



آزمون غیرحضوری

دروس اختصاصی

فارغ التحصیلان ریاضی

(۱۶ فروردین ۹۸)

(مباحث ۳۰ فروردین ۹۸)

گروه فنی و تولید:

محمد اکبری	مسئول تولید آزمون غیرحضوری
نرگس غنیزاده	مسئول دفترچه آزمون غیرحضوری
مدیر گروه: مریم صالحی مسئول دفترچه: آتنه اسفندیاری	گروه مستندسازی
حسن خرم‌جو	حروف‌چین
سوران نعیمی	ناظر چاپ

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۶۹۶۴۰۰

«تمام دارایی‌ها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلمچی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»



دیفرانسیل:

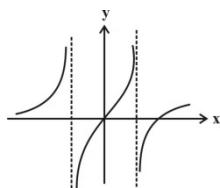
مشتق و کاربرد آن

صفحه‌های ۱۸۱ تا ۱۹۷

حسابان:

مشتق توابع

صفحه‌های ۱۷۵ تا ۱۸۲



۱. اگر تابع f روی بازه $I = [a, b] \subset \mathbb{C}$ تعریف شده و $I \in \mathbb{C}$ باشد، آنگاه کدام گزینه همواره صحیح است؟

- اگر \mathbb{C} طول نقطه اکسترمم نسبی تابع f باشد، آنگاه خط مماس بر منحنی در \mathbb{C} افقی است.
- اگر \mathbb{C} طول نقطه اکسترمم تابع f باشد، آنگاه \mathbb{C} نقطه بحرانی است.
- اگر f پیوسته و نقطه بحرانی باشد، آنگاه \mathbb{C} اکسترمم نسبی تابع است.
- اگر $f'(c) = 0$ و تابع f اکیداً یکنوا باشد، \mathbb{C} طول نقطه عطف تابع است.

۲. نقطه $x = \frac{\pi}{4}$ برای تابع $y = \tan x + \cot x$ چه نقطه‌ای است؟

- ماکریم
- مینیمم
- عادی
- عطف

۳. آهنگ آنی تغییر مساحت یک دایره نسبت به محیط آن، برای دایره‌ای به محیط 5π چقدر است؟

- $1/5$
- $2/5$
- $3/5$
- $4/5$

۴. نمودار مشتق تابع f به صورت زیر است، اگر $D_f = R$ باشد، تابع f چند اکسترمم مشتق‌ناپذیر دارد؟

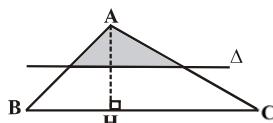
- ۱
- ۲
- ۳
- ۴
- ۵

۵. جهت تقریب نمودار $f(x) = xe^{-x^2} + k$ در نقاط A , B و C تغییر می‌کند. اگر $y_A + y_B + y_C = 1$ باشد، k کدام است؟

- $\frac{1}{3} - \frac{\sqrt{6}}{3e^2}$
- $\frac{1}{3}$
- 1
- صفر

۶. در مثلثی با قاعده $BC = 20$ و ارتفاع $AH = 15$ ، خط Δ موازی با BC با سرعت 0.5 واحد در ثانیه به آن نزدیک می‌شود.

- در حالی که فاصله دو خط موازی 3 باشد، سرعت افزایش مساحت مثلث سایه‌زده، کدام است؟



- $0/6$
- $0/4$

- $0/9$
- $0/8$

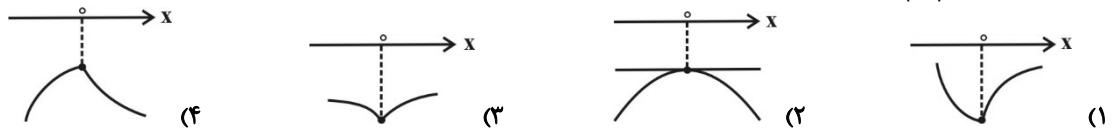
۷. اگر $f(x) = [x] - x^2$ و $g(x) = 2^x$ ، آنگاه تابع gof از نظر اکسترمم نسبی کدام نوع را دارد؟ ()، علامت جزء صحیح است.)

- ماکریم-می‌نیم
- فاقد می‌نیم
- فاقد ماکریم-می‌نیم
- فاقد ماکریم-می‌نیم

۸. به ازای کدام مقدار a می‌نیم نسبی تابع $f(x) = \frac{x^2 + a}{x^2}$ برابر یک است؟

- $\frac{2}{27}$
- $\frac{1}{27}$
- $\frac{4}{27}$
- $\frac{8}{27}$

۹. نمودار تابع $y = \frac{|x| - 2}{|x| + 3}$ در $x = 0$ به کدام صورت است؟



۱۰. به ازای چه مقادیری از m ، معادله $2x^3 - 3x^2 + m = 0$ دارای سه جواب متمایز است؟

- $0 < m < 2$
- $1 < m < 2$
- $3 < m < 4$
- $2 < m < 3$



۱۱. نقاط عطف نمودار تابع با ضابطه $y = \frac{x^2 - 1}{x^3}$ در $a = x$ است، مجموعه مقادیر a کدام است؟

$$\{-\sqrt{3}, 0, \sqrt{3}\} \quad (2)$$

$$\{\sqrt{6}, 0, -\sqrt{6}\} \quad (4)$$

$$\{\sqrt{6}, -\sqrt{6}\} \quad (1)$$

$$\{-\sqrt{3}, \sqrt{3}\} \quad (3)$$

۱۲. شخصی بر چرخ و فلکی به قطر ۱۸ متر سوار شده که در هر دقیقه ۱ دور می‌زند، وقتی فاصله آن شخص از خط قائم گذرنده از مرکز چرخ و فلک برابر ۲ متر باشد، اندازه سرعت بالا یا پایین آمدن او چند متر بر دقیقه است؟

$$4\pi \quad (4)$$

$$2\pi \quad (3)$$

$$8\pi \quad (2)$$

$$6\pi \quad (1)$$

۱۳. اگر نقطه $A(\frac{2\pi}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3})$ مختصات اکسترم نسبی تابع $y = \frac{a \sin x}{\cos x + b}$ باشد، کدام است؟

$$-\frac{1}{3} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$\frac{1}{3} \quad (2)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (1)$$

۱۴. تقری منحنی به معادله $y = \frac{|x|}{x} \cdot \sqrt{|x|} + 1$ در کدام بازه رو به بالاست؟

$$R - \{0\} \quad (4)$$

$$(-\infty, 0) \quad (3)$$

$$(-1, 1) - \{0\} \quad (2)$$

$$(0, +\infty) \quad (1)$$

۱۵. یک لوزی با مساحت ثابت 36cm^2 مفروض است. اگر قطر بزرگ با سرعت $\frac{\text{cm}}{\text{s}}$ افزایش یابد، در لحظه‌ای که قطر کوچک

است، این قطر با چه سرعتی بر حسب $\frac{\text{cm}}{\text{s}}$ کاهش می‌یابد؟

$$6 \quad (4)$$

$$5 \quad (3)$$

$$4 \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

هندسه تحلیلی:

دستگاه معادلات خطی

(ماتریس‌های وارون‌پذیر)

صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۷

هندسه تحلیلی

۱۶. اگر $O = A^3$ باشد، آنگاه $(A + I)^{-1}$ برابر است با:

$$-A^T - A - I \quad (2)$$

$$A^T + A + I \quad (1)$$

$$-A^T + A - I \quad (4)$$

$$A^T - A + I \quad (3)$$

۱۷. A و B دو ماتریس مربعی و وارون‌پذیر از مرتبه ۳ هستند. اگر $A - B = 3AB$ ، مجموع درایه‌های

$A^{-1} - B^{-1}$ کدام است؟

$$-9 \quad (2)$$

$$9 \quad (1)$$

$$-27 \quad (4)$$

$$27 \quad (3)$$

۱۸. اگر $D = B^{-1}(C^{-1}A)^{-1}$ در این صورت $AB = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ برابر کدام ماتریس است؟

$$\begin{bmatrix} 2 & 11 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 11 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 11 & 8 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} 7 & 11 \\ 8 & 2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

