

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	سال سوم آموزش متوسطه	مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه
ساعت شروع: ۸ صبح	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۴/۹		
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	مفاهیم زیر را تعریف کنید. الف) مثال نقض ب) فضای نمونه ای ج) پیشامد	۱/۵
۲	با استفاده از اصل استقرا ثابت کنید: $2 + 6 + 10 + \dots + (4n-2) = 2n^2$	۱/۵
۳	با استفاده از روش استدلالی برهان خلف ثابت کنید " $\sqrt{2}$ عددی گنگ است."	۱
۴	۵ نفر در یک میهمانی حضور دارند. نشان دهید حداقل دو نفر از آن ها در یک فصل سال متولد شده اند.	۱
۵	مجموعه های $A = \{-1, 2\}$ و $B = \{1, 2\}$ و $C = \{(0,0), (0,1), (0,2)\}$ را در نظر بگیرید. مجموعه $(A \times B) - C$ را با اعضا مشخص کنید.	۱/۵
۶	اگر A و B دو مجموعه باشند. به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید: $A - (A \cap B) = A - B$	۱
۷	رابطه R روی مجموعه Z به صورت زیر تعریف شده است: الف) ثابت کنید R یک رابطه هم ارزی است. ب) کلاس هم ارزی $[3]$ را مشخص کنید. $aRb \Leftrightarrow a^2 + b = b^2 + a$	۱/۵
۸	هر یک از اعداد طبیعی فرد کوچکتر از ۱۲ را روی یک کارت نوشته و پس از مخلوط کردن کارت ها یکی را به طور تصادفی برمی داریم. مطلوب است: الف) فضای نمونه ای. ب) پیشامد A که در آن عدد روی کارت بر ۳ بخش پذیر باشد. ج) پیشامد B که عدد روی کارت عددی اول و بزرگتر از ۵ باشد.	۲
۹	با به کارگیری عبارت های مجموعه ای، فضای نمونه ای مرکب از تمام نقاط واقع بر محیط و داخل دایره ای به شعاع ۲ و به مرکز $(-2, 4)$ را مشخص کنید.	۱
۱۰	از یک جعبه که شامل ۶ سیب زرد و ۴ سیب قرمز است، ۲ سیب با هم به تصادف بیرون می آوریم. مطلوبست احتمال آنکه یک سیب زرد و دیگری سیب قرمز باشد.	۱/۵
۱۱	با ارقام ۸، ۷، ۶، ۵، ۳ (بدون تکرار) عدد ۳ رقمی می سازیم. چقدر احتمال دارد که عددی زوج نوشته شود؟	۱
	« ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم »	

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	سال سوم آموزش متوسطه	مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه
ساعت شروع: ۸ صبح		تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۴/۹	
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱۲	سکه سالمی را ۱۲ بار می ریزیم احتمال آن که ۲ بار سکه پشت بیاید، چقدر است؟	۱
۱۳	اگر $S = \{a, b, c\}$ فضای نمونه ای یک تجربه ی تصادفی و $p(c) = \frac{1}{4}$ ، $p(a) = 2p(b)$ باشد. مقادیر $p(a)$ و $p(b)$ را به دست آورید.	۱/۵
۱۴	دو عدد حقیقی به طور تصادفی بین دو عدد ۰ و ۲ انتخاب می شوند. مطلوب است احتمال آنکه مجموع دو عدد بزرگتر یا مساوی یک باشد.	۱/۵
۱۵	برای دو پیشامد A و B از فضای نمونه ی S ثابت کنید: $P(A \cap B) \geq P(A) + P(B) - 1$	۱/۵
	« موفق باشید »	۲۰ جمع نمره

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: 8 صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: 1399 / 04 / 9	
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال 1399	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

