



آزمون غیر حضوری

دروس اختصاصی

فارغ التحصیلان ریاضی

(۲ آذر ۱۳۹۷)

(مباحث ۱۶ آذر ۹۷)

گروه فنی و تولید:

محمد اکبری	مسئول تولید آزمون غیر حضوری
نرگس غنی زاده	مسئول دفترچه آزمون غیر حضوری
مدیر گروه: مریم صالحی	مسئول دفترچه: آتیه اسفندیاری
حسن خرم جو	حروف چین
سوران نعیمی	ناظر چاپ

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۶۹۶۲۴۰۰

«تمام داراییها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلمچی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»



دیفرانسیل

دیفرانسیل

یادآوری و مفاهیم پایه، دنباله‌ها

حد و پیوستگی

صفحه‌های ۱ تا ۶۰

حسابان

حد و پیوستگی، حد توابع

همسایگی‌های یک نقطه

قضایای حد توابع

صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۶ و ۱۴۰ تا ۱۴۳

۱- با فرض $x > 0$ ، مجموعه جواب نامعادله $x^2 < x^x$ ، یک همسایگی متقارن به مرکز α و شعاع r می‌باشد، $\alpha - r$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲- مجموع ۱۰۰ جمله اول دنباله $a_n = (-1)^{n+1} \times (101 - n)^2$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۴۹۵۰ (۳) ۵۱۵۱ (۴) ۵۰۵۰

۳- برای آنکه دنباله $a_n = \left(\frac{2x^2 - 6}{y}\right)^n$ واگرا و غیریکنوا باشد، x شامل چند عدد صحیح خواهد بود؟

(۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۷

۴- اگر دنباله a_n صعودی و بی کران باشد، آنگاه کدام گزینه کران بالا و پایین ندارد؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

(۱) $\frac{3^{2a_n} + 4^{2a_n}}{9^{a_n+1}}$ (۲) $\left[\frac{\cos n\pi}{a_n}\right]$ (۳) $\log a_n$ (۴) $a_n \cos \frac{n\pi}{4}$

۵- محدوده a کدام باشد تا دنباله $\left\{\left[\frac{an+2}{n+3}\right]^n\right\}$ همگرا باشد؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

(۱) $(0, 1)$ (۲) $(0, 2)$ (۳) $[0, 1]$ (۴) $[0, 2]$

۶- اگر دنباله $a_n = (2 - \cos \frac{1}{n})^{n^2}$ همگرا به A و دنباله $b_n = \left(\frac{n^2+3}{n^2+1}\right)^{n^2+1}$ همگرا به B باشد، آن‌گاه $\frac{B}{A}$ کدام است؟

(۱) \sqrt{e} (۲) e (۳) $e\sqrt{e}$ (۴) e^2

۷- دنباله $a_n = 1 + \frac{k \binom{n}{1}}{n} + \frac{k^2 \binom{n}{2}}{n^2} + \dots + \frac{k^n \binom{n}{n}}{n^n}$ به عدد e همگراست. مقدار k کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۴

۸- اگر $\lim_{n \rightarrow +\infty} n(\log^{(n+k)} - \log^n) = 2 \log^e$ باشد، مقدار k کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) e (۴) $\frac{1}{e}$

۹- اگر $a_n = 1 - \frac{(-1)^n}{n}$ و $f(x) = \frac{\sin(x-1)}{x-1}$ باشد، دنباله $\{[f(a_n)]\}$ به کدام عدد همگراست؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

(۱) ۱ (۲) -۱ (۳) صفر (۴) واگراست.

۱۰- در دنباله $\{a_n\}$ ، شرط $a_n < (a_n - 1)n^2 < n + a_n$ به ازای هر $n > 1$ برقرار است. کدام گزینه در مورد این دنباله صحیح است؟

(۱) به ۱ همگراست. (۲) به $\frac{1}{2}$ همگراست.

(۳) واگراست. (۴) نمی‌توان در مورد همگرایی یا واگرایی آن اظهار نظر کرد.



هندسه تحلیلی

هندسه تحلیلی

بردارها، خط و صفحه
مقاطع مخروطی (دایره)

ماتریس و دترمینان

صفحه‌های ۱ تا ۵۵

و ۱۱۳ تا ۱۲۹

۱۱- اگر بردار $a''(x, y, z)$ قرینه بردار $a(3, 1, -2)$ نسبت به راستای برداری باشد که با جهت مثبت

محورهای مختصات زوایای حاده مساوی می‌سازد، حاصل $x + y + z$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۲- حجم متوازی السطوح بنا شده بر بردارهای $a = (3, 0, 0)$ ، $b = (0, 3, 0)$ و $c = (0, 0, 3)$ برابر حجم متوازی السطوح بنا شده

روی بردارهای $a' = (1, 1, 0)$ ، $b' = (0, 2, 0)$ و $c' = (0, 0, m)$ است m کدام است؟ ($m \in \mathbb{R}^+$)

- ۱ (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۳ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴)

۱۳- فاصله نقطه $A(0, 1, 2)$ از فصل مشترک دو صفحه $x - z = 1$ و $y + 2z = 2$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (۴)

۱۴- طول عمود مشترک دو خط $x = y = z$ و $x = \frac{y-1}{2} = \frac{z-a}{3}$ برابر $\sqrt{6}$ است. a کدام می‌تواند باشد؟

- ۴ (۱) ۸ (۲) ۲ (۳) -۶ (۴)

۱۵- حاصلضرب دورترین و نزدیک‌ترین فاصله نقطه $A(4, 7)$ از دایره $x^2 + y^2 + kx - 4y - 11 = 0$ برابر ۳۴ است. اگر نقطه A

خارج دایره باشد، k کدام است؟

- ۱ (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴)

۱۶- خط $y = mx + 1$ ، دایره $x^2 - 4x + y^2 - 2y = 4$ را در دو نقطه قطع می‌کند. کم‌ترین فاصله این دو نقطه کدام است؟

- ۲ (۱) $2\sqrt{5}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $2\sqrt{3}$ (۴) ۶ (۴)

۱۷- مماس مشترک‌های داخلی دو دایره $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 2 - r^2 = 0$ و $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 2 = 9$ ، برهم عمودند، مقدار r

کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۸- اگر A ماتریس مربعی از مرتبه ۳ باشد و $(A+I)^2 = 4A$ ، در این صورت حاصل $|A^3 + A^2 + A|$ کدام است؟

- ۳ (۱) ۹ (۲) ۲۷ (۳) ۸۱ (۴)

۱۹- اگر $D = \begin{vmatrix} a+b+2c & a & b \\ c & 2a+b+c & b \\ c & a & a+2b+c \end{vmatrix}$ آنگاه D همواره برابر است با:

- ۲ (۱) $(a+b+c)^3$ (۲) abc (۳) $2abc$ (۴) $2(a+b+c)^3$

۲۰- مساحت محدود به نمودار به معادله $\begin{vmatrix} x & y & 2 \\ 3 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$ و محورهای مختصات، کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{100}{3}$ (۲) $\frac{50}{3}$ (۳) $\frac{25}{3}$ (۴) ۱۵



ریاضیات گسسته

گراف و نظریه اعداد

صفحه‌های ۱ تا ۳۷ و ۴۸ تا ۵۵

ریاضیات گسسته

۲۱- چند نقطه با مختصات طبیعی روی منحنی $2xy - y - 9x + 11 = 0$ قرار دارند؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

۲۲- عدد طبیعی a فرد است. اگر در تقسیم a بر ۲۰۰، باقی‌مانده، یک عدد مربع کامل باشد، آن‌گاه رقم دهگان بزرگ‌ترین عدد سه رقمی a کدام است؟

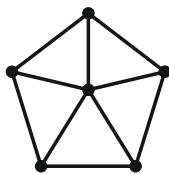
- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۹ (۴) ۴

۲۳- بزرگ‌ترین عدد مضرب ۱۱ که در مبنای ۶ به صورت $(abcd)$ باشد، در مبنای ۵ چگونه است؟

- (۱) 22102 (۲) 12202 (۳) 20122 (۴) 21220

۲۴- گراف G از مرتبه ۱۳، دارای می‌نیمم درجه ۷ است. این گراف حداکثر چند یال دارد؟

- (۱) ۷۰ (۲) ۴۶ (۳) ۷۳ (۴) ۶۵



۲۵- در گراف روبه‌رو، چند دور به طول ۵ وجود دارد؟

- (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) ۳

۲۶- باقیمانده تقسیم 13^{27} بر ۱۷ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۴ (۳) ۱۳ (۴) ۱۴

۲۷- رقم دهگان کوچک‌ترین عدد چهار رقمی که مضرب ۹ بوده و باقیمانده تقسیم آن بر دو عدد ۵ و ۷ برابر ۲ است، کدام می‌باشد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۸- اگر باقی‌مانده $3x + 2$ بر ۵، برابر ۳ شود، باقی‌مانده $4x + 3$ بر ۱۰ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۹- اگر باقی‌مانده‌های تقسیم دو عدد چهار رقمی $3m2n$ و $n2m3$ بر ۱۱ برابر باشد، باقیمانده تقسیم عدد $m+n$ بر ۱۱، کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۸ (۳) ۵ (۴) ۳

۳۰- در معادله سیاله خطی $9x + 13y = 7$ ، مقدار y به کدام دسته هم‌ارزی تعلق دارد؟ $(x, y \in Z)$

- (۱) $[4]_9$ (۲) $[5]_9$ (۳) $[3]_9$ (۴) $[6]_9$



فیزیک پیش دانشگاهی

فیزیک پیش دانشگاهی

حرکت شناسی، دینامیک

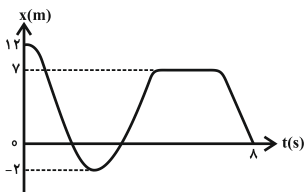
حرکت نوسانی

صفحه‌های ۱ تا ۹۳

فیزیک ۲

صفحه‌های ۱ تا ۷۵

۳۱- نمودار مکان - زمان متحرکی که در مسیری مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. نسبت اندازه جابه‌جایی متحرک به مسافت طی شده توسط آن در بازه زمانی صفر تا ۸s، کدام است؟



- (۱) ۱
(۲) $\frac{3}{5}$
(۳) $\frac{2}{5}$
(۴) $\frac{2}{3}$

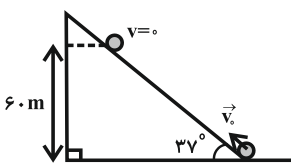
۳۲- معادله مکان - زمان متحرکی که در مسیری مستقیم حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = 2t^2 - 4t$ است. سرعت متوسط متحرک در ۸ ثانیه ابتدایی حرکت، چند متر بر ثانیه می‌باشد؟

- (۱) -۴
(۲) ۲۸
(۳) ۱۲
(۴) ۲۴

۳۳- پرتابه‌ای را با سرعت اولیه $v_0 = 10 \frac{m}{s}$ و با زاویه 15° نسبت به سطح شیب‌داری که زاویه شیب آن نسبت به افق برابر با 30° است، پرتاب می‌کنیم. پرتابه در چه فاصله‌ای بر حسب متر از محل پرتاب، به سطح شیب‌دار برخورد می‌کند؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) $10(\frac{\sqrt{3}-1}{3})$
(۲) $20(\frac{\sqrt{3}-1}{3})$
(۳) $5(\frac{\sqrt{3}-1}{3})$
(۴) $(\frac{\sqrt{3}-1}{3})$

۳۴- مطابق شکل زیر، جسمی از پایین سطح شیب‌داری و موازی آن با سرعت اولیه \vec{v}_0 رو به بالا پرتاب می‌شود. سرعت متوسط جسم از لحظه شروع تا لحظه توقف آن روی سطح، چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ ، $\mu_k = 0/25$ و $\cos 37^\circ = 0/8$)

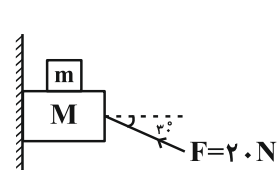


- (۱) ۵
(۲) ۱۰
(۳) ۱۵
(۴) ۲۰

۳۵- بیشترین انرژی جنبشی که اتومبیلی به وزن $10000N$ می‌تواند داشته باشد وقتی که پیچی به شعاع $10m$ و زاویه شیب عرضی 37° را بدون لغزش دور می‌زند، برابر با چند کیلوژول است؟ ($\cos 37^\circ = 0/8$)

- (۱) ۳۵
(۲) $37/5$
(۳) ۳۹
(۴) ۴۰

۳۶- در شکل زیر $M = 1/5kg$ است و توسط نیروی \vec{F} به دیوار قائمی فشرده و ثابت نگه داشته شده است. اگر جرم m را روی M



قرار دهیم و ضریب اصطکاک ایستایی بین جرم M و دیوار برابر با $\frac{\sqrt{3}}{3}$ باشد، بیشینه جرم m

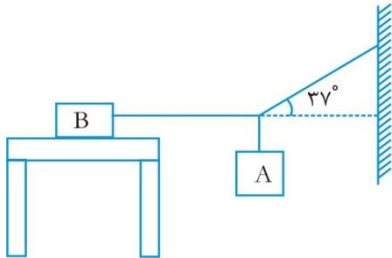
چند گرم باشد تا جرم M در آستانه حرکت قرار گیرد؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) ۳۰۰
(۲) ۴۰۰
(۳) ۵۰۰
(۴) ۶۰۰



۳۷- در شکل زیر، وزن جسم B برابر با 600N و ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم B و سطح میز برابر با $0/5$ است. بیشینه وزن

جسم A چند نیوتون باشد تا مجموعه ساکن بماند؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ ، از جرم نخها صرف نظر شود و $\sin 37^\circ = 0/6$)



(۱) ۱۵۰

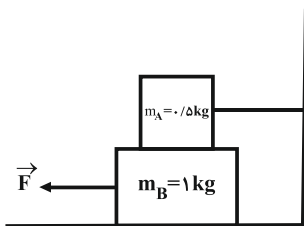
(۲) ۲۲۵

(۳) ۳۰۰

(۴) ۴۵۰

۳۸- در شکل زیر اگر ضریب اصطکاک ایستایی بین تمامی سطوح برابر با $0/1$ باشد، حداقل اندازه نیروی افقی لازم برای این که جسم

B در آستانه حرکت قرار گیرد، برابر با چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



(۱) ۱

(۲) ۱/۵

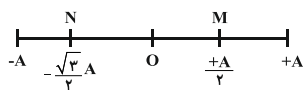
(۳) ۲/۵

(۴) ۲

۳۹- نوسانگری بر روی پاره خط زیر به مرکز O و دامنه A، حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر این نوسانگر فاصله بین دو نقطه

M تا N را بدون تغییر جهت طی کند، نوع حرکت آن بوده و انرژی پتانسیل کشسانی آن

است.



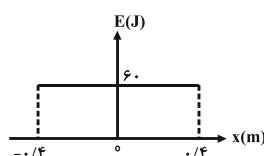
(۱) ابتدا تندشونده و سپس کندشونده - ابتدا در حال افزایش و سپس در حال کاهش

(۲) ابتدا تندشونده و سپس کندشونده - ابتدا در حال کاهش و سپس در حال افزایش

(۳) ابتدا کندشونده و سپس تندشونده - ابتدا در حال افزایش و سپس در حال کاهش

(۴) ابتدا کندشونده سپس تندشونده - ابتدا در حال کاهش و سپس در حال افزایش

۴۰- نمودار انرژی مکانیکی بر حسب بُعد نوسانگری که بر روی محور X و حول مبدأ مختصات حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد



مطابق شکل زیر است. اندازه بیشینه نیروی وارد بر این نوسانگر چند نیوتون است؟

(۲) ۳۰۰

(۱) ۱۵۰

(۴) به جرم نوسانگر و بسامد حرکت آن بستگی دارد.

(۳) ۴۰۰

شیمی پیش دانشگاهی: صفحه‌های ۲ تا ۵۸

۴۱- با توجه به واکنش $2C_2H_2(g) + 5O_2(g) \rightarrow 4CO_2(g) + 2H_2O(g)$ ، کدام گزینه نادرست می‌باشد؟

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\Delta[CO_2]}{4\Delta t} \quad (۲) \quad \frac{\Delta[H_2O]}{\Delta t} = -\frac{2\Delta[O_2]}{\Delta t} \quad (۱)$$

$$\frac{\Delta[C_2H_2]}{\Delta t} = -\frac{\Delta[H_2O]}{\Delta t} \quad (۴) \quad \frac{\Delta[C_2H_2]}{2\Delta t} = -\frac{\Delta[O_2]}{5\Delta t} \quad (۳)$$

۴۲- کدام یک از مطالب زیر نادرست می‌باشد؟

- A- واکنش محلول سدیم کلرید با محلول نقره نیترات
B- واکنش انفجار
C- واکنش تجزیه سلولز کاغذ
D- زنگ زدن اشیای آهنی

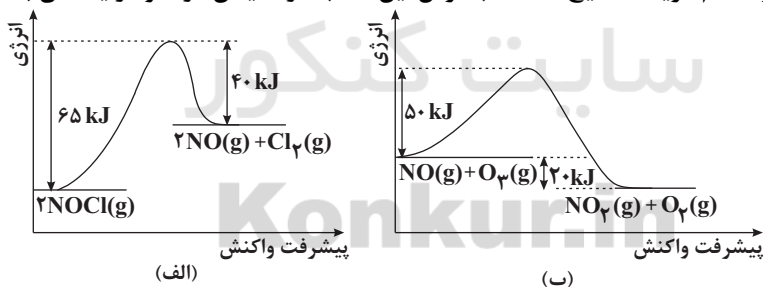
- (۱) ترتیب سرعت واکنش‌ها در شرایط معمولی به صورت $C < D < A < B$ می‌باشد.
(۲) همه واکنش‌ها دارای ΔG منفی و از لحاظ ترمودینامیکی مساعد هستند.
(۳) واکنش A از نوع جابه‌جایی دوگانه است و رسوب سفیدرنگ تولید می‌کند.
(۴) واکنش D برخلاف واکنش B، گرماگیر است.

۴۳- کدام یک از عبارات زیر درست هستند؟

- آ) در سینتیک شیمیایی آهنگ مصرف واکنش‌دهنده‌ها و تولید فراورده‌ها در بازه‌ای از زمان اهمیت ویژه‌ای دارد.
ب) مباحثی مانند بررسی سرعت تبدیل واکنش‌دهنده‌ها به فراورده‌ها و بررسی آنالیزی واکنش‌ها، به ترتیب مربوط به سینتیک و ترمودینامیک می‌باشند.
پ) ترمودینامیک با تعیین ΔG واکنش، چگونگی انجام واکنش را بررسی می‌کند.
(۱) آ (۲) آ-ب (۳) آ-ب (۴) ب-پ

۴۴- در کدام گزینه، عامل موثر بر سرعت واکنش، به درستی معرفی نشده است؟

- (۱) حبه قند آغشته به خاک باغچه سریع‌تر و آسان‌تر می‌سوزد: اثر کاتالیزگر
(۲) الیاف آهن داغ و سرخ شده در هوا نمی‌سوزد، در حالی که همان مقدار الیاف آهن داغ و سرخ شده در یک ارلن پر از اکسیژن می‌سوزد: اثر غلظت
(۳) سرعت واکنش فلزات قلیایی با آب متفاوت است: اثر واکنش‌پذیری
(۴) بیماری‌هایی که مشکلات تنفسی دارند، در شرایط اضطراری نیاز به تنفس از کپسول گاز اکسیژن خالص دارند: اثر سطح تماس
۴۵- با توجه به نمودارهای زیر، کدام گزینه صحیح است؟ (با فرض این که مبدأ و مقیاس دو نمودار یکسان باشد).



- (۱) پیچیده فعال در نمودار (الف)، پایدارتر از نمودار (ب) است.
(۲) به ازای مصرف ۱ مول NOCl، ۲۵ کیلوژول گرما مصرف می‌شود.
(۳) در هر دو واکنش، سرعت واکنش رفت، بیش‌تر از واکنش برگشت است.
(۴) در نمودار (ب)، سطح انرژی فراورده‌ها، به اندازه ۷۰ کیلوژول کم‌تر از سطح انرژی پیچیده فعال است.

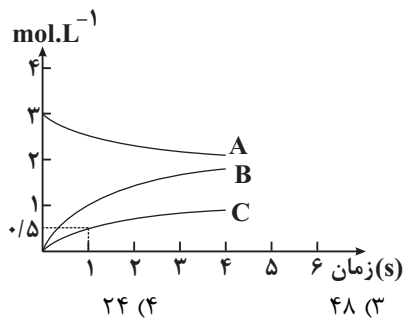
۴۶- چند مورد از موارد زیر نادرست می‌باشند؟

- در واکنش $H_2 + Cl \rightarrow HCl + H$ ، پیچیده فعال به صورت $H \dots \dots \dots Cl$ شناسایی و جداسازی شده است.
- واکنش بنیادی، واکنشی است که در آن فراورده‌ها از برخورد مستقیم ذره‌های واکنش‌دهنده تولید می‌شوند.
- در هنگام تشکیل پیچیده فعال، همه پیوندهای اولیه سست می‌شوند.
- نظریه حالت گذار برخلاف نظریه برخورد، برای واکنش در فاز محلول قابل استفاده است.

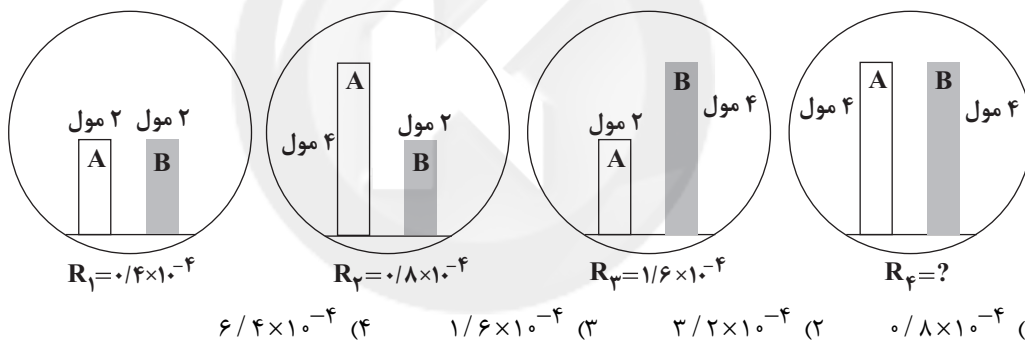
(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳



۴۷- با توجه به نمودار زیر که تغییرات غلظت مواد شرکت کننده در واکنش $A(g) \rightarrow 2B(g) + C(g)$ در ظرف ۲ لیتری را نشان می‌دهد، اگر سرعت متوسط مصرف A در ۲ ثانیه اول برابر $0.35 \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ باشد، سرعت متوسط تولید B در یک ثانیه دوم چند mol.min^{-1} خواهد بود؟

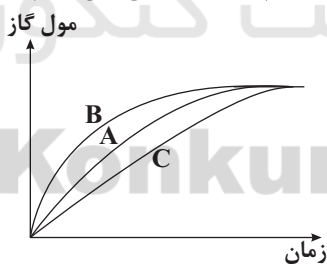


۴۸- در دمای معین دو گاز A و B باهم ترکیب می‌شوند و فرآورده AB را به وجود می‌آورند. چهار نمودار زیر مقدار مولکول‌های A و B را در مخلوط‌های اولیه چهار آزمایش با برچسب‌های ۱ تا ۴ در حجم یک لیتر نشان می‌دهد. سرعت‌های اولیه آن‌ها برحسب $\frac{\text{mol}}{\text{L.s}}$ در زیر آن‌ها نشان داده شده است. سرعت اولیه آزمایش ۴ برحسب $\frac{\text{mol}}{\text{L.s}}$ کدام است؟



(۱) 0.8×10^{-4} (۲) $3/2 \times 10^{-4}$ (۳) $1/6 \times 10^{-4}$ (۴) $6/4 \times 10^{-4}$

۴۹- در نمودار زیر، منحنی A برای واکنش 0.1 مول سدیم با آب در دمای اتاق رسم شده است. کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟



(۱) منحنی B می‌تواند مربوط به انجام واکنش 0.1 مول پتاسیم با آب در شرایط یکسان باشد.

(۲) منحنی B می‌تواند مربوط به انجام واکنش 0.1 مول سدیم با آب در دمای 80°C باشد.

(۳) منحنی C می‌تواند مربوط به قرار گرفتن ظرف واکنش در حمام آب و یخ باشد.

(۴) منحنی C می‌تواند مربوط به استفاده از 0.1 مول تکه‌های کوچک سدیم به جای 0.1 مول تکه‌های بزرگ‌تر آن باشد.

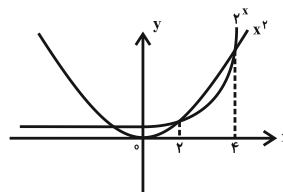
۵۰- در واکنش بنیادی $A(g) + 2B(g) \rightarrow 2C(g) + 2D(g)$ ، چنانچه غلظت اولیه A، ۲ برابر غلظت اولیه B باشد، در لحظه‌ای که مجموع غلظت مواد واکنش‌دهنده با مجموع غلظت مواد فرآورده برابر است، سرعت واکنش چند برابر سرعت آغازی است؟

(۱) $\frac{11}{1372}$ (۲) $\frac{64}{343}$ (۳) $\frac{64}{686}$ (۴) $\frac{11}{686}$



دیفرانسیل

-۱ گزینه «۳»

اگر نمودارهای $y = x^2$ و $y = x^{\sqrt{x}}$ را رسم کنیم، داریم:

چون $x > 0$ و $x^{\sqrt{x}} < x^2$ ، مجموعه جواب بازه $(2, 4)$ است که به صورت زیر می توان نوشت.

$$x \in (2, 4) \Rightarrow \begin{cases} \text{مرکز} = \frac{2+4}{2} = 3 = \alpha \\ \text{شعاع} = \frac{4-2}{2} = 1 = r \end{cases} \Rightarrow \alpha - r = 2$$

-۲ گزینه «۴»

$$\begin{aligned} S_{100} &= a_1 + a_2 + \dots + a_{100} \\ &= 100^2 - 99^2 + 98^2 - 97^2 + 96^2 - 95^2 + \dots + 2^2 - 1^2 \\ &= (100 - 99)(100 + 99) + (98 - 97)(98 + 97) + \dots + (2 - 1)(2 + 1) \\ &= 100 + 99 + 98 + \dots + 2 + 1 \\ &= \frac{100 \times 101}{2} = 5050 \end{aligned}$$

-۳ گزینه «۳»

برای آنکه دنباله c^n واگرا باشد، باید $c > 1$ یا $c \leq -1$ و برای غیریکتوا بودن باید $c < 0$ باشد. پس داریم:

$$\begin{aligned} c \leq -1 &\Rightarrow \frac{2x^{\sqrt{x}} - 6}{2} \leq -1 \\ &\Rightarrow 2x^{\sqrt{x}} - 6 \leq -2 \Rightarrow 2x^{\sqrt{x}} \leq 4 \Rightarrow x^{\sqrt{x}} \leq 2 \Rightarrow -\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2} \\ x \in \mathbb{Z} &\Rightarrow x \in \{-1, 0, 1\} \end{aligned}$$

-۴ گزینه «۴»

چون a_n صعودی و بی کران است، پس واگرا به $+\infty$ است. $(\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = +\infty)$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^{\sqrt{a_n}} + 4^{\sqrt{a_n}}}{4^{\sqrt{a_n} + 1}} = \frac{\infty}{\infty} \rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^{\sqrt{a_n}}}{4^{\sqrt{a_n} + 1}}$$

همگراست و کران بالا و پایین دارد.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{9^{a_n}}{9^{a_n} \times 9} = \frac{1}{9}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\frac{\cos n\pi}{a_n} \right] = \left[\frac{(-1)^{+\infty}}{+\infty} \right] = \begin{cases} [0^+] = 0 \\ [0^-] = -1 \end{cases}$$

واگراست و کران بالا و پایین دارد.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \log a_n = \log(+\infty) = +\infty$$

واگرا به $+\infty$ است و فقط کران پایین دارد.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n \cos \frac{n\pi}{4} = \begin{cases} (+\infty) \times 0 = 0 \\ (+\infty) \times (\pm \frac{\sqrt{2}}{2}) = \pm\infty \\ (+\infty) \times (\pm 1) = \pm\infty \end{cases}$$

واگراست و کران بالا و پایین ندارد.

-۵ گزینه «۴»

برای آن که دنباله همگرا باشد، باید حد $\left[\frac{an + \sqrt{a}}{n + 3} \right]$ برابر صفر یا یک شود.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\frac{an + \sqrt{a}}{n + 3} \right] = 0 \Rightarrow 0 \leq \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{an + \sqrt{a}}{n + 3} < 1 \Rightarrow 0 \leq a \leq 1 \quad (1)$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\frac{an + \sqrt{a}}{n + 3} \right] = 1 \Rightarrow 1 \leq \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{an + \sqrt{a}}{n + 3} < 2 \Rightarrow 1 < a < 2 \quad (2)$$

از طرفی اگر $a = 2$ باشد، داریم:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\frac{2n + \sqrt{2}}{n + 3} \right] = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[2 - \frac{4}{n + 3} \right] = [2^-] = 1 \quad (3)$$

پس از (۱)، (۲) و (۳) نتیجه می شود: $a \in [0, 2]$.

-۶ گزینه «۳»

$$A = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(2 - \cos \frac{1}{n} \right)^{n^{\sqrt{2}}} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \left(1 - \cos \frac{1}{n} \right) \right)^{n^{\sqrt{2}}}$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + 2 \sin^2 \frac{1}{2n} \right)^{n^{\sqrt{2}}} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + 2 \left(\frac{1}{2n} \right)^2 \right)^{n^{\sqrt{2}}}$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\left(1 + \frac{1}{2n^2} \right)^{2n^{\sqrt{2}}} \right]^{\frac{1}{2}} = e^{\sqrt{2}}$$

$$B = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n^{\sqrt{2}} + 1 + \sqrt{2}}{n^{\sqrt{2}} + 1} \right)^{n^{\sqrt{2}} + 1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{n^{\sqrt{2}} + 1} \right)^{n^{\sqrt{2}} + 1} = e^{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{B}{A} = \frac{e^{\sqrt{2}}}{e^{\sqrt{2}}} = e^{\frac{\sqrt{2}}{2}} = e^{\frac{1}{\sqrt{2}}}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{a}{n} \right)^{bn} = e^{ab}$$

توجه:



$$\frac{n^2}{n^2-1} < a_n < \frac{n}{n-1}$$

از طرفی داریم: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2}{n^2-1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{n-1} = 1$ پس طبق قضیه

فشردگی داریم:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 1$$

هندسه تحلیلی

۱-۱ گزینه «۲»

مختصات برداری که با محورهای مختصات زوایای مساوی می‌سازد، بصورت

$b(k, k, k)$ می‌باشد که اگر زوایا حاده باشد، آن گاه: $k > 0$

بردار $b(1, 1, 1)$ را به دلخواه انتخاب می‌کنیم:

$$a' = \frac{a \cdot b}{|b|^2} b = \frac{3+1-2}{(\sqrt{3})^2} b = \frac{2}{3} b$$

$$a'' = 2a' - a = \frac{4}{3} b - a = \left(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right) - (2, 1, -2)$$

$$\Rightarrow a'' = \left(-\frac{5}{3}, \frac{1}{3}, \frac{10}{3}\right)$$

$$x + y + z = -\frac{5}{3} + \frac{1}{3} + \frac{10}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

۱-۲ گزینه «۳»

متوازی‌السطوح بنا شده، روی بردارهای a ، b و c مکعبی به طول یال ۳ است.

پس حجم آن برابر است با $V = 3^3 = 27$. از طرفی داریم:

$$V' = |c' \cdot (a' \times b')| = |(0, 0, m) \cdot (0, 0, 2)| = |2m| \xrightarrow{m \in \mathbb{R}^+} V' = 2m$$

حال:

$$V = 4/5 V' \Rightarrow 27 = 4/5 \times 2m \Rightarrow 27 = 9m \Rightarrow m = 3$$

۱-۳ گزینه «۳»

اگر $A_0(1, 2, 0)$ نقطه دلخواه از فصل مشترک (خط) و u بردار هادی فصل

مشترک باشد، آن گاه فاصله نقطه A از فصل مشترک به صورت زیر محاسبه

می‌شود.

$$D = \frac{|\overrightarrow{AA_0} \times u|}{|u|}, \quad u = (1, 0, -1) \times (0, 1, 2) = (1, -2, 1)$$

$$\overrightarrow{AA_0} \times u = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix} = (-3, -3, -3)$$

$$D = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{6}} = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

۷- گزینه «۱»

جمله عمومی دنباله از بسط عبارت $(1 + \frac{k}{n})^n$ به دست آمده است. بنابراین

داریم:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{k}{n}\right)^n = e \Rightarrow k = 1$$

۸- گزینه «۲»

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n(\log^{(n+k)} - \log^n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} n \log^n \frac{n+k}{n}$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \log^n \frac{(n+k)^n}{n^n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \log^n \left(1 + \frac{k}{n}\right)^n = \log^e k = k \log^e$$

$$\Rightarrow k \log^e = 2 \log^e \Rightarrow k = 2$$

۹- گزینه «۳»

$f(a_n)$ را محاسبه می‌کنیم:

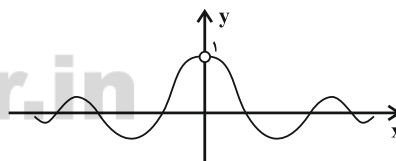
$$f(a_n) = \frac{\sin\left(1 - \frac{(-1)^n}{n} - 1\right)}{1 - \frac{(-1)^n}{n} - 1} = \frac{\sin\left(\frac{-1}{n}\right)}{\frac{-1}{n}}$$

با توجه به این که $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(-1)^n}{n} = 0$ داریم:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(a_n) = 1$$

ولی با توجه به نمودار تابع $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ داریم:

$$x \rightarrow 0^+ : \frac{\sin x}{x} < 1$$



پس $\{f(a_n)\}$ به صفر همگراست.

۱۰- گزینه «۱»

شرط داده شده را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$a_n < (a_n - 1)n^2 \Rightarrow n^2 < a_n(n^2 - 1) \Rightarrow a_n > \frac{n^2}{n^2 - 1} \quad (1)$$

$$(a_n - 1)n^2 < n + a_n \Rightarrow n^2 a_n - a_n < n^2 + n$$

$$\Rightarrow a_n(n^2 - 1) < n^2 + n \Rightarrow a_n < \frac{n^2 + n}{n^2 - 1} \Rightarrow a_n < \frac{n}{n-1} \quad (2)$$

از (۱) و (۲) نتیجه می‌شود:



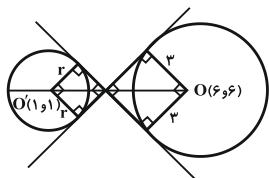
$$MA^2 = OM^2 - OA^2 = 9 - 4 = 5 \Rightarrow MA = \sqrt{5} \Rightarrow MN = 2\sqrt{5}$$

روش دوم:

$$\text{بفرض } F(x, y) = x^2 - 4x + y^2 - 2y - 4 = 0 \text{ داریم:}$$

$$MN = 2\sqrt{|F(A)|} = 2\sqrt{|F(0, 1)|} = 2\sqrt{|0 + 1 - 2 - 4|} = 2\sqrt{5}$$

۱۷- گزینه «۲»



$$(x-6)^2 + (y-6)^2 = 9$$

$$x^2 + y^2 - 2x - 2y + 2 - r^2 = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 = r^2$$

$$OO' = \sqrt{2}(r+3) \Rightarrow \sqrt{(6-1)^2 + (6-1)^2} = \sqrt{2}(r+3)$$

$$\Rightarrow 5\sqrt{2} = \sqrt{2}(r+3) \Rightarrow r=2$$

۱۸- گزینه «۳»

$$(A+I)^2 = 4A \Rightarrow A^2 + 2AI + I^2 = 4A$$

$$\Rightarrow A^2 + 2A + I = 4A \Rightarrow A^2 - 2A + I = 0$$

$$\Rightarrow A^2 - 2AI + I^2 = 0 \Rightarrow (A-I)^2 = 0 \Rightarrow A=I$$

$$|A^2 + A^2 + A| = |I^2 + I^2 + I| \Rightarrow |2I| = |3I| \Rightarrow |I| = 27 \times 1 = 27$$

۱۹- گزینه «۴»

ستون‌های دوم و سوم را به ستون اول می‌افزاییم و از $2(a+b+c)$ در ستون اول فاکتور می‌گیریم.

$$D = 2(a+b+c) \begin{vmatrix} 1 & a & b \\ 1 & 2a+b+c & b \\ 1 & a & a+2b+c \end{vmatrix}$$

سطر اول را در (-1) ضرب می‌کنیم و آن را یک بار با سطر دوم و یک بار با سطر سوم جمع می‌نماییم:

$$D = 2(a+b+c) \begin{vmatrix} 1 & a & b \\ 0 & a+b+c & 0 \\ 0 & 0 & a+b+c \end{vmatrix}$$

حاصل دترمینان ماتریس بالا مثلثی (یا پایین مثلثی) برابر است با حاصل ضرب

$$D = 2(a+b+c)^3 \text{ درایه‌های واقع بر قطر اصلی ماتریس}$$

۱۴- گزینه «۲»

$$x=y=z \Rightarrow \mathbf{u}_D = (1, 1, 1)$$

$$\mathbf{u}_D \times \mathbf{u}_{D'} \xrightarrow{\text{راستای عمود مشترک}} \mathbf{u}_D \times \mathbf{u}_{D'} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-a}{3} \Rightarrow \mathbf{u}_{D'} = (1, 2, 3)$$

$$= \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = i - 2j + k$$

این بردار را در صورت‌های معادلات کانونیک خط‌ها ضرب داخلی می‌کنیم و برابر صفر قرار می‌دهیم. معادلات صفحاتی که موازیند و شامل خط‌های متانفرند به دست می‌آید:

$$\begin{cases} 1 \times x - 2 \times y + 1 \times z = 0 \\ x - 2(y-1) + z - a = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 2y + z = 0 \\ x - 2y + z = a - 2 \end{cases}$$

فاصله این دو صفحه طول عمود مشترک دو خط متناظر را مشخص می‌کند.

$$\frac{|a-2-0|}{\sqrt{1+4+1}} = \sqrt{6} \Rightarrow |a-2| = 6 \Rightarrow a-2 = \pm 6 \Rightarrow a = 8 \text{ یا } a = -4$$

هر دو جواب قابل قبول است و $a = 8$ در گزینه ۲ آمده است.

۱۵- گزینه «۴»

اگر فاصله A تا مرکز دایره را d بنامیم، دورترین و نزدیک‌ترین فاصله A از دایره به ترتیب عبارتند از: $(d+r)$ و $(d-r)$.

$$x^2 + y^2 + kx - 4y - 11 = 0 \Rightarrow (x + \frac{k}{2})^2 + (y - 2)^2 = \frac{k^2}{4} + 15$$

$$d^2 = OA^2 = (4 + \frac{k}{2})^2 + (7 - 2)^2 \Rightarrow d^2 = (4 + \frac{k}{2})^2 + 25$$

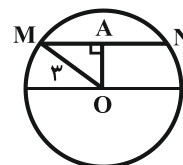
$$(d-r)(d+r) = 34 \Rightarrow d^2 - r^2 = 34$$

$$\Rightarrow (4 + \frac{k}{2})^2 + 25 - (\frac{k^2}{4} + 15) = 34$$

$$4k + 26 = 34 \Rightarrow k = 2$$

۱۶- گزینه «۱»

خط $y = mx + 1$ همواره از نقطه ثابت $A(0, 1)$ می‌گذرد، این نقطه داخل دایره قرار دارد.



معادله دایره عبارت است از:

$$(x-2)^2 + (y-1)^2 = 9$$

طول کوتاهترین وتر گذرنده از نقطه A جواب است.

$$OA^2 = (2-0)^2 + (1-1)^2 \Rightarrow OA = 2$$



۲۰- گزینه «۲»

$$\begin{vmatrix} x & y & 2 \\ 3 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

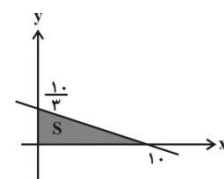
نمودار به معادله $\begin{vmatrix} x & y & 2 \\ 3 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$ یک خط است. محل تلاقی آن را با محورهای

مختصات به شرح زیر به دست می آوریم:

$$y = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} x & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow -x + 2(3+2) = 0 \Rightarrow x = 10$$

$$x = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 0 & y & 2 \\ 3 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow -y(3-0) + 2(2+3) = 0 \Rightarrow y = \frac{10}{3}$$



$$S = \frac{1}{2} \times \frac{10}{3} \times 10 = \frac{50}{3}$$

ریاضیات گسسته

۲۱- گزینه «۲»

$$2xy - y - 9x + 11 = 0 \Rightarrow y(2x-1) = 9x-11$$

$$\Rightarrow y = \frac{9x-11}{2x-1} \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{aligned} \text{پس } 2x-1 \mid 9x-11 &\Rightarrow 2x-1 \mid 18x-22 \quad (-) \\ &\Rightarrow 2x-1 \mid 13 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 2x-1=1 \Rightarrow x=1 \Rightarrow y=-2 & \text{غ ق ق} \\ 2x-1=-1 \Rightarrow x=0 & \text{غ ق ق} \\ 2x-1=13 \Rightarrow x=7 \Rightarrow y=4 & \text{غ ق ق} \\ 2x-1=-13 \Rightarrow x=-6 & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

تنها یک جفت عدد طبیعی برای x و y به دست آمده است.

۲۲- گزینه «۱»

$$a = 200q + r^2, \quad 0 \leq r^2 < 200$$

$$0 \leq r^2 < 200 \Rightarrow 0 \leq r < \sqrt{200} \Rightarrow 0 \leq r \leq 14$$

چون a فرد است پس $200q + r^2$ فرد است و چون $200q$ زوج است پس r^2 و در نتیجه r باید فرد باشد.

$$0 \leq r \leq 14 \xrightarrow{\text{فرد } r} \text{Max}(r) = 13$$

$$\Rightarrow a = 200q + 13^2 \Rightarrow a = 200q + 169$$

$$a < 1000 \Rightarrow 200q + 169 < 1000 \Rightarrow 200q < 831 \Rightarrow q < \frac{831}{200}$$

$$\Rightarrow q \leq 4 \Rightarrow \text{Max}(a) = 200 \times 4 + 169 = 969 \Rightarrow \text{رقم دهگان} = 6$$

۲۳- گزینه «۳»

حداکثر m (abcd) برابر است با:

$$(5555)_6 - 1 = 1295$$

$$\begin{array}{r} 1295 \mid 11 \\ \underline{8} \quad 117 \end{array}$$

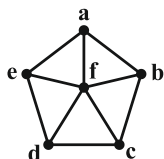
اما 1295 مضرب 11 نیست:پس بزرگترین عدد مورد نظر $1287 = 1295 - 8$ است و داریم:

$$1287 = 2 \times 5^4 + 1 \times 5^3 + 2 \times 5^2 + 2 = (20122)_5$$

۲۴- گزینه «۳»

اگر گراف k_3 را در نظر بگیریم، آنگاه درجات تمام رئوس 12 است و تعدادبالها برابر است با: $\frac{13 \times 12}{2} = 78$. اکنون از یکی از رئوس 5 یال را حذفمی کنیم تا درجه اش به $\delta = 7$ برسد. گراف حاصل جواب است و تعدادیال های آن برابر $73 = 78 - 5$ یال خواهد بود.

۲۵- گزینه «۱»

رأس های گراف را نامگذاری می کنیم. یکی از دورهای به طول 5 ، واضح استکه دور $abcdea$ است (محیط پنج ضلعی) و حال توجه کنید که دور $afdcba$ هم به طول 5 است. با توجه به تقارن موجود در نمودار گراف، کافی است از 5 رأس روی پنج ضلعی، 4 رأس را انتخاب کنیم و رأس f در مرکز گراف همهمیشه در دور به طول 5 شرکت می کند. اما این کار به $\binom{5}{4} = 5$ روشامکان پذیر است، در نتیجه روی هم $5 + 1 = 6$ دور به طول 5 داریم.

۲۶- گزینه «۲»

$$13^2 \equiv -1 \Rightarrow 13^{26} \equiv -1 \Rightarrow 13^{27} \equiv 13 \Rightarrow 13^{27} \equiv 4$$

۲۷- گزینه «۱»

از $a \equiv 2$ و $a \equiv 2$ نتیجه می شود $a \equiv 2$ و داریم:

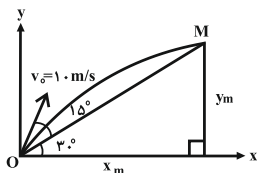
$$\left. \begin{array}{l} a \equiv 0 \equiv 72 \\ a \equiv 25 \\ a \equiv 2 \equiv 72 \end{array} \right\} \Rightarrow a \equiv 72 \Rightarrow a \equiv 72 \equiv 1017$$



۲۸- گزینه «۲»

۳۳- گزینه «۲»

معادله سطح شیب دار و مسیر حرکت را نوشته و با هم تلاقی می دهیم تا مختصات نقطه برخورد به دست آید. سپس فاصله را حساب می کنیم.



$$y_1 = \tan 30^\circ x \Rightarrow y_1 = \frac{\sqrt{3}}{3} x$$

$$y_2 = \frac{-g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha = \frac{-10}{2 \times 100 \times \frac{1}{4}} x^2 + x \times 1$$

$$\Rightarrow y_2 = -\frac{1}{10} x^2 + x$$

$$y_1 = y_2 \Rightarrow -\frac{1}{10} x^2 + x = \frac{\sqrt{3}}{3} x \Rightarrow \frac{1}{10} x^2 = (1 - \frac{\sqrt{3}}{3}) x$$

$$\Rightarrow x = 10(1 - \frac{\sqrt{3}}{3}) m$$

$$\overline{OM} = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + (\frac{\sqrt{3}}{3} x)^2} = \frac{2}{\sqrt{3}} x = \frac{2}{\sqrt{3}} [10(1 - \frac{\sqrt{3}}{3})]$$

$$\Rightarrow \overline{OM} = 20(\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{3}) = 20(\frac{\sqrt{3}-1}{3}) m$$

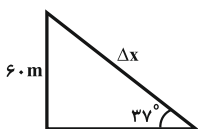
۳۴- گزینه «۴»

شتاب جسمی که روی سطح شیب دار با ضریب اصطکاک μ_k به طرف بالا پرتاب می شود، برابر است با:

$$a = -g(\sin \alpha + \mu_k \cos \alpha)$$

$$\frac{\alpha = 37^\circ}{\mu_k = 0.25} \rightarrow a = -10 \times (\frac{3}{5} + \frac{1}{4} \times \frac{4}{5}) = -8 \frac{m}{s^2}$$

اندازه جابه جایی جسم روی سطح شیب دار تا لحظه توقف، برابر است با:



$$\sin 37^\circ = \frac{6.0}{\Delta x} \Rightarrow 6.0 = \frac{3}{5} \Delta x \Rightarrow \Delta x = 10.0 m$$

مدت زمانی که طول می کشد تا جسم مسافت $10.0 m$ را طی کند، برابر است با:

$$|\Delta x| = -\frac{1}{2} a t^2 + v t \xrightarrow{\Delta x = 10.0 m} 10.0 = \frac{1}{2} \times 8 \times t^2 + 0 \Rightarrow t = 2.5 s$$

در نهایت با استفاده از تعریف سرعت متوسط داریم:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10.0}{2.5} = 4.0 \frac{m}{s}$$

$$3x + 2 = 3 \Rightarrow 3x = 1 \Rightarrow 3x = 1 + 5$$

$$\Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow x = 5k + 2$$

$$4x + 3 = 4(5k + 2) + 3 = 20k + 11 = 10(2k + 1) + 1 = 10m + 1$$

در نتیجه باقی مانده تقسیم $4x + 3$ بر 10 ، برابر یک خواهد شد.

۲۹- گزینه «۳»

$$\frac{11}{3m^2n} \equiv n - 2 + m - 3$$

$$\frac{11}{n^2m^2} \equiv 3 - m + 2 - n$$

$$\frac{11}{3m^2n} \equiv \frac{11}{n^2m^2} \Rightarrow n + m - 5 \equiv 5 - m - n$$

$$\Rightarrow 2n + 2m \equiv 10 \Rightarrow n + m \equiv 5$$

۳۰- گزینه «۱»

چون فقط یکی از متغیرها را می خواهیم بهتر است به معادله هم نهستی تبدیل کنیم:

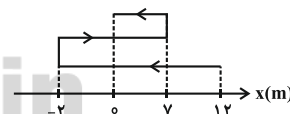
$$9x + 13y \equiv 7 \Rightarrow 13y \equiv 7 \Rightarrow 4y \equiv 7 \Rightarrow 4y \equiv 16$$

$$\Rightarrow y \equiv 4 \Rightarrow y \in [4]_4$$

فیزیک پیش دانشگاهی

۳۱- گزینه «۳»

نحوه حرکت متحرک روی محور x به صورت شکل زیر می باشد. بنابراین:



$$\text{اندازه جابه جایی} : |\Delta x| = |0 - 12| = 12 m$$

$$\text{مسافت طی شده} : d = 12 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 30 m$$

$$\frac{|\Delta x|}{d} = \frac{12}{30} = \frac{2}{5}$$

۳۲- گزینه «۳»

با استفاده از تعریف سرعت متوسط، می توان نوشت:

$$t_1 = 0 \Rightarrow x_1 = 0$$

$$t_2 = 8 s \Rightarrow x_2 = 2 \times 8^2 - 4 \times 8 = 96 m$$

$$\bar{v} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{96 - 0}{8 - 0} \Rightarrow \bar{v} = 12 \frac{m}{s}$$

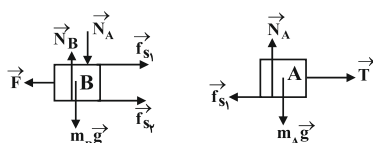


$$\Rightarrow T_1 = \frac{300}{0.8} = 375 \text{ N}$$

$$T_1 \sin 37^\circ = m_A g \Rightarrow 375 \times 0.6 = W_A \Rightarrow W_A = 225 \text{ N}$$

۳۸- گزینه «۴»

ابتدا نیروهای وارد بر دو جسم را رسم می‌کنیم. دقت کنید که سطح بالای جسم B با جسم A و سطح پایین جسم B با سطح افقی در تماس است پس دو نیروی اصطکاک به آن وارد می‌شود.



برای به دست آوردن اندازه نیروهای اصطکاک، ابتدا نیروهای عمودی سطوح بالا و پایین را می‌یابیم:

$$N_A = m_A g \text{ و } f_{s1} = \mu_s N_A = 0.1 \times 0.5 \times 10 = 0.5 \text{ N}$$

$$N_B = N_A + m_B g \Rightarrow N_B = 0.5 + 1.0 + 1.0 = 2.5 \text{ N}$$

$$f_{s2} = \mu_s N_B = 0.1 \times 2.5 = 0.25 \text{ N}$$

حال قانون دوم نیوتون را با شرط شتاب صفر در راستای افقی برای جسم B می‌نویسیم:

$$F - f_{s1} - f_{s2} = 0 \Rightarrow F = f_{s1} + f_{s2}$$

$$\Rightarrow F = 0.5 + 0.25 = 0.75 \text{ N}$$

۳۹- گزینه «۲»

زمانی که نوسانگر در حال نزدیک شدن به مرکز نوسان باشد، سرعت و شتاب آن هم‌جهت است و بنابراین حرکتش تندشونده می‌باشد و زمانی که در حال دور شدن از مرکز نوسان است، حرکتش کندشونده خواهد بود. بنابراین حرکت این نوسانگر در بازه زمانی مشخص شده ابتدا تندشونده و سپس کندشونده خواهد بود. در مورد انرژی پتانسیل کشسانی نوسانگر می‌توان گفت هر چه نوسانگر به دو انتهای مسیر نوسان نزدیک شود، انرژی پتانسیل کشسانی آن بیش‌تر شده و در مرکز نوسان انرژی پتانسیل کشسانی آن صفر است، پس انرژی پتانسیل کشسانی این نوسانگر ابتدا در حال کاهش و سپس در حال افزایش است.

۴۰- گزینه «۲»

با استفاده از تعریف انرژی مکانیکی و اندازه بیشینه نیروی وارد بر نوسانگر هماهنگ ساده، داریم:

$$\left. \begin{aligned} E &= \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \\ F &= m \omega^2 A \end{aligned} \right\} \Rightarrow F_{\max} = \frac{2E}{A} = \frac{2 \times 60}{4 \times 10^{-1}} \Rightarrow F_{\max} = 300 \text{ N}$$

۳۵- گزینه «۲»

بیش‌ترین انرژی جنبشی مربوط به بیش‌ترین سرعت مجاز اتومبیل می‌باشد، داریم:

$$v_{\max} = \sqrt{rg \tan \alpha}$$

$$K_{\max} = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 = \frac{1}{2} m (rg \tan \alpha) = \frac{1}{2} W r \tan \alpha$$

$$K_{\max} = \frac{1}{2} \times 10^4 \times 10 \times \frac{3}{4} = 37500 \text{ J} = 37.5 \text{ kJ}$$

۳۶- گزینه «۳»

با توجه به شکل، ابتدا نیروی \vec{F} را در دو راستای افقی و قائم تجزیه می‌کنیم و قانون دوم نیوتون را برای جرم M می‌نویسیم. در آستانه حرکت شتاب حرکت صفر بوده و بیشینه نیروی اصطکاک برابر با $\mu_s N$ می‌باشد.

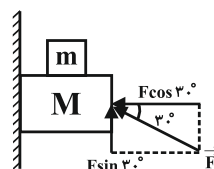
$$N = F \cos 30^\circ$$

$$Mg + mg - F \sin 30^\circ - \mu_s F \cos 30^\circ = 0$$

$$\Rightarrow (M + m)g = F(\sin 30^\circ + \mu_s \cos 30^\circ)$$

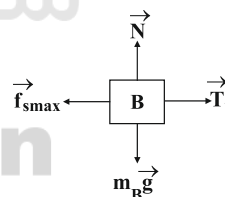
$$\Rightarrow (m + 1/5) \times 10 = 20 \times \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\Rightarrow m + 1/5 = 2 \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) \Rightarrow m + 1/5 = 2 \Rightarrow m = 0.5 \text{ kg} = 500 \text{ g}$$



۳۷- گزینه «۲»

برای آن که مجموعه ساکن بماند، باید بر ایند نیروهای وارد بر جسم‌های A و B برابر با صفر باشد و جسم A و B در تعادل باشند. برای این منظور، ابتدا نیروهای وارد بر جسم A و B را رسم می‌کنیم داریم:

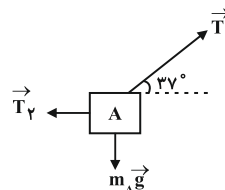


$$N = m g$$

$$\Rightarrow T_B = f_{s \max} \Rightarrow T_B = \mu_s N = \mu_s m_B g$$

$$\Rightarrow T_B = 0.5 \times 600 = 300 \text{ N}$$

برای جسم A داریم:



$$T_1 \cos 37^\circ = T_A \Rightarrow T_1 \cos 37^\circ = 300$$

شیمی پیش دانشگاهی

۴۱- گزینه «۳»

با توجه به اینکه C_2H_2 و O_2 ، هر دو واکنش دهنده هستند، بنابراین:

$$\frac{\Delta[C_2H_2]}{2\Delta t} = \frac{\Delta[O_2]}{\Delta t}$$

۴۲- گزینه «۴»

(۱) واکنش A سریع، B بسیار سریع، C بسیار کند و D کند است.

