



آزمون غیر حضوری

درس اختصاصی

فارغ التحصیلان ریاضی

(۲۱ دی ۱۳۹۷)

(مباحث ۵ بهمن ۹۷)

گروه فنی و تولید:

محمد اکبری	مسئول تولید آزمون غیر حضوری
نرگس غنی زاده	مسئول دفترچه آزمون غیر حضوری
مدیر گروه: مریم صالحی مسئول دفترچه: آتیه اسفندیاری	گروه مستندسازی
حسن خرم جو	حروفچین
سوران نعیمی	ناظر چاپ

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۶۹۶۲۴۰۰

«تمام داراییها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلمچی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»



ریاضی پایه

ریاضی ۲

الگو و دنباله، تابع، توابع خاص،
نامعادله و تعیین علامت، مثلثات

صفحه‌های ۱ تا ۲۴ و ۵۹ تا ۶۱ و ۶۴ تا
۶۹ و ۷۳ تا ۸۴ و ۱۲۱ تا ۱۵۸

حسابان

محاسبات جبری، معادلات و

نامعادلات، مثلثات

صفحه‌های ۱ تا ۲۴ و ۱۰۴ تا ۱۲۳

۱. اگر جمله چهارم و هفتم دنباله هندسی a_n جواب‌های معادله درجه دوم $x^2 - 3x + (m-1) = 0$ باشد، و نسبت مجموع ۶ جمله اول دنباله به مجموع سه جمله اول آن $\sqrt{2}$ باشد، $a_4 a_6$ کدام است؟

۲ (۱)

 $\frac{9}{2}$ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳)۴ (۴) بستگی به مقدار m دارد.

۲. حاصل $A = ((\sqrt{2}\sqrt{2}) + 4^{-0.25})^2$ کدام است؟

 $\frac{3}{4}$ (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{2}{9}$ (۳) $\frac{9}{2}$ (۴)

۳. اگر $\frac{7\pi}{6} < \theta < \pi$ حاصل $A = \sqrt{\sin^2 \theta (1 + \cot \theta) + \cos^2 \theta (1 + \tan \theta)}$ کدام است؟

 $-(\sin \theta + \cos \theta)$ (۱) $\sin \theta + \cos \theta$ (۲) $\sin \theta - \cos \theta$ (۳) $-\sin \theta + \cos \theta$ (۴)

۴. کدام یک از اعداد زیر از سایرین کوچک‌تر است؟ (کمان ۱ بر حسب رادیان است.)

 $\tan^{-1}(\tan 1)$ (۱) $\cot^{-1}(\cot 1)$ (۲) $\tan^{-1}(\cot 1)$ (۳) $\cot^{-1}(\tan 1)$ (۴)

۵. اگر $\tan \alpha + \tan 2^\circ + 3 \tan \alpha \tan 2^\circ = 3$ آنگاه $\cot(25^\circ - \alpha)$ کدام است؟

۲ (۱)

 $\frac{1}{2}$ (۲)

-۲ (۳)

 $\frac{-1}{2}$ (۴)

۶. اگر $\tan x = 2$ ، حاصل $B = \frac{\sin^2 x}{3 + \cos^2 x}$ کدام است؟

 $\frac{1}{10}$ (۱) $\frac{3}{10}$ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴)

۷. اگر مجموع ضرایب خارج قسمت تقسیم چند جمله ای $x^4 - 3x^2 + ax - 1$ بر $x + 1$ برابر با ۷ باشد، a کدام است؟

۴ (۱)

۵ (۲)

۶ (۳)

۷ (۴)

۸. در تجزیه عبارت $(x^3 + 9)^2 - (x^3 + 7)^2$ ، کدام یک از عامل‌های زیر وجود دارد؟

 $x^2 - 2x + 4$ (۱) $x^2 + 2x - 4$ (۲) $x^2 + 2x + 4$ (۳) $x^2 - 2x - 4$ (۴)

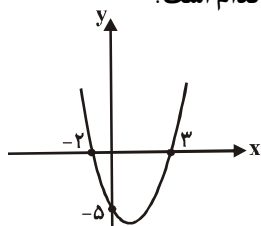
۹. شکل زیر، نمودار تابع درجه دوم به معادله $y = ax^2 + bx + c$ را نشان می‌دهد. حاصل $a + b + c$ کدام است؟

۵ (۱)

-۵ (۲)

۶ (۳)

-۶ (۴)



۱۰. به ازای کدام مجموعه مقادیر a ، هر نقطه از نمودار تابع $f(x) = (a-1)x^2 + 2\sqrt{2}x + a$ در بالای محور x ها است؟

 $a < -1$ (۱) $a > 1$ (۲) $a > 2$ (۳) $1 < a < 2$ (۴)



جبر و احتمال

جبر و احتمال

استدلال ریاضی، مجموعه‌ها
صفحه‌های ۱ تا ۵۶

۱۱. در اثبات نامساوی $1 + 2 + 3 + \dots + n < \frac{1}{8}(2n+1)^2$; $n \geq 1$ ، با کمک استقرای ریاضی، کدام

رابطه بدیهی به کار می‌رود؟

$$k+1 < 2k+3 \quad (۲)$$

$$k+1 < 2k \quad (۱)$$

$$4k^2 + 12k + 9 = (2k+3)^2 \quad (۴)$$

$$4(k^2 + 3k + 2) < (2k+3)^2 \quad (۳)$$

۱۲. کدام گزاره مثال نقض ندارد؟

(۱) هر عدد طبیعی را می‌توان به صورت مجموع چند عدد طبیعی متوالی نوشت.

(۲) هر عدد طبیعی به صورت مجموع مربع‌های سه عدد صحیح نوشته می‌شود.

(۳) مربع هر عدد طبیعی فرد، از مضرب صحیح ۸، یک واحد بیش‌تر است.

(۴) اگر n نقطه متمایز روی محیط دایره را دو به دو به هم وصل کنیم 2^{n-1} ناحیه به وجود می‌آید.

۱۳. اگر دو عدد طبیعی A و B ، هر کدام برابر مجموع دو عدد مربع کامل باشند، آنگاه AB چگونه عددی است؟

(۴) زوج

(۳) اول

(۲) مجموع دو مربع کامل

(۱) مربع کامل

۱۴. در یک مهمانی از میان هر ۵ نفر، حداقل دو نفر وجود دارند که در روزهای متفاوتی از هفته متولد شده‌اند. تعداد افراد حاضر در

مهمانی حداکثر چند نفر است؟

(۴) ۳۵

(۳) ۲۴

(۲) ۲۸

(۱) ۲۵

۱۵. هر زیر مجموعه ۶ عضوی از مجموعه $A = \{2^1, 2^2, 2^3, \dots, 2^n\}$ حداقل دارای دو عضو است که یکی دو برابر دیگری می‌باشد.

حداکثر مقدار n کدام است؟

(۴) ۱۲

(۳) ۱۱

(۲) ۱۰

(۱) ۹

۱۶. A و B زیر مجموعه‌هایی از مجموعه جهانی U هستند. اگر مجموعه $B - A$ دارای ۶ عضو و مجموعه‌های B و $A' \cap B'$ به ترتیب

دارای ۱۱ و ۱۲ عضو باشند، آنگاه مجموعه $A \Delta B'$ چند عضو دارد؟

(۴) ۱۸

(۳) ۱۳

(۲) ۱۷

(۱) ۲۳

۱۷. مجموعه $A = \{a, b, c, d, e\}$ دارای چند زیرمجموعه شامل a است که b را شامل نگردد؟

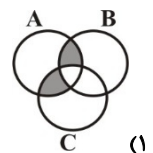
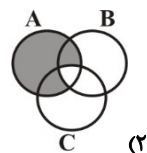
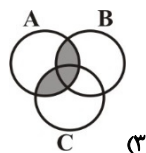
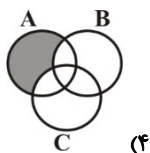
(۴) ۳۲

(۳) ۲۵

(۲) ۱۶

(۱) ۸

۱۸. متمم مجموعه $(A' \cup B) \cup C$ نسبت به مجموعه جهانی، در کدام یک از نمودارهای ون زیر، به درستی نشان داده شده است؟



۱۹. اگر $A_i = [-i^{-1}, i+2]$ و $i \in \mathbb{N}$ ، مجموعه $\bigcap_{i=1}^4 A_i$ کدام است؟

$$\left[-\frac{1}{4}, 6\right] \quad (۴)$$

$$\left[-\frac{1}{4}, 3\right] \quad (۳)$$

$$\left[-\frac{1}{2}, 3\right] \quad (۲)$$

$$[-1, 3] \quad (۱)$$



دارد؟

صفر (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۵ (۱)

هندسه ۱

کل کتاب

هندسه ۱

۲۱. در مثلث ABC زاویه خارجی متناظر با زاویه C دو برابر زاویه B است. نوع مثلث ABC کدام

است؟

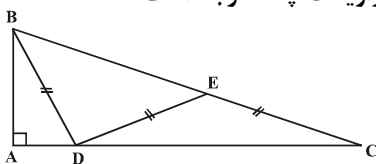
غیر مشخص (۴)

قائم الزاویه (۳)

متساوی الساقین (۲)

(۱) متساوی الاضلاع

۲۲. در شکل زیر، اگر داشته باشیم: $DB = DE = EC$ ، $\hat{A} = 90^\circ$ و $\hat{ABD} = 18^\circ$ ، آن گاه زاویه C چند درجه است؟



۲۲ (۲)

۲۰ (۱)

۲۷ (۴)

۲۴ (۳)

۲۳. طول یکی از ضلع‌های زاویه قائمه در مثلث قائم‌الزاویه‌ای $\frac{4}{5}$ دیگری است. اگر مساحت این مثلث ۴۰ واحد مربع باشد، اختلاف

طول ضلع‌های زاویه قائمه چه قدر است؟

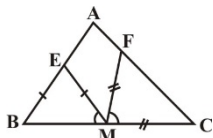
 $\frac{3}{2}$ (۴)

۲ (۳)

 $\frac{5}{2}$ (۲)

۳ (۱)

۲۴. مطابق شکل، نقطه M روی ضلع BC طوری قرار دارد که $EB = EM$ و $MF = MC$ ؛ اگر $\hat{A} = 80^\circ$ و $\hat{EMF} = 26^\circ$ ،



۳۶ (۴)

۳۸ (۳)

۴۰ (۲)

۴۲ (۱)

کوچک‌ترین زاویه مثلث ABC چند درجه است؟

۲۵. در مثلث ABC طول‌های دو ضلع AB و AC به ترتیب ۴ و ۶ سانتی‌متر و مقدار مساحت برابر ۱۰ سانتی‌متر مربع است. اگر

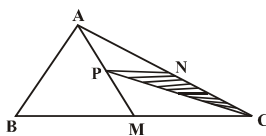
نیمساز داخلی \hat{A} ، ضلع BC را در نقطه D قطع کرده باشد، فاصله نقطه D از ضلع AB کدام است؟ $\frac{3}{2}$ (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

 $\frac{1}{2}$ (۱)

۲۶. در شکل زیر N وسط ضلع AC و P وسط میانه AM است، مساحت مثلث PNC چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟

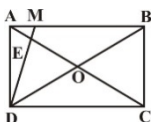
 $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۱) $\frac{1}{12}$ (۴) $\frac{1}{8}$ (۳)

۲۷. در مستطیل $ABCD$ داریم: $AB = 3$ ، $BC = 4$ ، $AM = 12$ ، DM قطر AC را در نقطه E قطع می‌کند. طول EO چه قدر

است؟

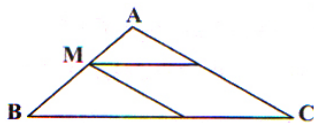
 $\frac{10}{3}$ (۴) $\frac{8}{3}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۲)

۳ (۱)



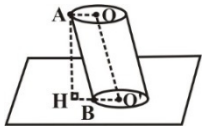


۲۸. در شکل زیر، $AM = \frac{2}{3}MB$ و چهار ضلعی متوازی الاضلاع است. مساحت متوازی الاضلاع چند درصد مساحت مثلث ABC است؟



- (۱) ۴۸
(۲) ۵۰
(۳) ۵۴
(۴) ۶۰

۲۹. در استوانهٔ مایل زیر، OO' محور استوانه است و نقاط A و B بر محیط دو قاعده قرار دارند. اگر $BH = BO'$ ، $OO' = 4\sqrt{3}$ و



- عدد مساحت چهارضلعی $AOO'H$ ، ۶ برابر شعاع قاعده باشد، حجم این استوانه کدام است؟
- (۱) 108π
(۲) 112π
(۳) 128π
(۴) 144π

