

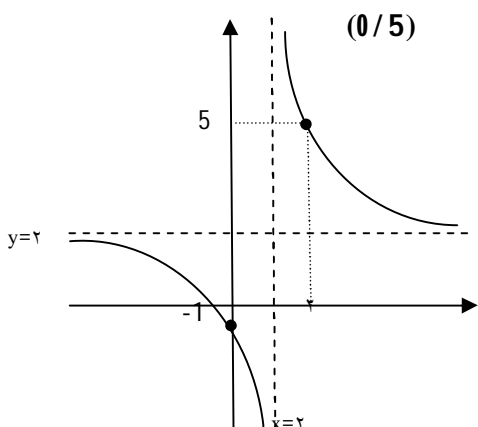
سؤالات امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال	نام و نام خانوادگی:	تعداد صفحه: ۱	عدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
رشته: ریاضی فیزیک	دوره ی پیش دانشگاهی	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۳/۲۴	ساعت شروع: ۸ صبح
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خردادماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
۱	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید: الف) $\log_2$ عددی گویاست. ب) برای هر عدد حقیقی $x$ داریم: $x \leq  x $ پ) بزرگترین کران پایین مجموعه $(-1, 2)$ برابر با $-1$ است. ت) اگر $0 < x < 1$ و $n \in \mathbb{N}$ آنگاه: $0 < x^n \leq x$	۱
۲	به کمک تعریف حد دنباله ها ثابت کنید دنباله $\left\{ \frac{2n+1}{n+1} \right\}$ همگرا به ۲ است.	۱
۳	اگر $f(x) = \begin{cases} 2, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -2, & x < 0 \end{cases}$ مقادیر مقابل را بیابید: الف) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$	۱
۴	به کمک قضیه بولزانو نشان دهید معادله $x^2 - 2x - 1 = 0$ در بازه $[1, 2]$ جواب دارد.	۱
۵	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید: الف) شیب خط عماس بر نمودار تابع $y = \sqrt{x}$ در نقطه به طول ۴ واقع بر نمودار تابع برابر است با ..... ب) مکعبی به ضلع $x$ مفروض است، آهنگ تغییر حجم مکعب در لحظه ای که $x = 2$ است برابر است با ..... پ) مشتق چپ تابع $f(x) =  x-2  - x^2$ در $x = 2$ برابر است با .....	۱/۵
۶	مقادیر $a$ و $b$ را طوری بیابید که تابع $f(x) = \begin{cases} (x+1)^2 & x \leq 0 \\ ax + 2a + b & x > 0 \end{cases}$ در $x = 0$ مشتق پذیر باشد.	۱/۵
۷	اگر $f(x) = x^5 - 4x^2 + 7x - 1$ حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(1+h) - f'(1)}{h}$ را بیابید.	۱
۸	مشتق بگیرید: (ساده کردن مشتق الزامی نیست) پ) $y = \ln(x^2 + 2x^2 + 2)$ ب) $y = \frac{2}{x+1} + e^{\cos x} - 1$ الف) $2x^2 + xy^2 = 4$	۲
۹	اگر تابع $f$ همواره مشتق پذیر باشد و $g(x) = f(3-x^2)$ و $f'(-1) = 3$ مقدار $g'(2)$ را بیابید.	۱
۱۰	نقاط عطف تابع $y = \cos x$ را در بازه $(0, 2\pi)$ بیابید.	۱/۲۵
۱۱	نقاط اکسترم موضعی تابع $f(x) = x^2 - 3x - 7$ را بیابید.	۱/۷۵
۱۲	جدول رفتار و نمودار تابع $y = \frac{2x+1}{x-1}$ را رسم کنید.	۲
۱۳	به کمک افرازهای مناسب، مساحت ناحیه محدود به نمودار تابع $y = x^2 + 1$ و خطوط $x = 0$ ، $x = 3$ و $y = 0$ را به دست آورید.	۱/۵
۱۴	مشتق تابع $H(x) = \int_1^x t^2 dt$ را به دست آورید.	۰/۷۵
۱۵	انتگرالهای مقابل را محاسبه کنید: الف) $\int_1^2 [x] dx$ ب) $\int (e^{2x} - 2 \cos 3x) dx$	۱/۷۵
۲۰	جمع نمره	«موفق باشید»

