

بسمه تعالی

سوالات و پاسخ نامه درس ریاضی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی داخل کشور سال ۱۳۹۸ سیّد علی موسوی

۱۰۱- در یک کلاس ۳۹ نفری، ۱۶ نفر در گروه ورزش، ۱۲ نفر در گروه روزنامه دیواری و ۹ نفر فقط در گروه ورزش هستند. چند نفر آنان عضو هیچ یک از این دو گروه نیستند؟

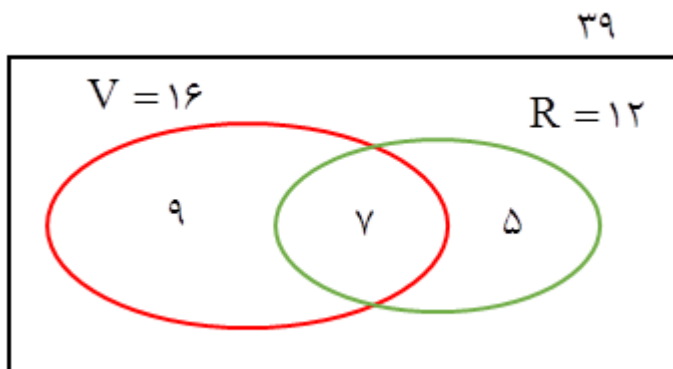
۱۸ (۴)

۱۷ (۳)

۱۶ (۲)

۱۵ (۱)

گزینه ۴



۱۰۲- اگر $A = \sqrt[5]{4^3 \sqrt{16}} \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{4}{3}}$ باشد، حاصل $(2A)^{-\frac{1}{3}}$ ، کدام است؟

۱ (۴)

۰٫۷۵ (۳)

۰٫۵ (۲)

۰٫۲۵ (۱)

گزینه ۲

$$A = \sqrt[5]{4^3 \sqrt{4^5}} \times (2^{-1})^{-\frac{4}{3}} = 2^{\frac{2}{3}} \times 2^{\frac{4}{3}} = 2^2$$

$$(2A)^{-\frac{1}{3}} = (2^3)^{-\frac{1}{3}} = 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

۱۰۳- به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، معادله درجه دوم $(2m-1)x^2 + 6x + m - 2 = 0$ ، دارای دو ریشه حقیقی است؟

-۲ < m < ۳٫۵ (۲)

-۲ < m < ۲٫۵ (۱)

-۱ < m < ۲٫۵ (۴)

-۱ < m < ۳٫۵ (۳)

گزینه ۳

$$\Delta > 0 \longrightarrow (6)^2 - 4(2m-1)(m-2) > 0 \longrightarrow 9 - (2m^2 - 4m - m + 2) > 0$$

$$2m^2 - 5m - 7 < 0 \xrightarrow{b=a+c} -1 < m < \frac{7}{2}$$

۱۰۴- نمودار تابع $y = -x^2 + 2x + 5$ را ۳ واحد به طرف x های مثبت، سپس ۲ واحد به طرف y های منفی انتقال می‌دهیم.

نمودار جدید در کدام بازه، بالای نیمساز ربع اول است؟

(۲, ۶) (۴)

(۳, ۵) (۳)

(۲, ۵) (۲)

(۳, ۴) (۱)

گزینه ۱

$$y = -(x^2 - 2x + 1 - 1) + 5 \longrightarrow y = -(x-1)^2 + 6 \xrightarrow{\substack{x \rightarrow x-3 \\ y \rightarrow y-2}} y = -(x-3-1)^2 + 6 - 2$$

$$\begin{cases} y = -(x-4)^2 + 4 \\ y = x \end{cases} \longrightarrow -(x-4)^2 + 4 > x \longrightarrow -x^2 + 8x - 16 + 4 - x > 0$$

$$x^2 - 7x + 12 < 0 \longrightarrow (x-3)(x-4) < 0 \longrightarrow 3 < x < 4$$

بسمه تعالی

سوالات و پاسخ نامه درس ریاضی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی داخل کشور سال ۱۳۹۸ سیّد علی موسوی

۱۰۵- مجموع تمام اعداد طبیعی دو رقمی مضرب ۷، کدام است؟

۷۴۲ (۴)

۷۳۵ (۳)

