www.konkur.in

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی وقف عام

آزمون غیرحضوری

دروس اختصاصی

فارغ‌التحصیلان ریاضی

(۳۰ آذر ۱۳۹۷)

(مباحث ۲۱ دی ۹۷)

سایت کنکور
Konkur.in

گروه فنی و تولید:

مسئول تولید آزمون غیرحضوری	محمد اکبری
مسئول دفترچه آزمون غیرحضوری	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مریم صالحی — مسئول دفترچه: آتنه اسفندیاری
حروف‌چین	حسن خرّم‌جو
ناظر چاپ	سوران نعیمی

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – تلفن: ۶۶۹۶۲۴۰۰

«تمام دارایی‌ها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»

forum.konkur.in

www.konkur.in

دیفرانسیل

دیفرانسیل
یادآوری و مفاهیم پایه، دنباله‌ها، حد و پیوستگی
صفحه‌های ۱ تا ۱۲۰
حسابان
حد و پیوستگی
صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۵۸

۱. بزرگ‌ترین کران پایین دنباله با جملهٔ عمومی $U_n = \frac{۳^n}{n^۳}$، کدام است؟

۱) صفر ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) ۱ ۴) ۳

۲. اگر داشته باشیم $\lim_{n\to\infty}(\frac{۵n+۷}{۵n+۳})^{۲n+\frac{۶}{۵}} = e^k$، k کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۸}$ ۲) $\frac{۸}{۵}$ ۳) $\frac{۱۳}{۸}$ ۴) $\frac{۵}{۱۳}$

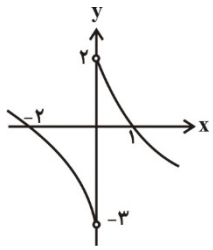
۳. دنبالهٔ $a_n = \sqrt{n^۲ + ۴n + ۳}$ مفروض است. کدام گزینه در مورد دنبالهٔ $b_n = a_n - [a_n]$ درست است؟ ([ ]، علامت جزء صحیح است.)

۱) واگرا و بی‌کران است. ۲) واگرا و کران‌دار است. ۳) همگرا به صفر است. ۴) همگرا به ۱ است.

۴. دنبالهٔ $a_n = kn - ۴^n$ نزولی است. حداکثر مقدار k کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۱ ۳) ۱۲ ۴) ۱۳

۵. اگر نمودار $f(x)$ به صورت زیر باشد، مجموع حدهای چپ و راست تابع $y = [(fof)(x)]$ در $x = -۲$ کدام است؟ ([ ]، علامت جزء صحیح است.)

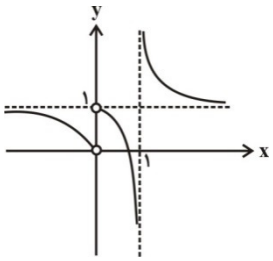


۱) -۱ ۲) -۲
۳) -۳ ۴) -۴

۶. اگر $\lim_{x\to ۰}\frac{x\sin ۲x}{a - \cos bx} = ۱$ باشد، آنگاه $a + b$ کدام می‌تواند باشد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۷. اگر نمودار تابع f به شکل مقابل باشد، کدام یک از دنباله‌های زیر همگراست؟



۱) $fof(\frac{(-۱)^n}{n+۱})$ ۲) $fof(n-۱)$
۳) $fof(\frac{n}{n+۱})$ ۴) $fof(۱-n)$

۸. تابع $f(x) = \begin{cases} x & x \in Q \\ [x] & x \notin Q \end{cases}$ در کدام مجموعهٔ نقاط دارای حد است؟ ([ ]، علامت جزء صحیح است.)

۱) $\{x \mid x = ۲k, k \in Z\}$ ۲) $R - Z$
۳) Z ۴) φ

forum.konkur.in

www.konkur.in

۹. به ازای کدام مقدار a تابع با ضابطهٔ $f(x)=\begin{cases}\sin\frac{\pi}{x} & ; \ x\neq 0\\ a & ; \ x=0\end{cases}$، در نقطهٔ $x=0$ پیوسته است؟

۱) -1 ۲) صفر ۳) ۱ ۴) هیچ مقدار a

۱۰. اگر $f(x)=\begin{cases}\frac{-1}{2} & , \ x<0\\ 2x & , \ x\geq 0\end{cases}$ و $g(x)=\begin{cases}-2x & , \ x<0\\ 1 & , \ x\geq 0\end{cases}$، کدام تابع در $x=0$ پیوسته است؟

۱) $f+g$ ۲) fof ۳) gof ۴) fog

۱۱. کدام یک از خطوط زیر نمودار تابع $y=x+1-\cos x$ را در بازهٔ $(0,\frac{\pi}{3})$ قطع می‌کند؟

۱) $y=0$ ۲) $y=1$ ۳) $y=2$ ۴) $y=3$

۱۲. تابع $f(x)=\begin{cases}x^2-2x & , \ -1\leq x\leq 1\\ -x^2+2x-2 & , \ 1<x\leq 2\end{cases}$ مفروض است. کدام گزینه در مورد تابع وارون آن صحیح است؟

۱) پیوسته و نزولی است. ۲) پیوسته و صعودی است. ۳) ناپیوسته و نزولی است. ۴) ناپیوسته و صعودی است.

۱۳. اگر نمودار تابع $f(x)=\frac{k[x]-3}{x-3}$ در اطراف مجانب قائم آن به شکل روبه‌رو باشد، حدود k کدام است؟ ([ ] علامت جزء صحیح است.)

۱) $2<k<3$ ۲) $1<k<2$ ۳) $1<k<\frac{3}{2}$ ۴) $\frac{3}{2}<k<2$

۱۴. خط به معادلهٔ $y=\frac{3}{2}$ مجانب افقی تابع با ضابطهٔ $f(x)=2x-1+\sqrt{ax^2+bx}$ است، b کدام است؟

۱) -10 ۲) -5 ۳) ۵ ۴) ۱۰

۱۵. اگر $f(x)=\frac{x+1}{x+2}$ و $g(x)=\frac{x^2+1}{x+2}$ باشد، مجانب مایل نمودار تابع $f\times g$ کدام است؟

۱) $y=x-3$ ۲) $y=x-2$ ۳) $y=x+3$ ۴) $y=x+2$

هندسه تحلیلی

هندسه تحلیلی
بردارها، خط و صفحه، مقاطع مخروطی، ماتریس و دترمینان
صفحه‌های ۴ تا ۷۰ و ۱۱۳ تا ۱۲۹

۱۶. اگر a'' قرینه بردار $a=(2,-1,-3)$ نسبت به صفحهٔ yz و a' تصویر بردار a'' بر محور yها باشد، اندازهٔ بردار $a+a'$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) $\sqrt{17}$ ۳) $3\sqrt{2}$ ۴) $\sqrt{19}$

۱۷. فرض کنید e_1 و e_2 دو بردار یکه باشند و $V_1=5e_1+4e_2$ و $V_2=-2e_2+e_1$. اگر دو بردار V_1 و V_2 بر هم عمود باشند، زاویهٔ بین دو بردار e_1 و e_2 چقدر است؟

۱) 30° ۲) 60° ۳) 150° ۴) 120°

forum.konkur.in

www.konkur.in

۱۸. اگر تصویرهای قائم دو بردار غیرصفر $\mathbf{v}_1$ و $\mathbf{v}_2$ روی امتداد بردار $(1,2,-1)$، قرینهٔ یکدیگر باشند، آنگاه مؤلفه‌های بردار $\mathbf{v}_1+\mathbf{v}_2$، کدام می‌تواند باشد؟

۱) $(3,-2,1)$ ۲) $(2,1,3)$ ۳) $(-1,2,3)$ ۴) $(1,-1,2)$

۱۹. اگر $\mathbf{a}-2\mathbf{b}+\mathbf{c}=\mathbf{o}$ آنگاه حاصل $\mathbf{a}\times\mathbf{b}+\mathbf{b}\times\mathbf{c}-\mathbf{a}\times\mathbf{c}$ کدامست؟

۱) $\vec{\mathbf{o}}$ ۲) $4\mathbf{b}\times\mathbf{c}$ ۳) $2\mathbf{b}\times\mathbf{c}$ ۴) $3\mathbf{a}\times\mathbf{b}$

۲۰. حجم متوازی‌السطوحی که روی سه بردار به اندازه‌های $|\mathbf{a}|=5$، $|\mathbf{b}|=3$ و $|\mathbf{c}|=4$ بنا می‌شود برابر ۴۵ است. اگر اندازهٔ زاویهٔ بین دو بردار $\mathbf{b}$ و $\mathbf{c}$ برابر 60° باشد، اندازهٔ بردار $\mathbf{a}\times(\mathbf{b}\times\mathbf{c})$ کدام است؟

۱) $12\sqrt{3}$ ۲) $15\sqrt{3}$ ۳) $9\sqrt{3}$ ۴) $18\sqrt{3}$

۲۱. دو خط $D:\frac{2x+1}{2}=y+2=z$ و $D':\frac{2x+3}{4}=\frac{y+4}{3}=z$ نسبت به هم کدام وضع را دارند؟

۱) موازی ۲) متنافر ۳) عمود ۴) متقاطع

۲۲. طول عمود مشترک دو خط به معادلات $\frac{x-2}{1}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z}{3}$ و $\begin{cases}x=2y-1\\z=3y-2\end{cases}$ کدام است؟

۱) $\sqrt{3}$ ۲) $\sqrt{6}$ ۳) $2\sqrt{3}$ ۴) $2\sqrt{6}$

۲۳. نقطهٔ A به طول $x_\circ$ روی محور xها مفروض است. اگر تصویر این نقطه روی صفحهٔ $P:x+2y+3z=15$، نقطهٔ $H=(2,2,3)$ باشد، آنگاه $x_\circ$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۴. صفحه‌ای موازی خط $\begin{cases}x+2y-z=1\\2x-y=3\end{cases}$ و گذرنده از نقطه‌های $A=(1,-1,0)$ و $B=(2,1,1)$، محور xها را با کدام طول قطع می‌کند؟

۱) ۱/۵ ۲) ۱ ۳) ۱/۸ ۴) ۲

۲۵. صفحهٔ P موازی محور yها و شامل خط به معادلات $(x=1,y=2)$ است. فاصلهٔ نقطهٔ $(4,5,6)$ از این صفحه کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۲۶. طول بزرگ‌ترین مماسی که از نقاط واقع بر دایرهٔ $x^2+y^2-2x+2y=14$، بر دایرهٔ $x^2+y^2-2x=0$ رسم می‌شود، کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۲ ۳) $2\sqrt{6}$ ۴) $\sqrt{6}$

۲۷. مرکز دایره‌ای که از مبدأ مختصات و نقطهٔ $A=(1,0)$ می‌گذرد و بر دایرهٔ $x^2+y^2=9$ مماس است، کدام می‌تواند باشد؟

۱) $(\frac{1}{2},\sqrt{2})$ ۲) $(\frac{1}{2},\frac{3}{\sqrt{2}})$ ۳) $(\frac{1}{2},\frac{1}{2})$ ۴) $(\frac{1}{2},-\frac{1}{\sqrt{2}})$

forum.konkur.in

www.konkur.in

۲۸. نقطهٔ $P=(x,y)$ روی بیضی به معادلهٔ $۴y^۲+۳x^۲-۶x=۹$ قرار دارد. اگر F و F' کانون‌های این بیضی باشند، حاصل $|PF|+|PF'|$ کدام است؟

