

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۶/۴	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریورماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

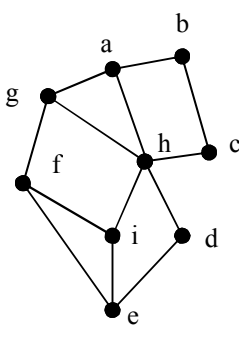
ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

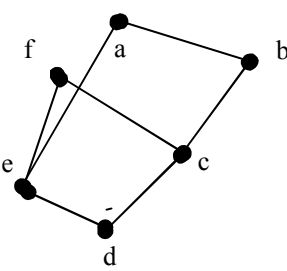
۱	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را تعیین کنید. الف) مجموع هر دو عدد فرد، عددی زوج است. ب) برای هر عدد طبیعی n بزرگتر از ۱، عدد $2^n - 1$ اول است.	۱/۵
۲	جاهای خالی را پر کنید. الف) $[a, b] = c$ اگر و تنها اگر دو شرط زیر برقرار باشند: ب) گراف G را می نامیم هرگاه بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد. ج) مقدار $\gamma(C_n)$ به ازای هر عدد طبیعی $n > 2$ برابر است با: د) هرگاه $(kn + 1)$ کبوتر یا بیشتر در لانه قرار بگیرند، در این صورت لانه ای وجود دارد که حداقل کبوتر در آن قرار گرفته است.	۱/۵
۳	برای هر سه عدد حقیقی x, y, z ثابت کنید: $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx$	۱/۵
۴	اگر باقی مانده تقسیم a بر دو عدد $5, 6$ به ترتیب $2, 3$ باشد؛ باقی مانده تقسیم عدد a بر 30 بیابید.	۱/۵
۵	باقی مانده تقسیم $19 + (27)^7$ را بر 13 بیابید.	۱/۵
۶	با تبدیل معادله سیاله خطی $2000x + 5000y = 29000$ به معادله هم نهشتی و حل آن، جواب های عمومی این معادله را بیابید.	۱/۵
۷	گراف G با مجموعه رأس های $V = \{a, b, c, d, e, f\}$ و مجموعه یال های زیر در نظر بگیرید: $E = \{ab, bc, cd, ed, ae, cf, ef\}$ الف) نمودار گراف را رسم کنید. ب) $N_G[b]$ را مشخص کنید. ج) یک مسیر به طول ۵ از b به d بنویسید.	۲
۸	یک گراف 5 راسی غیر تهی k -منتظم رسم کنید به طوری که: الف) k بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد. ب) k کمترین مقدار ممکن را داشته باشد.	۱
	« بقیه سؤالات در صفحه دوم »	

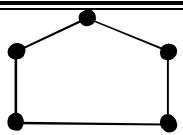
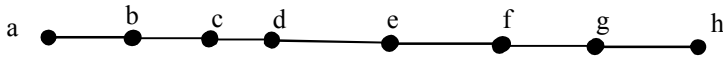
باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۶/۴	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریورماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۹	الف) گراف p_8 را رسم کنید. ب) یک γ -مجموعه از آن را مشخص کنید. ج) یک مجموعه احاطه گر مینیمال ۴ عضوی از آن را مشخص نمایید.	۱/۵
۱۰	در گراف شکل زیر یک مجموعه احاطه گر غیر مینیمال انتخاب کنید؛ سپس با حذف برخی از راس ها، آن را به یک مجموعه احاطه گر مینیمال تبدیل نمایید.	۱
		
۱۱	۴ کتاب فیزیک متفاوت و ۵ کتاب ریاضی متفاوت را می توانیم به چند طریق در قفسه ای و در یک ردیف بچینیم به طوری که: الف) همواره کتاب های فیزیک کنار هم باشند. ب) هیچ دو کتاب ریاضی کنار هم نباشند. ج) یک کتاب ریاضی خاص و دو کتاب فیزیک خاص همواره کنار هم باشند.	۱/۵
۱۲	تعداد جواب های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_6 = 12$ با شرط $x_1 \geq 4$, $x_5 > 2$ را محاسبه کنید.	۱
۱۳	قرار است چهار مدرس T_1, T_2, T_3, T_4 در چهار جلسه متوالی در چهار کلاس C_1, C_2, C_3, C_4 به گونه ای تدریس کنند که هر مدرس در هر کلاس دقیقاً یک جلسه تدریس کند، برای این منظور برنامه ریزی نمایید.	۱
۱۴	چند عدد طبیعی مانند n به طوری که $1 \leq n \leq 350$ وجود دارد که بر هیچ یک از اعداد ۴ و ۶ بخش پذیر نباشد.	۱/۵
۱۵	۱۳ نقطه درون یک مستطیل 6×8 قرار دارند؛ نشان دهید حداقل ۲ نقطه از این ۱۳ نقطه وجود دارند که فاصله آنها از هم، کمتر از $\sqrt{8}$ باشد.	۱/۵
	"موفق باشید"	جمع نمره
		۲۰

