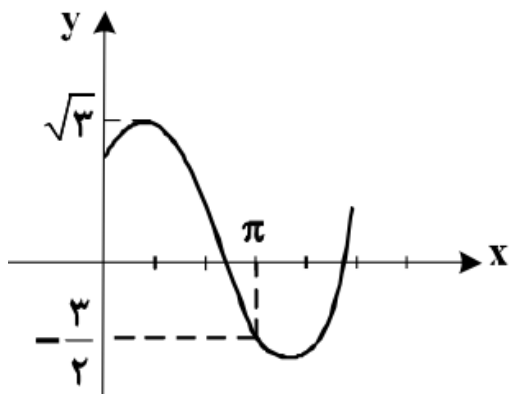


## بسمه تعالی

سوالات ریاضی (۳) پایه دوازدهم ( فصل ۲ - درس اول - تناوب و تانژانت ) تهیه و تنظیم : سید علی موسوی

سراسری تجربی ۹۸

شکل رو به رو ، قسمتی از نمودار تابع  $y = a + b \sin(x + \frac{\pi}{3})$  است ،  $b$  کدام است ؟



$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (1) \quad \frac{3}{2} \quad (2)$$

$$2 \quad (4) \quad \sqrt{3} \quad (3)$$

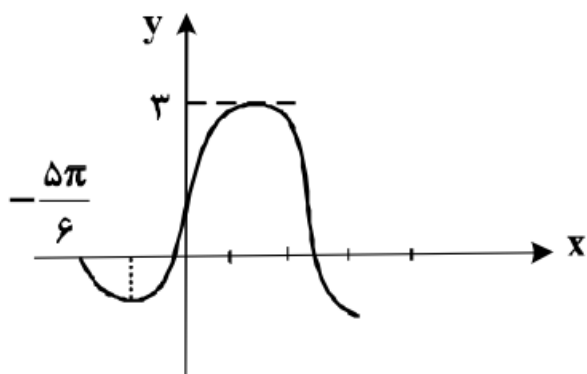
$$y = b \sin(x + \frac{\pi}{3}) + a \quad \max = |b| + a \longrightarrow \boxed{a + b = \sqrt{3}}$$

$$(\pi, -\frac{3}{2}) \longrightarrow -\frac{3}{2} = b \sin(\pi + \frac{\pi}{3}) + a \longrightarrow -\frac{3}{2} = -b \sin \frac{\pi}{3} + a \longrightarrow \boxed{3 = \sqrt{3}b - 2a}$$

$$\begin{cases} a + b = \sqrt{3} \\ -2a + \sqrt{3}b = 3 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} 2a + 2b = 2\sqrt{3} \\ -2a + \sqrt{3}b = 3 \end{cases} \longrightarrow (2 + \sqrt{3})b = 3 + 2\sqrt{3} \longrightarrow \boxed{b = \sqrt{3}}$$

سراسری تجربی ۹۸ - خارج از کشور

شکل رو به رو ، قسمتی از نمودار تابع  $y = a + b \cos(\frac{\pi}{6} - x)$  است ، مقدار تابع در  $\frac{\pi}{6}$  کدام است ؟



$$2 \quad (2) \quad 1/5 \quad (1)$$

$$1 + \sqrt{3} \quad (4) \quad 2/5 \quad (3)$$

$$\boxed{y = b \sin x + a} \quad (I) \quad \max = |b| + a \xrightarrow{b > 0} \boxed{a + b = 3}$$

$$(II) \quad (-\frac{5\pi}{6}, 0) \longrightarrow 0 = b \sin(-\frac{5\pi}{6}) + a \longrightarrow \boxed{2a - b = 0} \longrightarrow a = 1 \wedge b = 2$$

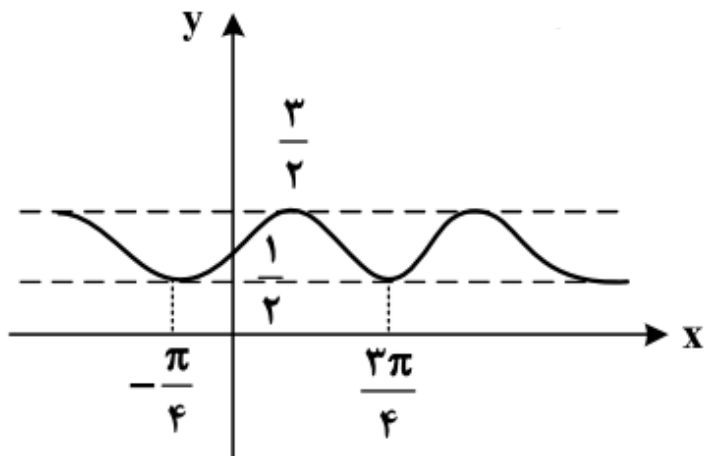
$$y = 2 \sin x + 1 \longrightarrow f(\frac{\pi}{6}) = 2 \sin(\frac{\pi}{6}) + 1 = 2(\frac{1}{2}) + 1 = 1 + 1 = \boxed{2}$$

## بسمه تعالی

سوالات ریاضی (۳) پایه دوازدهم ( فصل ۲ - درس اول - تناوب و تانژانت ) تهیه و تنظیم : سید علی موسوی

سراسری ریاضی ۹۸

شکل روبه رو ، نمودار تابع  $y = 1 + a \sin bx \cos bx$  است .  $a + b$  کدام است ؟



$$\frac{3}{2} \quad (2) \quad 1 \quad (1)$$

$$3 \quad (4) \quad 2 \quad (3)$$

$$y = a(\sin bx \cdot \cos bx) + 1 \longrightarrow y = a\left(\frac{1}{2} \sin 2bx\right) + 1 \longrightarrow \boxed{y = \frac{a}{2} \sin 2bx + 1}$$

$$T = \left| \frac{3\pi}{4} - \left(-\frac{\pi}{4}\right) \right| = \pi \longrightarrow T = \frac{2\pi}{|b|} \longrightarrow \pi = \frac{2\pi}{|2b|} \xrightarrow{b > 0} \boxed{b = 1}$$

$$\max = |a| + c \longrightarrow \frac{3}{2} = \left| \frac{a}{2} \right| + 1 \longrightarrow \frac{1}{2} = \left| \frac{a}{2} \right| \xrightarrow{a > 0} \boxed{a = 1} \quad \boxed{a + b = 2}$$

چون نمودار تابع  $\sin$  در همسایگی صفر ، صعودی می باشد پس  $a$  و  $b$  هم علامت هستند . یعنی  $a$  و  $b$  هر دو مثبت یا هر دو منفی می توانند باشند .

- نکته :** ۱ - فاصله بین دو نقطه ماکزیمم متوالی ، یک دوره تناوب است .  
 ۲ - فاصله بین دو نقطه مینیمم متوالی ، یک دوره تناوب است .  
 ۳ - فاصله بین نقاط ماکزیمم و مینیمم متوالی ، نصف دوره تناوب است .  
 ۴ - فاصله بین ابتدا و انتهای نمودار ، تعداد دوره تناوب است .

سراسری ریاضی ۹۸ - خارج از کشور

دوره تناوب تابع با ضابطه  $f(x) = \tan(\pi x) - \cot(\pi x)$  ، کدام است ؟

$$\pi \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$1 \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\tan x - \cot x = -2 \cot 2x$$

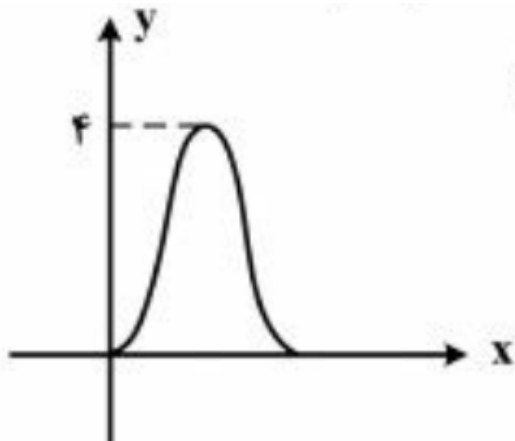
$$\tan(\pi x) - \cot(\pi x) = -2 \cot(2\pi x) \longrightarrow T = \frac{\pi}{2\pi} = \frac{1}{2}$$

## بسمه تعالی

سوالات ریاضی (۳) پایه دوازدهم ( فصل ۲ - درس اول - تناوب و تانژانت ) تهیه و تنظیم : سید علی موسوی

سراسری ریاضی ۹۷

شکل زیر نمودار تابع  $y = a + b \cos\left(\frac{\pi}{3}x\right)$  ، در بازه  $(0, 4)$  است ،  $b$  کدام است ؟



(۱) -۲

(۲) -۱

(۳) ۱

(۴) ۲

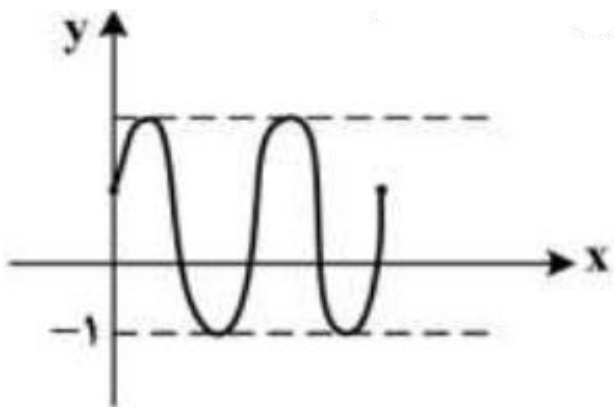
۵

چون نمودار تابع در بازه  $(0, 4)$  متقارن است پس نقطه  $(2, 4)$  ، ماکزیمم تابع است .

$$\begin{cases} (0, 0) \longrightarrow a + b = 0 \\ (2, 4) \longrightarrow a - b = 4 \end{cases} \longrightarrow 2b = -4 \longrightarrow \boxed{b = -2}$$

سراسری ریاضی ۹۷ - خارج از کشور

شکل زیر نمودار تابع  $y = 1 + a \sin(b\pi x)$  ، در بازه  $(0, \frac{4}{3})$  است ،  $a + b$  کدام است ؟



(۱) ۳

(۲) ۴

(۳) ۵

(۴) ۶

۶

نمودار تابع در بازه  $(0, \frac{4}{3})$  دو بار به طور کامل تکرار شده است ، بنابراین داریم :  $T = \frac{2}{3}$  ،  $2T = \frac{4}{3}$

$$y = a \sin(b\pi x) + 1 \longrightarrow \min = -|a| + c \longrightarrow -1 = -|a| + 1 \longrightarrow |a| = 2 \xrightarrow{a > 0} a = 2$$

$$T = \frac{2\pi}{|b\pi|} \longrightarrow \frac{2}{3} = \frac{2}{|b|} \longrightarrow |b| = 3 \longrightarrow b = \pm 3 \xrightarrow{a > 0, b > 0} \boxed{a + b = 5}$$

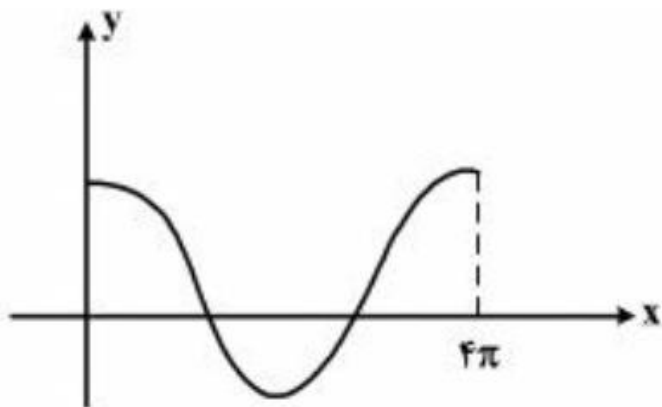
**نکته:** فاصله بین ابتدا و انتهای نمودار ، تعداد دوره تناوب است .

## بسمه تعالی

سوالات ریاضی (۳) پایه دوازدهم ( فصل ۲ - درس اول - تناوب و تانژانت ) تهیه و تنظیم : سید علی موسوی

سراسری ریاضی ۹۶

شکل رو به رو قسمتی از نمودار تابع  $y = \frac{1}{2} + 2 \cos mx$  است ، مقدار تابع در نقطه  $x = \frac{16\pi}{3}$  ، کدام است ؟



(۱)  $-\frac{1}{2}$

(۲)  $\frac{1}{2}$

(۳) ۱

(۴) ۰

۷

**نکته:** فاصله بین ابتدا و انتهای نمودار ، تعداد دوره تناوب است .

چون نمودار تابع در بازه  $(0, 4\pi)$  یک بار به طور کامل تکرار شده است بنابراین داریم :  $T = 4\pi - 0 = 4\pi$

$$y = \frac{1}{2} + 2 \cos mx \xrightarrow{\substack{a > 0 \\ b > 0}} T = \frac{2\pi}{|m|} \rightarrow \frac{2\pi}{|m|} = 4\pi \rightarrow |m| = \frac{1}{2} \xrightarrow{m > 0} m = \frac{1}{2}$$

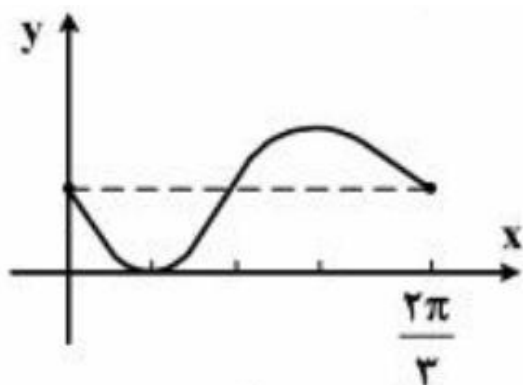
$$y = \frac{1}{2} + 2 \cos \frac{1}{2} x \xrightarrow{x = \frac{16\pi}{3}} y = \frac{1}{2} + 2 \cos \frac{8\pi}{3} \rightarrow y = \frac{1}{2} + 2 \cos \left( 3\pi - \frac{\pi}{3} \right)$$

$$y = \frac{1}{2} - 2 \cos \left( -\frac{\pi}{3} \right) \rightarrow y = \frac{1}{2} - 2 \cos \frac{\pi}{3} \xrightarrow{\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}} y = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$$

**نکته:** چون  $\cos(-\theta) = \cos \theta$  است پس در تابع  $y = a \cos bx + c$  مقدار  $b$  همواره مثبت است .

سراسری ریاضی ۹۶ - خارج از کشور

شکل رو به رو قسمتی از نمودار تابع  $y = 1 - \sin mx$  است ، مقدار تابع در نقطه  $x = \frac{7\pi}{6}$  ، کدام است ؟



(۱) ۰

(۲)  $\frac{1}{2}$

(۳) ۱

(۴) ۲

۸

## بسمه تعالی

سوالات ریاضی (۳) پایه دوازدهم ( فصل ۲ - درس اول - تناوب و تانژانت ) تهیه و تنظیم : سید علی موسوی

چون نمودار تابع در بازه  $(0, \frac{2\pi}{3})$  یک بار به طور کامل تکرار شده است بنابراین داریم :  $T = \frac{2\pi}{3}$