۳۰. در یک هرم منتظم مربع القاعده، مساحت هر یک از وجه‌های جانبی، نصف مساحت قاعده است. اگر طول ضلع قاعده برابر a باشد، حجم هرم کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}a^3$
(۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}a^3$
(۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$
(۴) $\frac{\sqrt{3}}{6}a^3$

آمار و مدل سازی
کل کتاب

آمار و مدل سازی

۳۱. شعاع قاعده و ارتفاع یک منبع استوانه‌ای شکل به ترتیب ۱ و ۲ متر اندازه‌گیری شده است. حجم

این مخزن از چه مدلی پیروی می‌کند؟

- (۱) $2\pi + E$
(۲) $2\pi E$
(۳) $(2\pi + E)^2$
(۴) $4\pi + E$

۳۲. در کدام گزینه تمام متغیرهای کیفی اسمی، کیفی ترتیبی، کمی پیوسته و کمی گسسته وجود دارند؟

(۱) سن، جنسیت، میزان تحصیلات، شغل

(۲) وزن، تعداد فرزندان، جنسیت، شغل

(۳) شدت آلودگی هوا، گروه خون، مراحل رشد، تعداد فرزندان

(۴) تعداد تماس‌ها، مراحل تحصیل، رنگ چشم، گروه خون

۳۳. داده‌های آماری در ۹ دسته با طول‌های مساوی طبقه‌بندی می‌شوند که دستهٔ اول ۲۵-۲۱ است. اگر همین داده‌ها در ۱۲ دسته

قرار گیرند مرکز دستهٔ سوم کدام است؟

- (۱) $22/5$
(۲) $26/5$
(۳) $28/5$
(۴) $27/5$

۳۴. اگر داده‌های یک دسته در نمودار دایره‌ای زاویهٔ 80° را به خود اختصاص دهد و مجموع کل مساحت‌های زیر منحنی نمودار

مستطیلی برابر ۵۰ باشد، مساحت زیر نمودار مستطیلی این دسته از داده‌ها کدام است؟

- (۱) ۲۵
(۲) ۳۰
(۳) ۲۰
(۴) ۱۵

۳۵. کدام یک از شاخص‌های آماری زیر در میان داده‌های $1/5, 2/5, 2/5, 1/5$ و داده‌های $111/5, 112/5, 111/5, 111/5$ ، برابر است؟

- (۱) میانگین
(۲) میانه
(۳) انحراف معیار
(۴) ضریب تغییرات

۳۶. در یک دسته‌بندی آماری طبقهٔ چهارم به صورت $(4/5, 5/5)$ است. اگر فراوانی تجمعی دستهٔ سوم و چهارم به ترتیب ۷ و ۱۲

باشد، نقطهٔ متناظر طبقهٔ چهارم در نمودار چندبر فراوانی کدام است؟

- (۱) $(5, 7)$
(۲) $(6, 5)$
(۳) $(5, 5)$
(۴) $(12, 5)$



۳۷. اگر اعداد نمودار ساقه و برگ مقابل را داخل نمودار جعبه‌ای قرار دهیم، در این صورت میانگین اعداد داخل جعبه چقدر است؟

ساقه	برگ	
۱	۲۲۳	۲۲/۶ (۱)
۲	۳۴۴	۲۲/۸ (۲)
۳	۰۱۱	۲۲/۲ (۳)
		۴۰ (۴)

۳۸. در ۲۵ داده آماری، میانگین و انحراف معیار به ترتیب ۳۰ و ۸ می‌باشد. اگر داده‌های ناجور ۱۰، ۱۵، ۴۵ و ۵۰ از بین آنها حذف شوند، واریانس داده‌های باقیمانده، کدام است؟

۱۶/۶۶ (۴)	۱۵/۳۳ (۳)	۱۴/۸۱ (۲)	۱۴/۷۲ (۱)
-----------	-----------	-----------	-----------

۳۹. نمرات آزمون مهارت فنی دو کارگر A و B به صورت زیر است. دقت عمل کدام بیش تر است؟

A: ۱۵, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۷, ۱۹

B: ۱۶, ۱۴, ۱۷, ۱۴, ۱۷, ۱۸

A (۱)	B (۲)
۳ یکسان	(۴) غیرقابل پیش‌بینی

۴۰. در جدول داده‌های زیر، میانه و مد به ترتیب کدام می‌باشند؟

x_i		
۳	۸	۱۲
۱۴	۱۷	۲۰
f_i	۵	۱
	۵	۲
	۷	۳

۱۷, ۱۳ (۱)	۷, ۱۳ (۲)
۷, ۱۴ (۳)	۱۷, ۱۴ (۴)

فیزیک ۱ و ۲

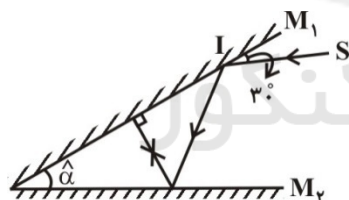
فیزیک ۱

نور شناخت، کار و انرژی،
ویژگی‌های ماده، گرما
صفحه‌های ۱ تا ۴۵ و ۷۷ تا ۱۴۶

فیزیک ۲

صفحه‌های ۷۶ تا ۱۵۹

۴۱. مطابق شکل زیر، اگر پرتو نور SI پس از تابیده شدن به آینه تخت M_1 و بازتاب از آینه‌های M_2 و M_3 روی خودش برگردد، آنگاه زاویه بین دو آینه تخت M_1 و M_2 چند درجه است؟



- ۱۵ (۱)
۳۰ (۲)
۴۵ (۳)
۶۰ (۴)

۴۲. فاصله کانونی آینه مقعری ۱۰cm است. جسمی به طول ۴cm را در دو نقطه، عمود بر محور اصلی آینه و مقابل آن قرار می‌دهیم. اگر طول تصویر در هر دو حالت ۲۰cm باشد، در این صورت فاصله این دو نقطه از یکدیگر چند سانتی‌متر است؟

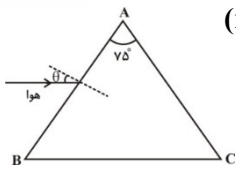
- ۴ (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴)

۴۳. جسمی را بر روی محور اصلی آینه مقعری با سرعت ثابت ۷ از کانون آینه تا مرکز آن جابه‌جا می‌کنیم. در این حالت تصویر جسم در آینه چگونه جابه‌جا می‌شود؟

- (۱) با سرعت ۷ به آینه نزدیک می‌شود.
(۲) با سرعت ۷ از آینه دور می‌شود.
(۳) با سرعت متوسط بزرگ‌تر از ۷ به آینه نزدیک می‌شود.
(۴) با سرعت متوسط کم‌تر از ۷ به آینه نزدیک می‌شود.

۴۴. اگر سرعت نور در یک محیط شفاف ۳۰ درصد کم‌تر از سرعت نور در هوا باشد، زاویه حد این محیط نسبت به هوا چند درجه است؟ $(\sqrt{2} = 1/4)$

- ۳۰ (۱) ۳۷ (۲) ۴۵ (۳) ۶۰ (۴)



۴۵. در شکل زیر، زاویه θ چند درجه باشد تا پرتو نور مماس بر وجه AC از منشور خارج شود؟ ($n = \sqrt{2}$)

۳۰ (۱) ۴۵ (۲)

۶۰ (۳) ۹۰ (۴)

۴۶. در یک عدسی همگرا، فاصله جسم از عدسی، ۴ برابر فاصله کانونی عدسی است. در این حالت بزرگ‌نمایی عدسی چه قدر است؟

$\frac{2}{3}$ (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴)

۴۷. گستره دید یک چشم سالم از ۲۵cm تا بی نهایت است. اگر جسمی در فاصله ۲۵ سانتی‌متری این چشم قرار داشته باشد و

فاصله عدسی تا شبکیه چشم این شخص برابر با ۵ سانتی‌متر باشد، بیش‌ترین توان چشم این شخص چند دیوپتر است؟

۲۰ (۱) ۲۴ (۲) ۴ (۳) ۲۸ (۴)

۴۸. بازده بدن شخصی به جرم ۵۰kg برابر با ۴۰ درصد است. این شخص با انرژی حاصل از مصرف ۲۰۰ گرم مرغ با انرژی شیمیایی

$\frac{6}{7} \frac{\text{kJ}}{\text{g}}$ ، تا چه ارتفاع قائمی از یک کوه را برحسب متر می‌تواند با سرعت ثابت بالا رود؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

۱۰۷۲ (۴) ۵۳۶ (۳) ۶۸۳ (۲) ۸۶۴ (۱)

۴۹. در شرایط خلأ، از ارتفاع ۵۰ متری سطح زمین، جسمی به جرم ۱kg را رها می‌کنیم. کار نیروی وزن جسم در ثانیه اول سقوط

چند برابر کار همین نیرو در ثانیه دوم سقوط است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

۱ (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴)

۵۰. اگر سرعت جسمی به جرم ۲kg به اندازه $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ اضافه شود، انرژی جنبشی آن ۱۴۴J افزایش پیدا می‌کند. سرعت اولیه جسم

چند متر بر ثانیه بوده است؟

۱۲ (۱) ۱۶ (۲) ۸ (۳) ۲۰ (۴)

فیزیک ۳

فیزیک ۳

کل کتاب

صفحه‌های ۱ تا ۱۷۱

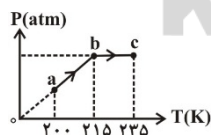
فیزیک ۱

الکتریسته

صفحه‌های ۴۶ تا ۷۶

۵۱. مطابق شکل زیر، نیم مول گاز کامل تک‌اتمی طی فرایندهایی از حالت a به حالت c می‌رود.

اندازه کل گرمای مبادله شده بین گاز و محیط طی این فرایند چند ژول است؟ ($R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}}$)



$C_{MP} = \frac{5}{2}R$ و $C_{MV} = \frac{3}{2}R$

۳۰۰ (۲) ۹۰ (۱)

۲۹۰ (۴) ۲۱۰ (۳)

۵۲. توان و بازده یک ماشین گرمایی به ترتیب ۲۰kW و ۱۰ درصد است. اگر این ماشین در هر چهار دقیقه ۴۸۰ چرخه را طی کند،

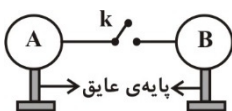
اندازه گرمایی که در هر چرخه به چشمه سرد می‌دهد برابر با چند کیلو ژول است؟

۱۰۰ (۴) ۹۰ (۳) ۸۰ (۲) ۹۴/۵ (۱)

۵۳. در شکل زیر، بار اولیه کره‌های مشابه و رسانای A و B برابر با $q_A = 20 \mu\text{C}$ و $q_B = 12 \mu\text{C}$ است. اگر کلید k را ببندیم، چند

الکترون و در چه جهتی بین دو کره جابه‌جا می‌شود؟ (فرض کنید هیچ بار الکتریکی بر روی سیم قرار نگیرد و

$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{C}$)



A به B و از $2/5 \times 10^{13}$ (۲)

B به A و از $2/5 \times 10^{13}$ (۱)

A به B و از $2/5 \times 10^{19}$ (۴)

B به A و از $2/5 \times 10^{19}$ (۳)

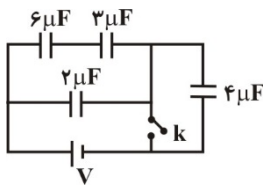


۵۴. دو خازن مشابه تخت را که بین صفحه‌های آن‌ها هوا می‌باشد به صورت متوالی به یک مولد وصل می‌کنیم و پس از باردار شدن خازن‌ها، دو سر مجموعه آن‌ها را از مولد جدا کرده و فضای بین دو صفحه یکی از خازن‌ها را با یک قطعه شیشه با ضریب دی‌الکتریک $k = 5$ به طور کامل پر می‌کنیم. انرژی الکتریکی ذخیره شده در مجموعه خازن‌ها در حالت دوم چند برابر حالت اول است؟

- (۱) $\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) ۳ (۴) $\frac{1}{3}$

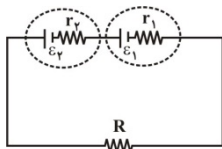
۵۵. در مدار شکل زیر، ابتدا کلید k باز و اختلاف پتانسیل دو سر خازن ۲ میکرو فارادی برابر با V_1 است. اگر کلید k را ببندیم،

اختلاف پتانسیل دو سر خازن ۲ میکرو فارادی برابر با V_2 می‌شود. حاصل $\frac{V_1}{V_2}$ کدام است؟