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۶/۴		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۳۹۸	
نمره	راهنمای تصحیح		ردیف
۰/۵	صفحه ۳ کتاب	(ب) نادرست ۰/۲۵	(الف) درست ۰/۲۵
۱/۵	صفحات ۳ و ۳۹ و ۸۲ کتاب	(ب) همبند ۰/۲۵	(الف) ۰/۵ (ج) $\left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor$ ۰/۲۵ (د) به ترتیب متن سوال n و (k+1) ۰/۵
۱/۵	$x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + xz \Leftrightarrow 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 \geq 2xy + 2yz + 2xz \quad ۰/۲۵$ $\Leftrightarrow (x^2 + y^2 - 2xy) + (y^2 + z^2 - 2yz) + (x^2 + z^2 - 2xz) \geq 0 \quad ۰/۵$ $\Leftrightarrow (x-y)^2 + (y-z)^2 + (x-z)^2 \geq 0 \quad ۰/۵$	چون نابرابری آخری همواره درست است پس با بازگشت روابط حکم برقرار است. ۰/۲۵	صفحه ۱۱ کتاب
۱/۵	$\begin{cases} a = 5q + 2 \\ a = 6q' + 3 \end{cases} \cdot / 5 \Rightarrow \begin{cases} 6a = 30q + 12 \\ 5a = 30q' + 15 \end{cases} \Rightarrow a = 30q'' - 3 \quad ۰/۵$ $\Rightarrow a = 30r + 27 \quad ۰/۵$		صفحه ۱۶ کتاب
۱/۵	$\underbrace{27 \equiv 1}_{(۰/۵)} \Rightarrow \underbrace{(27)^y \equiv 1^y}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{(27)^y + 19 \equiv 1^y + 19 = 20}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow (27)^y + 19 \equiv 7 \quad ۰/۵$		صفحه ۲۱ کتاب
۱/۵	$2x + 5y = 29 \quad ۰/۲۵ \Rightarrow 2x \equiv 29 \quad ۰/۲۵ \Rightarrow 2x \equiv 4 \quad ۰/۲۵ \Rightarrow x = 5k + 2 \quad ۰/۵$ $y = -2k + 5 \quad ۰/۲۵$		صفحه ۲۷ کتاب
۲			(الف) رسم شکل (۱ نمره) (ب) $N_G[b] = \{a, b, c\}$ ۰/۵ (ج) b, a, e, f, c, d ۰/۵ صفحه ۳۶ و ۳۹ کتاب

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته																									
تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۶/۴		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه																										
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۳۹۸																										
نمره	راهنمای تصحیح		ردیف																									
۱		(ب) ۰/۵	۸ الف) ۰/۵ صفحه ۴۲ کتاب																									
۱/۵		(ج) ۰/۵ {a, d, e, h}	۹ الف) ۰/۵ ب) ۰/۵ {a, d, g}																									
۱		یک مجموعه احاطه گر غیر مینیمال به صورت {a, h, f, b} است. ۰/۵ اکنون با حذف راس a از آن، یک مجموعه احاطه گر مینیمال به دست می آید. ۰/۵	۱۰ صفحه ۴۷ کتاب																									
۱/۵		۳! × ۷! ۰/۵ ۴! × ۵! ۰/۵ ۴! × ۶! ۰/۵	۱۱ الف) ۰/۵ صفحه ۷۲ کتاب																									
۱	$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 12 \rightarrow y_1 + 2 + x_2 + x_3 + x_4 + y_5 + 4 + x_6 = 12$ $y_1 + x_2 + x_3 + x_4 + y_5 + x_6 = 5$ ۰/۲۵	$\xrightarrow{\binom{n+k-1}{k-1}} \binom{5+6-1}{6-1} (۰/۵)$	۱۲ ۰/۲۵ صفحه ۷۲ کتاب																									
۱		<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th></th> <th>۱</th> <th>۲</th> <th>۳</th> <th>۴</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>C_1</th> <td>T_1</td> <td>T_2</td> <td>T_3</td> <td>T_4</td> </tr> <tr> <th>C_2</th> <td>T_4</td> <td>T_1</td> <td>T_2</td> <td>T_3</td> </tr> <tr> <th>C_3</th> <td>T_3</td> <td>T_4</td> <td>T_1</td> <td>T_2</td> </tr> <tr> <th>C_4</th> <td>T_2</td> <td>T_3</td> <td>T_4</td> <td>T_1</td> </tr> </tbody> </table>		۱	۲	۳	۴	C_1	T_1	T_2	T_3	T_4	C_2	T_4	T_1	T_2	T_3	C_3	T_3	T_4	T_1	T_2	C_4	T_2	T_3	T_4	T_1	۱۳ صفحه ۷۳ (این جدول یکی از پاسخ های ممکن است، لطفا به پاسخ های درست دیگر نمره تعلق گیرد)
	۱	۲	۳	۴																								
C_1	T_1	T_2	T_3	T_4																								
C_2	T_4	T_1	T_2	T_3																								
C_3	T_3	T_4	T_1	T_2																								
C_4	T_2	T_3	T_4	T_1																								

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۶/۴		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۳۹۸	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره												
۱۴	$ \overline{A_1} \cap \overline{A_2} = \overline{A_1 \cup A_2} = S - A_1 - A_2 + A_1 \cap A_2 = 350 - \left[\frac{350}{4}\right] - \left[\frac{350}{6}\right] + \left[\frac{350}{12}\right] = 234 \quad ۰/۷۵$ <p style="text-align: right;">صفحه ۸۴ کتاب</p>	۱/۵												
۱۵	<p>تعداد لانه ها : ۱۲ مربع به مانند شکل ۰/۲۵</p> <p>تعداد کبوترها : ۱۳ نقطه ۰/۲۵</p> <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td style="text-align: center;"> </td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> </tr> </table> <p>طبق اصل لانه کبوتری دو نقطه مانند A و B در یک لانه جای می گیرند. پس:</p> $\begin{cases} AH < 2 \\ BH < 2 \end{cases} \Rightarrow AH^2 + BH^2 < 8 \quad ۰/۵ \Rightarrow AB^2 < 8 \Rightarrow AB < \sqrt{8} \quad ۰/۵$ <p style="text-align: right;">صفحه ۸۵ کتاب</p>		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	۱/۵
	•	•	•											
•	•	•	•											
•	•	•	•											

«همکاران گرامی لطفا برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»