پس ترتیب سرعت: $C < D < A < B$

(۲) همه واکنش‌ها خودبه‌خودی هستند، لذا می‌توان نتیجه گرفت $\Delta G < 0$ است.

(۳) واکنش $NaCl(aq) + AgNO_3(aq) \rightarrow AgCl(s) + NaNO_3(aq)$: A

(۴) در واکنش زنگ زدن آهن به صورت $4Fe(s) + 3O_2(g) \rightarrow 2Fe_2O_3(s)$

چون $\Delta S < 0$ ، پس ΔH واکنش باید منفی باشد تا واکنش خودبه‌خودی

انجام شود.

۴۳- گزینه «۳»

عبارت‌های (A) و (B) صحیح هستند.

بررسی عبارت نادرست:

عبارت (پ): ترمودینامیک با تعیین ΔG واکنش، امکان وقوع واکنش را بررسی

می‌کند.

۴۴- گزینه «۴»

گزینه «۴» بیان‌کننده اثر غلظت از عوامل موثر بر سرعت واکنش‌ها است.

سایر موارد مطابق کتاب درسی، درست‌اند.

۴۵- گزینه «۴»

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: سطح انرژی پیچیده فعال در نمودار (ب) کم‌تر از نمودار (الف) است،

بنابراین پیچیده فعال در نمودار (ب) پایدارتر از نمودار (الف) می‌باشد.

گزینه «۲»:

$$\Delta H = E_{a\text{ رفت}} - E_{a\text{ برگشت}} = 65\text{kJ} - 40\text{kJ} = 25\text{kJ}$$

با توجه به نمودار (الف)، به ازای مصرف ۲ مول $NOCl$ ، 25kJ گرما مصرف

می‌شود، بنابراین به ازای مصرف ۱ مول $NOCl$ ، 12.5kJ گرما مصرف

خواهد شد.

گزینه «۳»: در نمودار (الف) برخلاف نمودار (ب)، انرژی فعال‌سازی واکنش رفت

بیش‌تر از واکنش برگشت است، بنابراین در واکنش مربوط به نمودار (الف)، در

شرایط یکسان سرعت واکنش برگشت بیش‌تر از سرعت واکنش رفت می‌باشد.

گزینه «۴»:

$$\Delta H = E_{a\text{ رفت}} - E_{a\text{ برگشت}} \Rightarrow E_{a\text{ برگشت}} = 50\text{kJ} + 20\text{kJ} = 70\text{kJ}$$

۴۶- گزینه «۳»

عبارت‌های اول و سوم نادرست هستند.

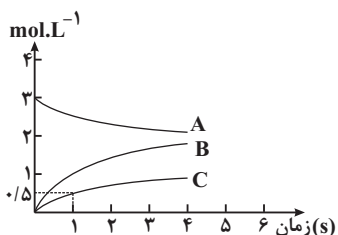
عبارت اول: پیچیده فعال گونه بسیار ناپایداری است، به طوری که نمی‌توان آن را

حین واکنش جداسازی و شناسایی کرد.

عبارت سوم: در هنگام تشکیل پیچیده فعال، همه پیوندهای اولیه سست نمی‌شوند

و فقط پیوندهایی که باید بشکنند سست می‌شوند.

۴۷- گزینه «۳»





از تکه‌های کوچک سدیم به جای تکه‌های بزرگ آن باشد که در اثر آن سطح

تماس افزایش یافته و سرعت واکنش بیشتر می‌شود.

منحنی C مربوط به کاهش سرعت واکنش است که می‌تواند مربوط به قرار

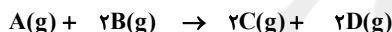
دادن ظرف واکنش در دمای پایین‌تر باشد.

۵۰- گزینه «۴»

در واکنش‌های بنیادی، مرتبه هر واکنش‌دهنده، برابر ضریب استوکیومتری آن

است. $R = k[A][B]^2$

غلظت اولیه B را a فرض می‌کنیم:



آغاز واکنش	2a	a	۰	۰
تغییرات	-x	-2x	+2x	+2x
لحظه موردنظر	2a - x	a - 2x	2x	2x

$$2a - x + a - 2x = 2x + 2x \Rightarrow 3a = 4x \Rightarrow x = \frac{3}{4}a$$

$$\frac{\bar{R}}{\text{ثانویه}} = \frac{k[A][B]^2}{\bar{R}} = \frac{k[A_0][B_0]^2}{\bar{R}}$$

$$\frac{\bar{R}}{\text{ثانویه}} = \frac{(2a-x)(a-2x)^2}{(2a)(a)^2} = \frac{(2a-\frac{3}{4}a)(a-\frac{3}{4}a)^2}{(2a)(a)^2}$$

$$= \frac{(\frac{1}{4}a)(\frac{1}{4}a)^2}{(2a)(a)^2} = \frac{11}{686}$$

$$\bar{R}_{(0-2)}(A) = \frac{\bar{R}_{(0-2)}(B)}{2}$$

$$\Rightarrow \bar{R}_{(0-2)}(B) = 2 \times 0.35 = 0.7 \text{ mol.L}^{-1}.s^{-1}$$

با توجه به نمودار، سرعت متوسط تولید C را در یک ثانیه نخست به دست می‌آوریم:

$$\bar{R}_{(0-1)}(C) = \frac{(0.5 - 0) \text{ mol.L}^{-1}}{1s} = 0.5 \text{ mol.L}^{-1}.s^{-1}$$

$$\bar{R}_{(0-1)}(C) = \frac{\bar{R}_{(0-1)}(B)}{2} \Rightarrow \bar{R}_{(0-1)}(B) = 2 \times 0.5 = 1 \text{ mol.L}^{-1}.s^{-1}$$

برای ماده B می‌توان نوشت:

$$\bar{R}_{(0-2)}(B) = \frac{\bar{R}_{(0-1)}(B) + \bar{R}_{(1-2)}(B)}{2}$$

$$\Rightarrow \bar{R}_{(1-2)}(B) = 0.4 \text{ mol.L}^{-1}.s^{-1}$$

$$R_{(1-2)}(B) \Rightarrow 0.4 \frac{\text{mol}}{\text{L.s}} \times \frac{60s}{1\text{min}} \times 2L = 48 \text{ mol.min}^{-1}$$

۴۸- گزینه «۲»

$$R = k.[A]^m.[B]^n$$

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{k[4]^m[2]^n}{k[2]^m[2]^n} \Rightarrow 2 = 2^m \Rightarrow m = 1$$

$$\frac{R_3}{R_1} = \frac{k[2]^1[4]^n}{k[2]^1[2]^n} \Rightarrow 4 = 2^n \Rightarrow n = 2$$

$$R = k.[A]^1[B]^2$$

پس قانون سرعت برابر خواهد شد با:

$$\frac{R_4}{R_1} = \frac{k[4]^1[4]^2}{k[2]^1[2]^2} \Rightarrow \frac{R_4}{R_1} = 2^3 \Rightarrow R_4 = 3/2 \times 10^{-4} \frac{\text{mol}}{\text{L.s}}$$

۴۹- گزینه «۴»

منحنی B مربوط به افزایش سرعت واکنش است. بنابراین می‌تواند مربوط به

واکنش پتاسیم با آب که سریع‌تر از سدیم با آب است، باشد و همچنین با افزایش

دمای آب، سرعت واکنش افزایش می‌یابد. علاوه بر این می‌تواند مربوط به استفاده