

سؤالات امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)	رشته: علوم ریاضی	ساعت شروع: ۹ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
پیش دانشگاهی		تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۶ / ۲۴	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال تحصیلی ۹۰-۱۳۸۹		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	
ردیف	سؤالات		
نمره			

۱	معادله ی خط قائم بر منحنی $x^2 - y^2 - 4xy + 1 = 0$ را در نقطه ی $A(0, 1)$ روی منحنی بنویسید.	۱/۵
۲	برای تابع $f$ با ضابطه ی $f(x) = x^2 + 2x - 3$ ، مقدار $(f^{-1})'(0)$ را محاسبه کنید.	۱/۵
۳	ابتدا مشتق مراتب اول، دوم و سوم چند جمله ای $P_n(x) = c_0 + c_1x + c_2x^2 + \dots + c_nx^n$ ، $(n \in \mathbb{N})$ را بیابید، سپس فرمولی برای مشتق مرتبه ی $n$ ام آن بنویسید.	۱
۴	طول نقاط ماکسیمم و مینیمم مطلق تابع $g(x) = \sqrt{4 - x^2}$ را در صورت وجود در بازه ی $[-1, 2]$ مشخص کنید.	۱/۷۵
۵	شرایط قضیه مقدار میانگین را برای تابع $f(x) = x^2 + 2x$ روی بازه ی $[-1, 1]$ بررسی کرده و عدد $c$ مذکور در قضیه را محاسبه نمایید.	۱/۵
۶	تابع $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$ را در نظر بگیرید. با استفاده از آزمون مشتق اول، بازه هایی که تابع بر آنها اکیداً صعودی است را مشخص کنید.	۱/۷۵
۷	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \frac{x^2}{x-1}$ را رسم کنید.	۲
۸	با استفاده از قاعده ی هوییتال، حد تابع زیر را محاسبه کنید.	۱/۲۵
	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{2} \cos x - 1}{1 - \tan^2 x}$	
۹	به کمک دیفرانسیل، مقدار تقریبی $\sqrt[3]{9}$ را تا دو رقم اعشار به دست آورید.	۱
۱۰	ثابت کنید اگر تابع $f$ روی بازه ی $[a, b]$ تعریف شده و نقطه ی $c$ ، $a < c < b$ نقطه ی اکسترمم مطلق تابع روی این بازه باشد، آن گاه $c$ نقطه ی بحرانی $f$ است.	۰/۷۵
۱۱	مجموع $\sum_{i=1}^{20} i(i+1)$ را حساب کنید.	۱
۱۲	مجموع بالای ریمان تابع $f(x) = x^2 + 1$ را در بازه ی $[0, 1]$ و برای $n = 4$ محاسبه کنید.	۱/۵
۱۳	بدون محاسبه ی انتگرال، مشتق تابع $\int_{\sqrt{t}}^1 \sqrt{1+x^2} dx$ را نسبت به $t$ محاسبه کنید.	۱
۱۴	مقدار متوسط تابع $f(x) = \frac{2}{x^2}$ را در بازه ی $[1, 2]$ بیابید.	۰/۷۵
۱۵	انتگرال های زیر را محاسبه کنید.	۱/۷۵
	الف) $\int (x^2 + 3\sqrt{x}) dx$ ب) $\int_0^2 (x x  + 1) dx$	
۲۰	موفق باشید.	جمع نمره



مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۶ / ۲۴	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال تحصیلی ۹۰-۱۳۸۹	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۱/۵	$y' = \frac{-(2x-4y)(0/5)}{(-3y^2-4x)(0/25)} \Rightarrow m = -\frac{4}{3} (0/25) \Rightarrow m' = \frac{3}{4} (0/25) \Rightarrow y-1 = \frac{3}{4} x (0/25)$	۱																		
۱/۵	$a^2 + 2a - 3 = 0 \Rightarrow (a-1)(a^2 + a + 3) = 0 (0/25) \Rightarrow a^2 + a + 3 = 0 \Rightarrow \Delta = -11 < 0 (0/25)$ $f'(x) = 3x^2 + 2(0/25) \Rightarrow (f^{-1})'(0) = \frac{1}{f'(1)} = \frac{1}{5} (0/25)$	۲																		
۱	$P'_n(x) = c_1 + 2c_2x + 3c_3x^2 + \dots + nc_nx^{n-1} (0/25)$ $P''_n(x) = 2c_2 + 6c_3x + \dots + n(n-1)c_nx^{n-2} (0/25)$ $P'''_n(x) = 6c_3 + 24c_4x + \dots + n(n-1)(n-2)c_nx^{n-3} (0/25)$ ⋮ $P_n^{(n)}(x) = n(n-1)(n-2)\dots \times 1 \times c_n = n!c_n (0/25)$	۳																		
۱/۷۵	تابع $g$ در بازه $[-1, 2]$ پیوسته است. (۰/۲۵) $g'(x) = \frac{-x}{\sqrt{4-x^2}} (0/25) \Rightarrow g'(x) = 0 \Rightarrow x = 0 (0/25) \Rightarrow \begin{cases} g(-1) = \sqrt{3} \\ g(0) = 2 \\ g(2) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x=0 \text{ طول ماکسیمم مطلق} (0/25) \\ x=2 \text{ طول مینیمم مطلق} (0/25) \end{matrix}$	۴																		
۱/۵	تابع $f(x)$ روی بازه $[-1, 1]$ پیوسته (۰/۲۵) و روی بازه $(-1, 1)$ مشتق پذیر است. (۰/۲۵) بنابراین $\exists c \in (-1, 1), f'(c) = \frac{f(1) - f(-1)}{1 - (-1)} = \frac{3 - (-1)}{2} = 2 (0/25)$ لذا $2c + 2 = 2$ در نتیجه $c = 0$ . (۰/۲۵)	۵																		
۱/۷۵	$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 = 3(x-3)(x+1) = 0 (0/25) \Rightarrow x = 3 (0/25), x = -1 (0/25)$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>-1</math></td> <td><math>3</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>y'</math></td> <td><math>+</math></td> <td><math>-</math></td> <td><math>+</math></td> <td></td> </tr> <tr> <td><math>y</math></td> <td><math>\nearrow</math></td> <td><math>\searrow</math></td> <td><math>\nearrow</math></td> <td></td> </tr> </table> روی بازه $(3, +\infty)$ اکیداً صعودی (۰/۲۵) روی بازه $(-\infty, -1)$ اکیداً صعودی (۰/۲۵)	$x$	$-\infty$	$-1$	$3$	$+\infty$	$y'$	$+$	$-$	$+$		$y$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$		۶			
$x$	$-\infty$	$-1$	$3$	$+\infty$																
$y'$	$+$	$-$	$+$																	
$y$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$																	
۲	مجانب قائم $x = 1$ (۰/۲۵) ، $y = x + 1 + \frac{1}{x-1} \Rightarrow y = x + 1$ (۰/۲۵) مجانب افقی $y' = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2} = 0 (0/25) \Rightarrow x = 0, x = 2 (0/25)$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>1</math></td> <td><math>2</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>y'</math></td> <td><math>+</math></td> <td><math>-</math></td> <td><math>-</math></td> <td><math>+</math></td> <td></td> </tr> <tr> <td><math>y</math></td> <td><math>\nearrow</math></td> <td><math>\searrow</math></td> <td><math>\searrow</math></td> <td><math>\nearrow</math></td> <td></td> </tr> </table> (۰/۵)	$x$	$-\infty$	$0$	$1$	$2$	$+\infty$	$y'$	$+$	$-$	$-$	$+$		$y$	$\nearrow$	$\searrow$	$\searrow$	$\nearrow$		۷
$x$	$-\infty$	$0$	$1$	$2$	$+\infty$															
$y'$	$+$	$-$	$-$	$+$																
$y$	$\nearrow$	$\searrow$	$\searrow$	$\nearrow$																

