

## باسمه تعالی

نام و نام خانوادگی:	سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	ساعت شروع: ۸ صبح	تعداد صفحه: ۲
سال سوم آموزش متوسطه	رشته: ریاضی - فیزیک	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۰۳/۱۸	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	توجه: استفاده از ماشین حساب ساده ( دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد ) بلامانع است. سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
۱	در دنباله حسابی $1, 2, 5, \dots$ حداقل چند جمله آن را باید با هم جمع کنیم تا حاصل از ۱۲۵ بیشتر شود؟	۱
۲	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید: الف) چند جمله ای $x^n - a^n$ بر $x - a$ بخش پذیر است. ب) بیشترین مقدار تابع $f(x) = -\frac{x^2}{2} + 20x$ برابر ۲۰ است. ج) تابع $f(x) = \sqrt{1 - \cos^2 x}$ با تابع $g(x) = \sin x$ مساوی است.	۰/۷۵
۳	معادله زیر را حل کنید. $(4 - x^2)^2 - 2(4 - x^2) - 15 = 0$	۱
۴	به روش جبری معادله $ x  = \sqrt{2 - x}$ را حل کنید.	۱
۵	اگر باقیماندهی تقسیم چندجمله ای $P(x) = 2x^4 + mx + 2$ بر $x + 1$ برابر ۲ باشد، باقیماندهی تقسیم آن بر $x - 1$ را بیابید.	۰/۷۵
۶	جاهای خالی را با عبارات و اعداد مناسب پر کنید. الف) دورهی تناوب تابع $y = \sin 3x$ برابر با ..... است. ب) مقدار تابع $f(x) = [x + 1]$ به ازای $x = \sqrt{2}$ ..... می باشد.	۰/۵
۷	دو تابع $f(x) = x - 1$ و $g(x) = \sqrt{x + 2}$ را در نظر بگیرید. الف) دامنهی تابع $g \circ f$ را بدون محاسبهی $(g \circ f)(x)$ به دست آورید. ب) ضابطهی $g \circ f$ را به دست آورید. ج) مقدار $(\frac{f}{g})(2)$ را محاسبه کنید.	۱/۵
۸	وارون پذیری تابع $f(x) = \sqrt{x + 2} - 3$ را بررسی کنید.	۱
۹	نمودار تابع $f(x) = 2[x]$ را در بازه $(-1, 1)$ رسم کنید. (با راه حل)	۱
۱۰	نشان دهید برای هر زاویهی $\alpha$ داریم: $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$	۱
	"ادامه سؤالات در صفحه دوم"	

## باسمه تعالی

نام و نام خانوادگی :	سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان	ساعت شروع : ۸ صبح	تعداد صفحه: ۲
سال سوم آموزش متوسطه	رشته : ریاضی - فیزیک	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۰۳/۱۸	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	
ردیف	توجه: استفاده از ماشین حساب ساده ( دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد ) بلامانع است. سؤالات (پاسخ نامه دارد)		
۱۱	معادله‌ی مثلثاتی $\sin 5x = \sin 2x$ را حل کنید.		
۱۲	مقدار $\sin^{-1} \left( \sin \frac{4\pi}{3} \right)$ را حساب کنید.		
۱۳	حدود توابع زیر را در صورت وجود بیابید.		
۲/۵	الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 - 1}{x - 1}$	ب) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{x}$	ج) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x^2 - 9}$
۱۴	مقدار $a$ را طوری بیابید که تابع زیر در $x = 1$ پیوسته باشد.		
۱/۵	$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} & 0 \leq x < 1 \\ x-1 & \\ [x] + a & x \geq 1 \end{cases}$		
۱۵	با استفاده از تعریف، مشتق تابع $f(x) = x^2 + 1$ را در نقطه $a$ محاسبه کنید.		
۲/۷۵	مشتق توابع زیر را به دست آورید. ( ساده کردن مشتق لازم نیست.)		
۱۶	الف) $y = (4x^5 + 2) \cos x$	ب) $y = \sqrt[3]{x^2} + \sin x - 1$	ج) $y = 1 + 3 \cos^{-1} x$
۱۷	آهنگ تغییرات مساحت یک دایره که قطر آن ۴ است را به دست آورید.		
۲۰	جمع نمره موفق باشید.		

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۸ / ۰۳ / ۱۳۹۸
تعداد صفحه: ۲	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۸	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d) \Rightarrow 125 < \frac{n}{2}(-2 + 3(n-1)) \quad (0/25) \Rightarrow 3n^2 - 5n - 25 > 0 \quad (0/25)$ <p>حداقل ۱۱ جمله باید جمع شود. (۰/۲۵)</p> $\Rightarrow n = 10 \quad (0/25), \quad n = -8/3$	۱
۲	<p>الف) درست (۰/۲۵)      ب) نادرست (۰/۲۵)      ج) نادرست (۰/۲۵)</p>	۰/۷۵
۳	$4 - x^2 = t \rightarrow t^2 - 2t - 15 = 0 \rightarrow (t-5)(t+3) = 0 \rightarrow \begin{cases} t=5 \rightarrow 4-x^2=5 \rightarrow x^2=-1 & (0/25) \\ t=-3 \rightarrow 4-x^2=-3 \rightarrow x^2=7 \rightarrow x=\pm\sqrt{7} & (0/25) \end{cases}$	۱
۴	$( x )^2 = (\sqrt{2-x})^2 \Rightarrow x^2 = 2-x \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow (x+2)(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 & (0/25) \\ x = 1 & (0/25) \end{cases}$	۱
۵	$P(-1) = 2 - m + 2 = 2 \quad (0/25) \Rightarrow m = 2 \quad (0/25) \Rightarrow P(1) = 6 \quad (0/25)$	۰/۷۵
۶	<p>الف) <math>\frac{2\pi}{3}</math> (۰/۲۵)      ب) ۲ (۰/۲۵)</p>	۰/۵
۷	<p><math>D_f = R</math> (۰/۲۵) , <math>D_g = [-2, +\infty)</math> (۰/۲۵)</p> <p>الف) <math>D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} \Rightarrow x-1 \geq -2 \Rightarrow D_{gof} = [-1, +\infty)</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>g(f(x)) = \sqrt{x-1+2} = \sqrt{x+1}</math> (۰/۲۵)      ج) <math>\frac{f(2)}{g(2)} = \frac{1}{2}</math> (۰/۲۵)</p> <p>ب)</p>	۱/۵
۸	<p>یک به یک است. در نتیجه وارون پذیر است. (۰/۲۵)</p> $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow \sqrt{x_1+2} - 3 = \sqrt{x_2+2} - 3 \Rightarrow \sqrt{x_1+2} = \sqrt{x_2+2} \Rightarrow x_1+2 = x_2+2 \Rightarrow x_1 = x_2$ <p>(۰/۲۵)      (۰/۲۵)      (۰/۲۵)</p>	۱
۹	<p>نمره ۰/۵</p> <p><math>-1 \leq x &lt; 0 \rightarrow y = -2</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>0 \leq x &lt; 1 \rightarrow y = 0</math> (۰/۲۵)</p>	۱
۱۰	$\cos 2\alpha = \underbrace{\cos^2 \alpha}_{(0/25)} - \underbrace{\sin^2 \alpha}_{(0/25)} = (1 - \sin^2 \alpha) - \sin^2 \alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha \quad (0/5)$ <p>"ادامه راهنما در صفحه دوم"</p>	۱

رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	
تاریخ امتحان: ۱۳۹۸ / ۰۳ / ۱۸	تعداد صفحه: ۲	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۸	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۱	$\Delta x = 2k\pi + 2x \quad (./25) \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} \quad (./25)$ $\Delta x = 2k\pi + (\pi - 2x) \quad (./25) \Rightarrow 7x = (2k+1)\pi \Rightarrow x = \frac{(2k+1)\pi}{7} \quad (./25)$	۱
۱۲	$\sin^{-1}\left(\sin\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right)\right) = \sin^{-1}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{\pi}{3} \quad (./25)$	۰/۵
۱۳	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)}{x-1} = 5 \quad (./25)$ <p>الف)</p> $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{2} \sin^2 \frac{x}{2}}{\frac{x}{2}} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{2}  \sin \frac{x}{2} }{\frac{x}{2}} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-\sqrt{2} \sin \frac{x}{2}}{\frac{x}{2}} = -\sqrt{2} \quad (./25)$ <p>ب)</p> $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x^2-9} \times \frac{\sqrt{x+1}+2}{\sqrt{x+1}+2} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)}{(x-3)(x+3)(\sqrt{x+1}+2)} = \frac{1}{24} \quad (./25)$ <p>ج)</p>	۲/۵
۱۴	$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{x-1}}{x-1} \times \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{\sqrt{x+1}} = \frac{1}{2} \quad (./25), \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} [x] + a = 1 + a \quad (./25)$ $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \Rightarrow 1 + a = \frac{1}{2} \quad (./25) \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \quad (./25)$	۱/۵
۱۵	$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 + 1 - (a^2 + 1)}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{(x-a)(x+a)}{x-a} = 2a \quad (./25)$	۱/۲۵
۱۶	<p>الف) <math>y' = \underbrace{(2 \circ x^2)}_{(./5)} (\cos x) - \underbrace{(\sin x)}_{(./5)} (4x^5 + 2)</math></p> <p>ب) <math>y' = \frac{2x + \cos x}{3 \sqrt{(x^2 + \sin x - 1)^2}} \quad (./5)</math></p> <p>ج) <math>y' = 3 \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}} \quad (./75)</math></p>	۲/۷۵
۱۷	$S(r) = \pi r^2 \quad (./25) \Rightarrow S'(r) = 2\pi r \quad (./25) \Rightarrow S'(2) = 4\pi \quad (./5)$	۱
۲۰	همکاران محترم، لطفاً به سایر راه حل های صحیح به تناسب بارم را تقسیم کنید. با تشکر طراحان	