رود، پس:

$$\frac{V}{2} > 4 \Rightarrow V > 8$$

۷۰- گزینه «۳»

افزودن کاتالیزگر تنها زمان رسیدن به تعادل را تسریع می کند و موجب جابه جایی تعادل نمی شود. با افزایش فشار (کاهش حجم) غلظت هر دو ماده افزایش می یابد (یعنی پرنگ تر شدن مخلوط)

عبارت «ب» با توجه به این که واکنش گرماده است و دما کاهش پیدا کرده،

افزایش یافته است، بنابراین مقدار K در T_۴ بزرگتر از T_۱ می باشد.

عبارت «پ» واکنش در جهت رفت جابه جا می شود و تا قبل از رسیدن به تعادل سرعت رفت بیش تر از سرعت برگشت است.

عبارت «ت» در صورت افزایش فشار سیستم نیز، واکنش در جهت رفت جابه جا می شود.

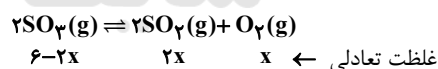
۶۵- گزینه «۲»

$$K = \frac{[\text{CO}_2][\text{H}_2]}{[\text{CO}][\text{H}_2\text{O}]} \Rightarrow 4 = \frac{x^2}{\frac{2}{2} \times \frac{8}{2}} \Rightarrow x = 8 \text{ mol}$$

$$K = \frac{[\text{CO}'_2][\text{H}'_2]}{[\text{CO}'][\text{H}'_2\text{O}']} \Rightarrow 4 = \frac{(\frac{\lambda+x}{2}) \times (\frac{\lambda+x}{2})}{(\frac{\lambda-x}{2}) \times (\frac{\lambda-x}{2})} \Rightarrow 4 = \frac{\lambda+x}{\lambda-x}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\lambda}{3} \Rightarrow \begin{cases} [\text{CO}'] = \frac{\lambda-\lambda}{2} \approx 2/67 \\ [\text{H}'_2] = \frac{\lambda+\lambda}{2} \approx 5/33 \end{cases}$$

۶۶- گزینه «۴»



بازده درصدی نشان می دهد که ۶۰ درصد از واکنش دهنده به فرآورده ها تبدیل شده است.

$$2x = 3/6 \begin{cases} \text{mol SO}_3 = 2/4 \\ \text{mol SO}_2 = 3/6 \\ \text{mol O}_2 = 1/8 \end{cases}$$

$$\text{مجموع مول های گازی} = 2/4 + 3/6 + 1/8 = 7/8$$

۶۷- گزینه «۲»

$$? \text{ mol NiO} = 59/2 \text{ g NiO} \times \frac{1 \text{ mol NiO}}{74 \text{ g NiO}} = 0/8 \text{ mol NiO}$$

$$? \text{ mol CO} = 18/2 \text{ g CO} \times \frac{1 \text{ mol CO}}{28 \text{ g CO}} = 0/65 \text{ mol CO}$$