



آزمون غیرحضوری

اختصاصی نظام قدیم ریاضی

۱۳۹۸ اسفند ۲۳

(مباحث ۷ فروردین ۹۹)

گروه فنی و تولید:

محمد اکبری	مسئول تولید آزمون غیرحضوری
فریده هاشمی	مسئول دفترچه آزمون غیرحضوری
مدیر گروه: فاطمه رسولی نسب مسئول دفترچه: ریحانه براتی	گروه مستندسازی
ندا اشرفی	حروف نگار و صفحه آرا
سوران نعیمی	ناظر چاپ

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۶۶۹۶۷۴۰۰

«تمام دارایی‌ها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلمچی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»



ریاضی پایه
ریاضی ۲
فصل ۱ تا ۵
الگو و دنباله، تابع، توابع خاص
نامعادله و تغییر علامت، توابع
نمایی و لگاریتمی، متناسبات
صفحه های ۱ تا ۱۵۸

حسابان
فصل ۱ تا ۳
محاسبات جبری، معادلات و
نامعادلات، تابع، متناسبات
صفحه های ۱ تا ۱۳۰

$$x = -\frac{11}{2} \quad (4)$$

$$x = \frac{11}{2} \quad (3)$$

$$x = -\frac{55}{2} \quad (2)$$

$$x = \frac{55}{2} \quad (1)$$

-۴ مجموعه جواب نامعادله $\sqrt{5-x} < 2^x$ کدام است؟

$$(1, +\infty) \quad (4)$$

$$(1, +\infty) \quad (3)$$

$$(-\infty, 1) \quad (2)$$

$$(-\infty, 1) \quad (1)$$

-۵ اگر داشته باشیم $\log_{\frac{x^3}{3}}^{x^3-4} = 3$ کدام است؟

$$-\frac{1}{3} \quad (3)$$

$$\frac{1}{3} \quad (3)$$

$$-\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{2}{3} \quad (1)$$

-۶ اگر $5^x = 200$ باشد، آن‌گاه $[x]$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است).

$$5 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$3 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

-۷ اگر دامنه تابع $(-1, 2x-1)$ برابر $[2, 4]$ و دامنه $g(x)$ برابر $[1, 3]$ باشد، دامنه تابع $h(x) = 3f(x^2) - g(|x|+1)$ کدام است؟

$$[-\sqrt{5}, -1] \cup [1, \sqrt{5}] \quad (4)$$

$$[0, \sqrt{5}] \quad (2)$$

$$[-3, -\sqrt{5}] \cup [\sqrt{5}, 3] \quad (1)$$

$$[2, 3] \quad (3)$$

-۸ اگر $(fog^{-1})(x) = \sqrt[3]{2x^5 + 1}$ باشد، حاصل $(x)(fog^{-1})$ کدام است؟

$$1 - g^{-1}(\sqrt[5]{x-1}) \quad (4)$$

$$\sqrt[5]{\frac{x^3-1}{2}} \quad (3)$$

$$1 - f^{-1}(\sqrt[5]{x-1}) \quad (2)$$

$$\frac{(x-1)^3}{2} \quad (1)$$

-۹ اگر $\cot x = 2$ باشد، حاصل $\sin 4x$ کدام است؟

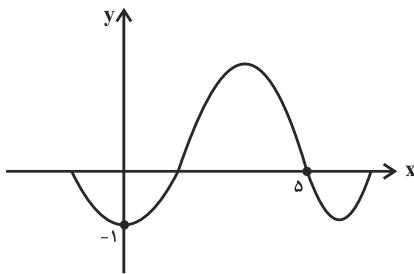
$$\frac{13}{25} \quad (4)$$

$$\frac{7}{25} \quad (3)$$

$$\frac{24}{25} \quad (2)$$

$$\frac{25}{32} \quad (1)$$

-۱۰ شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $y = 1 + a \cos(b\pi x)$ می‌باشد. حاصل $a + b$ کدام است؟ ($b > 0$)



$$\begin{array}{l} \frac{5}{3} \quad (1) \\ \frac{2}{3} \quad (2) \\ -\frac{5}{3} \quad (3) \\ -\frac{2}{3} \quad (4) \end{array}$$

**آمار و مدل‌سازی**

کل کتاب
صفحه‌های ۳ تا ۱۶۲

آمار و مدل‌سازی

- ۱۱- طول یک مداد برابر 80 میلی‌متر (با خطای اندازه‌گیری E_1) و قطر قاعده آن برابر 10 میلی‌متر (با خطای اندازه‌گیری E_2) است. کدام مدل زیر برای حجم آن بر حسب میلی‌متر مکعب مناسب است؟ (از تراشیدگی سر مداد صرف نظر کنید).

$$2000\pi + 8000\pi E_1 + 128000\pi E_2 \quad (2)$$

$$8000\pi + 800\pi E_1 + 12800\pi E_2 \quad (4)$$

$$2000\pi + 25\pi E_1 + 40\pi E_2 \quad (1)$$

$$8000\pi + 25\pi E_1 + 40\pi E_2 \quad (3)$$

- ۱۲- در مورد نوع متغیرهای زیر، کدام گزینه به ترتیب از راست به چپ صحیح است؟

«دمای اتاق، مزه غذا، تعداد حرف «م» در سوالات این آزمون، RH خون»

(۱) کیفی اسمی- کیفی ترتیبی- کمی گستته- کیفی اسمی

(۲) کمی پیوسته- کیفی اسمی- کمی گستته- کیفی ترتیبی

(۳) کمی پیوسته- کیفی اسمی- کمی گستته- کیفی اسمی

(۴) کیفی ترتیبی- کیفی اسمی- کمی گستته- کیفی ترتیبی

- ۱۳- در یک نمونه آماری با چهار دسته، جدول فراوانی به صورت زیر است:

x_i	$10-15$	$15-20$	$20-25$	$25-30$
f_i	۴	a	b	۱۰

- اگر فراوانی تجمعی دسته سوم برابر 20 و فراوانی نسبی آن $\frac{1}{3}$ باشد. آن‌گاه در نمودار دایره‌ای، زاویه مرکزی متعلق به دسته دوم کدام است؟

$$72^\circ \quad (2) \quad 60^\circ \quad (1)$$

$$90^\circ \quad (4) \quad 75^\circ \quad (3)$$

- ۱۴- در نمودار ساقه و برگ مقابل، میانگین داده‌های کمتر از مُد کدام است؟

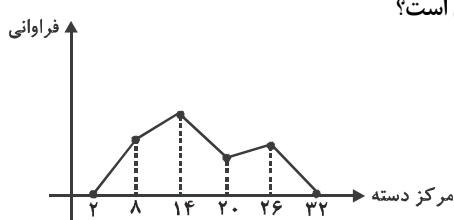
ساقه	برگ
۱	۰ ۴ ۴ ۵ ۷
۲	۱ ۳ ۴ ۶ ۶ ۶
۳	۵ ۷

$$17/75 \quad (3) \quad 17/5 \quad (2) \quad 17/25 \quad (1) \quad 16/75$$

- ۱۵- در نمودار جعبه‌ای ۳۶ داده آماری، میانگین داده‌های دو طرف جعبه جداگانه به ترتیب 22 و 30 می‌باشد. اگر میانگین تمام داده‌ها $27/5$ باشد، آن‌گاه میانگین داده‌های داخل جعبه کدام است؟

$$29/5 \quad (4) \quad 29 \quad (3) \quad 28/5 \quad (2) \quad 28 \quad (1)$$

- ۱۶- اگر مساحت زیر نمودار چندبر فراوانی زیر، باشد، فراوانی تجمعی دسته آخر کدام است؟



$$20 \quad (1)$$

$$15 \quad (2)$$

$$12 \quad (3)$$

$$10 \quad (4)$$



۱۷- کدام گزینه در مورد نمودار مستطیلی نادرست است؟

۱) نمودار مستطیلی همواره متقارن است.

۲) این نمودار برای متغیرهای کمی پیوسته مناسب است.

۳) مساحت مستطیلها متناسب با فراوانی دسته‌ها است.

۴) قاعده هر مستطیل روی محور افقی برابر طول آن دسته است.

۱۸- پانزده داده آماری با واریانس ۱۲ و ده داده آماری دیگر با واریانس ۷/۶ را با هم ترکیب می‌کنیم. اگر میانگین هر دو گروه یکسان باشند،

انحراف معیار ۲۵ داده حاصل کدام است؟

۳/۲۰ (۴)

۳/۲۵ (۳)

۳/۵۰ (۲)

۳/۱۰ (۱)

۱۹- ۱۰۰ مربع داریم که میانگین و واریانس طول اضلاع آن‌ها به ترتیب ۱۰ و ۱ می‌باشد. در صورتی که طول اضلاع همگی ده درصد افزایش پیدا کند، مجموع مساحت مربع‌های جدید کدام است؟

۱۲۲۲۱ (۴)

۱۲۱۲۱ (۳)

۱۱۲۲۱ (۲)

۱۱۱۲۱ (۱)

۲۰- اگر میانگین داده‌های x_1, x_2, \dots, x_n برابر ۲۰ و میانگین داده‌های $x_1+1, x_2+2, \dots, x_n+n$ برابر ۳۰ باشد. کدام است؟

۲۰ (۴)

۱۹ (۳)

۱۵ (۲)

۱۰ (۱)

۱ هندسه ۱ (کل کتاب)

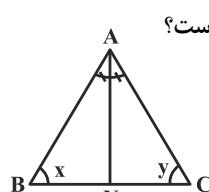
۲۱- در مثلث ABC، زاویه خارجی متناظر با رأس C، دو برابر زاویه B است. نوع مثلث ABC کدام است؟

۲) متساوی‌الساقین

۱) متساوی‌الاضلاع

۴) غیرمشخص

۳) قائم‌الزاویه

۲۲- در مثلث ABC، AN نیمساز زاویه A است. اگر $x-y=20^\circ$ و $\hat{C}=y$ ، مقدار \widehat{ANB} چهقدر است؟

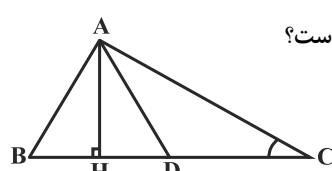
۷۰° (۲)

۶۰° (۱)

۱۰۰° (۴)

۸۰° (۳)

۲۳- در مثلث زیر، از رأس A عمود AH را بر ضلع BC فرود می‌آوریم و نقطه D روی ضلع BC را چنان انتخاب می‌کنیم که

AB = AD = DC باشد. اگر $\hat{C} = 30^\circ$ و $BH = 4\sqrt{3}$ ، آن‌گاه مساحت مثلث ADC کدام است؟

۲۴\sqrt{3} (۲)

۷۲\sqrt{3} (۱)

۴۸\sqrt{3} (۴)

۳۶\sqrt{3} (۳)

۲۴- در ذوزنقه متساوی‌الساقین ABCD، نسبت قاعده‌ها برابر $\frac{3}{2}$ و زاویه مجاور به قاعده 60° است. بر روی ساق‌های AD و BC، مثلثهای متساوی‌الاضلاع ADA' و B'CD را ساخته‌ایم. نسبت مساحت ABCD به مساحت ADA' و B'CD خارج ذوزنقه قرار دارند).

۲۵- مثلثهای متساوی‌الاضلاع ADA' و B'CD را ساخته‌ایم. نسبت مساحت ABCD به مساحت ADA' و B'CD خارج ذوزنقه قرار دارند).

۲/۲۵ (۴)

۱/۸ (۳)

۱/۶ (۲)

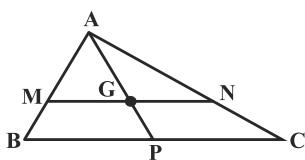
۱/۴ (۱)



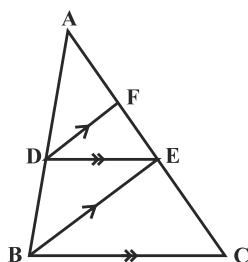
- ۲۵- مثلث های $A'B'C'$ و ABC متشابه‌اند. اگر طول ضلع‌های مثلث ABC ، ۸، ۵، ۱۱ سانتی‌متر و محیط مثلث $A'B'C'$ برابر ۶۰ سانتی‌متر باشد، نسبت مساحت مثلث ABC به مساحت مثلث $A'B'C'$ چه قدر است؟

$\frac{3}{5}$	(۲)	$\frac{2}{5}$	(۱)
$\frac{4}{5}$	(۳)	$\frac{9}{25}$	(۳)
$\frac{25}{5}$	(۴)		

- ۲۶- در شکل زیر $BC \parallel MN$ و G مرکز ثقل مثلث است. نسبت مساحت مثلث AMN به ۴ ضلعی $BMNC$ کدام است؟



$\frac{4}{9}$	(۲)	$\frac{4}{5}$	(۱)
$\frac{3}{5}$	(۳)	$\frac{5}{9}$	(۳)
$\frac{5}{5}$	(۴)		



- ۲۷- در شکل مقابل با فرض $\frac{DE}{BC} = \frac{6}{25}$ ، حاصل کدام می‌تواند باشد؟

۰ / ۲	(۱)
۰ / ۳	(۲)
۰ / ۴	(۳)
۰ / ۵	(۴)

- ۲۸- اندازه قطر مکعبی با اندازه قطر مکعب مستطیلی به یال‌های $\sqrt{3}$ ، $2\sqrt{5}$ و 5 برابر است. حجم این مکعب کدام است؟

64	(۲)	$81\sqrt{3}$	(۱)
27	(۴)	$48\sqrt{6}$	(۳)

- ۲۹- یک استوانه قائم به ارتفاع ۲ و شعاع قاعده $\sqrt{3}$ در داخل مخروطی قائم به شعاع قاعده $\sqrt{27}$ با کمترین ارتفاع ممکن جای گرفته است.

حجم ناحیه بین مخروط و استوانه کدام است؟

15π	(۴)	24π	(۳)	18π	(۲)	21π	(۱)
---------	-----	---------	-----	---------	-----	---------	-----

- ۳۰- کره‌ای به مرکز O و به شعاع R را با صفحه P به فاصله $2\sqrt{5}$ واحد از نقطه O قطع کرده‌ایم. یک دایره به محیط 8π ، روی کره ایجاد شده است. نسبت عدد حجم این کره به عدد مساحت آن، کدام است؟

$\frac{4}{3}$	(۴)	$\frac{4}{3}$	(۳)	2	(۲)	$\frac{3}{2}$	(۱)
---------------	-----	---------------	-----	-----	-----	---------------	-----

جبر و احتمال

جبر و احتمال

استدلال ریاضی / مجموعه‌ها
(مجموعه، زیرمجموعه، مجموعه‌توان،
نمایش هندسی مجموعه‌ها، جزء مجموعه‌ها)
صفحه‌های ۱ تا ۶

- ۳۱- در اثبات حکم $(n+1)\sqrt{2} \geq 1 + (\sqrt{2})^n$ به روش استقرای تعمیم یافته برای اعداد طبیعی $n \geq 2$ ، از کدام نامساوی بدیهی استفاده می‌کنیم؟

$k+1 \geq 0$	(۴)	$k-1 \geq 0$	(۳)	$k\sqrt{2} \geq 1$	(۲)	$k\sqrt{2} + 1 \geq 0$	(۱)
--------------	-----	--------------	-----	--------------------	-----	------------------------	-----

- ۳۲- در اثبات نامساوی $|x+y| \leq |x| + |y|$ به روش بازگشتی، به کدام رابطه همواره درست می‌رسیم؟

$xy \leq xy $	(۲)	$(x+y)^2 \geq 0$	(۱)
$ xy \geq 0$	(۴)	$ x+y ^2 = (x+y)^2$	(۳)



- ۳۳- مجموعه $S = \{1, 2, 3, \dots, 200\}$ مفروض است. حداقل تعداد اعضای مجموعه $A \subseteq S$ چهقدر باشد، تا قطعاً دو عضو آن نسبت به هم

اول باشند؟

۱۵۱ (۴)

۱۰۱ (۳)

۵۱ (۲)

۴۹ (۱)

- ۳۴- مجموعه $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ دارای چند زیرمجموعه شامل f و فاقد e است؟

۴۸ (۴)

۳۲ (۳)

۲۴ (۲)

۱۶ (۱)

- ۳۵- دو مجموعه $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x+1| < 4\}$ و $A = \{m \in \mathbb{Z} \mid m^2 \leq 3m\}$ و $C \subseteq B$ و $C \subseteq A$. اگر C مجموعه

حداکثر چند عضو می‌تواند داشته باشد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

- ۳۶- اگر $A \cup \{\}\} = A \cap \{1, 2\}$ وجود دارد به گونه‌ای که A مجموعه جهانی باشد، آن‌گاه چند مجموعه مانند A باشد؟

۸ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

۱) هیچ

- ۳۷- حاصل $[A \cup B] - B = [A \cup B] \Delta [A \cup B]$ همواره برابر کدامیک از مجموعه‌های زیر است؟

$A \Delta B$ (۴)

$A' \cup B'$ (۳)

$A \cap B$ (۲)

$A \cup B$ (۱)

- ۳۸- برای سه مجموعه A ، B و C ، حاصل $(A \cup B) - C = A \cup (B - C)$ همواره برابر کدام مجموعه است؟

B (۴)

C' (۳)

B' (۲)

C (۱)

- ۳۹- اگر $B = \{\phi, \{\phi\}, \{\{\phi\}\}\}$ باشد، آن‌گاه مجموعه $[A \cap (A \cup B)] \Delta [B \cup (A \cap B)]$ چند زیر مجموعه

سرمه ناتھی دارد؟

۶ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۱) صفر

- ۴۰- در یک کلاس ۳۰ نفره، ۲۲ نفر در آزمون جبر و ۱۴ نفر در آزمون هندسه شرکت کردند. اگر ۵ نفر در هیچ یک از آزمون‌ها شرکت نکرده باشند، چند نفر فقط در آزمون هندسه شرکت کردند؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

فیزیک ۱ و ۲

فیزیک ۱

انرژی / دما و گرما / نورشناخت
صفحه‌های ۱ تا ۴۵
۱۴۶ تا ۷۷

فیزیک ۲

کار و انرژی / ویزگی‌های ماده /
گرما
صفحه‌های ۱ تا ۷۶

- ۴۱- جسم کدری در فاصله ۲۰ سانتی‌متری از پرده و ۶۰ سانتی‌متری از یک چشم‌گسترش نور و موازی با آن‌ها قرار دارد. اگر طول چشم و طول جسم کدر هر یک برابر با ۴cm باشد، در صورتی که طول چشم

۱cm کاهش یابد، پهنای نیم‌سایه چند برابر می‌شود؟

$\frac{3}{8}$ (۴)

$\frac{8}{3}$ (۳)

$\frac{3}{4}$ (۲)

$\frac{4}{3}$ (۱)

- ۴۲- پرتو نوری تحت زاویه تابش 45° از محیط شفافی به ضریب شکست $n = 2$ وارد محیط شفاف دیگری می‌شود و 15° منحرف می‌شود.

ضریب شکست محیط دوم کدام گزینه است؟

$2\sqrt{2}$ (۲)

$\frac{2\sqrt{6}}{3}$ (۱)

(۴) گزینه‌های ۱ و ۲ می‌توانند درست باشند.

$\sqrt{2}$ (۳)



- ۴۳- شخصی در مقابل یک آینه تخت به طول ۱۰ سانتی‌متر قرار دارد. این شخص طول ۲۵ سانتی‌متر از دیواری که در فاصله d در پشت سرش قرار دارد را می‌بیند. اگر بدون جایه‌جایی شخص، فاصله آینه از او نصف شود، چه طولی از دیوار پشت سرش را بر حسب سانتی‌متر خواهد دید؟

۶۰ (۴) ۴۰ (۳) ۵۰ (۲) ۳۰ (۱)
 - ۴۴- جسمی را در فاصله ۱۵ سانتی‌متری از یک آینه محدب با فاصله کانونی 30cm عمود بر محور اصلی آن قرار داده‌ایم. اگر آینه محدب را برداشته و به جای آن یک آینه مقعر با فاصله کانونی 30cm قرار دهیم، طول تصویر نسبت به حالت قبل چند برابر می‌شود؟

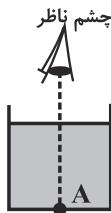
$$\frac{2}{3} (۴) \quad ۳ (۳) \quad ۲ (۲) \quad \frac{1}{3} (۱)$$

- ۴۵- جسمی در فاصله ۲۵ سانتی‌متری از یک آینه مقعر به فاصله کانونی 15cm و عمود بر محور اصلی آن قرار دارد. جسم را چند سانتی‌متر به آینه نزدیک کنیم تا طول تصویر تغییری نکند؟

$$22/5 (۴) \quad ۲۰ (۳) \quad ۱۵ (۲) \quad ۱۰ (۱)$$

- ۴۶- در شکل زیر، اگر نقطه نورانی A با سرعت ثابت $\frac{\text{cm}}{\text{s}}$ در راستای عمود بر سطح مایع به سطح مایع نزدیک شود و ضریب شکست مایع

نسبت به هوا $\frac{3}{2}$ باشد، در این صورت تا قبل از رسیدن نقطه نورانی A به سطح آب، تصویری که ناظر از آن می‌بیند، در هر ثانیه چند سانتی‌متر به سطح آب نزدیک می‌شود؟ (ناظر به طور تقریباً عمود به نقطه A نگاه می‌کند).



- ۱ (۲)
۳ (۲)
 $4/5$ (۳)
 $5/5$ (۴)

- ۴۷- یک عدسی تصویری مجازی از خورشید در فاصله ۲۰ سانتی‌متری از خود تشکیل داده است. اگر جسمی را در فاصله ۶۰ سانتی‌متری از این عدسی و عمود بر محور اصلی آن قرار دهیم، فاصله جسم تا تصویرش چند سانتی‌متر خواهد بود؟

$$75 (۲) \quad ۱۵ (۱)
45 (۴) \quad ۳۰ (۳)$$

- ۴۸- در شکل زیر، محور اصلی عدسی همگرا و آینه مقعر یکسان است و پرتو SI که موازی با محور اصلی به عدسی همگرا می‌تابد، پس از برخورد به سطح آینه بر روی خودش بازتاب می‌شود. اگر فاصله کانونی عدسی و آینه به ترتیب برابر با f_1 و f_2 باشد، فاصله عدسی از آینه



$$f_1 + 2f_2 (۲) \quad f_1 + f_2 (۱)
2f_2 - f_1 (۴) \quad 2f_1 + f_2 (۳)$$

- ۴۹- جسمی روی کانون یک عدسی واگرا و عمود بر محور اصلی آن قرار دارد. فاصله تصویر آن تا عدسی چند برابر فاصله کانونی است؟

$$2 (۲) \quad \frac{2}{3} (۱)
1/2 (۳) \quad 2 (۳)$$



۵۰- نسبت توان عدسی چشمی به توان عدسی شیئی در میکروسکوپ و تلسکوپ به ترتیب از راست به چه چگونه است؟

- (۱) بزرگتر از یک، کوچکتر از یک
 (۲) بزرگتر از یک، بزرگتر از یک
 (۳) کوچکتر از یک، کوچکتر از یک

۵۱- در صفحه xoy ، بر جسمی که بردار جابه‌جایی آن به صورت $\vec{F} = \alpha\vec{i} + 5\vec{j}$ وارد می‌شود. اگر کار این نیرو در

این جابه‌جایی، سه برابر کار آن در جابه‌جایی روی محور x ها باشد. کدام است؟ (تمامی واحدها در دستگاه اندازه‌گیری SI می‌باشد).

۴۴

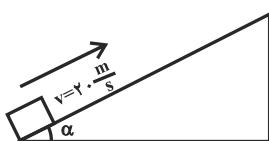
۳۳

۲۲

۱۱

۵۲- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم 2kg را از پایین سطح شیبداری با سرعت اولیه $\frac{m}{s} ۲۰$ مماس بر سطح به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. اگر

این جسم در برگشت به نقطه شروع حرکت اندازه سرعتش به $\frac{m}{s} ۲۰$ برسد، کار نیروی اصطکاک در این مسیر چند ثول است؟



- (۱) -۲۰
 (۲) -۳۰
 (۳) -۱۰
 (۴) صفر

۵۳- شخصی از یک دهانه فشارستنجی به شکل U که حاوی مایع است، به آن می‌دمد. اگر بعد از ایجاد تعادل، اختلاف ارتفاع مایع در دو شاخه در یک دمیدن برابر با 50cm باشد، تفاوت فشار بین فشار دمیدن شخص و فشار هوای محیط 5000Pa است. اگر در یک دمیدن دیگر، اختلاف ارتفاع همین مایع در دو شاخه بعد از ایجاد تعادل برابر با 30cm باشد، اختلاف فشار بین فشار دمیدن شخص و فشار هوای چند

$$\text{پاسکال است? } (g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$$

۳۰۰۰ (۴)

۵۰۰ (۳)

۵۰۰۰ (۲)

۳۰۰ (۱)

۵۴- در ظرفی تارتفاع 5cm جیوه ریخته‌ایم. فشار ناشی از آن بر کف ظرف چند پاسکال است؟ ($\rho_{جیوه} = ۱۳ / ۶ \frac{\text{g}}{\text{cm}^۳}$)

۶۸۰۰ (۲)

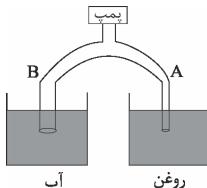
۶۸ (۴)

۶۸۰۰۰ (۱)

۶۸۰ (۳)

۵۵- در شکل زیر، قطر مقطع لوله در قسمت A نصف قسمت B است. اگر با پمپ، هوای لوله‌ها خارج شود، نسبت ارتفاع آب در لوله B به

$$\text{ارتفاع روغن در لوله A کدام است؟ (لوله‌ها به اندازه کافی بلند هستند، } \rho_{روغن} = ۰ / \lambda \text{ و } \rho_{آب} = ۱ \frac{\text{g}}{\text{cm}^۳})$$

 $\frac{4}{5}$

۲ (۴)

 $\frac{5}{4}$ $\frac{1}{2}$ (۳)

۵۶- دماسنجدی ساخته‌ایم که دمای آب 20°C را 40 درجه و دمای آب در حال جوش را 160 درجه نشان می‌دهد. در چه دمایی این دماسنجد

همان عدد را برحسب درجه سلسیوس نشان می‌دهد؟ (فشار هوای را ثابت و برابر با فشار در سطح دریای آزاد در نظر بگیرید).

-۴۰ (۲)

۴۰ (۴)

-۲۰ (۱)

۳۰ (۳)



- ۵۷ - ۱۰۰ گرم یخ صفر درجه سلسیوس را حداقل با چند گرم آب 20°C مخلوط کنیم، تا تمام یخ ذوب شود؟ (آب و $\text{g} \cdot \text{C}$)

$$(L_F = 336 \frac{\text{J}}{\text{g}})$$

۲۰ (۴)

۲۰۰ (۳)

۴۰ (۲)

۴۰۰ (۱)

- ۵۸ - طول یک قطعه ریل در زمستان برابر 16 m است. برای این که در فاصله 800 m متري بین دو شهر در تابستان و در دماي 40°C آسيبي به ریل ها نرسد، باید 500 تا از این ریل ها را پشت سر هم قرار داد. حداقل دماي زمستان چند درجه سلسیوس بوده است؟ (ضربي)

انبساط طولي فلز ریل ها $\frac{1}{K} \times 10^{-5}$ است و دما در زمستان را به عنوان دماي مرجع در نظر بگيريد.)

-۵ (۲)

-۱۰ (۱)

-۲۰ (۴)

صفر (۳)

- ۵۹ - کدام يك از گزينه های زير در رابطه با روش انتقال گرمابي تابش درست نیست؟

- (۱) همه اجسام در حال تابش از سطح خود هستند.
- (۲) سرعت انتقال گرما از طریق تابش بسیار زیاد است.
- (۳) تابش گرمابی سطوح تیره، ناصاف و مات از سطوح روشن، صاف و صیقلی، کمتر است.
- (۴) این روش انتقال گرمابی علاوه بر محیط مادی در محیط غیرمادی نیز انجام می شود.

- ۶۰ - مقدار معینی گاز كامل در دماي 20°C داراي حجم 100 cm^3 است. اين گاز را تا چه دماي برحسب درجه سلسیوس گرم کنیم تا در فشار ثابت، حجم آن برابر با 200 cm^3 شود؟

۳۱۳ (۲)

۵۸۶ (۱)

۴۰ (۴)

۲۷۳ (۳)

فيزيك ۳

فيزيك ۳

كل كتاب

فيزيك ۱

الكتربسيته

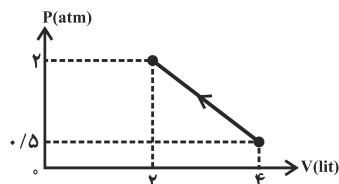
صفحه های ۴۶ تا ۴۶

- ۶۱ - فشار مقدار معینی گاز كامل را 20 درصد افزایش و حجم آن را 20 درصد کاهش می دهیم. دماي مطلق

اين گاز چگونه تغيير می کند؟

- (۱) ثابت می ماند.
- (۲) درصد افزایش می يابد.
- (۳) درصد کاهش می يابد.

- ۶۲ - نمودار $P - V$ فرایندی که مقدار معینی گاز كامل دو اتمی طی می کند، مطابق شکل زير است. تغييرات انرژي درونی گاز طی اين فرایند



$$(C_P = \frac{\gamma}{\gamma - 1} R \text{ و } C_V = \frac{\gamma - 1}{\gamma} R)$$

۰ / ۷ (۲)

۷۰۰ (۱)

۰ / ۵ (۴)

۵۰۰ (۳)

- ۶۳ - با يك ماشين گرمابي می توان در هر دقيقه وزنه اي به جرم 50 kg را به اندازه 20 m با سرعت ثابت بالا برد. اگر بازده اين ماشين $25 / ۰$

باشد، گرمابي که ماشين در هر دقيقه می گيرد، چند کيلوژول است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

۴۰ (۴)

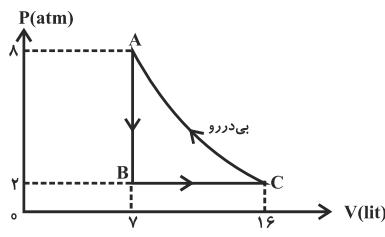
۳۰ (۳)

۲۰ (۲)

۱۰ (۱)



۶۴- نمودار $P - V$ فرایندهایی که مقدار معینی گاز کامل تکاتنی در چرخه یک یخچال طی می‌کند، مطابق شکل زیر است. ضریب عملکرد



$$(C_P = \frac{5}{2}R \text{ و } C_V = \frac{3}{2}R)$$

- $\frac{8}{5}$ ۲
 $\frac{5}{2}$ ۴
 $\frac{5}{2}$ ۳

- $\frac{5}{8}$ ۱
 $\frac{2}{5}$ ۵

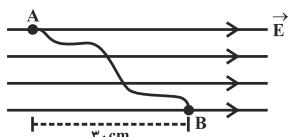
۶۵- در شکل زیر، دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 در فاصله ۱۲ سانتی‌متری از یکدیگر قرار دارند و خطوط میدان الکتریکی بین آن‌ها رسم شده است. اگر اندازه یکی از بارها ۹ برابر اندازه بار دیگری باشد، در چه فاصله‌ای از بار q_2 بر حسب سانتی‌متر برایند میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار صفر است؟



- ۶ ۲
۱۸ ۴

- ۳ ۱
۹ ۳

۶۶- در شکل زیر، اندازه میدان الکتریکی بکنواخت \vec{E} برابر با $\frac{N}{C}$ است. اگر بار $-2mC$ را از نقطه A تا نقطه B جابه‌جا کنیم، انرژی پتانسیل الکتریکی باز چند زول تغییر می‌کند؟



- ۰ / ۰۴ ۲

- ۰ / ۰۶ ۱

- ۴) باید زاویه بین بردار جابه‌جایی با میدان الکتریکی معلوم باشد.

- ۰ / ۰۲ ۳

۶۷- به دو کره فلزی خنثی به شعاع‌های ۳cm و ۶cm به یک اندازه بار الکتریکی می‌دهیم. اگر کره‌ها روی پایه‌های عایقی قرار داشته باشند، نسبت چگالی سطحی بار الکتریکی کره بزرگ‌تر به کره کوچک‌تر کدام است؟

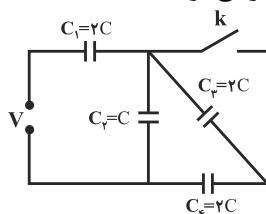
- ۴ ۴

- $\frac{1}{4}$ ۳

- ۲ ۲

- $\frac{1}{2}$ ۱

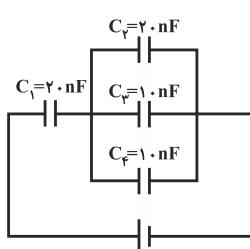
۶۸- در مدار شکل زیر، ابتدا کلید k باز است. باستن کلید k، بار الکتریکی ذخیره شده در خازن C۴ چند برابر می‌شود؟



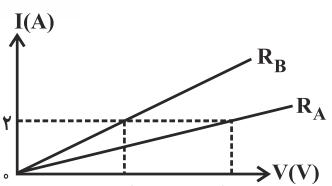
- $\frac{2}{5}$ ۲
 $\frac{5}{8}$ ۴

- $\frac{1}{4}$ ۱
 $\frac{8}{5}$ ۳

۶۹- در مدار شکل زیر، خازن‌های C_1 و C_2 دارای دی‌الکتریک پلی‌استیرن و خازن‌های C_3 و C_4 دارای دی‌الکتریک پارافین هستند و فاصله میان صفحات تمام خازن‌ها ۱mm است. بیشترین مقدار بار الکتریکی که می‌توان در مجموعه خازن‌ها ذخیره کرد به‌طوری که هیچ‌کدام از خازن‌ها آسیب نبینند، چند میکروکولن است؟ (قدرت دی‌الکتریک پلی‌استیرن و پارافین به ترتیب ۲۴ و ۱۰ کیلوولت بر میلی‌متر است).



- ۳ / ۲ ۱
۴ / ۲ ۲
 $\frac{4}{3}$ ۳
۴ / ۸ ۴



۷۰- نمودار شدت جریان عبوری از دو مقاومت مجزای R_A و $R_B = 12\Omega$ بر حسب اختلاف پتانسیل

دو سر آنها مطابق شکل مقابل است. مقاومت الکتریکی A چند اهم است؟ (دما ثابت فرض شود).

۷۲

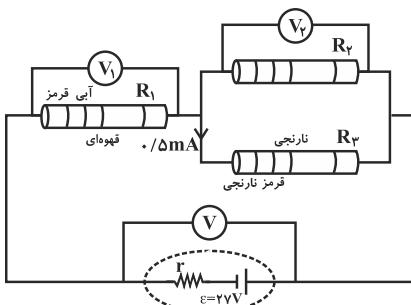
۴

۵

۱۲

۷۱- در مدار شکل زیر، سه مقاومت کربنی مداری را تشکیل داده‌اند. اگر ولتسنج V عدد ۲۴V را نشان دهد و اندازه مقاومت مقاومت‌های

کربنی دقیقاً همانی باشد که کدهای رنگی نشان می‌دهند، حاصل $\frac{V_1}{V_2}$ کدام است؟ (ولتسنج‌ها ایده‌آل فرض شود).



۱

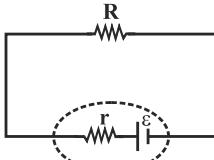
۲

۳

۴) باید کدهای رنگی مقاومت R_2 معلوم باشد.

رنگ	رد	قرمز	قرمز نارنجی	زرد	آبی
کد	۶	۳	۲	۱	

۷۲- در مدار شکل زیر، اگر اختلاف پتانسیل دو سر مولد نصف نیروی محرکه آن باشد، حاصل $\frac{R}{r}$ کدام است؟



۲۰

۴

۱

۳

۷۳- در شکل زیر، مقاومت‌ها مشابه و بیشینه توان مصرفی بین دو نقطه A و B در صورتی که هیچ مقاومتی آسیب نبیند، برابر با $۲۰W$ است. بیشینه توان مصرفی هر یک از مقاومت‌ها برابر با چند واحد است؟



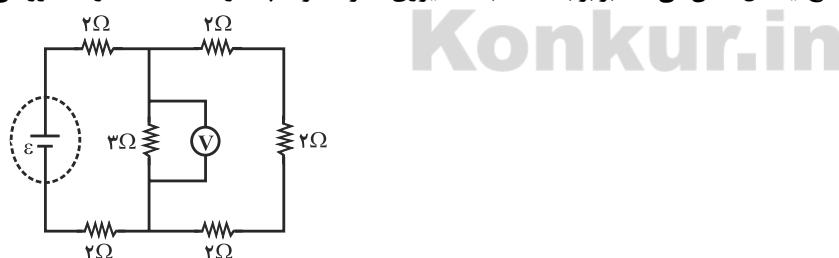
۱۸

۲۴

۹

۱۲

۷۴- در مدار شکل زیر، اگر عددی که ولتسنج ایده‌آل نشان می‌دهد برابر با ۱۲V باشد، نیروی محرکه مولد چند ولت است؟ (مقایمت درونی



مولد ناچیز است).

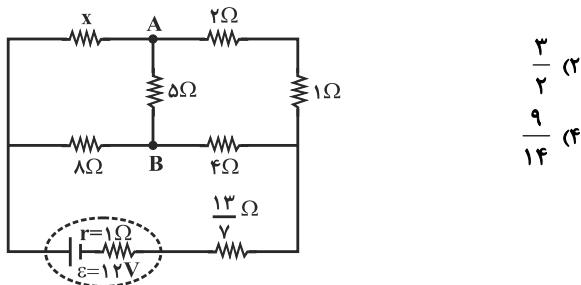
۱۲

۲۴

۲۶

۴۸

۷۵- در مدار شکل زیر، اگر جریان عبوری از شاخه AB برابر با صفر باشد، جریانی که از مقاومت x می‌گذرد، چند آمپر است؟



۳

۲

۹

۱۴

۶

۷

۲

۳



۷۶- در قسمتی از فضا میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی عمود بر هم وجود دارند. اگر بزرگی آن‌ها به ترتیب برابر $\frac{N}{C} = 8 \times 10^4$ و $T = 4$ باشد،

یک ذره باردار با حداقل چه سرعتی بر حسب سرعت نور در جهت مناسب در این میدان پرتاب شود تا از مسیر خود منحرف نشود؟

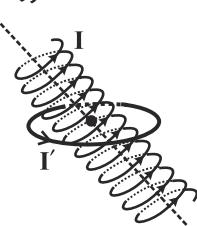
$$(نیروی گرانشی وارد بر ذره ناچیز است) \quad c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$\frac{2}{3000}$	(۲)	$\frac{1}{1000}$	(۱)
$\frac{1}{4000}$	(۴)	$\frac{1}{2000}$	(۳)

۷۷- مطابق شکل زیر، از سیم‌ولوهای که تعداد دور بر واحد طول آن $500 \text{ دور} / 50 \text{ متر}$ است، جریان $I = 2\text{A}$ می‌گذرد. محور این سیم‌ولوhe با سطح

پیچه‌ای به شعاع 10cm زاویه 30° می‌سازد و از مرکز پیچه عبور می‌کند. اگر تعداد دور پیچه 1000 باشد و از آن جریان $I' = 0 / 2\text{A}$

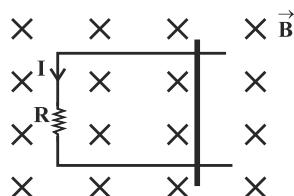
بگذرد، بزرگی میدان مغناطیسی برایند در مرکز پیچه چند گاؤس است؟ ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}}$)



$12\sqrt{3} \times 10^{-4}$	(۱)
$12\sqrt{2 + \sqrt{3}} \times 10^{-4}$	(۲)
$12\sqrt{3}$	(۳)
$12\sqrt{2 + \sqrt{3}}$	(۴)

۷۸- در شکل زیر، اگر سطح قاب بر راستای خط‌های میدان مغناطیسی عمود باشد، میله رسانا را در چه جهتی و چگونه حرکت دهیم تا جریان

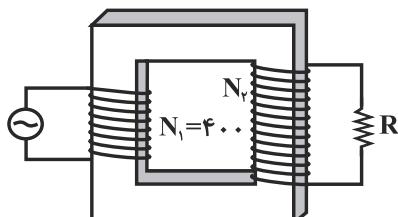
الایی ثابتی در جهت نشان داده در مدار ایجاد گردد؟ (از نیروهای اصطکاک صرف‌نظر شود).



- (۱) راست، سرعت ثابت
- (۲) راست، شتاب ثابت
- (۳) چپ، سرعت ثابت
- (۴) چپ، شتاب ثابت

۷۹- در مبدل آرمانی زیر، بیشینه توان مصرفی مقاومت $R = 5\Omega$ برابر با 20W است. اگر معادله نیروی محرکه ورودی در SI به صورت

$$\epsilon = 5 \sin 100t \text{ باشد، تعداد دورهای پیچه ثانویه چند دور است؟}$$



8000	(۱)
2000	(۲)
400	(۳)
800	(۴)

۸۰- اگر جریان عبوری از یک سیم‌ولوhe دو برابر شود، ضریب خودالایی و انرژی ذخیره شده در این سیم‌ولوhe، به ترتیب از راست به چپ چند

برابر می‌شوند؟

$4,4$	(۲)
$1,1$	(۴)

$4,1$	(۱)
$1,4$	(۳)



شیمی ۲
کل کتاب

شیمی ۲

۸۱- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- تخلیه الکتریکی، هنگامی رخ می‌دهد که با اتصال مستقیم بین دو جسم، الکترون‌ها از یکی به دیگری منتقل شود.
- رابرت بویل، در کتاب شیمی‌دان شکاک، مفهوم تازه‌ای از اتم را معرفی کرد.
- چهار خط طیف نشری خطی هیدروژن که توسط بونزن کشف شده بود، نخستین بار طول موج آن‌ها توسط آنگستروم اندازه‌گیری شد.
- اتم بور دارای دو نوع ایزوتوپ طبیعی B^{10} و B^{11} است. بنابراین ۸ نوع مولکول BCl_3 در طبیعت می‌توان یافت.
- تامسون با تغییر جنس گاز درون لوله کاتدی و مطالعه پرتو کاتدی متوجه شد که الکترون ذره‌ای زیراتمی است.

۴۴ ۴۳ ۲۲ ۱۱

۸۲- طیف نشری خطی اتم سدیم با طیف نشری خطی اتم هیدروژن ... است به طوری که، در طیف اتم سدیم، برخی از خطوط به صورت

جفت‌هایی با فاصله ... هم هستند. در طیف نشری خطی اتم هیدروژن نور سبز حاصل انتقال الکترون از تراز ... به تراز ... است.

$$\begin{array}{ll} n = 2 - n = 5 & n = 4 - n = 2 \\ \text{مشابه} - \text{دور از} & \text{مشابه} - \text{دور از} \\ 4 & 3 \end{array}$$

۸۳- عنصر A نافلزی از دوره سوم جدول تناوبی است که اختلاف عدد اتمی آن با سبک‌ترین شبه‌فلز تناوب چهارم برابر ۱۷ است. کدام

مطلوب در مورد این عنصر درست است؟

- ۱) عنصر A به گروه ۱۶ تعلق دارد.
- ۲) آرایش الکترونی لایه ظرفیت آن به صورت $ns^2 np^5$ است.
- ۳) تنها یک ایزوتوپ پایدار از آن در طبیعت یافت می‌شود.
- ۴) از واکنش آن با کلر تنها یک نوع ترکیب یونی با فرمول ACl_3 تشکیل می‌شود.

۸۴- کدام گزینه صحیح است؟

- ۱) روند میزان افزایش الکترونگاتیوی عناصر در دوره سوم نسبت به دوره دوم منظم‌تر است.
- ۲) عنصری دو اتمی که در جدول تناوبی کوچک‌ترین شعاع اتمی را دارا می‌باشد، بیش‌ترین الکترونگاتیوی را نسبت به سایر عناصر دارد.
- ۳) با افزایش اثر پوششی الکترون‌های درونی، از تحرک الکترون‌های لایه بیرونی کاسته می‌شود.
- ۴) عنصری که بیش‌ترین انرژی دومین یونش را در میان ۲۰ عنصر اول جدول تناوبی دارد، کمترین میزان الکترونگاتیوی را در میان عناصر هم‌دوره خود دارد.

۸۵- چند مورد از مطالب زیر کاملاً درست است؟

- در ترکیبات یونی، هیچ‌گاه عدد کوئوردیناسیون کاتیون و آنیون با یکدیگر برابر نیست.
- شبکه بلور به آرایش سه‌بعدی و منظم اتم‌ها، مولکول‌ها یا یون‌ها در یک بلور گفته می‌شود.
- برابر بودن شمار آنیون‌ها و کاتیون‌ها در ترکیبات یونی، موجب شده است تا ترکیبات یونی از نظر الکتریکی خنثی باشند.
- ترکیبات یونی دوتایی می‌توانند بیش از دو یون در هر واحد فرمولی خود داشته باشند.

۴۴ ۴۳ ۱۲ ۳

۸۶- مقداری منیزیم کلرید متبلاور ($MgCl_2 \cdot nH_2O$) را حرارت داده تا تمامی آب خود را از دست دهد. درنتیجه $2/16$ گرم از جرمآن کاسته شده و $20/0$ مول ماده خشک باقی می‌ماند. تعداد مولکول آب تبلور آن (n) چند است؟ ($1molH_2O = 18g$)

۳۴ ۶۳ ۵۲ ۲۱

۸۷- در کدام دو گونه، مجموع شمار قلمرو الکترونی تمام اتم‌های سازنده برابر است؟





۸۸- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- عنصر کربن دارای دو آلوتروب گرافیت و الماس است که هر دو جامدهایی کووالانسی به شمار می‌آیند.
- کلسیم کاربید جامدی یونی است که ساختار لوویس آنیون آن به شکل $\text{C} \equiv \text{C}^-$ است.
- در گرافیت هر اتم کربن با سه پیوند یگانه به سه اتم کربن و در الماس هر اتم کربن با چهار پیوند یگانه به چهار اتم کربن متصل است.
- طول پیوند کربن - کربن در گرافیت در مقایسه با الماس کوتاه‌تر است.

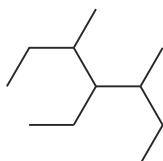
۴ (۴)

۳ (۳)

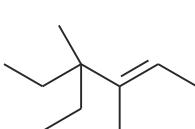
۲ (۲)

۱ (۱)

۸۹- طبق اصل آیوپاک در کدام گزینه نام ترکیب‌های (a) و (b) به ترتیب به درستی آمده است؟



(a)



(b)

۱) ۴-اتیل-۳- و ۵-دی‌متیل‌هپتان / ۳ و ۴-دی‌متیل-۴-اتیل-۴-هگززن

۲) ۴-اتیل-۳- و ۵-دی‌متیل‌هگزان / ۳-اتیل-۳- و ۴-دی‌متیل-۲-هگززن

۳) ۴-اتیل-۳- و ۵-دی‌متیل‌هپتان / ۴-اتیل-۳- و ۴-دی‌متیل-۲-هگززن

۴) ۳ و ۵-دی‌اتیل-۳-متیل‌هگزان / ۴-اتیل-۳- و ۴-دی‌متیل-۲-هگززن

۹۰- کدام گزینه برای تکمیل عبارت زیر مناسب است؟

«گروه عاملی در مولکول مولکول شامل اتم است.»

۲) پروپانول، مانند، پروپانون، سه

۳) هپتانال، برخلاف، اتیل بوتانوات، سه

۱) پروپانال، مانند، پروپانون، سه

۳) متنول، برخلاف، دی‌متیل اتر، یک

شیمی ۳

۹۱- کدام یک از عبارت‌های زیر نادرست است؟

۱) تولید پلی‌تن، پلی‌پروپن و پلی‌تری‌افلوفور اتن از جمله مهم‌ترین واکنش‌های پلیمرشدن در صنعت هستند.

۲) مونومر گازی شکل پروپن، دراثر تبدیل به پلی‌مری به نام پلی‌پروپن کاهش حجم پیدا می‌کند.

۳) بر اثر واکنش بخار آمونیاک با بخار هیدروژن کلرید، جامد بی‌رنگ NH_4Cl تولید می‌شود.

۴) لایه ترد و سفید رنگ روی سطح براق نوار نمیزیم، نمایانگر اکسایش منیزیم است.

۹۲- چند مورد از عبارت‌های زیر نادرست هستند؟

I) برای ترکیباتی که فقط پیوند یونی دارند، فرمول شیمیابی و فرمول تجربی یکسان است.

II) شیمی‌دان‌ها جرم اتم‌ها را با طیف‌سنج جرمی به دست می‌آورند.

III) متنالو که به الكل چوب معروف است؛ از گرم‌کردن چوب در حضور اکسیژن تا دمای 400°C به دست می‌آید.

IV) اتانول الكل میوه نام دارد و در اثر تخمیر قندها و کربوهیدرات‌های موجود در میوه‌ها توسط آنزیم‌ها تولید می‌شود.

۴ (۴)

۲ (۲)

۱ (۱)

۲ (۳)

۹۳- برای تولید CO_2 گاز 224mL با چگالی 1g.L^{-1} ، چند گرم سدیم هیدروژن‌کربنات با درصد خلوص ۲۰% به میزان ۸۰% بایدتجزیه شود؟ ($\text{Na} = ۲۳, \text{H} = ۱, \text{C} = ۱۲, \text{O} = ۱۶ : \text{g.mol}^{-1}$)

۳ / ۷۶ (۲)

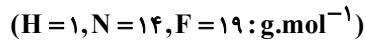
۵ / ۸۸ (۱)

۰ / ۲۳ (۴)

۰ / ۱۵ (۳)



۹۴- اگر در واکنش موازن نشده $\text{NH}_3(\text{g}) + \text{F}_2(\text{g}) \rightarrow \text{N}_2\text{F}_4(\text{g}) + \text{HF}(\text{g})$ و ۱۹ گرم $\text{F}_2(\text{g})$ با هم واکنش دهند و بازده درصدی واکنش ۹۰ درصد باشد، چند گرم $\text{N}_2\text{F}_4(\text{g})$ تولید خواهد شد؟



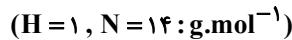
۱۱/۵۶ (۴)

۹ / ۳۶ (۳)

۱۴ / ۰۴ (۲)

۱۷ / ۳۳ (۱)

۹۵- اگر در شرایط کاملاً یکسان ظرفیت گرمایی مولی گاز هیدروژن، نصف ظرفیت گرمایی مولی گاز نیتروژن باشد، برای افزایش دمای یکسان از مقادیر جرم یکسان دو گاز، مقدار گرمای لازم برای گرم کردن گاز هیدروژن چند برابر گاز نیتروژن است؟



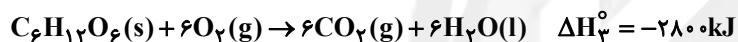
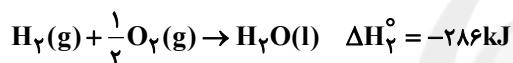
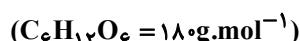
۱۴ (۴)

۷ (۳)

۱ / ۷ (۲)

۱ / ۱۴ (۱)

۹۶- با توجه به واکنش‌های زیر و مقادیر ΔH آن‌ها، گرمای مبادله شده به هنگام تشکیل ۴۵ گرم گلوکز در شرایط استاندارد کدام است؟



+۱۲۸۰kJ (۴)

-۱۲۸۰kJ (۳)

+۳۲۰kJ (۲)

-۳۲۰kJ (۱)

۹۷- چه تعداد از عبارت‌های زیر نادرست هستند؟



الف- واکنش $\text{N}_2\text{O}_4(\text{g}) \rightarrow 2\text{NO}_2(\text{g})$ ، اگرچه با افزایش سطح انرژی همراه است، اما به دلیل افزایش بی‌نظمی، می‌تواند در شرایطی به صورت خودبه‌خودی انجام شود.

ب- تعداد بسیار کمی از واکنش‌ها، مانند سوختن، در یک جهت خودبه‌خودی و درجهٔ دیگر غیرخودبه‌خودی انجام می‌شوند.

پ- مقدار آنتروپی یک سامانه در صفر مطلق برابر با صفر درنظر گرفته می‌شود.

ت- واکنشی که خواصش با بردارهای روبه‌رو هم‌خوانی دارد، در دماهای پایین خودبه‌خودی انجام می‌شود.

۴ (۴)

۲ (۳)

۱ (۱)

۹۸- کدام گزینه جملهٔ زیر را به درستی کامل می‌کند؟

«در فاز پخش‌کننده بوده و نمونه‌ای از آن است.»

(۱) ژل - مایع - ژله

(۳) سول جامد - جامد - یاقوت

کدام گزینه نادرست است؟ ۹۹-

(۲) سول - جامد - رنگ‌های روغنی

(۴) آبروسول مایع - مایع - هوای مه‌آلود

(۱) آنتالپی احلال ید در تولوئن تاچیز است و با اتحلال آن، دمای محلول تغییر محسوسی نمی‌کند.

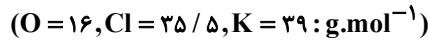
(۲) اتحلال گاز آمونیاک در آب، به خاطر توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی، از هیدروژن کلرید پیش‌تر است.

(۳) در دمای ثابت، با دوپردازش فشار، اتحلال گاز آرگون نیز در آب دو برابر می‌شود.

(۴) متانول، اتانول، ۱-پروپانول و استون در دمای اتاق با اتحلال در آب به حالت اشباع نمی‌رسند.

۱۰۰- دمای ۹۱۰ گرم محلول سیرشدهٔ پتاسیم کلرات را از 70°C به 55°C می‌رسانیم. اگر بدائیم اتحلال پذیری این نمک در این دماهای

ذکرشده به ترتیب ۳۰ و ۲۰ گرم در هر 10°C آب می‌باشد، غلظت مولال محلول نهایی به تقریب کدام است؟



۰ / ۸۲ (۴)

۲ / ۴۴ (۳)

۱ / ۶۳ (۲)

۱ / ۲۶ (۱)



پاسخ‌نامه

آزمون غیرحضوری

اختصاصی نظام قدیم ریاضی

Konkur.in

۱۳۹۸ اسفند ۱۲۳

(مباحث ۷ فروردین ۹۹)



۷ - گزینه «۴»
ابتدا دامنه تابع $f(x)$ را پیدا می کنیم:
 $-1 \leq x \leq 3 \Rightarrow -2 \leq 2x \leq 6 \Rightarrow -3 \leq 2x \leq 6$

حالا دامنه $f(x^3)$ را بدست می آوریم:
 $-3 \leq x^3 \leq 6 \Rightarrow x^3 \leq 6 \Rightarrow -\sqrt[3]{6} \leq x \leq \sqrt[3]{6}$
 دامنه تابع $g(x)$ برابر $[2, 4]$ است. دامنه $g(|x|+1)$ را پیدا می کنیم:
 $2 \leq |x|+1 \leq 4 \Rightarrow 1 \leq |x| \leq 3 \Rightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq 3 \\ -3 \leq x \leq -1 \end{cases}$

حالا برای به دست آوردن دامنه $h(x)$ باید بین دامنه های به دست آمده اشتراک بگیریم.
 $[-\sqrt[3]{6}, \sqrt[3]{6}] \cap ((-3, -1] \cup [1, 3]) = [-\sqrt[3]{6}, -1] \cup [1, \sqrt[3]{6}]$

۸ - گزینه «۳»

$$(fog^{-1})(x) = \sqrt[3]{2x^5 + 1} \Rightarrow g^{-1}(x) = f^{-1}(\sqrt[3]{2x^5 + 1})$$

$$\Rightarrow x = (gof^{-1})(\sqrt[3]{2x^5 + 1})$$

اگر فرض کنیم، $x = \sqrt[5]{\frac{t^3 - 1}{2}}$ آنگاه $\sqrt[3]{2x^5 + 1} = t$

$$(gof^{-1})(t) = \sqrt[5]{\frac{t^3 - 1}{2}} \Rightarrow (gof^{-1})(x) = \sqrt[5]{\frac{x^3 - 1}{2}}$$

۹ - گزینه «۲»

$$\cot x = 2 \Rightarrow \tan x = \frac{1}{2}$$

راه حل اول:

$$\sin 2x = \frac{\tan x}{1 + \tan^2 x} = \frac{\frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{4}} = \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\cos 2x = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} = \frac{1 - \frac{1}{4}}{1 + \frac{1}{4}} = \frac{3}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\sin 4x = 2 \sin 2x \cos 2x \Rightarrow \sin 4x = 2 \left(\frac{4}{5} \right) \left(\frac{3}{5} \right) = \frac{24}{25}$$

راه حل دوم:

$$\cot x = 2 \Rightarrow \tan x = \frac{1}{2}$$

$$\cot x - \tan x = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2} = 2 \cot 2x$$

$$\Rightarrow \cot 2x = \frac{3}{4} \Rightarrow \tan 2x = \frac{4}{3}$$

$$\sin 4x = \frac{2 \tan 2x}{1 + \tan^2 2x} = \frac{2 \times \frac{4}{3}}{1 + \frac{16}{9}} = \frac{8}{25} = \frac{24}{25}$$

۱۰ - گزینه «۳»
مقدار تابع در $x = 0$ برابر ۱ است.
 $y(0) = -1 \Rightarrow 1 + a \cos(0) = 1 + a = -1 \Rightarrow a = -2$
 بنابراین ضابطه تابع به صورت $y = 1 - 2 \cos(b\pi x)$ بود.
 مقدار تابع در $x = 5$ برابر صفر است و این نقطه دومن جایی است که تابع برابر صفر می شود. تابع $y = 1 - 2 \cos x$ ابتداء در $x = \frac{\pi}{3}$ و سپس در $x = \frac{5\pi}{3}$ برابر صفر می شود. پس اگر در عبارت $(b\pi x)$ مقدار x را برابر ۵ بگذاریم، باید برابر $\frac{5\pi}{3}$ باشد:
 $b\pi(5) = \frac{5\pi}{3} \Rightarrow b = \frac{1}{3}$
 $a + b = -2 + \frac{1}{3} = -\frac{5}{3}$

۱ - گزینه «۳»
ابتدا چند جمله اول دنباله را می نویسیم:

$$\begin{aligned} n &\geq 2 \\ n = 2 &\Rightarrow a_2 = 3a_1 - 1 = 3(2) - 1 = 5 \\ n = 3 &\Rightarrow a_3 = 3(5) - 1 = 14 \\ n = 4 &\Rightarrow a_4 = 3(14) - 1 = 41 \\ &\text{مشاهده می کنیم } a_2 - a_1 = 3^1, a_3 - a_2 = 3^2, a_4 - a_3 = 3^3, \dots \text{ پس نتیجه} \\ &\text{می گیریم } a_n - a_{n-1} = 3^{n-1}, \text{ لذا داریم:} \end{aligned}$$

$$\frac{a_1 - a_4}{a_5 - a_4} = \frac{3^9}{3^4} = 3^5 = 243$$

۲ - گزینه «۳»

$$\begin{aligned} (a+b)^5 &= a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5 \\ (a-b)^5 &= a^5 - 5a^4b + 10a^3b^2 - 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5 \\ \Rightarrow (a+b)^5 + (a-b)^5 &= 2(a^5 + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + ab^4 + b^5) \\ \Rightarrow (\sqrt[5]{1} + 1)^5 + (\sqrt[5]{-1} - 1)^5 &= 2(1 + 5 + 10 + 10 + 1) = 2 \times 99 = 198 \end{aligned}$$

۳ - گزینه «۳»

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-1)^r + (x-2)^r + \dots + (x-10)^r \\ &= (x^r - rx + r) + (x^r - rx + r) + \dots + (x^r - rx + r) \\ &= 1 \cdot x^r - rx(1 + 2 + \dots + 10) + k \\ &= 1 \cdot x^r - rx \left(\frac{1 + 10}{2} \right) + k = 1 \cdot x^r - 11rx + k \\ &\text{معادله محور تقارن تابع درجه دوم } y = ax^r + bx + c \text{ می باشد:} \\ x &= -\frac{b}{2a} \end{aligned}$$

۴ - گزینه «۱»
چون دو طرف نامعادله از یک نوع نیستند (یکی تابع نمایی و دیگری رادیکالی) حل این نامعادله به روش هندسی راحت تر می باشد.



در بازه $(-\infty, 1)$ نمودار $y = 2^x$ پایین تر از نمودار $y = \sqrt{5-x}$ قرار گرفته است، پس مجموعه جواب نامعادله فوق بازه $(-\infty, 1)$ است.
 لازم به ذکر است که در نقطه $x = 1$ دو تابع مقادیر برابر دارند. پس این نقطه نمی تواند در مجموعه جواب نامعادله باشد.

۵ - گزینه «۱»

$$\log_3^{x^5 - 5} = 3 \Rightarrow x^5 - 5 = 3^3 \Rightarrow x^5 = 32 \Rightarrow x = 2$$

$$\log_x^{x^3 - 4} = 2 \Rightarrow \log_x^3 = \log_{\sqrt[3]{x}}^2 = \frac{2}{3}$$

۶ - گزینه «۴»

$$5^x = 2 \dots \Rightarrow \log_5^{2 \dots} = x$$

از طرفی می دانیم $5^4 < 200 < 5^5$ می باشد. پس $\log_5^4 < \log_5^{2 \dots} < \log_5^5$ می باشد. پس $\log_5^4 < \log_5^{2 \dots} < \log_5^5$ می باشد.



گزینه ۱۶
می‌دانیم که مساحت نمودار مستطیلی یک سری داده آماری، برابر مساحت زیر نمودار چندبر فراوانی آن داده‌هاست. از طرفی اختلاف بین مرکزهای دو دسته متواالی در نمودار چندبر فراوانی، برابر طول دسته‌ها در نمودار مستطیلی است.

$$\begin{aligned} \text{چندبر فراوانی کل} &= \text{مساحت نمودار مستطیلی} \\ &= \text{طول دسته‌ها در نمودار مستطیلی} \\ &= ۷۲ = \text{فرابونی کل} \\ &\Rightarrow ۱۲ = \text{فرابونی تجمعی دسته آخر} = \text{فرابونی کل} \end{aligned}$$

گزینه ۱۷
نمودار مستطیلی می‌تواند مقارن و یا نامقarn باشد.

گزینه ۱۸

فرض کنید میانگین هر دو گروه برابر \bar{X} باشد.

$$\begin{aligned} \sigma_1^2 &= \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{15} - \bar{x})^2}{15} \\ \Rightarrow 12 &= \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{15} - \bar{x})^2}{15} \\ \Rightarrow (x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{15} - \bar{x})^2 &= 12 \times 15 = 180. \\ \text{اگر داده آماری دیگر را با } x_{16}, \dots, x_{25} \text{ نشان دهیم آن‌گاه} \\ \sigma_2^2 &= \frac{(x_{16} - \bar{x})^2 + \dots + (x_{25} - \bar{x})^2}{10} \\ \Rightarrow ۷/۶ &= \frac{(x_{16} - \bar{x})^2 + \dots + (x_{25} - \bar{x})^2}{10} \\ \Rightarrow (x_{16} - \bar{x})^2 + \dots + (x_{25} - \bar{x})^2 &= ۷/۶ \times 10 = ۷۰. \\ \sigma^2 &= \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{15} - \bar{x})^2 + (x_{16} - \bar{x})^2 + \dots + (x_{25} - \bar{x})^2}{25} \\ &= \frac{180 + 70}{25} = \frac{250}{25} = 10/24 \Rightarrow \sigma = \sqrt{10/24} = \sqrt{5/12} = \sqrt{5}/\sqrt{12} \end{aligned}$$

گزینه ۱۹

$$\begin{aligned} \bar{x} &= (1/1)(\bar{x}_{\text{قدیمی}}) = (1/1)(11) = 11 \\ \sigma^2 &= (1/1)^2 \cdot (\sigma_{\text{قدیمی}}^2) = (1/21)(1) = 1/21 \\ \text{از طرفی} \quad & \end{aligned}$$

$$\sigma^2 = \bar{x}^2 - \frac{\sum x_i^2}{n} \Rightarrow \bar{x}^2 = (1/21) + (11)^2 = 122/21$$

x^2 ها، همان مساحت مریع‌ها می‌باشد.

$$\Rightarrow \bar{x}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{1..} x_i^2}{\sum_{i=1}^{1..}} \Rightarrow \sum_{i=1}^{1..} x_i^2 = 10 \cdot (122/21) = 12221$$

نکته: اگر همه داده‌ها در عدد K ضرب شود، میانگین K برابر واریانس K^2 برابر می‌شود.

گزینه ۲۰

$$\begin{aligned} \frac{\sum x_i}{n} &= \bar{x} \Rightarrow \sum_{i=1}^n x_i = ۲ \cdot n \\ \frac{\sum x'_i}{n} &= \frac{(x_1 + x_2 + \dots + x_n) + (1+2+\dots+n)}{n} \\ &= \frac{\frac{n(n+1)}{2} + n+1}{n} \Rightarrow ۲ + \frac{n+1}{n} = ۳ \Rightarrow \frac{n+1}{n} = ۱ \Rightarrow n = ۱۹ \end{aligned}$$

آمار و مدل‌سازی

گزینه ۱۱

$$\text{مدل طول مداد و قطر قاعده آن به ترتیب به صورت } E_1 + E_2 + \dots + E_{10} \text{ است.}$$

$$\begin{aligned} \text{شعاع قاعده} &= \frac{1 + E_2}{2} = ۵ + \frac{E_2}{2} \\ E_2 &= \pi(\Delta + \frac{E_2}{2})^2 = \pi(2\Delta + \Delta E_2 + \frac{E_2^2}{4}) \\ \approx \pi(2\Delta + \Delta E_2) &= ۲۰\pi + \Delta\pi E_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{حجم مداد} &\approx (2\Delta\pi + \Delta\pi E_2)(\Delta + E_1) \\ &= ۲۰۰ \cdot \pi + ۲۵\pi E_1 + ۴ \cdot \pi E_1 E_2 \\ &\approx ۲۰۰ \cdot \pi + ۲۵\pi E_1 + ۴ \cdot \pi E_2 \end{aligned}$$

گزینه ۱۲

دمای اتاق: کمی پیوسته، مزه غذا: کیفی اسمی، تعداد حرف «م» در سوالات این آزمون: کمی گستره، RH خون: کیفی اسمی

گزینه ۱۳

$$\begin{aligned} \text{فرابونی تجمعی دسته سوم} &= ۴ + a + b \Rightarrow a + b + ۴ = ۲۰ \\ \Rightarrow a + b = ۱۶ \quad (*) & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{فرابونی نسبی دسته سوم} &= \frac{b}{14 + a + b} \stackrel{*}{\Rightarrow} \frac{b}{14 + 16} = \frac{1}{2} \\ \Rightarrow b = 1 \cdot \Rightarrow a = 6 & \\ \alpha_i = f_i \times ۳۶^\circ & \Rightarrow \alpha_2 = \frac{a}{N} \times ۳۶^\circ = \frac{6}{3} \times ۳۶^\circ \\ &= \frac{۳۶^\circ}{5} = ۷۲^\circ \end{aligned}$$

گزینه ۱۴

مد ۲۶ است و داده‌های کمتر از آن ۱۰، ۱۴، ۱۴، ۱۵، ۱۷، ۲۱، ۲۳، ۲۴ هستند.

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{1 + ۱۴ + ۱۴ + ۱۵ + ۱۷ + ۲۱ + ۲۳ + ۲۴}{8} \\ &= \frac{۱۳۸}{8} = \frac{۶۹}{4} = ۱۷/۲۵ \end{aligned}$$

گزینه ۱۵

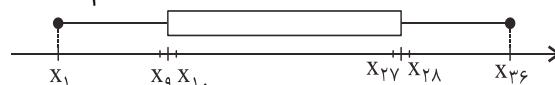
اگر داده‌ها را با x_{36}, \dots, x_1 نشان دهیم آن‌گاه

$$\frac{x_{18} + x_{19}}{2} = \text{میانه} \rightarrow \text{تعداد داده‌ها} = ۳۶$$

$\frac{x_{18}}{2} = ۱۸ \rightarrow$ تعداد داده‌ها در نیمة اول یا در نیمة دوم

$$Q_1 = \frac{x_9 + x_1}{2}$$

$$Q_3 = \frac{x_{27} + x_{28}}{2}$$



$$\frac{x_1 + \dots + x_9}{9} = ۲۲ \Rightarrow x_1 + \dots + x_9 = ۱۹۸$$

$$\frac{x_{28} + \dots + x_{36}}{9} = ۳ \cdot \Rightarrow x_{28} + \dots + x_{36} = ۲۷ \cdot$$

$$\frac{(x_1 + \dots + x_9) + (x_{10} + \dots + x_{27}) + (x_{28} + \dots + x_{36})}{36} = ۲۷/5$$

$$\Rightarrow \frac{۱۹۸ + x_1 + \dots + x_{27} + ۲۷ \cdot }{36} = ۲۷/5$$

$$x_{10} + \dots + x_{27} = ۳۶ \times ۲۷/5 - ۱۹۸ = ۹۹ - ۱۹۸ = ۵۲۲$$

$$\Rightarrow \frac{x_{10} + \dots + x_{27}}{18} = \frac{۵۲۲}{18} = ۲۹$$

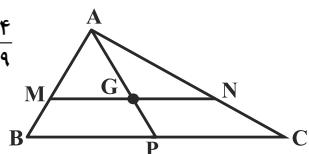


در نتیجه نسبت مساحت‌ها برابر است با:

$$\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta A'B'C'}} = k^2 = \frac{4}{25}$$

«۱»-گزینه ۴۶

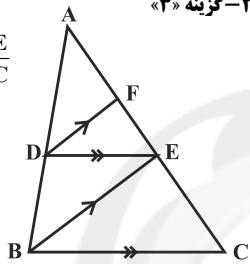
$$\begin{aligned} \frac{AG}{AP} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{S_{\Delta AMN}}{S_{\Delta ABC}} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} \\ \Rightarrow \frac{S_{\Delta AMN}}{S_{\Delta BMNC}} = \frac{4}{5} \end{aligned}$$



«۳»-گزینه ۴۷

$$\triangle ABC : DE \parallel BC \Rightarrow \frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$$

$$\begin{aligned} \triangle ABE : DF \parallel BE \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AF}{AE} \\ = \frac{AE - EF}{AE} = 1 - \frac{EF}{AE} \end{aligned}$$



از تابعیت فواید نتیجه می‌شود و داریم:

$$\frac{EF}{AC} = \frac{6}{25} \Rightarrow \frac{EF}{AE} \times \frac{AE}{AC} = \frac{6}{25} \Rightarrow (1 - \frac{DE}{BC}) \frac{DE}{BC} = \frac{6}{25}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{DE}{BC}\right)^2 - \left(\frac{DE}{BC}\right) + \frac{6}{25} = 0 \Rightarrow \frac{DE}{BC} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - \frac{24}{25}}}{2} = \frac{1 \pm \frac{1}{5}}{2}$$

$$\begin{cases} \frac{DE}{BC} = \frac{\frac{6}{25}}{2} = \frac{3}{25} = .12 \\ \text{یا} \\ \frac{DE}{BC} = \frac{\frac{4}{25}}{2} = \frac{2}{25} = .08 \end{cases}$$

«۲»-گزینه ۴۸

اگر a را اندازه یال مکعب بگیریم، باید داشته باشیم:

اندازه قطر مکعب مستطیل = اندازه قطر مکعب

$$\Rightarrow a\sqrt{3} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{5})^2 + 5^2} \Rightarrow a\sqrt{3} = \sqrt{48}$$

$$\Rightarrow a\sqrt{3} = 4\sqrt{3} \Rightarrow a = 4$$

پس حجم مکعب برابر است با

$$a^3 = 4^3 = 64$$

«۱»-گزینه ۴۹

بنابراین $DE = \sqrt{3}$ و $EH = 2$. مخروط با کمترین ارتفاع که استوانه را داخل خود دارد به صورت زیر می‌باشد. بنابراین $BH = \sqrt{27}$. بنا به قضیه تالس داریم:

$$\frac{DE}{BH} = \frac{OE}{OH} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{27}} = \frac{OE}{2+OE} \Rightarrow \frac{OE}{OE+2} = \frac{1}{3} \Rightarrow OE = 1$$

هندسه ۱

«۲»-گزینه ۴۱

اندازه زاویه خارجی رأس C ، برابر است با $180^\circ - \hat{C}$. از طرفی داریم: $\hat{A} + \hat{B} = 180^\circ - \hat{C} = \hat{A} + \hat{B}$ پس مثلث ABC همواره متساوی الساقین است.

«۳»-گزینه ۴۲

فرض کنیم: در هر مثلث اندازه زاویه خارجی برابر است با مجموع اندازه‌های دو زاویه داخلی غیرهمجاورش داریم:

$$\begin{aligned} \hat{A}NC &= \hat{CAN} = \theta \\ - \hat{ANC} &= \hat{ANB} = \theta + y \\ \hline \hat{ANC} - \hat{ANB} &= x - y = 2^\circ \end{aligned}$$

از طرفی: $2\hat{ANC} = 200^\circ \Rightarrow \hat{ANC} = 100^\circ \Rightarrow \hat{ANB} = 80^\circ$

«۴»-گزینه ۴۳

چون $\triangle ABD$ متساوی الساقین است، پس AH عمود منصف ضلع BD است و دو مثلث AHD و ABH با یکدیگر همنهشت‌اند. در نتیجه به کمک مثلث‌های متساوی الساقین ABD و ADC خواهیم داشت:

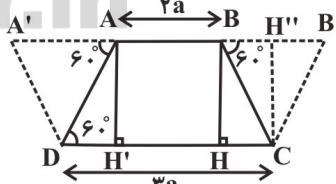
$$\hat{C} = \hat{DAC} = \hat{DAH} = 30^\circ$$

$$BH = HD = 4\sqrt{3}$$

$$\begin{array}{c} \text{ضلع رویه روی زاویه } 30^\circ \\ \xrightarrow{DH} \end{array} \begin{cases} AD = 2 \times 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3} = DC \\ AH = DH \times \sqrt{3} = 4\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 12 \end{cases}$$

$$S_{ADC} = \frac{1}{2}(8\sqrt{3} \times 12) = 48\sqrt{3}$$

«۱»-گزینه ۴۴

فرض کنیم $ABHH'$ یک مستطیل است. اولاً $DC = 3a$ و $AB = 2a$. پس $HC + DH' = a$ و در نتیجه $HH' = 2a$. اما N نماد مساحت باشد خواهیم داشت:

$$\frac{S_{A'B'CD}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{2}(A'B' + CD)BH}{\frac{1}{2}(AB + CD)BH} = \frac{8a}{5a} = 1/4$$

«۴»-گزینه ۴۵

محیط مثلث ABC برابر است با $24 + 8 + 11 = 43$. بنابراین نسبت تشابه دو مثلث از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$k = \frac{\frac{\Delta}{\Delta} \text{ محیط } ABC}{\frac{\Delta}{\Delta} \text{ محیط } A'B'C'} = \frac{24}{60} = \frac{2}{5}$$



گزینه ۳۴
بدون در نظر گرفتن e و f . تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه $\{a, b, c, d\}$ برابر $2^4 = 16$ است. کافی است به هر کدام از این ۱۶ زیرمجموعه، عضو f را اضافه کنیم تا زیرمجموعه‌های شامل f به دست آید. واضح است که تمامی این زیرمجموعه‌ها فاقد e هستند.

گزینه ۳۵
اگر $C \subseteq (A \cap B)$. آن‌گاه $C \subseteq B$ و $C \subseteq A$:
 $A = \{m \in \mathbb{Z} \mid m^2 - 3m \leq 0\} = \{0, 1, 2, 3\}$
 $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x+1| \leq 4\} = \{-4, -3, \dots, 1, 2\}$
پس $A \cap B = \{0, 1, 2\}$ از این رو حداکثر تعداد عضوهای C می‌تواند برابر تعداد عضوهای $A \cap B$ باشد.

گزینه ۳۶
تا توجه به تساوی $A \cup \{\}\subseteq A \cap \{1, 2\}$ رابطه $A \cup \{\}\subseteq A \cap \{1, 2\}$ برقرار است و داریم:
 $\{\}\subseteq A \cup \{\}\subseteq A \cap \{1, 2\} \subseteq A \Rightarrow \{\}\subseteq A$
 $A \subseteq A \cup \{\}\subseteq A \cap \{1, 2\} \subseteq \{1, 2\} \Rightarrow A \subseteq \{1, 2\}$
بنابراین تنها مجموعه‌های ممکن برای A عبارتند از $\{\}$ و $\{1, 2\}$.

گزینه ۳۷
طبق روابط جبر مجموعه‌ها داریم:
 $|(A \cup B) - A| \cup |(A \cup B) - B|$
 $= |(A \cup B) \cap A'| \cup |(A \cup B) \cap B'|$
 $= |(\underset{\phi}{A} \cap A') \cup (B \cap A')| \cup |(A \cap B') \cup (B \cap B')|$
 $= (B - A) \cup (A - B) = A \Delta B$

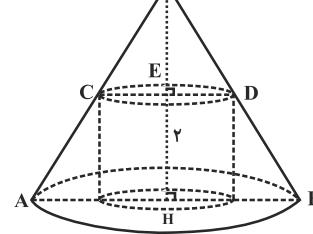
گزینه ۳۸
 $A \subseteq B \Rightarrow A \cup B = B$
 $C \subseteq B' \Rightarrow B \subseteq C' \Rightarrow B \cap C' = B$
 $(A \cup B) - C = B - C = B \cap C' = B$

گزینه ۳۹
می‌دانیم $B \cup (A \cap B) = B$ و $A \cap (A \cup B) = A$ با توجه به عضوهای A و B می‌توان نوشت:
 $A \Delta B = (A - B) \cup (B - A) = \{\{\phi\}, \{\phi\}\} \cup \{\{\{\phi\}\}\}$
 $= \{\{\phi, \{\phi\}\}, \{\{\phi\}\}\}$
که مجموعه‌ای دو عضوی است و دارای $2^2 = 4$ زیر مجموعه سره ناتهی است.

گزینه ۴۰
اگر تعداد شرکت کننده‌ها در هر دو درس جبر و هندسه را X فرض کنیم، می‌توانیم نمودار ون را مطابق شکل مقابل ترسیم کنیم:

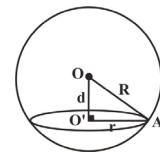
در نتیجه:
 $(22-x) + x + (14-x) + 5 = 30 \Rightarrow x = 11$
بنابراین تعداد کسانی که فقط در آزمون هندسه شرکت کردند، برابر است با:
 $14 - 11 = 3$

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \pi \times (\sqrt{27})^2 \times (2+1) - \pi \times (\sqrt{3})^2 \times 2 \\ &= 27\pi - 6\pi = 21\pi \end{aligned}$$



گزینه ۴۰
اگر کره را توسط صفحه‌ای قطع کنیم، آنگاه مطابق شکل زیر، دایره‌ای به مرکز O' و به شعاع r' ایجاد می‌شود.

$$\begin{aligned} \Delta OAO' : OA^2 &= OO'^2 + O'A^2 \\ \Rightarrow R^2 &= d^2 + r^2 = (2\sqrt{5})^2 + 4^2 = 36 \Rightarrow R = 6 \\ \Rightarrow \frac{V}{S} &= \frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{4\pi R^2} = \frac{1}{3}R = 2 \end{aligned}$$



جبر و احتمال

گزینه ۴۱
 $P(k) : (1+\sqrt{2})^k \geq 1 + (k+1)\sqrt{2}$ فرض استقرا
 $P(k+1) : (1+\sqrt{2})^{k+1} \geq 1 + (k+2)\sqrt{2}$ حکم استقرا

طرفین فرض را در $(1+\sqrt{2})$ ضرب می‌کنیم. در این صورت داریم:
 $(1+\sqrt{2})^{k+1} \geq (1+(k+1)\sqrt{2})(1+\sqrt{2})$
بنابراین برای اثبات حکم کافی است. داشته باشیم:

$$\begin{aligned} (1+(k+1)\sqrt{2})(1+\sqrt{2}) &\geq 1 + (k+2)\sqrt{2} \\ \Rightarrow 1 + \sqrt{2} + (k+1)\sqrt{2} + 2(k+1) &\geq 1 + (k+2)\sqrt{2} \\ \Rightarrow 1 + (k+2)\sqrt{2} + 2(k+1) &\geq 1 + (k+2)\sqrt{2} \\ \Rightarrow 2(k+1) &\geq 0 \Rightarrow k+1 \geq 0 \end{aligned}$$

گزینه ۴۲
 $|x+y| \leq |x| + |y| \Rightarrow |x+y|^2 \leq (|x| + |y|)^2$
 $\Rightarrow (x+y)^2 \leq |x|^2 + |y|^2 + 2|x||y|$
 $\Rightarrow x^2 + y^2 + 2xy \leq x^2 + y^2 + 2|x||y| \Rightarrow xy \leq |x||y|$
 $\Rightarrow xy \leq |xy|$
رابطه اخیر بدینهی است، پس اثبات مسأله به روش بازگشتشی صورت می‌گیرد. (تمامی روابط، برگشت‌پذیر هستند).

گزینه ۴۳
از میان عضوهای S ، نیمی از آنها ۱۰۰ تا فرد و نیمی دیگر زوج هستند. اگر E و O به ترتیب نشانگر زیرمجموعه‌های عددهای زوج و فرد از S باشند. آنگاه $E \cup O = \{2, 4, 6, \dots, 200\} \cup \{1, 3, 5, \dots, 199\}$ ، پس اگر مثلاً تعداد اعداد زوج را تعداد لانه‌های کبوتر در نظر بگیریم، آنگاه بنابر اصل لانه کبوتر، با انتخاب ۱۰۱ عدد از میان عضوهای S ، قطعاً می‌دانیم که حداقل دو عدد یافت می‌شوند که نسبت به هم اول باشند.

تذکر: دو عدد طبیعی متولی نسبت به هم اول هستند، پس یک عدد فرد، نسبت به دو عدد زوج مجاور خود، قطعاً اول است.



«۴۴-گزینه ۳»
ابتدا بزرگنمایی تصویر در حالت اول را محاسبه می‌کنیم.

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{q_1} = \frac{1}{f_1} \xrightarrow{\text{آینه محدب}} \frac{1}{15} - \frac{1}{q_1} = -\frac{1}{20}$$

$$q_1 = 1 \cdot \text{cm} \Rightarrow m_1 = \frac{q_1}{p_1} = \frac{1}{15} = \frac{2}{3} \quad (1)$$

حالا بزرگنمایی آینه مقعر را به دست می‌آوریم، اما باید توجه داشت در این حالت هم تصویر مجازی است. چون جسم در فاصله کانونی آینه مقعر قرار دارد.

$$\frac{1}{p_2} + \frac{1}{q_2} = \frac{1}{f_2} \xrightarrow{\text{آینه مقعر}} \frac{1}{15} - \frac{1}{q_2} = \frac{1}{30} \Rightarrow q_2 = 3 \cdot \text{cm}$$

$$m_2 = \frac{q_2}{p_2} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{m_2}{m_1} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{10} \quad \text{بنابراین:}$$

«۴۵-گزینه ۳»
ابتدا بزرگنمایی را در حالت اول به دست می‌آوریم.

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{q_1} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{25} + \frac{1}{q_1} = \frac{1}{15} \Rightarrow q_1 = 37.5 \cdot \text{cm}$$

$$m_1 = \frac{q_1}{p_1} = \frac{3}{2}$$

بنابراین فرض مسئله بزرگنمایی در دو حالت با هم برابر است.

$$m_2 = m_1 \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{q_2}{p_2} \Rightarrow q_2 = \frac{3}{2} p_2$$

در حالت دوم جسم در فاصله کانونی آینه مقعر باید قرار گیرد و بنابراین تصویر آن

$$\frac{1}{p_2} + \frac{1}{q_2} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{p_2} - \frac{1}{3p_2} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{p_2} - \frac{2}{3p_2} = \frac{1}{f} \quad \text{مجازی است. داریم:}$$

$$\Rightarrow p_2 = \frac{1}{3} f = 5 \cdot \text{cm}$$

بنابراین جایه‌جایی جسم برابر است با:

«۴۶-گزینه ۱»
هنگامی که از بالا به طور تقریباً عمود نگاه می‌کنیم، مایع کم عمق به نظر می‌رسد و نقطه A به سطح مایع نزدیک‌تر دیده می‌شود.

$$\frac{h'}{h} = \frac{1}{n} \Rightarrow \frac{h'}{h} = \frac{1}{\frac{3}{2}} \Rightarrow h' = \frac{2}{3} h$$

چون فاصله A تا سطح مایع همواره به اندازه $\frac{2}{3}$ فاصله واقعی به نظر می‌رسد، بنابراین

سرعت ظاهری نیز به اندازه $\frac{2}{3}$ سرعت واقعی به نظر می‌رسد، پس:

$$\frac{2}{3} \times 3 \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 2 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \quad \text{سرعت ظاهری}$$

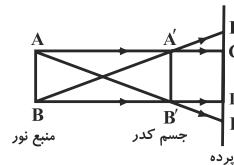
«۴۷-گزینه ۳»
خوبشید برای عدسی همانند جسمی است که در بینهایت دور قرار گرفته است، بنابراین تصویر آن روی کانون عدسی تشکیل می‌شود و فاصله آن تا عدسی همان فاصله کانونی عدسی است و چون نوع تصویر مجازی است، عدسی واگرا می‌باشد. در حالت دوم با استفاده از رابطه عدسی واگرا، داریم:

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{q} = -\frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{60} - \frac{1}{q} = -\frac{1}{20} \Rightarrow q = 15 \cdot \text{cm}$$

تصویر در عدسی واگرا مجازی است و بنابراین جسم و تصویر در یک طرف عدسی قرار دارند. در نتیجه فاصله جسم تا تصویرش (Δ) برابر است با:

$$\Delta = p - q = 60 - 15 = 45 \cdot \text{cm}$$

«۴۱-گزینه ۲»
طبق شکل زیر، با استفاده از تشابه مثلثات داریم:



$$\Delta ABA' \sim \Delta A'CE \\ \Rightarrow \frac{AA'}{A'C} = \frac{AB}{EC}$$

چون مقدار ثابتی است، لذا نسبت $\frac{AB}{EC}$ در حالت یکسان است.

$$\left(\frac{AB}{EC} \right)_1 = \left(\frac{AB}{EC} \right)_2 \Rightarrow \frac{(EC)_2}{(EC)_1} = \frac{(AB)_2}{(AB)_1} = \frac{3}{4}$$

«۴۲-گزینه ۴»
با توجه به ضریب شکست محیط دوم نسبت به ضریب شکست محیط اول، زاویه شکست

می‌تواند 15° از زاویه تابش کمتر یا بیشتر باشد. داریم:

$$\hat{D} = |\hat{i} - \hat{r}| = 15^\circ \xrightarrow{\hat{i}=45^\circ} |\hat{i} - \hat{r}| = 15^\circ \Rightarrow 45^\circ - \hat{r} = \pm 15^\circ$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \hat{r} = 60^\circ \\ \hat{r} = 30^\circ \end{cases}$$

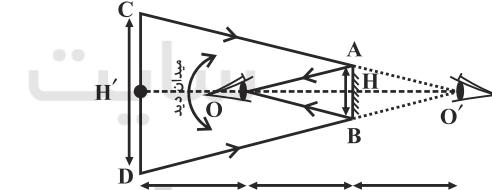
بنابراین داریم:

$$\frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{r}} = \frac{n_2}{n_1} \xrightarrow{\hat{i}=45^\circ, n_1=2, \hat{r}=30^\circ} \frac{\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{n_2}{2} \Rightarrow n_2 = 2\sqrt{2}$$

$$\frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{r}} = \frac{n_2}{n_1} \xrightarrow{\hat{i}=45^\circ, n_1=2, \hat{r}=60^\circ} \frac{\sin 45^\circ}{\sin 60^\circ} = \frac{n_2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

«۴۳-گزینه ۱»
فرض می‌کنیم تصویر چشم شخص، از پشت آینه مانند یک پنجره به دیوار نگاه می‌کند. با توجه به تشابه مثلثات می‌توان نوشت:

$$\frac{x+x+d}{x} = \frac{H'}{H} \Rightarrow \frac{2x+d}{x} = \frac{2x+d}{x} = 2 + \frac{d}{x} \Rightarrow \frac{d}{x} = \frac{1}{2}$$



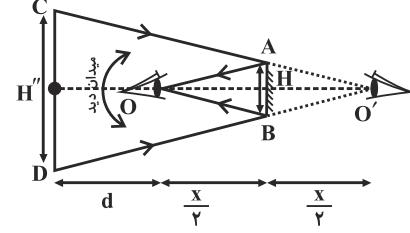
در حالت دوم، فاصله شخص از آینه نصف شده است و فاصله شخص از دیوار پشت

سرش تغییری نکرده است، در این صورت داریم:

$$\frac{\frac{x}{2} + \frac{x}{2} + d}{\frac{x}{2}} = \frac{H''}{H} \Rightarrow \frac{H''}{H} = \frac{\frac{2x}{2} + d}{\frac{x}{2}} = \frac{2x+2d}{x} = 2 + \frac{2d}{x}$$

اگر $\frac{d}{x}$ را برابر با $\frac{1}{2}$ قرار دهیم، خواهیم داشت:

$$\frac{H''}{H} = 2 + 2 \cdot \frac{d}{x} = 2 + 2 \cdot \frac{1}{2} = 3 \Rightarrow H'' = 3 \cdot \text{cm}$$





و قی های داخل لوله ها توسط پمپ مکیده می شود، فشار درون لوله ها نسبت به فشار هوا کاهش می یابد. بنابراین رogen و آب در هر یک از لوله ها طوری بالا می آیند تا کاهش فشار جریان شود. از طرفی جون کاهش فشار برای هر دو لوله به یک اندازه است، پس سطون های رogen و آب باید هم فشار باشند:

$$\rho_A gh_A = \rho_B gh_B \Rightarrow \frac{h_B}{h_A} = \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{4}{5}$$

«۵۶-گزینه»

با مقایسه بین دما نج سلسیوس و دما نج فرضی، داریم:

$$\begin{aligned} & \frac{20 - \theta}{100 - 20} = \frac{40 - x}{16 - 4} \\ & x = \theta \Rightarrow \frac{\theta - 20}{80} = \frac{\theta - 4}{120} \\ & \Rightarrow \theta = -20^\circ C \end{aligned}$$

«۵۷-گزینه»

باید مقدار گرمایی که آب از دست می دهد، برابر با مقدار گرمایی باشد که تمام بخ صفر درجه سلسیوس را به آب صفر درجه سلسیوس تبدیل کند. در این حالت داریم:

$$\begin{aligned} & 20^\circ C \xrightarrow{Q=mc\Delta\theta} 0^\circ C \quad \text{آب} \\ & 0^\circ C \xleftarrow{Q_F=m'L_F} 0^\circ C \quad \text{بخ} \\ & Q + Q_F = 0 \Rightarrow mc\Delta\theta + m'L_F = 0 \\ & m' = 1 \cdot g, \quad c = \frac{f}{2} \cdot \frac{J}{g \cdot ^\circ C}, \quad L_F = 336 \frac{J}{g} \\ & m \times \frac{f}{2} \times (0 - 20) + 100 \times 336 = 0 \Rightarrow 84m = 33600 \\ & \Rightarrow m = 400 \text{ g} \end{aligned}$$

«۵۸-گزینه»

چون در فاصله 800 m متری بین دو شهر در تابستان تعداد 500 ریل قرار گرفته است، ابتدا طول هر ریل را در دمای $40^\circ C$ بدست می آوریم و سپس با استفاده از رابطه تغییر طول، حداقل دمای زمستان را حساب می کنیم.

$$\begin{aligned} & \text{فاصله بین دو شهر} = L_2 = \frac{\text{تعداد ریل ها}}{(\text{طول هر ریل در دمای } 40^\circ C)} \\ & \Rightarrow L_2 = \frac{800}{500} = 16 / 16 \text{ m} \\ & L_2 = L_1 + L_1 \alpha \Delta T \xrightarrow{\alpha = 1 \times 10^{-5} \text{ K}} \\ & 16 / 16 = 16 + 16 \times 2 \times 1 \cdot 10^{-5} \Delta T \\ & \Rightarrow 0 / 16 = 32 \times 1 \cdot 10^{-5} \Delta T \\ & \Rightarrow \Delta T = \frac{16 \times 1 \cdot 10^{-3}}{32 \times 1 \cdot 10^{-5}} = \Delta T = 5 \cdot K = 5 \cdot ^\circ C \\ & \Delta \theta = \Delta T = \theta_2 - \theta_1 \xrightarrow{\theta_2 = 40^\circ C} \\ & 5 = 40 - \theta_1 \Rightarrow \theta_1 = -10^\circ C \end{aligned}$$

«۵۹-گزینه»

در روش تابش سرعت انتقال گرما بسیار زیاد بوده و نیازی به محیط مادی نیست. از طرفی همه اجسام در هر دمایی از سطح خود تابش می کنند. سطوح صاف و درخشان با رنگ های روشن تابش گرمایی کمتری دارند. درصورتی که تابش گرمایی سطوح تیره، ناصاف و مات بیشتر است.

«۶۰-گزینه»

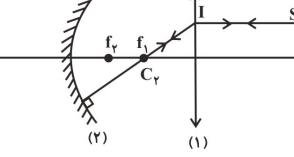
با استفاده از رابطه مقایسه ای گازهای کامل، داریم:

$$\begin{aligned} \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \xrightarrow{\text{ثابت}} \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{100}{273 + 20} = \frac{200}{T_2} \\ \Rightarrow T_2 = 586 \text{ K} \Rightarrow \theta_2 = T_2 - 273 = 586 - 273 = 313^\circ C \end{aligned}$$

«۴۸-گزینه»

مطابق شکل زیر، پرتوی SI موازی با محور اصلی به عدسی همگرا تابیده است، بنابراین پس از شکست از کانون عدسی عبور می کند. همچینین با توجه به این که این پرتو پس از برخورد به سطح آینه بر روی خودش بازتاب می شود، بنابراین از مرکز آینه مکعر می گذرد. لذا فاصله بین عدسی و آینه برابر است با:

$$d = f_1 + 2f_2$$



«۴۹-گزینه»

با استفاده از رابطه عدسی های واگرا، داریم:

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{q} = -\frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{f} - \frac{1}{q} = -\frac{1}{p} \Rightarrow q = \frac{f}{2} \Rightarrow \frac{q}{f} = \frac{1}{2}$$

«۵۰-گزینه»

در میکروسکوپ و تلسکوپ هر دو عدسی شیئی و چشمی همگرا هستند.

$$\frac{D = \frac{1}{f}}{\text{شیئی } D \xrightarrow{\text{چشمی } f} \text{شیئی } f} \quad \text{میکروسکوپ}$$

$$\frac{D = \frac{1}{f}}{\text{شیئی } D \xrightarrow{\text{چشمی } f} \text{شیئی } f} \quad \text{تلسکوپ}$$

$$\frac{D = \frac{1}{f}}{\text{شیئی } D \xrightarrow{\text{چشمی } f} \text{شیئی } f} \quad \text{شیئی } D \xrightarrow{\text{چشمی } f} \text{شیئی } f$$

«۵۱-گزینه»

ابتدا کار نیروی \bar{F} در جایه جایی روی هر یک از محورهای x و y را به صورت جدا محاسبه می کنیم. با توجه به عمود بودن مؤلفه های x و y جایه جایی و نیرو بر هم، داریم:

$$W_x = F_x x \cos 0^\circ \Rightarrow W_x = 5\alpha(J)$$

$$W_y = F_y y \cos 0^\circ \Rightarrow W_y = 5 \times 4 = 20 \text{ J}$$

کار یک کمیت نرده ای است؛ بنابراین کل کار نیروی \bar{F} در جایه جایی \bar{d} برابر است با:

$$W_T = W_x + W_y \Rightarrow W_T = (5\alpha + 20) \text{ J}$$

با توجه به صورت سؤال، داریم:

$$W_T = 3W_x \Rightarrow 5\alpha + 20 = 3 \times 5\alpha \Rightarrow \alpha = 2 \text{ N}$$

«۵۲-گزینه»

با استفاده از اصل پایستگی انرژی داریم:

$$\Rightarrow (U_2 + K_2) - (U_1 + K_1) = W_{fk} \xrightarrow{U_1 = U_2, K_1 = K_2} W_{fk} = 0$$

«۵۳-گزینه»

با استفاده از رابطه فشار مایعات و با توجه به برابری فشار در نقاط هم تراز از یک مایع ساکن، داریم:

$$\Delta P = \rho gh_1 \Rightarrow 5000 = \rho \times 10 \times \frac{5}{5} \Rightarrow \rho = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

در حالت دوم، داریم:

$$\Delta P' = \rho gh_2 = 1000 \times 10 \times \frac{4}{4} = 3000 \text{ Pa}$$

«۵۴-گزینه»

با استفاده از رابطه فشار مایعات داریم:

$$P = \rho gh = 10^3 / 6 \times 1000 \times 10 \times \frac{4}{1} = 6800 \text{ Pa}$$



«گزینه ۱»

$$\Delta U = -W_E = -qEd \cos\theta$$

$$\frac{d \cos\theta}{d} = -\frac{1}{m} \Rightarrow \Delta U = -(-2 \times 10^{-3}) \times 1.2 \times \frac{3}{10} \Rightarrow \Delta U = -0.06 \text{ J}$$

«گزینه ۶۵»

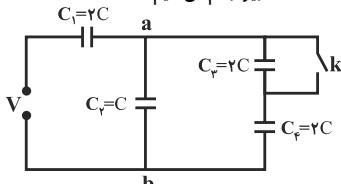
«گزینه ۳»

می‌دانیم اگر به کره‌ای فلزی به شعاع R بار q بدهیم، چگالی سطحی بار الکتریکی آن از رابطه $\sigma = \frac{q}{4\pi R^2}$ به دست می‌آید. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{q}{4\pi R^2} \\ \frac{\sigma}{\text{کوچک}} &= \frac{q}{R^2} \left(\frac{\text{بزرگ}}{\text{بزرگ}} \right)^2 \\ \Rightarrow \frac{\sigma}{\text{کوچک}} &= 1 \times \left(\frac{3}{6} \right)^2 = \frac{\sigma}{\text{کوچک}} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

«گزینه ۳»

برای حل سوال ابتدا مدار را به صورت ساده شده زیر رسم می‌کنیم.

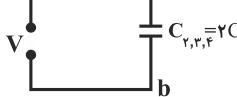


در حالت اول که کلید باز است، ابتدا خازن معادل بین دو نقطه a و b را حساب می‌کنیم:

$$C_{3,4} = \frac{C_3 \times C_4}{C_3 + C_4} = C$$

$$C_{2,3,4} = C_2 + C_{3,4} = 2C$$

بنابراین مدار به صورت زیر خواهد شد.

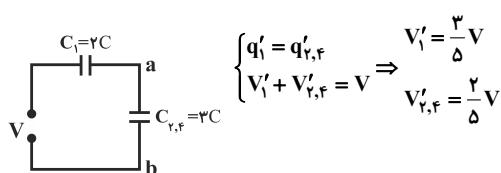


چون خازن‌های C_1 و $C_{2,3,4} = 2C$ ظرفیت‌های برابر دارند، ولتاژ هر یک برابر با $\frac{V}{2}$ خواهد شد.

از طرفی در شاخه ab چون خازن‌های C_2 و $C_{3,4} = 2C$ با یکدیگر موازی‌اند، ولتاژ برابر $\frac{V}{2}$ خواهد داشت و چون ظرفیت خازن‌های C_3 و C_4 نیز با هم برابر است، ولتاژ هر یک $\frac{V}{4}$ خواهد بود.

در حالت دوم با بستن کلید k، خازن C_4 از مدار حذف می‌شود و خازن معادل بین $C_{2,4} = 2C + C = 3C$ شاخه ab برابر است با:

مدار به صورت ساده شده زیر خواهد بود و با تقسیم ولتاژ بین C_1 و $C_{2,4} = 3C$ خواهیم داشت:



با توجه به موازی بودن خازن‌های C_2 و C_4 ولتاژ دو سر هر یک از آنها برابر $\frac{V}{5}$ خواهد بود. حال می‌توان نسبت بار خازن C_4 در دو حالت را به دست آورد.

$$\frac{q'_4}{q_4} = \frac{C_4 V'_4}{C_4 V_4} = \frac{V'_4}{V_4} = \frac{\frac{V}{5}}{\frac{V}{2}} = \frac{2}{5}$$

«گزینه ۶۶»

«۳»

«گزینه ۶۱»

با استفاده از رابطه مقایسه‌ای معادله حالت گازهای کامل، داریم:

$$\begin{aligned} PV = nRT &\Rightarrow \frac{P_\gamma V_\gamma}{P_1 V_1} = \frac{T_\gamma}{T_1} \\ \frac{P_\gamma = 1/2 P_1}{V_\gamma = 1/2 V_1} \cdot \frac{(1/2 P_1) \cdot (1/2 V_1)}{P_1 V_1} &= \frac{T_\gamma}{T_1} \Rightarrow \frac{T_\gamma}{T_1} = 0.96 \\ \frac{\Delta T}{T_1} \times 100 &= (\frac{T_\gamma}{T_1} - 1) \times 100 \\ = (0.96 - 1) \times 100 &= -4\% \end{aligned}$$

«۴»

تفیرات انرژی درونی گاز به مسیر فرایند بستگی ندارد، بنابراین داریم:

$$\Delta U = nC_V(T_\gamma - T_1) = \frac{C_V}{R}(P_\gamma V_\gamma - P_1 V_1)$$

$$\Rightarrow \Delta U = \frac{5}{2} \times (2 \times 2 - 0.5 \times 4) \times 10^5 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow \Delta U = 500 \text{ J} = 0.5 \text{ kJ}$$

«۴»

کار تولیدی توسط ماشین گرمایی صرف بالا بردن وزنه با سرعت ثابت می‌شود. بنابراین $|W| = mgh = 50 \times 10 \times 20 = 1000 \text{ J}$ می‌توان نوشت:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \Rightarrow \frac{25}{100} = \frac{1000}{Q_H} \Rightarrow Q_H = 4000 \text{ J} = 4 \text{ kJ}$$

«۴»

در فرایند هم‌حجم AB، دمای گاز کاهش می‌یابد و یخچال گرمای Q_H را به محیط می‌دهد. بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} Q_H = Q_{AB} &= nC_V \Delta T = \frac{3}{2} nR \Delta T = \frac{3}{2} V(\Delta P) \\ \Rightarrow Q_H &= \frac{3}{2} \times 7 \times 10^{-3} \times (2 - 8) \times 10^5 = -630 \text{ J} \end{aligned}$$

در فرایند هم‌فشار BC، دمای گاز افزایش یافته و یخچال گرمای Q_C را از مواد داخل خود دریافت می‌کند.

$$Q_C = Q_{BC} = nC_P \Delta T = \frac{5}{2} nR \Delta T = \frac{5}{2} P(\Delta V)$$

$$\Rightarrow Q_C = \frac{5}{2} \times 2 \times 10^5 \times (16 - 7) \times 10^{-3} \Rightarrow Q_C = 450 \text{ J}$$

با داشتن مقادیر Q_C و Q_H به صورت زیر ضربی عملکرد یخچال به دست می‌آید:

$$K = \frac{Q_C}{W} = \frac{Q_C}{|Q_H| - Q_C} = \frac{450}{630 - 450} = \frac{5}{2}$$

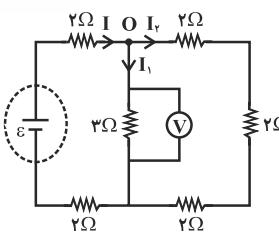
«۴»

با توجه به شکل خطوط‌ای میدان الکتریکی، بارهای q_1 و q_2 ناهم‌نام مستند و چون تراکم خطوط در اطراف بار q_2 بیشتر است و انتخاب خطوط میدان حاصل از بار q_1 بیشتر تغییر کرده است، بنابراین $|q_1| < |q_2|$ است. از طرف دیگر، میدان الکتریکی برایند برای دو بار الکتریکی ناهم‌نام، در خارج از فاصله بین دو بار، روی امتداد خط واصل آن‌ها و نزدیک به بار با اندازه کوچکتر می‌تواند صفر شود. بنابراین داریم:

$$E_M = 0 \Rightarrow E_1 = E_2$$

$$\begin{aligned} M &\bullet \xrightarrow{r_2} \xleftarrow{12\text{cm}} \bullet q_1 \xrightarrow{r_1} q_2 \xrightarrow{r_2} \Rightarrow k \frac{|q_1|}{r_1} = k \frac{|q_2|}{r_2} \\ \frac{|q_1| < |q_2|}{|q_2| = 9|q_1|} &\xrightarrow{\frac{1}{|q_2|} = \frac{1}{9|q_1|}} \frac{1}{r_1} = \frac{9}{r_2} \end{aligned}$$

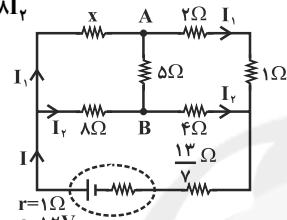
$$\Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = 3 \xrightarrow{r_1 = (r_2 - 12)\text{cm}} r_2 = 18\text{cm}$$



با استفاده از قاعده انشعاب کیرشهوف در گره O، داریم:
 $I = I_1 + I_2 = 4 + 2 \Rightarrow I = 6\text{A}$
 حال اگر قاعده حلقه کیرشهوف را در حلقه سمت چپ نویسیم، داریم:
 $\varepsilon - 2I - 3I_1 - 2I_2 = 0$
 $\Rightarrow \varepsilon - 2 \times 6 - 3 \times 4 - 2 \times 6 = 0$
 $\Rightarrow \varepsilon = 36\text{V}$

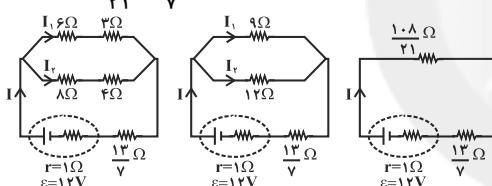
«گزینه ۱» ۷۵
 $V_A - (\delta \times 0) = V_B \Rightarrow V_A - V_B = 0$ جریانی عبور نمی‌کند، داریم:

$$\begin{cases} V_A - 2I_1 - I_2 + 4I_3 = V_B \Rightarrow 4I_3 = 3I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{4}{3}I_3 \\ V_A + xI_1 - 8I_2 = V_B \Rightarrow xI_1 = 8I_2 \\ \Rightarrow x \times \frac{4}{3}I_3 = 8I_2 \\ \Rightarrow x = 6\Omega \end{cases}$$



مدار را به صورت زیر ساده می‌کنیم و جریان شاخه اصلی مدار را می‌یابیم، داریم:

$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{12}{1 + \frac{1}{12} + \frac{1}{1}} = 1\text{A}$



در دو مقاومت موازی 9Ω و 12Ω داریم:

$$\begin{aligned} \frac{I_1}{I_2} &= \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} \quad (*) \\ I_1 + I_2 &= I \xrightarrow{(*)} I_1 + \frac{3}{4}I_1 = 1 \Rightarrow \frac{7}{4}I_1 = 1 \Rightarrow I_1 = \frac{4}{7}\text{A} \end{aligned}$$

«گزینه ۲» ۷۶
 برای آن که ذره از مسیر خود منحرف نشود، باید برایند نیروهای وارد بر آن صفر باشد.
 برای کمترین سرعت لازم است ذره عمود بر خطاهای میدان مغناطیسی پرتاب شود و نیروهایی که میدان الکتریکی و مغناطیسی بر آن وارد می‌کنند، هماندازه و در خلاف جهت هم باشند. با استفاده از رابطه نیروی وارد بر ذره پادار متحرک در میدان‌های مغناطیسی و الکتریکی می‌توان نوشت:
 $F_E = F_B \Rightarrow Eq = qvB\sin\theta$

$\xrightarrow{\theta=90^\circ} E = vB \Rightarrow v = \frac{E}{B} = \frac{8 \times 1.5}{0.4} = 2 \times 1.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$\Rightarrow \frac{v}{c} = \frac{2 \times 1.5}{3 \times 1.8} \Rightarrow \frac{v}{c} = \frac{2}{300}$

«گزینه ۳» ۷۷
 بزرگی میدان مغناطیسی سیمولوله روی محور اصلی آن از رابطه $B = \mu_0 nI$ و بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز پیچه مسطح از

$B = \frac{\mu_0 NI}{R} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 500 \times 2}{12} = 12 \times 10^{-4} \text{ T} = 12\text{G}$

$B = 2\pi \times 10^{-7} \times \frac{10^3 \times 0.2}{0.1} = 12 \times 10^{-4} \text{ T} = 12\text{G}$

چون دو بردار همان‌آذه هستند و با یکدیگر زاویه 60° (بیچه \bar{B} بر سطح پیچه عمود

$B_T = B \cos \frac{60^\circ}{2} = \sqrt{3}B = 12\sqrt{3}\text{G}$ است) می‌سازند، داریم:

برای ذخیره کردن بیشترین بار در خازن‌ها، باید ظرفیت معادل و بیشترین اختلاف پتانسیل ممکن را که می‌توان به دو سر مجموعه اعمال کرد، بدست آوریم. ظرفیت معادل مجموعه خازن‌های C_1, C_2, C_3, C_4 را محاسبه می‌کنیم:

$C_{2,3,4} = C_2 + C_3 + C_4 \Rightarrow C_{2,3,4} = 20 + 10 + 10 = 40\text{nF}$
 اختلاف پتانسیل دو سر خازن‌ها نباید بیشتر از پتانسیل فروریزش آنها شود، با داشتن قدرت دیالکتریک، بیشترین اختلاف پتانسیلی که به دو سر هر خازن می‌توان اعمال کرد را بدست می‌آوریم، داریم:

$E = \frac{V}{d} \Rightarrow \begin{cases} \text{دیالکتریک پلی استرن} \Rightarrow 24\text{kV/mm} = \frac{V}{0.1} \Rightarrow V = 240\text{V} \\ \text{دیالکتریک پارافین} \Rightarrow 1\text{kV/mm} = \frac{V}{0.1} \Rightarrow V = 100\text{V} \end{cases}$

برای آنکه خازن‌های دارای دیالکتریک پارافین دچار فروریزش نشوند، باید اختلاف پتانسیل دو سر مجموعه آنها حداقل 100V شود، در نتیجه:

$q_{2,3,4} = q_T \Rightarrow q_T = C_{2,3,4} V_{2,3,4} \Rightarrow q_T = 4 \cdot 10^{-9} \text{C} = 4\mu\text{C}$

«گزینه ۴» ۷۰
 با استفاده از قانون اهم، می‌توان نوشت:

$V_A = R_A I_A \Rightarrow V_A = 2R_A$

$V_B = R_B I_B \Rightarrow V_B = 12 \times 2 \Rightarrow V_B = 24\text{V}$

از روی نمودار می‌توان مشاهده کرد:

$V_A - V_B = 1 \Rightarrow 2R_A - 24 = 1 \Rightarrow R_A = 12.5\Omega$

«گزینه ۱» ۷۱

در مدار مقاومت‌های R_1, R_2 و R_3 با یکدیگر موازی هستند، پس $V_2 = V_3$ و

$V_3 = I_2 R_3 = 32 \times 10^{-3} \Omega$ است. با توجه به کدهای رنگی، $R_3 = 32 \times 10^{-3} \Omega$ است، پس $V_2 = V_3 = 0.5 \times 10^{-3} \times 32 \times 10^{-3} = 16\text{V}$ می‌شود. در مدار $V_1 = V - V_2 = 24 - 16 = 8\text{V}$ است. در نتیجه مقدار $V = V_1 + V_2$ می‌شود و $\frac{V_1}{V_2}$ برابر با $\frac{1}{2}$ خواهد شد.

«گزینه ۲» ۷۲

اندازه اختلاف پتانسیل دو سر مولد برابر است با:
 با استفاده از رابطه جریان در مدار تک حلقه، داریم:

$V = IR \xrightarrow{I = \frac{E}{R+r}} V = \frac{R}{R+r} E \xrightarrow{E = \frac{\varepsilon}{2}} \frac{R}{R+r} \varepsilon = \frac{R}{r} \varepsilon \Rightarrow \frac{R}{r} = 1$

«گزینه ۳» ۷۳

مقاومت معادل بین دو نقطه A و B برابر است با:

$R_{eq} = R + \frac{R \times R}{2R + R} = R_{eq} = \frac{5}{3}R$

با توجه به شکل داده شده بیشترین جریان عبوری از مقاومت R که در شاخه تکی قرار دارد، می‌گذرد بنابراین توان مصرفی آن بیشینه خواهد بود و داریم:

$P = RI^2 \xrightarrow{R = \frac{P_R}{I^2}} \frac{P_R}{R_{eq}} = \frac{P_R}{\frac{5}{3}R} \xrightarrow{\frac{P_R}{R} = \frac{3}{5}} P_R = 18\text{W}$

«گزینه ۴» ۷۴

ولت سنج ایده‌آل اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۳ اهمی و اختلاف پتانسیل دو سر مجموعه سه مقاومت ۲ اهمی را که به صورت متواالی به هم متصل شده‌اند، نشان می‌دهد. داریم:

$I_1 = \frac{V}{\frac{12}{3}} = \frac{12}{3} \Rightarrow I_1 = 4\text{A}$

$I_2 = \frac{V}{\frac{12+2}{6}} = \frac{12}{6} \Rightarrow I_2 = 2\text{A}$



»-گزینه ۸۵
مورد اول: نادرست. ممکن است عدد کوئوردیناسیون کاتیون و آنیون با یکدیگر برابر باشند. مانند NaCl

عدد کوئوردیناسیون $= \frac{6}{6} = 1$

عدد کوئوردیناسیون $= \frac{6}{6} = 1$

مورد دوم: درست.

مورد سوم: نادرست. برابر بودن مجموع بارهای مثبت و مجموع بارهای منفی در ترکیبات یونی، موجب خنثی بودن این ترکیبات می‌شود و این لزوماً به معنای برابر بودن تعداد کاتیون‌ها و آنیون‌ها نیست. برای مثال در ترکیب CaCl_2 ، بهازای ۱ کاتیون، ۲ آنیون مشاهده می‌شود.

مورد چهارم: درست. برای مثال Al_2O_3 ، ترکیب یونی دوتایی است که در هر واحد فرمولی آن، ۵ یون مشاهده می‌شود.

»-گزینه ۸۶

$$\text{جرم آب خارج شده} = \frac{2/16}{18} = \frac{0/12}{18} = 0/12$$

$$n = \frac{0/12}{0/02} = \frac{\text{تعداد مول آب خارج شده}}{\text{تعداد مول ماده بدون آب}}$$

»-گزینه ۸۷

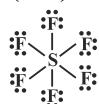
$$(4 \times 4) + 6 = 22$$

هر اتم فلور ۴ قلمرو و اتم Xe شش قلمرو دارد.



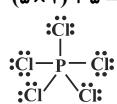
$$(6 \times 4) + 6 = 30$$

هر اتم فلور ۴ قلمرو و اتم S شش قلمرو دارد.

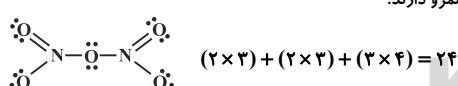


$$(5 \times 4) + 5 = 25$$

هر اتم کلر ۴ قلمرو و اتم فسفر ۵ قلمرو دارد.



هر اتم N ۳ قلمرو، اتم‌های اکسیژن با پیوند دوگانه دارای سه قلمرو و اتم‌های اکسیژن با پیوندهای یگانه ۴ قلمرو دارند.

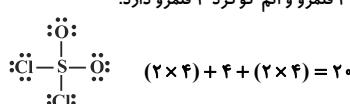


$$(2 \times 3) + (2 \times 3) + (3 \times 4) = 24$$

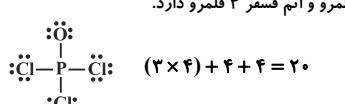
$$[:\ddot{\text{O}}-\ddot{\text{N}}=\ddot{\text{O}}:] \quad 4+3+3=10$$

$$\begin{array}{c} :\ddot{\text{O}}: \\ || \\ :\ddot{\text{O}}-\text{S}-\ddot{\text{O}}: \end{array} \quad (2 \times 4) + 3 + 3 = 14$$

هر اتم اکسیژن ۴ قلمرو، هر اتم کلر ۴ قلمرو و اتم گوگرد ۴ قلمرو دارد.



هر اتم کلر ۴ قلمرو، اتم اکسیژن ۴ قلمرو و اتم فسفر ۴ قلمرو دارد.



$$(3 \times 4) + 4 + 4 = 20$$

هر اتم کلر ۴ قلمرو، اتم اکسیژن ۴ قلمرو و اتم فسفر ۴ قلمرو دارد.



$$\begin{aligned} & \text{جزئه } ۹۵ \\ & \text{جرم مولی} \times \text{ویژه} = \text{مولی} \quad (\text{N}_2 \text{ مولی}) = ۰ / ۵ \quad (\text{H}_2 \text{ مولی}) \\ & \text{ویژه} = ۰ / ۵ \times ۲\text{g.mol}^{-۱} = ۰ / ۵ \times ۲\text{g.mol}^{-۱} \quad (\text{N}_2 \text{ ویژه}) \\ & \Rightarrow \text{ویژه} = ۰ / ۵ \times ۲\text{g.mol}^{-۱} \quad (\text{H}_2 \text{ ویژه}) \end{aligned}$$

طبق رابطه $m = mc\Delta T$ (m و ΔT ثابت) چون ظرفت گرمایی و بزه گاز هیدروژن هفت برابر گاز نیتروژن است، بنابراین برای افزایش دمای یکسان از مقادیر جرم یکسان گاز هیدروژن، هفت برابر گرمای لازم برای گرم کردن گاز هیدروژن است.

» ۹۶ «

با توجه به واکنش های داده شده، ΔH° و ΔH°_2 به ترتیب آنتالپی استاندارد تشکیل گاز کرین دی اکسید و آب مایع را نشان می دهد که با استفاده از آنها و معادله سوختن گلوکز مقدار آنتالپی استاندارد تشکیل یک مول گلوکز را بدست می آوریم و سپس گرمای استاندارد تشکیل ۴۵ گرم گلوکز را حساب می کنیم.

$$\begin{aligned} & C_6H_{12}O_6 \xrightarrow{\text{تشکیل}} C_6H_{12}O_6 \xrightarrow{\text{تشکیل}} C_6H_{12}O_6 \\ & \Rightarrow \Delta H^\circ = -1280 \text{ kJ.mol}^{-1} \\ & \frac{-1280 \text{ kJ}}{180 \text{ g}} \times \frac{45 \text{ g}}{45 \text{ g}} = -320 \text{ kJ} \end{aligned}$$

» ۹۷ « عبارت های (ب) و (ت) نادرست هستند.
بررسی عبارت ها:

- الف- در واکنش ذکر شده، $\Delta H > ۰$ و $\Delta S > ۰$ می باشد، بنابراین آنتالپی عامل نامساعد است. اما به دلیل افزایش آتریوی، واکنش در شرایطی می تواند خود به خودی انجام شود.
ب- سیاست از واکنش ها، مانند سوختن، در یک جهت خود به خودی و درجهت دیگر غیر خود به خودی انجام می شوند.
پ- طبق حاشیه صفحه ۷۰ کتاب درسی این مورد درست است.
ت- براساس بردارهای نشان داده شده، $\Delta H > ۰$ و $\Delta S > ۰$ می باشد. بنابراین واکنش مورد نظر در دمایی بالا خود به خودی انجام می گیرد.

» ۹۸ «

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه «۱»: در ژل فاز پخش کننده جامد است.

گزینه «۲»: در سویل فاز پخش کننده مایع است.

گزینه «۳»: در آبروسول مایع، فاز پخش کننده گاز است.

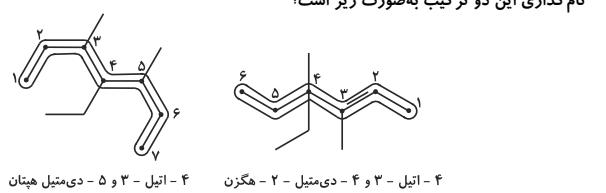
» ۹۹ «

انحلال پذیری گاز هیدروژن کلرید که در آب به طور کامل پونده می شود، از انحلال پذیری آمونیاک در آب، بیشتر است. انحلال پذیری گازها در آب در دمای ثابت با تغییر فشار به صورت خطی تغییر می کند. تمام ترکیب های ذکر شده در گزینه «۳»، به هر شبکی در آب حل می شوند.

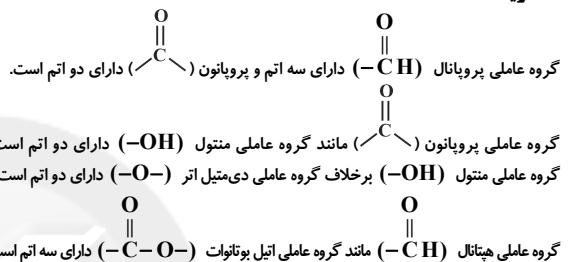
» ۱۰۰ «

$$\begin{aligned} & \text{نمک: دمای } ۷۰^\circ\text{C} \quad \text{ محلول} \\ & ۳۰\text{g} \quad ۱۳\text{g} \\ & x\text{g} \quad ۹۱\text{g} \\ & \Rightarrow x = \frac{۹۱\text{g} \times ۳۰}{۱۳\text{g}} = ۲۱\text{g} \Rightarrow \text{نمک} = ۷۰\text{g} \\ & \text{آب} \quad \text{آب} \quad \text{نمک: دمای } ۵۵^\circ\text{C} \\ & ۲\text{g} \quad ۱۰\text{g} \\ & y\text{g} \quad ۷۰\text{g} \\ & \Rightarrow y = \frac{۷۰\text{g} \times ۲\text{g}}{۱۰\text{g}} = ۱۴\text{g} \\ & \text{نمک} = ۱۴\text{g} \\ & ?\text{mol} = \frac{۱۴\text{gKClO}_3}{۱\text{kg آب}} \times \frac{۱\text{molKClO}_3}{۱۲۲ / ۵\text{gKClO}_3} \times \frac{۱}{۷۰\text{g آب}} \\ & \times \frac{۱۰۰\text{g آب}}{۱\text{kg آب}} \simeq ۱ / ۶۳ \quad \frac{\text{molKClO}_3}{\text{۱kg آب}} \end{aligned}$$

» ۹۸ « عبارت های اول، دوم و چهارم درست اند ولی عبارت سوم نادرست است. زیرا در ساختار گرافیت هر اتم کربن با سه پیوند (یک پیوند دوگانه و دو پیوند یگانه) به سه اتم دیگر کردن منصل است.



» ۱۰۰ «



» ۱۰۱ «

در اثر واکنش اشاره شده، جامد سفید رنگ آمونیوم کلرید تولید می شود:
 $\text{HCl(g)} + \text{NH}_3\text{(g)} \rightarrow \text{NH}_4\text{Cl(s)}$

سفیدرنگ

» ۱۰۲ «

تنهای عبارت (III) نادرست است.

(III) متابول در غیاب اکسیژن و از گرم کردن چوب تا دمای 400°C حاصل می گردد.

» ۱۰۳ «

$$\begin{aligned} & 2\text{NaHCO}_3\text{(s)} \rightarrow \text{Na}_2\text{CO}_3\text{(s)} + \text{CO}_2\text{(g)} + \text{H}_2\text{O(g)} \\ & ?\text{gNaHCO}_3 = ۲۲۴\text{mLCO}_2 \times \frac{۱\text{mLCO}_2}{۱۰\text{mLCO}_2} \times \frac{۱/\text{gCO}_2}{\text{LCO}_2} \\ & \times \frac{۱\text{molCO}_2}{۴۴\text{gCO}_2} \times \frac{۱\text{molNaHCO}_3}{۱\text{molCO}_2} \times \frac{۸\text{gNaHCO}_3}{۱\text{molNaHCO}_3} \\ & \times \frac{۱\text{molNaHCO}_3}{۱۰۰\text{gNaHCO}_3} \times \frac{۱۰۰}{۱\text{ناخالص}} = ۵ / ۸\text{gNaHCO}_3 \end{aligned}$$

» ۱۰۴ «

- ۱- ابتدا باید معادله موازن شده واکنش را بنویسیم:
 $2\text{NH}_3\text{(g)} + \Delta F_2\text{(g)} \rightarrow \text{N}_2\text{F}_4\text{(g)} + 6\text{HF(g)}$

- ۲- حال باید محدود کننده واکنش را مشخص کنیم:

$$\frac{\text{NH}_3}{\frac{۵ / ۱}{۱۲ \times ۲}} > \frac{\text{F}_2}{\frac{۱۹}{۳۸ \times ۵}} \Rightarrow \frac{\text{NH}_3}{\frac{۱ / ۱۵}{۱ / ۱۵}} > \frac{\text{F}_2}{\frac{۱ / ۱}{۱ / ۱}}$$

بنابراین F_2 محدود کننده است.

۳- در قدم بعدی باید مقدار نظری N_2F_4 را محاسبه کنیم:
 $?g\text{N}_2\text{F}_4 = ۱۹\text{gF}_2 \times \frac{۱\text{molF}_2}{۳۸\text{gF}_2} \times \frac{۱\text{molN}_2\text{F}_4}{۱\text{molF}_2} \times \frac{۱۰۴\text{gN}_2\text{F}_4}{۱\text{molN}_2\text{F}_4} = ۱ / ۴\text{gN}_2\text{F}_4$

۴- حال می توانیم مقدار عملی N_2F_4 را با استفاده از بازده درصدی واکنش محاسبه کنیم:
 $\frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} = \frac{۹۰}{۱۰۰} \Rightarrow \text{مقدار عملی} = \frac{۹}{۱۰} \times ۱ / ۴ = ۹ / ۴\text{gN}_2\text{F}_4$