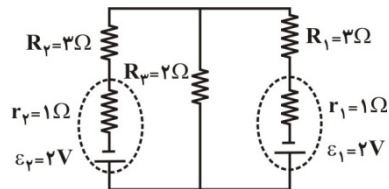
- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) ۳

۵۶. در مدار شکل زیر، $\epsilon_1 = \epsilon_2$ و $r_2 > r_1$ است. مقاومت R چه قدر باشد تا اختلاف پتانسیل دو سر مولد ϵ_2 صفر شود؟



- (۱) $r_2 - r_1$ (۲) $\frac{r_2}{r_1}$ (۳) $r_1 + r_2$ (۴) $\frac{r_1}{r_2}$

۵۷. در مدار شکل زیر، جریان گذرنده از مقاومت R_p چند آمپر است؟



- (۱) صفر (۲) ۰/۴ (۳) ۰/۸ (۴) ۰/۵

۵۸. مطابق شکل زیر، ذره‌ای به جرم ۲ گرم و بار $-2mC$ با سرعت $10^3 \frac{m}{s}$ به طور افقی وارد میدان مغناطیسی یک نواخت و

درون سویی به بزرگی 0.1 تسلا می‌شود. اندازه میدان الکتریکی چند $\frac{N}{C}$ و جهت آن به کدام طرف باشد تا ذره از مسیر خود

- منحرف نشود؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)
- (۱) ۱۱۰، بالا (۲) ۱۰۰، پایین (۳) ۱۰۰، بالا (۴) ۱۱۰، پایین

۵۹. پیچه مسطحی با ۲۰۰ دور سیم عمود بر خط‌های میدان مغناطیسی یک نواختی به بزرگی $2T$ قرار دارد. مساحت پیچه با چه

آهنگی بر حسب $\frac{m^2}{s}$ تغییر کند تا نیروی محرکه القا شده در آن برابر با 0.4 ولت شود؟

- (۱) ۰/۲ (۲) ۰/۰۲ (۳) ۰/۰۱ (۴) ۰/۱

۶۰. پیچه مسطحی از سیمی به طول ۶ متر طوری ساخته شده است که شعاع حلقه‌های آن $10cm$ است. این پیچه حول محوری

گذرا از مرکز پیچه، واقع در سطح آن و عمود بر خط‌های میدان مغناطیسی یک نواختی به بزرگی $200G$ در هر دقیقه ۳۰۰ دور

می‌چرخد. بیشینه نیروی محرکه القایی در این پیچه چند ولت است؟ ($\pi = 3$)

- (۱) ۰/۱۸ (۲) ۱/۸ (۳) ۱۸ (۴) ۱۸۰

دانش آموزان گرامی، توجه کنید که شیمی پایه زوج کتاب است و شما باید به یکی از دو دسته سؤال های «شیمی ۲» یا «شیمی ۳» پاسخ دهید.

شیمی ۲:

شیمی ۲: صفحه های ۱۱ تا ۲۸، ۴۸ تا ۵۵، ۵۷ تا ۶۰، ۷۲ تا ۸۰ و ۸۹ تا ۹۲ / شیمی ۳: صفحه های ۲ تا ۵، ۱۰ تا ۱۴، ۱۸ تا ۲۲، ۲۴ تا ۲۸، ۷۳ تا ۸۳ و ۸۵ تا ۹۴
شیمی پیش دانشگاهی: صفحه های ۵۳ تا ۵۸

۶۱- اگر عنصر X تنها دارای دو ایزوتوپ ^{79}X و ^{83}X باشد و فراوانی ایزوتوپ ^{79}X سه برابر فراوانی ایزوتوپ ^{83}X باشد، جرم اتمی میانگین عنصر X بر حسب amu چه قدر است؟

(۱) ۸۰ (۲) ۸۰/۶ (۳) ۷۹/۸ (۴) ۸۱

۶۲- طیف نشری خطی اتم سدیم با طیف نشری خطی اتم هیدروژن ... است به طوری که، در طیف اتم سدیم، برخی از خطوط به صورت جفت هایی با فاصله ... هم هستند. در طیف نشری خطی اتم هیدروژن نور سبز حاصل انتقال الکترون از تراز ... به تراز ... است.

(۱) متفاوت - دور از - $n = 4 - n = 2$ (۲) مشابه - دور از - $n = 2 - n = 5$

(۳) متفاوت - نزدیک به - $n = 2 - n = 4$ (۴) مشابه - نزدیک به - $n = 2 - n = 4$

۶۳- کدام یک از عبارات زیر درست است؟

- (۱) یون کروم (III)، منگنز (III) و کبالت (II) از جمله یون هایی هستند که کم تر متداول اند.
(۲) هشتایی شدن تعداد الکترون های موجود در لایه ظرفیت و دستیابی به آرایش الکترونی گازهای نجیب مبنایی برای سنجش میزان پایداری اتم هاست.
(۳) ساختار نمک ها نشان داده است که نیروی جاذبه پیوند یونی به صورت مجموع نیروهای میان هر جفت کاتیون - آنیون می باشد.
(۴) نمایش معادله شیمیایی انرژی شبکه ترکیب AlF_3 به صورت (انرژی) $\text{AlF}_3(\text{s}) + 3\text{F}(\text{g}) \rightarrow \text{Al}(\text{g})$ است.

۶۴- کدام عبارت درباره اوزون نادرست است؟

- (۱) اوزون آلوتروپ یا دگرشکل اکسیژن است که بر اثر تخلیه الکتریکی در گاز اکسیژن به وجود می آید.
(۲) هنگام رسم ساختارهای رزونانسی O_3 ، تعداد جفت الکترون های ناپیوندی فقط برای اتم مرکزی ثابت می ماند.
(۳) مولکول اوزون را می توان به کمک دو ساختار لوویس با ارزش برابر نمایش داد.
(۴) شمار ساختارهای رزونانسی مولکول های O_3 و SO_3 یکسان است.

۶۵- در کدام گزینه هر سه مولکول ناقطبی هستند؟

(۱) $\text{CO}_2 - \text{PCl}_3 - \text{N}_2\text{O}$ (۲) $\text{SF}_6 - \text{NH}_3 - \text{O}_3$

(۳) $\text{XeF}_4 - \text{COCl}_2 - \text{PCl}_5$ (۴) $\text{XeF}_4 - \text{PF}_5 - \text{AlCl}_3$

۶۶- بعد از موازنه، مجموع ضرایب استوکیومتری مواد برابر کدام گزینه می باشد؟



(۱) ۱۰ (۲) ۸ (۳) ۵ (۴) ۶

۶۷- از میان تست های نشان داده شده در شکل زیر، چه تعداد از آنها به تشکیل رسوب و شناسایی یون مورد نظر می انجامد؟

(۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۱



۶۸- حجم ۲ مول گاز کربن دی‌اکسید در شرایط STP چند برابر حجم آن در شرایط دیگری است که این گاز دارای چگالی ۲/۲ گرم

بر لیتر است؟ ($C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$)

- ۱) ۱۰/۶ (۲) ۱/۰۶ (۳) ۱/۱۲ (۴) ۱۱/۲

۶۹- نمودار، انحلال پذیری پتاسیم نیترات را در دو دمای ۲۰ و ۵۰ درجه‌ی سانتی‌گراد

نشان می‌دهد. در دمای ۵۰ درجه‌ی سانتی‌گراد مقدار ۲۸۰ گرم محلول پتاسیم

نیترات در آب حاوی ۱۵۰ گرم آب است. این محلول ... است و چنان‌چه دمای

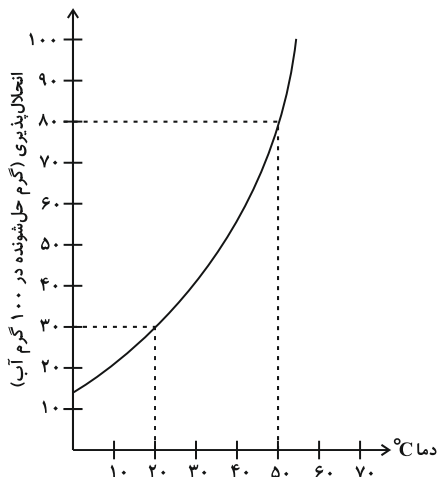
محلول را تا ۲۰°C کاهش دهیم، مقدار ... ماده جامد در پایین ظرف جمع می‌شود.

(۱) سیرشده و ۷۵ گرم

(۲) سیرشده و ۸۵ گرم

(۳) فراسیرشده و ۷۵ گرم

(۴) فراسیرشده و ۸۵ گرم



۷۰- در شرایط برابر، محلول ... مولار ... نسبت به محلول ... مولار ... رسانایی الکتریکی بهتری دارد.

(۱) نیم - پتاسیم نیترات - ۰/۴ - کلسیم کلرید

(۲) ۰/۴ - سدیم سولفات - دو - نمک خوراکی

(۳) یک - نمک خوراکی - دو - کلسیم کلرید

(۴) نیم - سدیم سولفات - ۰/۶ - پتاسیم نیترات

شیمی ۳:

شیمی ۲: صفحه‌های ۲۰ تا ۲۸، ۳۲ تا ۴۵، ۶۸، ۶۹ و ۹۳ تا ۱۰۸ / شیمی ۳: صفحه‌های ۶ تا ۱۱، ۱۸ تا ۲۸، ۳۲ تا ۳۴ و ۳۹ تا ۶۳

شیمی پیش‌دانشگاهی: صفحه‌های ۱ تا ۱۲، ۲۳ و ۲۴

۷۱- اعداد کوانتومی بیرونی‌ترین الکترون اتم عنصر X در حالت پایه به صورت $n = 4, l = 0, m_s = -\frac{1}{2}$ است. اگر مجموع اعداد

کوانتومی اسپینی الکترون‌های این عنصر برابر ۲/۵ باشد، عدد اتمی آن کدام است؟

- ۱) ۲۴ (۲) ۲۹ (۳) ۲۵ (۴) ۱۹

(آ)	(ب)

۷۲- با توجه به شکل‌های روبه‌رو، الکترون‌های دسته‌ی ...

(۱) (آ)، می‌توانند در هر یک از زیر لایه‌های یک اتم قرار بگیرند.

(۲) (ب)، فقط می‌توانند در یک اوربیتال از زیر لایه‌های ۲p یا ۳d قرار بگیرند.

(۳) (آ) و (ب)، با هم الکترون‌های آخرین زیر لایه‌ی اتم عنصری با ۱۶ الکترون را نشان می‌دهند.

(۴) (آ) و (ب) می‌توانند مطابق اصل هوند در اوربیتال‌های هر زیر لایه قرار بگیرند.

۷۳- چه تعداد از مطالب زیر، کاملاً درست‌اند؟

• در ترکیب $TiCl_4$ ، کاتیون فاقد الکترونی با عدد کوانتومی اوربیتالی ۲ است.

• شمار الکترون‌های لایه‌ی سوم اتم مس ($_{29}Cu$)، ۳/۶ برابر شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم فسفر ($_{15}P$) است.

• دوازدهمین الکترون اتم سیلیسیم ($_{14}Si$) و آخرین الکترون اتم فلئوئر ($_{9}F$) دارای عدد کوانتومی مغناطیسی یکسان‌اند.

• از میان چهار عدد کوانتومی (m_s, m_l, l, n) تنها سه عدد کوانتومی را شرویدینگر مطرح کرده است.

- ۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱



۷۴- کدام عبارت نادرست است؟

- (۱) هیدروژن به دلیل واکنش پذیری زیاد به حالت آزاد در طبیعت یافت نمی‌شود.
- (۲) تاکنون هیچ ترکیب شیمیایی از گازهای نجیب شناخته نشده است.
- (۳) لانتانیدها فلزهایی براق با واکنش پذیری شیمیایی قابل توجه می‌باشند.
- (۴) فراوان‌ترین فلز قلیایی خاکی کلسیم می‌باشد.

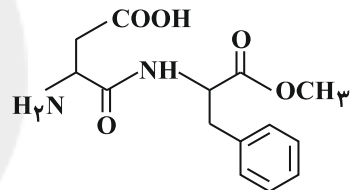
۷۵- در کدام گزینه، ترکیبی با نام ذکر شده وجود ندارد؟

- (۱) ۲ و ۳- دی‌متیل پنتان
- (۲) ۲- متیل ۲- بوتین
- (۳) ۳- اتیل ۲- هپتن
- (۴) ۳- اتیل ۲- متیل پنتان

۷۶- حداکثر چند هیدروکربن هفت کربنه می‌توانیم داشته باشیم که نام آن به دی‌متیل پنتان ختم شود؟

- (۱) ۲
- (۲) ۳
- (۳) ۴
- (۴) ۵

۷۷- شکل زیر مربوط به فرمول ساختاری آسپارنام است. کدام مطلب در مورد آن صحیح است؟



(۱) دارای گروه‌های عاملی کربوکسیل، کتون، آمیدی است.