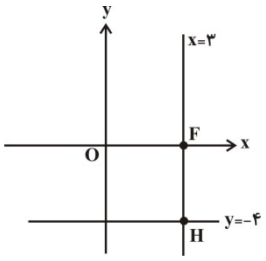
۱) $۲\sqrt{۶}$ ۲) ۴ ۳) $۲\sqrt{۳}$ ۴) ۳

۲۹. در یک بیضی افقی نقطه $A=(۳,-۲)$ رأس کانونی سمت راست و نقطه $F=(۱,-۲)$ کانون نزدیک‌تر به این رأس است. اگر خروج از مرکز این بیضی $\frac{۱}{۲}$ باشد، معادلهٔ بیضی کدام است؟

۱) $۳(x-۱)^۲+۴(y+۲)^۲=۲۴$ ۲) $۴(x+۱)^۲+۳(y+۲)^۲=۲۴$

۳) $۴(x-۱)^۲+۳(y+۲)^۲=۴۸$ ۴) $۳(x+۱)^۲+۴(y+۲)^۲=۴۸$

۳۰. در شکل زیر، خط $x=۳$ محور تقارن، خط $y=-۴$ خط هادی و نقطه F کانون سهمی است. این سهمی محور عرض‌ها را با کدام عرض قطع می‌کند؟



۱) $-\frac{۳}{۴}$ ۲) $\frac{۷}{۸}$

۳) $-\frac{۷}{۸}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

ریاضیات گسسته

ریاضی ۲
ترکیبیات
صفحه‌های ۱۷۶ تا ۱۹۰
ریاضیات گسسته
گراف، نظریهٔ اعداد
صفحه‌های ۱ تا ۵۵

۳۱. گرافی با ۸ رأس و ۲۰ یال، حداکثر چند رأس درجهٔ ۷ دارد؟

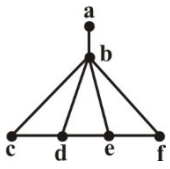
۱) ۶ ۲) ۵

۳) ۴ ۴) ۳

۳۲. در گراف G که درجهٔ یکی از رأس‌ها برابر ۵ است، دنبالهٔ درجهٔ رأس‌ها، تشکیل دنبالهٔ حسابی می‌دهند. مجموع درجهٔ رأس‌های گراف G کدام عدد می‌تواند باشد؟

۱) ۳۵ ۲) ۴۶ ۳) ۲۰ ۴) ۴۰

۳۳. بازه‌های $a=(۰,۲)$، $b=(۱,۱۰)$، $c=(۳,۵)$، $e=(۷,۹)$، $f=(۸,۱۱)$ و $d=(m,n)$، متناظر با رأس‌های گراف بازه‌های زیر است. حداکثر طول بازهٔ d کدام است؟



۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

۳۴. در گراف ناهمبند G، می‌دانیم که $\Delta=۶$ و $\delta=۳$، این گراف حداقل چند یال دارد؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۵ ۳) ۱۸ ۴) ۲۱

۳۵. در ماتریس مجاورت گراف همیلتنی و بازه‌ای از مرتبهٔ ۷، حداقل چند ۱ وجود دارد؟

۱) ۱۴ ۲) ۲۲ ۳) ۲۸ ۴) ۳۰

۳۶. گرافی با ۴۵ رأس درجهٔ ۲ حداکثر چند دور به طول ۴ دارد؟

۱) ۱۱ ۲) ۱ ۳) ۱۵ ۴) ۱۰

forum.konkur.in

www.konkur.in

۳۷. یک درخت دارای ۵ رأس از درجهٔ یک است و فاقد رأس درجهٔ ۲ می‌باشد. چند دنبالهٔ متفاوت برای درجه‌های رأس‌های این درخت وجود دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۳۸. در تقسیم عدد طبیعی a بر ۳۷، باقی‌ماندهٔ تقسیم از مربع خارج قسمت آن ۲ واحد کم‌تر است. بزرگ‌ترین مقدار a، مضرب کدام عدد است؟

۱) ۹ ۲) ۱۲ ۳) ۱۴ ۴) ۱۶

۳۹. کدام یک از عبارات زیر نادرست است؟

۱) اگر $ac \mid bd$ و $a \mid b$ آنگاه $c \mid d$.

۲) اگر $a \mid b^2$ و $c^2 \mid b^3$ آنگاه $a^3 \mid c^4$.

۳) بی‌شمار عدد اول به صورت $4q+3$ وجود دارد.

۴) بی‌شمار عدد مرکب به صورت $4q+1$ وجود دارد.

۴۰. مجموع ارقام بزرگ‌ترین عدد چهاررقمی در مبنای ۵ که بر ۹ بخش‌پذیر باشد، کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۳ ۳) ۱۴ ۴) ۱۱

۴۱. اگر $(12)_x = (24)_y$، آنگاه کم‌ترین مقدار x کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۰ ۳) ۸ ۴) ۶

۴۲. به ازای چند عدد طبیعی $n < 300$، دو عدد $9n+2$ و $11n-5$ نسبت به هم اول نیستند؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۴۳. اگر P عددی اول باشد، تعداد مقسوم علیه‌های طبیعی $12P^2$ کدام عدد نمی‌تواند باشد؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۲ ۳) ۱۶ ۴) ۱۸

۴۴. اگر $a^2+b^2+c^2+2ab$ و $75 \mid a^2+b^2+c^2+2ab$ و $(a+b,c)=1$ باشد، حاصل $(30,c)$ کدام می‌تواند باشد؟

۱) ۲ ۲) $|c|$

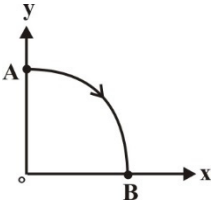
۳) ۱۵ ۴) ۳۰

۴۵. نسبت دو عدد طبیعی ۰/۴ و مجموع آن‌ها ۷۰ است. حاصل‌ضرب این دو عدد چند برابر ک.م.م آن‌ها است؟

۱) ۴ ۲) ۷ ۳) ۵ ۴) ۱۰

فیزیک پیش‌دانشگاهی

۴۶. مطابق شکل زیر، متحرکی با اندازهٔ سرعت ثابت در یک مسیر دایره‌ای به مرکز مبدأ مختصات از نقطهٔ A به نقطهٔ B آمده است. جهت بردار سرعت متوسط و شتاب متوسط آن طی این حرکت، به‌ترتیب از راست به چپ کدام است؟



۱) ↙ ، ↗

۲) ↘ ، ↘

۳) ↗ ، ↘

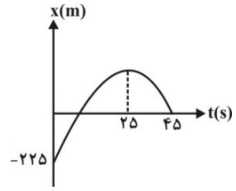
۴) ↙ ، ↖

فیزیک پیش‌دانشگاهی
حرکت‌شناسی، دینامیک، حرکت نوسانی، موج‌های مکانیکی
صفحه‌های ۱ تا ۱۲۰
فیزیک ۲
صفحه‌های ۱ تا ۷۵
فیزیک ۳
صفحه‌های ۳۹، ۱۷۰ و ۱۷۱

forum.konkur.in

www.konkur.in

۴۷. نمودار مکان- زمان متحرکی که با شتاب ثابت در مسیری مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. معادلهٔ سرعت- زمان متحرک در SI کدام است؟



۱) $v=-2t+25$
۲) $v=-2t+50$
۳) $v=-t+25$
۴) $v=-t+50$

۴۸. معادلهٔ حرکت متحرکی که روی محور x ها حرکت می‌کند، در SI به‌صورت $x=-t^2+2t$ است. در چه فاصله‌ای برحسب متر از مبدأ حرکت، متحرک تغییر جهت می‌دهد؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) متحرک تغییر جهت نمی‌دهد.

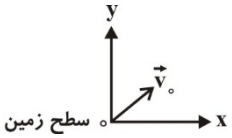
۴۹. در شرایط خلأ، گلوله‌ای را که در ارتفاع ۱۶/۲ متری از سطح زمین قرار دارد، با چه سرعتی برحسب متر بر ثانیه در راستای قائم به‌طرف بالا پرتاب کنیم تا بیش‌ترین فاصلهٔ آن از سطح زمین به ۱۸m برسد؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$

۱) ۶
۲) ۸
۳) ۶/۵
۴) ۸/۵

۵۰. معادله‌های مکان- زمان دو متحرک A و B که در صفحهٔ xoy حرکت می‌کنند، در SI به‌صورت $\vec{r}_A=(t^2-t)\vec{i}+(4t-5)\vec{j}$ و $\vec{r}_B=(3t-3)\vec{i}+(3t-3)\vec{j}$ می‌باشد. در طول حرکت، این دو متحرک چند بار با یک‌دیگر برخورد می‌کنند؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) هرگز با یک‌دیگر برخورد نمی‌کنند.

۵۱. در شرایط خلأ، گلوله‌ای را از سطح زمین و با سرعت اولیهٔ $\vec{v}_0=\sqrt{3}\vec{i}+\vec{j}\ (\frac{m}{s})$ بالای سطح افق پرتاب می‌کنیم. در طول حرکت این گلوله تا رسیدن دوباره به سطح زمین، چند مرتبه مؤلفه‌های افقی و قائم سرعت آن هم‌اندازه می‌شوند؟



۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

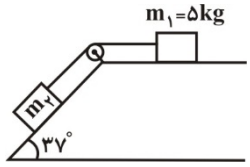
۵۲. نیرویی با اندازهٔ ۵N، به جسمی، شتاب $\vec{a}=2\vec{i}+1/5\vec{j}$ را در SI می‌دهد. جرم این جسم چند کیلوگرم است؟

۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

۵۳. کامیونی با شتاب ثابت $7/5\frac{m}{s^2}$ روی یک جادهٔ مستقیم و افقی به‌طور تندشونده در حال حرکت است. جعبه‌ای به جرم 2kg درون کامیون قرار داشته و نسبت به آن ساکن است. اندازهٔ نیرویی که کف کامیون به جعبه وارد می‌کند چند نیوتون است؟ $(g=10\frac{N}{kg})$

۱) ۱۷
۲) ۲۰
۳) ۲۵
۴) ۳۰

۵۴. در شکل زیر، ضریب اصطکاک جنبشی بین تمامی سطوح برابر با ۰/۲۵ است. جرم m_2 چند کیلوگرم باشد تا زمانی‌که مجموعه از حالت سکون رها می‌شود، شتاب حرکت مجموعه برابر با $2\frac{m}{s^2}$ شود؟ $(g=10\frac{N}{kg}، \cos 37^\circ=0/8$ و از جرم نخ، قرقره و اصطکاک بین آن‌ها صرف‌نظر شود.)



۱) ۱۰
۲) ۱۱/۲۵
۳) ۱۲/۵
۴) ۱۳/۲۵

forum.konkur.in

www.konkur.in

۵۵. معادلهٔ تکانهٔ جسمی که بر روی خط راست حرکت می‌کند برحسب زمان در SI به‌صورت $P = ۲t^۲ - ۱۴t + ۲۴$ است. اگر این جسم از لحظهٔ $t = ۰$ شروع به حرکت کرده باشد، در چند ثانیه از زمان حرکت خود دارای حرکتی کُندشونده است؟

۱) ۲/۵ ۲) ۳

۳) ۳/۵ ۴) ۴

۵۶. از یک لولهٔ آتش‌نشانی، آب با آهنگ $۵\frac{kg}{s}$ و با سرعت $۵\frac{m}{s}$ به دیوار مقابل آن برخورد می‌کند. اندازهٔ نیروی متوسط وارد بر دیوار توسط آب چند نیوتون است؟ (از برگشت آب از روی دیوار چشم‌پوشی کنید.)

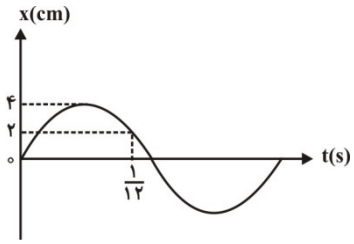
۱) ۵ ۲) ۱۰

۳) ۲۵ ۴) اطلاعات مسأله ناقص است.