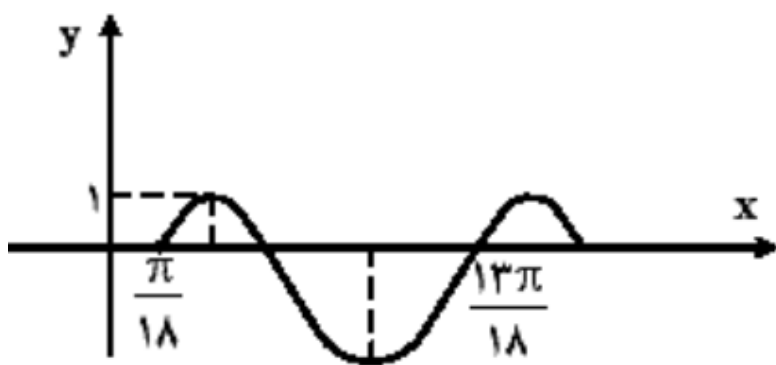
$$y = 1 - \sin mx \xrightarrow[\substack{a < 0 \\ b > 0}]{T = \frac{2\pi}{|m|}} \frac{2\pi}{|m|} = \frac{2\pi}{3} \rightarrow |m| = 3 \xrightarrow{m > 0} \boxed{m = 3}$$

$$y = 1 - \sin 3x \xrightarrow{x = \frac{7\pi}{6}} y = 1 - \sin \frac{7\pi}{2} \rightarrow y = 1 - \sin(\pi - \frac{\pi}{2}) \rightarrow y = 1 - \sin(-\frac{\pi}{2})$$

$$y = 1 + \sin \frac{\pi}{2} = 1 + 1 = \boxed{2}$$

سراسری ریاضی ۹۵

شکل زیر ، قسمتی از نمودار تابع با ضابطه  $y = a - 2 \cos(bx + \frac{\pi}{2})$  است .  $a + b$  کدام است ؟



$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$1 \quad (2)$$

$$\frac{3}{2} \quad (3)$$

$$2 \quad (4)$$

۹

**نکته :** فاصله بین ابتدا و انتهای نمودار ، تعداد دوره تناوب است . بنابراین داریم :  $T = \frac{13\pi}{18} - \frac{\pi}{18} = \frac{12\pi}{18} = \frac{2\pi}{3}$

چون نمودار تابع  $\sin$  در همسایگی صفر ، صعودی می باشد پس  $a$  و  $b$  هم علامت هستند .

$$y = a - 2 \cos(\frac{\pi}{2} + bx) \rightarrow y = a + 2 \sin(bx)$$

$$T = \frac{13\pi}{18} - \frac{\pi}{18} = \frac{12\pi}{18} = \frac{2\pi}{3}$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} \rightarrow \frac{2\pi}{3} = \frac{2\pi}{|b|} \rightarrow |b| = 3 \xrightarrow{b > 0} \boxed{b = 3}$$

$$y = a + 2 \sin 3x \rightarrow -1 \leq \sin 3x \leq 1 \rightarrow -2 \leq 2 \sin 3x \leq 2$$

$$a - 2 \leq a + 2 \sin 3x \leq a + 2 \rightarrow a + 2 = 1 \rightarrow \boxed{a = -1}$$

$$\text{or } \max = |a| + c \rightarrow 1 = 2 + a \rightarrow \boxed{a = -1}$$

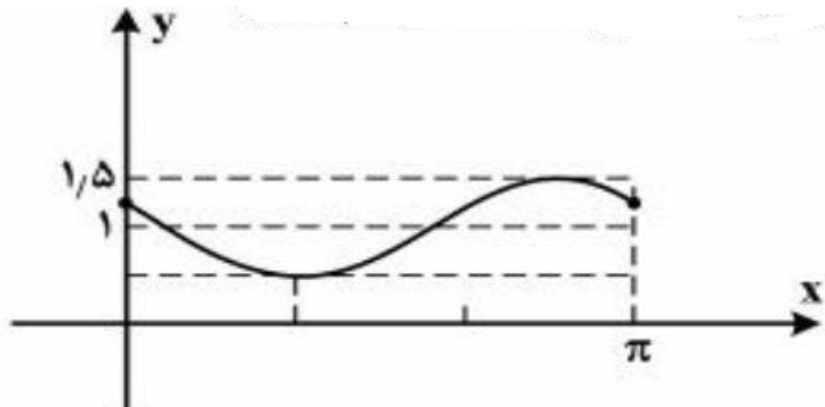
توجه داشته باشیم که نمودار تابع  $y = \sin x$  در یک همسایگی صفر صعودی است ولی نمودار  $y = \sin(-x)$  در یک همسایگی صفر نزولی است .

## بسمه تعالی

سوالات ریاضی (۳) پایه دوازدهم ( فصل ۲ - درس اول - تناوب و تانژانت ) تهیه و تنظیم : سید علی موسوی

سراسری ریاضی ۹۵ - خارج از کشور

شکل روبه رو ، قسمتی از نمودار تابع با ضابطه  $y = 1 + a \sin(bx - \frac{\pi}{6})$  است .  $a + b$  کدام است ؟



$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$1 \quad (2)$$

$$\frac{3}{2} \quad (3)$$

$$2 \quad (4)$$

۱۰

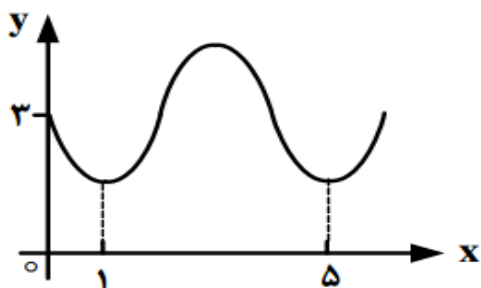
چون نمودار تابع  $\sin$  در همسایگی صفر ، نزولی می باشد پس  $a$  و  $b$  مختلف علامت هستند .

$$y = 1 + a \sin(bx - \frac{\pi}{6}) \longrightarrow T = \pi \longrightarrow T = \frac{2\pi}{|b|} \longrightarrow \frac{2\pi}{|b|} = \pi \longrightarrow |b| = 2 \longrightarrow \boxed{b = 2}$$

$$y = 1 + a \sin(2x - \frac{\pi}{6}) \longrightarrow \max = |a| + c \longrightarrow \frac{3}{2} = |a| + 1 \longrightarrow |a| = \frac{1}{2} \xrightarrow{a < 0} \boxed{a = -\frac{1}{2}}$$

سراسری تجربی ۹۳

شکل روبه رو قسمتی از نمودار تابع  $y = a + \sin(b\pi x)$  است . مقدار  $y$  در نقطه  $x = \frac{25}{3}$  ، کدام است ؟



$$\frac{2}{5} \quad (2) \quad 2 \quad (1)$$

$$\frac{3}{5} \quad (4) \quad 3 \quad (3)$$

۱۱

**نکته :** فاصله بین دو نقطه مینیمم متوالی ، یک دوره تناوب است . پس داریم :  $T = 5 - 1 = 4$

$$T = \frac{2\pi}{|b\pi|} \longrightarrow 4 = \frac{2}{|b|} \xrightarrow{a > 0} b = -\frac{1}{2} \longrightarrow y = a + \sin(-\frac{1}{2}\pi x) \longrightarrow \boxed{y = a - \sin(\frac{\pi}{2}x)}$$

چون عرض از مبدأ نمودار تابع ۳ است پس داریم :

$$(0, 3) \longrightarrow 3 = a - \sin(0) \longrightarrow a = 3$$

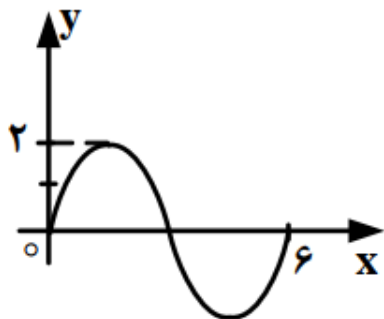
$$y = 3 - \sin(\frac{\pi}{2}x) \longrightarrow f(\frac{25}{3}) = 3 - \sin(\frac{25\pi}{6}) = 3 - \sin(4\pi + \frac{\pi}{6}) = 3 - \sin \frac{\pi}{6} = 3 - \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

## بسمه تعالی

سوالات ریاضی (۳) پایه دوازدهم ( فصل ۲ - درس اول - تناوب و تانژانت ) تهیه و تنظیم : سید علی موسوی

سراسری تجربی ۹۳ - خارج از کشور

شکل روبه رو قسمتی از نمودار تابع  $y = a \sin(b\pi x)$  است . حاصل  $a + b$  ، کدام است ؟



$$\frac{4}{3} \quad (1)$$

$$\frac{7}{3} \quad (3)$$

$$\frac{5}{3} \quad (2)$$

$$\frac{8}{3} \quad (4)$$

۱۲

**نکته:** فاصله بین ابتدا و انتهای نمودار ، تعداد دوره تناوب است . پس داریم :  $T = 6 - 0 = 6$   
چون تابع  $\sin$  در همسایگی صفر ، صعودی است پس علامت  $a$  و  $b$  هر دو یکسان هستند .

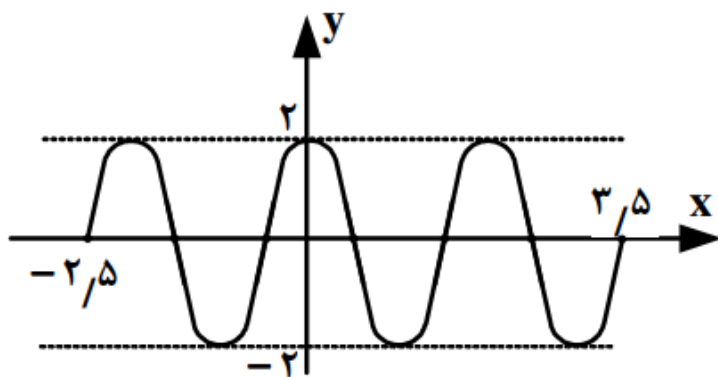
$$y = a \sin(b\pi x) \longrightarrow T = \frac{2\pi}{|b\pi|} \longrightarrow \frac{2\pi}{|b\pi|} = 6 \longrightarrow \boxed{b = \frac{1}{3}}$$

$$\max = |a| + c \xrightarrow{\max=2} |a| = 2 \longrightarrow \boxed{a = 2}$$

$$a + b = 2 + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$$

سراسری ریاضی ۹۲

شکل رو به رو ، قسمتی از نمودار تابع  $y = a \sin\left(\frac{1}{\pi} + bx\right)$  است .  $a.b$  کدام است ؟



$$2 \quad (1)$$

$$2/5 \quad (2)$$

$$3 \quad (3)$$

$$3/5 \quad (4)$$

۱۳

**نکته:** فاصله بین ابتدا و انتهای نمودار ، تعداد دوره تناوب است پس داریم :

چون نمودار تابع سه بار به طور کامل تکرار شده است ، بنابراین داریم :  $T = 2$  :  $3T = 3/5 - (-2/5) = 6 \longrightarrow T = 2$

$$y = a \sin\left(\frac{1}{\pi} + bx\right) \longrightarrow y = a \sin\left(\frac{\pi}{\pi} + \pi bx\right) \longrightarrow y = a \cos \pi bx$$

$$y = a \cos \pi x \xrightarrow{(0,2)} 2 = a \cos 0 \longrightarrow \boxed{a = 2}$$

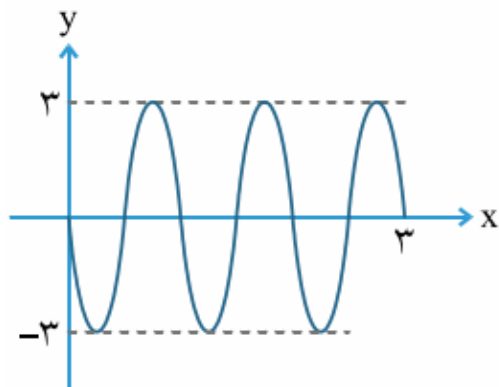
$$y = a \cos \pi bx \longrightarrow T = \frac{2\pi}{|\pi b|} \longrightarrow \frac{2}{|b|} = 2 \longrightarrow |b| = 1 \longrightarrow \boxed{b = 1} \wedge b = -1$$

## بسمه تعالی

سوالات ریاضی (۳) پایه دوازدهم ( فصل ۲ - درس اول - تناوب و تانژانت ) تهیه و تنظیم : سید علی موسوی

سراسری ریاضی ۹۲ - خارج از کشور

شکل رو به رو ، قسمتی از نمودار تابع  $y = a \sin(b\pi x)$  است .  $a, b$  کدام است ؟



(۱) -۶

(۲) -۳

(۳) ۴/۵

(۴) ۶

۱۴

چون نمودار تابع  $\sin$  در همسایگی راست صفر ، نزولی می باشد پس  $a$  و  $b$  مختلف علامت هستند .

$$\text{سه دور کامل} = 3T = 3 - 0 \longrightarrow T = 1$$

$$y = a \sin(b\pi x) \longrightarrow T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{2}{|b|} \longrightarrow \frac{2}{|b|} = 1 \longrightarrow |b| = 2 \longrightarrow \boxed{b = 2}$$

$$y = a \sin(2\pi x) \longrightarrow y = a \sin(2\pi x) \longrightarrow f\left(\frac{1}{4}\right) = -3 \longrightarrow \boxed{a = -3}$$

سراسری تجربی ۹۱

نمودار تابع  $y = -4 \cos\left(\frac{\pi}{4} - 3\pi x\right)$  ، روی بازه  $[-1, 1]$  در چند نقطه ، بیشترین مقدار را دارد ؟

(۴) ۴

(۳) ۳

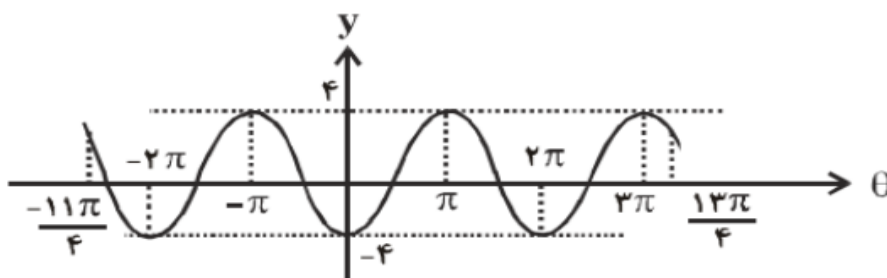
(۲) ۲

(۱) ۱

**روش اول:** اگر  $x$  در بازه  $[-1, 1]$  باشد ، عبارت داخل کسینوس را می سازیم .

$$-1 \leq x \leq 1 \xrightarrow{\times(-3\pi)} -3\pi \leq -3\pi x \leq 3\pi \longrightarrow \frac{\pi}{4} - 3\pi \leq \frac{\pi}{4} - 3\pi x \leq \frac{\pi}{4} + 3\pi$$

$$-\frac{11\pi}{4} \leq \frac{\pi}{4} - 3\pi x \leq \frac{13\pi}{4} \longrightarrow -\frac{11\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{13\pi}{4} \longrightarrow y = -4 \cos \theta$$



نمودار تابع در بازه  $\left[-\frac{11\pi}{4}, \frac{13\pi}{4}\right]$  ، در نقاط  $x = -\pi, \pi, 3\pi$  بیشترین مقدار را دارد .