تاریخ امتحان: 1399/03/24	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
مدت امتحان: 120 دقیقه	دوره ی پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور درنوبت خردادماه سال 1399	
نمره	راهنمای تصحیح	

1	الف) نادرست (ب) درست (پ) درست (ت) درست	هر مورد (0/25) نمره	1																					
1	$\forall \varepsilon > 0, \exists M \in \mathbb{N}, \forall n \geq M :  a_n - L  < \varepsilon \Rightarrow \left  \frac{2n+1}{n+1} - 2 \right  < \varepsilon \Rightarrow \left  \frac{1}{n+1} \right  < \varepsilon$ $\Rightarrow n > \frac{1}{\varepsilon} - 1 \Rightarrow M \geq \left\lceil \frac{1}{\varepsilon} \right\rceil$		2																					
1	الف) -2 (ب) 2	هر مورد (0/5) نمره	3																					
1	تابع داده شده روی $\mathbb{R}$ و در نتیجه در بازه $[1, 2]$ پیوسته است (0/25) و داریم $f(1).f(2) = (-2)(3) < 0$ لذا طبق قضیه بولزانو معادله $x^3 - 2x - 1 = 0$ در بازه $[1, 2]$ دست کم یک ریشه دارد. (0/25)		4																					
1/5	الف) $\frac{1}{4}$ (ب) 12 (پ) -5	هر مورد (0/5) نمره	5																					
1/5	شرط پیوستگی: $f(0^-) = f(0^+) \xrightarrow{(0/25)} 1 = 2a + b$ (0/5) شرط مشتق: $f'_-(0) = f'_+(0) \xrightarrow{(0/25)} 2 = a \xrightarrow{(0/25)} b = -3$ (0/25)		6																					
1	کسر داده شده همان $f''(1)$ است (0/5) و داریم: $f''(x) = 20x^3 - 24x \xrightarrow{(0/25)} f''(1) = 20 - 24 = -4$ (0/25)		7																					
2	الف) $y' = -\frac{6x^2 + y^3}{3xy^2}$ (0/75) ب) $y' = \frac{-2}{(x+1)^2} - \sin x \cdot e^{\cos x}$ (0/75) پ) $y' = \frac{4x^3 + 4x}{x^4 + 2x^2 + 2}$ (0/5)		8																					
1	$g'(x) = -2xf'(3-x^2) \xrightarrow{(0/5)} g'(2) = -4f'(-1) = (-4)(3) = -12$ (0/5)		9																					
1/25	$y' = -\sin x \xrightarrow{(0/25)} y'' = -\cos x = 0 \rightarrow x = \frac{\pi}{2}, x = \frac{3\pi}{2}$ (0/5) علامت $y''$ در بازه $(0, \frac{\pi}{2})$ منفی، در بازه $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ مثبت و در بازه $(\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$ منفی است. در نتیجه نقاط $(\frac{\pi}{2}, 0)$ و $(\frac{3\pi}{2}, 0)$ نقاط عطف نمودار تابع هستند. (0/5)		10																					
1/75	$D_f = \mathbb{R}, f'(x) = 3x^2 - 3$ (0/25) $f'(x) = 0 \rightarrow 3x^2 - 3 = 0 \rightarrow x = \pm 1$ (0/5) <table style="display: inline-table; border-collapse: collapse; margin-right: 20px;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;"><math>x</math></td> <td style="padding: 0 5px;"><math>-\infty</math></td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;"><math>-1</math></td> <td style="padding: 0 5px;"><math>+</math></td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;"><math>1</math></td> <td style="padding: 0 5px;"><math>+</math></td> <td style="padding: 0 5px;"><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;"><math>y'</math></td> <td style="padding: 0 5px;"><math>+</math></td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;"><math>0</math></td> <td style="padding: 0 5px;"><math>-</math></td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;"><math>0</math></td> <td style="padding: 0 5px;"><math>+</math></td> <td style="padding: 0 5px;"><math>+</math></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;"><math>y</math></td> <td style="padding: 0 5px;"></td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;"><math>-5</math></td> <td style="padding: 0 5px;"></td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;"><math>-9</math></td> <td style="padding: 0 5px;"></td> <td style="padding: 0 5px;"></td> </tr> </table>	$x$	$-\infty$	$-1$	$+$	$1$	$+$	$+\infty$	$y'$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	$+$	$y$		$-5$		$-9$				11
$x$	$-\infty$	$-1$	$+$	$1$	$+$	$+\infty$																		
$y'$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	$+$																		
$y$		$-5$		$-9$																				
نقطه های $(-1, -5)$ و $(1, -9)$ به ترتیب $\max$ و $\min$ موضعی هستند. (0/5)																								
ادامه در صفحه دوم																								