۷۲۸ (۲)

۷۲۱ (۱)

گزینه ۴

$$۱۴, ۲۱, \dots, ۹۸ \longrightarrow n = \left[\frac{۱۰۰}{۷} \right] - ۱ = ۱۴ - ۱ = ۱۳$$

$$S_{۱۳} = \frac{۱۳}{۲} (۱۴ + ۹۸) = ۱۳(۵۶) = ۷۲۸$$

۱۰۶- بهروز یک مجله را به تنهایی ۹ ساعت زودتر از فرهاد تایپ می کند. اگر هر دو با هم کار کنند، در ۲۰ ساعت این کار انجام می شود. بهروز به تنهایی در چند ساعت این کار را انجام می دهد؟

۳۶ (۴)

۳۵ (۳)

۳۳ (۲)

۳۲ (۱)

گزینه ۴

در یک روز، بهروز $\frac{1}{x}$ و فرهاد $\frac{1}{x+9}$ و هر دو با هم $\frac{1}{20}$ کار را انجام می دهند.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+9} = \frac{1}{20} \longrightarrow \frac{x+9+x}{x(x+9)} = \frac{1}{20} \longrightarrow \frac{2x+9}{x^2+9x} = \frac{1}{20} \longrightarrow x^2+9x = 40x+180$$

$$x^2+31x-180=0 \longrightarrow (x-36)(x+5)=0 \quad x=36$$

۱۰۷- اگر $f = \{(1,2), (2,5), (3,4), (4,6)\}$ و $g = \{(2,3), (4,2), (5,6), (3,1)\}$ باشند. تابع $\frac{g}{g \circ f^{-1}}$ ، کدام است؟ $\{(3,5), (2,4)\}$ (۴) $\{(5,2), (2,4)\}$ (۳) $\{(4,2), (3,5)\}$ (۲) $\{(4,2), (5,2)\}$ (۱)

گزینه ۱

$$f^{-1} = \{(2,1), (5,2), (4,3), (6,4)\} \quad h = g \circ f^{-1} = \{(5,3), (4,1), (6,2)\}$$

$$D_g \cap D_h = \{5, 4\} \quad \frac{g}{h} = \{(5,2), (4,2)\}$$

۱۰۸- نمودار یک تابع به صورت $f(x) = -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{Ax+B}$ ، نمودار تابع $y = x^2 - x$ را در دو نقطه به طول های ۱ و ۲ قطعمی کند. $f(3)$ کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

گزینه ۴

$$y = x^2 - x \longrightarrow \begin{cases} x=1 \longrightarrow y=0 \longrightarrow A(1,0) \\ x=2 \longrightarrow y=2 \longrightarrow B(2,2) \end{cases}$$

$$y = -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-Ax-B} \longrightarrow \begin{cases} 0 = -2 + 2^{-A-B} \longrightarrow 2 = 2^{-A-B} \longrightarrow -A-B=1 \\ 2 = -2 + 2^{-2A-2B} \longrightarrow 4 = 2^{-2A-2B} \longrightarrow -2A-2B=2 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} A=-1 \\ B=0 \end{cases}$$

$$y = -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-x} \longrightarrow f(3) = -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = -2 + 8 = 6$$

بسمه تعالی

سوالات و پاسخ نامه درس ریاضی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی داخل کشور سال ۱۳۹۸ سیّد علی موسوی

۱۰۹- حاصل عبارت $\tan \frac{11\pi}{4} + \sin \frac{15\pi}{4} \cos \frac{13\pi}{4}$ کدام است؟

$$\frac{3}{2} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$-\frac{3}{2} \quad (1)$$

گزینه ۲

II

$$\frac{11\pi}{4} = \frac{12\pi - \pi}{4} = 3\pi - \frac{\pi}{4} \rightarrow \tan \frac{11\pi}{4} = \tan \left(3\pi - \frac{\pi}{4}\right) = -\tan \frac{\pi}{4} = -1$$

IV

$$\frac{15\pi}{4} = \frac{16\pi - \pi}{4} = 4\pi - \frac{\pi}{4} \rightarrow \sin \frac{15\pi}{4} = \sin \left(4\pi - \frac{\pi}{4}\right) = -\sin \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

II

$$\frac{13\pi}{4} = \frac{12\pi + \pi}{4} = 3\pi + \frac{\pi}{4} \rightarrow \cos \frac{13\pi}{4} = \cos \left(3\pi + \frac{\pi}{4}\right) = -\cos \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$A = -1 + \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -1 + \frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

۱۱۰- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin a \cos x + \cos a \sin x - \sin a}{x}$ کدام است؟

$$\sin a \quad (4)$$

$$\cos a \quad (3)$$

$$-\cos a \quad (2)$$

$$-\sin a \quad (1)$$

گزینه ۳

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(a+x) - \sin a}{x} \stackrel{0}{=} \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{Hop}} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(a+x)}{1} = \cos a$$

۱۱۱- به ازای کدام مقدار a ، تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 3x-6 & ; x > 2 \\ x-\sqrt{x+2} & ; x \leq 2 \end{cases}$ بر روی مجموعه اعداد حقیقی، پیوسته است؟

$$3 \quad (4)$$

$$2/5 \quad (3)$$

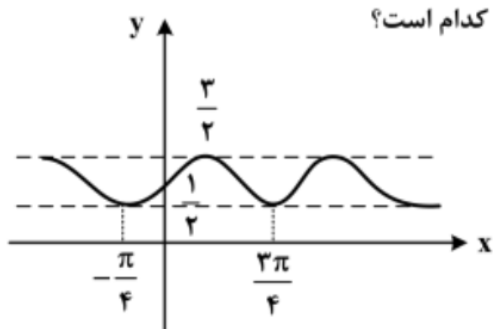
$$2 \quad (2)$$

$$1/5 \quad (1)$$

گزینه ۳

$$f(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 2a - 1 \quad 2a - 1 = 4 \rightarrow a = \frac{5}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x-6}{x-\sqrt{x+2}} \stackrel{0}{=} \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{Hop}} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3}{1 - \frac{1}{2\sqrt{x+2}}} = \frac{3}{1 - \frac{1}{4}} = 4$$



۱۱۲- شکل روبه‌رو، نمودار تابع $y = 1 + a \sin bx \cos bx$ است. $a + b$ کدام است؟

- (۱) ۱
(۲) $\frac{3}{2}$
(۳) ۲
(۴) ۳

گزینه ۳

$$y = a(\sin bx \cdot \cos bx) + 1 \longrightarrow y = a\left(\frac{1}{2} \sin 2bx\right) + 1 \longrightarrow y = \frac{a}{2} \sin 2bx + 1$$

$$\begin{cases} T = \left| \frac{3\pi}{4} - \left(-\frac{\pi}{4}\right) \right| = \pi \\ T = \frac{2\pi}{|2b|} \end{cases} \longrightarrow \frac{2\pi}{|2b|} = \pi \xrightarrow{b > 0} b = 1$$

$$\max = \left| \frac{a}{2} \right| + c \xrightarrow{a > 0} \frac{3}{2} = \frac{a}{2} + 1 \longrightarrow 3 = a + 2 \longrightarrow a = 1 \quad a + b = 2$$

۱۱۳- مجموع جواب‌های معادله مثلثاتی $\sin^3 x + \cos^3 x = 1 - \frac{1}{2} \sin 2x$ در بازه $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

(۴) 3π

(۳) 2π

(۲) $\frac{7\pi}{2}$

(۱) $\frac{5\pi}{2}$

گزینه ۱

$$(\sin x + \cos x)(\sin^2 x - \sin x \cos x + \cos^2 x) = 1 - \frac{1}{2} \sin 2x \xrightarrow{\frac{\sin^2 x + \cos^2 x = 1}{\sin 2x = 2 \sin x \cos x}}$$

$$(\sin x + \cos x)\left(1 - \frac{1}{2} \sin 2x\right) = 1 - \frac{1}{2} \sin 2x \longrightarrow (\sin x + \cos x)\left(1 - \frac{1}{2} \sin 2x\right) - \left(1 - \frac{1}{2} \sin 2x\right) = 0$$

$$\left(1 - \frac{1}{2} \sin 2x\right)(\sin x + \cos x - 1) = 0 \longrightarrow \begin{cases} 1 - \frac{1}{2} \sin 2x = 0 \longrightarrow \sin 2x = 2 \notin [-1, 1] \\ \sin x + \cos x = 1 \longrightarrow x = \frac{\pi}{2}, 0, 2\pi \end{cases}$$

$$\sin x + \cos x = 1 \longrightarrow \sin x \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \cos x \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \longrightarrow \sin x \cos \frac{\pi}{4} + \cos x \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin \frac{\pi}{4} \longrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \longrightarrow x = 2k\pi \\ x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} \longrightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

