

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تعداد صفحه: ۱	رشته: ریاضی فیزیک	سؤالات امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
ساعت شروع: ۸ صبح	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۶/۵	دوره ی پیش دانشگاهی	نام و نام خانوادگی:
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۹	

نمره	سؤالات در یک صفحه و دارای پاسخ نامه می باشد.	ردیف
------	--	------

۱	نا معادله ی $\frac{1}{2x+1} \leq \frac{1}{3}$ را حل کنید سپس مجموعه جواب آن را به صورت بازه نمایش دهید.	۱
۱	جاهای خالی را پر کنید. الف) اگر بازه $A = [1, 7]$ ، آنگاه سوپریموم A برابر است با ..... ب) عددگویای بسط اعشاری $0.666\dots$ برابر است با..... پ) دنباله $\left\{1 + \frac{1}{n}\right\}$ همگرا به ..... می باشد. ت) حد دنباله $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{2n}$ برابر است با .....	۲
۲	حدهای زیر را بدست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{x - 3}$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + x - 6}{x^2 - 4}$	۳
۱/۵	مشتق پذیری تابع $f(x) =  x^2 - 1 $ را در نقطه $x = 1$ بررسی کنید.	۴
۳	مشتق بگیرید. ( ساده کردن مشتق الزامی نیست). الف) $y = e^{\Delta x} + \ln(x^2 + 1)$ ب) $y = 2 \sin(x^2 + 1)$	۵
۱/۵	شیب خط مماس بر نمودار $x^2 + y^2 = 4xy - 3$ را در نقطه $(1, 1)$ بدست آورید.	۶
۱/۵	اگر $f(x) = xg(x)$ ، $g(2) = 1$ ، $g'(2) = 3$ مقدار $f'(2)$ را به دست آورید.	۷
۱/۵	مقادیر ماکسیمم مطلق و مینیمم مطلق تابع با ضابطه ی $f(x) = x^3 - 3x^2$ را در بازه ی $[1, 3]$ بیابید	۸
۱	مقادیر a و b را چنان بیابید که نقطه ی $(1, 2)$ نقطه ی عطف تابع $y = ax^2 + bx^2 + 4$ باشد.	۹
۲	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{x+3}{x-1}$ را رسم کنید.	۱۰
۱/۵	حاصل $\sum_{k=1}^5 (6k^2 - 4k + 3)$ را بدست آورید.	۱۱
۲/۵	انتگرال مقابل را محاسبه نمایید. الف) $\int_1^9 (\sqrt{x} + 3) dx$ ب) $\int (3x^2 + \sin x - 1) dx$	۱۲
۲۰	موفق باشید	

## باسمه تعالی

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال	رشته : ریاضی فیزیک	تاریخ امتحان : ۱۳۹۹/۰۶/۵
دوره ی پیش دانشگاهی	تعداد صفحات: ۲	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۹	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

۱	$2x+1 \geq 3 \rightarrow 2x \geq 2 \rightarrow x \geq 1 \rightarrow x \in [1, +\infty)$ (نمره ۱)	۱
۱	(هر قسمت ۰/۲۵ نمره) $e^3$ (ت) ۱ (پ) $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ (ب) الف) ۷	۲
۲	ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2(1 + \frac{x}{2x^2} - \frac{6}{2x^2})}{x^2(1 - \frac{4}{x^2})} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{x^2} = 2$ (نمره ۱) الف) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2-3}{x-3} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$ (نمره ۱)	۳
۱/۵	$f'_+(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{ x^2-1 }{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = 2 \rightarrow$ (نمره ۰/۵) $f'_-(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{ x^2-1 }{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(x-1)(x+1)}{x-1} = -2 \rightarrow$ (نمره ۰/۵) چون $f'_+(x) \neq f'_-(x)$ پس تابع مشتق پذیر نیست. (نمره ۰/۵)	۴
۳	الف) $y' = 5e^{5x} + \frac{2x}{x^2+1}$ (نمره ۱/۵) ب) $y' = 2 \times 2x \cos(x^2+1)$ (نمره ۱/۵)	۵
۱/۵	$y' = -\frac{f'_x}{f'_y} = -\frac{3x^2-4y}{2y-4x} = -\frac{3-4}{2-4} = -\frac{1}{2}$ (نمره ۱/۵)	۶
۱/۵	$f'(x) = \underbrace{g(x) + xg'(x)}_{(۰/۵)} \rightarrow f'(2) = g(2) + 2g'(2) = 1 + 2 \times 3 = 7$ (نمره ۱)	۷
۱/۵	$f'(x) = 3x^2 - 6x = 0 \rightarrow x = 0 \notin [1, 3], x = 2$ (نمره ۰/۵) پس نقطه $(3, 0)$ ماکزیمم و نقطه $(2, -4)$ مینیمم می باشد. (نمره ۱) $f(2) = -4$ و $f(1) = -2$ $f(3) = 0$	۸

ادامه در برگه دوم

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال	رشته : ریاضی فیزیک	تاریخ امتحان : ۱۳۹۹/۰۶/۵
دوره ی پیش دانشگاهی	تعداد صفحات: ۲	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۹	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

۱	$f'(x) = 3ax^2 + 2bx, f''(x) = 6ax + 2b, f''(1) = 0 \rightarrow 3a + b = 0$ (نمره) $f(1) = 2 \rightarrow a + b = -2 \Rightarrow a = 1, b = -3$	۹												
۲	$D = \mathbb{R} - \{1\}$ مجانب افقی $y = 1$ (۰/۲۵) $x = 1$ (۰/۲۵) مجانب قائم $y' = \frac{-4}{(x-1)^2} < 0$ (۰/۵) نقاط کمکی: $A(0, -3), B(2, 5)$  <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr> <td>x</td> <td><math>-\infty</math></td> <td>1</td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>-</td> <td></td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>1</td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> </table> (۰/۵)	x	$-\infty$	1	$+\infty$	y'	-		-	y	1	$-\infty$	$+\infty$	۱۰
x	$-\infty$	1	$+\infty$											
y'	-		-											
y	1	$-\infty$	$+\infty$											
۱/۵	$= \frac{6n(n+1)(2n+1)}{6} - \frac{4n(n+1)}{2} + 3n \xrightarrow{n=5} = 285$ (نمره ۱/۵)	۱۱												
۲/۵	الف) (نمره ۱/۵) $\int_1^9 (\sqrt{x} + 3) dx = \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} + 3x \Big _1^9 = \frac{2}{3} \sqrt{x^3} + 3x \Big _1^9 =$ $(\frac{2}{3} \times 27 + 3 \times 9) - (\frac{2}{3} + 3) = 45 - \frac{11}{3} = \frac{124}{3}$ $\int (3x^2 + \sin x - 1) dx = \frac{3x^3}{3} - \cos x - x + c$ ب) (نمره)	۱۲												
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر													