

درس اول: مجموعه های متناهی و نامتناهی

سلام بچه ها اگه یادتون باشه ما تو فصل اول ریاضی نهم با تعریف مجموعه و تعدادی از مجموعه های مهم آشنا شدیم که خیلی کوتاه مرور می کنیم: در ریاضیات برای بیان و نمایش دسته ای از اشیای مشخص و دوه دو متمایز (غیر تکراری) از مجموعه استفاده می شود. به هر یک از اشیای مجموعه یک عضو مجموعه می گوئیم.

قرارداد: اگر A یک مجموعه و a عضوی از آن باشد، می نویسیم $a \in A$ و اگر b عضوی از مجموعه A نباشد، می نویسیم $b \notin A$ مجموعه ای که عضوی نداشته باشد، مجموعه تهی نام دارد و با نماد $\emptyset$ یا $\{\}$ نشان داده می شود.

نکته مجموعه تهی را نباید با مجموعه های $\{\emptyset\}$ و $\{0\}$ که هر کدام دارای یک عضو هستند، اشتباه بگیرید.

$$N = \{1, 2, 3, \dots\}$$

مجموعه اعداد طبیعی:

$$W = \{0, 1, 2, 3, \dots\} = N \cup \{0\}$$

مجموعه اعداد حسابی:

$$Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$$

مجموعه اعداد صحیح:

$$Q = \left\{ \frac{m}{n} \mid m, n \in Z, n \neq 0 \right\} \rightarrow \{\dots, -2, -1/2, -\frac{3}{5}, 0, 1, \frac{5}{2}, 8/2, \dots\}$$

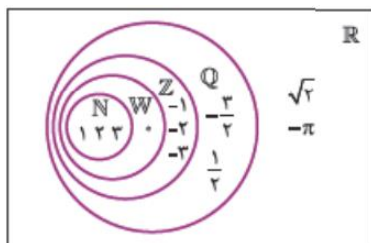
مجموعه اعداد گویا:

$$Q' = \{\dots, -2 - \sqrt{3}, \dots, -\sqrt{5}, \dots, \sqrt{2}, \dots, \pi, \dots, 3\sqrt{5}, \dots\}$$

مجموعه اعداد گنگ:

$$R = Q \cup Q' = \{\text{همه ی اعداد موجود در جهان}\}$$

مجموعه اعداد حقیقی:



خوب بچه ها بین این مجموعه ها که بالا گفتیم رابطه زیر برقراره:

$$N \subseteq W \subseteq Z \subseteq Q \subseteq R, Q' \subseteq R$$

اگر $A = \{-1, 0, \{0\}, \{0, \{0\}\}, \{0, \{0, \{0\}\}\}$ باشد، کدام یک از عبارت های زیر نادرست است؟

$$\{-1, \{0\}\} \notin A \quad (4)$$

$$\{\{-1\}\} \notin A \quad (3)$$

$$\{-1, 0\} \in A \quad (2)$$

$$\{\{0\}\} \in A \quad (1)$$

A یک مجموعه ۵ عضوی است که اعضای آن -1 ، 0 ، $\{-1\}$ ، $\{0\}$ و $\{\{0\}\}$ می باشند، بنابراین:

(۴) درست است.

(۳) درست است.

(۲) نادرست است.

(۱) درست است.

بنابراین گزینه (۲) صحیح است.

در معرفی مجموعه های زیر به جای $\square$ از مجموعه های N, Z, W, Q و R یا ترکیب آن ها بنویسید تا تساوی برقرار شود.

$$\{x \in \square \mid x^2 = \frac{4}{9}\} = \emptyset \quad (الف) \quad \{x \in \square \mid -4 < x \leq -1\} = \emptyset \quad (ب) \quad \{x \in \square \mid 3 < x^2 < 8\} = \{-2\} \quad (پ)$$

$$\{x \in \square \mid (x-2)(2x-1) = 0\} = \{\frac{1}{2}\} \quad (ث)$$

(الف) این یعنی در مجموعه $\square$ هیچ عضوی نبوده که مربع آن $\frac{4}{9}$ باشد، پس در $\square$ می توان N یا W یا Z قرار داد. اما در

Q و R چنین عددی وجود دارد $(\pm\frac{2}{3})$. راستی Q' هم می توان قرار داد.

(ب) این یعنی در مجموعه $\square$ عددی بین -4 و -1 نیست. پس اصلن عدد منفی ندارد و حتمن N یا W است.

(پ) تنها عدد -2 در مجموعه $\square$ بوده که x^2 بین 3 و 8 قرار گرفته. پس این مجموعه فقط اعداد صحیح منفی را داشته و می تواند

$Z-N$ یا $Z-W$ باشد.

(ث) از معادله $(x-2)(2x-1) = 0$ جواب های x اعداد $\frac{1}{2}$ و 2 هستند که فقط $\frac{1}{2}$ در مجموعه $\square$ بوده. پس می تواند $Q-N$ یا

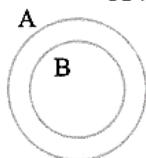
$Q-W$ یا $Q-Z$ یا $R-N$ یا $R-Z$ یا $R-W$ قرار گیرد.

حالا چند تا سوال ازتون دارم:

- ۱- مجموعه اعداد صحیح غیر حسابی را بنویسید:
- ۲- مجموعه $R-Q$ چه نام دارد؟ بارسم نمودار ون
- ۳- مجموعه $Q'-R$ چه نام دارد؟!
- ۴- آیا مجموع دو عدد گویا همواره گویاست؟
- ۵- آیا مجموع دو عدد گنگ همواره گنگ است؟
- ۶- آیا حاصل ضرب یک عدد گویا در یک عدد گنگ همواره گنگ است؟
- ۷- مجموعه $W-N$ چند عضو دارد؟ نمایش دهید

دو مجموعه مساوی: دو مجموعه A و B برابرند هرگاه هر عضو A ، عضوی از B و هر عضو B ، عضوی از A باشد و می‌نویسیم $A = B$

اگر عضوی در A باشد که در B نباشد یا عضوی در B باشد که در A نباشد، در این صورت مجموعه A با B برابر نیست و می‌نویسیم $A \neq B$



زیرمجموعه: اگر هر عضو مجموعه B ، عضوی از مجموعه A باشد، می‌گوییم مجموعه B زیرمجموعه A است و می‌نویسیم $B \subseteq A$

نمایش $B \subseteq A$ با نمودار ون به صورت مقابل است:

اگر $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -20 \leq x \leq 20\}$ ، $B = \{n \in \mathbb{Z} \mid n^2 \leq 49\}$ ، $C = \{A, B, -3, 4, 5\}$ و $D = \{-3, 4, 5, 6\}$ باشند، کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) $B \subseteq A$ (۲) $C \not\subseteq A$ (۳) $D \not\subseteq C$ (۴) $A \subseteq C$

مجموعه‌های A و B با اعضا به صورت $A = \{-20, -19, \dots, 19, 20\}$ و $B = \{-7, -6, \dots, 6, 7\}$ می‌باشند. همه اعضای B در A وجود دارد، بنابراین $B \subseteq A$. (گزینه (۱) درست است.)

$A \in C$ ولی $A \notin A$ ، لذا $C \not\subseteq A$ (گزینه (۲) درست است.)

$6 \in D$ ولی $6 \notin C$ ، لذا $D \not\subseteq C$ (گزینه (۳) درست است.)

$20 \in A$ ولی $20 \notin C$ ، لذا $A \not\subseteq C$ (گزینه (۴) نادرست است.)

بنابراین گزینه (۴) صحیح است.

نکته تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه n عضوی برابر 2^n می‌باشد. به عنوان مثال، یک مجموعه ۳ عضوی، $2^3 = 8$ زیرمجموعه دارد.

بازه ها: زیرمجموعه‌هایی از R هستند که شامل تمام اعداد حقیقی بین دو عدد مشخص و یا شامل تمام اعداد حقیقی بزرگتر (کوچکتر، بزرگتر مساوی یا کوچکتر مساوی) یک عدد مشخص باشند

نام	نماد بازه	نماد مجموعه	نمایش روی محور
بازه‌ی باز	(a, b)	$\{x : a < x < b\}$	
بازه‌ی بسته	$[a, b]$	$\{x : a \leq x \leq b\}$	
بازه‌ی نیمه باز	$[a, b)$	$\{x : a \leq x < b\}$	
	$(a, b]$	$\{x : a < x \leq b\}$	
بازه‌ی نیمه باز	$(-\infty, a]$	$\{x : x \leq a\}$	
بازه‌ی باز	$(-\infty, a)$	$\{x : x < a\}$	
بازه‌ی نیمه باز	$[b, +\infty)$	$\{x : x \geq b\}$	
بازه‌ی باز	$(b, +\infty)$	$\{x : x > b\}$	

بچه‌ها تمام حالت‌های ممکن رو تو جدول روبرو نمایش دادیم، توجه کنید:

بچه‌ها توجه داشته باشید که (a, a) مجموعه تهی است و $[a, a]$ مجموعه تک عضوی $\{a\}$ رو نشون میده!

اگر $A = [-2, 3]$ و $B = (1, 4]$ باشد، بازه‌های A و B را روی محور نشان دهید و حاصل عبارات $A \cap B$ و $A \cup B$ ، $B - A$ ، $A - B$ را مشخص کنید.

$A \cup B = [-2, 4]$ = قسمتی که در A یا در B باشد

$A \cap B = (1, 3)$ = قسمت مشترک بین A و B

$A - B = [-2, 1]$ = قسمتی که در A هست و در B نیست

$B - A = (3, 4]$ = قسمتی که در B هست و در A نیست



حاصل عبارات زیر را به صورت بازه نشان دهید.

(الف) اشتراک $= (-2, 1)$

(الف) $(-2, +\infty) \cap (-3, 1)$

(ب) تفاضل $= (1, 2)$

(ب) $(1, 4] - [2, +\infty)$

(پ) تفاضل $= (-\infty, 0]$

(پ) $(-\infty, 1) - (0, 6)$

(ت) تفاضل $= (0, 1) \cup (1, 4]$

(ت) $(0, 4] - \{1\}$

(ث) تفاضل $= (-\infty, 1) \cup [4, +\infty)$

(ث) $\mathbb{R} - [1, 4]$

(ج) تفاضل $= (-\infty, 1) \cup (1, 4) \cup (4, +\infty)$

(ج) $\mathbb{R} - \{1, 4\}$

چندتا از روابط زیر درست‌اند؟

(ث) $-2 \in [-3, 1)$

(پ) $-2 \in (-2, 0)$

(ب) $\{1, 2\} \subseteq (0, 3)$

(الف) $(-1, 1] \subseteq [-1, 1)$

(الف) نادرست است. بازه $[-1, 1)$ زیرمجموعه‌ی بازه $[-1, 1]$ نیست. چون اولی عدد ۱ دارد و دومی ندارد.

(ب) درست است. چون اعداد ۱ و ۲ در بازه $(0, 3)$ هستند پس مجموعه‌ی $\{1, 2\}$ زیرمجموعه‌ی $(0, 3)$ خواهد بود.

(پ) نادرست است. چون -2 عضو بازه $(-2, 0)$ نیست.

(ث) درست است. چون -2 عضو بازه $[-3, 1)$ هست.

کدام یک از موارد زیر نادرست می‌باشد؟

(۴) $[-1, 1] \subseteq (-1, 1)$

(۳) $-\sqrt{5} \in [-3, -2)$

(۲) $\{-1, 0\} \subseteq (-2, 1)$

(۱) $\frac{3}{2} \in (\frac{5}{4}, \frac{8}{5}]$

$$\frac{5}{4} = 1/25, \frac{8}{5} = 1/6, \frac{3}{2} = 1/5 \Rightarrow \frac{3}{2} \in (\frac{5}{4}, \frac{8}{5}]$$

(۱) درست است، زیرا:

(۲) درست است، زیرا بازه $(-2, 1)$ شامل تمام اعداد حقیقی بین -2 و 1 می‌باشد، پس بازه $(-2, 1)$ شامل دو عدد -1 و 0 می‌باشد. پس داریم:

$$\{-1, 0\} \subseteq (-2, 1)$$

$$-\sqrt{5} = -2/2 \Rightarrow -\sqrt{5} \in [-3, -2)$$

(۳) درست است، زیرا:

(۴) نادرست است، زیرا به طور مثال $-1 \in [-1, 1]$ ولی $-1 \notin (-1, 1)$

بنابراین گزینه (۴) صحیح است.

مجموعه های متناهی و نامتناهی:

مجموعه متناهی (پایان): مجموعه ای که تعداد اعضای آن یک عدد حسابی باشد مجموعه متناهی می نامیم.

مجموعه نامتناهی (بی پایان): مجموعه ای که تعداد اعضای آن را نتوان با یک عدد حسابی بیان کرد و در واقع تعداد اعضای آن از هر عددی که در نظر بگیریم، بزرگتر باشد، مجموعه نامتناهی می گوئیم. به عبارت دیگر مجموعه ای که متناهی نباشد را مجموعه نامتناهی می گوئیم.

قرارداد: اگر A یک مجموعه متناهی باشد، آن گاه تعداد عضوهای مجموعه A را با $n(A)$ نمایش می دهیم.**نکته** مجموعه تهی ($\emptyset$) یک مجموعه متناهی است، زیرا تعداد عضوهای آن صفر است و صفر نیز یک عدد حسابی می باشد: $n(\emptyset) = 0, 0 \in \mathbb{W}$

نامتناهی	متناهی
اعداد صحیح کمتر یا مساوی ۳	اعداد طبیعی نابیشتر از ۲۰
تمام خطهای گذرنده از مبدأ	اعداد اول دورقمی
اعداد طبیعی زوج	انسان ها (اتم ها یا درختان) روی زمین
کسرهای مثبت با مخرج ۲	مولکول ها و اتم ها در یک مول آب
مضارب صحیح ۳	سلول های بدن انسان
بازه $(-1, 2)$	اعداد صحیح بازه $[-1, 6]$

سوال: متناهی بودن یا نامتناهی بودن مجموعه های زیر را مشخص کنید:

(الف) مجموعه اعداد طبیعی زیر ۱۰۰۰

(ب) مجموعه مضرب های عدد طبیعی ۱۰

(ج) مجموعه اعداد گویای بین بازه $(0, 1)$

(د) مجموعه دایره هایی به مرکز مبدأ مختصات

کدام یک از موارد زیر وجود دارد؟ یک مثال بیاورید.

(الف) دو مجموعه نامتناهی که اشتراک آنها نیز نامتناهی است. (پس) دو مجموعه نامتناهی که اشتراک آنها متناهی است.

(پ) $A \subseteq B$ باشد و A نامتناهی و B متناهی باشد.

(ت) دو زیرمجموعه نامتناهی از اعداد طبیعی که یکی زیرمجموعه دیگری باشد.

(ث) سه زیرمجموعه نامتناهی از $\mathbb{Z}$ که هیچ کدام اشتراکی با دیگری ندارند.(ج) دو مجموعه نامتناهی که هم $A - B$ و هم $B - A$ تک عضوی باشند.(الف) وجود دارد. مثلن $\mathbb{Z}$ و $\mathbb{N}$ هر دو نامتناهی اند و اشتراک آنها هم $\mathbb{N}$ است که نامتناهی است.(ب) وجود دارد. مثلن $[2, +\infty)$ و $(-\infty, 2]$ هر دو نامتناهی اند اما اشتراک آنها می شود $\{2\}$ که متناهی است.(پ) اگر $A \subseteq B$ باشد و A نامتناهی باشد، B حتمن نامتناهی است (چون تمام A را در خودش دارد) پس (پ) وجود ندارد.(ت) وجود دارد. مثلن اگر A مجموعه اعداد طبیعی زوج و B مجموعه اعداد طبیعی مضرب ۴ باشد، هر دو نامتناهی اند و $B \subseteq A$ است.

(ث) وجود دارد. دقت کنید:

اگر A مجموعه اعداد صحیح مضرب ۳ باشد، B مجموعه اعداد صحیح که بر ۳ باقی مانده ۱ دارند و C شامل اعداد صحیح که بر ۳ باقی مانده ۲ دارند باشند، آن گاه A, B و C نامتناهی و دوه دو فاقد اشتراک اند. به عنوان مثالی دیگر، A مجموعه اعداد اول، B مجموعه مربع های کامل و C مجموعه قرینه اعداد طبیعی است.(ج) وجود دارد. مثلن اگر $A = \mathbb{N} \cup \{0\}$ و $B = \mathbb{N} \cup \{-2\}$ آن گاه هم $A - B$ و هم $B - A$ تک عضوی اند.

کدام یک از مجموعه های زیر نامتناهی است؟

(۱) مجموعه اعداد مربع کامل دو رقمی

(۲) مجموعه درخت های جنگل های شمال

(۳) $\{x \in \mathbb{Z} \mid -5 < x \leq 4\}$

(۴) مجموعه اعداد طبیعی زوج

(۱) مجموعه اعداد مربع کامل دو رقمی به صورت $A = \{16, 25, 36, 49, 64, 81\}$ می باشد که یک مجموعه متناهی است.

(۲) هر چند تعداد درخت های جنگل های شمال بسیار زیاد است ولی تعداد آنها را می توان با یک عدد حسابی بیان کرد، پس این مجموعه یک مجموعه متناهی است.

(۳) مجموعه $\{x \in \mathbb{Z} \mid -5 < x \leq 4\} = \{-4, -3, \dots, 3, 4\}$ یک مجموعه متناهی ۹ عضوی است.(۴) مجموعه اعداد طبیعی زوج $E = \{2, 4, 6, \dots\}$ یک مجموعه نامتناهی است، زیرا تعداد اعضای آن را نمی توان با یک عدد حسابی بیان نمود.

بنابراین گزینه (۴) صحیح است.

اگر $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid 2 - x \leq 2x - 1 < 7\}$ و $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{1}{x} < 0\}$ ، در این صورت کدام مجموعه زیر نامتناهی است؟

$$B - A \quad (۴)$$

$$A \cap B \quad (۳)$$

$$A - B \quad (۲)$$

$$A \quad (۱)$$

هر یک از مجموعه‌های A و B را با اعضا مشخص می‌کنیم:

$$2 - x \leq 2x - 1 < 7 \Rightarrow \begin{cases} 2x - 1 < 7 \Rightarrow 2x < 8 \Rightarrow x < 4 \\ 2 - x \leq 2x - 1 \Rightarrow 3 \leq 3x \Rightarrow 1 \leq x \end{cases} \Rightarrow 1 \leq x < 4 \xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} A = \{1, 2, 3\}$$

$$\frac{1}{x} < 0 \xrightarrow{x < 0} x < 0 \xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} B = \{\dots, -3, -2, -1\}$$

مجموعه‌های A ، $A - B = A$ و $A \cap B = \emptyset$ متناهی و مجموعه $B - A = B$ یک مجموعه نامتناهی است. بنابراین گزینه (۴) صحیح است.

نکته

اگر A مجموعه‌ای متناهی و B مجموعه‌ای نامتناهی باشد، آن‌گاه مجموعه‌های $A \cap B$ و $A - B$ ، متناهی و مجموعه‌های $A \cup B$ و $B - A$ نامتناهی هستند.

اگر $A \subseteq B$ باشد، آن‌گاه:

(۱) اگر B مجموعه‌ای متناهی باشد، آن‌گاه A حتماً متناهی است.

(۲) اگر B مجموعه‌ای نامتناهی باشد، آن‌گاه A می‌تواند متناهی یا نامتناهی باشد.

(۳) اگر A مجموعه‌ای متناهی باشد، آن‌گاه B می‌تواند متناهی یا نامتناهی باشد.

(۴) اگر A مجموعه‌ای نامتناهی باشد، آن‌گاه B حتماً نامتناهی است.

تست های آموزشی درس ۱

اگر A مجموعه‌ای اعداد طبیعی مضرب ۳ و B مجموعه‌ای اعداد صحیح با قدر مطلق کمتر از ۱۰۰ باشد، کدام مجموعه در $\mathbb{Z}$ با پایان است؟

$$A \cup B \quad (۴)$$

$$A \cap B \quad (۳)$$

$$A' \cup B \quad (۲)$$

$$A \cap B' \quad (۱)$$

A شامل تمام اعداد صحیح $0, \pm 3, \pm 6, \pm 9, \dots$ است و در B اعداد صحیح بین -99 تا 99 را داریم. پس $A \cap B$ شامل اعداد صحیح مضرب ۳ بین -99 تا 99 است که تعدادشان محدود می‌شود (۶۷ تا هستند).

در سایر گزینه‌ها، $A \cap B'$ نامتناهی است (مضارب بزرگ ۳ را دارد)؛ همچنین $A' \cup B$ نامتناهی است (اعداد خیلی بزرگ در B هستند)؛ $A \cup B$ نیز همین‌طور است.

کدام مجموعه غیر تهی و با پایان (متناهی) است؟

$$(۱) \text{ مضارب } ۶$$

$$(۲) \text{ مضارب مشترک } ۶ \text{ و } ۷$$

$$(۳) \text{ مقسوم‌علیه‌های مشترک } ۶ \text{ و } ۷$$

$$(۴) \text{ مقسوم‌علیه‌های اول عدد } ۱$$

مضارب ۶، کلیه اعداد به صورت $6k$ هستند. (نامتناهی)

مضارب مشترک ۶ و ۷، تمام اعداد به صورت $42k$ هستند. (نامتناهی)

مقسوم‌علیه‌های مشترک ۶ و ۷ اعداد ± 1 هستند. (متناهی است)

مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های اول عدد ۱ هم تهی است. چون ۱ هیچ مقسوم‌علیه اولی ندارد.