بسمه تعالی

سوالات و پاسخ نامه درس ریاضی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی داخل کشور سال ۱۳۹۸ سیّد علی موسوی

۱۱۴ - اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-5}{x^2+ax+b} = -\infty$ باشد، $a+b$ کدام است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

صفر (۲)

-۱ (۱)

گزینه ۲

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-5}{x^2+ax+b} = -\infty \rightarrow \frac{-1}{0^+} = -\infty \rightarrow (x-2)^2 = 0 \rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$\begin{cases} x^2 - 4x + 4 = 0 \\ x^2 + ax + b = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 4 \end{cases} \rightarrow a + b = 0$$

۱۱۵ - اگر $g(x) = x + \sqrt{x}$ و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = \frac{4}{3}$ باشد، $(f \circ g)'(1)$ کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

 $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۱)

گزینه ۳

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = \frac{4}{3} \rightarrow f'(2) = \frac{4}{3}$$

$$(f \circ g)'(1) = f'(g(1)) \times g'(1) = \frac{4}{3} \times \frac{3}{2} = 2$$

$$g(1) = 1 + 1 = 2 \quad g'(x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x}} \rightarrow g'(1) = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

۱۱۶ - تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} |x^2 - 2x| & ; x < 2 \\ \frac{1}{2}x^2 + ax + b & ; x \geq 2 \end{cases}$ در نقطه $x = 2$ مشتق پذیر است. $a+b$ کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۱ - شرط پیوستگی ۲ - شرط مشتق پذیری

گزینه ۱

$$I) \begin{cases} f(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 2 + 2a + b \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} |x^2 - 2x| = 0 \end{cases} \rightarrow 2 + 2a + b = 0 \rightarrow 2a + b = -2$$

$$II) f'(x) = \begin{cases} -2x + 2, & x < 2 \rightarrow f'_-(2) = -2 \\ x + a, & x > 2 \rightarrow f'_+(2) = 2 + a \end{cases} \rightarrow 2 + a = -2 \rightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 6 \end{cases}$$

بسمه تعالی

سوالات و پاسخ نامه درس ریاضی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی داخل کشور سال ۱۳۹۸ سیّد علی موسوی

۱۱۷- در تابع با ضابطه $f(x) = (x+2)\sqrt{4x+1}$ ، آهنگ تغییر متوسط تابع در بازه $[0, 2]$ از آهنگ تغییر لحظه‌ای آن در $x = \frac{3}{4}$ چقدر بیشتر است؟

۰/۲۵ (۴)

۰/۲۰ (۳)

۰/۱۵ (۲)

۰/۱۰ (۱)

گزینه ۴

$$\frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = \frac{12 - 2}{2} = 5$$

$$5 - \frac{19}{4} = \frac{1}{4} = 0/25$$

$$f'(x) = \sqrt{4x+1} + (x+2) \times \frac{4}{2\sqrt{4x+1}} = \sqrt{4x+1} + (x+2) \times \frac{2}{\sqrt{4x+1}}$$

$$f'\left(\frac{3}{4}\right) = 2 + \left(\frac{11}{4}\right)(1) = \frac{19}{4}$$

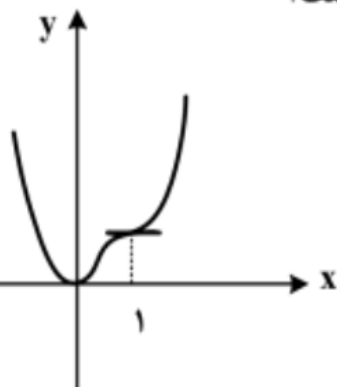
۱۱۸- شکل روبه‌رو، نمودار تابع $f(x) = 3x^3 + ax^2 + bx^2 + cx$ است. a کدام است؟

-۸ (۱)

-۷ (۲)

-۵ (۳)

-۴ (۴)



گزینه ۱

تابع در $x = 0$ دارای مماس افقی و در $x = 1$ دارای عطف افقی است.

$$f'(x) = 12x^2 + 3ax + 2bx + c$$

$$f''(x) = 24x + 6ax + 2b$$

$$I) \begin{cases} f(0) = 0 \longrightarrow c = 0 \\ f'(0) = 0 \longrightarrow c = 0 \end{cases}$$

$$II) \begin{cases} f'(1) = 0 \longrightarrow 12 + 3a + 2b = 0 \\ f''(1) = 0 \longrightarrow 36 + 6a + 2b = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3a + 2b = -12 \\ 6a + 2b = -36 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} a = -8 \\ b = 6 \end{cases}$$

بسمه تعالی

سوالات و پاسخ نامه درس ریاضی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی داخل کشور سال ۱۳۹۸ سیّد علی موسوی

۱۱۹- فاصله نقطه می نیمم مطلق تابع $f(x) = \frac{x^2 + 2x}{(x-1)^2}$ از خط مجانب قائم آن کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲

گزینه ۳

$$(x-1)^2 = 0 \longrightarrow x-1 = 0 \longrightarrow x = 1 \qquad d = \left| -\frac{1}{2} - 1 \right| = \frac{3}{2}$$

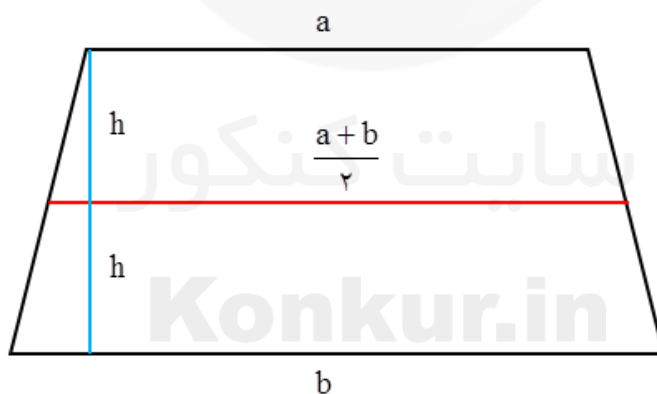
$$f'(x) = \frac{(2x+2)(x-1)^2 - 2(x-1)(x^2+2x)}{(x-1)^4} = \frac{(x-1)(2x^2 - 2x + 2x - 2 - 2x^2 - 4x)}{(x-1)^4} = \frac{(-2-4x)}{(x-1)^3}$$

$$f'(x) = 0 \longrightarrow -2x - 4x = 0 \longrightarrow x = -\frac{1}{2}$$

۱۲۰- در یک دوزنقه، خطی که وسط ساقها را بهم وصل کند مساحت آن را به نسبت ۳ به ۵ تقسیم می کند، نسبت قاعده های دوزنقه کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) $\frac{3}{5}$

گزینه ۲



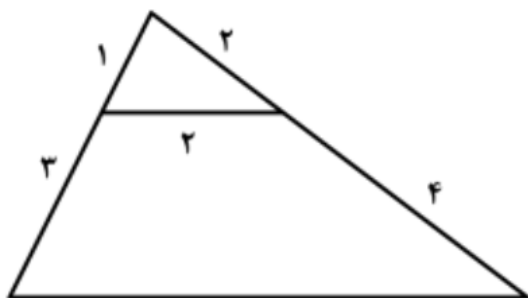
$$S = \frac{1}{2} \times \left(a + \frac{a+b}{2} \right) \times h = \frac{1}{2} \times \left(\frac{3a+b}{2} \right) \times h$$

$$S' = \frac{1}{2} \times \left(\frac{a+b}{2} + b \right) \times h = \frac{1}{2} \times \left(\frac{a+3b}{2} \right) \times h$$

$$\frac{S}{S'} = \frac{3a+b}{a+3b} = \frac{3}{5} \longrightarrow \frac{a}{b} = \frac{1}{3}$$

بسمه تعالی

سوالات و پاسخ نامه درس ریاضی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی داخل کشور سال ۱۳۹۸ سیّد علی موسوی



۱۳۹- در شکل روبه‌رو، اندازه ضلع بزرگتر چهارضلعی کدام است؟

(۱) $2\sqrt{10}$

(۲) $2\sqrt{11}$

(۳) $4\sqrt{3}$

(۴) $5\sqrt{2}$

گزینه ۱

توجه داشته باشیم چون تناسب بین اضلاع برقرار نیست پس نمی توان از قضیه تالس استفاده کرد. لذا با استفاده از قضیه کسینوس ها در دو مثلث را می نویسیم.

$$(2)^2 = (1)^2 + (2)^2 - 2(1)(2)\cos\theta \longrightarrow 4 = 1 + 4 - 4\cos\theta \longrightarrow \cos\theta = \frac{1}{4}$$

$$x^2 = (4)^2 + (6)^2 - 2(4)(6)\cos\theta \longrightarrow x^2 = 16 + 36 - 2(4)(6)\left(\frac{1}{4}\right) = 16 + 36 - 12$$

$$x^2 = 40 \longrightarrow x = 2\sqrt{10}$$

۱۳۱- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ ، از رابطه ماتریسی $AX = A - 2I$ ، ماتریس X ، کدام است؟

(۴) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$

(۳) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$

(۲) $\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$

(۱) $\begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$

گزینه ۲

$$B = A - 2I = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \quad AX = B \longrightarrow X = A^{-1} \times B$$

$$\det A = |A| = (6) - (4) = 2 \quad X = \frac{1}{2} \times \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \times \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ 8 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$$

۱۳۴- معادله یک سهمی با کانون $F(2, 1)$ و خط هادی به معادله $x = 4$ ، کدام است؟

(۲) $y^2 - 2y + 2x = 5$

(۱) $y^2 - 2y + 4x = 11$

(۴) $x^2 - 6x + 2y = -5$

(۳) $x^2 - 4x + 4y = 0$

گزینه ۱

چون خط هادی در سمت راست کانون می باشد پس سهمی افقی و دهانه آن به سمت چپ است.

$$x = \alpha + p \xrightarrow{x=4} \alpha + p = 4 \quad F \begin{cases} \alpha - p = 2 \\ \beta = 1 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \alpha + p = 4 \\ \alpha - p = 2 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \alpha = 3 \\ p = 1 \end{cases}$$

$$(y - \beta)^2 = -4p(x - \alpha) \longrightarrow (y - 1)^2 = -4(x - 3) \longrightarrow y^2 - 2y + 4x = 11$$

بسمه تعالی

سوالات و پاسخ نامه درس ریاضی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی داخل کشور سال ۱۳۹۸ سیّد علی موسوی

۱۳۵- در یک بیضی به اقطار $2\sqrt{5}$ و ۲ واحد، دایره‌ای هم مرکز با بیضی و شعاع ۲ واحد، بیضی را در نقطه M قطع می‌کند. مجموع مربعات فواصل M از دو کانون بیضی، کدام است؟

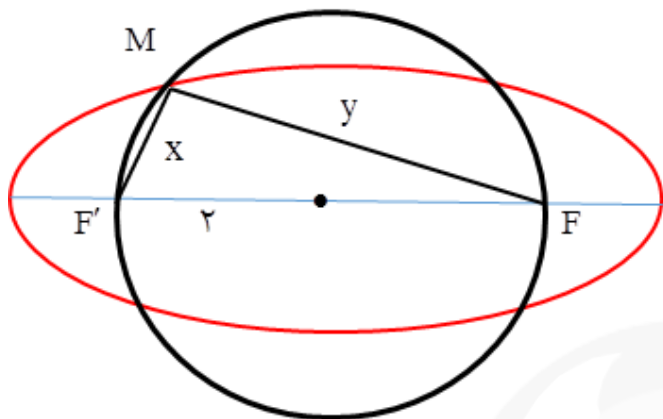
۲۰ (۴)

۱۸ (۳)

۱۶ (۲)

۱۲ (۱)

گزینه ۲



$$2a = 2\sqrt{5} \longrightarrow a = \sqrt{5}$$

$$2b = 2 \longrightarrow b = 1$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \longrightarrow 5 = 1 + c^2$$

$$c = 2 \longrightarrow FF' = 2c = 4$$

$$x^2 + y^2 = FF'^2 = (4)^2 = 16$$

۱۳۹- در دو پیشامد مستقل A و B، اگر $P(A \cap B) = 0.6$ و $P(A \cap B') = 0.2$ ، آنگاه $P(A \cup B')$ ، کدام است؟

0.9 (۴)

0.85 (۳)

0.75 (۲)

0.7 (۱)

گزینه ۳

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$P(A \cap B') = P(A) \times P(B')$$

$$\frac{P(A \cap B)}{P(A \cap B')} = \frac{P(A) \times P(B)}{P(A) \times P(B')} = \frac{P(B)}{P(B')} = \frac{P(B)}{1 - P(B)} \longrightarrow \frac{0.6}{0.2} = \frac{P(B)}{1 - P(B)}$$

$$\frac{P(B)}{1 - P(B)} = 3 \longrightarrow P(B) = \frac{3}{4} \longrightarrow P(B') = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \longrightarrow \frac{6}{10} = P(A) \times \frac{3}{4} \longrightarrow P(A) = \frac{4}{5}$$

$$P(A \cup B') = P(A) + P(B') - P(A) \times P(B') = \frac{4}{5} + \frac{1}{4} - \left(\frac{4}{5} \times \frac{1}{4}\right) = \frac{16 + 5 - 4}{20} = \frac{17}{20} = \frac{85}{100}$$

۱۴۰- نمرات ریاضی ۴۰ دانش آموز یک کلاس در جدول زیر آمده است. میانگین وزنی نمرات، کدام است؟

x	۱۰	۱۲	۱۴	۱۵	۱۷	۱۸
f	۵	۸	۷	۱۰	۶	۴

۱۴/۷۵ (۴)

۱۴/۴ (۳)

۱۴/۲۵ (۲)

۱۴/۲ (۱)

گزینه ۱

$$A = 14 \quad \bar{x} = 14 + \frac{-20 - 16 + 0 + 10 + 18 + 16}{5 + 8 + 7 + 10 + 6 + 4} = 14 + \frac{8}{40} = 14 + \frac{2}{10} = 14/2$$

بسمه تعالی

سوالات و پاسخ نامه درس ریاضی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی داخل کشور سال ۱۳۹۸ سید علی موسوی

۱۴۱- نرخ بیکاری یک کشور در ۱۰ سال گذشته به صورت زیر است، مقدار $\frac{Q_1 + Q_3 - 2Q_2}{Q_3 - Q_1}$ کدام است؟

۱۲/۷, ۳۰/۲, ۱۰/۶, ۱۱/۹, ۱۰/۶, ۱۲/۳, ۱۱/۲, ۱۳/۵, ۱۲/۸, ۱۱/۵

۰/۲۷۵ (۴)

۰/۱۷۵ (۳)

-۰/۱۲۵ (۲)

-۰/۲۲۵ (۱)

گزینه ۱

۱۰/۶, ۱۰/۶, $\frac{11}{2}$, ۱۱/۵, $\frac{11}{9}, \frac{12}{3}$, ۱۲/۷, $\frac{12}{8}$, ۱۳/۵, ۳۰/۲

 Q_1 $Q_2 = 12/1$ Q_3

$$\frac{Q_1 + Q_3 - 2Q_2}{Q_3 - Q_1} = \frac{11/2 + 12/8 - 2 \cdot 12/2}{12/8 - 11/2} = \frac{-0/2}{1/6} = -\frac{2}{16} = -\frac{1}{8} = -0/125$$

۱۵۲- حاصل انتگرال $\int_0^{2\pi} \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}} dx$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

گزینه ۴

$$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x \rightarrow 1 - \cos 2x = 2\sin^2 x$$

$$\sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}} = \sqrt{\frac{2\sin^2 \frac{x}{2}}{2}} = \sqrt{\sin^2 \frac{x}{2}} = \left| \sin \frac{x}{2} \right| \begin{cases} 0 < x < 2\pi \\ 0 < \frac{x}{2} < \pi \end{cases} \rightarrow \sin \frac{x}{2}$$

$$\int_0^{2\pi} \sin \frac{x}{2} dx = -2 \cos \frac{x}{2} \Big|_0^{2\pi} = (-2)(-1) - (-2)(1) = 2 + 2 = 4$$

(سید علی موسوی ۰۹۱۵۳۲۱۵۶۱۴)

دبیر ریاضی ناحیه ۴ مشهد