۱۹. اگر A ماتریس دوران به زاویه $\frac{\pi}{3}$ در جهت مثلثاتی حول مبدأ و $P = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان ماتریس $(P^{-1}AP)$ کدام است؟

$$6 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

۲۰. اگر A و B یک ماتریس وارون‌پذیر دلخواه باشد، آنگاه حاصل $|BAB^{-1} - 2I|$ کدام است؟

$$-12 \quad (4)$$

$$-10 \quad (3)$$

$$12 \quad (2)$$

$$10 \quad (1)$$



۲۱. اگر $A_i = \begin{bmatrix} i & n \\ n & i \end{bmatrix}$ وارون پذیر نیست؟

۱۱ (۴)

۱۰ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

۲۲. ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ -2 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ وارون پذیر است. به جای درایه صفر، کدام عدد را قرار دهیم تا ماتریس حاصل وارون ناپذیر باشد؟

۶ (۴)

۴ (۳)

-۶ (۲)

-۴ (۱)

۲۳. با توجه به ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & k & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$, چنانچه عضو واقع در سطر دوم و ستون سوم ماتریس معکوس A برابر ۱ باشد، مقدار k و

دترمینان A به ترتیب کدام است؟

-۳ و ۲ (۴)

۳ و ۲ (۳)

-۳ و ۴ (۲)

۳ و ۴ (۱)

۲۴. اگر $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \\ 0 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ آنگاه جمع درایه‌های A^* کدام است؟

 $\frac{1}{22}$ (۴) $\frac{22}{19}$ (۳)

۱۹ (۲)

 $\frac{1}{19}$ (۱)

۲۵. فرض کنید $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 9 \\ 1 & 0 & m \end{bmatrix}$. اگر حاصل جمع دترمینان ماتریس وارون A با دترمینان ماتریس الحاقی A برابر صفر باشد،

کدام است؟

-۱ (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

-۲ (۱)

ریاضیات گسسته:**احتمال**

صفحه‌های ۷۴ تا ۸۵

جبر و احتمال:

صفحه‌های ۶۹ تا ۱۲۱

ریاضیات گسسته

۲۶. در پرتاب دو تاس سالم، اگر A پیشامد آمدن اعداد متمایز و B پیشامد مجموع بیشتر از ۷ باشد، پیشامد $A \cap B$ چند برآمد دارد؟

۱۶ (۲)

۱۸ (۱)

۱۲ (۴)

۱۴ (۳)

۲۷. حسین، رضا و ۶ نفر دیگر می‌خواهند دور یک میز بشینند. با چه احتمالی بین حسین و رضا دقیقاً یک نفر می‌نشینند؟

 $\frac{1}{7}$ (۴) $\frac{2}{7}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۱)

۲۸. تاسی ناسالم داریم که در آن احتمال رو شدن هر عدد، متناسب با تعداد مقسوم‌علیه‌های آن عدد است. با کدام احتمال در یک پرتاب مضرب ۳ می‌آید؟

 $\frac{3}{7}$ (۴) $\frac{3}{14}$ (۳) $\frac{1}{7}$ (۲) $\frac{1}{14}$ (۱)



۲۹. از مجموعه اعداد طبیعی ۱ تا ۳۰۰، عددی را به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که این عدد فقط بر دو عدد از بین اعداد ۵ و ۲۳ بخش‌پذیر باشد کدام است؟

(۴) $\frac{4}{15}$

(۳) $\frac{1}{3}$

(۲) $\frac{2}{15}$

(۱) $\frac{7}{30}$

۳۰. از کنار هم قرار دادن هر دو رقم متمایز از مجموعه اعداد $\{1, 3, 5, 6\}$ یک عدد دو رقمی می‌سازیم. اگر مجموعه همه چنین اعداد ۲ رقمی‌ای را روی کارت‌های جداگانه بنویسیم و به تصادف کارتی از میان آن‌ها بیرون بکشیم، با کدام احتمال عدد مورد نظر اول است؟

(۴) $\frac{1}{4}$

(۳) $\frac{1}{3}$

(۲) $\frac{3}{8}$

(۱) $\frac{5}{16}$

۳۱. بر روی بازه $[0, 3]$ دو نقطه به تصادف انتخاب می‌کنیم، که بازه را به سه پاره خط تقسیم کند. با کدام احتمال، با سه پاره خط حاصل می‌توان یک مثلث ساخت؟

(۴) $\frac{1}{4}$

(۳) $\frac{1}{6}$

(۲) $\frac{1}{8}$

(۱) $\frac{1}{9}$

۳۲. احتمال این که کوکب خانم پنج شنبه‌ها شام بیزد، $\frac{4}{10}$ است. اگر کوکب خانم شام بیزد، احتمال آن که غذا بسو زد $\frac{8}{10}$ است. احتمال آن که در یک پنج شنبه، کوکب خانم شام بیزد و غذا نسبود، کدام است؟

(۴) $\frac{0}{16}$

(۳) $\frac{0}{32}$

(۲) $\frac{0}{08}$

(۱) $\frac{0}{8}$

۳۳. یک فضای نمونه‌ای متشکل از ۴ برآمد a, b, c و d است. اگر $P(\{a, c\}) = \frac{1}{3}$ و $P(\{a, b\}) = \frac{1}{2}$ هم مستقل باشند احتمال رخداد $\{d, c\}$ چقدر است؟

(۴) $\frac{1}{3}$

(۳) $\frac{2}{3}$

(۲) $\frac{1}{2}$

(۱) $\frac{1}{6}$

۳۴. تاسی را ۵ بار پرتاب می‌کنیم، با کدام احتمال بار اول ۳، بار دوم مضرب ۳ و بار چهارم کمتر از ۳ می‌آید؟

(۴) $\frac{1}{96}$

(۳) $\frac{1}{54}$

(۲) $\frac{1}{48}$

(۱) $\frac{1}{36}$

۳۵. دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم اگر یکی از اعداد رو شده مضرب دیگری باشد، احتمال آن که مجموع دو عدد رو شده بیشتر از ۷ باشد چقدر است؟

(۴) $\frac{9}{22}$

(۳) $\frac{7}{22}$

(۲) $\frac{5}{22}$

(۱) $\frac{2}{22}$

فیزیک پیش‌دانشگاهی:

آشنایی با فیزیک اتمی

صفحه‌های ۱۸۳ تا ۲۲۰

۳۶. اگر طول موج نور نارنجی رنگ به طور میانگین تقریباً برابر با 600nm باشد، انرژی هر فوتون آن

$$(c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}, h = 4 \times 10^{-19} \text{eV.s}) \quad \text{در خلا} \Rightarrow \text{برابر با چند الکترون ولت است؟}$$

(۲)

(۱)

(۴)

(۳)

۳۷. در یک آزمایش فوتوالکتریک، اگر تابع کار فلز 4eV و ولتاژ متوقف کننده برابر با 2V باشد، طول موج نور تکفام تابیده شده به

$$(h = 4 \times 10^{-19} \text{eV.s}, c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})$$

(۲) 150

(۱) 100

(۴) 600

(۳) 200



۳۸. در پدیده فتووالکتریک، اگر بسامد نور فرودی را دو برابر کنیم، ولتاژ قطع K برابر خواهد شد. کدام رابطه راجع به K همواره درست است؟

$$3 > K > 2 \quad (4)$$

$$2 > K > 1 \quad (3)$$

$$K = 2 \quad (2)$$

$$K > 2 \quad (1)$$

۳۹. طیف گسیلی اتمی، طیفی ... است که از پاشیده شدن نور گسیلی از اتم‌های جسم وقتی به حالت ... باشند، تشکیل می‌شود.

- (۱) پیوسته، جامد (۲) ناپیوسته، جامد (۳) ناپیوسته، بخار یا گاز (۴) پیوسته، بخار یا گاز

۴۰. در اتم هیدروژن، وقتی الکترون از تراز $n = 4$ به تراز $n = 2$ می‌رود، فوتونی ... می‌کند که طول موج آن مربوط به خط ...

رشته ... است.

- (۱) تابش-سوم-براکت (۲) جذب-سوم-براکت (۳) جذب-چهارم-پفوند (۴) تابش-چهارم-پفوند

۴۱. یک اتم هیدروژن در حالت $n = 6$ قرار دارد. با در نظر گرفتن تمام گذارهای ممکن، اگر این اتم به حالت پایه برود، چند نوع

فوتون با انرژی‌های مختلف از آن گسیل می‌شود و کمترین طول موج گسیلی آن چند نانومتر است؟ ($R_H = 101 / nm$)

$$\frac{900}{11} \quad (4)$$

$$\frac{720}{7} \quad (3)$$

$$\frac{900}{11} \quad (2)$$

$$\frac{720}{7} \quad (1)$$

۴۲. در مدل اتمی رادرفورد، با چرخش الکترون به دور هسته، انرژی آن ... شده و شعاع حرکت آن ... می‌شود و در نتیجه بسامد

حرکت آن ... می‌باید.