(۲) فرمول مولکولی آن $C_{14}H_{16}N_2O_5$ است.

(۳) در ساختار آن اتم‌های کربن در مجموع، ۴۷ قلمرو الکترونی دارند.

(۴) تعداد پیوندهای دوگانه در ساختار آن، با نفتالن برابر است.

۷۸- اگر در تجزیه‌ی کامل ۲۸/۵ گرم از نمونه‌ی ناخالص آلومینیم سولفات در اثر گرما ۱۲ گرم کاهش جرم پیدا شود، درصد خلوص

آلومینیم سولفات کدام است؟ (ناخالصی‌ها در ظرف واکنش باقی می‌ماند). ($O = ۱۶, S = ۳۲, Al = ۲۷ : g.mol^{-1}$)

- (۱) ۲۰
- (۲) ۴۰
- (۳) ۶۰
- (۴) ۸۰

۷۹- چند مورد صحیح است؟

الف- شبه فلز به کاررفته در سلول‌های خورشیدی، فاقد هرگونه ناخالصی است.

ب- در واکنش تشکیل متانول از کربن مونواکسید و هیدروژن، حالت فیزیکی همه‌ی مواد گازی شکل است.

پ- از فرآورده واکنش آلومینیم با آهن(II) اکسید، در جوشکاری استفاده می‌کنند.

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) صفر

۸۰- مطابق واکنش زیر ۱۲ گرم کلسیم کاربید با خلوص ۸۰ درصد را با مقدار کافی آب واکنش می‌دهیم. برای تبدیل گاز اتین حاصل به

گاز اتان، چند لیتر گاز H_2 در شرایط STP لازم است؟ ($Ca = ۴۰, C = ۱۲ : g.mol^{-1}$)



- (۱) ۶/۷۲
- (۲) ۸/۴
- (۳) ۱۰/۵
- (۴) ۵/۲۵



ریاضی پایه

گزینه ۲ - ۱

اگر a_4 و a_7 جواب‌های معادله باشد، آنگاه:

$$a_4 + a_7 = \frac{-(-3)}{1} = 3 \Rightarrow a_1 q^3 + a_1 q^6 = 3$$

$$\Rightarrow a_1 q^3 (1 + q^3) = 3 \quad (1)$$

$$\frac{S_6}{S_3} = \frac{a_1(1-q^6)}{1-q} = \frac{1-q^6}{1-q^3}$$

$$= \frac{(1-q^3)(1+q^3)}{1-q^3} = 1+q^3 = \sqrt{2} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow a_1 q^3 (\sqrt{2}) = 3 \Rightarrow a_1 q^3 = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$a_7 \cdot a_4 = a_1^2 q^6 = (a_1 q^3)^2 = \left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{9}{2} = 4.5$$

گزینه ۴ - ۲

$$\sqrt[3]{2}\sqrt{2} = \sqrt[3]{2 \times 2^2} = \sqrt[3]{2^3} = (2^2)^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{2}{3}} = \sqrt{2} \quad (1)$$

$$4^{-0.25} = (2^2)^{-0.25} = 2^{-0.5} = 2^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow A = (\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}})^2 = 2 + \frac{1}{2} + 2 = 4 + \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$$

گزینه ۱ - ۳

$$A = \sqrt{\sin^2 \theta + \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta + \sin \theta \cos \theta}$$

$$= \sqrt{(\sin \theta + \cos \theta)^2} = |\sin \theta + \cos \theta|$$

در فاصله $(\pi, \frac{7\pi}{6})$ ، عبارت $\sin \theta + \cos \theta$ منفی است، پس:

$$A = -(\sin \theta + \cos \theta)$$

گزینه ۴ - ۴

با توجه به این که کمان ۱ رادیان، حدود ۵۷ درجه است، داریم:

$$1 \text{ rad} > \frac{\pi}{4} \Rightarrow \tan 1 > 1$$

حال ۴ عدد را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\langle 1 \rangle: \tan 1$$

$$\langle 2 \rangle: \left(\frac{1}{\tan 1}\right)^{\cot 1}$$

$$\langle 3 \rangle: \tan 1^{\cot 1}$$

$$\langle 4 \rangle: \left(\frac{1}{\tan 1}\right)^{\tan 1}$$

گزینه‌های «۱» و «۳» بزرگ‌تر از یک هستند. از آن جا که $\tan 1 > \cot 1$ پساز میان دو گزینه باقی‌مانده، $\left(\frac{1}{\tan 1}\right)^{\tan 1}$ کوچک‌تر است زیرا مخرج بزرگ‌تر

است. بنابراین گزینه «۴» درست است.

گزینه ۳ - ۵

از رابطه داده شده، $\tan(\alpha + 20^\circ)$ را به دست می‌آوریم:

$$\tan \alpha + \tan 20^\circ = 3(1 - \tan \alpha \tan 20^\circ)$$

$$\Rightarrow \frac{\tan \alpha + \tan 20^\circ}{1 - \tan \alpha \tan 20^\circ} = 3 \Rightarrow \tan(\alpha + 20^\circ) = 3$$

از مقدار $\tan(\alpha + 20^\circ)$ ، $\tan(45^\circ - (\alpha + 20^\circ))$ را به دست می‌آوریم:

$$\tan(25^\circ - \alpha) = \tan(45^\circ - (\alpha + 20^\circ))$$

$$= \frac{\tan(45^\circ) - \tan(\alpha + 20^\circ)}{1 + \tan(45^\circ) \tan(\alpha + 20^\circ)} = \frac{1 - 3}{1 + 3} = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2}$$

پس $\cot(25^\circ - \alpha) = 2$ برابر است.

گزینه ۴ - ۶

صورت و مخرج را به $\cos^4 x$ تقسیم می‌کنیم:

$$B = \frac{\tan^4 x}{3\left(\frac{1}{\cos^4 x}\right) + \frac{1}{\cos^2 x}} = \frac{\tan^4 x}{3\left(\frac{1}{\cos^2 x}\right)^2 + \frac{1}{\cos^2 x}}$$

با توجه به اتحاد $\tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} - 1$ و $\tan x = 2$ داریم:

$$\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + 4 = 5$$

پس:

$$B = \frac{2^4}{3 \times 25 + 5} = \frac{16}{80} = \frac{1}{5}$$



-۷ گزینه «۴»

جبر و احتمال

-۱۱ گزینه «۴»

$$\Delta x^2 - 3x^2 + ax - 1 = (x+1)Q(x) + R$$

چون مجموع ضرایب $Q(x)$ برابر ۷ است پس $Q(1) = 7$ در نتیجه:

$$x=1 \Rightarrow 5-3+a-1=2 \times 7 + R \Rightarrow a=13+R \quad (1)$$

$$x=-1 \Rightarrow 5-3-a-1=0+R \Rightarrow 1-a=R \quad (2)$$

$$a=7$$

از (۱) و (۲) نتیجه می‌شود:

-۸ گزینه «۱»

از اتحاد مزدوج داریم:

$$(x^3+9)^2 - (x^3+7)^2$$

$$= (x^3+9-x^3-7)(x^3+9+x^3+7)$$

$$= 2(2x^3+16) = 4(x^3+8)$$

$$= 4(x+2)(x^2-2x+4)$$

-۹ گزینه «۲»

چون نمودار تابع، محور x ها را در نقاط $x = -2$ و $x = 3$ قطع کرده است،پس می‌توانیم معادله آن را به صورت $y = A(x+2)(x-3)$ در نظر بگیریم.با توجه به نمودار، مختصات نقطه $(0, -5)$ در معادله این تابع صدق می‌کند،

پس:

$$-5 = A(0+2)(0-3) \Rightarrow -5 = -6A \Rightarrow A = \frac{5}{6}$$

$$\Rightarrow y = \frac{5}{6}(x+2)(x-3) = \frac{5}{6}(x^2-x-6) = \frac{5}{6}x^2 - \frac{5}{6}x - 5$$

$$\Rightarrow a+b+c = \frac{5}{6} + (-\frac{5}{6}) + (-5) = -5$$

-۱۰ گزینه «۳»

برای این که نمودار بالای محور x ها باشد باید داشته باشیم:

$$\begin{cases} \Delta < 0 \\ (x^2 \text{ ضریب}) > 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda - 4(a)(a-1) < 0 \Rightarrow -4a^2 + 4a + \lambda < 0 \Rightarrow a^2 - a - 2 > 0 \\ a-1 > 0 \Rightarrow a > 1 \end{cases} \quad (1)$$

$$\Rightarrow (a-2)(a+1) > 0 \Rightarrow a > 2 \text{ یا } a < -1 \xrightarrow{(1)} a > 2$$

$$\text{فرض } 1+2+3+\dots+k < \frac{1}{\lambda}(2k+1)^2$$

$$\text{حکم } 1+2+3+\dots+k+(k+1) < \frac{1}{\lambda}(2k+3)^2$$

$$\text{اثبات } 1+2+3+\dots+k+(k+1) < \frac{1}{\lambda}(2k+1)^2 + (k+1)$$

فرض

$$= \frac{1}{\lambda}[4k^2 + 4k + 1 + \lambda k + \lambda] = \frac{1}{\lambda}[4k^2 + 12k + 9] = \frac{1}{\lambda}(2k+3)^2$$

رابطه بدیهی، $4k^2 + 12k + 9 = (2k+3)^2$ است.

-۱۲ گزینه «۳»

همواره مربع عدد طبیعی فرد به صورت $4k+1$ است و نقضی ندارد.مثال نقض گزینه «۱» اعداد 2^n است.مثال نقض گزینه «۲» اعداد $8k+7$ است.مثال نقض گزینه «۴» اعداد $n \geq 6$ است.

-۱۳ گزینه «۲»

فرض کنیم $A = x^2 + y^2$, $B = z^2 + u^2$ که x, y, z, u عدد صحیح هستند.

داریم:

$$AB = (x^2 + y^2)(z^2 + u^2) = x^2z^2 + y^2z^2 + x^2u^2 + y^2u^2$$

$$= (x^2z^2 + 2xyzu + y^2u^2) + (x^2u^2 - 2xyzu + y^2z^2)$$

$$= (xz + yu)^2 + (xu - yz)^2$$

بنابراین حاصل به صورت مجموع دو مربع کامل است.

-۱۴ گزینه «۲»

بنابر فرض سؤال، به ازای هر روز هفته حداکثر ۴ نفر در مهمانی حضور دارند.

لذا حداکثر تعداد مهمان‌ها برابر است با:

$$4 \times 7 = 28$$

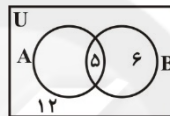


۱۵- گزینه «۲»

اگر $n = 10$ باشد، آنگاه می توانیم A را به دو گروه $A_1 = \{2^1, 2^3, 2^5, 2^7, 2^9\}$ و $A_2 = \{2^2, 2^4, 2^6, 2^8, 2^{10}\}$ تقسیم کنیم به گونه ای که در هیچ یک از دو گروه، دو عدد که یکی دو برابر دیگری گردد، موجود نباشد. اما با اضافه کردن هر عضو از یک مجموعه به مجموعه دیگر، قطعاً دو عضو وجود خواهد داشت که یکی دو برابر دیگری است. در صورتی که $n = 11$ باشد می توان مجموعه $B = \{2^1, 2^3, 2^5, 2^7, 2^9, 2^{11}\}$ را در نظر گرفت که فاقد ویژگی مطرح شده در سؤال است.

۱۶- گزینه «۲»

با توجه به فرض داریم:



$$|B - A| = |B| - |A \cap B| \Rightarrow |A \cap B| = 11 - 6 = 5$$

$$A \Delta B' = (A - B') \cup (B' - A) = (A \cap B) \cup (B' \cap A')$$

$$\Rightarrow n(A \Delta B') = n(A \cap B) + n(A' \cap B') = 5 + 12 = 17$$

توجه داشته باشید که مجموعه های $A \cap B$ و $A' \cap B'$ مجزا از همدند.

۱۷- گزینه «۱»

بدون در نظر گرفتن a و b ، تعداد زیرمجموعه های مجموعه $\{c, d, e\}$ برابر است با: $2^3 = 8$. کافی است که به هر کدام از این زیرمجموعه ها، عضو a را اضافه کنیم تا زیرمجموعه هایی شامل a به دست آید که b را نیز شامل نمی شود. بنابراین تعداد زیرمجموعه های مورد نظر، همان ۸ تا است.