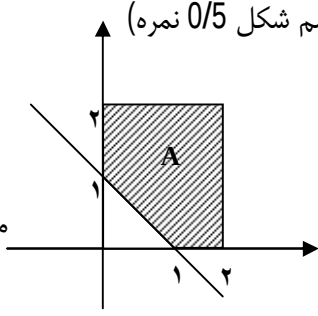
1	الف) صفحه 19 (0/5) ب) صفحه 72 (0/5) ج) صفحه 74 (0/5)	1/5
2	درست است (0/5) $2=2 \times 1^2 \rightarrow 2=2$: $P(1)$: آزمون استقرأ $P(k): 2+6+10+\dots+(4k-2)=2k^2$, $K \in N$ (0/25) : فرض استقرأ $p(k+1): 2+6+10+\dots+(4k-2)+(4(k+1)-2)=2(k+1)^2$ (0/25) : حکم استقرأ $اثبات: 2k^2 + (4k+2)=2(k^2+2k+1)$ (0/25) $= 2(k+1)^2$ (0/25) پس حکم برقرار است صفحه 11	1/5
3	فرض خلف: فرض کنیم $\sqrt{2}$ عددی گویا باشد. صفحه 28 $\sqrt{2} = \frac{a}{b}$, $(a,b)=1$ (0/25) $\Rightarrow a^2 = 2b^2 \Rightarrow a^2$ مضرب 2 است $\Rightarrow a$ مضرب 2 است (0/25) $\Rightarrow a = 2k \Rightarrow 4k^2 = 2b^2 \Rightarrow b^2$ مضرب 2 است $\Rightarrow b$ مضرب 2 است (0/25) $\Rightarrow (a,b) \neq 1$ تناقض (0/25)	1
4	5 (تعداد افراد) تعداد کبوتر (0/25) و 4 (تعداد فصل های سال) تعداد لانه است (0/25). $4 \times 1 + 1 = 5$ (0/25). طبق اصل لانه کبوتری حداقل دو نفر در یک فصل از سال متولد شده اند. (0/25) تمرین صفحه 30	1
5	صفحه 59 $A \times B = \{(-1,1), (-1,2), (0,1), (0,2)\}$ (1) $(A \times B) - C = \{(-1,1), (-1,2)\}$ (0/5)	1/5
6	صفحه 55 $A - (A \cap B) = \underbrace{A \cap (A \cap B)'}_{(0/25)} = \underbrace{A \cap (A' \cup B')}_{(0/25)} = \underbrace{(A \cap A') \cup (A \cap B')}_{(0/25)} = \phi \cup (A - B) = A - B$ (0/25) توزیع پذیری قانون دمرگان تعریف تفاضل	1
	« ادامه در صفحه ی دوم »	

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال		رشته‌ی: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: 8 صبح	
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: 1399 / 04 / 9			
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال 1399		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir			
ردیف		راهنمای تصحیح			
نمره					
7	1/5	برقرار است. (0/25) $\forall a \in Z : aRa \Leftrightarrow a^2 + a = a^2 + a$ (الف) (0/25) $aRb \Rightarrow a^2 + b = b^2 + a \Rightarrow b^2 + a = a^2 + b \Rightarrow bRa$ (تقارنی) صفحه 68 تعدی: $\begin{cases} aRb \Rightarrow a^2 + b = b^2 + a \\ bRc \Rightarrow b^2 + c = c^2 + b \end{cases}$ (0/25) (0/25) $a^2 + c = c^2 + a \Rightarrow aRc$ (باجمع طرفین تساوی) بنابر این R یک رابطه هم ارزی است. (0/25) $[3] = \{x \in Z xR3\}$ (ب) (0/25) $x^2 + 3 = 3^2 + x \Rightarrow x^2 - x - 6 = 0$			
8	2	صفحه 81 (الف) $S = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ (0/5) (ب) $A = \{3, 9\}$ (0/75) (ج) $B = \{7, 11\}$ (0/75)			
9	1	صفحه 81 $S = \{(x, y) (x - 4)^2 (0/25) + (y + 2)^2 (0/25) \leq 4(0/5)\}$			
10	1/5	صفحه 85 $n(S) = \binom{10}{2} = 45$ (0/25) $n(A) = \binom{4}{1} \times \binom{6}{1} = 24$ (0/75) $p(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ (0/25) $\Rightarrow p(A) = \frac{24}{45} = \frac{8}{15}$ (0/25)			
11	1	$n(S) = 5 \times 4 \times 3 = 60$ (0/25), $n(A) = 4 \times 3 \times 2 = 24$ (0/5) $\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{5}$ (0/25) صفحه 91			
12	1	صفحه 90 $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} (0/25) = \frac{\binom{12}{2} (0/5)}{2^{12} (0/25)}$			
« ادامه در صفحه ی سوم »					

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: 8 صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: 1399 / 04 / 9	
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال 1399	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

13	صفحه 99 $p(a) + p(b) + p(c) = 1 \quad (0/5)$ $2p(b) + p(b) + \frac{1}{4} = 1 \Rightarrow p(b) = \frac{1}{4} \Rightarrow p(a) = \frac{1}{2}$ $(0/25) \quad (0/25)$	1/5
14	صفحه 108 $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2\}$ $a_S = 2 \times 2 = 4$ مساحت مربع $(0/25)$ $A = \{(x, y) \in S \mid 1 \leq x + y\} \Rightarrow a_A = \text{مساحت مثلث سفید} - \text{مساحت مربع}$ $= 4 - \frac{1}{2} \times \frac{7}{2} = \frac{7}{2} \quad (0/25)$ $p(A) = \frac{a_A}{a_S} \quad (0/25) = \frac{\frac{7}{2}}{4} = \frac{7}{8} \quad (0/25)$	1/5 
15	صفحه 120 $P(A \cup B) \leq 1 \Rightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) \leq 1 \Rightarrow P(A) + P(B) - 1 \leq P(A \cap B) \quad (0/5)$ $(0/5) \quad (0/5)$	1/5
	جمع نمره	20

مصححین گرامی لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر هم به تناسب نمره منظور فرمایید.