تعداد اعضای کدام مجموعه کمتر است؟

$$(۱) \text{ اعداد اول کمتر از } ۲۰$$

$$(۲) \text{ اعداد طبیعی مربع کامل کمتر از } ۷۰$$

$$(۳) \text{ مقسوم‌علیه‌های صحیح } ۶$$

$$(۴) \text{ کسرهای بین } ۰ \text{ و } ۱ \text{ با مخرج } ۷$$

$$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$$

مجموعه‌ی اعداد اول کمتر از ۲۰، هشت عضوی است:

$$B = \{1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64\}$$

مجموعه‌ی اعداد طبیعی مربع کامل و کمتر از ۷۰ نیز هشت عضوی است:

$$C = \{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6\}$$

مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های صحیح ۶ نیز هشت عضو دارد:

$$D = \left\{\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \dots, \frac{6}{7}\right\}$$

اما مجموعه‌ی کسرهای بین ۰ و ۱ با مخرج ۷ دارای شش عضو است:

کدام مجموعه نامتناهی است؟

(۲) درختان جنگل‌های ایران

(۱) اتم‌های کروی زمین

(۴) تمام دایره‌های قابل رسم به مرکز (۱، ۲)

(۳) حشرات ساکن زمین

مجموعه‌ی اتم‌ها، درختان یا حشرات قطعاً انتها دارد و تعداد اعضای آن‌ها عددی مشخص است (هر چه قدر بزرگ باشد باز هم محدود است)؛ اما تعداد تمام دایره‌های قابل رسم به مرکز (۱، ۲) تا بی‌نهایت می‌رود و متناهی نیست.

کدام مجموعه متناهی است؟

(۲) مربع‌ها با مساحت ۶ و یک رأس روی مبدأ

(۱) مثلث‌ها با مساحت ۶

(۴) خط‌های گذرنده از مبدأ

(۳) خط‌ها با شیب ۲ و گذرنده از مبدأ

فقط یک خط با شیب ۲ و گذرنده از مبدأ وجود دارد. اما تعداد «مثلث‌ها با مساحت ۶»، «مربع‌ها با مساحت ۶ و رأس روی مبدأ» و «خط‌های گذرنده از مبدأ» نامتناهی است.

اگر $k \in \mathbb{Z}$ (عدد صحیح نسبی) آن‌گاه مجموعه‌ی اعداد به کدام صورت می‌تواند فرد باشد؟

$$3k + 1 \quad (۲)$$

$$3k - 1 \quad (۳)$$

$$2k + 6 \quad (۲)$$

$$2k - 5 \quad (۱)$$

اعداد $2k + 6$ همواره زوج‌اند. اعداد $3k + 1$ یا $3k - 1$ می‌توانند زوج یا فرد باشند. اما اعداد $2k - 5$ همیشه فرد هستند.

کدام جمله درست است؟ (N مجموعه‌ی مرجع است.)

(۲) اگر $A \subseteq B$ و مجموعه‌ی B نامتناهی باشد A هم نامتناهی است.

(۱) اگر A نامتناهی باشد A' حتمن متناهی است.

(۴) اگر $A \subseteq B$ و مجموعه‌ی A نامتناهی باشد آن‌گاه B هم نامتناهی است.

(۳) اگر A و B هر دو نامتناهی باشند $A \cup B$ برابر با N است.

(۱) نادرست است. مثلاً اگر A مجموعه‌ی اعداد زوج باشد A' مجموعه‌ی اعداد فرد است و هر دو نامتناهی‌اند.

در (۲) اگر B نامتناهی باشد، زیرمجموعه‌ی آن یعنی A می‌تواند متناهی باشد. مثلاً B اعداد فرد ولی $A = \{1\}$ زیرمجموعه‌ی آن متناهی است.

(۳) نیز نادرست است. مثلاً A مجموعه‌ی مضارب ۵ و B مجموعه‌ی اعداد اول است و هر دو نامتناهی‌اند و اجتماع آن‌ها N نیست.

(۴) درست است. وقتی A نامتناهی می‌شود حتمن B هم نامتناهی است چون B تمام عضوهای A را دارد!