۵۷. هواپیمایی با سرعت ثابت $۵۴۰\frac{km}{h}$ روی مسیری دایره‌ای شکل و افقی به شعاع ۴۵۰m دور می‌زند. بزرگی نیروی مرکزگرای وارد بر هواپیما چند برابر اندازهٔ وزن آن است؟ ($g = ۱۰\frac{N}{kg}$ و از نیروی مقاومت هوا صرف‌نظر شود.)

۱) ۵ ۲) ۲/۵ ۳) ۳ ۴) ۱۰

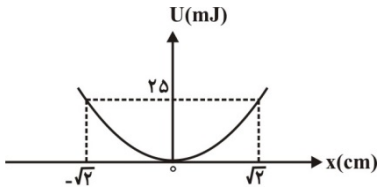
۵۸. نمودار بُعد – زمان نوسانگری که حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد، به‌صورت شکل زیر است.اگر جرم نوسانگر برابر با ۱۰۰g باشد، انرژی جنبشی آن در لحظهٔ $t = \frac{۱}{۱۲}s$ برابر با چند ژول است؟ ($\pi^۲ = ۱۰$)



۱) ۶ ۲) ۰/۶

۳) ۰/۰۶ ۴) ۰/۰۰۶

۵۹. نمودار انرژی پتانسیل کشسانی نوسانگری به جرم ۱۰۰g که حرکت نوسانی هماهنگ ساده انجام می‌دهد، برحسب فاصله از مرکز نوسان به‌صورت زیر است. دورهٔ حرکت این نوسانگر چند ثانیه است؟



۱) $\frac{\pi}{۲۵}$ ۲) $\frac{\pi}{۵۰}$

۳) $\frac{۲\pi}{۲۵}$ ۴) $\frac{\pi}{۱۰۰}$

۶۰. شخصی آونگ ساده‌ای به طول ۱۰۱ سانتی‌متر را که به انتهای آن وزنه‌ای به جرم ۱kg متصل است، از سقف اتاق خود آویزان کرده و آن‌را از وضع تعادل خود (حالت قائم) دور می‌کند. اگر آونگ در مدت یک دقیقه ۳۰ نوسان کامل کم‌دامنه انجام دهد، اندازهٔ شتاب گرانش زمین در محل انجام این آزمایش چند $\frac{m}{s^۲}$ است؟ ($\pi^۲ = ۱۰$)

۱) ۹/۸ ۲) ۱۰/۱

۳) ۱۰ ۴) ۹/۹

forum.konkur.in

www.konkur.in

شیمی پیش‌دانشگاهی: صفحه‌های ۲ تا ۷۵/ شیمی ۳: صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۴

۶۱- کدام‌یک از عبارت‌های زیر درست است؟

۱) انفجار، یک واکنش بسیار سریع است که در آن از مقدار بسیار زیادی از یک مادهٔ منفجرشونده، حجم بسیار کمی از گازهای داغ تولید می‌شود.

۲) در واکنش کامل تیغهٔ روی با محلول مس (II) سولفات، ضمن بی‌رنگ شدن محلول، مقدار $Cu^{2+}(aq)$ همانند $Zn(s)$ کاهش می‌یابد.

۳) اشیای آهنی در هوای مرطوب به سرعت زنگ می‌زنند.

۴) یکی از آلاینده‌های خروجی از اگزوز خودروها، گاز قهوه‌ای رنگی است که در موتور خودروها مطابق واکنش $2NO(g) + O_2(g) \rightarrow 2NO_2(g)$ تولید می‌شود.

۶۲- کدام موارد از مطالب زیر دربارهٔ واکنش محلول سدیم‌کلرید با محلول نقره‌نیترات درست است؟

آ) سرعت متوسط مصرف یا تولید همهٔ مواد در این واکنش برحسب $mol.s^{-1}$ با هم یکسان است.

ب) سرعت این واکنش از واکنش‌های اکسایش سلولز و انفجار بیش‌تر است.

پ) به کمک نظریهٔ برخورد می‌توان این واکنش را توجیه کرد.

ت) یکی از فراورده‌های حاصل از این واکنش در آب نامحلول است.

۱) «آ» و «پ» ۲) «پ» و «ت» ۳) «آ» و «ت» ۴) «ب» و «پ»

۶۳- تمام گزینه‌ها برای کامل کردن عبارت زیر مناسب هستند، به‌جز .....

«در واکنش گازی $2A(g) \rightarrow B(g) + 3C(g)$ در دما و فشار ثابت که در ابتدا محفظهٔ واکنش فقط شامل واکنش‌دهنده می‌باشد، .....»

۱) غلظت ماده C در هر لحظه، ۱/۵ برابر غلظت مصرف شده A است.

۲) اندازهٔ نسبت تغییرات مول مادهٔ B به تغییرات مول مادهٔ A در مدت زمان یکسان، برابر ۰/۵ است.

۳) در هر لحظه، غلظت مادهٔ C، ۳ برابر غلظت مادهٔ B می‌باشد.

۴) با گذشت زمان، سرعت متوسط تولید مادهٔ C و مقدار آن کاهش می‌یابد.

۶۴- در یک ظرف سرباز، ۴۰ گرم کلسیم کربنات مطابق واکنش $CaCO_3(s) \rightarrow CaO(s) + CO_2(g)$ تجزیه می‌شود. اگر سرعت متوسط واکنش برابر $0/25 mol.min^{-1}$ باشد، پس از گذشت ۶۰ ثانیه از آغاز واکنش، جرم مخلوط واکنش چند درصد کاهش می‌یابد؟

$(Ca = 40, O = 16, C = 12 : g.mol^{-1})$

۱) %۳۲/۵ ۲) %۲۷/۵ ۳) %۲۰ ۴) %۱۸/۵

۶۵- مقداری آمونیاک در ظرف ۲ لیتری سربسته قرار می‌دهیم تا مطابق واکنش $2NH_3(g) \rightleftharpoons N_2(g) + 3H_2(g)$ تجزیه شود. در ۲ دقیقهٔ اولیه واکنش، سرعت متوسط آن $2 \times 10^{-2} mol.L^{-1}.min^{-1}$ گزارش شده است. اگر در پایان دقیقهٔ دوم، ۱/۵ مول گاز درون ظرف وجود داشته باشد، غلظت مولار آمونیاک در ابتدای واکنش در کدام گزینه به درستی بیان شده است؟

۱) ۱/۳۴ ۲) ۱/۴۲ ۳) ۰/۶۷ ۴) ۰/۷۱

forum.konkur.in

www.konkur.in

۶۶- کدام گزینه نادرست است؟

۱) محلول بنفش رنگ $KMnO_4$ با یک اسید آلی در دمای اتاق به سرعت واکنش می‌دهد.

۲) فلزهای قلیایی سدیم و پتاسیم در شرایط یکسان، با سرعت متفاوت با آب سرد واکنش می‌دهند.

۳) الیاف آهن داغ و سرخ‌شده در هوا نمی‌سوزد؛ اما همان مقدار الیاف آهن داغ و سرخ‌شده در یک ارلن پر از اکسیژن می‌سوزد.

۴) افزودن دو قطره از محلول پتاسیم یدید به محلول هیدروژن پراکسید، سرعت واکنش تجزیهٔ آن را به‌طور چشمگیری افزایش می‌دهد.

۶۷- چه تعداد از مطالب زیر دربارهٔ نظریه‌های سینتیک شیمیایی درست است؟

آ) براساس نظریهٔ برخورد، سرعت واکنش به تعداد برخوردها بین ذرات واکنش‌دهنده و فراورده، در واحد حجم و زمان بستگی دارد.

ب) همهٔ برخوردهایی که انرژی برابر یا بیش از انرژی فعال‌سازی دارند، منجر به تولید فراورده می‌شوند.

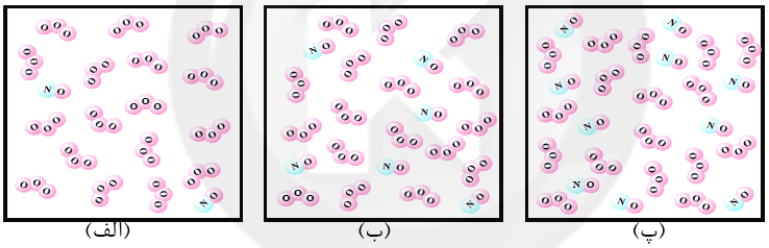
پ) در نظریهٔ برخورد، ذرات واکنش‌دهنده به‌صورت گوی‌های سخت در نظر گرفته می‌شوند.

ت) پیچیدهٔ فعال گونهٔ بسیار ناپایداری است که نمی‌توان آن را حین واکنش‌ها جداسازی کرد، اما قابل شناسایی است.

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

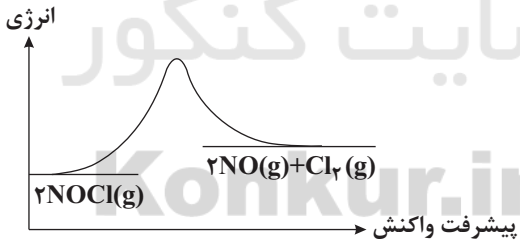
۶۸- واکنش زیر در ظرفی به حجم ثابت ۱ لیتر و در دمای ثابت در حال انجام است. سرعت واکنش در ظرف «پ» چند برابر سرعت واکنش در ظرف «الف» می‌باشد؟

$$NO(g) + O_3(g) \rightarrow NO_2(g) + O_2(g)$$



۱) ۲ ۲) ۵ ۳) ۱۰ ۴) ۲۵

۶۹- با توجه به نمودار زیر کدام گزینه صحیح است؟



۱) در پیچیدهٔ فعال این واکنش، پیوندهای جدیدی میان اتم‌های کلر و نیتروژن در حال شکل‌گیری است.

۲) سرعت واکنش رفت نسبت به واکنش برگشت، در شرایط برابر، بیشتر است.

۳) مقدار عددی انرژی فعال‌سازی واکنش برگشت از آنتالپی واکنش بیشتر است.

۴) با انجام واکنش در جهت برگشت، دمای محیط واکنش کاهش می‌یابد.

۷۰- یکای ثابت سرعت واکنش $2A(g) + B(g) \rightarrow C(g) + D(g)$ به صورت $mol^{-1}.L.s^{-1}$ می‌باشد. این واکنش ..... و هرگاه در دمای ثابت حجم ظرف این واکنش نصف شود، سرعت واکنش ..... برابر سرعت آغازی آن می‌شود.

۱) غیربنیادی بوده – ۴ ۲) می‌تواند بنیادی باشد – ۴

۳) غیربنیادی بوده – ۸ ۴) می‌تواند بنیادی باشد – ۸

forum.konkur.in

www.konkur.in

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفترچه پاسخ

پاسخ‌نامه دروس اختصاصی

آزمون غیرحضوری

فارغ‌التحصیلان ریاضی

(۳۰ آذر ۱۳۹۷)

(مباحث ۲۱ دی ۹۷)

سایت کنکور

گروه فنی و تولید:

مسئول تولید آزمون غیرحضوری	محمد اکبری
مسئول دفترچه آزمون غیرحضوری	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مریم صالحی — مسئول دفترچه: آتنه اسفندیاری
حروف‌نگار	حسن خرّم‌جو
ناظر چاپ	سوران نعیمی

Konkur.in

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

• **دفتر مرکزی :** خیابان انقلاب – بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ **تلفن:** ۶۴۶۳-۰۲۱

forum.konkur.in

www.konkur.in

دیفرانسیل

۱- **گزینهٔ «۳»**

با نوشتن چند جملهٔ دنباله، خواهیم داشت:

$$\underbrace{۳, \frac{۹}{۸}}_{\text{نزولی}}, ۱, \underbrace{\frac{۸۱}{۶۴}, \frac{۲۴۳}{۱۲۵}}_{\text{صعودی}}, \dots$$

با توجه به مقادیر، دیده می‌شود که در این دنباله، از جملهٔ سوم به بعد، دنباله صعودی خواهد بود، پس بزرگترین کران پایین آن جملهٔ سوم یعنی $U_۳ = ۱$ خواهد بود.

۲- **گزینهٔ «۲»**

$$(\frac{۵n+۷}{۵n+۳})^{۲n+\frac{۶}{۵}} = \left[(۱+\frac{۱}{\frac{۵n+۳}{۴}})^{\frac{۵n+۳}{۴}}\right]^{\frac{۴}{۵n+۳}\times(۲n+\frac{۶}{۵})}$$

با توجه به $\lim\limits_{u\to\infty}(۱+\frac{۱}{u})^u = e$ و تساوی فوق داریم:

$$\lim_{n\to\infty}(\frac{۵n+۷}{۵n+۳})^{۲n+\frac{۶}{۵}} = \lim_{n\to\infty} e^{\frac{۸n+\frac{۲۴}{۵}}{۵n+۳}} = e^{\frac{۸}{۵}} = e^k \Rightarrow k = \frac{۸}{۵}$$

۳- **گزینهٔ «۴»**

می‌دانیم $(n+۱)^۲ < n^۲ + ۴n + ۳ < (n+۲)^۲$، بنابراین داریم:

$$n+۱ < \sqrt{n^۲+۴n+۳} < n+۲ \Rightarrow [\sqrt{n^۲+۴n+۳}] = n+۱$$

پس:

$$\lim_{n\to+\infty} b_n$$

$$= \lim_{n\to+\infty}(\sqrt{n^۲+۴n+۳} - (n+۱)) \times \frac{\sqrt{n^۲+۴n+۳} + (n+۱)}{\sqrt{n^۲+۴n+۳} + (n+۱)}$$

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n^۲+۴n+۳-n^۲-۲n-۱}{\sqrt{n^۲}+n} = \frac{۲n}{۲n} = ۱$$

بنابراین دنبالهٔ $\{b_n\}$ به ۱ همگراست.

۴- **گزینهٔ «۳»**

چون دنباله نزولی است، پس داریم:

$$a_{n+۱} \le a_n \Rightarrow k(n+۱) - ۴^{n+۱} \le kn - ۴^n$$

$$\Rightarrow kn + k - ۴^{n+۱} \le kn - ۴^n \Rightarrow k \le ۴^{n+۱} - ۴^n$$

$$\Rightarrow k \le ۳\times ۴^n$$

اگر $k \le ۳\times ۴^۱$ باشد، آنگاه به ازای هر $n \in N$ نامساوی فوق برقرار خواهد بود.

پس حداکثر مقدار k برابر ۱۲ است.

۵- **گزینهٔ «۲»**

اگر $x \to (-۲)^+$، با توجه به نمودار $f(x) \to ۰^-$:

$$\lim_{x\to(-۲)^+}[f(f(x))] = \lim_{x\to۰^-}[f(x)] = [(-۳)^+] = -۳$$

اگر $x \to (-۲)^-$، با توجه به نمودار $f(x) \to ۰^+$:

$$\lim_{x\to(-۲)^-}[f(f(x))] = \lim_{x\to۰^+}[f(x)] = [۲^-] = ۱$$

$$(-۳)+۱ = -۲$$

۶- **گزینهٔ «۳»**

چون حد صورت برابر صفر است، پس باید حد مخرج نیز برابر صفر شود. در غیر این صورت حاصل حد، صفر خواهد شد. بنابراین:

$$\lim_{x\to۰}(a - \cos bx) = ۰ \Rightarrow a - ۱ = ۰ \Rightarrow a = ۱$$

$$\lim_{x\to۰}\frac{x\sin ۲x}{۲\sin^۲\frac{bx}{۲}} \Rightarrow \lim_{x\to۰}\frac{۲x^۲}{۲(\frac{bx}{۲})^۲} = \frac{۲x^۲}{\frac{b^۲}{۲}x^۲} = \frac{۴}{b^۲} = ۱$$

$$\Rightarrow b = \pm ۲ \Rightarrow a+b = ۳ \text{ یا } a+b = -۱$$

۷- **گزینهٔ «۳»**

با توجه به این که دنبالهٔ $\{\frac{n}{n+۱}\}$ با مقادیر کم‌تر از ۱ به ۱ همگراست، داریم:

$$\lim_{x\to۱^-} fof(x) = \lim_{x\to۱^-} f(f(x)) = \lim_{x\to-\infty} f(x) = ۱$$

$$\Rightarrow \lim_{n\to+\infty} fof(\frac{n}{n+۱}) = fof(۱^-) = ۱$$

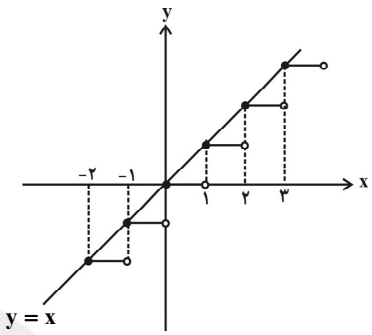
سایت کنکور
Konkur.in

forum.konkur.in

www.konkur.in

۸- گزینهٔ «۴»

نقاط تابع روی یکی از نمودارهای $y=x$ و $y=[x]$ هستند. همان طور که ملاحظه می‌کنید تابع در نقاط صحیح دارای حد راست است ولی حد چپ ندارد. در باقی نقاط نیز نه حد چپ دارد و نه حد راست. پس تابع در هیچ نقطه‌ای حد ندارد.



۹- گزینهٔ «۴»

باید حد تابع در $x=0$ با مقدار تابع در این نقطه برابر باشد:

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\to 0} f(x)=\lim\limits_{x\to 0}\sin\frac{\pi}{x} \text{ وجود ندارد}\\ f(0)=a\end{cases}$$

بنابراین f در $x=0$ تحت هیچ شرایطی پیوسته نخواهد بود.

۱۰- گزینهٔ «۳»

هر دو تابع f و g در $x=0$ ناپیوسته‌اند، پس برای عملیات بر روی آنها نمی‌توانیم نظر قطعی بدهیم، هر کدام را تشکیل می‌دهیم و در مورد پیوستگی آن در $x=0$ نظر می‌دهیم:

گزینهٔ (۱): $(f+g)(x)=\begin{cases}-2x-\frac{1}{2} & , \quad x<0\\ 2x+1 & , \quad x\geq 0\end{cases}$

حد چپ و راست نابرابر و تابع $f+g$ در $x=0$ ناپیوسته است.

گزینهٔ (۲): $fof(x)=f(f(x))=\begin{cases}\frac{-1}{2} & , \quad f(x)<0\\ 2f(x) & , \quad f(x)\geq 0\end{cases}$

$$=\begin{cases}\frac{-1}{2} & , \quad x<0\\ 2(2x)=4x & , \quad x\geq 0\end{cases}$$

این تابع در $x=0$ ناپیوسته است.

گزینهٔ (۳): $gof(x)=g(f(x))=\begin{cases}-2f(x) & , \quad f(x)<0\\ 1 & , \quad f(x)\geq 0\end{cases}$

$$=\begin{cases}-2\left(\frac{-1}{2}\right)=1 & , \quad x<0\\ 1 & , \quad x\geq 0\end{cases}$$

این تابع در $x=0$ پیوسته است.

گزینهٔ (۴): $fog(x)=f(g(x))=\begin{cases}\frac{-1}{2} & , \quad g(x)<0\\ 2g(x) & , \quad g(x)\geq 0\end{cases}$

ضابطهٔ بالا تشکیل نمی‌شود، زیرا $g(x)$ همواره بزرگتر یا مساوی صفر است و در نتیجه داریم:

$$f(g(x))=\begin{cases}2(-2x)=-4x & , \quad x<0\\ f(1)=2 & , \quad x\geq 0\end{cases}$$

پس تابع در $x=0$ ناپیوسته است.

۱۱- گزینهٔ «۲»

تابع $f(x)=x+1-\cos x$ یک تابع پیوسته بوده و داریم:

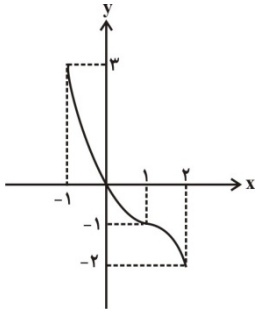
$$0=f(0)<1<f(\frac{\pi}{3})=\frac{\pi}{3}+\frac{1}{2}<2$$

پس بنا به قضیهٔ مقدار میانی، خط $y=1$ نمودار تابع f را در بازهٔ $(0,\frac{\pi}{3})$ قطع می‌کند.

توجه کنید که f صعودی اکید است. بنابراین سایر گزینه‌ها نمی‌توانند درست باشد.

۱۲- گزینهٔ «۱»

نمودار تابع f به شکل مقابل است:



چون f در بازهٔ $[-1,2]$ پیوسته و نزولی است، پس f^{-1} در بازهٔ $[-2,3]$ پیوسته و نزولی است.

forum.konkur.in

www.konkur.in

۱۳- **گزینهٔ «۳»**

حد تابع را در دو طرف $x=3$ مجانب قائم تابع محاسبه می‌کنیم و هر دو حد باید $+\infty$ باشند:

$$\lim_{x\to 3^+}\frac{k[x]-3}{x-3}=\lim_{x\to 3^+}\frac{3k-3}{x-3}=\frac{3k-3}{0^+}=+\infty$$

$$\Rightarrow 3k-3>0\Rightarrow k>1$$

$$\lim_{x\to 3^-}\frac{k[x]-3}{x-3}=\lim_{x\to 3^-}\frac{2k-3}{x-3}=\frac{2k-3}{0^-}=+\infty$$

$$\Rightarrow 2k-3<0\Rightarrow k<\frac{3}{2}$$

بنابراین باید داشته باشیم $1<k<\frac{3}{2}$

۱۴- **گزینهٔ «۱»**

باید $a>0$ باشد، زیرا اگر $a<0$ باشد، دامنهٔ تابع، کران‌دار خواهد بود و x نمی‌تواند به $\pm\infty$ میل کند. از طرفی در تابع $f(x)=2x-1+\sqrt{ax^2+bx}$ اگر $x\to+\infty$ آنگاه $f(x)\to+\infty$. بنابراین تابع در $-\infty$ مجانب افقی دارد.

$$\lim_{x\to-\infty}f(x)$$

$$=\lim_{x\to-\infty}(2x-1+\sqrt{ax^2+bx})\times\frac{(2x-1)-\sqrt{ax^2+bx}}{(2x-1)-\sqrt{ax^2+bx}}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{(2x-1)^2-(ax^2+bx)}{(2x-1)-\sqrt{ax^2+bx}}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{(4-a)x^2-(4+b)x+1}{(2x-1)-\sqrt{a}\,|x|\sqrt{1+\frac{b}{ax}}}=\frac{3}{2}$$

باید ضریب x^2 صفر شود پس: $4-a=0\Rightarrow a=4$. داریم:

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{-(4+b)x+1}{2x+\sqrt{4x}}=\frac{3}{2}\Rightarrow\frac{-4-b}{4}=\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow -4-b=6\Rightarrow b=-10$$

۱۵- **گزینهٔ «۱»**

ضابطهٔ $f\times g$ را می‌نویسیم:

$$(f\times g)(x)=f(x)g(x)=\frac{x^3+x^2+x+1}{x^2+4x+4}$$

با تقسیم صورت بر مخرج، مجانب مایل را به دست می‌آوریم:

$$\begin{array}{l|l} x^3+x^2+x+1 & x^2+4x+4 \\ -(x^3+4x^2+4x) & \hline x-3 \\ \hline -3x^2-3x+1 & \\ -(-3x^2-12x-12) & \\ \hline 9x+13 & \end{array}$$

پس $y=x-3$ مجانب مایل نمودار تابع $f\times g$ است.