ادامه در برگه ی دوم



مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰/۶/۲۴	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال تحصیلی ۹۰-۱۳۸۹	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

	<p style="text-align: right;">ادامه ی پاسخ سوال ۷</p> <p style="text-align: center;">(۰/۵)</p>	۷
۱/۲۵	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{-\sqrt{x} \sin x \quad (۰/۵)}{-2 \tan x (1 + \tan^2 x) \quad (۰/۵)} = \frac{1}{4} \quad (۰/۲۵)$	۸
۱	$f(x) = \sqrt[3]{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \Delta x = 1 \quad (۰/۲۵)$ $f(x + \Delta x) \approx f(x) + \Delta x f'(x) \Rightarrow \sqrt[3]{9} \approx \sqrt[3]{8} + 1 \times \frac{1}{3\sqrt[3]{8^2}} = 2.08 \quad (۰/۲۵)$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)</p>	۹
۰/۷۵	قضیه ی ۲ صفحه ی ۱۳۰ کتاب درسی - لطفا به تناسب نمره داده شود.	۱۰
۱	$\sum_{i=1}^{20} (i^2 + i) = \sum_{i=1}^{20} i^2 + \sum_{i=1}^{20} i = \frac{20 \times 21 \times 41}{6} + \frac{20 \times 21}{2} = 3080 \quad (۰/۲۵)$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)                      (۰/۲۵)                      (۰/۲۵)</p>	۱۱
۱/۵	$\Delta x = \frac{1}{4} \quad (۰/۲۵), U_r(f) = \sum_{i=1}^r f(u_i) \Delta x = \frac{1}{4} \times (f(\frac{1}{4}) + f(\frac{2}{4}) + f(\frac{3}{4}) + f(1)) = \frac{1}{4} (\frac{17}{16} + \frac{5}{4} + \frac{25}{16} + 2) = \frac{47}{32} \quad (۰/۲۵)$ <p style="text-align: center;">(۱)</p>	۱۲
۱	$\frac{d}{dt} \int_{\sqrt{t}}^1 \sqrt{1+x^2} dx = -\frac{d}{dt} \int_1^{\sqrt{t}} \sqrt{1+x^2} dx = -(\sqrt{t})' \times (\sqrt{1+(\sqrt{t})^2}) = -\frac{1}{2\sqrt{t}} \times \sqrt{1+t}$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)                      (۰/۲۵)                      (۰/۲۵)                      (۰/۲۵)</p>	۱۳
۰/۷۵	مقدار متوسط = $\frac{1}{2-1} \int_1^2 \frac{2}{x^2} dx = 1 \times (-\frac{2}{x} \Big _1^2) = 1 \quad (۰/۲۵)$	۱۴
۱/۷۵	<p>الف) <math>\int (x^2 + 3\sqrt{x}) dx = \frac{1}{3}x^3 + 3 \times \frac{2}{3} \times x^{\frac{3}{2}} + c</math></p> <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)                      (۰/۵)</p> <p>ب) <math>\int_0^1 (x[x]+1) dx + \int_1^2 (x[x]+1) dx = \int_0^1 1 \times dx + \int_1^2 (x+1) dx = x \Big _0^1 + (\frac{1}{2}x^2 + x) \Big _1^2 = \frac{7}{2} \quad (۰/۲۵)</math></p> <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)                      (۰/۲۵)                      (۰/۲۵)</p>	۱۵
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر	

This document was created with Win2PDF available at <http://www.daneprairie.com>.  
The unregistered version of Win2PDF is for evaluation or non-commercial use only.