- (۱) کم-بزرگ-افزایش (۲) کم-بزرگ-افزایش

- (۳) زیاد-بزرگ-کاهش (۴) کم-کوچک-کاهش

۴۳. رابطه انرژی یک فوتون که در اثر گذار الکترون از یک تراز انرژی بالا به تراز انرژی پایین‌تر گسیل می‌شود، به صورت

$$E = A \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \text{ می‌باشد. در این رابطه، } A \text{ کدام است؟}$$

$$\frac{R_H}{hc} \quad (2)$$

$$R_H \quad (1)$$

$$\frac{R_H c}{h} \quad (4)$$

$$R_H hc \quad (3)$$

۴۴. اگر برای اختلاف انرژی ترازها در اتم هیدروژن با توجه به رابطه بور داشته باشیم: $a = E(3 \rightarrow 1) = b$, $\Delta E(4 \rightarrow 1) = c$

$$\Delta E(3 \rightarrow 2) = d \text{ کدام است؟}$$

$$a + b - c \quad (2)$$

$$b + c - a \quad (1)$$

$$a - b - c \quad (4)$$

$$a + c - b \quad (3)$$

۴۵. کدامیک از معادله‌های زیر، اساس کار یک لیزر است؟ (* نشانه اتم برانگیخته است).

$$(\text{۱}) \text{ اتم}^* \rightarrow \text{اتم} + \text{فوتون}$$

$$(\text{۲}) \text{ اتم} \rightarrow \text{اتم} + \text{فوتون}$$

$$(\text{۳}) \text{ فوتون} + \text{اتم} \rightarrow \text{اتم} + \text{فوتون}$$

$$(\text{۴}) \text{ فوتون} + \text{اتم} \rightarrow \text{اتم} + \text{فوتون}$$



شیمی پیش دانشگاهی: صفحه های ۱۰۴ تا ۱۱۹
۴۶- چه تعداد از عبارت های زیر نادرست است؟

- (آ) سلول های گالوانی نوع اول برخلاف سلول های گالوانی نوع دوم یکبار مصرف بوده و قابل شارژ نیستند.
 (ب) سلول های انباره ای به هنگام شارژ شدن تبدیل به یک سلول گالوانی می شوند.
 (پ) هنگام استفاده از سلول های گالوانی نوع دوم، واکنش های خود به خودی انجام شده در مرحله شارژ شدن، در جهت معکوس رانده می شود.
 (ت) با تری ها و سلول های سوختی که منبع انرژی الکتروشیمیایی می باشند با تمام شدن واکنش دهنده های موجود در آن ها غیرفعال می شوند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴۷- کدام مطلب در رابطه با فرایند هال به درستی بیان شده است؟ ($Al = 27, C = 12, O = 16 : g/mol^{-1}$)

- (۱) در آند سلول الکتروشیمیایی مورد استفاده در روش هال، کربن مونواکسید تولید می شود.
 (۲) در این فرایند به ازای تولید هر مول گاز، ۳ مول الکترون مبادله شده است.
 (۳) به ازای برگرفت ۲ مول آلومینیم تولید شده بیشتر از جرم گاز تولیدی می باشد.
 (۴) در فرایند هال، قطب منفی منبع جریان برق به بدن ظرف متصل شده و کاتد محسوب می شود.

۴۸- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) زنگ آهن در اطراف پایگاه کاتدی که غلظت اکسیژن زیاد است، تشکیل می شود.
 (۲) در زنگ زدن آهن، یون ها در مدار بیرونی (رسانای یونی) جریان یافته و مدار الکتریکی را کامل می کنند.
 (۳) هنگامی که فلز آهن دچار خوردگی شده و به زنگ آهن تبدیل می شود، عدد اکسایش آن طی یک مرحله افزایش می یابد.
 (۴) بارش باران موجب اسیدی شدن محیط آبی و افزایش سرعت زنگ زدن آهن می شود.

۴۹- اگر در آب کاری قطعه های آهنی با طلا، از محلول $Au(NO_3)_3$ به عنوان الکتروولیت و از فلز طلا به عنوان آند استفاده کنیم، در این

نیم واکنش	$E^\circ(V)$
$4H^+(aq) + O_2(g) + 4e^- \rightleftharpoons 2H_2O(l)$	۱/۲۳
$Au^{3+}(aq) + 3e^- \rightleftharpoons Au(s)$	۱/۵

صورت همه عبارت های زیر به جز گزینه درست است.

- (۱) با گذشت زمان جرم تیغه آندی کم می شود.
 (۲) در آند گاز اکسیژن آزاد می شود.

(۳) غلظت یون های Au^{3+} به تدریج کم می شود و برای جبران آن باید نمک $Au(NO_3)_3$ اضافه کرد.

(۴) pH محلول به تدریج کم می شود.

۵۰- کدام مطلب در مورد برگرفت از محلول غلیظ سدیم کلرید و سدیم کلرید مذاب درست است؟

- (۱) هر دو برگرفت در سلول دانز انجام می شوند. (۲) نوع گاز آزاد شده در آند هر دو فرایند مشابه است.

(۳) در هر دو فرایند pH اطراف کاتد زیاد می شود. (۴) در هر دو فرایند مقدار یون Na^+ کم می شود.

۵۱- کدام مطلب نادرست است؟

(۱) نیم واکنش کاتدی در سلول های سوختی هیدروژن و متان یکسان بوده و در جهت عکس نیم واکنش آندی در برگرفت آب مایع و خالص است.

(۲) واکنش کلی سلول سوختی هیدروژن عکس واکنش کلی فرایند برگرفت آب مایع و خالص است.

(۳) بازدهی سلول سوختی از مزیتها و تولید و در دسترس نبودن سوخت، از معایب سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن است.

(۴) فراورده های واکنش پخار آب با متان را به طور مستقیم وارد آند سلول سوختی هیدروژن می کنند.

۵۲- با توجه به شکل رو به رو که مربوط به خوردگی آهن می باشد، کدام مطلب صحیح بیان نشده است؟

(۱) نیم واکنش $(OH^-)(aq) + 4e^- \rightarrow O_2(g) + 2H_2O(l)$ در B رخ می دهد.

(۲) در نزدیکی آند ایجاد می شود.

(۳) نیم واکنش آندی در جایی رخ می دهد که غلظت اکسیژن کم باشد.

(۴) جهت حرکت کاتیون های آهن در قطره آب در جهت حرکت الکترون ها در قطعه آهن است.

۵۳- براثر ترد و خردشدن $2/8$ گرم آهن براثر رطوبت هوا و اکسیژن کافی، تغییر جرم ایجاد شده در این نمونه کدام است؟ (فراورده نهایی زنگ آهن است).

(۱) $Fe = 56, H = 1, O = 16 : g/mol^{-1}$ (۲) ۱/۷ گرم کاهش جرم

(۳) ۱/۷ ۲/۵۵ گرم افزایش جرم (۴) ۲/۵۵ گرم کاهش جرم



-۵۴- کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

- آ- برای حفاظت کاتدی آهن آن را با یک فلز که E° آن کوچک‌تر از آهن است، مجاور می‌کنند.
 ب- در اثر خراش در سطح آهن سفید و حلبی به ترتیب روی و آهن به عنوان آند اکسایش یافته و خورده می‌شوند.
 پ- برای حفاظت کاتدی آهن، فلزاتی که در سری الکتروشیمیابی جایگاه پایین‌تری دارند، مناسب هستند.
 ت- در روش حفاظت کاتدی، اگر دو فلز که با یکدیگر در تماس هستند، در معرض هوا و رطوبت قرار بگیرند، بین آن‌ها نوعی سلول ولتاژی ایجاد می‌شود.

ث- برای محافظت لوله‌های نفت از اکسایش، می‌توان آن‌ها را با میله‌هایی از جنس روی، مس و آلومینیم در تماس قرار داد.

- (۱) آ، ب، ت (۲) آ، ب، ث (۳) ب، پ، ت (۴) پ، ت، ث

-۵۵- کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد تولید آلومینیم در فرایند هال نادرست است؟

- (۱) بازیافت فلز Al نسبت به تولید آن از سنگ معدن آن معروف به صرفه‌تر است.

(۲) واکنش کلی انجام شده در این سلول الکترولیتی به صورت $2Al_2O_3(s) + 3C(s) \rightarrow 4Al(l) + 3CO_2(g)$ می‌باشد.

(۳) در سلول الکترولیتی مربوط به تولید آلومینیم، محلول الکترولیت شامل بوکسیت و Na_3AlF_6 می‌باشد.

(۴) اطراف الکترودی که به قطب مثبت منبع جریان برق متصل است، حباب‌های گاز CO_2 تشکیل می‌شود.

-۵۶- کدام گزینه درست است؟ ($Na = 23g.mol^{-1}$)

(۱) با توجه به واکنش $2Na(s) + Cl_2(g) \rightarrow 2NaCl(s)$, $\Delta H = -822kJ$ می‌باشد.

(۲) برای برقکافت سدیم کلرید به دمای بسیار بالای حدود $4267^\circ C$ (فقط کمتر از دمای سطح خورشید) نیاز است.

(۳) در برقکافت سدیم کلرید مذاب به‌ازای تولید $2/24$ لیتر گاز کلر در شرایط STP مقدار $4/6$ گرم سدیم تولید می‌شود.

(۴) گاز تولید شده در بخش کاتدی برقکافت محلول غلیظ نمک خوراکی را می‌توان از برقکافت $NaCl$ مذاب نیز بدست آورد.

-۵۷- کدام گزینه جمله زیر را در مورد آبکاری به‌طور صحیح تکمیل نمی‌کند؟

«.....»

(۱) روکش فلزی روی آن ایجاد می‌شود - باید رسانای جریان برق باشد.

(۲) قرار است لایه نازکی از آن روی جسم دیگر قرار بگیرد - حتماً رسانای جریان برق است.

(۳) روکش فلزی روی آن ایجاد می‌شود - به قطب منفی باتری متصل می‌شود.

(۴) قرار است لایه نازکی از آن روی جسم دیگر قرار بگیرد - به قطب منفی باتری متصل می‌شود.

-۵۸- کدام مورد (های) پیرامون برقکافت آب صحیح است؟

آ- نیمه واکنش اکسایش در آن $2H_2O(g) \rightarrow O_2(g) + 4e^-$ می‌باشد.

ب- در قطب مثبت گاز اکسیژن و در قطب منفی گاز هیدروژن تولید می‌شود.

پ- حجم گاز تولید شده در کاتد نصف گاز تولید شده در آند است.

ت- برقکافت آب فرایندی است که در آن آب به یون‌های سازنده‌اش تجزیه می‌شود.

(۱) آ و ب (۲) ب و پ (۳) فقط ب

-۵۹- اگر در برقکافت 7 لیتر محلول غلیظ نمک خوراکی $3/7$ گرم گاز تولید شود و غلظت $NaOH$ تولید شده به تقریب برابر

$0.2mol.L^{-1}$ باشد، مقدار V کدام است؟ (از تغییر حجم محلول در نتیجه برقکافت صرف نظر کنید).

$$(H=1, Cl=35/5 : g.mol^{-1})$$

$$(1) ۱ لیتر (2) ۱۰ لیتر (3) ۱۰۰ لیتر (4) ۱ لیتر$$

-۶۰- تمام گزینه‌های زیر در مورد برقکافت محلول غلیظ نمک خوراکی در آب نادرست‌اند، به جز:

(۱) نیمه واکنش کاهش در آن با نیمه واکنش کاهش در برقکافت سدیم کلرید مذاب یکسان است.

(۲) اگر به محلول اطراف الکترود مثبت، چند قطره شناساگر فنول فتالین اضافه کنیم، محلول به رنگ ارغوانی درمی‌آید.

(۳) تمام فراورده‌های واکنش آن گازی شکل می‌باشند.

(۴) با ادامه برقکافت این محلول، pH محلول افزایش و غلظت یون کلرید کاهش می‌یابد.

-۶۱- برای تأمین سوخت یک سلول سوختی هیدروژن-اکسیژن، 60 لیتر متان را با 90 لیتر بخار آب واکنش می‌دهیم. با نفوذ سوخت به دست

آمده به این سلول، چند مول الکترون در آند این سلول تولید و برای مصرف این مقدار الکترون به چند مول O_2 نیاز داریم؟ (حجم مولی

گازها را در این شرایط برابر 30 لیتر بر مول درنظر بگیرید).

$$(1) 12 مول الکترون - ۳ مول O_2 (2) 6 مول الکترون - ۳ مول O_2$$

$$(3) 12 مول الکترون - ۴ مول O_2 (4) 6 مول الکترون - ۴ مول O_2$$



$$f''(x) = e^{-x^2} (4x^3 - 6x) = 0 \xrightarrow{e^{-x^2} \neq 0} 4x^3 - 6x = 0$$

$$\begin{cases} x_A = 0 \Rightarrow y_A = k \\ x_B = \frac{\sqrt{6}}{2} \Rightarrow y_B = \frac{\sqrt{6}}{2} e^{-\frac{3}{2}} + k \\ x_C = -\frac{\sqrt{6}}{2} \Rightarrow y_C = -\frac{\sqrt{6}}{2} e^{-\frac{3}{2}} + k \end{cases}$$

$$y_A + y_B + y_C = k + \frac{\sqrt{6}}{2} e^{-\frac{3}{2}} + k - \frac{\sqrt{6}}{2} e^{-\frac{3}{2}} + k = 3k = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{3}$$

«۳» - گزینه ۳ : $\frac{AH'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} \Rightarrow B'C' = \frac{4}{3} AH'$

$$\frac{AH'=x}{B'C'=y} \Rightarrow S_{AB'C'} = \frac{yx}{2} = \frac{1}{3} x^2$$

$$\frac{dS}{dt} = \frac{1}{3} x \left(\frac{dx}{dt} \right) = \frac{1}{3} \times (12)(0/0.5) = 0 / \lambda$$

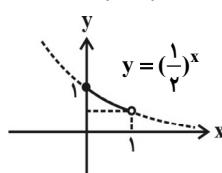
تذکر: در لحظه‌ای که فاصله دو خط ۳ است، $x = 12$.

«۴» - گزینه ۴

ابتدا تابع $gof(x)$ را تشکیل می‌دهیم:

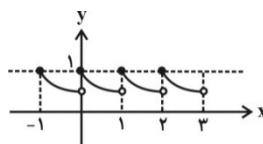
$$\begin{cases} f(x) = [x] - x \\ g(x) = 2^x \end{cases} \Rightarrow gof(x) = 2^{[x]-x}$$

از آنجا که تابع $[x] - x$ و در نتیجه $y = [x] - x$ توابعی متسابق با دوره تناوب یک هستند تابع gof هم تابعی متسابق با دوره تناوب یک است بنابراین برای رسم نمودار gof کافی است نمودار را در یک دوره تناوب رسم کنیم و سپس آن را به بازه‌های دیگر تعمیم دهیم.



$$0 \leq x < 1 \Rightarrow [x] = 0 \Rightarrow gof(x) = 2^{-x} = (\frac{1}{2})^x$$

بنابراین نمودار تابع در R به صورت زیر است.



با توجه به نمودار، تابع در نقاط صحیح دارای ماکزیمم نسبی است ولی می‌نیم نسبی ندارد.

دیفرانسیل

۱ - گزینه ۴

چون وقتی مشتق صفر است، مماس افقی است که یا اکسترمم نسبی است که در این حالت تابع یکنوا نیست و یا عطف است که با توجه به این که در سوال گفته شده تابع یکنواست پس نتیجه گرفته شده همواره درست است.

۲ - گزینه ۲

$$f(x) = \tan x + \cot x$$

$$\Rightarrow f'(x) = 1 + \tan^2 x - 1 - \cot^2 x = \tan^2 x - \cot^2 x$$

$$\Rightarrow f''(x) = 2 \tan x (1 + \tan^2 x) + 2 \cot x (1 + \cot^2 x)$$

$x = \frac{\pi}{4}$ پس طبق آزمون مشتق دوم، نقطه $f'(\frac{\pi}{4}) = 0$ و $f''(\frac{\pi}{4}) > 0$ برای تابع یک نقطه می‌نیم نسبی است.

۳ - گزینه ۳

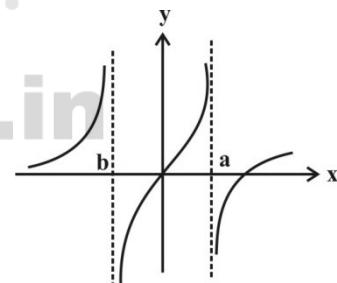
$$2\pi r = \Delta \pi \Rightarrow r = \frac{\Delta}{2}$$

$$\begin{cases} S(r) = \pi r^2 \Rightarrow S'(r) = 2\pi r \\ P(r) = \pi r \Rightarrow P'(r) = \pi \end{cases} \Rightarrow \frac{S'(r)}{P'(r)} = r = \frac{\Delta}{2}$$

۴ - گزینه ۱

$$\begin{cases} y'_+(a) = -\infty \\ y'_-(a) = +\infty \end{cases} \Rightarrow x = a$$

$$\begin{cases} y'_-(b) = +\infty \\ y'_+(b) = -\infty \end{cases} \Rightarrow x = b$$



مبدأ مختصات نیز اکسترمم است اما مشتق پذیر است پس $x = b$ و $x = a$ اکسترمم مشتق ناپذیرند.

۵ - گزینه ۳

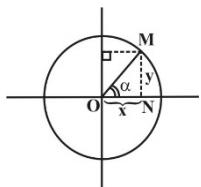
$$f'(x) = (1)e^{-x^2} + (-2x)e^{-x^2} \cdot x = e^{-x^2}(1 - 2x^2)$$

$$\begin{aligned} f''(x) &= (1)e^{-x^2}(1 - 2x^2)' + (-2x)e^{-x^2}(1 - 2x^2) + (-2)e^{-x^2} \\ &= e^{-x^2}(-2x + 4x^3 - 4x) \end{aligned}$$



$$\text{OMN} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{y}{OM} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{y}{a} \Rightarrow y = a \sin \alpha$$

$$\frac{dy}{dt} = a \cos \alpha \left(\frac{d\alpha}{dt} \right)$$



می دانیم $\cos \alpha = \frac{x}{OM}$ و چرخ فلک در هر دقیقه ۱ دور می زند پس α در هر دقیقه 2π رادیان تغییر می کند.

$$\frac{dy}{dt} = a \left(\frac{\pi}{3} \right) (2\pi) = 4\pi$$

«۱۲» - گزینه ۴

مجانب قائم: $x = 0$

$$f(x) = x + \frac{a}{x^3} \Rightarrow f'(x) = 1 - \frac{3a}{x^4} = 0$$

$$\Rightarrow x^4 = 3a \Rightarrow x = \sqrt[4]{3a}$$

x	۰	$\sqrt[4]{3a}$	$+\infty$
y'	-	+	
y	$+\infty$	$f(\sqrt[4]{3a})$	$+\infty$

$$\Rightarrow f(\sqrt[4]{3a}) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{3a}{\sqrt[4]{3a}} = 1 \Rightarrow \sqrt[4]{3a} = 3a \Rightarrow 3a^4 = 27a^4$$

$$\frac{a \neq 0}{a^4} \rightarrow a = \frac{4}{27}$$

«۳» - گزینه ۴

«۱۳» - گزینه ۳

روش اول: باید مختصات A در تابع صدق کند و $y'(\frac{\pi}{3})$ صفر شود.

$$y = \frac{a \sin x}{\cos x + b} \xrightarrow{\text{A}(\frac{\pi}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3})} \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{a \frac{\sqrt{3}}{2}}{-\frac{1}{2} + b}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{a \sqrt{3}}{-1 + 2b} \Rightarrow 3a = 2b - 1 \quad (*)$$

$$y' = \frac{a \cos x (\cos x + b) + a \sin x}{(\cos x + b)^2}$$

$$= \frac{a(\sin x + \cos x) + ab \cos x}{(\cos x + b)^2}$$

$$y'(\frac{\pi}{3}) = 0 \Rightarrow \frac{a + ab(-\frac{1}{2})}{(-\frac{1}{2} + b)^2} = 0 \Rightarrow 2a - ab = 0$$

$$\frac{a \neq 0}{b = 2} \xrightarrow{(*)} a = 1 \Rightarrow y(\frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}$$

روش دوم: به جای این که $y'(\frac{\pi}{3})$ را برابر صفر قرار دهیم می توان از کسر هوپیتال گرفت و مختصات اکسترمم را در هوپیتال صدق داد.

$$\text{hop} \rightarrow y = \frac{a \cos x}{-\sin x} \xrightarrow{\frac{(\frac{\pi}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3})}{-(\frac{\sqrt{3}}{2})}} \frac{a(-\frac{1}{2})}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow a = 1$$

b را نیز با صدق دادن مختصات نقطه در تابع به دست می آوریم.

$$x > 0 \Rightarrow y = \frac{x - 2}{x + 3} \Rightarrow y' = \frac{5}{(x+3)^2} > 0 \Rightarrow y'' = \frac{-10}{(x+3)^3} < 0$$

$$x < 0 \Rightarrow y = \frac{-x - 2}{-x + 3} \Rightarrow y' = \frac{-5}{(-x+3)^2} < 0 \Rightarrow y'' = \frac{-10}{(-x+3)^3} < 0$$

«۱۴» - گزینه ۱

برای این که یک تابع درجه سوم، سه ریشه متمایز داشته باشد، اولاً باید دارای ماقزیم و مینیم نسبی باشد و ثانیاً حاصل ضرب مقادیر ماقزیم و مینیم نسبی آن منفی باشد.

فرض کنیم: $m = 2x^3 - 3x^2 + m$ در این صورت خواهیم داشت:

$$f'(x) = 6x^2 - 6x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow f(0) = m \\ x = 1 \Rightarrow f(1) = m - 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow m(m-1) < 0 \Rightarrow 0 < m < 1$$

«۱۵» - گزینه ۱

$$y = \frac{x^2 - 1}{x^3} \Rightarrow y' = \frac{3x^2 - x^4}{x^6} = \frac{3 - x^2}{x^4}$$

$$\Rightarrow y'' = \frac{2x^3 - 12}{x^5} = 0 \Rightarrow x = \sqrt[3]{6}, \quad x = -\sqrt[3]{6}$$

با این که y'' در $x = 0$ تغییر علامت می دهد، اما تابع در $x = 0$ تعریف نشده است پس $x = 0$ طول نقطه عطف نیست.



$$\Rightarrow \underbrace{A^{-1}AB^{-1}}_{I_3} - A^{-1}\underbrace{BB^{-1}}_{I_3} = 3(A^{-1}AB^{-1})$$

$$\Rightarrow B^{-1} - A^{-1} = 2I_3 \Rightarrow A^{-1} - B^{-1} = -3I_3$$

مجموع درایه‌های I_3 برابر ۳ است، پس مجموع درایه‌های $-3I_3$ برابر -۹ خواهد بود.

$$(PR)^{-1} = R^{-1}P^{-1}$$

$$D = B^{-1}A^{-1}C = (B^{-1}A^{-1})C = (AB)^{-1}C$$

$$AB = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow (AB)^{-1} = \frac{1}{|AB|}(AB)^* = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 11 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

گزینه «۲»

به طور کلی، اگر P و R دو ماتریس وارون پذیر باشند:

گزینه «۱»

با توجه به تمرین ۶ صفحه ۱۳۷ کتاب هندسه تحلیلی داریم:

$$(P^{-1}AP)^6 = P^{-1}A^6P$$

و چون هر سه ماتریس مربعی هستند:

$$|P^{-1}A^6P| = |P^{-1}| \parallel A^6 \parallel |P| = |A|^6$$

$$|P^{-1}| = \frac{1}{|P|}$$

زیرا:

و با توجه به این که دترمینان ماتریس دوران همواره یک است می‌توان نتیجه

$$|A^6| = 1$$

$$|R_\theta| = \begin{vmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{vmatrix} = \cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$$

گزینه «۴»

$$|BAB^{-1} - 2I| = |BAB^{-1} - 2BB^{-1}| = |B(A - 2I)B^{-1}|$$

$$= |B| \parallel A - 2I \parallel B^{-1}| = \underbrace{|B| \parallel B^{-1}|}_{1} |A - 2I| = |A - 2I| = -12$$

$$A - 2I = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}$$

گزینه «۳»

$$y = \begin{cases} \sqrt{x+1}, & x > 0 \\ -\sqrt{-x+1}, & x < 0 \end{cases} \text{ یا } y = \begin{cases} \frac{1}{x^2+1}, & x > 0 \\ \frac{1}{(-x)^2+1}, & x < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y' = \begin{cases} \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}, & x > 0 \\ \frac{1}{2}(-x)^{-\frac{1}{2}}, & x < 0 \end{cases} \Rightarrow y'' = \begin{cases} -\frac{1}{4}x^{-\frac{3}{2}}, & x > 0 \\ \frac{1}{4}(-x)^{-\frac{3}{2}}, & x < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y'' = \begin{cases} -\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{x\sqrt{x}}, & x > 0 \\ \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{-x\sqrt{-x}}, & x < 0 \end{cases}$$

به ازای $x > 0$ تقریز رو به پایین و به ازای $x < 0$ تقریز رو به بالا است. بنابراین بازه مورد نظر $(-\infty, 0)$ است.

گزینه «۴»

اگر فرض کنیم x قطر کوچک و y قطر بزرگ باشد، داریم:

$$S = \frac{1}{2}xy \Rightarrow 36 = \frac{1}{2}xy \Rightarrow xy = 72 \Rightarrow y = \frac{72}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dt} = \frac{-72}{x^2} \frac{dx}{dt} \xrightarrow{x=6\text{cm}} 12 = \frac{-72}{36} \frac{dx}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dt} = -6 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

هندسه تحلیلی

گزینه «۳»

$$A^T = O \Rightarrow A^T + I = I \Rightarrow (A + I)(A^T - A + I) = I$$

و می‌دانیم اگر حاصل ضرب دو ماتریس برابر ماتریس واحد شود، آن دو ماتریس وارون هم هستند. لذا داریم:

$$(A + I)^{-1} = A^T - A + I$$

گزینه «۴»

عبارت $3AB - A$ را از چپ در A^{-1} و از راست در B^{-1} ضرب می‌کنیم، داریم:

$$A^{-1}(A - B)B^{-1} = A^{-1}(3AB)B^{-1}$$



«۴» - ۲۱

$$\begin{aligned} B &= A_1 + A_2 + \cdots + A_{21} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & n \\ n & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & n \\ n & 2 \end{bmatrix} + \cdots + \begin{bmatrix} 21 & n \\ n & 21 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1+2+\cdots+21 & 21n \\ 21n & 1+2+\cdots+21 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

با توجه به این که: $1+2+\cdots+21 = \frac{21(21+1)}{2} = 231$ داریم:

$$B = \begin{bmatrix} 231 & 21n \\ 21n & 231 \end{bmatrix}$$

در صورتی وارون پذیر نیست که $|B| = 0$ باشد، حال:

$$|B| = 0 \Rightarrow (231)^2 - (21n)^2 = 0 \Rightarrow 21n = 231 \Rightarrow n = \frac{231}{21} = 11$$

«۴» - ۲۲

ماتریس A وارون پذیر نیست، هرگاه $|A| = 0$. اگر به جای درایه صفر، m قرار دهیم، آنگاه:

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ m & 1 & 3 \\ -2 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (-2+6+2m) - (-2+12+m) = 0$$

$$\Rightarrow m - 6 = 0 \Rightarrow m = 6$$

«۳» - ۲۳

$$\begin{aligned} a_{ij}^{-1} &= \frac{1}{|A|} \cdot A_{ji} \\ a_{23}^{-1} &= \frac{A_{32}}{|A|} = \frac{(-1)^4 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}}{|A|} = \frac{3}{9-3k} = \frac{1}{3-k} = 1 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 3 - k = 1 \Rightarrow k = 2$$

$$|A| = 9 - 3k = 9 - 3(2) = 9 - 6 = 3$$

«۳» - ۲۴

$$|A^{-1}| = 1(4 \times 6 - 5 \times 1) = 19 \Rightarrow |A| = \frac{1}{19}$$

$$A^* = A^{-1} \times |A| = \frac{1}{19} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \\ 0 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\text{جمع درایه‌ها} = \frac{22}{19}$$



«۲۴ - گزینه»

$$S = \{a, b, c, d\}$$

$$P(\{a, b\}) = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{از هم مستقلند}} P(\{a, b\} \cap \{a, c\}) = P(a) = \frac{1}{6}$$

$$P(\{a, c\}) = \frac{1}{3}$$

$$P(\{a, b\}) = P(a) + P(b) = \frac{1}{2} \Rightarrow P(b) = \frac{1}{3}$$

از طرفی:

$$P(\{a, c\}) = P(a) + P(c) = \frac{1}{3} \Rightarrow P(c) = \frac{1}{6}$$

$$P(S) = P(a) + P(b) + P(c) + P(d) = 1 \Rightarrow P(d) = \frac{1}{3}$$

$$P(\{d, c\}) = P(d) + P(c) = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$$

«۳۴ - گزینه»

چون پرتابها از هم مستقلاند پس احتمال هر کدام از پرتابها را در هم ضرب

می‌کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} P(3) = \frac{1}{6} \\ P(3) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad (\text{مضرب } 3) \\ P(3) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad (\text{از تراکم } 3) \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{6} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{54}$$

«۳۵ - گزینه»

احتمال شرطی است و فضای نمونه‌ای تقلیل می‌باید به حالاتی از ۳۶ حالت کلی

که دو عدد رو شده مضرب هم هستند.

تاس اول تاس دوم

$$\left. \begin{array}{l} 1 \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \\ 2 \rightarrow \{1, 2, 4, 6\} \\ 3 \rightarrow \{1, 3, 6\} \\ 4 \rightarrow \{1, 2, 4\} \\ 5 \rightarrow \{1, 5\} \\ 6 \rightarrow \{1, 2, 3, 6\} \end{array} \right\}$$

حالا کل حالاتی که مجموع دو تاس از ۷ بیشتر است.

عبارتند از:

$$(5, 5), (4, 4), (3, 6), (2, 6), (6, 6), (6, 3), (6, 2)$$

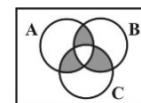
$$n(A) = ۷$$

$$P(A) = \frac{۷}{۳۶}$$

پس:

«۲۹ - گزینه»

مطابق نمودار زیر فقط ۲ مجموعه از ۳ مجموعه C, B, A همان ناحیه ها شورخورده می‌باشد. که با دستور زیر قابل محاسبه است.



$$n(A \cap B) + n(A \cap C) + n(B \cap C) - ۳n(A \cap B \cap C)$$

$$\Rightarrow P = P(A \cap B) + P(A \cap C) + P(B \cap C) - ۳P(A \cap B \cap C)$$

$$P = \frac{\left[\frac{۳۰۰}{۱۵}\right] + \left[\frac{۳۰۰}{۱۰}\right] + \left[\frac{۳۰۰}{۶}\right] - ۳\left[\frac{۳۰}{۳}\right]}{۳۰۰} = \frac{۲۰ + ۳۰ + ۵۰ - ۳۰}{۳۰۰} = \frac{۷}{۳۰}$$

«۳۰ - گزینه»

فضای نمونه‌ای آزمایش مورد نظر عبارت است از:

$$S = \{13, 15, 16, 31, 35, 36, 51, 53, 56, 61, 63, 65\}$$

اگر پیشامد مورد نظر ما A باشد، آنگاه $A = \{13, 31, 53, 61\}$. در نتیجه:

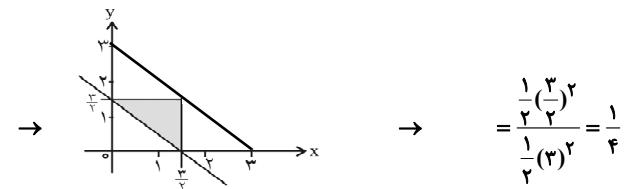
$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۴}{۱۲} = \frac{1}{3}$$

«۳۱ - گزینه»

فرض می‌کنیم که طول یک ضلع x و ضلع دوم y باشد، پس ضلع سوم y - x - ۳ است. در این مثلث، طول اضلاع مثبت بوده و طبق نامساوی مثلثی مجموع طول هر دو ضلع از طول ضلع سوم بزرگتر است.

$$x > 0, \quad y > 0, \quad ۳ - x - y > 0 \Rightarrow x + y < ۳$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y > \frac{۳}{۲} \\ x + y > ۳ - x - y \\ x + y > x \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} y < \frac{۳}{۲} \\ y < \frac{۳}{۲} \\ x < \frac{۳}{۲} \end{array} \right\}$$



«۳۲ - گزینه»

(بیزد و غذا نسوزد) $P \times$ (غذا بیزد) P = (نسوزد و غذا بیزد) P

$$= ۰ / ۴ \times (۱ - ۰ / ۸) = ۰ / ۴ \times ۰ / ۲ = ۰ / ۰ / ۸$$

**فیزیک پیش‌دانشگاهی****«۳۶- گزینه ۳»**

با استفاده از رابطه انرژی هر فوتون، داریم:

$$E = hf \Rightarrow E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{600 \times 10^{-9}} \Rightarrow E = 2 \text{ eV}$$

«۳۷- گزینه ۳»

طبق رابطه اینشتین برای پدیده فتوالکتریک، داریم:

$$eV_o = hf - W_o = \frac{hc}{\lambda} - W_o$$

$$\frac{V_o = 2 \text{ V}}{W_o = 4 \text{ eV}} \Rightarrow 2 = \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{\lambda} - 4$$

$$\Rightarrow \frac{12 \times 10^{-17}}{\lambda} = 6 \Rightarrow \lambda = 200 \text{ nm}$$

«۳۸- گزینه ۱»

با توجه به رابطه اینشتین برای پدیده فتوالکتریک، مقدار بیشینه انرژی جنبشی با ولتاژ قطع برابر است با:

$$eV_o = hf - W_o \Rightarrow \frac{V'_o}{V_o} = \frac{hf' - W_o}{hf - W_o}$$

$$\frac{f' = 2f}{V'_o = KV_o} \Rightarrow K = \frac{2hf - W_o}{hf - W_o} \Rightarrow$$

$$K = \frac{hf + hf - W_o}{hf - W_o} = \frac{hf}{hf - W_o} + \frac{hf - W_o}{hf - W_o} \Rightarrow K = \frac{hf}{hf - W_o} + 1$$

چون $1 < K < 2$ است، بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که K می‌شود.

«۳۹- گزینه ۴»

طیف گسیلی اتمی، طیفی ناپیوسته (گسسته) است که از پاشیده شدن نور گسیلی از اتم‌های جسم وقتی به حالت بخار یا گاز باشد، تشکیل می‌شود.

«۴۰- گزینه ۲»

وقتی الکترون از تراز پایین‌تر به تراز بالاتر می‌رود که توسط یک فوتون انرژی جذب کند. از طرف دیگر چون $n = 4$ مربوط به رشته برآکت است، در نتیجه طول موج جذب شده مربوط به خط سوم رشته برآکت می‌باشد.

**«۴۱- گزینه ۳»**

گسیل القایی اساس کار لیزر است که رابطه آن به صورت (2) فوتون + اتم \rightarrow فوتون + * اتم است.

«۴۲- گزینه ۳»
اگر الکترون در اتم هیدروژن در تراز n قرار داشته باشد، با در نظر گرفتن تمام گذارهای ممکن برای آن، تعداد فوتون‌هایی که با انرژی‌های مختلف گسیل می‌شود، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$N = \frac{n(n-1)}{2} \xrightarrow{n=6} N = \frac{6 \times (6-1)}{2} \Rightarrow N = 15$$

کمترین طول موج گسیلی در حالتی است که انرژی فوتون تابشی بیشترین مقدار را داشته باشد و این در حالتی است که الکترون از تراز $n=6$ به تراز $n'=1$ برود.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\lambda} &= R_H \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \xrightarrow{n=6, n'=1} \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \times \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{36} \right) \\ &\Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \times \frac{35}{36} \Rightarrow \lambda = \frac{3600}{35} = \frac{720}{7} \text{ nm} \end{aligned}$$

«۴۳- گزینه ۳»
در مدل اتمی رادرفورد، چون حرکت الکترون‌ها به دور هسته یک حرکت شتابدار است، این حرکت باعث گسیل امواج الکترومغناطیسی می‌شود که در نتیجه آن انرژی الکترون‌ها کاهش یافته و در نتیجه شعاع مدار حرکت آن‌ها به دور هسته کوچک‌تر و بسامد حرکت آن‌ها بیشتر می‌شود و در نهایت باعث می‌شود تا الکترون‌ها به درون هسته سقوط کنند و بنابراین طبق این نظریه اتم‌ها پایدار نخواهند بود.

«۴۴- گزینه ۱»
با استفاده از رابطه ریدبرگ و تعریف انرژی و طول موج هر فوتون، داریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \xrightarrow{\lambda = \frac{c}{f}} \frac{f}{c} = R_H \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\xrightarrow{E = hf} E = R_H hc \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

«۴۵- گزینه ۳»
از معلومات سوال خواهیم داشت:
 $\Delta E(4 \rightarrow 1) = E_4 - E_1 = a \quad (1)$
 $\Delta E(3 \rightarrow 1) = E_3 - E_1 = b \Rightarrow E_3 = b + E_1 \quad (2)$
 $\Delta E(4 \rightarrow 2) = E_4 - E_2 = c \Rightarrow E_2 = E_4 - c \quad (3)$

طبق خواسته سوال می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \Delta E(3 \rightarrow 2) &= E_3 - E_2 \xrightarrow{(2), (3)} \\ \Delta E(3 \rightarrow 2) &= b + E_1 - (E_4 - c) = b + c - (E_4 - E_1) \\ \xrightarrow{(1)} \Delta E(3 \rightarrow 2) &= b + c - a \end{aligned}$$

«۴۶- گزینه ۳»
گسیل القایی اساس کار لیزر است که رابطه آن به صورت (2) فوتون + اتم \rightarrow فوتون + * اتم است.



شیمی پیش‌دانشگاهی

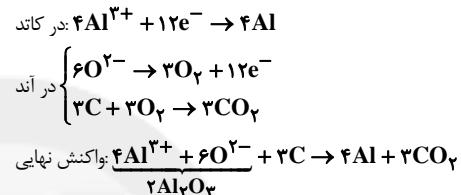
«۴۶- گزینه ۲»

عبارت‌های (ب) و (پ) نادرست‌اند. بیان درست این عبارت‌ها به صورت زیر است:
عبارت (ب): سلول‌های انبارهای (که جزء سلول‌های گالوانی نوع ۲ هستند) هنگام استفاده از آن‌ها به عنوان یک سلول گالوانی عمل کرده و جریان برق تولید می‌کنند. اما به هنگام شارژشدن یک سلول الکتروولیتی هستند.

عبارت (پ): بازتری‌های نوع دوم به هنگام شارژشدن یک سلول الکتروولیتی هستند. حین شارژ شدن با عبور یک جریان الکتریکی، واکنش‌های خودبه‌خودی انجام شده در مرحله تولید برق، درجهت معکوس رانده می‌شود.

«۴۷- گزینه ۴»

واکنش‌های انجام شده در فرایند هال به صورت زیر است:

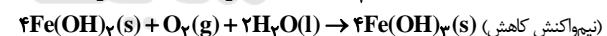
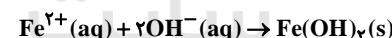
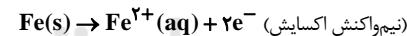


در این روش در آند کربن دی‌اکسید تولید می‌شود. در کل بهازای تبادل ۱۲ مول الکترون، ۳ مول گاز تولید شده است؛ پس بهازای تولید هر مول گاز ۴ مول الکترون می‌باشد. می‌شود.

بهازای برگافت ۲ مول آلومینیم، ۴ مول آلومینیم با جرم 108 g و ۳ مول گاز CO_2 با جرم 132 g تولید می‌شود.

«۴۸- گزینه ۳»

هنگامی که فلز آهن دچار خوردگی شده و به زنگ آهن تبدیل می‌شود، عدد اکسایش آن طی دوره افزایش می‌باشد:



توجه: عدد اکسایش Fe در 4Fe(OH)_3 برابر $+3$ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: پایگاه آندی محلی است که غلظت اکسیژن در آن جا بیشتر است و محل کاهش می‌باشد. تشکیل زنگ آهن در اطراف پایگاه آندی رخ می‌دهد. (اطراف قطره)

پایگاه آندی محلی است که غلظت اکسیژن در آن جا کم است و محل اکسایش می‌باشد. در اطراف پایگاه آندی آهن اکسید می‌شود. (زیر قطره)

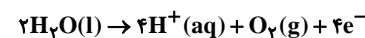
گزینه «۲»: در زنگزدن آهن: $\left\{ \begin{array}{l} \text{قطره آب} = \text{مدار بیرونی}, \text{رسانای یونی} \\ \text{فلز آهن} = \text{مدار درونی}, \text{رسانای الکترونی} \end{array} \right.$

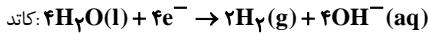
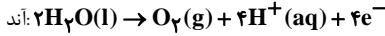
گزینه «۴»: آب باران به دلیل وجود داشتن مقادیر کمی از یون‌های H_3O^+ و HCO_3^- خاصیت اسیدی دارد. بنابراین بارش باران موجب اسیدی شدن محیط

(افزایش غلظت H_3O^+) و کاهش غلظت OH^- و انجام بیشتر واکنش در جهت رفت و درنتیجه افزایش سرعت زنگزدن آهن می‌شود.

«۴۹- گزینه ۱»

با توجه به E° های داده شده، آب برای اکسایش در آند نسبت به فلز طلا برند است و در آند آب اکسید می‌شود.





ت - بر اساس فرایند بر قکافت آب، آب به عنصرهای سازنده اش تجزیه می شود.

۵۹- گزینه «۳»

معادله کلی واکنش در بر قکافت آب نمک غلیظ به صورت زیر است:



فرض می کنیم x مول از هریک از گازهای H_2 و Cl_2 تشکیل شده باشند.

$$(x\text{molH}_2 \times 2\text{g.mol}^{-1}) + (x\text{molCl}_2 \times 71\text{g.mol}^{-1}) = 2 / 3\text{g}$$

$$73x = 2 / 3 \Rightarrow x = 0 / 1\text{mol}$$

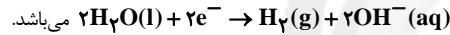
با تولید $1 / 0$ مول H_2 یا Cl_2 ، به مقدار $2 / 0$ مول OH^- تولید می شود.

$$M = \frac{n}{V} \Rightarrow 0 / 0 \text{mol.L}^{-1} = \frac{0 / 2\text{mol(OH)}^-}{VL} \Rightarrow V = 10\text{L}$$

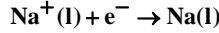
۶۰- گزینه «۴»

بررسی تمام گزینه ها:

گزینه «۱»: در بر قکافت محلول غلیظ نمک خوارکی نیم واکنش کاهش به صورت



نیم واکنش کاهش در بر قکافت سدیم کلرید مذاب به صورت زیر است:



گزینه «۲»: در اطراف الکترود منفی (کاتد)، کاهش آب موجب تولید یون OH^- و OH^- شدن محلول می شود. بنابراین اگر به محلول اطراف کاتد، چند قطره شناساگر فنول فتالین اضافه کنیم، محلول به رنگ ارغوانی درمی آید.

گزینه «۳»: فراورده های بر قکافت محلول غلیظ نمک خوارکی عبارتند از:



گزینه «۴»: با ادامه بر قکافت محلول غلیظ نمک خوارکی pH محلول، غلظت یون سدیم و مقدار یون هیدروکسید افزایش می یابد. در حالی که غلظت یون کلرید و مقدار آب کم می شود.

۶۱- گزینه «۱»

$$? \text{molCH}_4 = 6.0\text{L CH}_4 \times \frac{1\text{mol CH}_4}{3.0\text{L CH}_4} = 2\text{mol CH}_4$$

$$? \text{molH}_2\text{O} = 9.0\text{LH}_2\text{O} \times \frac{1\text{mol H}_2\text{O}}{3.0\text{LH}_2\text{O}} = 3\text{mol H}_2\text{O}$$

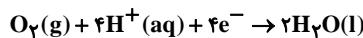
با توجه به واکنش $\text{CH}_4(\text{g}) + \text{H}_2\text{O(g)} \rightarrow \text{CO(g)} + 2\text{H}_2(\text{g})$ و برابر بودن ضرایب CH_4 و H_2O درمی بایم که CH_4 در این واکنش نقش محدود کننده را دارد.

$$? \text{molH}_2 = 2\text{molCH}_4 \times \frac{3\text{molH}_2}{1\text{molCH}_4} = 6\text{molH}_2$$

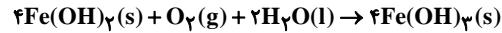
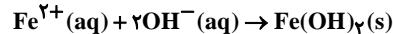
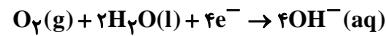
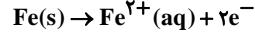
نیم واکنش اکسایش در آند سلول به صورت $\text{H}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{H}^+(\text{aq}) + 2\text{e}^-$ است.

$$? \text{mole}^- = 6\text{molH}_2 \times \frac{2\text{mole}^-}{1\text{molH}_2} = 12\text{mole}^-$$

و این تعداد الکترون در کاتد طبق واکنش زیر مصرف می شوند.



$$? \text{molO}_2 = 12\text{mole}^- \times \frac{1\text{molO}_2}{4\text{mole}^-} = 3\text{molO}_2$$



اگر واکنش های اول و سوم را در 4 ضرب کنیم، نسبت مولی بین Fe و فراورده نهایی (Fe(OH)_3) یا $(\text{Fe}_2\text{O}_3 \cdot 3\text{H}_2\text{O})$ یا $2(\text{Fe(OH)}_3)$ بدست می آید.



$$? \text{gFe(OH)}_3 = 2 / 8 \text{gFe} \times \frac{1\text{molFe}}{56\text{gFe}} \times \frac{4\text{molFe(OH)}_3}{4\text{molFe}}$$

$$\times \frac{107\text{gFe(OH)}_3}{1\text{molFe(OH)}_3} = 5 / 35 \text{gFe(OH)}_3$$

$$\text{افزایش جرم جرم} = 5 / 35 - 2 / 8 = 2 / 55 \text{g}$$

۵۴- گزینه «۱»

در روش حفاظت کاتدی، فلزی که می خواهد آن را از اکسایش محافظت کنند با فلزی که آن کوچکتر است، یعنی در سری الکتروشیمیایی جایگاه بالاتری دارد، مجاور می کنند. بنابراین مورد «آ» درست و مورد «ب» نادرست است. در این روش بین دو فلز، یک سلول گالوانی (ولتاژی) ایجاد می شود. درنتیجه مورد «ت» درست است.

برای محافظت لوله های نفت (آهن) آن را با فلزات بالاتر در سری الکتروشیمیایی مانند (Zn, Al) مجاور می کنند نه با فلز پایین تر در سری الکتروشیمیایی (Cu). بنابراین مورد «ث» نادرست است.

در اثر ایجاد خراش در آهن سفید، Zn اکسید و Fe از اکسایش محافظت می شود اما در حلیبی Fe اکسید و Sn از اکسایش محافظت می گردد. لذا مورد «ب» درست است.

۵۵- گزینه «۴»

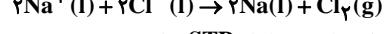
الکتروولیت این سلول را پس از خالص سازی آلومینی ناخالص (بوکسیت) و حل کردن آن در کربولیت مذاب در دمای 960°C تهیه می کنند.

۵۶- گزینه «۱»

گزینه «۱»: نادرست. آنتالپی استاندارد تشکیل NaCl(s) برابر -411 کیلوژول بر مول می باشد و انرژی شبکه مقدار انرژی آزادشده هنگام تشکیل 1 مول جامد یونی از یون های گازی سازنده آن است.

گزینه «۲»: نادرست. برای خودبه خودی انجام شدن تجزیه گرمایی سدیم کلرید نه بر قکافت آن.

گزینه «۳»: درست. با توجه به واکنش کلی مربوط به بر قکافت سدیم کلرید مذاب:



به ازای 46 گرم سدیم، $22/4$ لیتر گاز کلر در شرایط STP تولید می شود.

گزینه «۴»: نادرست. در بخش کاتدی بر قکافت محلول غلیظ سدیم کلرید گاز هیدروژن تولید می شود نه گاز کلر.

۵۷- گزینه «۴»

در آبکاری هر دو جسم (کاتد و آند) باید رسانای جریان برق باشند. جسمی که قرار است لایه نازکی از آن روی جسم دیگر قرار گیرد، باید به قطب مثبت باتری متصل شود.

۵۸- گزینه «۳»

فقط مورد ب صحیح است. بررسی سایر موارد:

آ - در نیم واکنش اکسایش آب به حالت فیزیکی مایع اکسید می شود.

پ - طبق دو واکنش زیر حجم گاز تولید شده در کاتد دو برابر آند می باشد.