توجه کنید که $\lim_{x\to\pm\infty}f(x)=1$ و مجانب مایل تابع g برابر $y=x-2$ است.

ممکن است به اشتباه تصور کنیم مجانب مایل $f\times g$ برابر $y=(x-2)\times 1$ است.

هندسه تحلیلی

۱۶- **گزینهٔ «۲»**

قرینه هر نقطه یا بردار (a_1,a_2,a_3) نسبت به صفحهٔ yz، نقطه یا بردار $(-a_1,a_2,a_3)$ است.

$$a=(2,-1,-3)\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به صفحه‌ی yz}}a''=(-2,-1,-3)$$

تصویر نقطه یا بردار (b_1,b_2,b_3) روی محور yها، نقطه یا بردار $(0,b_1,0)$ است.

$$a'=(-2,-1,-3)\xrightarrow{\text{تصویر روی محور y ها}}a'=(0,-1,0)$$

$$a+a'=(2,-1,-3)+(0,-1,0)=(2,-2,-3)$$

$$|a+a'|=\sqrt{4+4+9}=\sqrt{17}$$

۱۷- **گزینهٔ «۴»**

e_1 و e_2 بردارهای یکه هستند، داریم:

$$V_1\perp V_2\Rightarrow V_1.V_2=0\Rightarrow(5e_1+4e_2).(-2e_2+e_1)=0$$

$$\Rightarrow -10e_1.e_2+5|e_1|^2-8|e_2|^2+4e_1.e_2=0$$

$$\Rightarrow -6e_1.e_2=+3\Rightarrow e_1.e_2=\frac{-1}{2}$$

$$\Rightarrow|e_1||e_2|\cos\theta=-\frac{1}{2}\Rightarrow\cos\theta=-\frac{1}{2}\Rightarrow\theta=120^\circ$$

۱۸- **گزینهٔ «۳»**

اگر v_1' و v_2' به ترتیب تصویرهای قائم v_1 و v_2 روی امتداد بردار $a=(1,2,-1)$ باشند، آنگاه داریم:

$$v_1'=\frac{v_1.a}{|a|^2}a,\ v_2'=\frac{v_2.a}{|a|^2}a$$

v_1' و v_2' قرینه‌اند، پس $v_1'=-v_2'$ ، لذا داریم:

$$v_1'+v_2'=0\Rightarrow\frac{v_1.a}{|a|^2}a+\frac{v_2.a}{|a|^2}a=\frac{(v_1+v_2).a}{|a|^2}a=0$$

تساوی اخیر نشان می‌دهد که تصویر قائم بردار v_1+v_2 روی امتداد a، بردار صفر است، یعنی بردار v_1+v_2 یا صفر است و یا بر a عمود است.

در بین گزینه‌ها، تنها بردار $(-1,2,3)$ بر بردار $a=(1,2,-1)$ عمود است.

forum.konkur.in

www.konkur.in

۱۹- گزینهٔ «۱»

می‌دانیم اگر $a+b+c=o$ آنگاه $a\times b=b\times c=c\times a$ حال از این نکته داریم:

$$a-2b+c=\vec{0}\Rightarrow a\times(-2b)=(-2b)\times c=c\times a$$

$$\Rightarrow -2a\times b=-2b\times c=c\times a$$

$$a\times b+b\times c-a\times c=b\times c+b\times c-2b\times c=\vec{0}$$

۲۰- گزینهٔ «۲»

$$|a\times(b\times c)|^2+|a.(b\times c)|^2=|a|^2|b\times c|^2$$

بنا به فرض $a.(b\times c)=45$ و $|a|=5$، $|b|=3$ و $|c|=4$ و زاویه دو بردار b و c برابر 60° است. پس:

$$|a\times(b\times c)|^2+45^2=5^2\times3^2\times4^2\times\sin^2 60^\circ$$

$$\Rightarrow|a\times(b\times c)|^2=60^2\times\frac{3}{4}-45^2$$

$$\Rightarrow|a\times(b\times c)|^2=30^2\times3-45^2=2700-2025=675$$

$$|a\times(b\times c)|^2=27\times25\Rightarrow|a\times(b\times c)|=15\sqrt{3}$$

۲۱- گزینهٔ «۴»

بردارهای هادی دو خط: $u=(1,1,1), u'=(2,3,1)$

چون نسبت‌های هر دو مؤلفه متناظر دو بردار مساوی نیستند، دو خط موازی نمی‌باشند و چون حاصل ضرب داخلی دو بردار برابر صفر نیست، دو خط بر هم عمود نیستند. بنابراین، باید تعیین کنیم که دو خط متقاطع هستند یا متنافر.

معادلات یکی از دو خط، مثلاً خط D، را پارامتری می‌کنیم.

$$D\ \text{نقطه متغیر خط}\ M\left(x=\frac{2t-1}{2},y=t-2,z=t\right)$$

مختصات پارامتری این نقطه را در معادلات خط D' قرار می‌دهیم:

$$D'\Rightarrow\frac{t+1}{2}=\frac{t+2}{3}=t\Rightarrow\begin{cases}\frac{t+1}{2}=t\Rightarrow t=1\\ \frac{t+2}{3}=t\Rightarrow t=1\end{cases}$$

چون دو معادله جواب مشترک $t=1$ دارند، دو خط متقاطع‌اند و نقطه تلاقی:

$$t=1\Rightarrow M\left(\frac{1}{2},-1,1\right)$$

۲۲- گزینهٔ «۲»

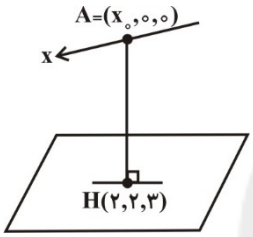
بردارهای هادی دو خط عبارتند از $u=(1,-1,3)$ و $u'=(2,1,3)$، همچنین دو نقطهٔ $M=(2,-2,0)$ و $N=(-1,0,-2)$ را به ترتیب روی دوخط انتخاب می‌کنیم. داریم:

$$\overrightarrow{MN}=(-3,2,-2)$$

$$u\times u'=(-6,3,3)\xrightarrow{\div3}(-2,1,1)$$

$$\text{طول عمودمشترک}\ D=\frac{|\overrightarrow{MN}.(u\times u')|}{|u\times u'|}=\frac{6}{\sqrt{6}}=\sqrt{6}$$

۲۳- گزینهٔ «۱»



معادلهٔ خط AH را با استفاده از نقطهٔ $A=(x_0,0,0)$ و $\overrightarrow{AH}=n=(1,2,3)$ می‌نویسیم (n بردار نرمال صفحهٔ P است.)

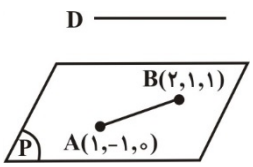
$$\frac{x-x_0}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z}{3}\Rightarrow\begin{cases}x=t+x_0\\ y=2t\\ z=3t\end{cases}$$

چون نقطهٔ $H=(2,2,3)$ روی این خط قرار دارد، داریم:

$$y=2t=2\Rightarrow t=1$$

$$x=t+x_0\Rightarrow 2=1+x_0\Rightarrow x_0=1$$

۲۴- گزینهٔ «۱»



$$D:\begin{cases}x+2y-z=1\\ 2x-y=3\end{cases}\qquad u_D=(1,2,-1)\times(2,-1,0)=-i-2j-5k$$

$$n_p=u_D\times\overrightarrow{AB}=(-1,-2,-5)\times(1,2,1)=8i-4j$$

$$P:8(x-1)-4(y+1)=0\Rightarrow 2x-2-y-1=0$$
$$\Rightarrow 2x-y=3$$

به ازای $y=0$، نقطه تلاقی صفحه P و محور x ها به دست می‌آید. $x=\frac{3}{2}$.

forum.konkur.in

www.konkur.in

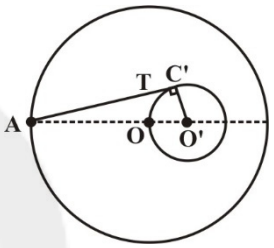
۲۵- گزینهٔ «۱»

خط $L:(x=۱,y=۲)$ موازی محور z هاست، پس صفحهٔ P که شامل خط L و موازی محور y هاست حتماً موازی صفحهٔ yz و معادلهٔ آن به صورت $x=x_۰$ است. با توجه به معادلات خط L، $x_۰=۱$ و معادلهٔ صفحهٔ P به صورت $x=۱$ بوده و فاصلهٔ نقطهٔ $A=(۴,۵,۶)$ از آن برابر است با:

$$|x_A-x_۰|=|۴-۱|=۳$$

۲۶- گزینهٔ «۳»

ابتدا شعاع و مرکز هر دایره را با دسته‌بندی جمله‌ها به دست می‌آوریم. داریم:



$$\begin{cases}(x-۱)^۲+(y+۱)^۲=۱۶\Rightarrow O\Big|_{-۱}^{۱} \quad R=۴\\ (x-۱)^۲+y^۲=۱\Rightarrow O'\Big|_{۰}^{۱} \quad R'=۱\end{cases}$$

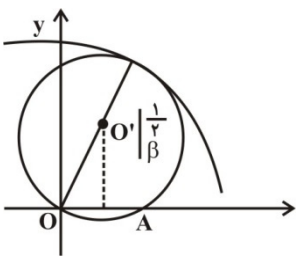
دو دایره متداخل‌اند. $OO'=d=۱<R-R'=۳\Rightarrow$

نقطهٔ A بیش‌ترین فاصله را تا دایره C' دارد در نتیجه بزرگ‌ترین قطعهٔ مماس از این نقطه بر دایرهٔ C' رسم می‌شود.

$$AT^۲=AO'^۲-R'^۲=۵^۲-۱^۲=۲۴\Rightarrow AT=۲\sqrt{۶}$$

۲۷- گزینهٔ «۱»

چون دایره از نقاط $O=(۰,۰)$ و $A=(۱,۰)$ می‌گذرد پس مرکز آن روی عمودمنصف OA قرار دارد یعنی مختصات مرکز $O'\Big|_{\beta}^{\frac{۱}{۲}}$ و شعاع آن $OO'=O'A=\sqrt{\frac{۱}{۴}+\beta^۲}$ است.



این دایره وقتی بر دایرهٔ $x^۲+y^۲=۹$ مماس است که:

$$OO'=|R-R'|\Rightarrow\sqrt{\frac{۱}{۴}+\beta^۲}=۳-\sqrt{\frac{۱}{۴}+\beta^۲}$$

$$\Rightarrow\sqrt{\frac{۱}{۴}+\beta^۲}=\frac{۳}{۲}\Rightarrow\frac{۱}{۴}+\beta^۲=\frac{۹}{۴}$$

$$\Rightarrow\beta^۲=۲\Rightarrow\beta=\pm\sqrt{۲}$$

پس مرکز دایره یکی از دو نقطهٔ $(\frac{۱}{۲},\sqrt{۲})$ یا $(\frac{۱}{۲},-\sqrt{۲})$ است.