۱۵



## بسمه تعالی

سوالات ریاضی (۳) پایه دوازدهم ( فصل ۲ - درس اول - تناوب و تانژانت ) تهیه و تنظیم : سید علی موسوی

**روش دوم:** در تابع  $y = a \cos bx + c$  ، بیشترین مقدار  $|a| + c$  و کمترین مقدار آن  $-|a| + c$  است .

اگر بخواهیم در معادله  $y = a \cos u$  ، بیشترین مقدار یا کمترین مقدار را به دست آوریم ، بایستی  $\cos u = 1$  یا  $\cos u = -1$  باشد . با توجه به علامت  $a$  ، مثبت یا منفی بودن  $a$  را مشخص می کنیم . مثلاً اگر  $a$  منفی باشد و سوال از ما ، بیشترین مقدار را خواسته باشد ، بایستی  $\cos u = -1$  را در نظر بگیریم تا ضرب آن ها مثبت شود .

$$a = -4 < 0 \xrightarrow{\max = |-4| = 4} \cos\left(\frac{\pi}{4} - 3\pi x\right) = -1 \longrightarrow \frac{\pi}{4} - 3\pi x = 2k\pi + \pi \longrightarrow x = -\frac{2k}{3} - \frac{1}{4}$$

$$k = 0 \longrightarrow x = -\frac{1}{4} \quad k = 1 \longrightarrow x = -\frac{11}{12} \quad k = -1 \longrightarrow x = \frac{5}{12}$$

سراسری تجربی ۹۱ - خارج از کشور

نمودار تابع  $y = 3 \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right)$  ، روی بازه  $\left[-\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$  در چند نقطه ، محور  $X$  ها را قطع می کند ؟

۲ (۱)      ۳ (۲)      ۴ (۳)      ۵ (۴)

**نکته:** برای تعیین تلاقی نمودار تابع با محور  $X$  ها ، باید جواب های معادله  $y = 0$  را به دست آوریم .

$$y = 3 \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) \xrightarrow{y=0} 3 \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) = 0 \longrightarrow \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) = 0 \longrightarrow \frac{\pi}{4} - 2x = k\pi$$

$x = \frac{\pi}{8} - \frac{k\pi}{2}$	$k$	-۲	-۱	۰	۱	۲
$X$		$\frac{9\pi}{8}$	$\frac{5\pi}{8}$	$\frac{\pi}{8}$	$-\frac{3\pi}{8}$	$-\frac{7\pi}{8}$

در بازه  $\left[-\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$  نمودار تابع ، محور  $X$  ها ، را در ۵ قطع می کند .

سراسری ریاضی ۸۸

دوره تناوب اصلی تابع با ضابطه  $f(x) = \tan 3x - \cot 3x$  ، کدام است ؟

$\frac{\pi}{6}$  (۱)       $\frac{\pi}{2}$  (۲)       $\frac{\pi}{3}$  (۳)       $\pi$  (۴)

$$f(x) = \tan 3x - \cot 3x = -2 \cot 6x \longrightarrow T = \frac{\pi}{6}$$

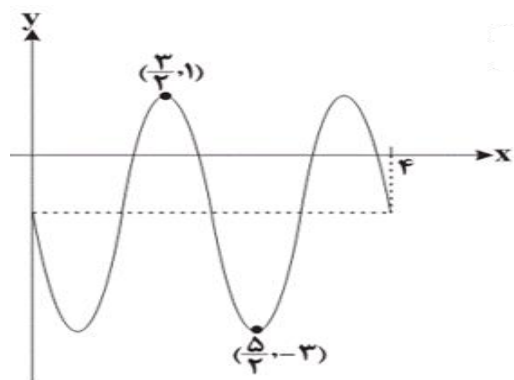
۱۷

## بسمه تعالی

سوالات ریاضی (۳) پایه دوازدهم ( فصل ۲ - درس اول - تناوب و تانژانت ) تهیه و تنظیم : سید علی موسوی

شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = a \cos \pi \left( \frac{3}{2} + bx \right) + c$  است ، حاصل  $abc$  کدام است ؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲



$$f(x) = a \cos \left( \frac{3\pi}{2} + \pi bx \right) + c$$

$$f(x) = a \sin(\pi bx) + c$$

$$2T = 4 - 0 \longrightarrow T = 2$$

$$\frac{T}{2} = \left| \frac{3}{2} - \frac{5}{2} \right| = 1 \longrightarrow T = 2$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} \longrightarrow 2 = \frac{2\pi}{|\pi b|} \longrightarrow |b| = 1$$

$$\begin{cases} \max = |a| + c \\ \min = -|a| + c \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \max - \min = 2|a| \longrightarrow |1 - (-3)| = 2|a| \longrightarrow |a| = 2 \\ \max + \min = 2c \longrightarrow 1 + (-3) = 2c \longrightarrow c = -1 \end{cases}$$

چون نمودار تابع در همسایگی راست صفر ، نزولی است پس  $a < 0$  یا  $b < 0$  بنابراین  $abc = 2$

**نکته :**

فاصله بین نقاط ماکزیمم و مینیمم برابر  $2|a|$  است . پس  $2|a| = |-3 - 1| = 4 \longrightarrow |a| = \pm 2 \longrightarrow a = -2$

فاصله بین ابتدا و انتها نمودار ، تعداد دوره تناوب است پس  $2T = 4 - 0 = 4 \longrightarrow T = 2$

**نکته :** ۱ - فاصله بین دو نقطه ماکزیمم متوالی ، یک دوره تناوب است .

۲ - فاصله بین دو نقطه مینیمم متوالی ، یک دوره تناوب است .

۳ - فاصله بین نقاط ماکزیمم و مینیمم متوالی ، نصف دوره تناوب است .

اگر تابع  $f(x) = 5 \sin 3 \left( \frac{\pi}{2} x - c \right)$  به ازای  $x = \frac{1}{2}$  ماکزیمم شود ، طول نقطه مینیمم آن ، کدام می تواند باشد ؟

(۱)  $-\frac{5}{6}$  (۲)  $\frac{7}{6}$  (۳)  $\frac{11}{6}$  (۴)  $\frac{4}{3}$

$$f(x) = 5 \sin \left( \frac{3\pi}{2} x - 3c \right) \longrightarrow T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{\left| \frac{3\pi}{2} \right|} = \frac{4}{3} \longrightarrow \frac{T}{2} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{3+4}{6} = \frac{7}{6} \qquad \frac{1}{2} - \frac{2}{3} = \frac{3-4}{6} = -\frac{1}{6}$$

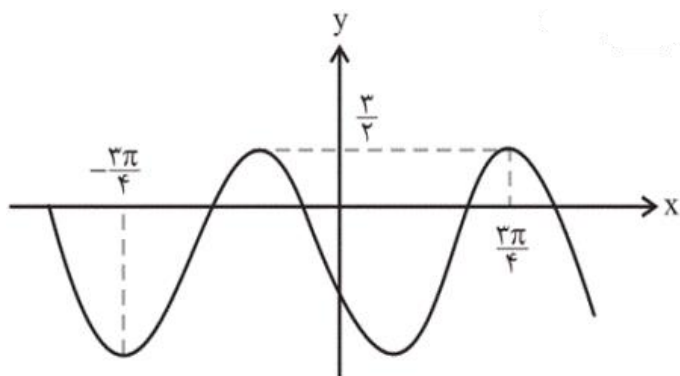
۱۸

۱۹

## بسمه تعالی

سوالات ریاضی (۳) پایه دوازدهم ( فصل ۲ - درس اول - تناوب و تانژانت ) تهیه و تنظیم : سید علی موسوی

اگر نمودار زیر ، قسمتی از تابع  $y = -\frac{3}{2} + a \sin bx$  باشد ، مقدار  $ab$  کدام است ؟



(۱) ۶

(۲) -۶

(۳) ۳

(۴) -۳

۲۰

توجه داشته باشیم که نمودار تابع در بازه  $[-\frac{3\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}]$  ،  $1/5$  بار به طور کامل تکرار شده است ، بنابراین داریم :

$$\frac{3}{2}T = \frac{3\pi}{4} - (-\frac{3\pi}{4}) \rightarrow T = \pi$$

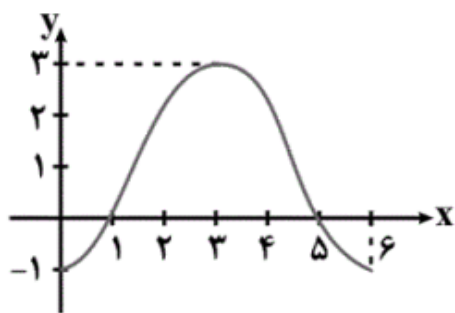
$$y = a \sin bx - \frac{3}{2} \rightarrow T = \frac{2\pi}{|b|} \rightarrow \pi = \frac{2\pi}{|b|} \rightarrow |b| = 2 \rightarrow \boxed{b = 2}$$

$$\max + \min = 2c \rightarrow \frac{3}{2} + \min = 2(-\frac{3}{2}) \rightarrow \min = -\frac{9}{2}$$

$$\max - \min = 2|a| \rightarrow \frac{3}{2} - (-\frac{9}{2}) = 2|a| \rightarrow |a| = 3 \rightarrow \boxed{a = -3}$$

چون نمودار تابع  $\sin$  در همسایگی صفر ، نزولی است پس  $a < 0$  یا  $b < 0$  بنابراین  $a.b = -6$

اگر نمودار تابع  $y = a + 2 \sin(\pi(bx - \frac{1}{3}))$  به صورت زیر باشد ، حاصل  $a + b$  کدام می تواند باشد ؟



(۱)  $\frac{1}{3}$

(۲)  $\frac{3}{4}$

(۳)  $\frac{4}{3}$

(۴)  $\frac{1}{2}$

۲۱

$$y = a + 2 \sin(\pi(bx - \frac{1}{3})) \rightarrow y = -2 \sin(\frac{\pi}{3} - \pi bx) + a \rightarrow y = -2 \cos(\pi b x) + a$$

$$\max + \min = 2c \rightarrow 3 + (-1) = 2a \rightarrow a = 1$$

$$\cos(-\theta) = \cos \theta$$

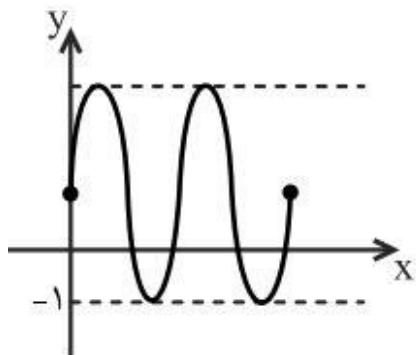
$$T = \frac{2\pi}{|b|} \rightarrow 6 = \frac{2\pi}{\pi b} \rightarrow |b| = \frac{1}{3} \rightarrow b = \frac{1}{3}$$

$$a + b = \frac{4}{3}$$

## بسمه تعالی

سوالات ریاضی (۳) پایه دوازدهم ( فصل ۲ - درس اول - تناوب و تانژانت ) تهیه و تنظیم : سید علی موسوی

شکل زیر نمودار تابع  $y = 1 + a \sin(b\pi x)$  ، در بازه  $\left[0, \frac{4}{3}\right]$  است . حاصل  $a + b$  کدام است ؟



۴ (۲)                      ۳ (۱)

۶ (۴)                      ۵ (۳)

۲۲

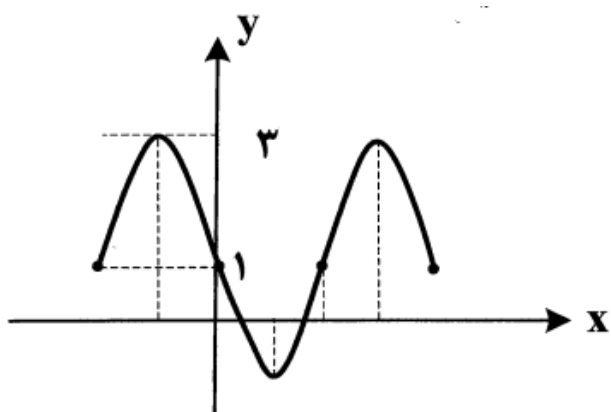
چون نمودار تابع در بازه  $\left[0, \frac{4}{3}\right]$  ، دو بار به طور کامل تکرار شده است ، بنابراین داریم :  $2T = \frac{4}{3} \rightarrow T = \frac{2}{3}$

$$y = 1 + a \sin(b\pi x) \rightarrow \min = -|a| + c \rightarrow -1 = a + 1 \rightarrow \boxed{a = 2}$$

$$T = \frac{2\pi}{|b\pi|} \rightarrow \frac{2}{3} = \frac{2\pi}{|b\pi|} \rightarrow |b| = 3 \rightarrow \boxed{b = 3}$$

$$\text{if } b = 3 \rightarrow a = 2 \rightarrow a + b = 5 \quad \text{if } b = -3 \rightarrow a = -2 \rightarrow a + b = -5$$

شکل زیر قسمتی از نمودار تابع  $y = a + b \cos\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right)$  است ، حاصل  $a - b$  کدام است ؟



-۲ (۲)                      -۱ (۱)

۱ (۴)                      ۰ (۳)

۲۳

چون نمودار تابع  $\sin$  در همسایگی صفر ، نزولی است پس  $a$  و  $b$  مختلف علامت هستند .

$$y = a + b \cos\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) \rightarrow y = a - b \sin 2x \rightarrow T = \frac{2\pi}{2} = \pi$$

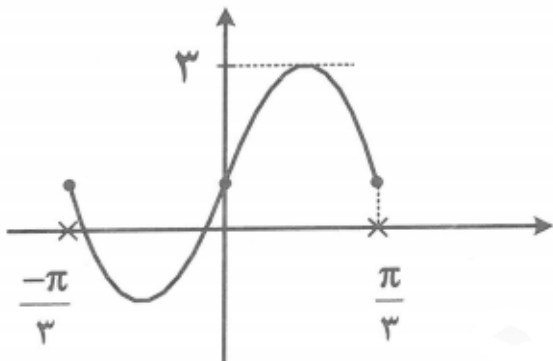
$$(0, 1) \rightarrow \boxed{1 = a}$$

$$\max = |a| + c \rightarrow 3 = |-b| + a \xrightarrow{\substack{-b < 0 \\ b > 0}} 3 = b + 1 \rightarrow \boxed{b = 2}$$

## بسمه تعالی

سوالات ریاضی (۳) پایه دوازدهم ( فصل ۲ - درس اول - تناوب و تانژانت ) تهیه و تنظیم : سید علی موسوی

شکل مقابل نمودار تابع  $y = a \sin bx + 1$  است ،  $a + b$  کدام است ؟



۳ (۲)                      ۲ (۱)

۵ (۴)                      ۴ (۳)

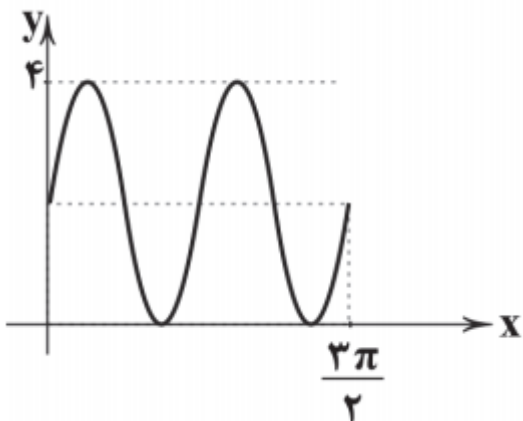
۲۴

چون نمودار تابع  $\sin$  در همسایگی صفر ، صعودی است پس  $a$  و  $b$  هم علامت هستند .

$$y = a \sin bx + 1 \longrightarrow \max = |a| + c \longrightarrow 3 = a + 1 \longrightarrow \boxed{a = 2}$$

$$T = \frac{\pi}{3} - \left(-\frac{\pi}{3}\right) = \frac{2\pi}{3} \longrightarrow T = \frac{2\pi}{|b|} \longrightarrow \frac{2\pi}{3} = \frac{2\pi}{b} \longrightarrow \boxed{b = 3}$$

قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = a \sin bx + 2$  به صورت مقابل است ،  $a.b$  کدام است ؟



$\frac{8}{3}$  (۲)

$\frac{16}{3}$  (۱)

$-\frac{8}{3}$  (۴)

$-\frac{16}{3}$  (۳)

۲۵

نمودار تابع در بازه  $\left[0, \frac{3\pi}{2}\right]$  دو بار به طور کامل تکرار شده است بنابراین داریم :  $2T = \frac{3\pi}{2} \longrightarrow T = \frac{3\pi}{4}$

$$f(x) = a \sin bx + 2 \longrightarrow \max = |a| + c \longrightarrow 4 = a + 2 \longrightarrow \boxed{a = 2}$$

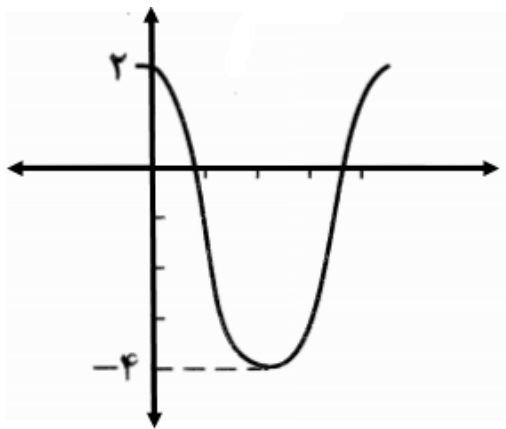
$$T = \frac{2\pi}{|b|} \longrightarrow \frac{3\pi}{4} = \frac{2\pi}{|b|} \longrightarrow \boxed{b = \frac{8}{3}}$$

$$a.b = \frac{16}{3}$$

## بسمه تعالی

سوالات ریاضی (۳) پایه دوازدهم ( فصل ۲ - درس اول - تناوب و تانژانت ) تهیه و تنظیم : سید علی موسوی

شکل مقابل نمودار تابع  $f(x) = a + b \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$  است ، مقدار  $a$  کدام است ؟



$$-1 \quad (2) \quad 1 \quad (1)$$

$$-2 \quad (4) \quad 2 \quad (3)$$

۲۶

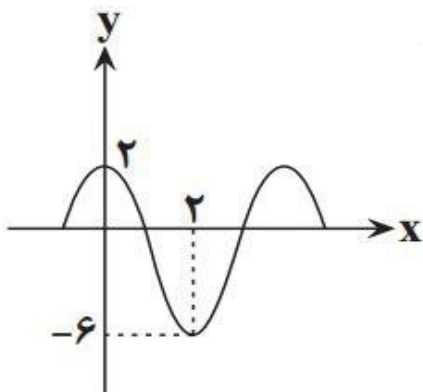
$$y = a + b \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \longrightarrow y = a + b \cos x$$

$$(0, 2) \longrightarrow 2 = a + b$$

$$\longrightarrow 2a = -2 \longrightarrow \boxed{a = -1}$$

$$(\pi, -4) \longrightarrow -4 = a - b$$

اگر نمودار زیر مربوط به تابع  $y = a \sin \pi\left(\frac{1}{3} - bx\right) + c$  باشد ، مقدار تابع به ازای  $x = \frac{7}{3}$  ، کدام است ؟



$$2\sqrt{3} - 2 \quad (2)$$

$$-2\sqrt{3} - 2 \quad (1)$$

$$-3\sqrt{3} \quad (4)$$

$$-4 \quad (3)$$

۲۷

**نکته :** فاصله بین نقاط ماکزیمم و مینیمم متوالی ، نصف دوره تناوب است .

$$y = a \sin \pi\left(\frac{1}{3} - bx\right) + c \longrightarrow y = a \sin\left(\frac{\pi}{3} - b\pi x\right) + c \longrightarrow y = a \cos(b\pi x) + c$$

$$I) \frac{1}{2} T = 2 \longrightarrow T = 4 \longrightarrow T = \frac{2\pi}{|b|} \longrightarrow 4 = \frac{2\pi}{|b\pi|} \longrightarrow |b| = \frac{1}{2} \longrightarrow b = \frac{1}{2}$$

$$II) \max - \min = 2|a| \longrightarrow 2 - (-6) = 2|a| \longrightarrow |a| = 4 \longrightarrow \boxed{a = 4}$$

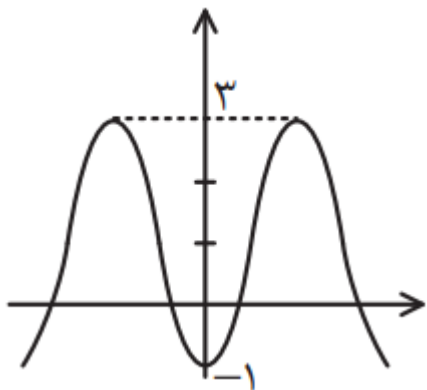
$$III) \max = |a| + c \longrightarrow 2 = 4 + c \longrightarrow \boxed{c = -2}$$

$$y = 4 \cos\left(\frac{\pi}{2} x\right) - 2 \longrightarrow f\left(\frac{7}{3}\right) = 4 \cos\left(\frac{7\pi}{6}\right) - 2 = -4 \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) - 2 = -2\sqrt{3} - 2$$

## بسمه تعالی

سوالات ریاضی (۳) پایه دوازدهم ( فصل ۲ - درس اول - تناوب و تانژانت ) تهیه و تنظیم : سید علی موسوی

قسمتی از نمودار تابع  $y = a + b \sin^2 x$  به صورت مقابل است ، حاصل  $a - b$  کدام است ؟



۷ (۲)

-۵ (۱)

۴ (۴)

-۳ (۳)

۲۸

$$\cos^2 x = \cos^2 x - \sin^2 x = 1 - 2\sin^2 x = 2\cos^2 x - 1 \longrightarrow \boxed{\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}}$$

$$y = a + b \sin^2 x \longrightarrow y = a + b\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2x\right) \longrightarrow y = -\frac{b}{2} \cos 2x + a + \frac{b}{2}$$

$$\max = |a| + c \longrightarrow 3 = \frac{b}{2} + a + \frac{b}{2} \longrightarrow \boxed{a + b = 3}$$

$$\min = -|a| + c \longrightarrow -1 = -\frac{b}{2} + a + \frac{b}{2} \longrightarrow \boxed{a = -1} \longrightarrow \boxed{b = 4}$$

در تابع  $y = 3 - 2 \cos \frac{\pi}{2} x$  ، دوره تناوب ، ماکزیمم و مینیمم به ترتیب کدام است ؟

۱, ۵, ۴ (۴)

۵, ۱, ۴ (۳)

۵, ۱, ۲ (۲)

۱, ۵, ۲ (۱)

$$y = 3 - 2 \cos \frac{\pi}{2} x \longrightarrow T = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4$$

$$\max = |-2| + 3 = 5 \quad \min = -|-2| + 3 = -2 + 3 = 1$$

۲۹

نمودار تابع  $y = -3 \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$  در بازه  $[0, 2\pi]$  ، در چند نقطه محور  $x$  ها را قطع می کند ؟

۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)

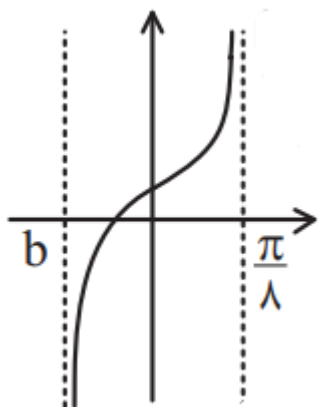
$$y = -3 \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) \xrightarrow{y=0} -3 \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 0 \longrightarrow \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$$

$$2x + \frac{\pi}{3} = k\pi + \frac{\pi}{2} \longrightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{12} \longrightarrow k = 0, 1, 2, 3$$

۳۰

## بسمه تعالی

سوالات ریاضی (۳) پایه دوازدهم ( فصل ۲ - درس اول - تناوب و تانژانت ) تهیه و تنظیم : سید علی موسوی



نمودار تابع  $y = \frac{1 + \tan ax}{1 - \tan ax}$  به صورت مقابل است ، مقدار  $b$  کدام است ؟

$$-\frac{3\pi}{4} \quad (2)$$

$$-\frac{3\pi}{8} \quad (1)$$

$$-\frac{\pi}{4} \quad (4)$$

$$-\frac{\pi}{8} \quad (3)$$

۳۱

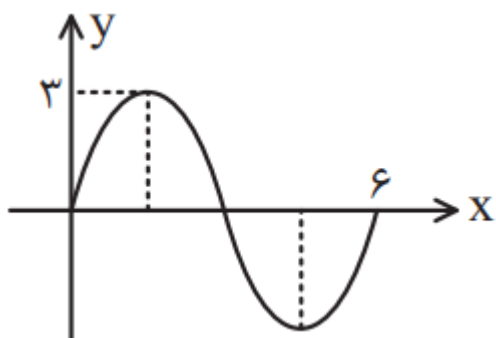
$$y = \frac{1 + \tan ax}{1 - \tan ax} = \tan\left(\frac{\pi}{4} + ax\right) \longrightarrow a > 0$$

$$x = \frac{\pi}{8} \longrightarrow \frac{\pi}{4} + a\left(\frac{\pi}{8}\right) = \frac{\pi}{2} \longrightarrow 2\pi + \pi a = 4\pi \longrightarrow \boxed{a = 2}$$

$$x = b \longrightarrow \frac{\pi}{4} + 2(b) = -\frac{\pi}{2} \longrightarrow 2b = -\frac{3\pi}{4} \longrightarrow \boxed{b = -\frac{3\pi}{8}}$$

توجه داشته باشیم چون تابع صعودی است ، بنابراین  $a$  مثبت است .

شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع  $y = a \sin(b\pi x)$  است ، حاصل  $a + b$  کدام است ؟



$$\frac{10}{3} \quad (2)$$

$$\frac{8}{3} \quad (1)$$

$$6 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

۳۲

چون نمودار تابع  $\sin$  در همسایگی صفر ، صعودی می باشد پس  $a$  و  $b$  هم علامت هستند .

$$y = a \sin(b\pi x) \longrightarrow T = \frac{2\pi}{|b|} \xrightarrow{b > 0} T = \frac{2\pi}{b\pi} \longrightarrow 6 = \frac{2\pi}{b\pi} \longrightarrow \boxed{b = \frac{1}{3}}$$

$$\max = |a| + c \xrightarrow{a > 0} \boxed{3 = a}$$

$$a + b = 3 + \frac{1}{3} = \frac{10}{3}$$





بسمه تعالی

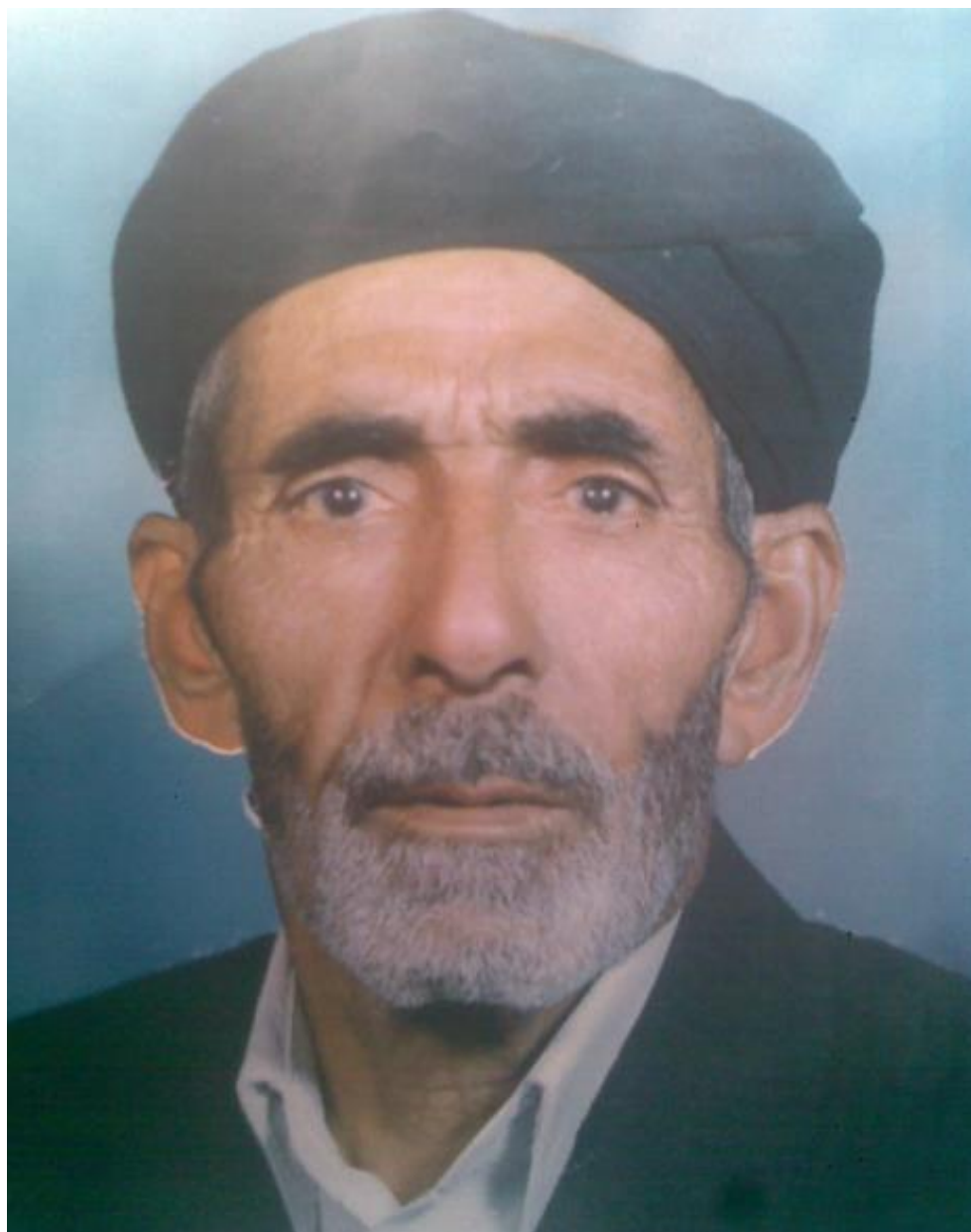
سوالات ریاضی (۳) پایه دوازدهم ( فصل ۲ - درس اول - تناوب و تائزانت ) تهیه و تنظیم : سید علی موسوی

دوره تناوب تابع با ضابطه  $f(x) = a \sin 2x + b \cos \frac{x}{2}$  ، کدام است ؟ $4\pi$  (۴) $\frac{5\pi}{2}$  (۳) $2\pi$  (۲) $\pi$  (۱)

۳۶

$$T_1 = \frac{2\pi}{2} \longrightarrow T = 4\pi$$

$$T_2 = 4\pi$$



بسمه تعالی

سوالات ریاضی ( ۳ ) پایه دوازدهم ( فصل ۲ - درس اول - تناوب و تانژانت ) تهیه و تنظیم : سید علی موسوی

همکاران و دانش آموزان عزیز ، تست هائی که در اختیار شما قرار گرفته است ، زحمات چندین ساله بنده می باشد ، به همین خاطر قبل از مطالعه هزینه این جزوات را پرداخت کنید و هزینه آن یک صلوات و یک فاتحه برای روح پدر عزیزم است .  
با تشکر : **سید علی موسوی**

همکاران و دانش آموزان عزیز اگر اشکال تایپی یا راه حل های بهتری داشتید بنده را همراهی کنید و پیشنهادات و نظرات خود را به آدرس تلگرام ( ۰۹۱۵۳۲۱۵۶۱۴ ) و یا به ایمیل [seyedalimousavi48@gmail.com](mailto:seyedalimousavi48@gmail.com) ارسال فرمائید .

با سپاس فراوان از شما عزیزان