کدام مجموعه دارای بزرگ‌ترین عضو است؟

$$\{x \in \mathbb{Q} \mid x < 3\} \quad (۴)$$

$$\{x \in \mathbb{Q} \mid x \leq 4\} \quad (۳)$$

$$(2, +\infty) \quad (۲)$$

$$\mathbb{Z} \quad (۱)$$

بزرگ‌ترین عدد صحیح یا بزرگ‌ترین عدد بازه‌ی $(2, +\infty)$ وجود ندارد. بزرگ‌ترین عدد گویای کمتر از ۳ هم وجود ندارد (اگر k بزرگ‌ترین عدد

گویای کمتر از ۳ باشد، $\frac{k+3}{2}$ از آن بیشتر است و به ۳ هم نزدیک‌تر؛ پس اصلن k وجود ندارد). اما در (۴) بزرگ‌ترین عدد گویای کم‌تر یا مساوی ۴، برابر ۲ است و وجود دارد!

کدام مجموعه تهی نیست؟

$\{x \in \mathbb{Z} \mid 2 < x < 3\}$ (۴)

$\{x \in \mathbb{N} \mid -2 \leq x \leq 2\}$ (۳)

$\mathbb{N} \cap \mathbb{Q}'$ (۲)

$\mathbb{W} - \mathbb{Z}$ (۱)

تمام اعداد حسابی، صحیح هم هستند پس $\mathbb{W} - \mathbb{Z}$ تهی است. تمام اعداد طبیعی، گویا هستند پس $\mathbb{N} \cap \mathbb{Q}'$ عضو ندارد. عدد صحیح بین ۲ و ۳ هم نداریم. اما در (۳) اعداد طبیعی بین ۲ و -۲ عبارتند از: $\{1, 2\}$

اشتراک دو مجموعه $[-5, 4]$ و $\mathbb{Z} - \mathbb{W}$ چندعضوی است؟

5 (۴)

3 (۳)

7 (۲)

4 (۱)

در $\mathbb{Z}$ اعداد صحیح و در $\mathbb{W}$ عددهای حسابی داریم؛ پس $\mathbb{Z} - \mathbb{W}$ شامل اعداد صحیح منفی است و اشتراک آن با بازه $[-5, 4]$ به صورت $\{-5, -4, -3, -2, -1\}$ خواهد بود که ۵ عضو دارد.

کدام مجموعه متناهی است؟

100 اعداد صحیح کمتر از ۱۰۰ (۱)

100 اعداد طبیعی کمتر از ۱۰۰ (۲)

$\sqrt{2}$ و $\sqrt{5}$ اعداد گویای بین (۳)

1 و 2 اعداد حقیقی بین (۴)

در (۱) اعداد صحیح کمتر از ۱۰۰ تا $-\infty$ می‌روند، پس نامتناهی است.

در (۳) اعداد گویای بین $\sqrt{2}$ و $\sqrt{5}$ نامتناهی‌اند. چون بین هر دو عدد گنگ، بی‌شمار عدد گویای دیگر وجود دارد، پس نامتناهی است. در (۴) هم بی‌شمار عدد حقیقی در $(1, 2)$ وجود دارد، پس نامتناهی است؛ اما در (۲) اعداد طبیعی کمتر از ۱۰۰، دقیقاً از ۱ تا ۹۹ هستند که مجموعه‌ای متناهی با ۹۹ عضو است.

اگر $A = \{2\}$ ، $B = \{2, \{2\}\}$ و $C = \{\{2\}, \{2, \{2\}\}\}$ ، کدام رابطه نادرست است؟

$B \in C$ (۴)

$A \in B$ (۳)

$A \subset B$ (۲)

$B \subset C$ (۱)

(۱) B زیرمجموعه‌ی C نیست چون ۲ عضو مجموعه‌ی B است که آن را در C نمی‌بینیم (به عنوان عضو نمی‌بینیم).(۲) A زیرمجموعه‌ی B است چون تنها عضو A را در B می‌بینیم.

$B = \{2, \underbrace{\{2\}}_{\text{این } A \text{ است}}\} = \{2, A\}$

(۳) A عضو B هم هست چون A را به صورت عضو در B داریم. ببینید:

$C = \{\{2\}, \{2, \{2\}\}\} = \{A, B\}$

(۴) B عضو C است. چون خود B را به طور کامل در C داریم.