۱۸- گزینه «۴»

با توجه به جبر مجموعه ها می توان نوشت:

$$[(A' \cup B) \cup C]' = (A' \cup B)' \cap C'$$

$$= A \cap B' \cap C' = A \cap (B \cup C)' = A - (B \cup C)$$

یعنی مجموعه نقاطی که در مجموعه A وجود داشته باشد ولی به هیچ یک از دو مجموعه B و C تعلق نداشته باشند.

۱۹- گزینه «۳»

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= [-1, 3] \\ A_2 &= [-\frac{1}{2}, 4] \\ A_3 &= [-\frac{1}{3}, 5] \\ A_4 &= [-\frac{1}{4}, 6] \end{aligned} \right\} \Rightarrow \bigcap_{i=1}^4 A_i = [-\frac{1}{4}, 3]$$

۲۰- گزینه «۲»

با توجه به تعریف تفاضل متقارن می توان نوشت:

$$A \Delta A' = (A - A') \cup (A' - A) = (A \cap A) \cup (A' \cap A') \\ = A \cup A' = U$$

$$A \Delta \phi = (A - \phi) \cup (\phi - A) = A \cup \phi = A$$

$$A \Delta U = (A - U) \cup (U - A) = \phi \cup A' = A'$$

$$(A \Delta A') \Delta (A \Delta \phi) \Delta U = U \Delta A \Delta U \\ = (A \Delta U) \Delta U = A' \Delta U = A$$

پس خواهیم داشت:

بنابراین مجموعه مورد نظر A و دارای ۳ عضو است.

هندسه ۱

۲۱- گزینه «۲»

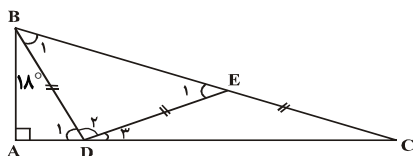
اندازه زاویه خارجی رأس C ، برابر است با $\hat{C} - 180^\circ$.از طرفی داریم: $\hat{C} - 180^\circ = \hat{A} + \hat{B}$. بنابراین:

$$\hat{A} + \hat{B} = 2\hat{B} \Rightarrow \hat{A} = \hat{B}$$

پس مثلث ABC همواره متساوی الساقین است.

۲۲- گزینه «۳»

$$\triangle ABD: \hat{D}_1 = 90^\circ - 18^\circ = 72^\circ$$



$$\hat{E}_1 = 2\hat{C} \quad (\text{زاویه خارجی در مثلث } ECD)$$

$$\triangle BDE: \hat{D}_2 = 180^\circ - 2\hat{E}_1 = 180^\circ - 4\hat{C}$$

$$\hat{D}_1 + \hat{D}_2 + \hat{D}_3 = 180^\circ \Rightarrow 72^\circ + 180^\circ - 4\hat{C} + \hat{C} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 2\hat{C} = 72^\circ \Rightarrow \hat{C} = 36^\circ$$



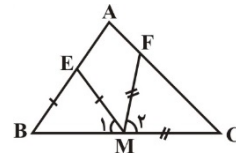
گزینه «۳» - ۲۳

فرض کنیم a طول ضلع بزرگتر باشد، پس طبق فرمول مساحت خواهیم داشت:

$$S = \frac{a \times \frac{4}{5}a}{2} = 40 \Rightarrow \frac{4}{5}a^2 = 80 \Rightarrow a^2 = 100$$

$$\Rightarrow a = 10, \frac{4}{5}a = 8 \Rightarrow \text{اختلاف طول ضلعها} = 10 - 8 = 2$$

گزینه «۱» - ۲۴



$$\begin{cases} \triangle EBM : EB = EM \Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{B} \\ \triangle MCF : MF = MC \Rightarrow \hat{M}_2 = 180^\circ - \hat{C} \end{cases}$$

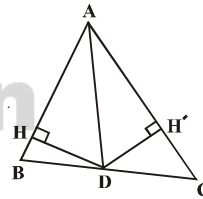
$$\text{می دانیم: } \hat{M}_1 + \hat{EMF} + \hat{M}_2 = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{B} + 26^\circ + 180^\circ - \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{C} - \hat{B} = 26^\circ \quad (1)$$

$$\triangle ABC : \hat{A} = 80^\circ \Rightarrow \hat{B} + \hat{C} = 100^\circ \quad (2)$$

از حل معادلات (۱) و (۲) نتیجه می شود که $\hat{B} = 58^\circ$ و $\hat{C} = 42^\circ$.

گزینه «۲» - ۲۵



مجموع مساحت های دو مثلث ABD و ACD برابر مساحت مثلث ABC است.

طول های ارتفاع این دو مثلث را DH' و DH فرض می کنیم که چون نقطه D

روی نیمساز قرار دارد این دو فاصله با هم برابرند، پس:

$$DH = DH' = h$$

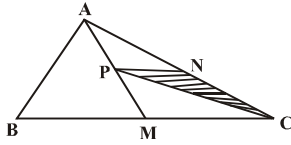
$$S_{(ABC)} = \frac{1}{2} AB \times DH + \frac{1}{2} AC \times DH' = \frac{1}{2} \times 4h + \frac{1}{2} \times 6h = 5h$$

طبق صورت سؤال مساحت مثلث ABC برابر ۱۰ است، پس:

$$10 = 5h \Rightarrow h = 2$$

گزینه «۳» - ۲۶

می دانیم هر میانه مثلث آن را به دو مثلث هم مساحت تقسیم می کند، لذا داریم:



$$\triangle APC : \xrightarrow{\text{میانه PN}} S_{PNC} = \frac{1}{2} S_{APC}$$

$$\triangle AMC : \xrightarrow{\text{میانه PC}} S_{APC} = \frac{1}{2} S_{AMC}$$

$$\triangle ABC : \xrightarrow{\text{میانه AM}} S_{AMC} = \frac{1}{2} S_{ABC}$$

$$\Rightarrow S_{PNC} = \frac{1}{4} S_{AMC} = \frac{1}{8} S_{ABC}$$

گزینه «۱» - ۲۷

دو مثلث EAM و ECD به دلیل موازی بودن دو ضلع AM و CD، به حالت

تساوی دو زاویه، متشابه اند، داریم:

$$\frac{AM}{CD} = \frac{EA}{EC} \quad (*)$$

از طرفی $AM = 2$ ، $AB = 8$ ، $BC = 6$ و در نتیجه $AC = 10$ می باشد. با

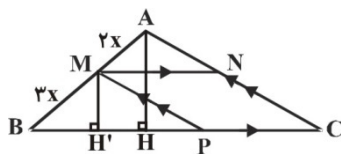
جای گذاری در رابطه (*) داریم:

$$\frac{2}{8} = \frac{5 - EO}{5 + EO} \Rightarrow EO = 3$$

گزینه «۱» - ۲۸

از متوازی الاضلاع بودن چهار ضلعی MNCP، نتیجه می شود که $MN \parallel BC$ و

$PM \parallel CA$ ، داریم:



$$\frac{MH'}{AH} = \frac{MB}{AB} = \frac{3}{5}, \frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{S_{MNCP}}{S_{ABC}} = \frac{MH' \cdot CP}{\frac{1}{2} AH \cdot BC} = \frac{2}{5} \times \frac{MN}{BC}$$

$$= \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{12}{25} = 0.48$$

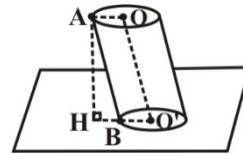


۲۹- گزینه «۳»

محور استوانه، پاره‌خطی است که مرکزهای دو قاعده را به هم وصل می‌کند.

توجه کنید که چهارضلعی AOO'H دوزنقه است، پس اگر فرض کنیم R

شعاع قاعده باشد، داریم:



$$S_{AOO'H} = \frac{(AO + HO')}{2} \cdot AH \rightarrow BO' = BH = R$$

$$\frac{R + 2R}{2} \cdot AH = 6R \Rightarrow AH = 4$$

از سوی دیگر $AB = OO'$ ، پس به کمک رابطه فیثاغورس در $\triangle AHB$ می‌توانیم

بنویسیم:

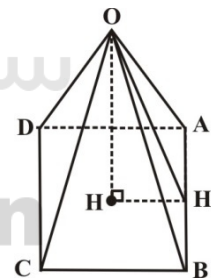
$$HB^2 = R^2 = AB^2 - AH^2 = (4\sqrt{3})^2 - (4)^2 = 48 - 16 = 32 \quad (*)$$

$$\text{حجم استوانه} = (\pi R^2) \cdot AH \xrightarrow{(*)} \text{حجم استوانه} = \pi \times 32 \times 4 = 128\pi$$

۳۰- گزینه «۴»

در هرم منتظم مربع القاعده، هر یک از وجه‌های جانبی، یک مثلث

متساوی‌الساقین است.



$$S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} S_{ABCD} \Rightarrow \frac{1}{2} OH' \cdot AB = \frac{1}{2} AB^2$$

$$\Rightarrow OH' = AB = a$$

$$\triangle OHH' : OH^2 = OH'^2 - HH'^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{3a^2}{4}$$

$$\Rightarrow OH = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

حجم هرم برابر است با:

$$V = \frac{1}{3} \times S_{ABCD} \times OH$$

$$= \frac{1}{3} a^2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{6} a^3$$

آمار و مدل‌سازی

۳۱- گزینه «۱»

$$r = 1 + E_1$$

$$h = 2 + E_2$$

$$V = \pi r^2 h = \pi(1 + E_1)^2 (2 + E_2)$$

$$= \pi(1 + 2E_1 + E_1^2)(2 + E_2) = \pi(2 + E_2 + 4E_1 + 2E_1E_2)$$

$$= \pi(2 + \underbrace{E_2}_{E_2} + \underbrace{4E_1}_{E_1}) = 2\pi + \pi E_2 = 2\pi + E$$

۳۲- گزینه «۳»

شدت آلودگی هوا کمی پیوسته، گروه خون کیفی اسمی، مراحل رشد کیفی

ترتیبی و تعداد فرزندان کمی گسسته است.

۳۳- گزینه «۳»

تعداد دسته‌ها برابر ۹ و طول هر دسته برابر ۴ است، پس دامنه تغییرات برابر

است با:

$$4 \times 9 = 36$$

اگر تعداد دسته‌ها به ۱۲ تغییر کند، آنگاه طول هر دسته برابر است با:

$$\frac{36}{12} = 3$$

بنابراین دسته اول به صورت ۲۴-۲۱ و دسته سوم به صورت ۳۰-۲۷ است،

یعنی مرکز دسته سوم برابر ۲۸/۵ می‌باشد.

۳۴- گزینه «۴»

اگر α_i و F_i به ترتیب زاویه متناظر با دسته i ام در نمودار دایره‌ای و فراوانی

مطلق دسته i ام باشند، آنگاه داریم:

$$\alpha_i = \frac{36^\circ \times F_i}{n} \Rightarrow 108^\circ = 36^\circ \times \frac{F_i}{n} \Rightarrow \frac{F_i}{n} = \frac{3}{10}$$

$$\frac{\text{مساحت مستطیل مربوط به دسته } i \text{ ام}}{\text{مساحت کل مستطیل‌ها}} = \frac{F_i}{n} \Rightarrow \frac{S_i}{50} = \frac{3}{10} \Rightarrow S_i = 15$$



۳۵- گزینه «۳»

داده‌های دسته دوم، هر کدام ۱۱۰ واحد از داده‌های دسته اول، بیش تر هستند، پس میانگین و میانه آن‌ها نیز ۱۱۰ واحد بیش تر از داده‌های دسته اول است. اما انحراف معیار این دو دسته از داده‌ها، برابر یکدیگر است. با توجه به تغییر میانگین و ثابت ماندن انحراف معیار، ضریب تغییرات داده‌ها نیز در دو دسته متفاوت است.

۳۶- گزینه «۳»

مرکز دسته چهارم برابر است با: $x_f = \frac{4/5 + 5/5}{2} = 5$

فراوانی مطلق دسته چهارم برابر است با: $12 - 7 = 5$

نقطه متناظر با طبقه چهارم در نمودار چندبر فراوانی، نقطه (۵،۵) است.

۳۷- گزینه «۲»

با مرتب کردن اعداد داریم: ۱۲، ۱۲، ۱۳، ۲۳، ۲۴، ۲۴، ۳۰، ۳۱، ۳۱

بنابراین میانه اعداد، عدد ۲۴ و چارک اول و سوم به ترتیب ۱۲/۵ و ۳۰/۵ می‌باشد. بنابراین اعداد داخل جعبه عبارتند از: ۱۳، ۲۳، ۲۴، ۲۴، ۳۰ که میانگین

آن‌ها برابر است با: $\bar{x} = \frac{13 + 23 + 24 + 24 + 30}{5} = 22/8$

۳۸- گزینه «۴»

میانگین ۴ داده ناچور برابر است با: $\frac{10 + 15 + 45 + 50}{4} = 30$

بنابراین میانگین ۲۱ داده باقیمانده نیز برابر ۳۰ می‌باشد.

اگر مجموع مربعات ۲۵ داده اولیه را با $\sum x_i^2$ نمایش دهیم، داریم:

$$\sigma = 8 \Rightarrow \frac{\sum x_i^2}{25} - (30)^2 = 64 \Rightarrow \sum x_i^2 = 25(964)$$

مجموع مربعات ۲۱ داده باقیمانده برابر است با:

$$\begin{aligned} \sum y_i^2 &= 25(964) - (10^2 + 15^2 + 45^2 + 50^2) \\ &= 25(964) - 25(4 + 9 + 81 + 100) = 25(964 - 194) = 25 \times 770 \end{aligned}$$

واریانس داده‌های باقیمانده برابر است با:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{\sum y_i^2}{21} - (30)^2 = \frac{25 \times 770}{21} - 900 \\ &= \frac{2750}{3} - 900 = \frac{50}{3} = 16/66 \end{aligned}$$

۳۹- گزینه «۲»

ضریب تغییرات نمرات آزمون هر کارگری کم تر باشد به منزله آن است که دقت بیش تری دارد.

$$\bar{x}_A = \frac{15 + 14 + 15 + 16 + 17 + 19}{6} = 16$$

$$\bar{x}_B = \frac{16 + 14 + 17 + 14 + 17 + 18}{6} = 16$$

$$\sigma_A^2 = \frac{(-1)^2 + (-2)^2 + (-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 3^2}{6} = \frac{8}{3}$$

$$\sigma_B^2 = \frac{0^2 + (-2)^2 + 1^2 + (-2)^2 + 1^2 + 2^2}{6} = \frac{7}{3}$$

$$\sigma_B^2 < \sigma_A^2 \Rightarrow \sigma_B < \sigma_A \xrightarrow{\bar{x}_A = \bar{x}_B} CV_B < CV_A$$

پس دقت عمل B بیش تر است.

۴۰- گزینه «۴»

تعداد داده‌های ۱۷ از سایر داده‌ها بیش تر است، پس مد داده‌ها برابر ۱۷ می‌باشد. تعداد کل داده‌ها برابر ۲۳ است، پس اگر داده‌ها از کوچک به بزرگ، مرتب شوند.

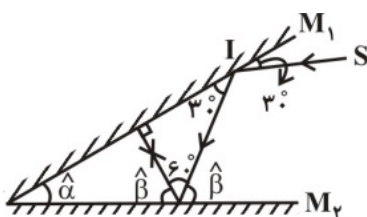
دوازدهمین داده، میانه داده‌هاست که این داده برابر ۱۴ می‌باشد.

فیزیک ۲

۴۱- گزینه «۲»

در آینه‌های تخت، زاویه‌ای که پرتو تابش با سطح آینه می‌سازد برابر با زاویه‌ای است که پرتو بازتاب با سطح آینه خواهد ساخت. از طرفی وقتی پرتو تابش عمود بر سطح آینه باشد، پرتوی بازتاب نیز عمود بر سطح آینه خواهد بود. با توجه به شکل نتیجه می‌شود که زاویه بین پرتوی تابش و بازتاب از سطح آینه M_1 برابر با 60° و در نتیجه $\hat{\beta} = 60^\circ$ است. بنابراین زاویه $\hat{\alpha}$ برابر است با:

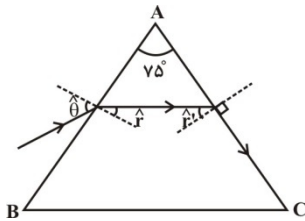
$$\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 90^\circ \xrightarrow{\hat{\beta} = 60^\circ} \hat{\alpha} = 30^\circ$$



گزینه «۲» - ۴۵

شکل زیر، مسیر پرتو نور در منشور و هنگام خروج از آن را نشان می‌دهد.

در وجه AC می‌توان نوشت:



$$\sin i' = n \sin r' \Rightarrow \sin 90^\circ = \sqrt{2} \sin r' \Rightarrow \sin r' = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow r' = 45^\circ$$

$$\hat{r} + r' = 75^\circ \Rightarrow \hat{r} = 75^\circ - 45^\circ = 30^\circ$$

برای ورود نور به داخل محیط منشور، می‌توان نوشت:

$$\sin \hat{\theta} = n \sin \hat{r} \Rightarrow \sin \hat{\theta} = \sqrt{2} \times \sin 30^\circ$$

$$\Rightarrow \sin \hat{\theta} = \sqrt{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \hat{\theta} = 45^\circ$$

گزینه «۳» - ۴۶

روش اول: با استفاده از رابطه عدسی‌های همگرا، داریم:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{4f} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow q = \frac{4}{3}f$$

$$m = \frac{q}{p} = \frac{\frac{4}{3}f}{4f} \Rightarrow m = \frac{1}{3}$$

روش دوم: در عدسی‌ها اگر فاصله جسم از کانون (a) معلوم باشد، بزرگ‌نمایی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$m = \frac{f}{a} \xrightarrow{a=4f} m = \frac{f}{4f} \Rightarrow m = \frac{1}{4}$$

تمرین: این رابطه را برای خود اثبات کنید.

گزینه «۲» - ۴۷

وقتی جسم در فاصله ۲۵ سانتی‌متری چشم این شخص قرار دارد، چون در

گستره دید چشم است، بنابراین تصویر آن بر روی شبکیه تشکیل می‌شود.

بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \xrightarrow{p=25\text{cm}, q=5\text{cm}} \frac{1}{25} + \frac{1}{5} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{6}{25} \left(\frac{1}{\text{cm}}\right)$$

بنابراین بیش‌ترین توان چشم این شخص برابر است با:

$$D = \frac{100}{f(\text{cm})} = \frac{100 \times 6}{25} \Rightarrow D = 24\text{d}$$

گزینه «۱» - ۴۲

ابتدا بزرگ‌نمایی آینه مقعر را در دو حالت به دست می‌آوریم:

$$m = \frac{A'B'}{AB} = \frac{y_0}{f} \Rightarrow m = \delta \Rightarrow \frac{q}{p} = \delta \Rightarrow q = \delta p$$

در آینه‌های مقعر، در دو حالت طول تصویر بزرگ‌تر از طول جسم است. حالت

اول حالتی است که جسم در فاصله کانونی باشد و تصویری مجازی و مستقیم از

آن تشکیل شود. در این حالت داریم:

$$\frac{1}{p_1} - \frac{1}{q_1} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{p_1} - \frac{1}{\delta p_1} = \frac{1}{f} \Rightarrow p_1 = \frac{f}{\delta}$$

حالت دوم حالتی است که جسم بین کانون و مرکز آینه قرار دارد و تصویری

حقیقی و وارونه در خارج از مرکز آینه تشکیل شود. در این حالت داریم:

$$\frac{1}{p_2} + \frac{1}{q_2} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{p_2} + \frac{1}{\delta p_2} = \frac{1}{f} \Rightarrow p_2 = \frac{f}{\delta}$$

با توجه به فرض سؤال، داریم:

$$\Delta p = p_2 - p_1 \Rightarrow \frac{f}{\delta} - \frac{f}{\delta} = \frac{2}{\delta}f$$

$$\xrightarrow{f=10\text{cm}} \Delta p = \frac{2}{\delta} \times 10 = 4\text{cm}$$

گزینه «۳» - ۴۳

چون در آینه‌ها، جهت حرکت جسم و تصویر مخالف یک‌دیگر است، بنابراین

وقتی جسم از کانون به طرف مرکز می‌رود، تصویر آن از بی‌نهایت به طرف مرکز

جابه‌جا می‌شود. بنابراین در این حالت تصویر به آینه نزدیک خواهد شد. از

طرف دیگر چون جابه‌جایی تصویر (۲F تا ∞) بزرگ‌تر از جابه‌جایی جسم (از

۲F تا F) است، طبق رابطه $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ ، سرعت متوسط تصویر بیش‌تر از سرعت

جسم است.

گزینه «۳» - ۴۴

ابتدا ضریب شکست محیط شفاف را می‌یابیم. داریم:

$$v = c - 0.3c = 0.7c$$

$$n = \frac{c}{v} = \frac{c}{0.7c} = \frac{10}{7}$$

با استفاده از رابطه زاویه حد، می‌توان نوشت:

$$\sin \hat{i}_c = \frac{1}{n} = \frac{1}{\frac{10}{7}} = 0.7 = \frac{1/4}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \hat{i}_c = 45^\circ$$

فیزیک ۳

۴۸- گزینه «۴»

۵۱- گزینه «۴»

از آن جا که امتداد فرایند ab از مبدأ مختصات نمودار P-T می گذرد، بنابراین فرایند ab فرایندی هم حجم است. بنابراین می توان نوشت:

$$Q_{ab} = nC_{MV}\Delta T_{ab} = 0 / 5 \times \frac{3}{2} \times 8 \times 15 = 90 \text{ J}$$

مطابق شکل فرایند bc فرایندی هم فشار است. بنابراین برای گرمای مبادله شده می توان نوشت:

$$Q_{bc} = nC_{MP}\Delta T_{bc} = 0 / 5 \times \frac{5}{2} \times 8 \times 20 = 200 \text{ J}$$

بنابراین گرمای کل مبادله شده از جمع جبری این دو مقدار گرما به دست می آید.

$$Q_T = Q_{ab} + Q_{bc} = 90 + 200 = 290 \text{ J}$$

۵۲- گزینه «۳»

با توجه به رابطه مربوط به توان ماشین گرمایی، خواهیم داشت:

$$P = \frac{|W|}{t} \quad \frac{P=2 \times 10^4 \text{ W}}{t=4 \times 60=240 \text{ s}} \rightarrow 2 \times 10^4 = \frac{|W|}{240} \Rightarrow |W| = 48 \times 10^5 \text{ J}$$

برای هر چرخه داریم:

$$|W_{\text{چرخه}}| = \frac{48 \times 10^5}{480} = 10^4 \text{ J} = 10 \text{ kJ}$$

از طرف دیگر، با توجه به رابطه مربوط به بازده ماشین گرمایی خواهیم داشت:

$$\eta = \frac{|W_{\text{چرخه}}|}{Q_H} \quad \frac{|W_{\text{چرخه}}|=10^4 \text{ J}}{\eta=0/1} \rightarrow 0/1 = \frac{10^4}{Q_H}$$

$$\Rightarrow Q_H = 10^5 \text{ J} = 100 \text{ kJ}$$

برای محاسبه گرمای داده شده به چشمه سرد، با استفاده از قانون اول

ترمودینامیک در چرخه یک ماشین گرمایی، داریم:

$$|Q_C| = Q_H - |W_{\text{چرخه}}| = 100 - 10 \Rightarrow |Q_C| = 90 \text{ kJ}$$

ابتدا مقدار انرژی کسب شده توسط بدن را به دست می آوریم و سپس از رابطه انرژی پتانسیل گرانشی، ارتفاع قائم پیموده شده را حساب می کنیم. داریم:

$$E = 200 \text{ g} \times 6 / 7 \frac{\text{kJ}}{\text{g}} = 1340 \text{ kJ}$$

چون بازده بدن شخص ۴۰ درصد است، انرژی جذب شده توسط بدن شخص برابر است با:

$$E = 1340 \times \frac{40}{100} = 536 \text{ kJ} = 536000 \text{ J}$$

$$E = U = mgh \quad \frac{m=50 \text{ kg}}{g=10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \rightarrow 536000 = 50 \times 10 \times h$$

$$\Rightarrow h = 1072 \text{ m}$$

۴۹- گزینه «۲»

ابتدا جابه جایی جسم را در ثانیه های اول و دوم به دست می آوریم:

$$h = \frac{1}{2} g (2n-1) + v_0$$

$$\xrightarrow{v_0=0} \begin{cases} n=1 \Rightarrow h_1 = \frac{1}{2} \times 10 \times (2 \times 1 - 1) = 5 \text{ m} \\ n=2 \Rightarrow h_2 = \frac{1}{2} \times 10 \times (2 \times 2 - 1) = 15 \text{ m} \end{cases}$$

اکنون با استفاده از رابطه کار نیروی وزن در سقوط آزاد، ($W = mgh$)

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{h_1}{h_2} = \frac{5}{15} \Rightarrow \frac{W_1}{W_2} = \frac{1}{3}$$

می توان نوشت:

۵۰- گزینه «۲»

با استفاده از رابطه انرژی جنبشی می توان نوشت:

$$K_2 = K_1 + 144 \quad \frac{K = \frac{1}{2} mv^2}{\rightarrow \frac{1}{2} m v_2^2 = \frac{1}{2} m v_1^2 + 144}$$

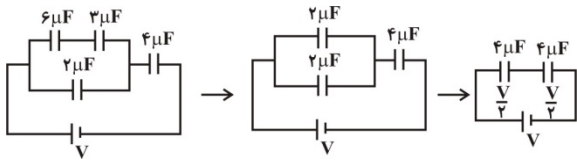
$$\frac{v_2 = (v_1 + 4) \frac{m}{s}}{m=2 \text{ kg}} \rightarrow \frac{1}{2} \times 2 \times (v_1 + 4)^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times v_1^2 + 144$$

$$\Rightarrow v_1^2 + 8v_1 + 16 = v_1^2 + 144$$

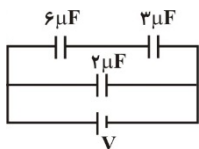
$$\Rightarrow 8v_1 = 128 \Rightarrow v_1 = 16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۵۵ - گزینه «۲»

در حالت اول که کلید k باز است، تمامی خازن‌ها در مدار پُر می‌شوند. مدار ساده شده به شکل زیر است:



با توجه به مدار ساده شده نتیجه می‌گیریم که اختلاف پتانسیل دو سر خازن ۲ میکروفارادی برابر با $\frac{V}{2}$ است.



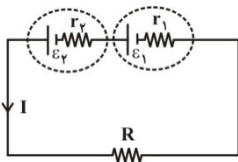
اگر کلید k را ببندیم، دو سر خازن ۴ میکروفارادی اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود. مدار ساده شده به صورت مقابل می‌شود:

همان‌طور که در شکل مشاهده می‌شود، اختلاف پتانسیل دو سر خازن ۲ میکروفارادی با اختلاف پتانسیل مولد برابر است. بنابراین:

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= \frac{V}{2} \\ V_2 &= V \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{V}{2}}{V} = \frac{1}{2}$$

۵۶ - گزینه «۱»

با توجه به شکل مقابل و با توجه به این که $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ است، می‌توان نوشت:



$$I = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{r_1 + r_2 + R} \quad \varepsilon_1 = \varepsilon_2 \rightarrow I = \frac{2\varepsilon_2}{r_1 + r_2 + R}$$

از طرف دیگر برای مولد ε_2 می‌توان نوشت:

$$V_2 = \varepsilon_2 - r_2 I \quad V_2 = 0 \rightarrow 0 = \varepsilon_2 - r_2 \times \frac{2\varepsilon_2}{r_1 + r_2 + R}$$

$$\Rightarrow r_2 \times \frac{2\varepsilon_2}{r_1 + r_2 + R} = \varepsilon_2 \Rightarrow 2r_2 = r_1 + r_2 + R$$

$$\Rightarrow R = r_2 - r_1$$

۵۳ - گزینه «۲»

ابتدا بار الکتریکی هر یک از کره‌ها را بعد از بستن کلید حساب می‌کنیم. دقت کنید، چون کره‌ها مشابه‌اند، طبق اصل پایستگی بار الکتریکی، بعد از تماس، بار آن‌ها مشابه و نصف مجموع بارهای قبل از تماس آن‌ها است.

$$q'_A = q'_B = \frac{q_A + q_B}{2}$$

$$\frac{q_A = 20 \mu C, \quad q_B = 12 \mu C}{\rightarrow q'_A = q'_B = \frac{20 + 12}{2} = 16 \mu C}$$

اکنون مقدار بار شارش شده بین دو کره را حساب می‌کنیم و سپس تعداد الکترون‌ها را به دست می‌آوریم.

$$\Delta q = q'_B - q_B = 16 - 12 = 4 \mu C$$

$$n = \frac{q}{e} = \frac{4 \times 10^{-6}}{1.6 \times 10^{-19}} \Rightarrow n = 2.5 \times 10^{13} \text{ الکترون}$$

چون همواره جهت حرکت خودبه‌خودی الکترون‌ها از پتانسیل الکتریکی کم‌تر به طرف پتانسیل الکتریکی بیش‌تر است، الکترون‌ها از کره B به طرف کره A جابه‌جا می‌شوند. دقت کنید، چون بار الکتریکی هر دو کره مثبت و کره‌ها مشابه‌اند، کره‌ای که در ابتدا بار الکتریکی کم‌تری دارد، پتانسیل الکتریکی آن نیز کم‌تر است.

۵۴ - گزینه «۱»

پس از جدا کردن خازن‌های باردار شده از مولد، بار الکتریکی ذخیره شده در آن‌ها ثابت می‌ماند و بنابراین برای انرژی کل ذخیره شده در مجموعه خازن‌ها، داریم:

$$U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \Rightarrow \frac{U'}{U} = \frac{C_T}{C'_T} \quad (1)$$

در حالت اول، ظرفیت معادل خازن‌های متوالی برابر است با:

$$C_1 = C_2 = C \Rightarrow C_T = \frac{1}{2} C$$

در حالت دوم، با توجه به رابطه $C = k\varepsilon_0 \frac{A}{d}$ ، ظرفیت معادل خازن‌های متوالی برابر است با:

$$C_1 = C, \quad C_2 = \Delta C \Rightarrow C'_T = \frac{C \times \Delta C}{C + \Delta C} \Rightarrow C'_T = \frac{5}{6} C$$

بنابراین:

$$\xrightarrow{(1)} \frac{U'}{U} = \frac{C_T}{C'_T} = \frac{\frac{1}{2} C}{\frac{5}{6} C} \Rightarrow \frac{U'}{U} = \frac{3}{5}$$



$$E \times 2 \times 10^{-3} = 2 \times 10^{-3} \times 10^3 \times 0.1 + 2 \times 10^{-3} \times 10$$

$$\Rightarrow E = 100 + 10 \Rightarrow E = 110 \frac{N}{C}$$

۵۹- گزینه «۳»

با استفاده از قانون القای الکترومغناطیسی فارادی و رابطه شار مغناطیسی،

می توان نوشت:

$$|\varepsilon| = -N \frac{d\Phi}{dt} \quad \Phi = AB \cos \theta \rightarrow |\varepsilon| = -NB \cos \theta \frac{dA}{dt}$$

$$\frac{N=200 \text{ دور}, B=0.2T, \theta=0}{\varepsilon=4V} \rightarrow 0.4 = 200 \times 0.2 \times 1 \times \left| \frac{dA}{dt} \right|$$

$$\Rightarrow \left| \frac{dA}{dt} \right| = 0.01 \frac{m^2}{s}$$

۶۰- گزینه «۱»

در ابتدا تعداد دورها، مساحت و بسامد زاویه‌ای را حساب می‌کنیم و سپس از

رابطه بیشینه نیروی محرکه القایی استفاده می‌کنیم.

$$N = \frac{L}{2\pi R} = \frac{6}{2 \times 3 \times 0.1} = 10 \text{ دور}$$

$$A = \pi R^2 = 3 \times 0.1^2 = 3 \times 10^{-2} m^2$$

$$\omega = 2\pi f = 2 \times 3 \times \frac{300}{60} = 30 \frac{rad}{s}$$

$$\varepsilon_{max} = NBA\omega$$

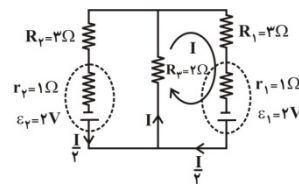
$$\Rightarrow \varepsilon_{max} = 10 \times (200 \times 10^{-4}) \times (3 \times 10^{-2}) \times (30) = 0.18V$$

۵۷- گزینه «۴»

چون دو حلقه متقارن است، بنابراین جریان‌های گذرنده از مولدهای ε_1 و ε_2

یکسان می‌باشد. اگر جریان گذرنده از هر یک از مولدها $\frac{I}{2}$ باشد، جریان

گذرنده از مقاومت R_3 برابر با I می‌باشد. در حلقه سمت راست داریم:



$$-\frac{I}{2}R_1 + \varepsilon_1 - \frac{I}{2}r_1 - R_3I = 0$$

$$\Rightarrow -\frac{I}{2} \times 3 + 2 - \frac{I}{2} \times 1 - 2I = 0 \Rightarrow I = \frac{1}{2} A$$

۵۸- گزینه «۴»

طبق قاعده دست راست، نیروی الکترومغناطیسی وارد بر بار منفی رو به پایین

است. با توجه به این که نیروی وزن نیز رو به پایین بر ذره وارد می‌شود، باید

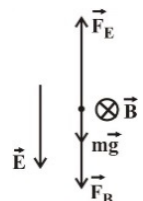
نیروی الکتریکی رو به بالا باشد تا برابری نیروهای وزن و نیروی الکترومغناطیسی

را خنثی کند. از طرفی چون بر بار منفی در خلاف جهت میدان الکتریکی نیرو

وارد می‌شود، بنابراین باید جهت میدان الکتریکی رو به پایین باشد.

$$F_E = F_B + mg \quad \begin{matrix} F_E = E|q| \\ F_B = |q|vB \sin 90^\circ \end{matrix}$$

$$E|q| = |q|vB + mg \quad \begin{matrix} |q| = 2 \times 10^{-3} C, v = 10^3 \frac{m}{s} \\ B = 10^{-1} T, m = 2 \times 10^{-3} kg \end{matrix}$$





شیمی ۲

۶۱- گزینهی «۱»

$$\text{جرم اتمی میانگین} = \frac{M_1 a_1 + M_2 a_2}{a_1 + a_2} \Rightarrow \begin{cases} M_1 = 79 \text{ amu} \\ M_2 = 83 \text{ amu} \\ a_1 = 3 a_2 \end{cases}$$

$$\text{جرم اتمی میانگین} = \frac{79(3a_2) + 83a_2}{4a_2} = \frac{320a_2}{4a_2} = 80 \text{ amu}$$

۶۲- گزینهی «۳»

طیف نشری خطی اتم سدیم با طیف نشری خطی اتم هیدروژن تفاوت دارد و مطابق صفحه ۱۶ کتاب درسی شیمی (۲) برخی از خطوط در طیف نشری خطی اتم سدیم به صورت جفت خطوط نزدیک به هم هستند. در ضمن خط سبز در طیف نشری خطی اتم هیدروژن حاصل انتقال الکترون از $n = 4$ به $n = 2$ است.

۶۳- گزینهی «۲»

گزینهی «۱»: با توجه به جدول صفحه ۵۲ کتاب درسی باید بدانیم که یونهای کروم (II)، منگنز (III) و کبالت (III) از جمله یونهایی هستند که کم تر متداول اند. (نادرست)

گزینهی «۲»: مطابق پاراگراف اول صفحه ۴۹ کتاب درسی این عبارت کاملاً صحیح است.

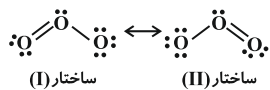
گزینهی «۳»: ساختار نمکها نشان داده است که نیروی جاذبه پیوند یونی تنها محدود به یک جفت آنیون و کاتیون نمی شود، بلکه در تمام جهتها و میان همه یونهای ناهم نام مجاور و در فواصل مختلف وجود دارد.

گزینهی «۴»: دقت کنیم که مطابق تعریف انرژی شبکه در صفحه ۵۵، معادله صحیح به صورت (انرژی) $\text{Al}^{3+}(\text{g}) + 3\text{F}^{-}(\text{g}) \rightarrow \text{AlF}_3(\text{s})$ می باشد.

۶۴- گزینهی «۴»

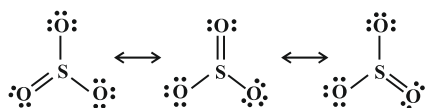
گزینهی «۱»: درست. تخلیه الکتریکی $2\text{O}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{O}_3(\text{g})$

گزینهی «۲»: درست. با توجه به ساختارهای رزونانسی O_3 مشاهده می شود که در ساختار (I) اتم اکسیژن سمت چپ دارای ۲ جفت الکترون ناپیوندی و اتم اکسیژن سمت راست دارای ۳ جفت الکترون ناپیوندی می باشد و در ساختار (II) این مورد برعکس می باشد در حالی که در ساختارهای (I) و (II) اتم مرکزی همواره دارای ۱ جفت الکترون ناپیوندی است.



گزینهی «۳»: درست. با توجه به ساختارهای (I) و (II) می توان نتیجه گرفت که ارزش هر دو ساختار یکسان است (ساختار واقعی میانگین این دو ساختار است که ساختار هیبرید رزونانس نام دارد).

گزینهی «۴»: نادرست. مولکول O_3 دارای دو ساختار رزونانسی است اما مولکول SO_3 دارای سه ساختار رزونانسی می باشد.

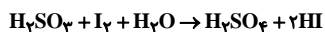


۶۵- گزینهی «۴»

مولکولهای XeF_4 ، PF_5 ، AlCl_3 ، XeF_4 ، PCl_5 ، SF_6 ، CO_2 مولکولهای ناقطبی و سایر مولکولها قطبی هستند. بنابراین فقط در گزینهی «۴» هر سه مولکول ناقطبی می باشند.

۶۶- گزینهی «۴»

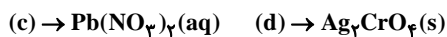
برای موازنه واکنش به ترتیب عناصر روبه رو را موازنه می کنیم: $\text{S} \rightarrow \text{O} \rightarrow \text{H} \rightarrow \text{I}$ واکنش موازنه شده به صورت روبه رو می باشد:



بنابراین مجموع ضرایب مواد موجود در واکنش برابر ۶ می باشد.

۶۷- گزینهی «۳»

فقط تست c منجر به شناسایی یون مورد نظر (Pb^{2+}) نمی شود و مابقی تستها منجر به تشکیل رسوب و شناسایی یون مورد نظر می شوند.



۶۸- گزینهی «۳»

$$? \text{LCO}_2 = 2 \text{molCO}_2 \times \frac{22 / 4 \text{LCO}_2}{1 \text{molCO}_2} = 44 / 8 \text{LCO}_2$$

$$? \text{LCO}_2 = 2 \text{molCO}_2 \times \frac{44 \text{gCO}_2}{1 \text{molCO}_2} \times \frac{1 \text{LCO}_2}{2 / 2 \text{gCO}_2} = 40 \text{LCO}_2$$

$$\frac{44 / 8 \text{L}}{40 \text{L}} = 1 / 12$$



۶۹- گزینهی «۴»

جرم مادهی حل شده $130g = 150 - 20$
 با توجه به نمودار، در دمای $50^{\circ}C$ هر $100g$ آب توانایی حل کردن $80g$ پتاسیم نیترات را دارد، پس $150g$ آب می تواند $120g$ از این ماده را در خود حل کند، بنابراین محلول فراسیر شده است.

$130 - 120 = 10g$
 جرمی از پتاسیم نیترات که مازاد بر اندازهی سیر شدن حل شده است، در دمای $20^{\circ}C$ رسوب می کند.

جرم محلول سیر شده به ازای $100g$ آب در دمای $50^{\circ}C$: $100 + 80 = 180g$
 رسوب حاصل از سرد کردن $180g$ محلول از $50^{\circ}C$ به $20^{\circ}C$

$80 - 30 = 50g$
 رسوب $75g = \frac{50g}{180g} \times 270g$ محلول سیر شده
 جرم ته نشین شده: $75 + 10 = 85g$

۷۰- گزینهی «۴»

بررسی گزینهها:

۱) KNO_3 محلول نیم مولار $= 0/5 \times (2mol) = 1mol$ (ذره)

$CaCl_2$ محلول $0/4$ مولار $= 0/4 \times (2mol) = 1/2mol$ (ذره)

۲) Na_2SO_4 محلول $0/4$ مولار $= 0/4 \times (2mol) = 1/2mol$ (ذره)

$NaCl$ محلول دو مولار $= 2 \times (2mol) = 4mol$ (ذره)

۳) $NaCl$ محلول یک مولار $= 1 \times (2mol) = 2mol$ (ذره)

$CaCl_2$ محلول دو مولار $= 2 \times (2mol) = 4mol$ (ذره)

۴) Na_2SO_4 محلول نیم مولار $= 0/5 \times (2mol) = 1/5mol$ (ذره)

KNO_3 محلول $0/6$ مولار $= 0/6 \times (2mol) = 1/3mol$ (ذره)

بنابراین رسانایی الکتریکی محلول نیم مولار Na_2SO_4 از محلول $0/6$ مولار پتاسیم نیترات بیشتر است.

شیمی ۳

۷۱- گزینهی «۳»

$25Mn: 1s^2 / 2s^2 2p^6 / 3s^2 3p^6 3d^5 / 4s^2$
 $\uparrow \downarrow : n=4, l=0, m_s = -\frac{1}{2}$

مجموع اعداد کوانتومی اسپینی در اوربیتال های جفت الکترونی برابر صفر بوده پس مجموع m_s فقط باید در $3d$ برابر $2/5$ باشد. یعنی باید در این زیر لایه ۵ الکترون با اسپین $+\frac{1}{2}$ وجود داشته باشد که مجموع آنها برابر $2/5$ گردد.

۷۲- گزینهی «۳»

آرایش الکترونی عنصر ۱۶ به صورت $[Ne] 3s^2 3p^4$ است که آخرین زیر لایه ی آن $(3p)$ ، چهار الکترون دارد. بررسی سایر گزینهها:

گزینه ی «۱»: الکترون های دسته ی (آ) نمی توانند در زیر لایه ی s قرار بگیرند، چون اسپین یکسان دارند.

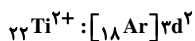
گزینه ی «۲»: دو الکترون با اسپین مخالف می توانند در یک اوربیتال از هر زیر لایه قرار بگیرند.

گزینه ی «۴»: مطابق قاعده هوند الکترون های دسته ی (آ) می توانند در دو اوربیتال از یک زیر لایه (به جز زیر لایه ی s) قرار بگیرند، چون اسپین یکسان دارند.

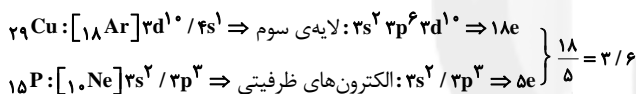
۷۳- گزینهی «۲»

عبارت های دوم، سوم و چهارم درست اند. بررسی عبارت ها:

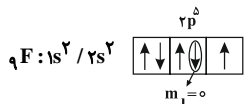
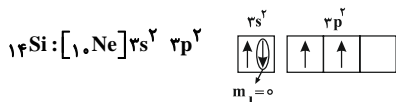
عبارت اول: در ترکیب $TiCl_4$ ، کاتیون به صورت Ti^{2+} است:



عبارت دوم: آرایش الکترونی اتم های $15P$ و $29Cu$ به صورت زیر است:



$15P: [10Ne] 3s^2 3p^3 \Rightarrow 15e$ الکترون های ظرفیتی
 عبارت سوم: آرایش الکترونی اتم های $14Si$ و $9F$ به صورت زیر است:



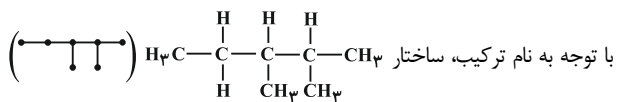
عبارت چهارم: سه عدد کوانتومی n ، l و m_l را شرویدنگر مطرح کرد.

۷۴- گزینهی «۲»

تا کنون هیچ ترکیب شیمیایی پایداری از عنصرهای هلیوم، نئون و آرگون شناخته نشده است. عنصرهای دیگر این گروه کریپتون، زنون و رادون نام دارند. این گازها واکنش پذیری بسیار کمی دارند و در سال های اخیر چند ترکیب شیمیایی از آنها ساخته شده است.

۷۵- گزینهی «۲»

گزینه ی «۱»:



امکان پذیر است.

۷۸- گزینهی «۳»

کاهش جرم مربوط به گاز SO_3 خروجی می‌باشد.



$$? g \text{Al}_2(\text{SO}_4)_3(s) = 12g \text{SO}_3 \times \frac{1 \text{ mol SO}_3}{80g \text{SO}_3} \times \frac{1 \text{ mol Al}_2(\text{SO}_4)_3}{3 \text{ mol SO}_3}$$

$$\times \frac{342g \text{Al}_2(\text{SO}_4)_3}{1 \text{ mol Al}_2(\text{SO}_4)_3} = 17 / 1g \text{Al}_2(\text{SO}_4)_3$$

$$\text{درصد خلوص} = \frac{17/1}{28/5} \times 100 = 60\%$$

۷۹- گزینهی «۱»

تشریح موارد:

مورد الف) سیلیسیم که یک شبه فلز است در سلول‌های خورشیدی به‌طور

خالص به کار می‌رود و فاقد هرگونه ناخالصی است. (درست است)

مورد ب) واکنش به صورت: $\text{CO}(g) + 2\text{H}_2(g) \rightarrow \text{CH}_3\text{OH}(l)$ است که در

آن حالت فیزیکی متانول مایع است نه گاز. (نادرست است).

مورد پ) از واکنش آلومینیم با آهن(III) اکسید در واکنش ترمیت، آهن مذاب

تولید می‌شود که از آن در جوشکاری استفاده می‌کنند. (نادرست است).

۸۰- گزینهی «۱»

تعداد مول‌های اتین حاصل برابر است با:

$$? \text{ mol C}_2\text{H}_2 = 12g \text{CaC}_2 \times \frac{80}{100} \times \frac{1 \text{ mol CaC}_2}{64g \text{CaC}_2}$$

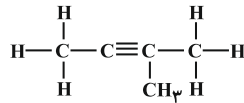
$$\times \frac{1 \text{ mol C}_2\text{H}_2}{1 \text{ mol CaC}_2} = 0 / 15 \text{ mol C}_2\text{H}_2$$

گاز C_2H_2 مطابق واکنش $\text{C}_2\text{H}_2(g) + 2\text{H}_2(g) \rightarrow \text{C}_2\text{H}_6(g)$ به اتان

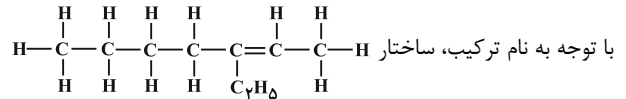
تبدیل می‌شود، بنابراین حجم گاز H_2 لازم برابر است با:

$$? \text{ LH}_2 = 0 / 15 \text{ mol C}_2\text{H}_2 \times \frac{2 \text{ mol H}_2}{1 \text{ mol C}_2\text{H}_2} \times \frac{22 / 4 \text{ LH}_2}{1 \text{ mol H}_2} = 6 / 72 \text{ LH}_2$$

گزینهی «۲»: با توجه به نام ترکیب، ساختاری مانند ساختار زیر وجود ندارد:



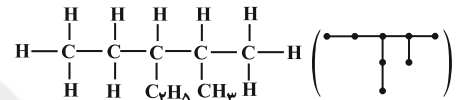
گزینهی «۳»:



با توجه به نام ترکیب، ساختار
امکان‌پذیر است.

گزینهی «۴»: با توجه به ساختار زیر و مقدم‌بودن اتیل بر متیل در نوشتن،

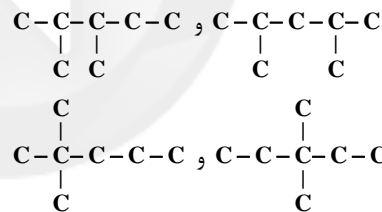
ترکیبی با نام ذکرشده امکان‌پذیر است.



۷۶- گزینهی «۳»

منظور دقیق از این سؤال این است که در زنجیر کربنی پنتان با جابه‌جایی دو

گروه متیل چند ایزومر حاصل می‌شود.



۷۷- گزینهی «۳»

گروه‌های عاملی در ساختار آسپارتام، استری، آمین، آمیدی و کربوکسیل

است و گروه کتونی ندارد.

فرمول مولکولی آسپارتام $\text{C}_4\text{H}_8\text{N}_2\text{O}_5$ است.

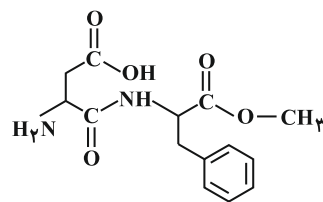
در ساختار آن ۹ اتم کربن دارای پیوند دوگانه هستند و هر کدام ۳ قلمرو

الکترونی دارد. ۵ کربن دیگر دارای پیوند دوگانه نیستند. این کربن‌ها ۴

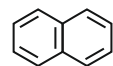
قلمرو الکترونی دارند.

$$۴۷ = (۹ \times ۳) + (۵ \times ۴) = \text{مجموع قلمروهای کربن}$$

در نفتالن ۵ و در آسپارتام ۶ پیوند دوگانه وجود دارد.



آسپارتام



نفتالن