۲۸- گزینهٔ «۲»

نخست، معادلهٔ بیضی را با دسته‌بندی به دست می‌آوریم:

$$۴y^۲+۳x^۲-۶x=۹\Rightarrow ۴y^۲+۳(x^۲-۲x)=۹$$

$$\Rightarrow ۴y^۲+۳[(x-۱)^۲-۱]=۹$$

$$\Rightarrow ۴y^۲+۳(x-۱)^۲=۱۲\Rightarrow\frac{y^۲}{۳}+\frac{(x-۱)^۲}{۴}=۱$$

$$\Rightarrow\begin{cases}a=\sqrt{۴}=۲\\ b=\sqrt{۳}\end{cases}$$

با توجه به تعریف بیضی، مجموع فواصل هر نقطهٔ دلخواه روی محیط آن از دو کانونش، برابر مقدار ثابت $۲a$ است، از این رو:

$$|PF|+|PF'|=۲a=۲\times۲=۴$$

۲۹- گزینهٔ «۴»

معادلهٔ بیضی افقی به مرکز $O'=(\alpha,\beta)$ و طول اقطار $۲a$ و $۲b$ و فاصلهٔ کانونی $۲c$ عبارت است از:

$$\frac{(x-\alpha)^۲}{a^۲}+\frac{(y-\beta)^۲}{b^۲}=۱$$

کانون‌ها: $F=(\alpha+c,\beta),F'=(\alpha-c,\beta)$

رأس‌های کانونی: $A(\alpha+a,\beta),A'(\alpha-a,\beta)$

خروج از مرکز: $e=\frac{c}{a}$

$$\begin{cases}\alpha+a=۳\\ \alpha+c=۱\end{cases}\Rightarrow(a-c=۲,\frac{c}{a}=\frac{۱}{۲})$$

$$\Rightarrow a=۴,c=۲,\alpha=-۱,\beta=-۲\Rightarrow b^۲=a^۲-c^۲=۱۶-۴=۱۲$$

معادلهٔ بیضی: $\frac{(x+۱)^۲}{۱۶}+\frac{(y+۲)^۲}{۱۲}=۱$

$$\Rightarrow ۳(x+۱)^۲+۴(y+۲)^۲=۴۸$$

forum.konkur.in

www.konkur.in

۳۰- گزینهٔ «۳»

سهمی قائم و به معادله کلی $(x-\alpha)^2 = 4a(y-\beta)$ است که در آن $FH = 2a$ و $S = (\alpha,\beta)$ رأس سهمی، $y = \beta - \alpha$: خط‌هادی و $F(\alpha,\beta+a)$ کانون سهمی است. در این جا مسأله را می‌توان به طریق ساده‌تری حل کرد: کانون F روی محور xها و خط $x = 3$ واقع است، یعنی $F = (3,0)$. نقطهٔ H روی دو خط $x = 3$ و $y = -4$ قرار دارد، پس $H = (3,-4)$. رأس S وسط پاره‌خط FH است، پس $S = (3,-2)$ و چون $a > 0$، $a = \frac{FH}{2} = \frac{4}{2} = 2$

$$(x-3)^2 = 8(y+2)$$

نقطه تلاقی سهمی با محور yها:

$$x = 0 \Rightarrow 9 = 8y + 16 \Rightarrow y = -\frac{7}{8}$$

ریاضیات گسسته

۳۱- گزینهٔ «۴»

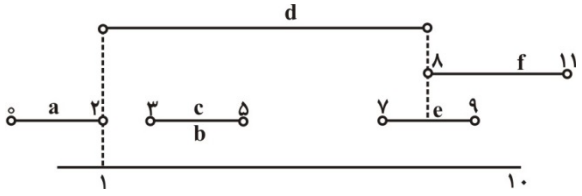
در گراف کامل ۸ رأسی با ۲۸ یال، درجهٔ تمام رئوس برابر ۷ است. گراف مورد نظر، ۸ یال کم‌تر از گراف کامل دارد. برای حفظ کردن بیش‌ترین تعداد رأس‌های از درجهٔ ۷ تا حد امکان ۸ یال حذفی را از تعداد کم‌تری رأس بر می‌داریم، در بهترین حالت برای برداشتن ۸ یال، ۵ رأس لازم است پس حداقل ۵ رأس از درجهٔ ۷ نیستند و حداکثر $8 - 5 = 3$ رأس از درجهٔ ۷ باقی‌مانده است.

۳۲- گزینهٔ «۴»

وقتی در گرافی درجهٔ رأس‌ها دنبالهٔ حسابی می‌سازند، آن گراف منتظم است، پس گراف ۵- منتظم است در نتیجه مجموع درجات این گراف به صورت $5p$ است که در آن باید p عددی بزرگ‌تر از ۵ باشد. پس عددی برای مجموع درجات قابل قبول است که مضرب ۵ و زوج و حداقل ۳۰ باشد، در بین گزینه‌ها فقط عدد ۴۰ قابل قبول است.

۳۳- گزینهٔ «۲»

بازه‌های a، b، c، d، e و f را در شکل زیر می‌بینیم:



در شکل فوق بازهٔ $d = (2,8)$ در حداکثر ممکن خود رسم شده است، یعنی حداکثر طول بازهٔ d، برابر ۶ است.

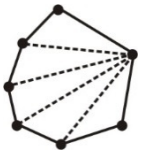
۳۴- گزینهٔ «۳»

این گراف حداقل دارای دو بخش جدا از هم است، در یک بخش فقط چهار رأس با $\delta = 3$ قرار می‌دهیم که به صورت خواهد بود پس ۶ یال در این بخش وجود دارد. اما برای ساخت بخش دوم چون باید رأسی از درجهٔ $\Delta = 6$ وجود داشته باشد، حداقل به ۷ رأس نیاز داریم که در این بخش نیز برای ایجاد $\Delta = 6$ و $\delta = 3$ بهترین حالت این است که یک رأس درجهٔ ۶ و بقیه از درجهٔ ۳ باشند، به این صورت:

پس در این بخش نیز حداقل ۱۲ یال وجود دارد پس حداقل تعداد یال‌های این گراف $18 = 6 + 12$ یال است.

۳۵- گزینهٔ «۲»

گراف همیلتنی، دوری شامل تمام رئوس دارد:



در گراف بازه‌ای، چهارضلعی یا بیش‌تر بدون قطر نداریم. پس مجبوریم حداقل تمام قطرهای یک رأس را بکشیم.

$q_{min} = 7 + 4 = 11$

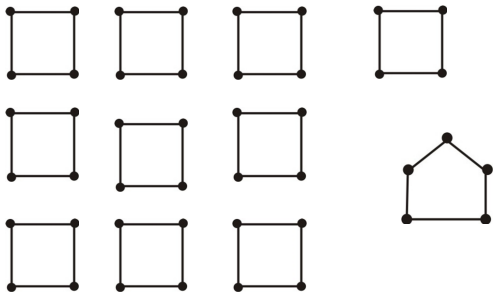
تعداد یک $= 2q = 22$

forum.konkur.in

www.konkur.in

۳۶- گزینهٔ «۴»

گراف ۲- منتظم است و باید حالتی از گراف را در نظر بگیریم که حداکثر تعداد ۴ ضلعی را داشته باشد.



پس حداکثر ۱۰ دور به طول ۴ وجود دارد. دقت کنید هنگامی که تعداد دورهای به طول ۴، حداکثر است، گراف یک دور به طول ۵ نیز دارد.

۳۷- گزینهٔ «۳»

درختی با ۵ رأس از درجهٔ یک، نمی‌تواند رأسی با درجهٔ بزرگ‌تر از ۵ داشته باشد، پس دنباله‌های ممکن برای درجه‌های رأس‌های چنین درختی عبارتنداز:

۱) $5,1,1,1,1,1$

۲) $4,3,1,1,1,1,1$

۳) $3,3,3,1,1,1,1,1$

۳۸- گزینهٔ «۴»

$$a = bq + r \quad , \quad r = q^2 - 2$$

$$a = 37q + q^2 - 2$$

$$0 \le r < b \Rightarrow 0 \le q^2 - 2 < 37 \Rightarrow 2 \le q^2 < 39$$

از این رابطه معلوم می‌شود که حداکثر $q = 6$ خواهد بود.

$$a = 37q + q^2 - 2 \Rightarrow a = 37 \times 6 + 36 - 2 = 256 = 16k$$

۳۹- گزینهٔ «۱»

در مورد گزینهٔ ۱ که پاسخ صحیح است به مثال نقضی اکتفا می‌کنیم:

$$a = 1, b = c = 2, d = 3$$

$$\begin{cases} ac \mid bd \\ a \mid b \end{cases} \not\Rightarrow c \mid d$$

برای اثبات درستی گزینهٔ ۲ می‌توانیم بنویسیم:

$$\begin{cases} a \mid b^2 \Rightarrow a^3 \mid b^6 \\ b^3 \mid c^2 \Rightarrow b^6 \mid c^4 \end{cases} \Rightarrow a^3 \mid c^4$$

گزینهٔ ۳ در تمرین کتاب درسی صفحهٔ ۴۷ آورده شده است و در گزینهٔ ۴ می‌توان گفت که به ازای هر عدد به صورت $q = 3k + 2$ عدد $4q + 1$ مرکب است زیرا:

$$4q + 1 = 4(3k + 2) + 1 = 12k + 9 = 3(4k + 3)$$

۴۰- گزینهٔ «۲»

بزرگ‌ترین عدد چهاررقمی در مبنای ۵ برابر است با:

$$(4444)_5 = 5^4 - 1 = 624$$

باقی‌ماندهٔ تقسیم این عدد بر ۹ برابر ۳ است، پس عدد $(4441)_5$ بر ۹ بخش‌پذیر است و داریم:

$$\text{مجموع ارقام} = 4 + 4 + 4 + 1 = 13$$

۴۱- گزینهٔ «۱»

دو عدد را به مبنای ۱۰ می‌بریم. داریم:

$$(12)_x = (24)_y \Rightarrow 2 + x = 4 + 2y \Rightarrow x = 2(1 + y)$$

چون $y \ge 5$ است (رقم ۴ در مبنای y به کار رفته است)، پس حداقل x برابر است با:

$$\min(x) = 2(1 + 5) = 12$$

۴۲- گزینهٔ «۲»

با توجه به این که $(a,b) = (a, b \pm ak)$، در نتیجه داریم:

$$(11n - 5, 9n + 2) = (9n + 2, 2n - 7) = (2n - 7, n + 30)$$
$$= (n + 30, -67) = 1 \text{ یا } 67$$

برای این که ب.م.م این دو عدد ۶۷ باشد باید $n + 30$ نیز مضرب ۶۷ شود، در نتیجه:

$$n + 30 = 67k \Rightarrow n = 67k - 30$$
$$\Rightarrow 1 \le 67k - 30 < 300 \Rightarrow 1 \le k \le 4$$

پس مقادیر k برای $4,3,2,1$ قابل قبول هستند، یعنی ۴ عدد با این ویژگی وجود دارد.

forum.konkur.in

www.konkur.in

۴۳- گزینهٔ «۳»

با توجه به این که تعداد مقسوم علیه‌های طبیعی $N = P_1^{\alpha}P_2^{\beta}P_3^{\gamma}$ برابر است با $(\alpha+1)(\beta+1)(\gamma+1)$ یکی از سه حالت زیر رخ می‌دهد.

$$۱۲P^۲ = ۲^۲ \times ۳ \times P^۲$$

$$\xrightarrow{P=۲} N = ۲^۴ \times ۳ \Rightarrow D(N) = ۵ \times ۲ = ۱۰$$

$$\xrightarrow{P=۳} N = ۲^۲ \times ۳^۳ \Rightarrow D(N) = ۳ \times ۴ = ۱۲$$

$$\xrightarrow{P>۳} N = ۲^۲ \times ۳ \times P^۲ \Rightarrow D(N) = ۳ \times ۲ \times ۳ = ۱۸$$

۴۴- گزینهٔ «۱»

$$\left.\begin{array}{l} ۷۵ \mid a^۲ + b^۲ + ۲ab + c^۲ \Rightarrow ۷۵ \mid (a+b)^۲ + c^۲ \\ \text{ازطرفی}: (a+b,c) = ۱ \Rightarrow ((a+b)^۲, c^۲) = ۱ \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow (c^۲, ۷۵) = ۱ \Rightarrow (c, ۷۵) = ۱$$

پس c، عوامل ۳ و ۵ را ندارد. بنابراین:

$$(c, ۳۰) = (c, ۲ \times ۳ \times ۵)$$

بنابراین اگر c عدد زوج باشد: $(c,۳۰) = ۲$

اگر c عدد زوج نباشد: $(c,۳۰) = ۱$

که در بین گزینه‌ها، گزینهٔ ۱ می‌تواند جواب باشد.

۴۵- گزینهٔ «۴»

اولاً: نسبت حاصل ضرب دو عدد به ک.م.م آن‌ها همان ب.م.م دو عدد است:

$$\frac{ab}{[a,b]} = \frac{a'b'd^۲}{a'b'd} = d$$

ثانیاً: داریم:

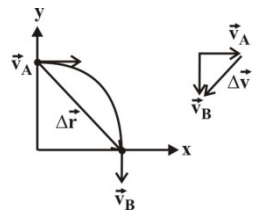
$$\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'} = \frac{۴}{۱۰} = \frac{۲}{۵} \Rightarrow a' = ۲, b' = ۵$$

$$\Rightarrow (a'+b')d = ۷d = ۷۰ \Rightarrow d = ۱۰$$

فیزیک پیش دانشگاهی

۴۶- گزینهٔ «۳»

با توجه به رابطهٔ $\vec{\bar{v}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$، می‌توان نتیجه گرفت بردار سرعت متوسط همواره هم‌جهت با بردار جابه‌جایی است و از طرفی از آن جا که بردار جابه‌جایی برداری است که ابتدای حرکت را به انتهای حرکت متصل می‌کند، بنابراین جهت بردار سرعت متوسط به‌صورت ↘ است.



طبق رابطهٔ $\vec{\bar{a}} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ می‌توان نتیجه گرفت بردار شتاب متوسط با بردار تغییرات سرعت هم‌جهت است. از طرفی چون بردار سرعت در هر نقطه از مسیر حرکت مماس بر مسیر حرکت و در جهت آن است، بنابراین جهت بردار شتاب متوسط به‌صورت ↙ خواهد بود.

۴۷- گزینهٔ «۲»

شیب نمودار مکان- زمان در لحظهٔ $t = ۲۵s$ برابر با صفر است، بنابراین داریم:

$$v = at + v_۰ \Rightarrow ۰ = ۲۵a + v_۰ \Rightarrow v_۰ = -۲۵a \qquad (۱)$$

با استفاده از معادلهٔ مکان- زمان داریم:

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰$$

$$\xrightarrow[x_۰=-۲۲۵m]{t=۴۵s \ , \ x=۰} ۰ = \frac{۱}{۲}a \times ۴۵^۲ + (v_۰ \times ۴۵) - ۲۲۵$$

$$\xrightarrow{(۱)} \frac{۱}{۲}a \times ۴۵ - ۲۵a - ۵ = ۰ \Rightarrow a = -۲\frac{m}{s^۲}$$

$$\xrightarrow{(۱)} v_۰ = -۲۵a = (-۲۵) \times (-۲) \Rightarrow v_۰ = ۵۰\frac{m}{s}$$

$$v = at + v_۰ \xrightarrow[v_۰=۵۰\frac{m}{s}]{a=-۲\frac{m}{s^۲}} v = -۲t + ۵۰$$

۴۸- گزینهٔ «۱»

در حرکت بر روی یک مسیر مستقیم، متحرک زمانی تغییر جهت می‌دهد که سرعت آن برابر با صفر و علامت آن عوض شود. بنابراین داریم:

$$x = -t^۲ + ۲t \Rightarrow v = \frac{dx}{dt} = -۲t + ۲ \xrightarrow{v=۰} t = ۱s$$

دقت کنید تا قبل از لحظهٔ $t = ۱s$، علامت سرعت مثبت و بعد از آن علامت سرعت منفی است، بنابراین در لحظهٔ $t = ۱s$ متحرک تغییر جهت می‌دهد. در این لحظه مکان متحرک برابر است با:

$$x = -t^۲ + ۲t \xrightarrow{t=۱s} x = -۱^۲ + ۲ \times ۱ \Rightarrow x = ۱m$$

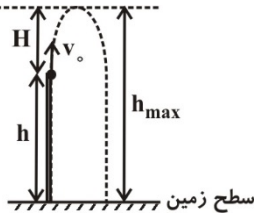
با توجه به این‌که متحرک از مبدأ مکان شروع به حرکت کرده است $(x_۰ = ۰)$، بنابراین اندازهٔ مکان متحرک در لحظهٔ تغییر جهت برابر با فاصلهٔ آن از مبدأ حرکت در آن لحظه می‌باشد.

forum.konkur.in

www.konkur.in

۴۹- گزینهٔ «۱»

بیش‌ترین فاصلهٔ گلوله از سطح زمین در نقطهٔ اوج گلوله است که مجموع ارتفاع اوج از نقطهٔ پرتاب و ارتفاع پرتاب از سطح زمین است، بنابراین داریم:



$$h_{max} = h + H = h + \frac{v_0^2}{2g} \xrightarrow[h=16/2m \ , \ g=10\frac{m}{s^2}]{h_{max}=18m}$$

$$18 = \frac{v_0^2}{20} + 16/2 \Rightarrow v_0^2 = 36 \Rightarrow |v_0| = 6\frac{m}{s}$$

۵۰- گزینهٔ «۴»

شرط آن‌که دو متحرک A و B با هم برخورد کنند این است که در یک لحظهٔ خاص، $x_A = x_B$ و $y_A = y_B$ شود. بنابراین داریم:

$$x_A = x_B \Rightarrow t^2 - t = 3t - 3 \Rightarrow t^2 - 4t + 3 = 0$$
$$\Rightarrow (t-1)(t-3) = 0 \Rightarrow t = 1s \ , \ t = 3s$$

$$y_A = y_B \Rightarrow 4t - 5 = 3t - 3 \Rightarrow t = 2s$$

همان طورکه مشاهده می‌شود، در هیچ‌یک از زمان‌ها، مکان این دو متحرک با یک‌دیگر یکسان نمی‌شود، بنابراین هرگز به هم برخورد نمی‌کنند.

۵۱- گزینهٔ «۱»

در لحظه‌ای که اندازهٔ مؤلفه‌های افقی و قائم سرعت برابر می‌شود، بردار سرعت با افق زاویهٔ 45° می‌سازد. در پرتاب گلوله بالای سطح افق، در صورتی‌که زاویهٔ اولیهٔ پرتاب با سطح افق بیش‌تر از 45° باشد، این اتفاق دو بار رخ می‌دهد و در صورتی‌که زاویهٔ اولیهٔ پرتاب با سطح افق کم‌تر از 45° باشد، این اتفاق رخ نمی‌دهد. با محاسبه زاویهٔ اولیهٔ پرتاب، خواهیم داشت:

$$\vec{v}_0 = \sqrt{3}\vec{i} + \vec{j} \Rightarrow \tan\alpha = \frac{v_{0y}}{v_{0x}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \alpha = 30^\circ \Rightarrow$$ اندازهٔ مؤلفه‌ها هیچ وقت با هم برابر نمی‌شوند

۵۲- گزینهٔ «۱»

ابتدا اندازهٔ شتاب جسم را به‌دست می‌آوریم:

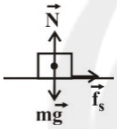
$$a = \sqrt{2^2 + 1/5^2} = 2/5\frac{m}{s^2}$$

حال با استفاده از قانون دوم نیوتون، می‌توان نوشت:

$$F = ma \Rightarrow 5 = m \times 2/5 \Rightarrow m = 2kg$$

۵۳- گزینهٔ «۳»

از طرف کف کامیون، دو نیروی عمود بر سطح و اصطکاک ایستایی به جعبه وارد می‌شود. نیرویی که باعث شتاب گرفتن جعبه همراه با کامیون در جهت حرکت می‌شود، نیروی اصطکاک ایستایی بین جعبه و کف کامیون است.



$$f_s = ma = 2 \times 7/5 = 15N$$

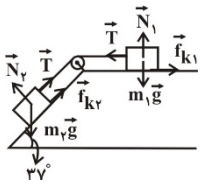
$$N = mg = 2 \times 10 = 20N$$

نیرویی که کف کامیون به جعبه وارد می‌کند برایند نیروی اصطکاک و نیروی عمودی سطح است.

$$R = \sqrt{N^2 + f_s^2} = \sqrt{20^2 + 15^2} = 25N$$

۵۴- گزینهٔ «۲»

برای حرکت مجموعه، جسم m_2 باید به‌طرف پایین حرکت کند، بنابراین داریم:



$$f_{k_1} = \mu_k N_1 = \mu_k m_1 g = 0/25 \times 5 \times 10 \Rightarrow f_{k_1} = 12/5N$$

$$f_{k_2} = \mu_k N_2 = \mu_k m_2 g \cos\theta = 0/25 \times m_2 \times 10 \times 0/8$$
$$\Rightarrow f_{k_2} = 2m_2 \ (N)$$

$$\sum F = (\sum m)a \Rightarrow m_2 g \sin\theta - f_{k_1} - f_{k_2} = (m_1 + m_2)a$$

$$\Rightarrow m_2 \times 10 \times 0/6 - 12/5 - 2m_2 = (5 + m_2) \times 2$$
$$\Rightarrow m_2 = 11/25kg$$

forum.konkur.in

www.konkur.in

۵۵- گزینهٔ «۳»

برای تعیین نوع حرکت باید a و v را تعیین علامت کنیم. با توجه به تعریف اندازه حرکت و نیرو، می‌توان علامت نیرو را جایگزین علامت شتاب و علامت اندازه حرکت را جایگزین علامت سرعت کرد.

$$P = ۲t^۲ - ۱۴t + ۲۴ \Rightarrow ۲t^۲ - ۱۴t + ۲۴ = ۰$$
$$\Rightarrow ۲(t^۲ - ۷t + ۱۲) = ۰ \Rightarrow (t-۳)(t-۴) = ۰$$

$$\Rightarrow t = ۳s \text{ یا } t = ۴s$$

$$F = \frac{dP}{dt} = ۴t - ۱۴ \Rightarrow ۴t - ۱۴ = ۰ \Rightarrow t = ۳/۵s$$

t(s)		۳		۳/۵		۴	
P	+	۰	−	|	−	۰	+
F	−	|	−	۰	+	|	+
نوع حرکت	−	۰	+	۰	−	۰	+
		کندشونده		تندشونده		کندشونده	تندشونده

بنابراین در مجموع به مدت $\Delta t = ۳ + ۰/۵ = ۳/۵s$ حرکت متحرک کندشونده است.

۵۶- گزینهٔ «۳»

با استفاده از قانون دوم نیوتون، داریم:

$$\bar{F} = \frac{m\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow[v_۱ = ۵\frac{m}{s},\ v_۲ = ۰]{\frac{m}{\Delta t} = ۵\frac{kg}{s}} \bar{F} = ۵ \times (۰ - ۵)$$
$$\Rightarrow \bar{F} = -۲۵N \Rightarrow |\bar{F}| = ۲۵N$$

۵۷- گزینهٔ «۱»

با استفاده از قانون دوم نیوتون در حرکت دایره‌ای یکنواخت و تعریف نیروی وزن داریم:

$$v = ۵۴۰\frac{km}{h} = ۱۵۰\frac{m}{s}$$

$$\frac{F}{W} = \frac{\frac{mv^۲}{r}}{mg} = \frac{v^۲}{rg} = \frac{(۱۵۰)^۲}{۴۵۰ \times ۱۰} = ۵$$

۵۸- گزینهٔ «۳»

ابتدا تغییر فاز نوسانگر را از لحظهٔ شروع حرکت تا لحظهٔ $t = \frac{۱}{۱۲}s$ محاسبه می‌کنیم. داریم:

$$x = x_{max}\sin(\phi) \Rightarrow ۲ = ۴\sin(\phi) \Rightarrow \sin\phi = \frac{۱}{۲}$$
$$\xrightarrow{\frac{\pi}{۲}rad < \phi < \pi rad} \phi = \frac{۵\pi}{۶}rad$$

برای محاسبه بسامد زاویه‌ای حرکت، می‌توان نوشت:

$$\Delta\phi = \omega\Delta t \Rightarrow \frac{۵\pi}{۶} = \omega \times \frac{۱}{۱۲} \Rightarrow \omega = ۱۰\pi\frac{rad}{s}$$

با استفاده از رابطهٔ بُعد- زمان و سرعت- زمان یک نوسانگر که حرکت نوسانی هماهنگ ساده انجام می‌دهد، می‌توان نوشت:

$$x = x_{max}\sin\phi \Rightarrow \frac{x}{x_{max}} = \sin\phi$$
$$v = v_{max}\cos\phi \Rightarrow \frac{v}{v_{max}} = \cos\phi$$
$$\Rightarrow (\frac{x}{x_{max}})^۲ + (\frac{v}{v_{max}})^۲ = ۱$$

$$\Rightarrow (\frac{۲}{۴})^۲ + (\frac{v}{v_{max}})^۲ = ۱ \Rightarrow (\frac{v}{v_{max}})^۲ = \frac{۳}{۴} \Rightarrow v^۲ = \frac{۳}{۴}v_{max}^۲$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}mv^۲ = \frac{۳}{۴} \times \frac{۱}{۲}mv_{max}^۲ \xrightarrow{v_{max} = A\omega} K = \frac{۳}{۴} \times \frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲$$

$$\Rightarrow K = \frac{۳}{۴} \times \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۱۰} \times (۴ \times ۱۰^{-۲})^۲ \times (۱۰\pi)^۲ \Rightarrow K = ۰/۰۶J$$

۵۹- گزینهٔ «۱»

با استفاده از رابطهٔ انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در یک نوسانگر هماهنگ ساده برحسب فاصلهٔ آن از مرکز نوسان (بُعد)، می‌توان نوشت:

$$U = \frac{۱}{۲}kx^۲ \Rightarrow ۲۵ \times ۱۰^{-۳} = \frac{۱}{۲}k(\sqrt{۲} \times ۱۰^{-۲})^۲ \Rightarrow k = ۲۵۰\frac{N}{m}$$

$$k = m\omega^۲ \xrightarrow{\omega = \frac{۲\pi}{T}} T = ۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = ۲\pi\sqrt{\frac{۱۰۰ \times ۱۰^{-۳}}{۲۵۰}} \Rightarrow T = \frac{\pi}{۲۵}s$$

۶۰- گزینهٔ «۲»

دورهٔ نوسان‌های آونگ کم‌دامنه برابر است با:

$$T = \frac{t}{n} = \frac{۶۰}{۳۰} = ۲s$$

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = ۲\pi\sqrt{\frac{۱/۰۱}{g}} \xrightarrow{T = ۲s} \frac{۱}{\pi} = \sqrt{\frac{۱/۰۱}{g}} \Rightarrow \frac{۱}{\pi^۲} = \frac{۱/۰۱}{g}$$
$$\Rightarrow g = \pi^۲ \times ۱/۰۱ = ۱۰/۱\frac{m}{s^۲}$$

forum.konkur.in

www.konkur.in

شیمی پیش‌دانشگاهی

۶۱- گزینهٔ «۲»

طی واکنش تیغهٔ روی و محلول مس (II)سولفات (که با بی‌رنگ شدن محلول همراه است)، به دلیل آن‌که $Cu^{2+}(aq)$ و $Zn(s)$ هر دو واکنش‌دهنده هستند، مقدار آن‌ها کاهش می‌یابد. بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) انفجار، یک واکنش شیمیایی بسیار سریع است که در آن از مقدار کمی از یک مادهٔ منفجر شونده به حالت جامد یا مایع، حجم بسیار زیادی از گازهای داغ تولید می‌شود.

۳) اشیای آهنی در هوای مرطوب به کندی زنگ می‌زنند.

۴) گاز قهوه‌ای‌رنگ نیتروژن‌دی‌اکسید (NO_2)، از واکنش گاز نیتروژن‌مونوکسید (NO) خارج شده از اگزوز خودروها با اکسیژن در هواکره تولید می‌شود.

۶۲- گزینهٔ «۳»

با توجه به معادلهٔ نمادی زیر موارد (آ) و (ت) صحیح هستند.

$$AgNO_3(aq) + NaCl(aq) \rightarrow AgCl(s) + NaNO_3(aq)$$

بررسی عبارت‌ها:

آ) زیرا ضرایب استوکیومتری همهٔ مواد در این واکنش با هم یکسان است. (درست)

ب) سرعت این واکنش از انفجار کم‌تر است (نادرست).

پ) از نظریهٔ برخورد برای توجیه واکنش‌های بنیادی در فاز گازی استفاده می‌شود. (نادرست)

۶۳- گزینهٔ «۴»

با توجه به واکنش و ضرایب استوکیومتری مواد موجود در واکنش، چون مقدار اولیه مواد فراورده (C و B) برابر صفر است، بنابراین در هر لحظه و متناسب با ضرایب استوکیومتری، غلظت C، ۱/۵ برابر غلظت مصرف شده A است و همچنین، در هر لحظه، غلظت ماده C، ۳ برابر غلظت مادهٔ B می‌باشد. اندازهٔ نسبت افزایش مول گاز B به کاهش مول گاز A، متناسب با ضرایب استوکیومتری و برابر ۰/۵ است و با گذشت زمان، سرعت متوسط تولید مادهٔ C کاهش، اما به دلیل اینکه فراورده است، مقدار آن افزایش می‌یابد.

۶۴- گزینهٔ «۲»

میزان کاهش جرم مخلوط واکنش برابر با مقدار جرم گاز CO_2 تولید شده پس از گذشت ۶۰ ثانیه است.

$$\overline{R}_{\text{واکنش}} = \overline{R}_{CO_2} = ۰/۲۵ mol.min^{-1} = \frac{\Delta n(CO_2)}{(\frac{۶۰}{۶۰})min}$$

$$\Rightarrow \Delta n(CO_2) = ۰/۲۵ mol$$

$$?gCO_2 = ۰/۲۵ molCO_2 \times \frac{۴۴ gCO_2}{۱ molCO_2} = ۱۱ gCO_2$$

$$\text{درصد کاهش جرم مخلوط} = \frac{\text{جرم } CO_2 \text{ تولید شده}}{\text{جرم اولیه مخلوط}} \times ۱۰۰$$

$$= \frac{۱۱ gCO_2}{۴۰ gCaCO_3} \times ۱۰۰ = \%۲۷/۵$$

۶۵- گزینهٔ «۳»

فرض می‌کنیم در ابتدا $n\,mol$ آمونیاک وارد ظرف واکنش کرده‌ایم.

سرعت واکنش $۲\times۱۰^{-۲} mol.L^{-۱}.min^{-۱}$ می‌باشد، در نتیجه سرعت مصرف آمونیاک ۲ برابر این مقدار است.

	$۲NH_3 \rightleftharpoons$	N_2 +	$۳H_2$
آغاز واکنش	n	۰	۰
تغییر مول	$-۲x$	$+x$	$+۳x$
پایان واکنش	$n-۲x$	x	$۳x$

forum.konkur.in

www.konkur.in

$?\,mol\,NH_3$ مصرفی $= 2\times2\times10^{-2}\,\frac{mol}{L.min}\times2min\times2L$

$= 0/16molNH_3 = 2x \Rightarrow x = 0/08mol$

$n - 2x + 3x + x = 1/5 \Rightarrow n - 0/16 + 0/24 + 0/08 = 1/5$

$\Rightarrow n = 1/34mol$

$[NH_3] = \frac{1/34mol}{2L} = 0/67M$

۶۶- گزینهٔ «۱»

بررسی گزینه‌ها:

نادرستی گزینهٔ «۱»: به کندی (نه به‌سرعت).

درستی گزینهٔ «۲»: درست است زیرا ماهیت (میزان واکنش‌پذیری) آن‌ها متفاوت است.

درستی گزینهٔ «۳»: درست است؛ به‌دلیل زیادتر بودن غلظت اکسیژن در ارلن نسبت به هوا.

درستی گزینهٔ «۴»: KI نقش کاتالیزگر را دارد.

۶۷- گزینهٔ «۴»

آ) براساس نظریهٔ برخورد، سرعت واکنش به تعداد برخوردها بین ذرات واکنش‌دهنده (نه همهٔ ذرات موجود در واکنش) در واحد حجم و زمان بستگی دارد. (نادرست)

ب) از میان برخوردها، برخوردهایی که علاوه بر انرژی کافی، جهت‌گیری مناسب دارند، منجر به تولید فراورده می‌شوند. (نادرست)

پ) در نظریهٔ برخورد، ذرات واکنش‌دهنده به‌صورت گوی‌های سخت در نظر گرفته می‌شوند. (درست)

ت) پیچیدهٔ فعال، گونهٔ بسیار ناپایداری است، به‌طوری‌که نمی‌توان آن را حین واکنش‌ها جداسازی و شناسایی کرد. (نادرست)

۶۸- گزینهٔ «۲»

در کتاب درسی، این واکنش در توضیحات مربوط به نظریهٔ برخورد به عنوان مثالی از واکنش‌های بنیادی در فاز گازی ذکر شده است. با توجه به اینکه واکنش یک واکنش بنیادی است: $R = k[NO][O_3]$

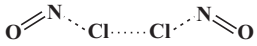
مقایسهٔ شکل‌های «پ» و «الف» نشان می‌دهد تعداد مولکول‌ها و به تبع آن غلظت NO در شکل «پ» نسبت به شکل «الف» پنج‌برابر شده است (غلظت O_3 ثابت مانده است)، بنابراین سرعت واکنش نیز پنج‌برابر می‌شود.

۶۹- گزینهٔ «۳»

مقدار عددی انرژی فعال‌سازی رفت و انرژی فعال‌سازی برگشت مطابق نمودار از مقدار عددی آنتالپی واکنش بیش‌تر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: پیوندهای جدیدی میان اتم‌های کلر درحال شکل‌گیری است.



گزینهٔ «۲»: با توجه به این‌که $E_a > E'_a$، در شرایط یکسان سرعت واکنش برگشت بیش‌تر از سرعت واکنش رفت است.

گزینهٔ «۴»: با توجه به گرماگیر بودن واکنش درجهت رفت، انجام واکنش در جهت برگشت انرژی آزاد می‌کند و دمای محیط را افزایش می‌دهد.

۷۰- گزینهٔ «۱»

با توجه به یکای ثابت سرعت مشخص می‌شود مرتبه کلی این واکنش برابر ۲ می‌باشد. با توجه به این‌که مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش‌دهنده‌ها برابر ۳ می‌باشد، این واکنش نمی‌تواند بنیادی باشد و با نصف کردن حجم ظرف واکنش، غلظت‌ها دو برابر می‌شود و با توجه به مرتبهٔ واکنش، سرعت واکنش ۴ برابر می‌شود.

forum.konkur.in