



# آزمون غیر حضوری

## دروس اختصاصی دوازدهم ریاضی

۷ فروردین ۹۹

(مباحث ۱۵ فروردین ۹۹)

گروه فنی و تولید:

محمد اکبری	مدیر تولید آزمون غیر حضوری
عادل حسینی	مسئول دفترچه آزمون غیر حضوری
مدیر گروه: فاطمه رسولی نسب مسئول دفترچه: آتیه اسفندیاری	گروه مستندسازی
میلاد سیاوشی	حروف نگار و صفحه آرا
سوران نعیمی	ناظر چاپ

بنیاد علمی آموزشی قلم چی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۶۹۶۲۴۰۰

«تمام دارایی‌ها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلم چی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»

حسابان ۲

حسابان ۲

تابع، مثلثات، حدهای نامتناهی -  
حد در بی نهایت  
صفحه‌های ۱ تا ۶۹

۱- اگر  $f$  تابعی اکیداً صعودی و  $f(1) = 0$  باشد، دامنه تابع  $g(x) = \sqrt{f(3-x)}$  شامل چند عدد

صحیح است؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) بی‌شمار

۲- باقی مانده تقسیم چند جمله‌ای  $2x^2 - 5x + 2$  بر  $x^2 + kx + 1$  بر  $x-1$  برابر با  $-4$  است. باقی مانده تقسیم این چند جمله‌ای بر  $x^2 - x - 2$  کدام است؟

- (۱)  $2x - 4$  (۲)  $-2x + 4$  (۳)  $2x + 4$  (۴)  $-2x - 4$

۳- اگر دوره تناوب تابع  $f(x) = 2 - 3a \cos\left(\frac{\pi}{a}x + 1\right)$  برابر ۴ باشد، مقدار ماکزیمم آن کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴) ۴

۴- تابع  $f(x) = \tan\left(\frac{\pi x}{4}\right)$  با دامنه  $(2, a)$  اکیداً صعودی است. حداکثر مقدار  $a$  کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۵- جواب کلی معادله  $\sin x \cos x - \frac{1}{1 + \tan^2 x} = \cos \frac{4\pi}{3}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$  (۲)  $k\pi + \frac{\pi}{4}$  (۳)  $k\pi + \frac{\pi}{8}$  (۴)  $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$

۶- معادله  $\sin 2x = \cos 3x$  در بازه  $[0, a]$ ، ۵ جواب دارد. حداکثر مقدار  $a$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{17\pi}{10}$  (۲)  $\frac{21\pi}{10}$  (۳)  $\frac{3\pi}{2}$  (۴)  $\frac{5\pi}{2}$

۷- حاصل  $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)}{1 + \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)}$  کدام است؟

- (۱)  $-\infty$  (۲) صفر (۳) ۱ (۴)  $+\infty$

۸- حاصل  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x(x-1) + x^2 \left[\frac{1}{x}\right]}{x^2 \left(2 + \left[-\frac{1}{x}\right]\right) + 1}$  کدام است؟ ( [ ]، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴)  $-\frac{1}{2}$

۹- اگر نمودار تابع  $y = \frac{a+1}{x^2 + 2ax - 4a}$  در اطراف مجانب قائمش به صورت مقابل باشد،  $a$  چند مقدار مختلف می‌تواند داشته باشد؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۱۰- اگر فاصله خطوط مجانب قائم نمودار تابع  $f(x) = \frac{2x^2 + 3}{ax^2 - x + 1 - a}$  از یکدیگر برابر ۳ باشد، معادله مجانب افقی آن کدام می‌تواند باشد؟

- (۱)  $y = -\frac{2}{5}$  (۲)  $y = -1$  (۳)  $y = 5$  (۴)  $y = -2$

هندسه ۳

هندسه ۳  
ماتریس‌ها و کاربردها، آشنایی  
با مقاطع مخروطی  
صفحه‌های ۹ تا ۴۶

۱۱- اگر  $A$  و  $B$  دو ماتریس مربعی و  $AB = A$  و  $BA = B$  باشد، حاصل  $A + A^2 + \dots + A^{1397}$  کدام است؟

- (۱)  $1396A$  (۲)  $1397A$   
(۳)  $1399A$  (۴)  $1398A$

۱۲- اگر  $A$  و  $B$  دو ماتریس مربعی مرتبه ۲ و  $|A+B| = 5$  و  $|B| = 2$  باشد، دترمینان ماتریس  $AB^{-1} + I$  کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲)  $\frac{2}{5}$  (۳)  $\frac{5}{2}$  (۴) ۵

۱۳- اگر  $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$  و  $A^2 = \alpha A + \beta I$  باشد، دو تایی مرتب  $(\alpha, \beta)$  کدام است؟

- (۱)  $(2, 11)$  (۲)  $(2, 13)$  (۳)  $(4, 11)$  (۴)  $(4, 13)$

۱۴- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ، آنگاه مجموع مجهولات دستگاه  $AX = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$  چند برابر مجموع مجهولات دستگاه  $AX' = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$  است؟

- (۱) ۳ (۲)  $\frac{3}{5}$  (۳) ۴ (۴)  $\frac{4}{5}$

۱۵- معادله  $\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & x^2 & x^2 \\ 1 & x^3 & x \end{vmatrix} = 0$  چند ریشه متمایز دارد؟

- (۱) ۳ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) بی‌شمار

۱۶- مکان هندسی وسط پاره‌خط‌هایی که نقطه مفروض  $P$  را به نقاط مختلف یک دایره وصل می‌کنند، کدام است؟ (نقطه  $P$  خارج دایره است.)

- (۱) دو خط (۲) یک نیم دایره  
(۳) یک بیضی (۴) یک دایره

۱۷- دایره به معادله  $x^2 + y^2 + (a+1)x - (b-1)y + 16 = 0$  در ربع دوم بر محورهای مختصات مماس است.  $a - b$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲

۱۸- بیش‌ترین فاصله نقاط دایره  $x^2 + y^2 = 4y$  از خط  $3x + 4y = 1$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{5}{4}$  (۳)  $\frac{2}{4}$  (۴)  $\frac{3}{4}$

۱۹- مماس مشترک‌های داخلی دو دایره  $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 2 - a^2 = 0$  و  $(x-6)^2 + (y-6)^2 = 9$  بر هم عمود هستند. مقدار مثبت  $a$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۰- اگر خط  $x + y = m$  بر دایره به معادله  $x^2 + y^2 = m$  مماس باشد، وضعیت نسبی این دایره و دایره  $x^2 + y^2 - 2x = 0$  کدام است؟

- (۱) متداخل (۲) متخارج (۳) متقاطع (۴) مماس خارج



## ریاضیات گسسته

## ریاضیات گسسته

آشنایی با نظریه اعداد، گراف و مدل سازی  
صفحه‌های ۱ تا ۴۲

۲۱- برای ..... درستی گزاره « $13 + 3n + n^2$  به ازای هر عدد طبیعی  $n$ ، عددی اول است.» می‌توان از روش ..... استفاده کرد.

- (۱) اثبات - در نظر گرفتن همه حالاتها  
(۲) اثبات - برهان خلف  
(۳) رد - مثال نقض  
(۴) رد - برهان خلف

۲۲- در یک تقسیم، مقسوم‌علیه ۲۳ و باقی‌مانده ۱۷ است. حداکثر چند واحد می‌توان به مقسوم (بدون تغییر مقسوم‌علیه) اضافه کرد، به طوری که خارج قسمت تغییر نکند؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۲۳- به ازای چند عدد طبیعی سه رقمی  $n$ ، اعداد  $9 + 11n$  و  $4 + 5n$  نسبت به هم اول هستند؟

- (۱) ۹۰ (۲) ۱۸۰ (۳) ۴۵۰ (۴) ۹۰۰

۲۴- باقی‌مانده تقسیم عدد  $A = 2^{51} \times 3^{101}$  بر عدد ۱۷ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۷

۲۵- اگر چهارم فروردین، اولین جمعه یک سال باشد، سومین یکشنبه در ماه خرداد آن سال، چه روزی از این ماه است؟

- (۱) ۲۱ ام (۲) ۱۵ ام (۳) ۱۸ ام (۴) ۱۹ ام

۲۶- کوچک‌ترین عدد سه رقمی که در معادله  $21 \equiv 73x \pmod{23}$  صدق می‌کند، کدام است؟

- (۱) ۱۰۳ (۲) ۱۰۸ (۳) ۱۰۷ (۴) ۱۰۹

۲۷- مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد طبیعی سه رقمی  $x$  که در معادله  $342 = 87y - 57x$  صدق کند، کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۲۸- در گرافی با اندازه ۲۴، مجموع درجات رئوس زوج برابر ۳۲ است. اگر رئوس فرد همگی هم‌درجه باشند، آنگاه تعداد آنها کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۱۶

۲۹- مرتبه و اندازه گراف  $G$  به ترتیب برابر ۸ و ۲۴ است. حداقل و حداکثر مقدار  $\Delta$  در گراف  $\bar{G}$  کدام است؟

- (۱) ۱ و ۳ (۲) ۲ و ۳ (۳) ۲ و ۴ (۴) ۱ و ۴

۳۰- تعداد کل مسیرها در یک گراف ۲-منتظم همبند از مرتبه  $n$  کدام است؟

- (۱)  $\binom{n}{2}$  (۲)  $n^2$  (۳)  $2n$  (۴)  $\binom{n+1}{2}$



**فیزیک ۳**

**فیزیک ۳**

حرکت بر خط راست، دینامیک و حرکت دایره‌ای، نوسان و موج (تا سر امواج الکترومغناطیسی) صفحه‌های ۱ تا ۷۴

۳۱- متحرکی که با شتاب ثابت در مسیری مستقیم حرکت می‌کند، در لحظه  $t = 2s$  از مکان  $18m$ - و

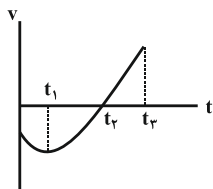
۴ ثانیه بعد با سرعت  $16 \frac{m}{s}$  از مکان  $22m$ + عبور می‌کند. سرعت اولیه این متحرک چند متر بر ثانیه

است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۴ (۴) -۴

۳۲- نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. کدام یک از عبارات‌های زیر در بازه

زمانی‌ای که متحرک در خلاف جهت محور  $x$  ها حرکت می‌کند، نادرست است؟



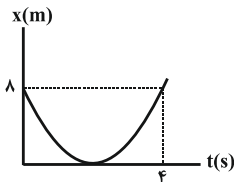
(۱) اندازه جابه‌جایی متحرک با مسافت طی شده توسط آن برابر است.

(۲) شتاب متوسط در این بازه مثبت است.

(۳) حرکت ابتدا تندشونده و سپس کندشونده است.

(۴) جهت شتاب، ثابت است.

۳۳- نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اندازه سرعت جسم در



لحظه  $t = 4s$  چند متر بر ثانیه است؟

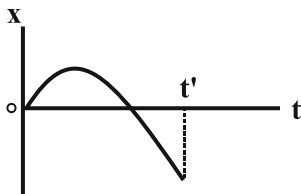
- (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۲

۳۴- در مبدأ زمان، متحرک  $A$  با سرعت ثابت  $20 \frac{m}{s}$  و متحرک  $B$  با سرعت اولیه  $20 \frac{m}{s}$  و شتاب ثابت  $5 \frac{m}{s^2}$  از مبدأ مکان روی

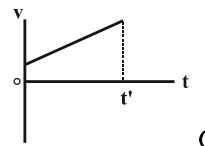
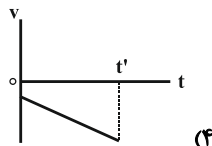
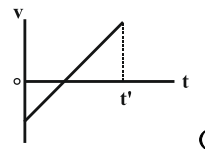
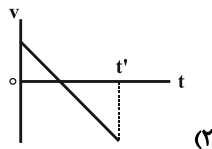
محور  $x$  عبور می‌کنند. بیشترین فاصله دو متحرک از یکدیگر قبل از آن‌که به هم برسند، چند متر خواهد بود؟

- (۱) ۱۶۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۸۰ (۴) ۴۰

۳۵- نمودار مکان - زمان متحرکی که در امتداد محور  $x$  حرکت می‌کند، به صورت سهمی زیر است. نمودار سرعت - زمان آن تا

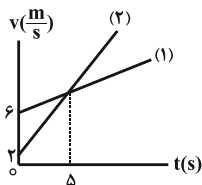


لحظه  $t'$  چگونه است؟





۳۶- نمودار سرعت - زمان دو متحرک (۱) و (۲) که هم‌زمان از یک نقطه در مسیری مستقیم شروع به حرکت می‌کنند، مطابق شکل



زیر است. فاصله دو متحرک در لحظه‌ای که سرعت آن‌ها یکسان است، چند متر است؟

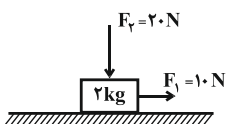
- (۱) ۴  
(۲) ۶  
(۳) ۸  
(۴) ۱۰

۳۷- در شرایط خلأ، گلوله‌ای را از ارتفاع  $h$  از سطح زمین رها می‌کنیم. اگر اندازه سرعت متوسط گلوله در سه ثانیه آخر حرکت

$\frac{m}{s}$  ۵۵ باشد، اندازه سرعت گلوله در لحظه برخورد به زمین چند متر بر ثانیه است؟  $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

- (۱) ۵۵  
(۲) ۴۱/۲  
(۳) ۷۰  
(۴) ۶۲/۳

۳۸- در شکل زیر، جسم با سرعت ثابت در مسیری مستقیم در حال حرکت است. اگر اندازه نیروی  $\vec{F}_1$  را دو برابر کنیم، شتاب



حرکت جسم چند متر بر مجذور ثانیه می‌شود؟  $(g = 10 \frac{N}{kg})$

- (۱) ۲/۵  
(۲) ۴  
(۳) ۵  
(۴) ۸

۳۹- جسمی به جرم  $10 \text{ kg}$  درون آسانسوری که با سرعت ثابت  $10 \frac{m}{s}$  در حال حرکت به طرف بالا می‌باشد، قرار دارد. اگر آسانسور

در مدت زمان  $5 \text{ s}$  با شتاب ثابت متوقف شود، اندازه نیرویی که کف آسانسور در این مدت به جسم وارد می‌کند برابر با چند

نیوتون است؟  $(g = 10 \frac{N}{kg})$

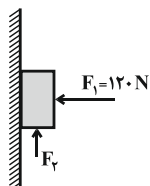
- (۱) ۶۰  
(۲) ۸۰  
(۳) ۱۰۰  
(۴) ۱۲۰

۴۰- به جسمی به جرم  $2 \text{ kg}$  که روی یک سطح افقی ساکن است، نیرویی افقی به اندازه  $5 \text{ N}$  نیوتون وارد می‌کنیم. جسم شروع به حرکت

می‌کند و پس از  $20 \text{ m}$  متر جابه‌جایی، سرعت آن به  $8 \text{ m}$  متر بر ثانیه می‌رسد. اندازه نیروی اصطکاک وارد بر جسم چند نیوتون است؟

- (۱) صفر  
(۲) ۱/۶  
(۳) ۳/۶  
(۴) ۱/۸

۴۱- در شکل زیر جسم  $m = 4 \text{ kg}$  در آستانه حرکت قرار دارد. اندازه اختلاف بیش‌ترین و کم‌ترین اندازه نیروی قائم  $F_p$  برابر با



چند نیوتون است؟  $(g = 10 \frac{N}{kg}, \mu_s = 0/25)$

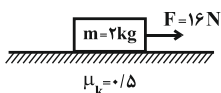
- (۱) ۶۰  
(۲) ۷۰  
(۳) ۳۰  
(۴) ۱۰



۴۲- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم  $2\text{kg}$  از حال سکون توسط نیروی افقی  $\vec{F}$  روی سطحی افقی شروع به حرکت می‌کند. اگر دو

ثانیه بعد از شروع حرکت نیروی  $\vec{F}$  قطع شود، بزرگی تکانه جسم در لحظه  $t = 3\text{s}$  (سه ثانیه بعد از شروع حرکت) چند واحد

SI است؟  $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$



(۱) صفر (۲) ۲

(۳) ۱۲ (۴) ۱۸

۴۳- دو ذره به جرم‌های  $m$  و  $4m$  روی مسیری دایره‌ای به شعاع  $R$ ، حرکت دایره‌ای یکنواخت انجام می‌دهند. اگر اندازه نیروی

مرکزگرای وارد بر دو ذره یکسان باشد، در مدت زمانی که ذره سبک‌تر ۸ دور می‌چرخد، ذره سنگین‌تر چند دور می‌چرخد؟

(۱) ۱۶ (۲) ۸

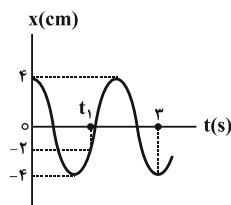
(۳) ۴ (۴) ۲

۴۴- ماهواره‌ای به جرم  $600\text{kg}$  در مداری دایره‌ای به ارتفاع  $3600$  کیلومتر از سطح زمین به دور زمین به صورت یکنواخت می‌چرخد.

تندی حرکت ماهواره چند کیلومتر بر ثانیه است؟  $(R_e = 6400\text{km}, g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

(۱)  $6/4$  (۲)  $3/6$  (۳)  $1/7$  (۴)  $3/4$

۴۵- نمودار مکان - زمان نوسانگری که بر روی محور  $x$  نوسان می‌کند، مطابق شکل زیر است. بردار شتاب نوسانگر در لحظه  $t_1$



بر حسب  $\frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$  کدام است؟  $(\pi^2 = 10)$

(۱)  $40\vec{i}$  (۲)  $-40\vec{i}$

(۳)  $20\vec{i}$  (۴)  $-20\vec{i}$

۴۶- اگر در لحظه‌ای که انرژی جنبشی نوسانگر هماهنگ ساده‌ای  $\frac{1}{4}$  انرژی مکانیکی آن است، انرژی پتانسیل نوسانگر  $0.18\text{J}$

باشد، انرژی مکانیکی نوسانگر چند ژول است؟

(۱)  $0.72$  (۲)  $0.36$  (۳)  $0.24$  (۴)  $0.54$



۴۷- در یک مکان معین و در بازه زمانی مشخصی، تعداد نوسان‌های آونگ ساده A برابر با ۱۲ نوسان و آونگ ساده B برابر با ۵

نوسان است. اگر در همین مکان، آونگ ساده‌ای قرار دهیم که طول آن برابر با مجموع طول دو آونگ A و B باشد، در همان

مدت زمان، چند نوسان کامل انجام می‌دهد؟

$$13 \quad (1)$$

$$17 \quad (2)$$

$$\frac{60}{13} \quad (3)$$

$$\frac{60}{17} \quad (4)$$

۴۸- یک ساعت دیواری آونگ‌دار، در سطح زمین به درستی کار می‌کند. اگر این ساعت را به سطح سیاره‌ای منتقل کنیم که جرم آن

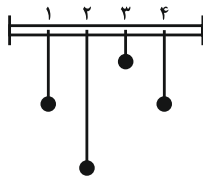
۴ برابر جرم زمین و چگالی آن  $\frac{1}{16}$  برابر چگالی زمین باشد، در هر ۱۲ ساعتی که روی سطح زمین سپری می‌شود، این ساعت

چه مدت زمانی عقب و یا جلو می‌افتد؟

(۱) ۳ ساعت جلو می‌افتد. (۲) ۳ ساعت عقب می‌افتد. (۳) ۶ ساعت جلو می‌افتد. (۴) ۶ ساعت عقب می‌افتد.

۴۹- مطابق شکل چهار آونگ ساده با جرم یکسان را به یک میله افقی آویخته‌ایم. اگر آونگ (۴) را از وضع تعادل خارج کنیم، کدام

گزینه درست است؟



(۱) فقط آونگ (۱) به حرکت در می‌آید.

(۲) هر سه آونگ (۱)، (۲) و (۳) با یک دامنه به نوسان در می‌آیند.

(۳) آونگ شماره (۲) با بیشترین دامنه و آونگ شماره (۳) با کمترین دامنه به نوسان در می‌آیند.

(۴) آونگ شماره (۱) با بیشترین دامنه به نوسان در می‌آید.

۵۰- جرم هر متر از یک تار کشیده شده برابر با ۲۰ گرم است. اگر بزرگی نیروی کشش تار را ۶۹ درصد افزایش دهیم، بر تندی انتشار

موج عرضی در تار،  $3 \frac{m}{s}$  افزوده می‌شود. تندی اولیه انتشار موج عرضی در تار چند متر بر ثانیه است؟

$$10 \quad (1)$$

$$15 \quad (2)$$

$$20 \quad (3)$$

$$30 \quad (4)$$



## شیمی ۳

## شیمی ۳

فصل‌های ۱ و ۲  
صفحه‌های ۱ تا ۶۴۵۱- چه تعداد از عبارت‌های زیر نادرست است؟ ( $\text{Na} = ۲۳, \text{H} = ۱, \text{C} = ۱۲, \text{O} = ۱۶ : \text{g.mol}^{-1}$ )

- \* صابون‌ها در آب‌هایی که میزان یون‌های کلسیم و منیزیم بالایی دارند به خوبی کف نمی‌کنند.
- \* پاک‌کننده‌های غیرصابونی قدرت پاک‌کنندگی بیش‌تری نسبت به پاک‌کننده‌های صابونی دارند و در آب‌های سخت رسوب تشکیل می‌دهند.
- \* معروف‌ترین صابون سنتی ایران، صابون مراغه است که از جوشاندن پیه گوسفند و  $\text{NaOH}$  با آب تهیه می‌شود.
- \* برای از بین بردن جوش‌های صورت صابون گوگرددار و برای افزایش قدرت ضدعفونی‌کنندگی، صابون حاوی مواد شیمیایی کلردار توصیه می‌شود.
- \* به تقریب ۱۰/۴ درصد جرمی پاک‌کننده صابونی جامدی که ۳۵ اتم هیدروژن در زنجیره آلکیل خود دارد، از اکسیژن تشکیل شده است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۵۲- چند مورد از ویژگی‌های داده شده در جدول زیر نادرست بیان شده‌اند؟

ویژگی	نوع مخلوط	سوسپانسیون	محلول	کلوئید
رفتار در برابر نور	نور را پخش می‌کند	نور را پخش نمی‌کند	نور را پخش نمی‌کند	نور را پخش نمی‌کند
همگن / ناهمگن	ناهمگن	همگن	همگن	ناهمگن
پایداری	ناپایدار	پایدار	پایدار	ناپایدار
مثال	شربت معده	رنگ	سس مایونز	سس مایونز

۲ (۴)

۵ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

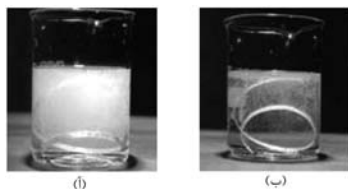
۵۳- اگر بخواهیم نمک حاصل از واکنش مقدار کافی پتاسیم هیدروکسید و ۵ لیتر از محلول هیدروکلریک اسید با  $\text{pH} = ۲/۷$  راتوسط واکنش  $\text{Cl}_۲ + ۲\text{KBr} \longrightarrow ۲\text{KCl} + \text{Br}_۲$  تهیه کنیم، به تقریب به چند گرم  $\text{KBr}$  با درصد خلوص ۶۵٪ نیاز داریم؟( $\text{Br} = ۸۰, \text{K} = ۳۹, \text{Cl} = ۳۵/۵ : \text{g.mol}^{-1}$ )

۱/۸۳۰ (۴)

۶/۹۳ (۳)

۱/۷۷۶ (۲)

۰/۶۹۳ (۱)



۵۴- شکل‌های مقابل واکنش دو قطعه یکسان از نوار منیزیم را با حجم‌های برابر از محلول

۰/۱ مولار دو اسید تک پروتون دار متفاوت در دمای یکسان نشان می‌دهد. کدام

مطلب نادرست است؟

(۱) نسبت حاصل ضرب غلظت تعادلی یون‌های مثبت و منفی به غلظت تعادلی اسید در شکلی که سرعت تولید گاز در آن بیشتر از شکل دیگر است، بزرگتر است.

(۲) غلظت یون هیدرونیوم موجود در شکل «آ» بیشتر از غلظت یون هیدرونیوم موجود در باران معمولی است.

(۳) در شکل «ب» که محلول یک اسید ضعیف‌تر است، در انتها گاز کمتری تولید می‌شود.

(۴) pH محلول «آ» کمتر از «ب» است.

۵۵- غلظت تعادلی یون هیدرونیوم در محلولی از هیدروفلوئوریک اسید با غلظت  $\frac{mol}{L} \times 10^{-2} / 8 \times 10^{-2}$  و ثابت تعادل  $2 \times 10^{-5}$  چند مول

بر لیتر است و درجه یونش آن در شرایط واکنش کدام می‌باشد؟

(۱)  $4 \times 10^{-4}$ ،  $0/05$  (۲)  $4 \times 10^{-8}$ ،  $0/05$

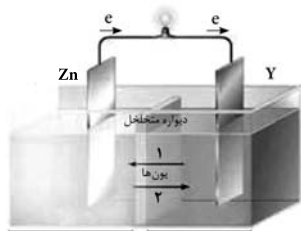
(۳)  $8 \times 10^{-4}$ ،  $0/02$  (۴)  $6 \times 10^{-7}$ ،  $0/02$

۵۶- با تعداد الکترون‌های مبادله‌شده برای تولید  $40/5$  گرم آلومینیم در فرایند هال، چند میلی‌لیتر آب را می‌توان با استفاده از سلول

سوختی به دست آورد؟ ( $1 \text{ g.mL}^{-1} = \text{چگالی آب}$  و  $Al = 27 \text{ g.mol}^{-1}$ ،  $H_2O = 18$ )

(۱)  $40/5$  (۲)  $20/25$

(۳)  $33/75$  (۴)  $25/5$



۵۷- شکل روبه‌رو به یک سلول ..... مربوط است. گونه ..... در مسیر ۱ مهاجرت می‌کند و

Y می‌تواند فلز ..... باشد.

(۱) الکترولیتی - نیترات - نقره (۲) الکترولیتی -  $Ag^+$  - نقره

(۳) گالوانی -  $Cu^{2+}$  - مس (۴) گالوانی - نیترات - مس



۵۸- کدام گزینه نادرست است؟  $(E^\circ(\text{Cu}^{2+}/\text{Cu}) = 0.34\text{V}, E^\circ(\text{Ag}^+/\text{Ag}) = 0.80\text{V}, E^\circ(\text{Zn}^{2+}/\text{Zn}) = -0.76\text{V})$

(۱) با توجه به این که واکنش  $3\text{Ag}^+ + \text{Al} \rightarrow 3\text{Ag} + \text{Al}^{3+}$  در جهت طبیعی خود انجام می شود و واکنش

$2\text{Ag}^+ + \text{Pt} \rightarrow 2\text{Ag} + \text{Pt}^{2+}$  در جهت طبیعی خود انجام نمی شود، ترتیب کاهندگی فلزها به صورت  $\text{Al} > \text{Ag} > \text{Pt}$  است.

(۲) محلول مس (II) نیترات را نمی توان در ظرفی از جنس فلز روی نگهداری کرد.

(۳) یون های  $\text{ClO}_4^-$ ،  $\text{SO}_4^{2-}$  و  $\text{NO}_3^-$  در واکنش های اکسایش - کاهش همواره نقش اکسنده را دارند.

(۴) فلزی که فقط دارای ۳ الکترون با عدد کوانتومی فرعی صفر در آرایش الکترونی خود است، کمترین چگالی و  $E^\circ$  را در میان فلزها دارد.

۵۹- کدام یک از مطالب زیر صحیح نیست؟

(۱) مجموع اعداد اکسایش اتم های کربن در بنزالدهید برابر (۴-) است.

(۲) تفاوت عدد اکسایش گوگرد در آمونیوم سولفات و گوگردتری اکسید برابر صفر است.

(۳) در واکنش  $2\text{Al} + \text{Fe}_3\text{O}_4 \rightarrow \text{Al}_2\text{O}_3 + 2\text{Fe}$ ، عدد اکسایش گونه کاهنده ۶ واحد تغییر می کند.

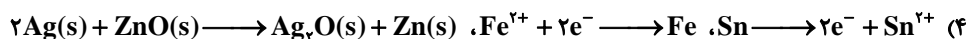
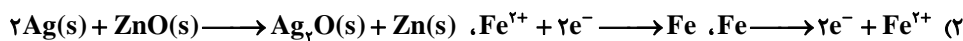
(۴) عدد اکسایش عنصرها در حالت آزاد برابر صفر و عدد اکسایش یون های تک اتمی برابر با بار الکتریکی آنها است.

۶۰- نیم واکنش ها و واکنش های خواسته شده در قسمت های الف، ب و پ به ترتیب از راست به چپ کدام اند؟

الف) نیم واکنش آندی در حلبی (در صورت ایجاد خراش)

ب) نیم واکنش کاتدی آبکاری قاشق آهنی با نقره.

پ) واکنش انجام شده در باتری های روی - نقره



حسابان ۲

۱- گزینه «۲»

$f$  اکیداً صعودی و  $y = 3 - x$  اکیداً نزولی است، پس ترکیب آن‌ها یعنی  $f(3-x)$  نیز اکیداً نزولی است. چون  $f(1) = 0$  است،  $x = 1$  صفر تابع  $f(x)$  و  $x = 2$  صفر تابع  $f(3-x)$  است.

حال برای به دست آوردن دامنه تابع  $g$  کافی است جدول تعیین علامتی را

$$\frac{x-4}{f(3-x)} \geq 0 \text{ تشکیل دهیم. باید داشته باشیم}$$

$x$	$2$	$4$
$x-4$	-	-
$f(3-x)$	+	-
$\frac{x-4}{f(3-x)}$	-	+

$$\Rightarrow D_g = (2, 4]$$

این بازه شامل اعداد صحیح ۳ و ۴ است.

۲- گزینه «۳»

باقی مانده تقسیم  $f(x) = x^3 + kx^2 - 5x + 2$  بر  $x-1$  برابر  $-4$  است. پس:

$$f(1) = -4 \Rightarrow 1 + k + 2 - 5 + 2 = -4 \Rightarrow k = -4$$

باقی مانده تقسیم  $f$  بر  $x^2 - x - 2$  عبارتی حداکثر از درجه یک است:

$$f(x) = (x^2 - x - 2)g(x) + \underbrace{ax + b}_{\text{باقی مانده}}$$

با جای گذاری ریشه‌های مقسوم علیه یعنی  $x = -1$  و  $x = 2$  داریم:

$$x = -1: f(-1) = 0 - a + b \Rightarrow +1 - 4 - 2 + 5 + 2 = -a + b$$

$$\Rightarrow -a + b = 2 \quad (1)$$

$$x = 2: f(2) = 0 + 2a + b \Rightarrow 2^3 - 2^2 + 10 - 10 + 2 = 2a + b$$

$$\Rightarrow 2a + b = 8 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} a = 2, b = 4$$

$$\Rightarrow r(x) = ax + b = 2x + 4$$

۳- گزینه «۲»

دوره تناوب تابع  $f$  برابر  $f = \frac{2\pi}{|a|}$  است. پس:

$$2|a| = 4 \Rightarrow |a| = 2$$

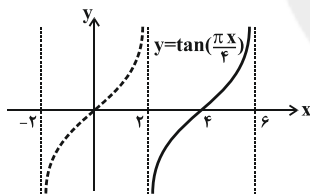
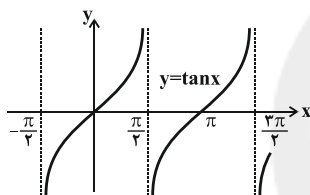
از طرفی مقدار ماکزیمم تابع  $f$  برابر  $2 + 3|a|$  است؛ بنابراین داریم:

$$f_{\max} = 2 + 3(2) = 8$$

۴- گزینه «۳»

برای رسم نمودار تابع  $f$  ابتدا نمودار تابع  $y = \tan x$  را رسم می‌کنیم. سپس

طول نقاط روی این نمودار را در  $\frac{4}{\pi}$  ضرب می‌کنیم.



پس حداکثر مقدار  $a$  برای این که تابع  $f$  روی دامنه‌اش یعنی بازه  $(2, a)$

اکیداً صعودی باشد، برابر ۶ است.

۵- گزینه «۴»

$$\sin x \cos x - \frac{1}{1 + \tan^2 x} = \cos \frac{4\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \sin 2x - \cos^2 x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \sin 2x - 2\cos^2 x = -1$$

$$\Rightarrow \sin 2x = 2\cos^2 x - 1 \Rightarrow \sin 2x = \cos 2x$$

$$\Rightarrow \tan 2x = 1 \Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$$



گزینه «۱» - ۶

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x(x-1) + x^2 \left[ \frac{1}{x} \right]}{x^2 \left( 2 + \left[ -\frac{1}{x} \right] \right) + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x(x-1) - x^2}{x^2(2+0) + 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - 3x}{2x^2 + 1} = 1$$

$$\sin 2x = \cos 3x \Rightarrow \begin{cases} 2x = 3x + \frac{\pi}{2} + 2k\pi \Rightarrow x = -2k\pi - \frac{\pi}{2} \\ 2x + 3x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{5} + \frac{\pi}{10} \end{cases}$$

اگر جواب‌ها را به ترتیب از کوچک به بزرگ بنویسیم، داریم:

$$x = \frac{\pi}{10}, \frac{5\pi}{10}, \frac{9\pi}{10}, \frac{13\pi}{10}, \frac{17\pi}{10}, \frac{2\pi}{5}, \frac{17\pi}{10}, \dots$$

برای اینکه معادله در بازه  $[0, a]$ ،  $\Delta$  جواب داشته باشد،  $a$  باید ششمین جواب

$$\text{معادله یعنی } \frac{17\pi}{10} \text{ باشد.}$$

نکته: اگر رابطه  $\sin \alpha = \cos \beta$  برقرار باشد، داریم:

$$\alpha \pm \beta = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$$

گزینه «۱» - ۷

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)}{1 + \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)}{1 + \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)} \times \frac{1 - \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)}{1 - \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) \left(1 - \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)\right)}{\cos^2\left(\frac{\pi}{2}x\right)} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{1 - \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)}$$

$$= \frac{2^-}{0^-} = -\infty$$

گزینه «۱» - ۸

ابتدا توجه کنید که اگر  $x \rightarrow -\infty$ ،  $\frac{1}{x} < 0$ ،  $\frac{1}{x} > 0$  و

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} = 0$$

است؛ بنابراین در بازه  $(-\infty, -1)$ ، تساوی‌های

$$\left[ \frac{1}{x} \right] = -1 \text{ و } \left[ -\frac{1}{x} \right] = 0 \text{ برقرارند.}$$

گزینه «۳» - ۹

باید مخرج کسر تابع ریشه مضاعف داشته باشد:

$$\Rightarrow \Delta = (2a)^2 - 4(-4a) = 0$$

$$\Rightarrow 4a^2 + 16a = 4a(a+4) = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ یا } a = -4$$

هم چنین باید  $a+1 < 0$  باشد، بنابراین فقط به ازای  $a = -4$  نمودار در اطراف

مجاذب قائم خود مانند شکل داده شده می‌شود.

گزینه «۴» - ۱۰

صورت ریشه ندارد، بنابراین ریشه‌های مخرج قطعاً مجانب‌های قائم نمودار تابع

هستند. از طرفی مجموع ضرایب عبارت مخرج برابر صفر است، یعنی  $x = 1$  و

$$x = \frac{1-a}{a} \text{ ریشه‌های آن و در نتیجه مجانب‌های قائم نمودار تابع هستند.}$$

$$\left| \frac{1-a}{a} - 1 \right| = 2 \Rightarrow \frac{1-2a}{a} = \pm 2 \Rightarrow a = \frac{1}{5} \text{ یا } -1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{5}: \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2 + 3}{\frac{1}{5}x^2 - x + \frac{4}{5}} = 10 \Rightarrow \text{مجاذب افقی } y = 10 \\ a = -1: \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2 + 3}{-x^2 - x + 2} = -2 \Rightarrow \text{مجاذب افقی } y = -2 \end{cases}$$

هندسه ۳

۱۱- گزینه «۲»

$$AB = A \xrightarrow{\times A} (AB)A = A^2 \Rightarrow A \underbrace{(BA)}_B = A^2$$

$$\Rightarrow AB = A^2 \Rightarrow A = A^2$$

اگر  $A^2 = A$  باشد، آنگاه  $A^n = A$  ( $n \geq 2$ ) است و در نتیجه داریم:

$$A + A^2 + A^3 + \dots + A^{1397} = A + A + A + \dots + A = 1397A$$

۱۲- گزینه «۳»

$$AB^{-1} + I = AB^{-1} + BB^{-1} = (A+B)B^{-1}$$

$$\Rightarrow |AB^{-1} + I| = |A+B| |B^{-1}| = 5 \times \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

۱۳- گزینه «۲»

روش اول:

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 2 \\ 10 & 21 \end{bmatrix}$$

$$A^2 = \alpha A + \beta I \Rightarrow \begin{bmatrix} 9 & 2 \\ 10 & 21 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2\alpha & \alpha \\ 5\alpha & 4\alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta & 0 \\ 0 & \beta \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 9 & 2 \\ 10 & 21 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2\alpha + \beta & \alpha \\ 5\alpha & 4\alpha + \beta \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 2 \\ -2\alpha + \beta = 9 \Rightarrow -4 + \beta = 9 \Rightarrow \beta = 13 \end{cases}$$

روش دوم:

در هر ماتریس  $2 \times 2$  مانند  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ، همواره داریم:

$$A^2 - (a+d)A + (ad-bc)I = \bar{O}$$

با توجه به رابطه  $A^2 - \alpha A - \beta I = \bar{O}$  داریم:

$$\begin{cases} a+d = \alpha \Rightarrow \alpha = -2+4 = 2 \\ ad-bc = -\beta \Rightarrow \beta = bc-ad = 1 \times 5 - (-2) \times 4 = 13 \end{cases}$$

۱۴- گزینه «۱»

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = 2-3 = -1$$

$$\Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

بنابراین داریم:

$$AX = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \Rightarrow X = A^{-1} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$AX' = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow X' = A^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

مجموع مجهولات دستگاه اول برابر  $3 + (-4) = -1$  و مجموع مجهولات دستگاه

دوم برابر  $1 + (-1) = 0$  است. پس مجموع مجهولات دستگاه اول، ۳ برابر

مجموع مجهولات دستگاه دوم است.

۱۵- گزینه «۱»

$$\begin{vmatrix} 1 & x & x^3 \\ 1 & x^2 & x^2 \\ 1 & x^3 & x \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (x^3 - x^5) - x(x - x^2) + x^2(x^2 - x^2) = 0$$

$$\Rightarrow x^3 - x^5 - x^2 + x^3 + x^2 - x^5 = 0 \Rightarrow x^6 - 2x^5 + 2x^3 - x^2 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^3(1-x^2) + x^2(x^4-1) = 0$$

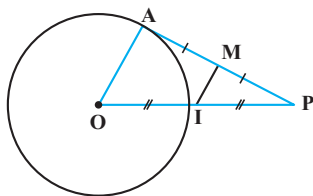
$$\Rightarrow -2x^3(x^2-1) + x^2(x^2-1)(x^2+1) = 0$$

$$\Rightarrow x^2(x^2-1)(-2x+x^2+1) = 0$$

$$\Rightarrow x^2(x^2-1)(x-1)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

پس این معادله سه ریشه متمایز دارد.

۱۶- گزینه «۴»





$$OH + R = 1/4 + 2 = 3/4$$

۱۹- گزینه «۲»

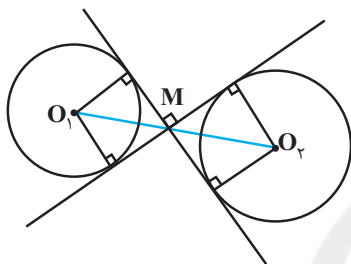
$$C_1: x^2 + y^2 - 2x - 2y + 2 - a^2 = 0$$

$$O_1(1,1), R_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2 - 4(2-a^2)} = |a|$$

$$C_2: (x-6)^2 + (y-6)^2 = 9$$

$$O_2(6,6), R_2 = 3$$

$$O_1O_2 = \sqrt{(6-1)^2 + (6-1)^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$



مطابق شکل هر کدام از دو چهار ضلعی ایجاد شده، یک مربع است و در نتیجه طول قطر آن،  $\sqrt{2}$  برابر طول ضلع آن است. داریم:

$$\left. \begin{aligned} O_1M &= \sqrt{2}R_1 \\ O_2M &= \sqrt{2}R_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow O_1M + O_2M = \sqrt{2}(R_1 + R_2)$$

$$\Rightarrow |O_1O_2| = \sqrt{2}(R_1 + R_2) \Rightarrow 5\sqrt{2} = \sqrt{2}(|a| + 3)$$

$$\Rightarrow |a| + 3 = 5 \Rightarrow |a| = 2 \xrightarrow{a>0} a = 2$$

۲۰- گزینه «۳»

خط بر دایره مماس است، پس فاصله مرکز دایره تا خط، برابر شعاع دایره است. شعاع دایره برابر با  $\sqrt{m}$  و مرکز آن نقطه  $(0,0)$  است. اگر فاصله مرکز دایره تا خط برابر  $d$  باشد، آنگاه:

$$d = R \Rightarrow \frac{|m|}{\sqrt{2}} = \sqrt{m} \Rightarrow \frac{m^2}{2} = m \Rightarrow m^2 - 2m = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = 0 & \text{غ.ق.ق} \\ m = 2 \end{cases}$$

مرکز دایره  $x^2 + y^2 = 2$ ، نقطه  $O(0,0)$  و شعاع آن  $R = \sqrt{2}$  است و مرکز

دایره  $x^2 + y^2 - 2x = 0$ ، نقطه  $O'(1,0)$  و شعاع آن  $R' = 1$  است.

$$d = OO' = 1, R + R' = \sqrt{2} + 1, |R - R'| = \sqrt{2} - 1$$

$$|R - R'| < d < R + R'$$

بنابراین دو دایره متقاطع‌اند.

اگر از نقطه  $P$  به نقطه متغیر  $A$  روی دایره و نیز به مرکز دایره که نقطه‌ای ثابت است، وصل کنیم و وسط پاره‌خط‌های  $PA$  و  $PO$  را به ترتیب  $M$  و  $I$  بنامیم، آنگاه بنا به عکس قضیه تالس داریم:

$$\frac{PM}{MA} = \frac{PI}{IO} = 1 \Rightarrow MI \parallel AO$$

در این صورت طبق تعمیم قضیه تالس داریم:

$$\frac{MI}{AO} = \frac{PM}{PA} = \frac{1}{2} \Rightarrow MI = \frac{OA}{2} = \frac{R}{2}$$

از طرفی چون پاره‌خط  $PO$  ثابت است، پس وسط آن یعنی نقطه  $I$  نیز نقطه‌ای ثابت است و در نتیجه مکان هندسی مورد نظر، دایره‌ای به مرکز  $I$  و به شعاع  $\frac{R}{2}$  است.

۱۷- گزینه «۴»

با توجه به معادله دایره، مختصات مرکز دایره عبارت است از:

$$O\left(-\frac{a+1}{2}, \frac{b-1}{2}\right)$$

چون دایره در ربع دوم بر محورهای مختصات مماس است، پس مرکز دایره روی خط  $y = -x$  واقع است. در این صورت داریم:

$$\frac{b-1}{2} = -\left(-\frac{a+1}{2}\right) \Rightarrow b-1 = a+1 \Rightarrow a-b = -2$$

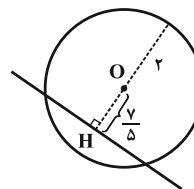
۱۸- گزینه «۴»

$$x^2 + y^2 = 4y \Rightarrow (x-0)^2 + (y-2)^2 = 4$$

$$\Rightarrow O(0,2), R=2$$

فاصله مرکز دایره از خط برابر است با:

$$\frac{3x+4y=1}{O(0,2)} \rightarrow OH = \frac{|3 \times 0 + 4 \times 2 - 1|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{7}{5} = 1/4$$



پس خط، دایره را قطع می‌کند و در نتیجه بیش‌ترین فاصله برابر است با:



ریاضیات گسسته

۲۱- گزینه «۳»

کافی است به جای  $n$ ، عدد ۱۳ را قرار دهیم. در این صورت داریم:

$$n^2 + 3n + 13 = 13^2 + 3 \times 13 + 13 = 13(13 + 3 + 1) = 13 \times 17$$

یعنی عدد مورد نظر، عددی مرکب است و درستی حکم رد می شود.

۲۲- گزینه «۲»

اگر  $a$  مقسوم و  $q$  خارج قسمت این تقسیم باشند، آنگاه داریم:

$$a = 23q + 17$$

اگر  $x$  واحد به مقسوم اضافه کنیم و مقسوم علیه ثابت باشد، آنگاه برای آن که خارج قسمت تغییر نکند، لزوماً  $x$  واحد نیز به باقی مانده اضافه می شود. داریم:

$$a + x = 23q + (17 + x)$$

اگر  $b$  مقسوم علیه و  $r$  باقی مانده این تقسیم باشند، داریم:

$$r < b \Rightarrow 17 + x < 23 \Rightarrow x < 6 \Rightarrow \max(x) = 5$$

۲۳- گزینه «۴»

اگر  $d = (11n + 9, 5n + 4)$  باشد، آنگاه داریم:

$$\left. \begin{array}{l} d \mid 11n + 9 \xrightarrow{\times 5} d \mid 55n + 45 \\ d \mid 5n + 4 \xrightarrow{\times 11} d \mid 55n + 44 \end{array} \right\} \text{تفاضل} \rightarrow d \mid 1 \Rightarrow d = 1$$

بنابراین به ازای هر مقدار طبیعی  $n$ ، دو عدد  $11n + 9$  و  $5n + 4$  نسبت به هم اول هستند، یعنی به ازای تمامی  $900$  عدد طبیعی سه رقمی، این دو عدد نسبت به هم اول اند.

۲۴- گزینه «۳»

عدد  $A$  را به صورت  $2^1 \times 3^{100} \times 5^{25}$  می نویسیم. داریم:

$$A = 2^{50} \times 3^{100} \times 5^6 = (2 \times 3^2)^{50} \times 5^6 = 18^{50} \times 5^6$$

پس باقی مانده تقسیم عدد  $A$  بر عدد ۱۷ برابر است با:

$$A \equiv 17^{50} \times 5^6 \equiv 6$$

۲۵- گزینه «۱»

ابتدا باید ببینیم اول خرداد چه روزی از هفته است. داریم:

$$d = \underset{\substack{\downarrow \\ \text{خرداد}}}{27} + \underset{\substack{\downarrow \\ \text{اردیبهشت}}}{31} + \underset{\substack{\downarrow \\ \text{فروردین}}}{1} = 59$$

اگر جمعه را در جدول متناظر با صفر در نظر بگیریم، داریم:

شنبه	۴شنبه	۳شنبه	۲شنبه	۱شنبه	جمعه
۶	۵	۴	۳	۲	۱
۰					

$$\begin{matrix} 7 \\ 59 \equiv 3 \end{matrix}$$

متوجه می شویم که اول خرداد دوشنبه است، پس اولین یکشنبه، هفتم خرداد و در نتیجه سومین یکشنبه خرداد،  $7 + 7 \times 2 = 21$  خرداد خواهد بود.

۲۶- گزینه «۱»

$$23x \equiv 21 \Rightarrow 4x \equiv 44 \xrightarrow{+4} x \equiv 11 \pmod{(4,23)=1}$$

پس باقی مانده تقسیم  $x$  بر ۲۳، برابر ۱۱ می باشد. بنابراین داریم:

$$x = 23k + 11 \xrightarrow{\text{کوچک ترین عدد سه رقمی}} x = 103 \quad k=4$$

۲۷- گزینه «۱»

$$57x - 87y = 342 \xrightarrow{+3} 19x - 29y = 114$$

$$\Rightarrow 19x = 29y + 114 \Rightarrow 19x \equiv 114 \pmod{(19,29)=1} \xrightarrow{+19} x \equiv 6$$

$$x = 29k + 6 \geq 100 \Rightarrow k \geq 4 \Rightarrow x_{\min} = 122$$

$$\Rightarrow \text{مجموع ارقام} = 1 + 2 + 2 = 5$$

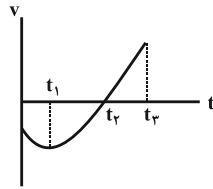
۲۸- گزینه «۴»

مجموع درجات رئوس یک گراف، دو برابر اندازه آن گراف است. اگر مجموع درجات رئوس گراف را به صورت مجموع درجات رئوس زوج و مجموع درجات رئوس فرد بنویسیم، آنگاه داریم:

$$48 = 32 + x \Rightarrow x = 16$$

در نتیجه تنها حالت ممکن آن است که گراف ۱۶ رأس درجه یک داشته باشد. (عدد ۱۶ به هیچ عدد فرد دیگری بخش پذیر نیست.)





در بازه صفر تا  $t_2$  متحرک در خلاف جهت محور  $x$  حرکت می‌کند، چون سرعت در این بازه منفی است.

با توجه به این که در این بازه سرعت تغییر علامت نمی‌دهد و متحرک روی خط راست حرکت می‌کند، پس اندازه جابه‌جایی و مسافت طی شده طی این بازه برابر است.

شیب خط واصل دو نقطه در نمودار سرعت - زمان برابر با شتاب متوسط است. از لحظه صفر تا  $t_2$  شیب خط واصل مثبت است، پس شتاب متوسط مثبت است.

از صفر تا  $t_1$  چون شیب خط مماس بر نمودار منفی است، شتاب منفی و از  $t_1$  تا  $t_2$  شیب خط مماس بر نمودار مثبت است، پس شتاب مثبت است. (در لحظه  $t_1$  جهت شتاب عوض شده است) پس گزینه «۴» نادرست است.

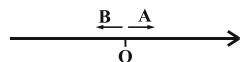
### ۳۳- گزینه «۱»

نمودار مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم به صورت یک سهمی است. با توجه به تقارن سهمی و نمودار مکان - زمان، اندازه سرعت متحرک در لحظه  $t = 4s$  با اندازه سرعت اولیه متحرک برابر است و در لحظه  $t = 2s$  چون خط مماس بر نمودار مکان - زمان افقی است، پس سرعت متحرک در این لحظه برابر با صفر است. برای بازه زمانی صفر تا  $2s$  داریم:

$$v_{av} = \frac{v + v_0}{2} \Rightarrow \frac{x - x_0}{t} = \frac{v + v_0}{2} \Rightarrow \frac{0 - 8}{2} = \frac{0 + v_0}{2}$$

$$\Rightarrow v_0 = -8 \frac{m}{s} \Rightarrow v_f = |v_0| = 8 \frac{m}{s}$$

### ۳۴- گزینه «۱»



معادله حرکت هر متحرک را می‌نویسیم:

$$x_A = v_A t + x_{0A} \Rightarrow x_A = 20t$$

$$x_B = \frac{1}{2} a_B t^2 + v_{0B} t + x_{0B} \Rightarrow x_B = \frac{5}{2} t^2 - 20t$$

فاصله دو متحرک در هر لحظه برابر است با:

$$\Delta x = x_A - x_B \Rightarrow \Delta x = 20t - \left( \frac{5}{2} t^2 - 20t \right)$$

$$\Rightarrow \Delta x = -\frac{5}{2} t^2 + 40t$$

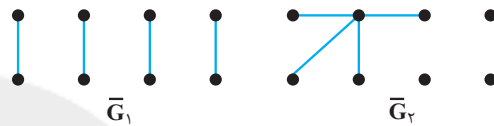
### ۲۹- گزینه «۴»

ابتدا تعداد یال‌های گراف  $\bar{G}$  را به دست می‌آوریم. داریم:

$$q(G) + q(\bar{G}) = \frac{p(p-1)}{2} \Rightarrow 24 + q(\bar{G}) = \frac{8 \times 7}{2} = 28$$

$$\Rightarrow q(\bar{G}) = 4$$

بنابراین  $\bar{G}$  گرافی از مرتبه ۸ و اندازه ۴ است. حداقل و حداکثر مقدار  $\Delta$  در چنین گرافی به ترتیب برابر ۱ و ۴ است که متناظر با گراف‌های  $\bar{G}_1$  و  $\bar{G}_2$  در شکل زیر می‌باشد:



### ۳۰- گزینه «۲»

بین هر دو رأس متمایز یک گراف  $2$ -منتظم همبند از مرتبه  $n$  (گراف  $C_n$ ) دقیقاً دو مسیر وجود دارد.

$$\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2} = n^2 - n$$

از طرفی گراف  $C_n$  دارای  $n$  مسیر به طول صفر است (از هر رأس به خودش، مسیری به طول صفر وجود دارد). بنابراین داریم:

$$\text{تعداد کل مسیرها} = (n^2 - n) + n = n^2$$

### فیزیک ۳

### ۳۱- گزینه «۲»

در حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، داریم:

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} \Rightarrow \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{v_1 + v_2}{2} \Rightarrow \frac{22 - (-18)}{4} = \frac{v_1 + 16}{2}$$

$$\Rightarrow v_1 = 4 \frac{m}{s}$$

حال با استفاده از معادله سرعت - زمان در حرکت با شتاب ثابت، داریم:

$$v - v_0 = at \Rightarrow \frac{v_2 - v_1}{v_2 - v_0} = \frac{t_2 - t_1}{t_2 - t_0} \Rightarrow \frac{16 - 4}{16 - v_0} = \frac{4}{6} \Rightarrow v_0 = -2 \frac{m}{s}$$

### ۳۲- گزینه «۴»



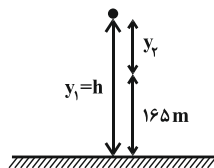
حال طبق معادله مکان - زمان در حرکت سقوط آزاد و با توجه به این که متحرک ۱۶۵ متر آخر سقوط را در مدت ۳s طی کرده است، می توان نوشت:

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + y_0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -h = -\frac{1}{2}gt^2 & (1) \\ -h + 165 = -\frac{1}{2}g(t-3)^2 & (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} -\frac{1}{2}gt^2 + 165 = -\frac{1}{2}g(t-3)^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}g[t^2 - (t-3)^2] = 165 \Rightarrow t = 7s$$

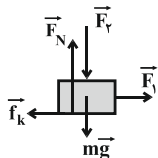


بنابراین مدت زمان حرکت گلوله از لحظه رها شدن تا رسیدن به زمین برابر با ۷s است. در نتیجه سرعت برخورد گلوله به زمین برابر است با:

$$v = -gt \Rightarrow v = -10 \times 7 \Rightarrow |v| = 70 \frac{m}{s}$$

۳۸ - گزینه «۳»

نیروهای وارد بر جسم را در ابتدا رسم می کنیم و قانون دوم نیوتون را برای آن می نویسیم:

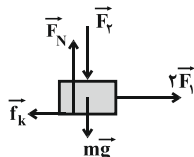


$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow F_N - F_y - mg = 0 \Rightarrow F_N = 20 + 2 \times 10$$

$$\Rightarrow F_N = 40N$$

$$(F_{net})_x = 0 \Rightarrow F_1 - f_k = 0 \Rightarrow f_k = F_1 = 10N$$

وقتی اندازه نیروی  $\vec{F}_1$  دو برابر می شود، چون نیروهای در راستای قائم تغییر نکرده است، اندازه نیروی اصطکاک جنبشی ثابت می ماند. با استفاده از قانون دوم نیوتون، داریم:



$$(F_{net})_x = ma_x \Rightarrow 2F_1 - f_k = ma_x \Rightarrow 2 \times 10 - 10 = 2a_x$$

$$\Rightarrow a_x = 5 \frac{m}{s^2}$$

عبارت فوق به صورت یک تابع درجه دوم است که برای محاسبه بیشینه آن، داریم:

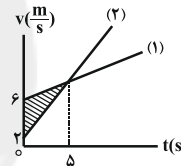
$$t = -\frac{b}{2a} = \frac{-40}{2 \times \left(\frac{-5}{2}\right)} \Rightarrow t = 8s$$

$$\Delta x_{max} = -\frac{5}{2}(8)^2 + 40 \times 8 \Rightarrow \Delta x_{max} = 160m$$

۳۵ - گزینه «۲»

چون نمودار  $x-t$  متحرک به صورت یک سهمی است، حرکت آن با شتاب ثابت است و چون دهانه سهمی به طرف پایین است، شتاب منفی است و از آنجایی که در  $t=0$ ، شیب خط مماس بر منحنی  $x-t$  مثبت است، سرعت اولیه مثبت است، یعنی  $v_0 > 0$ ،  $a < 0$  و  $v_f < 0$ . در بین گزینه ها، فقط گزینه «۲» دارای این شرایط است.

۳۶ - گزینه «۴»



مطابق با نمودار، در لحظه  $t = 5s$ ، سرعت دو متحرک یکسان است. از آنجایی که مساحت بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با مقدار جابه جایی است، جابه جایی متحرک (۱) برابر با مساحت دوزنقه بزرگ و جابه جایی متحرک (۲) برابر با مساحت دوزنقه کوچک است در نتیجه مساحت بخش هاشورزده برابر با اختلاف جابه جایی دو متحرک است:

$$S_{\text{هاشورزده}} = \Delta x_1 - \Delta x_2$$

چون دو متحرک از یک نقطه شروع به حرکت می کنند، داریم:

$$x_1 = x_2 \Rightarrow S_{\text{هاشورزده}} = x_1 - x_2$$

در نتیجه مساحت بخش هاشورزده برابر با فاصله دو متحرک، در لحظه ای که سرعت آن ها یکسان است، می باشد.

$$S_{\text{هاشورزده}} = \frac{(6-2) \times 5}{2} = 10m$$

۳۷ - گزینه «۳»

با توجه به رابطه سرعت متوسط، داریم:

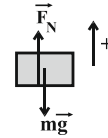
$$v_{av} = \frac{\Delta y}{\Delta t} \Rightarrow -55 = \frac{\Delta y}{3} \Rightarrow \Delta y = -165m$$



۳۹- گزینه ۲

اگر جهت حرکت رو به بالا را مثبت فرض کنیم، شتاب حرکت آسانسور در طی مدت ۵s برابر است با:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = a \times 5 + 10 \Rightarrow a = -2 \frac{m}{s^2}$$

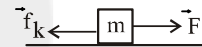


با نوشتن قانون دوم نیوتون برای حرکت جسم داخل آسانسور، داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F_N - mg = ma \\ \Rightarrow F_N - 10 \times 10 = 10 \times (-2) \Rightarrow F_N = 80N$$

۴۰- گزینه ۴

با توجه به شکل ابتدا با استفاده از معادله سرعت - جابه‌جایی، شتاب حرکت را به دست می‌آوریم. سپس با استفاده از قانون دوم نیوتون، اندازه نیروی اصطکاک را محاسبه می‌کنیم:



$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{v_0=0, v=\frac{m}{s}, \Delta x=20m} \lambda^2 - 0 = 2a \times 20$$

$$\Rightarrow a = 1/6 \frac{m}{s^2}$$

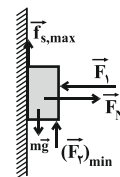
$$F_{net} = ma \Rightarrow F - f_k = ma$$

$$\xrightarrow{F=5N} 5 - f_k = 2 \times 1/6 \Rightarrow f_k = 1/3 N$$

۴۱- گزینه ۱

بسته به اندازه نیروی قائم  $\vec{F}_p$ ، جسم می‌تواند در آستانه حرکت به سمت پایین و یا بالا باشد.

اگر جسم در آستانه حرکت به سمت پایین باشد، اندازه نیروی  $\vec{F}_p$ ، کمترین مقدار است و نیروی اصطکاک ایستایی به طرف بالا بر جسم وارد می‌شود. با رسم نیروهای وارد بر جسم داریم:



$$(F_{net})_x = 0 \Rightarrow F_N = F_1 = 120N$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = 0.25 \times 120 \Rightarrow f_{s,max} = 30N$$

$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow (F_p)_{min} + f_{s,max} = mg$$

$$\Rightarrow (F_p)_{min} + 30 = 4 \times 10 \Rightarrow (F_p)_{min} = 10N$$

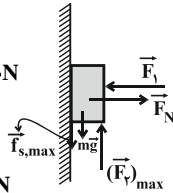
اگر جسم در آستانه حرکت به سمت بالا باشد، اندازه نیروی  $\vec{F}_p$ ، بیشترین مقدار است و نیروی اصطکاک ایستایی به طرف پایین بر جسم وارد می‌شود. با رسم نیروهای وارد بر جسم در این حالت داریم:

$$(F_{net})_x = 0 \Rightarrow F_N = F_1 = 120N$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = 0.25 \times 120 \Rightarrow f_{s,max} = 30N$$

$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow (F_p)_{max} = f_{s,max} + mg$$

$$\Rightarrow (F_p)_{max} = 30 + 4 \times 10 \Rightarrow (F_p)_{max} = 70N$$



بنابراین اختلاف اندازه بیشترین و کمترین مقدار نیروی  $\vec{F}_p$  برای اینکه جسم در آستانه حرکت باشد، برابر است با:

$$\Delta F_p = 70 - 10 = 60N$$

۴۲- گزینه ۲

در ابتدا با استفاده از قانون دوم نیوتون، شتاب حرکت جسم در حضور نیروی  $\vec{F}$  را می‌یابیم.

$$a = \frac{F_{net}}{m} \Rightarrow a = \frac{F - f_k}{m} = \frac{F - \mu_k mg}{m} = \frac{16 - 0.5 \times 2 \times 10}{2}$$

$$\Rightarrow a = 3 \frac{m}{s^2}$$

حال سرعت جسم را در لحظه قطع نیروی  $\vec{F}$  محاسبه می‌کنیم:

$$v = at + v_0 = 3 \times 2 + 0 \Rightarrow v = 6 \frac{m}{s}$$

بعد از قطع نیروی  $\vec{F}$  جسم با شتاب  $a'$  حرکت می‌کند که برابر است با:

$$\vec{a}' = \frac{\vec{F}'_{net}}{m} \Rightarrow a' = \frac{-f_k}{m} \Rightarrow a' = \frac{-\mu_k mg}{m}$$

$$\Rightarrow a' = -\mu_k g = -0.5 \times 10 \Rightarrow a' = -5 \frac{m}{s^2}$$

و برای پیدا کردن سرعت جسم در لحظه  $t = 3s$  (یعنی یک ثانیه بعد از قطع

$$v' = at + v = -5 \times 1 + 6 \Rightarrow v' = 1 \frac{m}{s} \quad \text{نیروی } (\vec{F}), \text{ داریم:}$$

$$p = mv' = 2 \times 1 \Rightarrow p = 2 \frac{kg \cdot m}{s} \quad \text{بنابراین در این لحظه داریم:}$$

۴۳- گزینه ۳

با توجه به این که اندازه نیروی مرکزگرای وارد بر دو ذره یکسان است، با استفاده از قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$F_1 = F_2 \Rightarrow m_1 a_1 = m_2 a_2 \xrightarrow{m_2 = 2m_1} a_1 = 2a_2$$

اندازه شتاب مرکزگرا در حرکت دایره‌ای یکنواخت برابر است با:



## ۴۶- گزینه «۳»

طبق اصل پایستگی انرژی مکانیکی در لحظه‌ای که انرژی جنبشی نوسانگر،  $\frac{1}{4}$  انرژی مکانیکی آن است، انرژی پتانسیل کشسانی نوسانگر  $\frac{3}{4}$  انرژی مکانیکی آن خواهد بود، بنابراین داریم:

$$U = \frac{3}{4}E \xrightarrow{U=0.18J} 0.18 = \frac{3}{4}E \Rightarrow E = 0.24J$$

## ۴۷- گزینه «۳»

اگر بازه زمانی مشخص را  $t$  فرض کنیم، تعداد نوسان‌های کامل هر آونگ برابر است با:

$$N = \frac{t}{T} \Rightarrow T = \frac{t}{N} \Rightarrow \begin{cases} T_A = \frac{t}{12} \\ T_B = \frac{t}{5} \end{cases}$$

حال با استفاده از رابطه دوره تناوب آونگ ساده داریم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow L = \frac{T^2 g}{4\pi^2} \Rightarrow \begin{cases} L_A = \frac{T_A^2 g}{4\pi^2} \\ L_B = \frac{T_B^2 g}{4\pi^2} \end{cases}$$

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{L_A + L_B}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{T_A^2 g}{4\pi^2} + \frac{T_B^2 g}{4\pi^2}}{g}} \Rightarrow T' = \sqrt{T_A^2 + T_B^2}$$

$$\Rightarrow T' = \sqrt{\left(\frac{t}{12}\right)^2 + \left(\frac{t}{5}\right)^2} \Rightarrow T' = \frac{13t}{60}$$

بنابراین تعداد نوسان‌های کامل آونگ جدید برابر است با:  $N' = \frac{t}{T'} = \frac{60}{13}$

## ۴۸- گزینه «۴»

با استفاده از رابطه چگالی داریم:

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} \Rightarrow \frac{\rho'}{\rho_e} = \frac{M'}{M_e} \times \left(\frac{R_e}{R'}\right)^3$$

$$\Rightarrow \frac{1}{16} = 4 \times \left(\frac{R_e}{R'}\right)^3 \Rightarrow \frac{R_e}{R'} = \frac{1}{4}$$

حال با استفاده از رابطه شتاب گرانشی، داریم:

$$g = G \frac{M}{R^2} \Rightarrow \frac{g'}{g_e} = \frac{M'}{M_e} \times \left(\frac{R_e}{R'}\right)^2 \Rightarrow \frac{g'}{g} = 4 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{g'}{g} = \frac{1}{4}$$

در نهایت با استفاده از رابطه دوره تناوب یک آونگ ساده، داریم:

$$a_c = \frac{v^2}{r} \xrightarrow{v = \frac{2\pi r}{T}} a_c = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

$$\frac{r_1 = r_2}{a_1 = 4a_2} \rightarrow \frac{1}{T_1^2} = \frac{4}{T_2^2} \Rightarrow T_2^2 = 4T_1^2 \Rightarrow T_2 = 2T_1$$

$$\frac{t_1 = t_2}{n_1 = 8} \rightarrow n_2 = 4 \quad \text{با استفاده از رابطه } T = \frac{t}{n} \text{، داریم:}$$

## ۴۴- گزینه «۱»

تندی ماهواره در مداری به شعاع  $r$  از مرکز زمین عبارت است از:

$$F = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow \frac{GmM_e}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}} \quad (1)$$

از طرفی برای شتاب گرانشی در سطح زمین داریم:

$$g = \frac{GM_e}{R_e^2} \Rightarrow GM_e = gR_e^2 \quad (*)$$

$$(1): v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}} \xrightarrow{(*)} v = \sqrt{\frac{gR_e^2}{r}} = R_e \sqrt{\frac{g}{r}} \quad (2)$$

$$r = h + R_e = 3600 + 6400 = 10000 \text{ km} = 10^4 \text{ m}$$

در این تست:  
در نتیجه:

$$(2): v = 6400 \times 10^3 \times \sqrt{\frac{10}{10^4}} = \frac{6400 \times 10^3}{10^2} = 64 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

## ۴۵- گزینه «۳»

ابتدا دوره تناوب نوسانگر را محاسبه می‌کنیم، داریم:

$$T + \frac{T}{2} = \frac{3T}{2} = 3s \Rightarrow T = 2s$$

بسامد زاویه‌ای برابر است با

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

شتاب نوسانگر در هر لحظه به صورت زیر قابل محاسبه است، داریم:

$$\left. \begin{aligned} F &= ma \\ F &= -kx \end{aligned} \right\} \Rightarrow ma = -kx \Rightarrow a = \frac{-k}{m}x = -\omega^2 x$$

در لحظه  $t_1$ ، مکان نوسانگر برابر  $(-2\text{cm})$  است. بنابراین:

$$a = -\omega^2 x \xrightarrow{\omega = \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}} \xrightarrow{x = -2\text{cm}} a = -\pi^2 \times (-2) = 2\pi^2 = 20 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$$

در نهایت چون در لحظه  $t_1$ ، نوسانگر در مکانی منفی قرار دارد و در حال نزدیک شدن به مبدأ نوسان است، بنابراین شتاب آن مثبت است و بردار شتاب

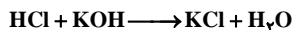
$$\text{به صورت } \vec{a} = +20\vec{i} \frac{\text{cm}}{\text{s}^2} \text{ می‌باشد.}$$



## ۵۲- گزینه «۲»

کلونید نور را پخش می کند.  
کلونیدها ته نشین نمی شوند.  
رنگ نوعی کلونید است.