تاریخ امتحان: 1399/03/24	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
مدت امتحان: 120 دقیقه	دوره ی پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور درنوبت خردادماه سال 1399	
نمره	راهنمای تصحیح	
ردیف		

2	<p><math>D = \mathbb{R} - \{1\}</math></p> <p><math>y = 2</math> (0/25) :مجانِب افقی    <math>x = 1</math> (0/25) :مجانِب قائم</p> <p>تابع در فواصل پیوسته نزولی اکید است. <math>y' = \frac{-3}{(x-1)^2} &lt; 0 \xrightarrow{(0/5)}</math></p> <p>نقاط کمکی: <math>A(0, -1)</math>    <math>B(2, 5)</math></p> <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td><math>-\infty</math></td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td></td> <td>-</td> <td></td> <td>-</td> <td></td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>2</td> <td>-1</td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>+\infty</math></td> <td>2</td> </tr> </table> <p>(0/5)</p> 	x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	y'		-		-		y	2	-1	$-\infty$	$+\infty$	2	12
x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$															
y'		-		-																
y	2	-1	$-\infty$	$+\infty$	2															
1/5	<p>بازه <math>[0, 3]</math> را به <math>n</math> قسمت مساوی تقسیم می کنیم پس</p> <p><math>\Delta x_i = \frac{3-0}{n} = \frac{3}{n}</math>    و    <math>x_i = 0 + \frac{3}{n}i = \frac{3}{n}i</math>    و    <math>f(x_i) = \left(\frac{3}{n}i\right)^2 + 1 = \frac{9}{n^2}i^2 + 1</math>    (0/75)</p> <p><math>s_n = \sum_{i=1}^n \left(\frac{9}{n^2}i^2 + 1\right) \times \frac{3}{n} = \frac{27}{n^3} \sum_{i=1}^n i^2 + \frac{3}{n} \sum_{i=1}^n 1 = \frac{27}{n^3} \left(\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}\right) + \frac{3}{n}(n)</math>    (0/25)</p> <p><math>A = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \frac{27 \times 2}{6} + 3 = 12</math>    (0/25)</p>	13																		
0/75	<p><math>H(x) = -\int_1^{x^2} t^3 dt = -(2x)(x^2)^3 = -2x^7</math>    (0/75)</p>	14																		
1/75	<p>الف) <math>\int_0^3 [x] dx = \int_0^1 [x] dx + \int_1^2 [x] dx + \int_2^3 [x] dx = 0 + x \Big _1^2 + 2x \Big _2^3 = 0 + 1 + 2 = 3</math>    (0/25)</p> <p>ب) <math>\int (e^{2x} - 2 \cos 3x) dx = \frac{1}{2} e^{2x} - \frac{2}{3} \sin 3x + C</math>    (0/5)    (0/5)</p>	15																		
20	جمع نمره    همکاریان گرامی ضمن عرض خسته نباشید به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. (با تشکر)																			