## ۵۳- گزینه «۴»

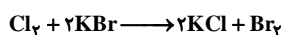


$$\text{pH} = 2/7 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-2/7} = 10^{-3} \times 10^{1/7} = 2 \times 10^{-3} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

چون HCl یک اسید قوی است، پس غلظت آن با غلظت  $[\text{H}^+]$  برابر است.

$$? \text{gKCl} = \Delta \text{LHCl} \times \frac{2 \times 10^{-3} \text{ mol HCl}}{1 \text{ LHCl}} \times \frac{1 \text{ mol KCl}}{1 \text{ mol HCl}}$$

$$= 10^{-2} \text{ mol KCl}$$



$$\text{gKBr} = 10^{-2} \text{ mol KCl} \times \frac{2 \text{ mol KBr}}{2 \text{ mol KCl}}$$

$$\times \frac{119 \text{ g KBr}}{1 \text{ mol KBr}} = 1/119 \text{ gKBr}$$

$$\text{جرم ماده خالص} = \text{درصد خلوص} \times \text{جرم نمونه ناخالص}$$

$$\Rightarrow 65 = \frac{1/119}{x} \times 100 \Rightarrow \text{gKBr ناخالص} = 1/83 \text{ g}$$

## ۵۴- گزینه «۳»

گزینه «۱»: سرعت تولید گاز  $(\text{H}_2)$  در شکل «آ» بیشتر است بنابراین قدرت اسیدی آن بیشتر بوده یعنی  $K_a$  بیشتری دارد و نسبت حاصل ضرب غلظت تعادلی یون های مثبت و منفی به غلظت تعادلی اسید (عبارت ثابت تعادل) برای آن بیشتر است.

گزینه «۲»: اسید موجود در شکل «آ» یک اسید قوی بوده بنابراین غلظت یون هیدرونیوم موجود در آن بسیار بیشتر از غلظت یون هیدرونیوم موجود در باران معمولی  $(\text{H}_2\text{CO}_3)$  است.

گزینه «۳»: مقدار گاز تولیدی به تعداد اولیه فلز و ضرایب استوکیومتری موجود در واکنش بستگی دارد. لذا در دو واکنش مقدار گاز یکسانی تولید می شود.  
گزینه «۴»: محلول «آ» چون اسید قوی تری است، pH آن کمتر است.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{4} \Rightarrow \frac{T'}{T} = 2$$

دوره تناوب آونگ ساعت در سطح کره موردنظر، دو برابر دوره تناوب آن در سطح زمین است، بنابراین در هر یک ساعت روی سطح زمین، این ساعت به اندازه ۵/۰ ساعت عقب می افتد. در نتیجه در هر ۱۲ ساعت روی سطح زمین، این ساعت به اندازه ۶ ساعت عقب خواهد ماند.

## ۴۹- گزینه «۴»

با نوسان آونگ شماره (۴) به هر سه آونگ انرژی منتقل می شود. می دانیم بیشترین انرژی در حالت تشدید به نوسانگر منتقل می شود و چون آونگ های

$$(۱) \text{ و } (۴) \text{ هم طول هستند، لذا طبق رابطه } T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \text{ هم دوره هستند و پدیده}$$

تشدید در آونگ (۱) رخ می دهد.

## ۵۰- گزینه «۱»

با استفاده از رابطه تندی انتشار امواج عرضی در یک تار، داریم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{F_2}{F_1}}$$

$$\frac{F_2 = 1/69 F_1}{v_2 = (v_1 + 2) \frac{m}{s}} \Rightarrow \frac{v_1 + 2}{v_1} = \sqrt{1/69} \Rightarrow 1 + \frac{2}{v_1} = 1/3$$

$$\Rightarrow v_1 = 10 \frac{m}{s}$$

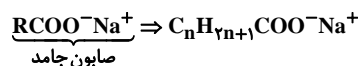
## شیمی ۳

## ۵۱- گزینه «۱»

فقط عبارت دوم نادرست است.

پاک کننده های غیرصابونی در آب های سخت رسوب نمی کنند.

بررسی عبارت آخر:



$$2n + 1 = 35 \Rightarrow n = 17$$

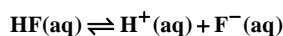
در نتیجه فرمول مولکولی صابون مورد نظر  $\text{C}_{18}\text{H}_{35}\text{O}_2\text{Na}$  می باشد.

$$\text{O درصد جرمی} = \frac{2 \times 16}{306} \times 100 = 10/4\%$$



## ۵۵- گزینه «۱»

معادله یونش هیدروفلئوریک اسید به صورت زیر است:



$$x = [\text{H}^+] = [\text{F}^-]$$

$$K_a = \frac{[\text{H}^+][\text{F}^-]}{[\text{HF}]} \Rightarrow K_a = \frac{x^2}{[\text{HF}]} \Rightarrow x^2 = K_a \times [\text{HF}]$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2 \times 10^{-5} \times 0.8 \times 10^{-2}} = \sqrt{1.6 \times 10^{-7}} = \sqrt{16 \times 10^{-8}}$$

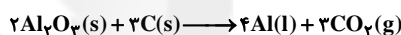
$$= 4 \times 10^{-4} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$[\text{H}^+] = M\alpha \Rightarrow 4 \times 10^{-4} = 0.8 \times 10^{-2} \times \alpha$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{4 \times 10^{-4}}{8 \times 10^{-3}} = \frac{1}{2} \times 10^{-1} = 0.05$$

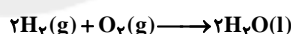
## ۵۶- گزینه «۱»

با توجه به واکنش انجام شده در فرایند هال:



$$? \text{ mole}^- = 40 / 5g \text{ Al} \times \frac{1 \text{ mol Al}}{27g \text{ Al}} \times \frac{1 \text{ mole}^-}{4 \text{ mol Al}} = 4 / 5 \text{ mole}^-$$

با توجه به مقدار مول الکترون مبادله شده و واکنش سلول سوختی داریم:



$$? \text{ mL H}_2\text{O} = 4 / 5 \text{ mole}^- \times \frac{2 \text{ mol H}_2\text{O}}{4 \text{ mol e}^-} \times \frac{18g \text{ H}_2\text{O}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mL H}_2\text{O}}{1g \text{ H}_2\text{O}} = 40 / 5 \text{ mL H}_2\text{O}$$

## ۵۷- گزینه «۴»

سلول مورد نظر، گالوانی است زیرا واکنش همراه با تولید الکتروسیته و روشن

شدن چراغ، انجام شده است. (نادرستی گزینه‌های «۱» و «۲»)

فلز روی در جایگاه آند است زیرا از تیغه روی، الکترون‌ها خارج می‌شوند.

همواره آنیون‌ها (یون‌های منفی) به سوی آند و کاتیون‌ها (یون‌های مثبت) به

سوی کاتد حرکت می‌کنند. پس آنیون نیترات از مسیر ۱ به سوی آند مهاجرت

می‌کند.

مقیاسه واکنش پذیری: روی < مس < نقره، پس هر دو فلز مس و نقره می‌توانند در

برابر روی، در جایگاه کاتد قرار گیرند.

## ۵۸- گزینه «۳»

بررسی گزینه‌ها:

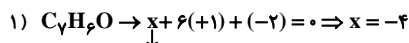
گزینه «۱»: واکنش اول در جهت طبیعی خود انجام می‌شود پس قدرت کاهندگی Al بیشتر از Ag است. واکنش دوم در جهت طبیعی خود انجام نمی‌شود یعنی فلز پلاتین نمی‌تواند یون‌های نقره را از محلول حاوی آن خارج کند. بنابراین قدرت کاهندگی Ag بیشتر از Pt می‌باشد.

گزینه «۲»: با توجه به این که فلز روی کاهنده‌تر از فلز مس است نتیجه می‌گیریم که Zn می‌تواند باعث کاهش یون‌های  $\text{Cu}^{2+}$  شود. بنابراین نمی‌توانیم محلول مس (II) نیترات را در ظرفی از جنس فلز روی نگهداری کنیم.

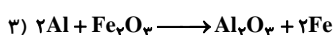
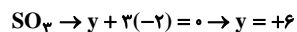
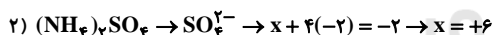
گزینه «۳»: عدد اکسایش عنصرهای کلر و گوگرد در  $\text{ClO}_4^-$  و  $\text{SO}_4^{2-}$  به ترتیب برابر ۷+ و ۶+ است پس این دو گونه با توجه به این که عنصرهای کلر و گوگرد در بالاترین عدد اکسایش خود قرار دارند فقط می‌توانند اکسند باشند ولی عدد اکسایش نیتروژن در  $\text{NO}_3^-$  برابر ۳+ است پس می‌تواند هم‌اکسند و هم کاهنده باشد.

گزینه «۴»: این فلز لیتیم است که دارای کمترین چگالی و  $E^\circ$  در میان فلزها است.

## ۵۹- گزینه «۳»



مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن

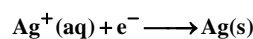


گونه کاهنده در این واکنش Al می‌باشد که عدد اکسایش آن، ۳ واحد تغییر می‌کند.

## ۶۰- گزینه «۳»

الف) در حلبی، سطح آهن را با قلع (Sn) می‌پوشانند که در صورت ایجاد خراش، فلز Fe به دلیل داشتن  $E^\circ$  کوچکتر در واکنش آندی (اکسایش) شرکت می‌کند.

ب) در آبکاری قاشق آهنی با نقره، نیم‌واکنش کاتدی به صورت زیر می‌باشد:



پ) واکنش مورد نظر به صورت زیر است:

