

پاسخ تشریحی

آزمون سراسری سال ۹۸

گروه آزمایشی علوم ریاضی
(خارج از کشور)

زبان و ادبیات فارسی

۱- پاسخ: گزینه ۴

کباده: وسیله‌ای کمانی شکل در زورخانه از جنس آهن که در یک طرف آن رشته‌ای از زنجیر یا حلقه‌های آهنی متعدد قرار دارد.

۲- پاسخ: گزینه ۱

خایب به معنی «ناامید و بی‌بهره» است نه سخن‌چین.

۳- پاسخ: گزینه ۱

آخته: بیرون کشیده، برکشیده / معوج: کج / سجیه: خوی و عادت / شگرف: قوی، نیرومند

۴- پاسخ: گزینه ۲

موارد نادرست:

(۱) ذنخدان ← زنخدان

(۳) شاعبه ← شائبه

(۴) قاشیه ← غاشیه / اشباح ← اشباه

۵- پاسخ: گزینه ۳

در گزینه ۳ «معونت» به معنی «یاری‌رساندن» مناسب نیست و «مؤونت» به معنی «هزینه زندگی» مناسب است.

۶- پاسخ: گزینه ۴

در گزینه ۴ «مردارخوار» به شکل نادرست «مردارخار» آمده است.

۷- پاسخ: گزینه ۲

در گزینه ۲ هر سه کتاب «نثر آمیخته به نظم» هستند. موارد نادرست سایر گزینه‌ها:

(۱) منطق الطیر «منظوم» است.

(۳) تاریخ بیهقی و قصه شیرین فرهاد «منثور» هستند. (البته در صورت سؤال، قصه شیرین و فرهاد آمده که منظور همین است.)

(۴) حمله حیدری «منظوم» است.

۸- پاسخ: گزینه ۱

بررسی تشبیه‌ها در هر کدام از گزینه‌ها:

(۱) تو به خورشید / ایوان حسن / من به ذره / میدان عشق: ۴ تشبیه

(۲) زندان عشق: ۱ تشبیه

(۳) سوزن فکرت / رشته طاقت: ۲ تشبیه

(۴) سخن به زلف / کار خود به کار جهان: ۲ تشبیه

۹- پاسخ: گزینه ۱

«سر» در گزینه ۱ به معنی عضوی از بدن است و در معنی حقیقی خود به کار رفته است. در سایر گزینه‌ها «سر» در معنی مجازی «قصد و

اندیشه» به کار رفته است.

۱۰- پاسخ: گزینه ۳

بررسی آرایه‌های مقابل هر کدام از گزینه‌ها:

(۱) پارادوکس: کمند، حلقه نجات باشد. / تشبیه: کمند زلف

(۲) تشبیه: صبح امید / استعاره: خندیدن صبح تشخیص و استعاره دارد.

(۳) ایهام: ندارد. («شیرین» در این بیت فقط به معنی مزه شیرین است و «شکر» هم در معنی همسر خسرو قابل قبول نیست). / تلمیح: ندارد.

توجه: معنی دیگر کلمات شکر و شیرین که در این بیت قابل قبول نیستند، تلمیح ایجاد می‌کنند و نمی‌توانیم به واسطه آن‌ها بیت را دارای تلمیح

بدانیم. البته آرایه ایهام تناسب قابل قبول است و وقتی دو معنی غیرقابل قبول دو واژه با هم تناسب داشته باشند، ایهام تناسب به وجود می‌آید.

(۴) حسن تعلیل: علت خمیدگی ماه نو (یک‌شبه) زیر منت خورشید بودن دانسته شده است. / استعاره: احسان کردن خورشید و منت پذیرفتن

ماه تشخیص و استعاره است.

۱۱- پاسخ: گزینه ۲

بررسی آرایه‌ها مطابق گزینه (۲):

تشبیه (بیت ب): دل به کعبه تشبیه شده است.

مجاز (بیت د): «دم» مجاز از سخن است.

حسن آمیزی (بیت الف): رنگین بودن صحبت

اسلوب معادله (بیت ج): دو مصراع مستقل هستند، مصراع دوم مثالی برای مصراع اول است و اجزای متناظر بین دو مصراع وجود دارد.

۱۲- پاسخ: گزینه ۲

البته گزینه ۲ خالی از اشکال نیست و شکل درست آن به صورت زیر است:

حسرت آن لعل روان بخش یا به صورت حسرت آن لعل روان بخش

ولی در سایر گزینه ها خطای اساسی تری وجود دارد و باید گزینه ۲ را پاسخ بدانیم.
شکل درست سایر گزینه ها:

گزینه ۱: حلقه زلف سیاهش یا به شکل ساده تر: حلقه زلف سیاهش

گزینه ۳: غلام همت آن رند یا به شکل ساده تر: غلام همت آن رند

گزینه ۴: آن زیارتگه رندان جهان یا به شکل ساده تر: آن زیارتگه رندان جهان

۱۳- پاسخ: گزینه ۲

در گزینه ۲ فعل «کنی» معادل «می سازی» و «می گردانی» است و به مفعول و مسند نیاز دارد: [تو] (نهاد) جهان (مفعول) را خراب (مسند) می کنی (فعل).

۱۴- پاسخ: گزینه ۳

برای پی بردن به نقش ضمیرها باید بیت را معنی و بازنویسی کنیم:
چو آیم که تو (مفعول) را ببینم، مرا از کوی می رانی، چو خواهم به سوی تو (متمم) در آیم، در به رویم (مضاف الیه) می بندی.

۱۵- پاسخ: گزینه ۲

انواع «را» در گزینه ها:

(۱) فکّ اضافه: تشنگان بادیه را جان = جان تشنگان بادیه

(۲) حرف اضافه: ناله را چندان دهد دم = به ناله چندان دم دهد.

(۳) فکّ اضافه: تا رهروان غم را خار از قدم برآید = تا خار از قدم رهروان غم برآید.

(۴) فکّ اضافه: مرا شربت هجران روزی = شربت هجران، روزی من [است] / تو را نرگس جادو سرمست = نرگس جادوی تو، سرمست [است].

۱۶- پاسخ: گزینه ۴

موارد نادرست سایر گزینه ها:

(۱) «بی تاب» صفت است، نه اسم و «جوشش» اسم است، نه صفت.

(۲) «شکسته» صفت است، اسم نیست.

(۳) «پرگشوده» وندی - مرکب است، نه وندی.

۱۷- پاسخ: گزینه ۴

مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینه ۴: «ناپایداری احوال روزگار»

مفهوم سایر گزینه ها:

(۱) برای دل دادن به معشوق باید خواسته های خود را زیر پا گذاشت.

(۲) توصیه به دل نبستن به جهان بی ارزش و جهان را هیچ پنداشتن

(۳) در جهان، شادی واقعی ممکن نیست و هر شادی در حقیقت غم است.

۱۸- پاسخ: گزینه ۳

در گزینه ۳ عاشق از معشوق می خواهد «پس از وصال، او را گرفتار فراق نسازد». در سایر گزینه ها مفهوم اصلی این است که «امید وصال تحمل فراق را ممکن می کند».

۱۹- پاسخ: گزینه ۱

مفهوم گزینه ۱ «ملامت کشی عاشق» است و در سایر گزینه ها سخن از «جان بازی در راه معشوق و تحمل سختی های راه پرخطر عشق» است.

۲۰- پاسخ: گزینه ۱

مفهوم مشترک گزینه های ۲، ۳ و ۴ «ضرورت توجه به گرفتاران در هنگام گرفتاری» است؛ اما در گزینه ۱ مفهوم اصلی «ناپایداری جهان» است.

۲۱- پاسخ: گزینه ۳

در گزینه ۳ همانند ابیات سؤال، مفهوم اصلی این است که «همه اسرار و کمالات در انسان وجود دارد» و انسان باید در درون خود به دنبال آن باشد. مفهوم سایر گزینه‌ها:

(۱) کسی که از این عالم بهره نبرد، فردا حسرت می‌خورد.

(۲) کسی که در این دنیا به فکر قیامت نیست از بصیرت بهره ندارد.

(۴) نکوهش کسی که در راه شناخت خود و خدا قدم برداشته است و لاف خداشناسی می‌زند.

۲۲- پاسخ: گزینه ۴

در گزینه‌های ۱، ۲ و ۳ محور کلام، نکوهش کسانی است که با وجود بهره‌مندی از امکانات رسیدن به مقصد، تلاش نمی‌کنند، اما در گزینه ۴ شاعر معتقد است «با تن‌پروری و بداندیشی، کاری را نمی‌توان از پیش برد و به کمال نمی‌توان رسید».

۲۳- پاسخ: گزینه ۳

مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینه ۳ این است که «عزت و ذلت دست خداست».

مفهوم سایر گزینه‌ها:

(۱) اگر خدا دری را بر کسی ببندد، هر تلاش او سبب گرفتاری بیشتر می‌شود.

(۲) ناامید شدن از کرم خداوند

(۴) بعد از مرگ تفاوتی بین شاه و گدا وجود ندارد.

۲۴- پاسخ: گزینه ۳

مفهوم ابیات (ب)، (د) و (ه) «جابه‌جایی ارزش‌ها» است.

مفهوم سایر ابیات:

الف) دشمن داشتن

ج) ذات و اصل ارزشمند، بدون دانش و تربیت، بی‌ارزش است.

۲۵- پاسخ: گزینه ۲

در گزینه‌های ۱، ۳ و ۴ این مفهوم که «تواضع مایه کمال است» مشترک است، ولی در گزینه ۲ این مفهوم دیده نمی‌شود.

زبان عربی

۲۶- پاسخ: گزینه ۱

أُمَّةٌ وَاحِدَةٌ: اُمَّتِی واحد، اُمَّتِ یگانه‌ای (رد گزینه‌های ۳ و ۴) / النَّبِیِّینَ: پیامبران (رد گزینه‌های ۲ و ۳) / مَبْشُرِینَ: مژده‌آور، مژده‌دهنده (رد گزینه‌های ۲ و ۳)

۲۷- پاسخ: گزینه ۲

عَلَى: بر من است، بر من لازم است (رد گزینه ۳) / مداراة: مدارا کردن، مدارا (رد گزینه ۱) / یَجِبُ: واجب است، لازم است (رد گزینه ۴)

۲۸- پاسخ: گزینه ۴

تَدْعُونَا: ما را فرا می‌خواند، ما را دعوت می‌کند (رد گزینه ۳) / إِلَى أَحْسَنِ الْأَعْمَالِ: به نیکوترین کارها، به بهترین اعمال (رد گزینه‌های ۲ و ۳) / أَوْ: یا (رد گزینه ۳) / تَبْعَدْنَا: ما را دور می‌کند (رد سایر گزینه‌ها) / أَوْ: یا (رد گزینه ۳) / «این» در گزینه ۱ اضافی می‌باشد.

۲۹- پاسخ: گزینه ۲

المفردات الَّتِی: مفرداتی که (رد گزینه‌های ۱ و ۳) / دخلت العربیة: در زبان عربی وارد شده (رد سایر گزینه‌ها) / من لغات أُخَرِی: از زبانهای دیگر (رد سایر گزینه‌ها) / تُسَمَّى: نامیده می‌شوند (رد گزینه‌های ۱ و ۳) / فی اللُّغَتِینِ الفارسیَّةِ و العربیَّةِ: در دو زبان فارسی و عربی، در زبان‌های فارسی و عربی (رد گزینه ۱)

۳۰- پاسخ: گزینه ۴

إِنَّهَا: همانا او، قطعاً او (رد گزینه‌های ۲ و ۳) / من أشهر مستشرقی القرن العاشر الهجری: از مشهورترین مستشرقان قرن دهم هجری (رد سایر گزینه‌ها) / کانت تقدّر: می‌توانست (رد گزینه‌های ۱ و ۳) / أن تلقی: ایراد کند (رد گزینه‌های ۲ و ۳) / محاضراتها العلمیة: سخنرانی‌های علمی خود را (رد سایر گزینه‌ها) / لغات عالمیة: زبان بین المللی، زبان جهانی (رد گزینه ۳)

۳۱- پاسخ: گزینه ۱

کلّ يوم: هر روز (رد گزینه‌های ۳ و ۴) / أَرَكَبُ السَّیَّارَةَ: سوار ماشین می‌شوم، سوار اتومبیل می‌شوم (رد گزینه‌های ۳ و ۴) / حتّی أصل: تا برسم (رد گزینه‌های ۳ و ۴) / بیتنا: خانه‌مان (رد گزینه‌های ۳ و ۴) / الثَّامَنَةُ إِلَّا رُبْعاً: یک‌ربعه‌هشت، هشت‌ویک‌ربع‌کم (رد گزینه ۲)

۳۲- پاسخ: گزینه ۳

وجدت: یافتم (رد گزینه‌های ۱ و ۴) / الشَّمْسَ: خورشید را (رد گزینه‌های ۱ و ۴) / مصدر: منبعی (رد گزینه‌های ۱ و ۲) / یکفینا: برای ما کافی است، برای ما کافی می‌باشد (رد گزینه ۴) / أن تقرب: نزدیک شود (رد گزینه‌های ۲ و ۴) / أَوْ: یا (رد گزینه ۲) / تبتعد: دور شود (رد گزینه‌های ۲ و ۴)

۳۳- پاسخ: گزینه ۲

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) معلماً مسروراً؛ معلماً خوشحالی را

(۳) [دعوت] ... یکتب: می‌نوشت

(۴) اُمّه مبتسمه: مادرش که خندان است (با توجه به مؤنث بودن «مبتسمه»، می‌فهمیم که حال برای «اُم» است؛ نه «ولد».)

۳۴- پاسخ: گزینه ۲

(۱) إِنَّ الْفَخْرَ لِلْإِنْسَانِ ... : بی‌گمان فخر برای انسانی است که!

(۳) إِنَّ النَّاسَ ... : قطعاً مردم ...!

(۴) إِنَّ غَصُونَ بَعْضٌ ... : بدون شک شاخه‌های برخی ...!

«إِنَّ» تمام جمله بعد از خود را تأکید می‌کند.

۳۵- پاسخ: گزینه ۴

کاش ... می‌دیدم: لیتنی کنتُ اُشاهد، (رد سایر گزینه‌ها)/ همه شهرهای کشورم: جميع مدن بلادي (رد سایر گزینه‌ها)

■ ترجمه متن:

«کلاغ در دسته‌های بزرگی زندگی می‌کند و افراد آن برای دور کردن بدی و تجاوز به مملکتشان، بر روی تعدادی از درختان نزدیک به

هم، جمع می‌شوند؛ چراکه آن‌ها پرندگانی ضعیف در مقابله کردن با دشمنان هستند!

هنگامی که یکی از آن‌ها بیمار شود و نتواند پرواز کند بقیه کلاغ‌ها از آن مراقبت می‌کنند پس بعد از مرگش به دلیل ترس از منتشر شدن

بیماری‌اش، او را دفن می‌کنند! انسان دفن کردن اموات را همان‌طور که داستان معروف آن در قرآن کریم ذکر شده است، از کلاغ آموخت!

کلاغ تکه‌های نان را جمع می‌کند و سپس آن‌ها را در رودخانه می‌اندازد و هنگامی که ماهی‌ها دور آن جمع می‌شوند آن‌ها را با

منقارش شکار می‌کند و این چنین برای ما روشن می‌شود که کلاغ پرنده باهوشی است!»

۳۶- پاسخ: گزینه ۳

ترجمه صورت سؤال: «کلاغ شبیه انسان است؛ زیرا او»

(۱) برای به دست آوردن تجربه‌ها تجمع می‌کنند!

(۲) تصمیم به دفن بیمار می‌گیرد!

(۳) از انتشار بیماری‌ها جلوگیری می‌کند! ✓

(۴) مأمور بود به انسان دفن کردن مردگانش را یاد دهد!

۳۷- پاسخ: گزینه ۱

(۱) هر کلاغی لانه‌اش را روی یک درخت می‌سازد! *

(۲) کلاغ‌های ضعیف، به خاطر ضعفشان با هم تجمع می‌کنند!

(۳) اگر کلاغ نتواند پرواز کند، ممکن است بمیرد!

(۴) دشمن از اجتماع کلاغ‌ها و تجاوز به آن‌ها می‌ترسد!

۳۸- پاسخ: گزینه ۱

ترجمه صورت سؤال: «کلاغ باهوش است زیرا او»

(۱) ماهی می‌خورد! *

(۲) مرده را دفن می‌کند!

(۳) نان را مانند طعمه به کار می‌برد!

(۴) برای شکار، حيله به کار می‌گیرد!

۳۹- پاسخ: گزینه ۳

ترجمه صورت سؤال: «کلاغ، کلاغ را دفن می‌کند؛»

(۱) تا بدی و تجاوز را از مملکتش دفع کند!

(۲) زیرا او قوی است و آنچه را می‌خواهد، انجام می‌دهد!

(۳) برای پیشگیری از گسترش بیماری‌های متعدّد! ✓

(۴) زیرا او به خاطر بیماری‌اش قادر به پرواز کردن نیست!

۴۰- پاسخ: گزینه ۴

(۱) فاعله «قصة» ← فاعله محذوف

(۲) للمخاطبة ← للغائبة

(۳) للمخاطب ← للغائبة

۴۱- پاسخ: گزینه ۳

(۱) للمخاطب ← للغائبة

(۲) للمخاطبة ← للغائبة

(۴) (مصدره: تجميع) ← (مصدره: تجمع)

۴۲- پاسخ: گزینه ۲

(۱) (مصدره: إشتهار) ← (مصدره: شهرة) // مضاف إليه للمضاف ضمير «ها» ← صفة للموصوف «قصة»

(۳) صفة للموصوف ضمير «ها» ← صفة للموصوف «قصة»

(۴) اسم مكان ← اسم مفعول

۴۳- پاسخ: گزینه ۳

«الطَّالِب» باید «الطَّالِب» باشد؛ زیرا اسم فاعل است. «يَلْتَفَتُ» باید «يَلْتَفَتُ» باشد؛ زیرا فعل مضارع معلوم باب «إفتعال» می باشد.

۴۴- پاسخ: گزینه ۲

(۱) نویسندگان: اندیشمندانی که کتابها را تألیف می کنند!

(۲) ظرف: فقط از چوب درخت گردو ساخته می شود! *

(۳) قلّه: رأس کوه بلندی است که به سختی به آن صعود می کنیم!

(۴) چادر: اتاقی که از پارچه مخصوص، با ابعاد گوناگون درست می شود!

۴۵- پاسخ: گزینه ۱

«القیام: برخاستن» و «قعود: نشستن» متضاد هستند.

(«شمس: خورشید» و «قمر: ماه»)، («الثلج: برف» و «المطر: باران») و («الأكل: خوردن» و «الشرب: آشامیدن») در سایر گزینه ها با هم

تضاد ندارند؛ بلکه تناسب دارند.

۴۶- پاسخ: گزینه ۳

«فُضِّلَ» باید «أفضل» باشد.

دقت داشته باشید که وقتی اسم تفضیل برای مقایسه بین دو اسم می آید، باید بر وزن «أفعل» باشد؛ حتی اگر آن دو اسم، مؤنث باشند.

۴۷- پاسخ: گزینه ۴

(۱) «إحمي: مرا حمایت کن» ← إحم + نون وقایه + ی

(۲) «أعني: مرا یاری کن» ← أعن + نون وقایه + ی

(۳) «ليتني: کاش من» ← ليت + نون وقایه + ی

(۴) «أغني: بی نیازتر»: اسم تفضیل است و در آن نون وقایه وجود ندارد.

۴۸- پاسخ: گزینه ۱

«لا تياسون» باید «لا تياسوا» باشد؛ زیرا فعل نهی است.

ترجمه عبارت: «همکلاسی هایم را ناامید دیدم، پس به آنها گفتم از رحمت خدا ناامید نباشید!»

۴۹- پاسخ: گزینه ۴

«لا» در گزینه های ۱ و ۲، بر سر اسم آمده است و «لای نفی جنس» می باشد. در گزینه ۳ «لای نفی مضارع» می باشد.

۵۰- پاسخ: گزینه ۱

در این گزینه، مستثنی منه ذکر نشده است.

در سایر گزینه ها به ترتیب «شیئاً، الناس و ذکریات» مستثنی منه هستند.

دین و زندگی

۵۱- پاسخ: گزینه ۲

صورت سؤال توصیف کننده اهداف جامع است و جامع ترین هدف نیز رسیدن به سرچشمه خوبی ها و زیبایی ها یعنی خدا است که در گزینه ۲ که

ترجمه آیه شریفه «من كان يريد ثواب الدنيا فعند الله ثواب الآخرة» می باشد، به ضرورت رجوع به خداوند به عنوان هدف جامع اشاره

شده است.

۵۲- پاسخ: گزینه ۴

نفس اماره دشمن ترین دشمن انسان است که آدمی را برای رسیدن به لذت های زودگذر به گناه دعوت می کند و مانع تبعیت انسان از عقل و

وجدان می شود.

۵۳- پاسخ: گزینه ۴

با توجه به آیه «وَالَّذِينَ كَسَبُوا السَّيِّئَاتِ (علت) جزا سیئته بمثلها و ترهقهم ذلّة (معلول)» کسب کردن بدی یا همان انجام گناه یا همان تسلیم

شدن در برابر هوی و هوس موجب نشستن گردوغبار ذلت بر چهره انسان یا همان «ترهقهم ذلّة» می شود.

۵۴- پاسخ: گزینه ۲

■ کسانی که حقیقت وجود انسان را جسم و تن او می‌دانند همان منکران معاد هستند که زندگی را محدود به دنیا می‌دانند و حیات دیگری را برای انسان قائل نیستند.

■ آیه «و قالوا ما هی الا حیاتنا الدنیا ...» دقیقاً به انکار معاد و محدود دانستن زندگی به دنیا اشاره می‌کند.

۵۵- پاسخ: گزینه ۳

نیازمندی در هر آن همان نیاز در بقا است که در بیت گزینه ۳، «نوا در نای» و یا «صدا در کوه»، بیانگر بقای آن‌ها است.

۵۶- پاسخ: گزینه ۱

انسان دارای دو دسته نیاز است. نیازهای طبیعی و غریزی و نیازهای برتر و بنیادین. پاسخ به نیازهای طبیعی و غریزی در جهان خلقت آماده است، اما پاسخ به نیازهای برتر و متعالی و بنیادین انسان که برآمده از سرمایه‌های ویژه‌ای است که خدا به او عطا کرده می‌تواند سعادت انسان را تضمین کند.

۵۷- پاسخ: گزینه ۳

■ آیه «لا الشمس ینبغی لها ان تدرك القمر ...» مثالی از تقدیر الهی و این قانونمندی تخلف‌ناپذیر و استوار الهی است.

■ تقدیرات مجموعه‌ای از قوانین و برنامه‌ریزی‌ها است که خداوند برای هر مخلوقی، قبل از خلقتش تعیین می‌کند.

۵۸- پاسخ: گزینه ۱

هر عملی باید دارای دو حسن باشد. حسن فاعلی ناظر بر کیفیت عمل است و بیانگر آن است که آن عمل برای رضای خدا انجام شود.

حسن فعلی هم نشان‌دهنده کمیت عمل می‌باشد و حاکی از آن است که عمل طبق دستورات الهی و بر اساس چارچوب‌ها و معیارهای خدا انجام شود.

۵۹- پاسخ: گزینه ۳

﴿فاما الَّذین آمنوا بالله (ایمان به خدا) و اعتصموا به (تمسک به خدا) فسیدخلهم فی رحمة منه و فضل و یهدیهم الیه صراطاً مستقیماً﴾

۶۰- پاسخ: گزینه ۴

این مفهوم در کتاب چاپ سال ۹۸ که منبع کنکور ۹۹ می‌باشد، تغییر کرده است.

۶۱- پاسخ: گزینه ۲

به دلیل ابتدایی بودن سطح فرهنگ و زندگی اجتماعی و نبود کتابت، تعلیمات پیامبران تحریف می‌شد و پیامبر جدید می‌آمد تا تعلیمات اصیل را به مردم برساند. دقت کنید که تفاوت در فروع و جزئیات دین همیشه وجود داشته است، اما آنچه موجب تعدد پیامبران می‌شده تحریف در اصول دین الهی می‌باشد.

۶۲- پاسخ: گزینه ۲

با توجه به آیه ﴿اِیْرَایْتَ مَنْ اَتَّخَذَ الْهَوا هَواهُ اَفَاَنْتَ تَکُوْنُ عَلَیْهِ وَکِیْلًا﴾ هدایتگری پیامبر برای انسانی که هوای نفس را معبود خود گرفته بی‌فایده است و پیامبر نمی‌تواند وکالت دفاعی این فرد را به عهده بگیرد.

۶۳- پاسخ: گزینه ۳

آیه مذکور در صورت سؤال به انبساط جهان که از مهم‌ترین کشفیات نجومی قرن ۲۰ می‌باشد، اشاره دارد و بیانگر ذکر نکات علمی بی‌سابقه از ابعاد اعجاز محتوایی قرآن کریم است.

عبارت ﴿لموسعون﴾ نشان‌دهنده وسعت مداوم و مستمر آسمان‌ها یا همان انبساط جهان است.

۶۴- پاسخ: گزینه ۱

■ جابر بن عبدالله انصاری در حضور رسول خدا ﷺ، در کنار کعبه ایستاده بود که امیرالمؤمنین علیه السلام به آن‌ها نزدیک شد. همانجا رسول خدا ﷺ درباره ایشان و شیعیان او فرمودند: «قسم به کسی که جانم در دست قدرت اوست، این مرد و شیعیان و پیروان او رستگارند و در روز قیامت اهل نجات هستند». سپس رسول خدا ﷺ به بیان برتری‌های امیرالمؤمنین علیه السلام پرداختند. همان لحظه این آیه نازل شد که ﴿انَّ الَّذِینَ آمَنُوا وَعَمِلُوا الصَّالِحَاتِ، اولئک هم خیر البریة﴾.

■ دقت کنید که مصداق «خیر البریة»، امیرالمؤمنین علیه السلام و پیروان او هستند.

۶۵- پاسخ: گزینه ۳

■ مصداق آیه ولایت که ویژگی‌های ولی مؤمنین را مشخص کرده است، امیرالمؤمنین علیه السلام است.

■ ویژگی‌های ولی مؤمنین در آیه ولایت: (۱) ﴿آمنوا﴾- ایمان داشتن (۲) ﴿یقیمون الصلوة﴾- برپا داشتن نماز (۳) ﴿یؤتون الزکاة و هم راکعون﴾- دادن زکات در حال رکوع.

۶۶- پاسخ: گزینه ۱

این مطلب از کتاب یازدهم چاپ ۹۷ که منبع کنکور سال ۹۹ می‌باشد، حذف شده است.

۶۷- پاسخ: گزینه ۲

- وعده جانشینی یا همان (خلافت) که با عبارت «لِیَسْتَخْلَفَنَّهُمْ فِی الْأَرْضِ» مفهوم می‌گردد، وعده خدا درباره آینده تاریخ به مؤمنان عامل به عمل صالح است که نتایجی از جمله تبدیل خوف به امنیت، استقرار دین الهی و بندگی بدون شرک دارد.
- «وَعَدَ اللَّهُ الَّذِينَ آمَنُوا مِنكُمْ وَعَمِلُوا الصَّالِحَاتِ لَيَسْتَخْلَفَنَّهُمْ فِی الْأَرْضِ، كَمَا اسْتَخْلَفَ الَّذِينَ مِن قَبْلِهِمْ وَ لَيُمَكِّنَنَّ لَهُمْ دِينَهُمُ الَّذِي ارْتَضَى لَهُمْ وَ لَيَبَدِّلَنَّهُم مِّن بَعْدِ خَوْفِهِمْ أَمْنًا، يَعْبُدُونَنِي، لَا يَشْرِكُونَ بِي شَيْئًا...»

۶۸- پاسخ: گزینه ۴

- یکی از ویژگی‌های عالم برزخ، وجود ارتباط میان عالم برزخ و دنیا است که مصادیق آن عبارتند از:
- (۱) باز بودن پرونده اعمال به واسطه اعمال مآخِر.
- (۲) وضعیت مؤمنین در حدیث امام کاظم علیه السلام که به دیدار خانواده خود می‌آیند.
- (۳) خیرات و انفاق بازماندگان برای درگذشتگان.

۶۹- پاسخ: گزینه ۴

بررسی گزینه‌ها:

- گزینه ۱: ضرورت معاد بر اساس حکمت الهی - امکان معاد
- گزینه ۲: ضرورت معاد بر اساس حکمت الهی - ضرورت معاد بر اساس عدل الهی
- گزینه ۳: ضرورت معاد بر اساس عدل الهی - ضرورت معاد بر اساس عدل الهی
- گزینه ۴: امکان معاد - امکان معاد

۷۰- پاسخ: گزینه ۲

بهشتیان از بالاترین نعمت بهشت که دیدار و خشنودی خدا است، مسرورند و در دارالسلام به جمله خدایا تو پاک و منزهی (سبحان الله) مترنمند.

۷۱- پاسخ: گزینه ۴

تفاوت‌های میان زن و مرد به جهت وظایف مختلفی است که خالق حکیم برعهده هریک از زن و شوهر نهاده است تا هر کدام از آن‌ها بتوانند در زندگی مشترک و خانوادگی نقش‌های خاصی را برعهده بگیرند و یک خانواده متعادل را پدید آورند.

۷۲- پاسخ: گزینه ۱

حکم حجاب «یدنین علیهن من جلابیهن»، نه تنها سبب کاهش حضور زنان نمی‌شود، بلکه سبب می‌شود تا حضوری مطمئن و همراه با امنیت داشته باشند و از نگاه ناهلانی که در جامعه حضور دارند، ایمن باشند.

۷۳- پاسخ: گزینه ۴

- یکی از انحرافات قبل از اسلام که امروزه هم در برخی جوامع رایج شده، ارتباط جنسی خارج از چارچوب شرع است. رایج شدن این ارتباط بازگشتی به دوران جاهلیت است و بنیان خانواده را متزلزل می‌کند.
- از طرفی آیه «انقلبتم علی اعقابکم»، هشدار قرآن به مسلمین درباره بازگشت به جاهلیت است.

۷۴- پاسخ: گزینه ۲

- رسول خدا صلی الله علیه و آله: «کسی که دوست می‌دارد نگاهش به چهره کسانی افتد که از آتش دوزخ در امان‌اند، به جویندگان علم بنگرد. سوگند به کسی که جان من در دست قدرت اوست، هر شاگردی که برای تحصیل علم آن‌ه به قصد شهرت و نه برای تظاهر و تفاخر، به خانه عالمی رفت و آمد کند، در هر گامی، ثواب و پاداش عبادت یک‌ساله عابد برای او منظور می‌گردد و برای هر قدمی که در این مسیر می‌نهد، شهر آبادی در بهشت برای او آماده می‌سازند. بر روی زمین که راه می‌رود، زمین نیز ...»
- از طرفی آیه شریفه «قل هل یتستوی الذین یعلمون ...» به اهمیت علم‌آموزی و کسب دانش اشاره می‌کند.

۷۵- پاسخ: گزینه ۳

مسافر روزه‌دار اگر پیش از ظهر حرکت کند. بعد از رسیدن به حد ترخص باید روزاش را بخورد و اگر بعد از ظهر حرکت کند، باید روزه را تمام کند.

زبان انگلیسی

۷۶- پاسخ: گزینه ۲

ترجمه: به دانش‌آموزان گفته شد تا مطمئن شوند که وقتشان را در حین زمان امتحان در مدرسه هدر ندهند.
توضیح: این تست هدف را نشان می‌دهد و در هدف از مصدر استفاده می‌کنیم و برای منفی کردن مصدر از not استفاده می‌کنیم، لذا گزینه ۲ درست است.

۷۷- پاسخ: گزینه ۳

ترجمه: چون او لنز مناسب برای دوربینش را نیاورده بود، او نتوانست از آن صحنه عجیب عکس بگیرد.
توضیح: به دلیل اینکه جمله دوم ماضی ساده است و جمله اول قبل از جمله دوم رخ داده، بایستی از زمان ماضی بعید استفاده شود.

۷۸- پاسخ: گزینه ۴

ترجمه: قطار مدرن به نظر می‌رسید که به اندازه سریع‌ترین ماشین و یا حتی شاید سریع‌تر از آن به سرعت حرکت می‌کرد.
توضیح: چون مقایسه صفت برابری و برتری نیاز به ۲ اسم دارد، در جای خالی نیاز به یک ترکیب اسمی داریم و برای صفت برترین بایستی the بیاید؛ لذا گزینه ۴ درست است.

۷۹- پاسخ: گزینه ۱

ترجمه: آن دو رفیق برنامه‌ریزی می‌کردند تا وطن خود را روز ۱۵ سپتامبر ۲۰۲ ترک کنند.
توضیح: به دلیل اینکه برای سال و ماه و فصل حرف اضافه **in** و برای روز حرف اضافه **on** می‌آید و در این سؤال در نهایت به روز می‌رسیم. گزینه ۱ درست است.

۸۰- پاسخ: گزینه ۳

ترجمه: از نیروهای پلیس خواسته می‌شود که اقدام فوری برای جلوگیری از تصادفات جاده‌ای بیشتر انجام دهند.
(۱) نجات دادن، پس انداز کردن (۲) دفاع کردن (۳) جلوگیری کردن (۴) احاطه کردن

۸۱- پاسخ: گزینه ۲

ترجمه: استرس می‌تواند باعث تنوعی از اختلالات جسمی، از سردرد گرفته تا زخم معده، شود.
(۱) ترکیب (۲) اختلال (۳) بیمار (۴) آگهی، اعلان

۸۲- پاسخ: گزینه ۲

ترجمه: به نظر من، هر کسی با ارزش‌های اخلاقی هر کاری را می‌کند تا از جنگ اجتناب کند (جلوی جنگ را بگیرد).
(۱) شجاع (۲) اخلاقی، اخلاق (۳) دلخواه (۴) مهمان‌نواز

۸۳- پاسخ: گزینه ۱

ترجمه: عکس‌هایی که پاول (Paul) می‌گیرد تقریباً همیشه یکسان و کسل‌کننده است، اما این مجموعه جدید عکس‌های او به طور غیرمنتظره‌ای جذاب و هیجان‌آور است.

(۱) به طور غیرمنتظره (۲) به طور ناگهانی (۳) به طور نامرئی (۴) مشتاقانه

۸۴- پاسخ: گزینه ۴

ترجمه: هر زمانی که می‌خواهم یک داستان انگلیسی بخوانم، من در ابتدا معنی لغات جدید را در یک دیکشنری پیدا می‌کنم و سپس شروع به خواندن داستان می‌کنم.

(۱) مخفف کلمه‌ای بودن، طرفداری کردن (۲) بار را تحویل دادن، اتاق تحویل گرفتن
(۳) فوت کردن (۴) معنی لغتی را در کتاب مرجع پیدا کردن

۸۵- پاسخ: گزینه ۴

ترجمه: چند سال پیش یک پرستار بودن یک نعمت و موهبت برای ویکتوریا به عنوان یک مادر بود، در واقع به او این فرصت را داد تا از بچه‌اش بهتر مراقبت کند.

(۱) تقاضا، درخواست (۲) عملکرد، تابع (۳) نعمت، موهبت (۴) سوغاتی، یادگاری

۸۶- پاسخ: گزینه ۱

ترجمه: آن پیرمرد پایین خیابان همیشه سرش در لاک خودش است. من تازه فهمیدم که من حتی اسم او را نمی‌دانم.

(۱) متوجه کار خود بدون (۲) توجه کردن (با حرف اضافه **for**)
(۳) تسلیم شدن (۴) دور شدن

توضیح: ترکیب **keep to oneself** یعنی سر کسی در لاک خود بودن.

۸۷- پاسخ: گزینه ۳

ترجمه:

مری (Mery): این ساعت مچی برای تولد تو است، پم (Pam).

پام (Pam): متشکرم، اما این ساعت ارزان به نظر می‌رسد، بنابراین نمی‌دانم که آیا آن را دست کنم.

مادر گام: دندان اسب پیشکشی را نمی‌شمرند.

(۱) سحرخیز باش تا کامروا شوی. (۲) به عمل کار برآید، به سخندانی نیست.

(۳) دندان اسب پیشکشی را نمی‌شمرند. (۴) جوجه را آخر پاییز می‌شمارند.

■ ■ ترجمه Cloze Test

پیشرفت‌های اخیر در حوزه‌های پزشکی و فناوری زیستی منجر به شرایطی شده است که تا همین یک نسل پیش حتی نمی‌توانست تصور شود. قلب‌های پلاستیکی با باتری فعال شده می‌تواند در بدن بیمار کار گذاشته شود. مردم می‌توانند به طور نامحدود توسط ماشین‌ها زنده نگه داشته شوند. نمونه‌های دقیقی از حیوانات می‌تواند ساخته شود. در حالی که چنین دستاوردهای علمی شاید نهایتاً به بشریت کمک کند، مسائل و معضله‌های قانونی و اخلاقی پیچیده‌ای را نیز ایجاد کرده است.

۸۸- پاسخ: گزینه ۴

توضیح: به دلیل وجود کلمه **recent** نیاز به حال کامل داریم.

۸۹- پاسخ: گزینه ۲

(۱) جایگزین کردن (۲) تصور کردن (۳) مقایسه کردن (۴) نیاز داشتن

۹۰- پاسخ: گزینه ۱

(۱) توضیح: به دلیل وجود امکان انجام کاری، فعل کمکی ناقص **can (Modal)** درست است.

۹۱- پاسخ: گزینه ۳

توضیح: در گزینه‌های ۱ و ۲ اسم و قید ترکیب شده‌اند که نادرست است. گزینه ۴ نیز چون صفت را بعد از اسم آورده است، نادرست است و صفت قبل از اسم می‌نشیند؛ لذا گزینه ۳ درست است.

۹۲- پاسخ: گزینه ۴

(۱) اخلاق، اصول اخلاقی (۲) رفتار (۳) میراث (۴) بشریت، انسان
■ ترجمه درک مطلب ۱:

هزاران سال است که مردم تلاش کرده‌اند تا راه‌هایی پیدا کنند تا غذا را برای مدت طولانی‌تری نگه دارند. در گذشته، برای مردم مهم بود چون نیاز داشتند که غذای تازه را برای زمان‌هایی که پیدا کردن آن سخت بود، مانند زمستان ذخیره کنند. امروزه هم مناطق زیادی وجود دارد که بدون برق هستند و مردم ساکن در این مناطق نیاز دارند غذا را با روش‌هایی بدون استفاده از یخچال‌ها نگهداری کنند. آن‌ها نیاز دارند تا آنجا که می‌شود این غذاها را نگه دارند.

خشک کردن قدیمی‌ترین نوع نگهداری غذا است. اگر آب غذا گرفته شود، باکتری‌ها نمی‌توانند رشد کنند. در زمان‌های باستان در کشورهای گرم‌سیر، مردم صرفاً گوشت و میوه را بیرون می‌گذاشتند تا در نور خورشید و باد خشک شوند تا زمانی که تمام آب طبیعی آن‌ها از بین برود. این باعث می‌شد که میوه مدت‌زمان زیادی باقی بماند. خشک کردن میوه بعضی اوقات منجر به یک محصول کاملاً جدید می‌شود. مثلاً انگور به کشمش و آلو به آلو خشک تبدیل می‌شود.

خشک کردن غذا در نور خورشید در آب و هواهای خنک‌تر و مرطوب‌تر مؤثر واقع نمی‌شود، اما مردم روش‌های دیگری دارند تا در جاهای سرد غذا را نگهداری می‌کنند.

۹۳- پاسخ: گزینه ۴

ترجمه: لغت preserve در پاراگراف اول نزدیک‌ترین معنی را به کلمه save دارد.

(۱) نیاز داشتن (۲) پیدا کردن (۳) دوام داشتن (۴) نگه داشتن، ذخیره کردن
۹۴- پاسخ: گزینه ۴

ترجمه: موضوع پاراگراف دوم یک تکنیک نگهداری غذا است.

۹۵- پاسخ: گزینه ۲

ترجمه: در پاراگراف دوم نقش مثال انگور به کشمش و آلو به آلو خشک تبدیل می‌شود، برای حمایت از جمله قبل آن است.

۹۶- پاسخ: گزینه ۳

ترجمه: این متن احتمالاً ادامه پیدا می‌کند با بحثی درباره چند روش دیگر نگهداری غذا.

توضیح: به دلیل خط آخر پاراگراف آخر که می‌گوید مردم روش‌های دیگری دارند تا در جاهای سرد غذا را نگهداری کنند.

■ ترجمه درک مطلب ۲:

نمی‌توان از یک نفر به عنوان مخترع سینما نام برد. در حقیقت، کلی از افراد در توسعه سینما نقش ایفا کرده‌اند. مردی به نام مایبریج (Muybridge) اولین تصویر متحرک را در سال ۱۸۷۸ ساخت. آن فیلمی از یک اسب در حال دویدن بود و فقط چند ثانیه مدت آن بود. تا سال ۱۸۹۵، افراد دیگری ماشین‌های متعددی را برای نشان دادن تصاویر متحرک اختراع کرده بودند، اما خیلی از این‌ها فقط می‌توانست در هر نوبت توسط یک نفر تماشا شود. توسعه ماشین‌هایی که می‌توانست فیلم‌ها را روی پرده بیندازد، خیلی مهم بود. توماس ادیسون یکی از اولین افرادی بود که فیلم‌های کوتاه را به مخاطبین بیست یا بیشتر نشان می‌داد. فیلم‌های او بندبازایی را در حال اجرا، یا رخدادهای روزمره را نشان می‌داد مانند مردی در حال غذا خوردن.

در ابتدا طول فیلم‌ها فقط چند دقیقه بود. آن‌ها سیاه و سفید و صامت بودند. آن‌ها معمولاً مستندهایی راجع به مکان‌های مختلف یا رویدادهای خبری، یا کمدی‌هایی بودند که مردم را در حال زمین خوردن و شکلک درآوردن نشان می‌دادند. بعداً آن‌ها داستان‌های طولانی‌تری شدند، اما هنوز صدا نداشتند. در عوض، شاید هنگامی که فیلم پخش می‌شد، نوازنده‌ای بود که در سالن سینما پیانو می‌زد.

فیلم موزیکال در سرتاسر دهه ۳۰ و ۴۰ احتمالاً محبوب‌ترین نوع فیلم بودند. یک خواننده و هنرپیشه بسیار محبوب آن زمان شرلی تمپل (Shirly Temple) بود، او دختری پنج‌ساله بود که همه عاشق تماشای اجرای او روی صحنه بودند.

۹۷- پاسخ: گزینه ۱

ترجمه: پاراگراف اول قصد دارد عمدتاً به کدام سؤال جواب بدهد؟ «چه کسی فیلم را اختراع کرد؟»

۹۸- پاسخ: گزینه ۱

ترجمه: ضمیر they در پاراگراف دوم به فیلم‌ها برمی‌گردد.

۹۹- پاسخ: گزینه ۴

ترجمه: متن به تمام گزینه‌های زیر به عنوان صحنه‌های نشان داده شده در فیلم‌ها اشاره می‌کند به جز: «یک موسیقیدان که یکی از آلات موسیقی را می‌نوازد».

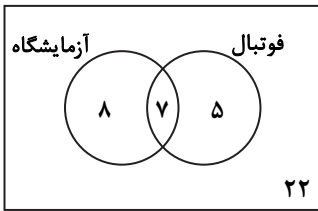
۱۰۰- پاسخ: گزینه ۲

ترجمه: کدام یک از گزینه‌های زیر راجع به فیلم‌های دهه ۳۰ و ۴۰ استنباط می‌شود؟ «آن‌ها نه تنها تصویری بودند بلکه صوتی نیز بودند.»

ریاضیات

۱۰۱- پاسخ: گزینه ۴

ابتدا مطابق فرض سؤال داریم:



$$n(U) = 22$$

$$n(A) = 15$$

$$n(F) = 12$$

$$n(F \cap A) = 7$$

مطابق نمودار و ن می توان فهمید که ۲۲ نفر عضو هیچ کدام از این دو گروه نیستند.

۱۰۲- پاسخ: گزینه ۳

ابتدا عبارت A را ساده کرده و سپس حاصل عبارت خواسته شده را به دست می آوریم:

$$A = \sqrt[5]{9\sqrt{3}} \times (12)^{-1/5} = \sqrt[5]{3^2 \times 3^{\frac{1}{2}} \times (2^2 \times 3)^{-\frac{1}{5}}} = \sqrt[5]{3^{\frac{5}{2}} \times \frac{1}{2^2 \times 3^{\frac{1}{5}}}} = \frac{3^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{2}{5}} \times 3^{\frac{1}{5}}} = \frac{1}{2^{\frac{2}{5}} \times 3^{\frac{1}{5}}} = \frac{1}{24}$$

$$(1 + A^{-1})^{\frac{1}{2}} = (1 + \frac{1}{\frac{1}{24}})^{\frac{1}{2}} = (1 + 24)^{\frac{1}{2}} = 25^{\frac{1}{2}} = 5$$

بنابراین:

۱۰۳- پاسخ: گزینه ۲

برای اینکه یک سهمی همواره پایین محور xها باشد، باید دو شرط زیر برقرار باشد:

$$1) \Delta < 0 \Rightarrow b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow (2(m-3))^2 - 4(1-m)(-1) < 0 \Rightarrow 4(m^2 - 6m + 9) + 4 - 4m < 0 \Rightarrow 4m^2 - 28m + 40 < 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 7m + 10 < 0 \Rightarrow \begin{array}{c|c|c|c|c} m & 2 & 5 & & \\ \hline & + & 0 & - & 0 & + \end{array} \Rightarrow m \in (2, 5)$$

$$2) a < 0 \Rightarrow 1 - m < 0 \Rightarrow m > 1$$

$$2 < m < 5$$

از اشتراک جواب های به دست آمده در شروط (۱) و (۲) داریم:

۱۰۴- پاسخ: گزینه ۴

اگر بخواهیم تابع $f(x)$ را ۲ واحد به سمت چپ ببریم، می شود $f(x+2)$ و اگر ۹ واحد به سمت پایین ببریم، می شود $f(x+2) - 9$ ، پس

$$f(x+2) - 9 = (x+2)^2 - (x+2) - 3 - 9 = x^2 + 4x + 4 - x - 2 - 12 = x^2 + 3x - 10$$

داریم: $f(x) = x^2 - x - 3$ می خواهیم بازه ای را که این تابع زیر محور xها قرار داد را به دست آوریم. داریم:

$$x^2 + 3x - 10 < 0 \Rightarrow \begin{array}{c|c|c|c|c} x & -2 & 5 & & \\ \hline & + & 0 & - & 0 & + \end{array} \Rightarrow x \in (-2, 5)$$

۱۰۵- پاسخ: گزینه ۱

ابتدا دقت کنید که اختلاف اعداد نوشته شده ضرب در مخرج کسرها برابر ۳ است، پس تک تک کسرها را می توانیم به صورت زیر بنویسیم:

$$\frac{1}{2 \times 5} = \frac{1}{3} \times \frac{5-2}{2 \times 5}$$

$$\frac{1}{5 \times 8} = \frac{1}{3} \times \frac{8-5}{2 \times 5}$$

:

$$\frac{1}{17 \times 20} = \frac{1}{3} \times \frac{20-17}{17 \times 20}$$

پس عبارت داده شده را می توان به صورت زیر ساده کرد:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2 \times 5} + \frac{1}{5 \times 8} + \frac{1}{8 \times 11} + \dots + \frac{1}{17 \times 20} &= \left(\frac{1}{3} \times \frac{5-2}{2 \times 5}\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{8-5}{5 \times 8}\right) + \dots + \left(\frac{1}{3} \times \frac{20-17}{17 \times 20}\right) \\ &= \frac{1}{3} \left[\left(\frac{5}{2 \times 5} - \frac{2}{2 \times 5}\right) + \left(\frac{8}{5 \times 8} - \frac{5}{5 \times 8}\right) + \dots + \left(\frac{20}{17 \times 20} - \frac{17}{17 \times 20}\right) \right] = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{11} + \dots + \frac{1}{17} - \frac{1}{20} \right) \\ &= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{20} \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{9}{20} \right) = \frac{3}{20} = 0.15 \end{aligned}$$

۱۰۶- پاسخ: گزینه ۲

به کمک بازه‌بندی، معادله داده شده را حل می‌کنیم. ریشه‌های عبارت‌های داخل قدرمطلق یکی $\frac{1}{3}$ و دیگری ۲- است:

$$\begin{cases} x < -2: -(2x-1)-(x+2)=3 \Rightarrow -2x+1-x-2=3 \Rightarrow -3x=4 \Rightarrow x=-\frac{4}{3} & \times \\ -2 < x < \frac{1}{3}: -(2x-1)+(x+2)=3 \Rightarrow -x=0 \Rightarrow x=0 & \checkmark \\ x > \frac{1}{3}: (2x-1)(x+2)=3 \Rightarrow 2x+1=3 \Rightarrow 2x=2 \Rightarrow x=\frac{1}{2} & \checkmark \end{cases}$$

مجموع جواب‌های معادله داده شده برابر با $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1$ است.

۱۰۷- پاسخ: گزینه ۴

ابتدا تابع g^{-1} را تشکیل می‌دهیم:

$$g^{-1} = \{(3, 2), (2, 4), (6, 5), (1, 3)\}$$

حال تابع $g^{-1} \circ f$ را تشکیل می‌دهیم:

$$D_{g^{-1} \circ f} = \{x \in \{1, 2, 3, 4\} \mid \{2, 5, 4, 6\} \in \{3, 2, 6, 1\}\} = \{1, 4\}$$

$$g^{-1} \circ f = \{(1, 4), (4, 5)\}$$

حال تابع $(g^{-1} \circ f) - f$ را تشکیل می‌دهیم:

$$D_{(g^{-1} \circ f) - f} = D_{g^{-1} \circ f} \cap D_f = \{1, 4\} \cap \{1, 2, 3, 4\} = \{1, 4\}$$

$$(g^{-1} \circ f) - f = \{(1, 4-2), (4, 5-6)\} = \{(1, 2), (4, -1)\}$$

بنابراین برد این تابع مجموعه $\{2, -1\}$ است.

۱۰۸- پاسخ: گزینه ۳

نمودار این دو تابع یکدیگر را در نقاط ۳ و ۱ قطع می‌کنند، پس می‌توان نوشت:

$$x=1: 3^{A(1)+B} = (1)^2 \Rightarrow 3^{A+B} = 1 \Rightarrow A+B=0$$

$$x=3: 3^{3A+B} = (3)^2 \Rightarrow 3A+B=2$$

با حل معادلات به دست آمده در یک دستگاه مقدار A و B را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} A+B=0 \\ 3A+B=2 \end{cases}$$

$$-2A = -2 \Rightarrow A=1 \Rightarrow B=-1$$

بنابراین ضابطه تابع $f(x) = 3^{x-1}$ است. عرض نقطه تلاقی این تابع با محور y جایی است که مقدار x صفر است، یعنی:

$$x=0 \Rightarrow f(0) = 3^{-1} = \frac{1}{3}$$

۱۰۹- پاسخ: گزینه ۲

حاصل عبارت داده شده را با ساده کردن زاویه‌ها به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} (\tan \frac{17\pi}{6}) \times (\sin \frac{11\pi}{3}) + (\cos \frac{10\pi}{3}) &= \tan(3\pi - \frac{\pi}{6}) \times \sin(4\pi - \frac{\pi}{3}) + \cos(3\pi + \frac{\pi}{3}) \\ &= -\tan(\frac{\pi}{6}) \times (-\sin \frac{\pi}{3}) \\ &= (-\frac{1}{\sqrt{3}})(-\frac{\sqrt{3}}{2}) - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0 \end{aligned}$$

۱۱۰- پاسخ: گزینه ۲

ابتدا می‌دانیم $\lim_{x \rightarrow 1^+} [x] = 1$ ، پس می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sin^2 \pi x}{[x] + \cos \pi x} &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sin^2 \pi x}{1 + \cos \pi x} \cdot \frac{\sin^2 \pi x = 1 - \cos^2 \pi x}{1 - \cos^2 \pi x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1 - \cos^2 \pi x}{1 + \cos \pi x} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(1 - \cos \pi x)(1 + \cos \pi x)}{1 + \cos \pi x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^+} (1 - \cos \pi x) = 2 \end{aligned}$$

۱۱۱- پاسخ: گزینه ۳

ابتدا ضابطه تابع f را ساده می‌کنیم.

$$f(x) = \begin{cases} x[x] & -1 < x < 1 \\ ax+b & x \geq 1 \text{ یا } x \leq -1 \end{cases}$$

این تابع باید در نقاط $x=1$ و $x=-1$ پیوسته باشد، پس شرط پیوستگی را در این نقاط می‌نویسیم:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = a+b, \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 0, \quad f(1) = a+b \Rightarrow a+b=0 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = 1, \quad \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -a+b, \quad f(-1) = -a+b \Rightarrow -a+b=1 \quad (2)$$

با حل معادلات (۱) و (۲) در یک دستگاه داریم:

$$\begin{cases} a+b=0 \\ -a+b=1 \end{cases}$$

$$2b=1 \Rightarrow b=\frac{1}{2} \Rightarrow a=-\frac{1}{2}$$

۱۱۲- پاسخ: گزینه ۱

ابتدا تابع f را ساده می‌کنیم:

$$f(x) = \tan \pi x - \cot \pi x = \frac{\sin \pi x}{\cos \pi x} - \frac{\cos \pi x}{\sin \pi x} = \frac{\sin^2 \pi x - \cos^2 \pi x}{\cos \pi x \sin \pi x} = \frac{-\cos 2\pi x}{\frac{1}{2} \sin 2\pi x} = -\frac{1}{2} \cot 2\pi x$$

حال دوره تناوب تابع به دست آمده را محاسبه می‌کنیم:

$$T = \frac{\pi}{|2\pi|} = \frac{1}{2}$$

۱۱۳- پاسخ: گزینه ۴

ابتدا معادله را ساده کرده و سپس آن را حل می‌کنیم:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = \frac{1}{2} \Rightarrow (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x \cos^2 x = \frac{1}{2} \Rightarrow 1 - 2\sin^2 x \cos^2 x = \frac{1}{2} \Rightarrow 2\sin^2 x \cos^2 x = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2\sin^2 x \cos^2 x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin^2 x \cos^2 x = \frac{1}{4} \Rightarrow (\sin x \cos x)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \left(\frac{\sin 2x}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{\sin^2 2x}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \sin^2 2x = 1 \Rightarrow \begin{cases} \sin 2x = 1 \Rightarrow 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4} \xrightarrow{x \in [0, 2\pi]} x = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \\ \text{یا} \\ \sin 2x = -1 \Rightarrow 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{4} \xrightarrow{x \in [0, 2\pi]} x = \frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4} \end{cases}$$

بنابراین مجموع جواب‌ها در بازه $[0, 2\pi]$ برابر است با:

$$\frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} + \frac{5\pi}{4} + \frac{7\pi}{4} = 4\pi$$

۱۱۴- پاسخ: گزینه ۱

ابتدا مجانب افقی تابع داده شده را به دست می‌آوریم:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - x - 2}{x^2 + 2x} = 2$$

راه حل اول:

کافی است یک عدد بزرگ به جای x قرار دهیم. یک بار مثبت و بار دیگر منفی و بررسی می‌کنیم به ازای این مقدار، x بزرگ‌تر از ۲ یا کوچک‌تر از ۲ است.

$$x = 100 \Rightarrow f(100) = \frac{2(100)^2 - 100 - 2}{100^2 + 200} = \frac{19898}{10200} < 2$$

$$x = -100 \Rightarrow f(-100) = \frac{2(-100)^2 + 100 - 2}{(-100)^2 - 200} = \frac{20098}{9800} > 2$$

بنابراین شکل نمودار در اطراف مجانب افقی به صورت زیر است:

$$\text{=====} \quad y = 2$$

راه حل دوم:

با توجه به اینکه مجانب افقی به صورت $y = 2$ است، پس می توانیم بنویسیم:

$$f(x) = 2 - \frac{5x+2}{x^2+2x}$$

حال داریم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x+2}{x^2+2x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5}{x} = 0^+ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2 - 0^+ = 2^-$$

پس وقتی $x \rightarrow +\infty$ مقادیر نمودار از پایین خط $y = 2$ به مجانب نزدیک می شود، از طرفی:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x+2}{x^2+2x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{x} = 0^- \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2 - 0^- = 2^+$$

پس وقتی $x \rightarrow -\infty$ مقادیر نمودار از بالای خط $y = 2$ به مجانب نزدیک می شوند، بنابراین نمودار تابع اطراف مجانب افقی به صورت زیر است:

۱۱۵- پاسخ: گزینه ۴

ابتدا از اینکه خط $y = 3x - 5$ در $x = 2$ بر نمودار تابع $g(x)$ مماس است، می توان فهمید شیب خط مماس در این نقطه برابر ۳ است یا به عبارت دیگر $g'(2) = 3$ و $g(2) = 1$. از طرفی مطابق تعریف مشتق می توان نوشت:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{2x - 2} = \frac{2}{3} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{2(x-1)} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x-1} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{1}{2} f'(1) = \frac{2}{3} \Rightarrow f'(1) = \frac{4}{3}$$

حال با توجه به فرمول $(fog)' = g'f'(g)$ داریم:

$$(fog)'(2) = g'(2) \times f'(g(2)) = 3 \times f'(1) = 3 \times \frac{4}{3} = 4$$

۱۱۶- پاسخ: گزینه ۳

ابتدا تابع را به صورت ساده شده می نویسیم:

$$f(x) = \frac{|x(x^2-2)|}{x}$$

می دانیم ریشه های ساده داخل قدرمطلق، نقاطی هستند که تابع در آن ها مشتق پذیر نیست، پس داریم:

$$x(x^2-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{cases}$$

بنابراین این تابع در ۳ نقطه مشتق ندارد. دقت کنید که $x = 0$ در دامنه تابع نیست، ولی طبق تعریف کتاب به عنوان نقطه مشتق ناپذیر باید حساب شود.

۱۱۷- پاسخ: گزینه ۲

ابتدا آهنگ تغییر متوسط تابع را به دست می آوریم:

$$\frac{f(4) - f(0)}{4 - 0} = \frac{3 + \frac{1}{5} - 1 - 1}{4} = \frac{\frac{6}{5}}{4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

$$f'(x) = \frac{2}{2\sqrt{2x+1}} + \frac{-1}{(x+1)^2} \Rightarrow f'\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{2} + \left(-\frac{4}{25}\right) = \frac{17}{50}$$

حال آهنگ تغییر لحظه ای را در $x = \frac{3}{2}$ محاسبه می کنیم:

بنابراین:

$$\frac{17}{50} - \frac{3}{10} = \frac{17-15}{50} = \frac{2}{50} = \frac{1}{25} = 0.04$$

۱۱۸- پاسخ: گزینه ۴

مطابق نمودار داده شده می توان فهمید تابع در $x = 3$ دارای مینیمم نسبی و در $x = 0$ دارای نقطه عطف است، پس در $x = 3$ مشتق اول تابع باید صفر شود، همچنین مشتق دوم تابع در $x = 0$ باید برابر صفر گردد. دقت کنید که تابع در $\mathbb{R}$ پیوسته است:

$$f'(x) = 4x^3 + 3ax^2 + 2bx \Rightarrow f'(3) = 0 \Rightarrow 108 + 27a + 6b = 0 \xrightarrow{(*)} 108 + 27a = 0 \Rightarrow a = -4$$

$$f''(x) = 12x^2 + 6ax + 2b \Rightarrow f''(0) = 0 \Rightarrow 2b = 0 \Rightarrow b = 0 \quad (*) \uparrow$$

بنابراین ضابطه تابع به صورت $f(x) = x^4 - 4x^3$ است و داریم:

$$f(-2) = 16 - (-32) = 16 + 32 = 48$$

۱۱۹- پاسخ: گزینه ۳

ابتدا نقطهٔ ماکسیمم نسبی تابع f را به دست می آوریم:

$$f'(x) = \frac{(2-2x)(x+1)^2 - (2x+2)(2x-x^2)}{(x+1)^4} = \frac{-4x^2 - 2x + 2}{(x+1)^4}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow -4x^2 - 2x + 2 = 0 \Rightarrow -2(2x^2 + x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ \text{یا} \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

حال جدول را برای تشخیص نقطهٔ ماکسیمم رسم می کنیم:

x	-1	$\frac{1}{2}$
f'	$-$	$+$
f	$\searrow$ min	$\nearrow$ max $\searrow$

بنابراین نقطهٔ $(\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$ ماکسیمم تابع است. حال مجانب افقی تابع را به دست می آوریم:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - x^2}{(x+1)^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - x^2}{x^2 + 2x + 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2}{x^2} = -1$$

کافی است فاصلهٔ نقطهٔ $(\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$ تا خط $y = -1$ را به دست آوریم که برابر با $\frac{4}{3} - (-1) = \frac{7}{3}$ است.

۱۲۰- پاسخ: گزینه ۳

ابتدا شکل مسئله را می کشیم:

مطابق شکل مساحت دو مثلث ABC و BDC با هم برابر است، زیرا در هر دو قاعده BC و ارتفاعها برابر است. برای به دست آوردن ارتفاع ABC می دانیم در مثلث متساوی الساقین ارتفاع، میانه نیز می باشد، پس داریم:

$$AH''^2 = AB^2 - BH''^2 \Rightarrow AH''^2 = 17^2 - 8^2 \Rightarrow AH''^2 = 225 \Rightarrow AH'' = 15$$

حال مساحت مثلث ABC را به دست می آوریم:

$$S_{\Delta ABC} = \frac{AH'' \times BC}{2} = \frac{15 \times 16}{2} = 120$$

این مساحت با مساحت مثلث BCD برابر است:

$$S_{\Delta BDC} = \frac{BD \times CH}{2} \Rightarrow 20 = \frac{25 \times CH}{2} \Rightarrow 25CH = 240 \Rightarrow CH = \frac{240}{25} = 9\frac{6}{5}$$

۱۲۱- پاسخ: گزینه ۳

در مثلث قائم الزاویهٔ ABC داریم:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow BC^2 = 9 + 16 \Rightarrow BC^2 = 25 \Rightarrow BC = 5$$

از طرفی AH ارتفاع است، پس داریم:

$$AB^2 = BH \times BC \Rightarrow 9 = BH \times 5 \Rightarrow BH = \frac{9}{5}$$

طبق قضیهٔ نیمسازهای داخلی داریم:

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{BD}{DC} = \frac{3}{4} \xrightarrow{\text{ترکیب درمخرج}} \frac{BD}{DC + BD} = \frac{3}{4+3} \Rightarrow \frac{BD}{BC} = \frac{3}{7} \Rightarrow \frac{BD}{5} = \frac{3}{7} \Rightarrow BD = \frac{15}{7}$$

بنابراین برای مقدار HD می توان نوشت:

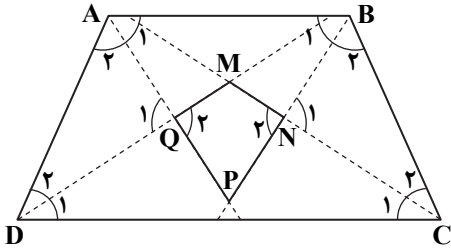
$$DH = BD - BH \Rightarrow DH = \frac{15}{7} - \frac{9}{5} = \frac{12}{35}$$

۱۲۲- پاسخ: گزینه ۱

با استفاده از روابط موجود بین زاویه‌ها در دوزنقه داریم:

$$\hat{A} + \hat{D} = 180^\circ \Rightarrow \frac{\hat{A}}{2} + \frac{\hat{D}}{2} = 90^\circ \Rightarrow \hat{Q}_1 = 90^\circ \Rightarrow \hat{Q}_2 = 90^\circ$$

$$\hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \frac{\hat{B}}{2} + \frac{\hat{C}}{2} = 90^\circ \Rightarrow \hat{N}_1 = 90^\circ \Rightarrow \hat{N}_2 = 90^\circ$$



پس در چهارضلعی MN PQ، مجموع زوایای روبه‌رو 180° است و این چهارضلعی محاطی است.

$$\begin{cases} AD = BC \\ \hat{A}_2 = \hat{B}_2 \\ \hat{D}_2 = \hat{C}_2 \end{cases} \Rightarrow \triangle ADQ \cong \triangle BNC \Rightarrow \begin{cases} BN = AQ & (**) \\ CN = DQ & (*) \end{cases}$$

از طرفی به دلیل اینکه $\hat{C}_1 = \hat{D}_1$ پس $DM = CM$ و با استفاده از (*) داریم:

$$MQ = MN$$

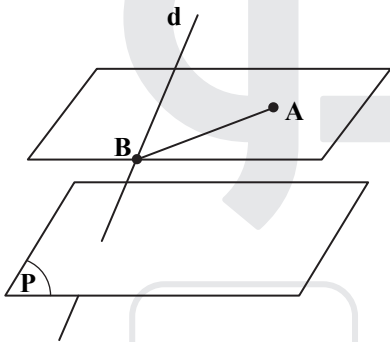
همچنین به دلیل اینکه $\hat{A}_1 = \hat{B}_1$ پس $AP = BP$ و با استفاده از (**) داریم:

$$PN = PQ$$

بنابراین در چهارضلعی MN PQ داریم $MQ + QP = NM + NP$ و این چهارضلعی محیطی نیز می‌باشد.

۱۲۳- پاسخ: گزینه ۴

صفحه P و خط d را در نظر بگیرید. صفحه‌ای موازی صفحه P که نقطه A روی آن باشد، را در نظر می‌گیریم. از نقطه A خطی موازی صفحه P و متقاطع با خط d رسم می‌کنیم تا خط d را در نقطه B قطع کند. مطابق شکل خط AB تنها خط این شرایط است.



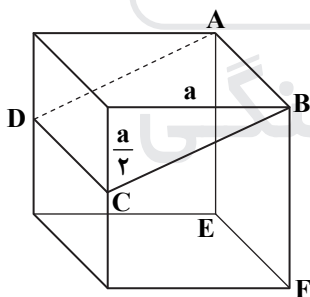
۱۲۴- پاسخ: گزینه ۱

طول ضلع مکعب را a در نظر می‌گیریم:

$$BC^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2 \Rightarrow BC^2 = \frac{a^2}{4} + a^2 \Rightarrow BC^2 = \frac{5a^2}{4} \Rightarrow BC = \frac{\sqrt{5}}{2}a$$

$$S_{ABCD} = \frac{\sqrt{5}}{2}a \times a = \frac{\sqrt{5}}{2}a^2 \Rightarrow S_{ABCD} = \frac{\sqrt{5}}{2}S_{ABCD}$$

$$S_{ABEF} = a \times a = a^2$$



۱۲۵- پاسخ: گزینه ۳

می‌دانیم کمان وتری که اندازه آن برابر شعاع باشد، برابر با 60° است، پس $\widehat{CD} = 60^\circ$

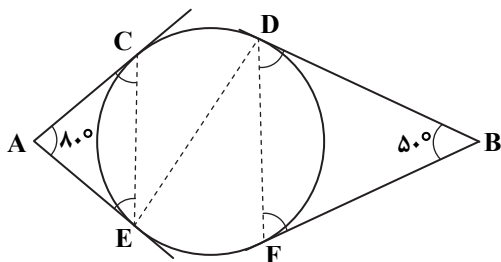
از طرفی $\hat{C} = \hat{E} = 50^\circ$ پس $AC = AE$

همچنین $\hat{D} = \hat{F} = 65^\circ$ پس $BD = BF$

با استفاده از زاویه محاطی دو دایره داریم:

$$\hat{F} = 65^\circ \Rightarrow \widehat{DF} = 130^\circ$$

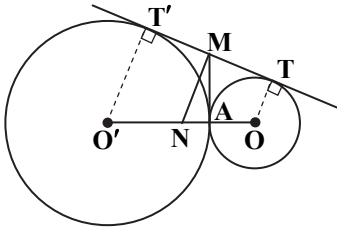
$$\hat{E} = 50^\circ \Rightarrow \widehat{CE} = 100^\circ$$



بنابراین:

$$\widehat{EF} = 360^\circ - (\widehat{EC} + \widehat{CD} + \widehat{DF}) = 360^\circ - 290^\circ = 70^\circ \Rightarrow \hat{DEF} = \frac{70^\circ}{2} = 35^\circ$$

۱۲۶- پاسخ: گزینه ۱



در این سؤال دانستن این نکته که دایره‌ای به قطر OO' از وسط مماس مشترک دو دایره می‌گذرد، لازم است برای اثبات این موضوع نقطه M را وسط TT' و N را وسط OO' در نظر می‌گیریم و در دوزنقه $OO'T'T$ داریم:

$$MN = \frac{OT + O'T'}{2} = \frac{R + R'}{2}$$

پس دایره‌ای به قطر OO' از M وسط TT' می‌گذرد و فاصله آن از محل برخورد دو دایره برابر است با:

$$\begin{cases} MA = MT \\ MA = MT' \end{cases}$$

$$2MA = MT + MT' \Rightarrow 2MA = TT' \Rightarrow MA = \frac{TT'}{2} \quad (*)$$

حال مقدار TT' را به دست می‌آوریم:

$$TT' = 2\sqrt{RR'} = 2 \times \sqrt{4 \times 9} = 12 \xrightarrow{(*)} MA = \frac{12}{2} = 6$$

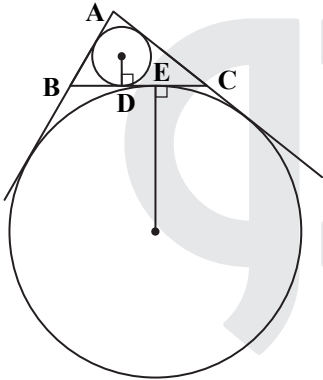
۱۲۷- پاسخ: گزینه ۳

با توجه به صورت سؤال ابتدا نصف محیط مثلث ABC را به دست می‌آوریم:

$$P = \frac{5 + 7 + 8}{2} = 10$$

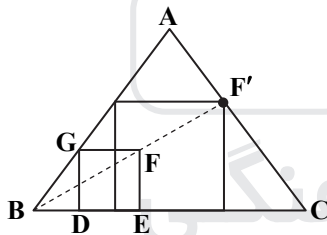
اگر نقاط D و E تصویر مراکز دو دایره روی BC باشند، داریم:

$$\begin{cases} BE = P - c = 10 - 5 = 5 \\ BD = P - b = 10 - 7 = 3 \end{cases} \Rightarrow DE = BE - BD = 5 - 3 = 2$$



۱۲۸- پاسخ: گزینه ۲

برای رسم چنین مربعی ابتدا داخل مثلث ABC ، مربع $DEFG$ را طوری رسم می‌کنیم که ضلع DE روی BC قرار بگیرد. از B به F وصل کرده و امتداد می‌دهیم تا ضلع AC را در F' قطع کند. کافی است تجانس مربع $DEFG$ را به مرکز B و ضریب $\frac{BF'}{BF}$ رسم کنیم تا مربع خواسته شده به دست آید، بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.



۱۲۹- پاسخ: گزینه ۳

ابتدا طول ضلع DB را به دست می‌آوریم:

$$DB^2 = DA^2 + AB^2 \Rightarrow DB^2 = 25 + 144 \Rightarrow DB^2 = 169 \Rightarrow DB = 13$$

حال طبق قضیه کسینوس‌ها در مثلث DBC داریم:

$$BD^2 = DC^2 + CB^2 - 2DC \times CB \times \cos \alpha \Rightarrow 169 = 49 + 64 - 2 \times 7 \times 8 \times \cos \alpha$$

$$\Rightarrow 112 \cos \alpha = -56 \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 120^\circ \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

۱۳۰- پاسخ: گزینه ۲

ابتدا حاصل ضرب دو ماتریس را به دست می‌آوریم:

$$\begin{bmatrix} x & -1 & 4 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 0 \\ y & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x + 4y - 1 & -2x + 4 \\ 7 + y & -3 \end{bmatrix}$$

می‌دانیم اگر یک ماتریس قطری باشد، درایه‌های غیرواقع بر روی قطر اصلی، صفر هستند، پس داریم:

$$-2x + 4 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$7 + y = 0 \Rightarrow y = -7$$

۱۳۱- پاسخ: گزینه ۱

برای به دست آوردن ماتریس X کافی است طرفین معادله را از سمت چپ در A^{-1} ضرب کنیم:

$$AX = B \Rightarrow A^{-1}AX = A^{-1}B \Rightarrow X = A^{-1}B$$

حال A^{-1} را به دست می آوریم:

$$A^{-1} = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$X = A^{-1}B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 13 \\ -1 & -8 \end{bmatrix}$$

۱۳۲- پاسخ: گزینه ۴

با استفاده از دستور ساروس داریم:

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \\ -2 & 6 & 1 \end{vmatrix} = (2 \cdot 0 \cdot 1 + 10 + 24) - (0 - 2 + 60) = 25$$

۱۳۳- پاسخ: گزینه ۴

معادله دایره C را به صورت $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ در نظر می گیریم. برای به دست آوردن معادله وتر مشترک این دو دایره کافی است

$$x^2 + y^2 - 17 = x^2 + y^2 + ax + by + c \Rightarrow ax + by = -c - 17$$

مطابق فرض سؤال وتر مشترک دو دایره بر خط $2x - y = 3$ منطبق است، پس می توان نوشت:

$$\begin{cases} ax + by = -c - 17 \\ 2x - y = 3 \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{b}{-1} = \frac{-c - 17}{3} \Rightarrow \begin{cases} a = -2b \\ c = 3b - 17 \end{cases}$$

معادله دایره را بر حسب b می نویسیم:

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 + (-2b)x + by + 3b - 17 = 0$$

$$36 + 1 - 12b - b + 3b - 17 = 0 \Rightarrow 10b = 20 \Rightarrow b = 2$$

مطابق فرض سؤال نقطه $(-1, 6)$ روی دایره است:با توجه به مقدار $b = 2$ مقدار $a = -4$ و $c = -11$ به دست می آید و شعاع دایره به صورت زیر است:

$$R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2} = \frac{\sqrt{16 + 4 + 44}}{2} = \frac{\sqrt{64}}{2} = 4$$

۱۳۴- پاسخ: گزینه ۲

برای به دست آوردن مختصات کانون، ابتدا مختصات رأس سهمی را به دست می آوریم. برای این کار ابتدا معادله سهمی را استاندارد می کنیم:

$$2x^2 - 4x + 3y = 4 \Rightarrow 2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3y = 4 \Rightarrow 2(x - 1)^2 - 2 + 3y = 4 \Rightarrow 2(x - 1)^2 = -3(y - 2) \Rightarrow (x - 1)^2 = -\frac{3}{2}(y - 2)$$

سهمی قائم و روبه پایین باز می شود و مختصات رأس آن به صورت $S(1, 2)$ است. برای به دست آوردن مختصات کانون ابتدا مقدار P را به دست می آوریم:

$$4P = \frac{3}{2} \Rightarrow P = \frac{3}{8}$$

بنابراین مختصات کانون سهمی به صورت $F(1, 2 - \frac{3}{8}) = (1, \frac{13}{8})$ است.

۱۳۵- پاسخ: گزینه ۳

مقدار زاویه $\hat{ABO}$ را می خواهیم. برای این منظور داریم:

$$\tan(\hat{ABO}) = \frac{OA}{OB} = \frac{a}{b}$$

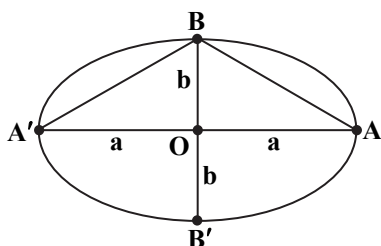
با توجه به اینکه خروج از مرکز برابر $\frac{\sqrt{2}}{3}$ است، داریم:

$$e = \sqrt{\frac{2}{3}} \Rightarrow \frac{c}{a} = \sqrt{\frac{2}{3}} \Rightarrow \frac{c^2}{a^2} = \frac{2}{3} \xrightarrow{c^2 = a^2 - b^2} \frac{a^2 - b^2}{a^2} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow 1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2 = \frac{2}{3} \Rightarrow \left(\frac{b}{a}\right)^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{a}{b} = \sqrt{3}$$

$$\frac{a}{b} = \sqrt{3} \Rightarrow \hat{ABO} = 60^\circ \Rightarrow \hat{ABA'} = 120^\circ$$

بنابراین:



۱۳۶- پاسخ: گزینه ۴

ابتدا بردار $\vec{a} \times \vec{b}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 3 & -1 \\ 4 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 3\vec{i} - 6\vec{j} - 12\vec{k}$$

برای به‌دست آوردن حجم متوازی‌السطوحی که با سه بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و $\vec{a} \times \vec{b}$ ساخته می‌شود، کافی است دترمینان ماتریسی که درایه‌های آن مؤلفه این سه بردار است را محاسبه کنیم:

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 4 & 0 & 1 \\ 3 & -6 & -12 \end{vmatrix} = (0 + 9 + 24) - (0 - 12 - 144) = 189$$

۱۳۷- پاسخ: گزینه ۴

مجموعه A دارای $2^9 = 512$ زیرمجموعه است، پس مجموعه A^2 دارای ۹ عضو است. از طرفی داریم:

$$n((B \cup A')') = n(B' \cap A) = n(A \cap B') = n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 9 - 3 = 6$$

پس این مجموعه $64 = 2^6$ زیرمجموعه دارد.

۱۳۸- پاسخ: گزینه ۱

اگر پیشامد شرکت امیر در مسابقه را A ، پیشامد شرکت بهروز در مسابقه را B بنامیم، مطابق صورت سؤال داریم:

$$P(A) = 0/6, P(B) = 0/3, P(A|B) = 0/5$$

با استفاده از اطلاعات سؤال داریم:

$$P(A|B) = 0/5 \Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = 0/5 \Rightarrow P(A \cap B) = 0/5 \times 0/3 \Rightarrow P(A \cap B) = 0/15$$

احتمال شرکت امیر به شرط شرکت نکردن بهروز به صورت $P(A|B')$ است و داریم:

$$P(A|B') = \frac{P(A \cap B')}{P(B')} = \frac{P(A - B)}{P(B')} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{1 - P(B)} = \frac{0/6 - 0/15}{1 - 0/3} = \frac{9}{14}$$

۱۳۹- پاسخ: گزینه ۲

راه حل اول:

با توجه به آنکه رنگ مهره اول خارج شده را نمی‌دانیم می‌توانیم کلاً مهره اول را در نظر بگیریم و احتمال خارج شدن مهره سفید از بین ۱۰ مهره برابر با $\frac{6}{10} = 0/6$ است.

راه حل دوم:

احتمال آنکه مهره دوم سفید باشد، برابر مجموع دو احتمال اینکه مهره اول سفید و مهره دوم سفید یا مهره اول سیاه و مهره دوم سفید است، داریم:

$$P(\text{دومی سفید}) = P(\text{اولی سفید و دومی سفید}) + P(\text{اولی سیاه و دومی سفید}) = \frac{6}{10} \times \frac{5}{9} + \frac{4}{10} \times \frac{6}{9} = \frac{30}{90} + \frac{24}{90} = \frac{54}{90} = \frac{6}{10} = 0/6$$

۱۴۰- پاسخ: گزینه ۴

ابتدا میانگین وزنی داده‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{10 \times 6 + 12 \times 9 + 14 \times 10 + 15 \times 12 + 16 \times 8 + 18 \times 5}{50} = \frac{706}{50} = 14/12$$

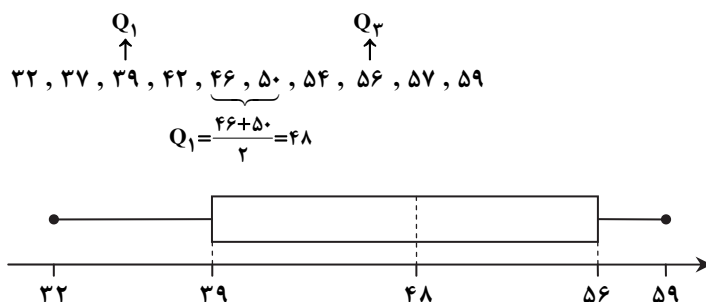
برای به‌دست آوردن میانه، ۵۰ داده داریم. میانه برابر میانگین دو داده ۲۵ام و ۲۶ام می‌شود. با توجه به جدول داده ۲۵ام عدد ۱۴ و داده ۲۶ام

عدد ۱۵ است، پس میانه برابر است با $14/5$ ، بنابراین اختلاف میانه و میانگین وزن دار برابر است با:

$$14/5 - 14/12 = 0/38$$

۱۴۱- پاسخ: گزینه ۲

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم و بعد از مشخص کردن چارک اول، دوم و سوم نمودار جعبه‌ای داده‌ها را رسم می‌کنیم:



داده‌های داخل جعبه عبارتند از: ۴۲, ۴۶, ۵۰, ۵۴. حال ابتدا انحراف معیار را به دست می‌آوریم:

$$\bar{x} = \frac{۳۲+۴۶+۵۰+۵۴}{۴} = ۴۸$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(۴۲-۴۸)^2 + (۴۶-۴۸)^2 + (۵۰-۴۸)^2 + (۵۴-۴۸)^2}{۴}} = \sqrt{\frac{۳۶+۴+۴+۳۶}{۴}} = \sqrt{\frac{۸۰}{۴}} = \sqrt{۲۰} = ۲\sqrt{۵}$$

بنابراین:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{۲\sqrt{۵}}{۴۸} = \frac{\sqrt{۵}}{۲۴} \approx ۰/۰۹$$

۱۴۲- پاسخ: گزینه ۱

حاصل عبارت خواسته شده را به دست می‌آوریم: ابتدا حاصل (۴۲۹, ۶۲۷) را محاسبه می‌کنیم:

$$(۶۲۷, ۴۲۹) = (۳ \times ۱۱ \times ۱۹, ۳ \times ۱۱ \times ۳۳) = ۳ \times ۱۱$$

حال حاصل کل عبارت را به دست می‌آوریم:

$$[۳۳, ۱۵۴] = [۳ \times ۱۱, ۲ \times ۷ \times ۱۱] = ۲ \times ۳ \times ۷ \times ۱۱ = ۴۶۲$$

۱۴۳- پاسخ: گزینه ۲

ابتدا می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \alpha | ۵n + ۴ \xrightarrow{\times ۱۱} \alpha | ۵۵n + ۴۴ \\ \alpha | ۱۱n + ۳ \xrightarrow{\times ۵} \alpha | ۵۵n + ۱۵ \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل}} \alpha | ۲۹ \xrightarrow{\alpha \neq 1} \alpha = ۲۹$$

حال مقدار α را جای گذاری می‌کنیم:

$$۲۹ | ۵n + ۴ \Rightarrow ۵n + ۴ \equiv ۰ \pmod{۲۹} \Rightarrow ۵n \equiv -۴ \pmod{۲۹} \Rightarrow ۵n \equiv ۲۵ \pmod{۲۹} \Rightarrow n \equiv ۵ \pmod{۲۹} \Rightarrow n = ۲۹k + ۵ \quad (k \in \mathbb{Z})$$

بنابراین اعداد دو رقمی که جای n می‌توان گذاشت، عبارتند از:

$$k=1 \Rightarrow n=34$$

$$k=2 \Rightarrow n=63$$

$$k=3 \Rightarrow n=92$$

۱۴۴- پاسخ: گزینه ۴

معادله سیاله داده شده را حل می‌کنیم:

$$9x + 13y = 725 \Rightarrow 13y \equiv 725 \pmod{9} \Rightarrow 4y \equiv 5 \pmod{9} \Rightarrow y \equiv -1 \pmod{9} \Rightarrow y = 9k - 1 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

با جای گذاری در معادله داریم:

$$9x + 13(9k - 1) = 725 \Rightarrow 9x = -117k + 738 \Rightarrow x = -13k + 82 \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \Rightarrow -13k + 82 > 0 \Rightarrow k < \frac{82}{13} \\ y > 0 \Rightarrow 9k - 1 > 0 \Rightarrow k > \frac{1}{9} \end{cases} \Rightarrow 1 \leq k \leq 6$$

بنابراین این معادله به ازای ۶ مقدار k , ۶ دسته جواب طبیعی دارد.

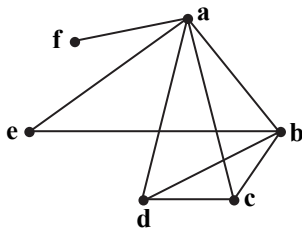
۱۴۵- پاسخ: گزینه ۱

$$5^3 \equiv 125 \equiv 2 \pmod{41} \xrightarrow{\text{طرفین به توان ۳}} 5^9 \equiv 8 \pmod{41} \xrightarrow{\text{ضرب طرفین در ۵}} 5^{10} \equiv 40 \equiv -1 \pmod{41} \xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲}} 5^{20} \equiv 1 \pmod{41}$$

۱۴۶- پاسخ: گزینه ۳

ابتدا گراف را رسم می کنیم:

دورهایی به طول ۳ در این گراف عبارتند از:



abe , abd , abc , bcd , acd

۱۴۷- پاسخ: گزینه ۲

با توجه به صورت سؤال باید معادله زیر را حل کنیم:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 15$$

$$x_i \geq 2$$

با این شرط داریم:

$$x_1 - 2 = y_1 \Rightarrow x_1 = y_1 + 2$$

$$x_2 - 2 = y_2 \Rightarrow x_2 = y_2 + 2$$

$$x_3 - 2 = y_3 \Rightarrow x_3 = y_3 + 2$$

$$x_4 - 2 = y_4 \Rightarrow x_4 = y_4 + 2$$

با جای گذاری در معادله داریم:

$$y_1 + 2 + y_2 + 2 + y_3 + 2 + y_4 + 2 = 15 \Rightarrow y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 7$$

بنابراین تعداد جواب های نامنفی و صحیح این معادله برابر است با:

$$\binom{7+4-1}{4-1} = \binom{10}{3} = 120$$

۱۴۸- پاسخ: گزینه ۱

چهار حالت زیر را می توان در نظر گرفت:

$$\begin{cases} (1) & ۰, ۵, ۲ \text{ ارقام} = ۴ \text{ عدد} \\ (2) & ۵, ۵, ۲ \text{ ارقام} = ۳ \text{ عدد} \\ (3) & ۵, ۲, ۲ \text{ ارقام} = ۳ \text{ عدد} \\ (4) & ۰, ۵, ۲ \text{ به جز} = ۵ \text{ و یک رقم} = ۷ \times ۳ \times ۲ = ۴۲ \end{cases} \Rightarrow ۴ + ۳ + ۳ + ۴۲ = ۵۲$$

راه حل دوم:

با استفاده از اصل متمم تعداد کل اعداد سه رقمی عبارتند از:

$$9 \times 10 \times 10 = 900$$

تعداد اعدادی که عدد ۵ را ندارند، برابر است با:

$$8 \times 9 \times 9 = 648$$

تعداد اعدادی که عدد ۲ را ندارند، برابر است با:

$$8 \times 9 \times 9 = 648$$

تعداد اعدادی که ارقام ۵ و ۲ را ندارند برابر است با:

$$7 \times 8 \times 8 = 448$$

بنابراین تعداد اعداد سه رقمی که حداقل یک ۲ و یک ۵ دارند، برابر است با:

$$900 - (648 + 648 - 448) = 52$$

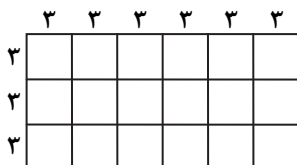
۱۴۹- پاسخ: گزینه ۳

کافی است مستطیل را به ۱۸ مربع به طول ضلع ۳ تقسیم کنیم. طبق اصل لانه کبوتری اگر ۱۹ نقطه

داخل مستطیل انتخاب کنیم، حداقل دو نقطه از میان آن ها داخل یک مربع قرار می گیرند که فاصله

آن ها از طول قطر مربع کمتر است.

طول قطر مربع برابر است با:



$$d^2 = 3^2 + 3^2 \Rightarrow d^2 = 18 \Rightarrow d = 3\sqrt{2}$$

۱۵۰- پاسخ: گزینه ۴

ابتدا دامنه تابع f را به دست می آوریم:

$$\begin{aligned} q - x^r \geq 0 &\Rightarrow x^r \leq q \Rightarrow -r \leq x \leq r \Rightarrow D_f = [-r, r] - \{1\} \\ x - 1 \neq 0 &\Rightarrow x \neq 1 \end{aligned}$$

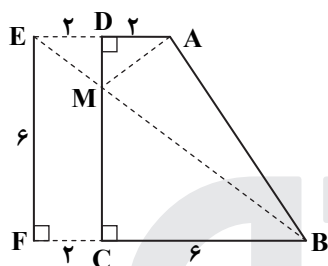
برای اینکه بازه $(k-2, 3k+2)$ زیرمجموعه‌ای از این دامنه باشد دو حالت زیر را داریم:

$$(k - \tau, \tau k + \tau) \subseteq [-\tau, 1) \Rightarrow \begin{cases} k - \tau \geq -\tau \Rightarrow k \geq -1 \\ \tau k + \tau \leq 1 \Rightarrow k < -\frac{1}{\tau} \Rightarrow k \in [-1, -\frac{1}{\tau}) \end{cases}$$

$$(k-r, r k+r) \subseteq (1, r] \Rightarrow \begin{cases} k-r \geq 1 \Rightarrow k \geq r \\ r k+r \leq r \Rightarrow k \leq \frac{1}{r} \end{cases} \quad *$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

۱۵۱- پاسخ: گزینه ۱



با توجه به شکل روبه‌رو، AD را به اندازهٔ خودش امتداد می‌دهیم و مستطیل CFED را تشکیل می‌دهیم. کوتاه‌ترین مقدار $AM + BM$ برابر طول BE است. در مثلث قائم‌الزاویهٔ EBF داریم:

$$\mathbf{FB}^{\intercal} = \mathbf{E}\mathbf{F}^{\intercal} + \mathbf{F}\mathbf{B}^{\intercal} \Rightarrow \mathbf{FB}^{\intercal} = \mathfrak{z}\mathfrak{e} + \mathfrak{e}\mathfrak{f} \Rightarrow \mathbf{FB}^{\intercal} = \mathbf{1} \cdot \cdot \Rightarrow \mathbf{FB} = \mathbf{1}.$$

۱۵۲- پاسخ: گزینه ۲

ابتدا عبارت را ساده می‌کنیم. با توجه به قانون دمورگان داریم:

با توجه به هم‌ارزی $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$ می‌توان نوشت:

$$(\sim p \vee \sim q) \Rightarrow (p \wedge r) \equiv \sim (p \wedge q) \Rightarrow (p \wedge r)$$

$$\sim(p \wedge q) \Rightarrow (p \wedge r) \equiv \sim(\sim(p \wedge q) \vee (p \wedge r)) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \equiv p \wedge (q \vee r)$$

۱۵۳- پاسخ: گزینه ۱

تک تک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم.

درست است $x^2 + 2 > 2x \Rightarrow x^2 - 2x + 2 > 0 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 + 1 > 0 \Rightarrow (x-1)^2 + 1 > 0$ $x^2 + 2 > 2x$: گزیده ۱

ریشه حقیقی ندارد، این سور نادرست است $\frac{x-1}{x} = x \Rightarrow x-1 = x^2 \Rightarrow x^2 - x + 1 = 0$ * گزینۀ ۲

گزینہ ۳: $\left| x + \frac{1}{x} \right| < 2 \Rightarrow -2 < x + \frac{1}{x} < 2$ ✖

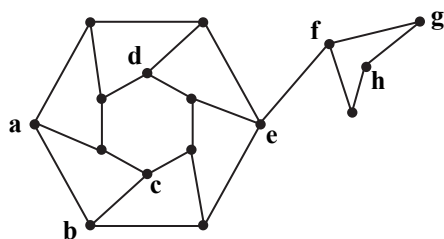
با توجه به اینکه می‌دانیم $x + \frac{1}{x} \geq 2$ یا $x + \frac{1}{x} \leq -2$ این سور نیز نادرست است.

$$\text{گزینه ۴: } \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \frac{(x - 2)(x + 2)}{x - 2} = x + 2 \quad \times$$

به‌ازای $x = 2$ این رابطه برقرار نیست و این سور نیز نادرست است.

بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.

۱۵۴- پاسخ: گزینه ۳



با توجه به شکل، رأس n و رأس p توسط هیچ کدام از رئوس احاطه نمی‌شود،

بنابراین گزینه‌های ۱، ۲ و ۴ نادرست هستند و گزینه ۳ پاسخ است.

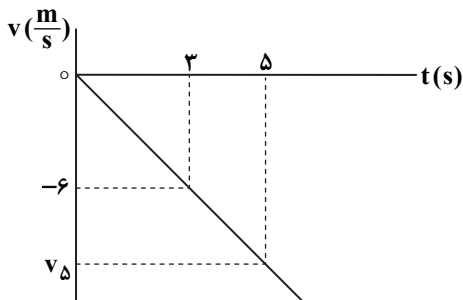
۱۵۵- پاسخ: گزینه ۳

تعداد روش‌ها برای برنامه‌ریزی گفته‌شده در این سؤال کافی است تعداد مربع‌های لاتین 3×3 را به‌دست آوریم. برای این منظور سطر اول را به $3!$ حالت می‌توان نوشت. با توجه به سطر اول، سطر دوم را می‌توان به $2!$ حالت نوشت و سطر سوم را با توجه به سطر اول و دوم، به‌صورت یکتا انتخاب می‌شود، بنابراین تعداد این مربع‌های لاتین برابر با $3! \times 2! \times 1 = 12$ است.

فیزیک

۱۵۶- پاسخ: گزینه ۳

با توجه به اینکه علامت v تغییر نکرده، معلوم می‌شود که متحرک تغییر جهت نداده و جابه‌جایی متحرک با مسافت طی شده آن برابر است:



$$\frac{v_5}{5} = \frac{6}{3} = 2 \Rightarrow v_5 = 10 \frac{m}{s}$$

$$\Delta x = \text{مساحت زیر نمودار} = \frac{5 \times 10}{2} = 25 \text{ m}$$

۱۵۷- پاسخ: گزینه ۱

$$\left. \begin{aligned} x &= 2t^2 + 4t - 8 \\ x &= \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \frac{m}{s^2} \\ v_0 = 4 \frac{m}{s} \\ x_0 = 8 \text{ m} \end{cases}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 4t + 4 = 0 \Rightarrow t = -1 \text{ s} \quad \text{غقق}$$

این به این معناست که در بازه $t_1 = 0$ تا $t_2 = 2 \text{ s}$ سرعت متحرک به صفر نرسیده و علامت سرعت تغییر نکرده و متحرک تغییر جهت نمی‌دهد؛ بنابراین مسافت طی شده و جابه‌جایی با هم برابرند.

۱۵۸- پاسخ: گزینه ۴

متحرک A، $\frac{3}{5}$ ثانیه سقوط کرده و متحرک B، ۲ ثانیه سقوط کرده است.

$$\Delta x_A = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times \left(\frac{3}{5}\right)^2 = 61/25 \text{ m}$$

$$\Delta x_B = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 2^2 = 20 \text{ m}$$

$$\Delta x_A - \Delta x_B = 61/25 - 20 = 41/25 \text{ m}$$

جهت مثبت محور را رو به پایین در نظر گرفتیم.

۱۵۹- پاسخ: گزینه ۲

سرعت در لحظه $t = 6 \text{ s}$ برابر صفر است.

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = a \times 6 + v_0 \Rightarrow v_0 = -6a$$

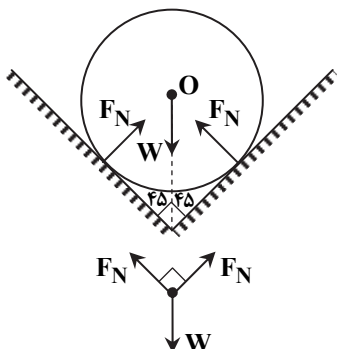
$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow -18 = \frac{1}{2}a \times 6^2 + v_0 \times 6 \Rightarrow 3a + v_0 = -3 \Rightarrow 3a - 6a = -3 \Rightarrow a = 1 \frac{m}{s}$$

۱۶۰- پاسخ: گزینه ۱

$$\left. \begin{aligned} F_{\text{net}} &= ma \\ F_{\text{net}} &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = 0 \Rightarrow \text{سرعت جسم ثابت می‌ماند}$$

۱۶۱- پاسخ: گزینه ۳

با توجه به تقارن مسئله، نیرویی که هریک از دیواره‌های ناوه به توپ وارد می‌کند با هم برابرند و برابری آنها برابر $F_N \sqrt{2}$ است.



$$F_N \sqrt{2} = W = mg = 50 \text{ N} \Rightarrow F_N = \frac{50}{\sqrt{2}} = 25\sqrt{2} \text{ N}$$

۱۶۲- پاسخ: گزینه ۲

نیروی مرکزگرای اتومبیل برابر نیروی اصطکاک است.

$$\left. \begin{aligned} F_{\text{مرکزگرا}} &= f_s \\ f_s &= F_N \mu_s = mg \mu_s \end{aligned} \right\} \Rightarrow F_{\text{مرکزگرا}} = 1200 \times 10 \times 0.5 = 6000 \text{ N}$$

۱۶۳- پاسخ: گزینه ۳

$$\left. \begin{aligned} N &= m(g + 2) \\ N' &= m(g - 2) \end{aligned} \right\} \Rightarrow N - N' = 4m = 20 \text{ N}$$

۱۶۴- پاسخ: گزینه ۱

$$f_{s, \max} = F_N \mu_s = (mg + F') \mu_s = 50 \times 0.5 = 25 \text{ N}$$

با توجه به اینکه نیروی افقی وارد بر جسم کمتر از نیروی اصطکاک آستانه حرکت است، بنابراین جسم حرکت نمی‌کند؛ در نتیجه تغییر تکانه آن صفر است.

۱۶۵- پاسخ: گزینه ۲

وقتی جسمی به جرم m از ارتفاع h رها می‌شود، تندی آن در سطح زمین برابر است با:

$$E_A = E_B \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

با توجه به رابطه فوق مشخص می‌شود که تندی جسم به جرم جسم و مسیر حرکت بستگی ندارد، بنابراین هر سه گلوله با تندی یکسان به زمین می‌رسند، اما چون جرم گلوله ۲ با بقیه متفاوت است، تکانه و انرژی جنبشی آن با بقیه متفاوت خواهد بود.

۱۶۶- پاسخ: گزینه ۴

تنها نیروی وارد بر جسم وزن آن است؛ بنابراین کار کل انجام شده روی جسم برابر کار نیروی وزن است.

$$W_t = W_{\text{وزن}} = mgd \Rightarrow 70 = 0.2 \times 10 \times d \Rightarrow d = 35 \text{ m}$$

پس این متحرک در یک ثانیه آخر ۳۵ متر جابه‌جا شده است و در نتیجه اگر کل مسیر یعنی h متر در t ثانیه طی شده باشد، $h - 35$ متر را در $t - 1$ ثانیه طی کرده است.

$$\begin{cases} h = \frac{1}{2}gt^2 \\ h - 35 = \frac{1}{2}g(t-1)^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2}gt^2 - 35 = \frac{1}{2}g(t-1)^2 \Rightarrow 5t^2 - 35 = 5t^2 - 10t + 5$$

$$\Rightarrow t = 4 \text{ s} \Rightarrow h = \frac{1}{2} \times 10 \times 4^2 = 80 \text{ m}$$

۱۶۷- پاسخ: گزینه ۲

$$W_t = W_F + W_f = \Delta K \Rightarrow Fd \cos 37^\circ + f_k d \cos 180^\circ = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

$$\Rightarrow 40 \times 1/6 \times 0.8 + f_k \times 1/6 \times (-1) = \frac{1}{2} \times 4 \times 16 - 0 \Rightarrow 51/2 - 1/6 f_k = 32 \Rightarrow f_k = 12 \text{ N}$$

۱۶۸- پاسخ: گزینه ۲

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{160}{400} = 0.4 \text{ m} = 40 \text{ cm}$$

$$\text{فاصله بین دو گره متوالی} = \frac{\lambda}{2} = \frac{40}{2} = 20 \text{ cm}$$

۱۶۹- پاسخ: گزینه ۳

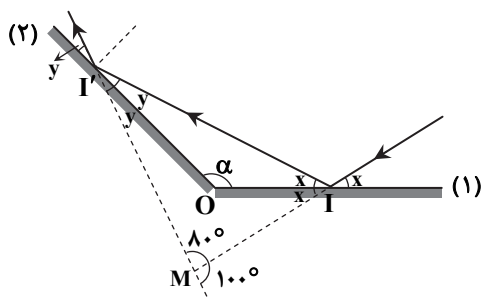
طبق قانون عمومی بازتاب، زاویه‌های تابش و بازتاب از یک آینه یکسان است؛ بنابراین زوایای مساوی با هم مطابق شکل روبه‌رو است.

در مثلث MII' مجموع زاویه‌های داخلی 180° است.

$$2x + 2y + 80^\circ = 180^\circ \Rightarrow x + y = 50^\circ$$

در مثلث OII' نیز داریم:

$$x + y + \alpha = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$



۱۷۰- پاسخ: گزینه ۴

سرعت انتشار موج به ویژگی‌های محیط بستگی دارد؛ بنابراین سرعت هر دو موج یکسان است و در مورد دوره تناوب هر موج می‌توان گفت:

$$\frac{\lambda_B}{\tau} = \lambda_A \xrightarrow{\lambda = vT} \frac{T_B}{\tau} = T_A \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \frac{1}{\tau}$$

۱۷۱- پاسخ: گزینه ۴

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{0.008}{1} = 0.008 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{320}{0.008}} = \sqrt{4 \times 10^4} = 200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 200 = \frac{1}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{200} = 0.005 \text{ s}$$

۱۷۲- پاسخ: گزینه ۱

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2 \times 2 \sqrt{\frac{0.4}{360}} = 2 \times 2 \times \frac{1}{30} = 0.26 \text{ s}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.2} = 5 \text{ Hz}$$

۱۷۳- پاسخ: گزینه ۳

$$E = 2\pi^2 f^2 A^2 m \Rightarrow 40 = 2 \times 10 \times f^2 \times (8 \times 10^{-2})^2 \times 0.5 \Rightarrow 40 = 64 \times 10^{-3} f^2 \Rightarrow f^2 = \frac{10^4}{16} \Rightarrow f = \frac{100}{4} = 25 \text{ Hz}$$

۱۷۴- پاسخ: گزینه ۳

برای تولید بزرگ‌ترین طول موج در هر رشته باید از یک تراز بالاتر به تراز پایین‌تر گذار انجام شود و در رشته بالمر باید از تراز ۳ به تراز ۲ گذار انجام شود.

$$hf = E_U - E_L \Rightarrow \frac{hc}{\lambda} = \frac{-E_R}{3^2} - \left(-\frac{E_R}{2^2}\right) = E_R \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9}\right) \Rightarrow \frac{1240}{\lambda} = 13.6 \times \frac{5}{36} \Rightarrow \lambda = 656 \text{ nm}$$

۱۷۵- پاسخ: گزینه ۱

$$K_{\max} = hf - W_0 = \frac{hc}{\lambda} - W_0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1200}{200} - 3 = 3 \\ \frac{1}{2}mv'^2 = \frac{1200}{300} - 3 = 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{v'^2}{v^2} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

۱۷۶- پاسخ: گزینه ۲



$$\begin{cases} 207 = 197 + 4N + 2 \Rightarrow 10 = 4N + 2 \Rightarrow N = 2 \\ 82 = 79 + 2N - M \Rightarrow 3 = 2N - M \Rightarrow M = 1 \end{cases}$$

۱۷۷- پاسخ: گزینه ۲

جرم باقیمانده: $m = m_0 - 0.75m_0 = 0.25m_0$

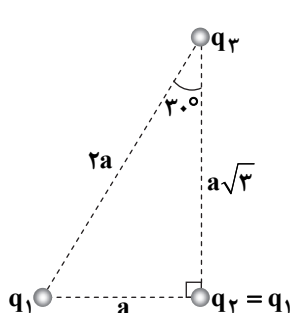
$$m = \frac{m_0}{\gamma} \Rightarrow 0.25m_0 = \frac{m_0}{\gamma} \Rightarrow \gamma = 4 \Rightarrow \frac{t}{\Delta} = 4 \Rightarrow t = 2 \Rightarrow t = 16 \text{ روز}$$

۱۷۸- پاسخ: گزینه ۱

با توجه به اینکه وجود این کره در خطوط میدان تأثیر گذاشته است؛ بنابراین مشخص می‌شود که این کره رسانا بوده و در آن بار الکتریکی القا شده است.

از طرفی پس از برقراری تعادل الکتروستاتیکی، پتانسیل همه نقاط درون رسانا یکسان خواهد بود.

۱۷۹- پاسخ: گزینه ۱



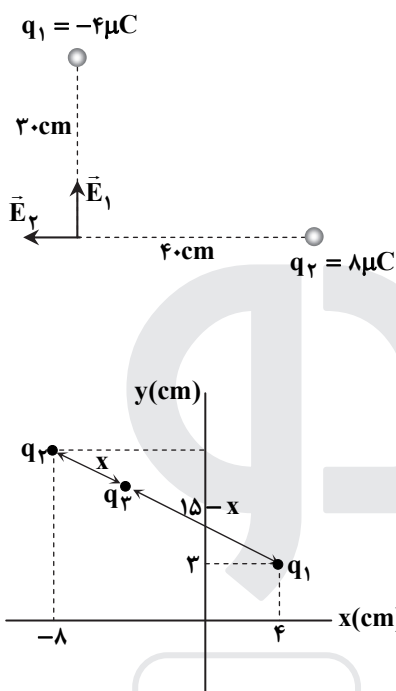
$$F_1 = k \frac{q_1 q_2}{a^2} = k \frac{q_1^2}{a^2}$$

$$F_2 = k \frac{q_1 q_2}{3a^2}$$

$$F_2 = F_1 \Rightarrow \frac{q_1 q_2}{3a^2} = \frac{q_1^2}{a^2} \Rightarrow q_2 = 3q_1$$

$$F_2 = k \frac{q_1 q_2}{(ra)^2} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{k \frac{q_1 q_2}{ra^2}}{k \frac{q_1^2}{a^2}} = \frac{q_2}{q_1} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

۱۸۰- پاسخ: گزینه ۴



$$E = k \frac{|q|}{r^2}$$

$$E_1 = 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 10^{-6}}{3^2} = 4 \times 10^5 \frac{N}{C} \Rightarrow \vec{E}_1 = (4 \times 10^5 \frac{N}{C}) \vec{j}$$

$$E_2 = 9 \times 10^9 \times \frac{8 \times 10^{-6}}{4^2} = 4.5 \times 10^5 \frac{N}{C} \Rightarrow \vec{E}_2 = (-4.5 \times 10^5 \frac{N}{C}) \vec{i}$$

$$\vec{E}_T = \vec{E}_2 + \vec{E}_1 = (-4.5 \times 10^5 \frac{N}{C}) \vec{i} + (4 \times 10^5 \frac{N}{C}) \vec{j}$$

۱۸۱- پاسخ: گزینه ۳

$$q_2 \text{ تا } q_1 \text{ فاصله} = \sqrt{(-8-4)^2 + (12-3)^2} = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15 \text{ cm}$$

$$q_2 \text{ بر } q_1 \text{ نیروی دافعه وارد می‌کند} \Rightarrow F_{21} = F_{12} \Rightarrow k \frac{|q_2 q_1|}{x^2} = k \frac{|q_1 q_2|}{(15-x)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{x^2} = \frac{12}{(15-x)^2} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{2}{15-x} \Rightarrow 15-x = 2x \Rightarrow x = 5 \text{ cm}$$

$$q_1 \text{ بر } q_2 \text{ نیروی دافعه وارد می‌کند} \Rightarrow F_{12} = F_{21} \Rightarrow k \frac{|q_1 q_2|}{10^2} = k \frac{|q_2 q_1|}{15^2}$$

$$\Rightarrow \frac{|q_2|}{10^2} = \frac{3}{15^2} \Rightarrow |q_2| = \frac{4}{3} \mu C$$

چون نیروی q_2 به q_1 دافعه است، برای اینکه برآیند نیروهای وارد بر q_1 صفر شود، لازم است که نیروی q_3 به q_1 جاذبه باشد؛ بنابراین $q_3 < 0$ است.

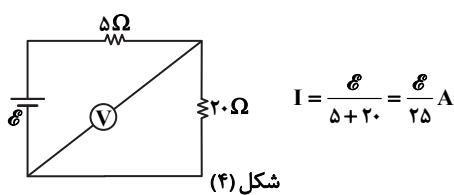
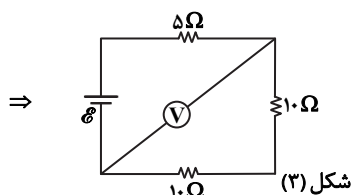
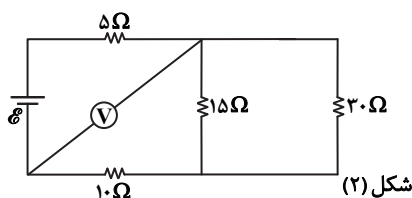
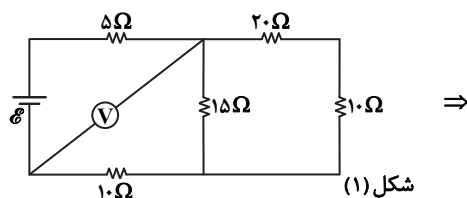
$$q_3 = -\frac{4}{3} \mu C$$

۱۸۲- پاسخ: گزینه ۳

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow C_2 - C_1 = \epsilon_0 \frac{A}{d_2} - \epsilon_0 \frac{A}{d_1} = \epsilon_0 A \left(\frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1} \right) \Rightarrow C_2 - C_1 = 9 \times 10^{-12} \times 40 \times 10^{-4} \times \left(\frac{1}{1 \times 10^{-3}} - \frac{1}{5 \times 10^{-3}} \right)$$

$$= 28 / 8 \times 10^{-12} F = 28 / 8 pF$$

۱۸۳- پاسخ: گزینه ۴



$$V = RI = 20I \Rightarrow 6 = 20 \times \frac{E}{25} \Rightarrow E = \frac{6 \times 25}{20} = 7.5 V$$

۱۸۴- پاسخ: گزینه ۱

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_1} + \frac{\mathcal{E}}{R_2} = \frac{20}{100 \times 10^{-3}} + \frac{20}{2 \times 10^{-6}} = 0.2 \times 10^{-3} + 0.01 \times 10^{-3} = 0.21 \times 10^{-3} \text{ A} = 0.21 \text{ mA}$$

۱۸۵- پاسخ: گزینه ۲

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow R = \frac{V^2}{P} = \frac{220^2}{100} \Omega$$

$$P' = \frac{V'^2}{R} = \frac{220^2}{\frac{220^2}{100}} = \frac{220^2 \times 100}{220^2} = \frac{10000}{11 \times 11} \text{ W}$$

$$W = P' \Delta t = \frac{10000}{11 \times 11} \times 11 = \frac{10000}{11} \text{ Wh} = \frac{10}{11} \text{ kWh}$$

۱۸۶- پاسخ: گزینه ۴

جهت نیروی مغناطیسی طبق قاعده دست راست درون سو است.

$$F = |q| v B \sin \theta \Rightarrow F = 25 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^5 \times (10^4 \times 10^{-4}) \times 0.8 = 4 \text{ N}$$

۱۸۷- پاسخ: گزینه ۴

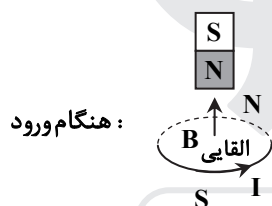
$$F = ILB \sin \theta \Rightarrow B = \frac{F}{IL \sin \theta} \Rightarrow T = \frac{N}{A \times m}$$

۱۸۸- پاسخ: گزینه ۲

انرژی القاگر از رابطه $U = \frac{1}{2} LI^2$ به دست می آید. اگر I کاهش یابد، انرژی ذخیره شده در آن کاهش می یابد؛ در نتیجه انرژی از آن خارج شده است.

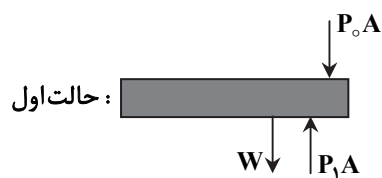
۱۸۹- پاسخ: گزینه ۳

هنگام ورود چون آهن ربا به حلقه نزدیک می شود، جریان در جهتی القا می شود که با نزدیک شدن آهن ربا مخالفت کند؛ بنابراین خود حلقه تبدیل به آهن ربایی می شود که قسمت بالای آن N و قسمت پایین آن S است؛ در نتیجه جریان القایی در حلقه پادساعتگرد است.

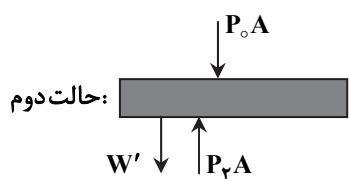


هنگام خروج که آهن ربا از حلقه دور می شود، جریان در جهتی القا می شود که با دور شدن آهن ربا مخالفت کند؛ بنابراین خود حلقه تبدیل به آهن ربایی می شود که قسمت بالای آن S و قسمت پایین آن N است؛ در نتیجه جریان القایی در حلقه ساعتگرد است.

۱۹۰- پاسخ: گزینه ۲



$$P_1 A = P_o A + W \Rightarrow P_1 \times 10^{-3} = 0.84 \times 10^5 \times 10^{-3} + 36 \Rightarrow P_1 = 120 \times 10^3 \text{ Pa}$$

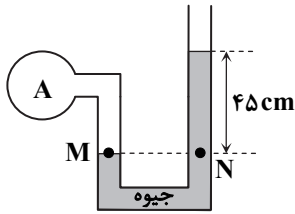


$$P_2 A = P_o A + W' \Rightarrow P_2 \times 10^{-3} = 0.84 \times 10^5 \times 10^{-3} + 60 \Rightarrow P_2 = 144 \times 10^3 \text{ Pa}$$

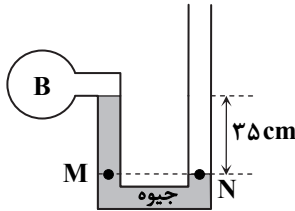
$$\left. \begin{aligned} \frac{P_1 V_1}{T_1} &= \frac{P_2 V_2}{T_2} \\ V_1 &= V_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{120 \times 10^3}{273 + \gamma} = \frac{144 \times 10^3}{T_2} \Rightarrow T_2 = 336 \text{ K}$$

$$\Delta T = 336 - 280 = 56 \text{ K}$$

۱۹۱- پاسخ: گزینه ۴



$$P_M = P_N \Rightarrow P_A = 45 + P_0 = 45 + 75 = 120 \text{ cmHg}$$



$$P_M = P_N \Rightarrow P_B + 35 = P_0 \Rightarrow P_B = P_0 - 35 = 75 - 35 = 40 \text{ cmHg}$$

$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{120}{40} = 3$$

۱۹۲- پاسخ: گزینه ۳

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow V_1 = \frac{4}{3} \times 3 \times 1^3 = 4 \text{ cm}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho_1 = \frac{44 \times 10^{-3}}{4 \times 10^{-6}} = 11000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\rho_2 = \rho_1(1 - \beta \Delta\theta) \Rightarrow \rho_2 - \rho_1 = -\rho_1 \beta \Delta\theta \xrightarrow{\beta = 3\alpha} \rho_2 - \rho_1 = -\rho_1 \times 3\alpha \times \Delta\theta$$

$$\Rightarrow \rho_2 - \rho_1 = -11000 \times 3 \times 3 \times 10^{-5} \times 100 = -99 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

چگالی گلوله $99 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ کاهش می‌یابد.

۱۹۳- پاسخ: گزینه ۴

$$Q_1 = mc \Delta\theta = 0 / 2 \times 2100 \times 10 = 4200 \text{ J} \quad \text{گرماي لازم براي رسيدن يخ } 10^\circ\text{C} \text{ به يخ } 0^\circ\text{C}$$

$$Q_1 = P \Delta t_1 \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{4200}{210} = 20 \text{ s}$$

$$Q_2 = mL_F = 0 / 2 \times 336000 = 67200 \text{ J} \quad \text{گرماي لازم براي ذوب يخ}$$

$$Q_2 = P \Delta t_2 \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{67200}{210} = 320 \text{ s} \Rightarrow \text{لحظه ذوب} = 320 + 20 = 340 \text{ s}$$

$$Q_3 = mc \Delta\theta = 0 / 2 \times 4200 \times 10 = 8400 \text{ J} \quad \text{گرماي لازم براي رسيدن آب صفر درجه به آب } 10^\circ\text{C}$$

$$Q_3 = P \Delta t_3 \Rightarrow \Delta t_3 = \frac{8400}{210} = 40 \text{ s} \Rightarrow \text{لحظه رسيدن به دماي } 10^\circ\text{C} = 340 + 40 = 380 \text{ s}$$

۱۹۴- پاسخ: گزینه ۲

در انبساط هم‌دما در حالی که گاز گرما می‌گیرد ولی دمای گاز ثابت است؛ بنابراین گزینه ۲ درست و گزینه ۱ نادرست است.

و چون ممکن است دما ثابت باشد؛ پس انرژی درونی نیز می‌تواند ثابت باشد، پس گزینه ۳ نیز نادرست است.

با دریافت گرما در فرایند هم‌حجم، دما زیاد می‌شود ولی گاز روی محیط کاری انجام نمی‌دهد؛ بنابراین گزینه ۴ نیز نادرست است.

۱۹۵- پاسخ: گزینه ۳

$$Q_L = mc \Delta\theta + mL_F + mc \Delta\theta = 2 \times 4200 \times 20 + 2 \times 336000 + 2 \times 2100 \times 10 = 168000 + 672000 + 42000 = 882000 \text{ J}$$

$$K = \frac{Q_L}{W} \Rightarrow K = \frac{882000}{W} \Rightarrow W = \frac{882000}{4} = 220500 \text{ J}$$

$$W = P \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{W}{P} = \frac{220500}{250} = 882 \text{ s}$$

۱۹۶- پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{P_c V_c}{T_c} = nR \Rightarrow \frac{2 \times 10^5 \times 4 / 5 \times 10^{-3}}{\frac{9}{5} T_1} = nR \Rightarrow nRT_1 = 500 \text{ J}$$

$$T_b = T_c \Rightarrow U_b = U_c \Rightarrow \Delta U_{abc} = U_c - U_a = U_b - U_a = nC_V \Delta T = n \times \frac{3}{2} R \left(\frac{9}{5} T_1 - T_1 \right) = \frac{3}{2} \times \frac{4}{5} nRT_1 = \frac{6}{5} \times 500 = 600 \text{ J}$$

۱۹۷- پاسخ: گزینه ۱

می‌توان مجموعه را یک گاز آرمانی در نظر گرفت:

$$\frac{PV}{T} = nR \Rightarrow \frac{2 \times 10^5 \times 40 \times 10^{-3}}{400} = n \times 8 \Rightarrow n = 2/5$$

$$n_{\text{He}} + n_{\text{H}_2} = 2/5 \Rightarrow \frac{m_{\text{He}}}{M_{\text{He}}} + \frac{m_{\text{H}_2}}{M_{\text{H}_2}} = 2/5 \Rightarrow \frac{m_{\text{He}}}{4} + \frac{m_{\text{H}_2}}{2} = 2/5 \Rightarrow m_{\text{He}} + 2m_{\text{H}_2} = 10$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m_{\text{He}} + 2m_{\text{H}_2} = 10 \\ m_{\text{He}} + m_{\text{H}_2} = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m_{\text{He}} = 6\text{g} \\ m_{\text{H}_2} = 2\text{g} \end{cases} \Rightarrow \frac{m_{\text{H}_2}}{m_{\text{He}}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

۱۹۸- پاسخ: گزینه ۱

در خط‌کش (الف) کمترین درجه برابر ۱ سانتی‌متر است؛ بنابراین دقت آن ۱cm است. خطای اندازه‌گیری نصف دقت اندازه‌گیری است؛ یعنی خطای اندازه‌گیری خط‌کش (الف) برابر $\pm 0.5\text{cm}$ است.

در خط‌کش (ب) کمترین درجه ۰/۱ سانتی‌متر (۱ میلی‌متر) است پس دقت آن برابر ۱mm است و خطای اندازه‌گیری آن برابر $\pm 0.5\text{mm}$ است.

۱۹۹- پاسخ: گزینه ۳

$$200\text{ قیراط} = 200 \times \frac{200\text{mg}}{1\text{ قیراط}} \times \frac{1\text{g}}{1000\text{mg}} = 40\text{g}$$

۲۰۰- پاسخ: گزینه ۱

شیمی

۲۰۱- پاسخ: گزینه ۳

با توجه به طیف نشری خطی این عنصرها که در فصل اول شیمی دهم آمده است، شمار خطوط در طیف نشری خطی نئون از بقیه عنصرهای داده‌شده بیشتر است.

H	Li	He	Ne	عنصر
۴	۴	۹	۲۲	شمار خط‌ها در طیف نشری خطی در ناحیه مرئی

۲۰۲- پاسخ: گزینه ۱

عبارت‌های «الف» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(ب) ترتیب پرشدن زیرلایه‌ها به $(n+1)$ بستگی دارد.

(پ) در دوره سوم ۸ عنصر وجود دارد که در میان آن‌ها دو عنصر کلر (Cl) و آرگون (Ar) گازند.

۲۰۳- پاسخ: گزینه ۴

راه حل اول:

در شکل داده‌شده، ۳۰ دایره وجود دارد؛ بنابراین: $F_1 + F_2 = 30$

$$F_1 = 30 - F_2$$

$$\overline{M} = \frac{M_1 F_1 + M_2 F_2}{F_1 + F_2} \Rightarrow 26/7 = \frac{24(30 - F_2) + 27F_2}{30} \Rightarrow 26/7 = \frac{8(30 - F_2) + 9F_2}{10} \Rightarrow 267 = 240 - 8F_2 + 9F_2$$

$$\Rightarrow F_2 = 267 - 240 = 27$$

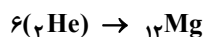
راه حل دوم:

$$\overline{M} = M_1 + (M_2 - M_1) \frac{F_2}{100} \Rightarrow 26/7 = 24 + 3 \times \frac{F_2}{100} \Rightarrow F_2 = 90$$

$$\frac{90}{100} = \frac{x}{30} \Rightarrow x = 27$$

۲۰۴- پاسخ: گزینه ۲

با توجه به اینکه عدد اتمی هلیوم برابر با ۲ و عدد اتمی منیزیم برابر با ۱۲ است، از به هم پیوستن ۶ اتم هلیوم، یک اتم منیزیم به‌دست می‌آید.



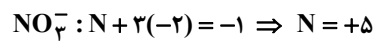
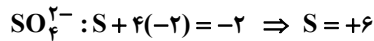
۲۰۵- پاسخ: گزینه ۴

وجود ترکیب‌های عنصرهای واسطه در سنگ‌ها یا شیشه، می‌تواند سبب ایجاد رنگ شود. در بین عنصرهای داده‌شده، فقط X (فلز آهن) جزء عنصرهای واسطه است.



۲۰۶- پاسخ: گزینه ۲

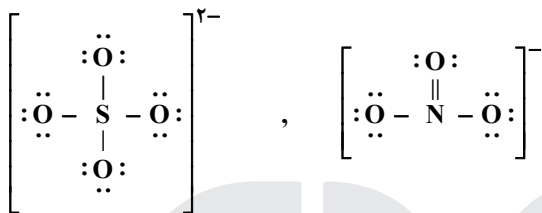
آمونیم سولفات $((NH_4)_2SO_4)$ و آمونیوم نیترات (NH_4NO_3) در موارد «الف» و «ب» با یکدیگر تفاوت دارند:
(الف)



(ب) در فرمول آمونیوم سولفات، ۸ اتم هیدروژن و در فرمول آمونیوم نیترات، ۴ اتم هیدروژن وجود دارد.
بررسی موارد نادرست:

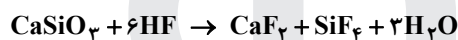
(پ) در هر دو ترکیب، ۲ اتم نیتروژن وجود دارد.

(ت) اتم مرکزی آنیون تشکیل‌دهنده هر دو ترکیب، ۴ پیوند اشتراکی تشکیل داده است:



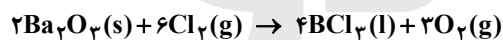
۲۰۷- پاسخ: گزینه ۳

معادله موازنه‌شده واکنش به صورت زیر و بزرگ‌ترین ضریب متعلق به HF است.



۲۰۸- پاسخ: گزینه ۱

معادله موازنه‌شده واکنش به صورت زیر است:



راه حل اول:

$$1 \text{ mol } Ba_3O_3 \times \frac{3 \text{ mol } O_2}{2 \text{ mol } Ba_3O_3} \times \frac{22.4 \text{ L } O_2}{1 \text{ mol } O_2} = 33.6 \text{ L } O_2$$

راه حل دوم:

$$\frac{1}{2 \times 1} = \frac{x}{3 \times 22.4} \Rightarrow x = 33.6 \text{ L}$$

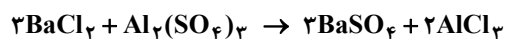
۲۰۹- پاسخ: گزینه ۲

ppm معادل جرم حل‌شونده بر حسب میلی گرم به جرم محلول بر حسب کیلوگرم است:

$$Mg^{2+} \text{ غلظت} = 1350 \frac{\text{mg}}{\text{kg}} = 1/25 \frac{\text{kg}}{\text{ton}}$$

$$270 \text{ kg } Mg^{2+} \times \frac{1 \text{ ton دریا}}{1/25 \text{ kg } Mg^{2+}} \times \frac{100}{80} = 250 \text{ ton دریا} \Rightarrow \text{ماهانہ} = 30 \times 250 = 7500 \text{ ton}$$

۲۱۰- پاسخ: گزینه ۴



$$BaSO_4 \text{ جرم مولی} = 137 + 32 + 4(16) = 233 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$79/06 \text{ g } BaSO_4 \text{ ناخالص} \times \frac{97 \text{ g } BaSO_4 \text{ خالص}}{100 \text{ g } BaSO_4 \text{ ناخالص}} \times \frac{1 \text{ mol } BaSO_4}{233 \text{ g } BaSO_4 \text{ خالص}} \times \frac{1 \text{ mol } Al_2(SO_4)_3}{3 \text{ mol } BaSO_4} = 0/11 \text{ mol } Al_2(SO_4)_3$$

$$0/11 \text{ mol } Al_2(SO_4)_3 \times \frac{3 \text{ mol } BaCl_2}{1 \text{ mol } Al_2(SO_4)_3} = 0/33 \text{ mol } BaCl_2 \text{ مصرف‌شده}$$

۲۱۱- پاسخ: گزینه ۲

باید جرم گاز NO حل‌شده در ۱۰۰ گرم آب را حساب کنیم. ۱۰۰ گرم آب را معادل ۱۰۰ mL آب در نظر می‌گیریم:

$$? \text{ g } NO = 100 \text{ mL آب} \times \frac{0/1 \text{ mol } NO}{1000 \text{ mL آب}} \times \frac{30 \text{ g } NO}{1 \text{ mol } NO} = 0/3 \text{ g } NO$$

با توجه به نمودار، در فشار ۴/۴ atm، ۰/۳ گرم NO در ۱۰۰ گرم آب حل می‌شود.

۲۱۲- پاسخ: گزینه ۳

با توجه به اینکه در ۱۰۰ گرم آب، ۲۰۵ گرم شکر حل می‌شود، خواهیم داشت:

$$250 \text{ g آب} \times \frac{205 \text{ g شکر}}{100 \text{ g آب}} = 512.5 \text{ g شکر}$$

$$\text{جرم محلول} = \text{جرم آب} + \text{جرم شکر} = 250 + 512.5 = 762.5 \text{ g}$$

$$(C_{12}H_{22}O_{11}) \text{ شکر} = 12(12) + 22(1) + 11(16) = 342 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$512.5 \text{ g } C_{12}H_{22}O_{11} \times \frac{1 \text{ mol } C_{12}H_{22}O_{11}}{342 \text{ g } C_{12}H_{22}O_{11}} \approx 1.5 \text{ mol } C_{12}H_{22}O_{11}$$

۲۱۳- پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های اول و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت دوم: تأمین شرایط بهینه برای انجام واکنش $CH_4(g) + 2H_2(g) \rightarrow C(s)$ ، بسیار دشوار و پرهزینه است.عبارت سوم: واکنشی که با ΔH وابسته به آن بیان می‌شود، واکنش گرمایشی یا واکنش ترموشیمیایی نامیده می‌شود.

۲۱۴- پاسخ: گزینه ۱

$$|Q| = |mc\Delta\theta| = |300 \times 4 \times (37 - 45)| = 9600 \text{ J} = 9.6 \text{ kJ}$$

۲۱۵- پاسخ: گزینه ۳

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش دهنده}]$$

$$= [\Delta H(C-C) + 14\Delta H(C-H)] - [6\Delta H(C-C) + 12\Delta H(C-H) + \Delta H(H-H)]$$

$$= 2\Delta H(C-H) - \Delta H(C-C) - \Delta H(H-H) = (2 \times 412) - 348 - 436 = +40 \text{ kJ}$$

در واکنش‌های گرماگیر ($\Delta H > 0$) پایداری واکنش دهنده‌ها از فراورده‌ها بیشتر است.

سیکلوهگزان > هگزان : پایداری

۲۱۶- پاسخ: گزینه ۳



معادله موازنه شده واکنش به صورت روبه‌رو است:

ابتدا باید حساب کنیم به ازای مصرف ۰/۱۴ مول آمونیاک، چند مول از هریک از فراورده‌ها تولید می‌شود:

$$0.14 \text{ mol } NH_3 \times \frac{3 \text{ mol } NH_4Cl}{4 \text{ mol } NH_3} = 0.105 \text{ mol } NH_4Cl$$

 $\Rightarrow$ نمودار مربوط به NCl_3 است

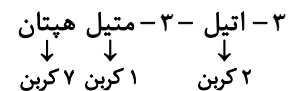
$$0.14 \text{ mol } NH_3 \times \frac{3 \text{ mol } NCl_3}{4 \text{ mol } NH_3} = 0.105 \text{ mol } NCl_3$$

$$\overline{R}(Cl_2) = 3\overline{R}(NCl_3) = 3 \times \frac{0.25 - 0.15}{10} = 0.03 \text{ mol} \cdot \text{s}^{-1}$$

۲۱۷- پاسخ: گزینه ۱

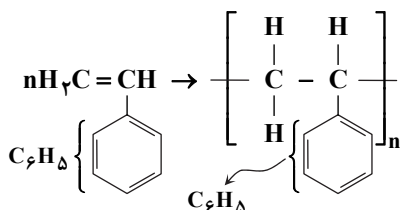
$$\overline{R}(Fe) = \frac{219000 \times \frac{5}{100} \text{ ton}}{365 \text{ day}} = 30 \text{ ton} \cdot \text{day}^{-1}$$

۲۱۸- پاسخ: گزینه ۱

نفتالن ($C_{10}H_8$) یک هیدروکربن ۱۰ کربنی است. آلکان داده شده در گزینه ۱ نیز ۱۰ کربنی است.

۲۱۹- پاسخ: گزینه ۱

در ساختار پلی استیرن، پیوند دوگانه وجود دارد؛ بنابراین یک ترکیب سیرنشده به شمار می‌رود.

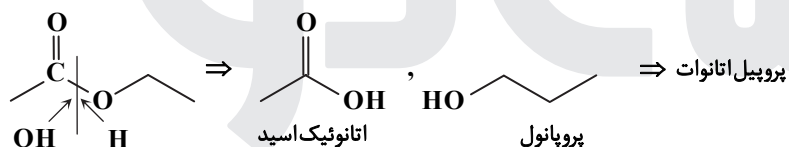
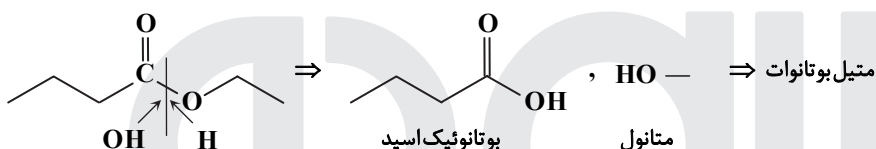
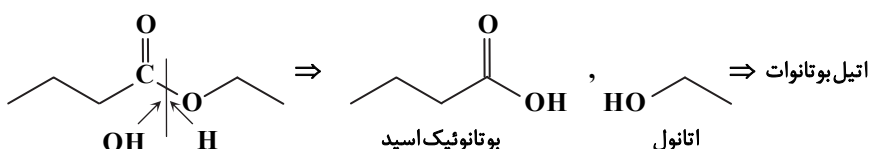
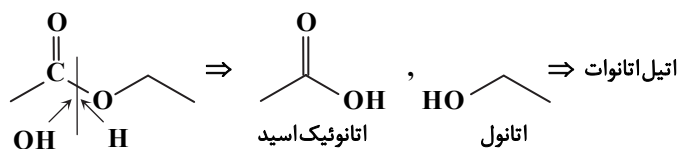
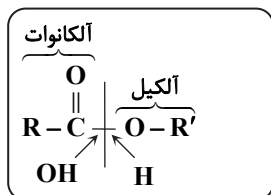


۲۲۰- پاسخ: گزینه ۲

برای تهیه پلی آمیدها باید از دی آمین‌ها و دی اسیدها و یا ترکیب‌هایی که هر دو نوع گروه عاملی $-COOH$ و $-NH_2$ را دارند، استفاده کرد؛بنابراین از دو ترکیب $H_2N-(CH_2)_6-NH_2$ و H_2N-CH_2-COOH می‌توان در تهیه پلی آمیدها استفاده کرد.

۲۲۱- پاسخ: گزینه ۳

در نام استرها (آلکیل آلکانوات)، آلکیل نشان دهنده الکل سازنده و آلکانوات نشان دهنده کربوکسیلیک اسید سازنده است.



سه مورد درست بودند.

۲۲۲- پاسخ: گزینه ۳

شکل داده شده مربوط به یک استر سه عاملی است. در این مولکول، بخش ناقطبی بر بخش قطبی غلبه دارد؛ بنابراین در مجموع ناقطبی است و در حلال‌های ناقطبی مانند بنزین حل می‌شود.

۲۲۳- پاسخ: گزینه ۱

$$\begin{aligned} \text{در حال فعالیت: } [\text{HCl}] &= [\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-1/4} = 10^{-1} \times 10^{-0/4} = 0.1 \times 10^{-1} = 0.01 \times 10^{-2} \\ \text{در حال استراحت: } [\text{HCl}] &= [\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-3/7} = 10^{-3} \times 10^{-0/7} = 0.001 \times 10^{-3} = 0.0001 \times 10^{-4} \\ \frac{0.01 \times 10^{-2}}{0.0001 \times 10^{-4}} &= 200 \end{aligned}$$

۲۲۴- پاسخ: گزینه ۲

$$\text{HX در محلول: } [\text{H}^+] = [\text{HX}] = \frac{0.1 \text{ mol}}{100 \text{ L}} = 0.001 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \Rightarrow \text{pH} = -\log [\text{H}^+] = -\log 0.001 = 3$$

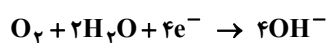
$$\text{HY در محلول: } [\text{H}^+] = \alpha [\text{HY}] = \frac{2}{100} \times 0.1 = 0.002 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$\text{pH} = -\log [\text{H}^+] = -\log (2 \times 10^{-3}) = 3 - \log 2 = 3 - 0.3 = 2.7$$

$$\frac{\text{pH}(\text{HY})}{\text{pH}(\text{HX})} = \frac{2.7}{3} = 0.9$$

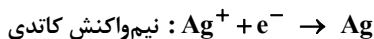
۲۲۵- پاسخ: گزینه ۴

در نیم‌واکنش کاتدی شمار الکترون‌ها باید برابر با ۴ باشد تا موازنه بار برقرار باشد.



۲۲۶- پاسخ: گزینه ۱

در آبکاری با نقره، غلظت Ag^+ طی فرایند آبکاری ثابت است؛ زیرا این یون در نیم‌واکنش آندی تولید و در نیم‌واکنش کاتدی مصرف می‌شود.



در الکترولیت، یون‌های Cu^{2+} وجود ندارد؛ پس غلظت آن همواره برابر با صفر است.

۲۲۷- پاسخ: گزینه ۲

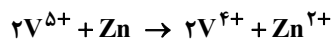
$$\text{emf} = E^\circ(\text{کاتد}) - E^\circ(\text{آند})$$

$$\text{نقره} \quad \text{emf} = 0.8 - (-0.5) = 1.3 \text{ V} \Rightarrow \frac{3/85}{1/56} = 2/47$$

$$\text{نقره} \quad \text{emf} = 0.8 - (-0.76) = 1.56 \text{ V}$$

۲۲۸- پاسخ: گزینه ۴

در مرحله اول، V^{5+} به V^{4+} تبدیل می‌شود؛ بنابراین معادله واکنش انجام شده در این مرحله به صورت زیر است:



$$\text{mol Zn} = \frac{325 \times 10^{-3}}{65} = 5 \times 10^{-3}, \quad \text{mol V}^{5+} = \frac{200}{1000} \times 0.25 = 5 \times 10^{-3}$$

در مرحله اول، با مصرف 5×10^{-3} مول V^{5+} ، نصف فلز روی یعنی 2.5×10^{-3} مول از آن مصرف می‌شود و 2.5×10^{-3} مول از آن باقی می‌ماند. در مرحله دوم، V^{4+} به V^{3+} تبدیل می‌شود:



در این مرحله، با مصرف 5×10^{-3} مول V^{4+} ، 2.5×10^{-3} مول Zn باقی‌مانده هم مصرف شده و واکنش تمام می‌شود. با تولید V^{3+} در این مرحله، محلول سبزرنگ می‌شود.

۲۲۹- پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های اول و سوم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت دوم: HF برخلاف دو اسید دیگر، اسیدی ضعیف است؛ پس در غلظت یکسان، pH محلول این سه اسید برابر نیست. (pH محلول HF بیشتر است).
عبارت چهارم: فقط مولکول HF می‌تواند پیوند هیدروژنی تشکیل دهد.

۲۳۰- پاسخ: گزینه ۳

عبارت‌های اول، دوم و سوم درست هستند.

بررسی عبارت نادرست:

عبارت چهارم: در واکنش زنگ‌زدن آهن، عدد اکسایش آهن ۳ واحد افزایش می‌یابد (Fe به Fe^{3+} تبدیل می‌شود).

۲۳۱- پاسخ: گزینه ۴

ویتامین C برخلاف سه ترکیب دیگر قطبی و نوع نیروهای بین‌مولکولی غالب آن، پیوند هیدروژنی است.

۲۳۲- پاسخ: گزینه ۴

SiO_2 (سیلیس) یک جامد کووالانسی است و در ساختار آن فقط پیوندهای اشتراکی وجود دارد. این ماده به صورت خالص در طبیعت (کوارتز) وجود دارد و سختی آن از گرافیت بیشتر است.

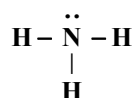
۲۳۳- پاسخ: گزینه ۱

آمونیاک (NH_3) یک مولکول قطبی و گشتارو دوقطبی آن بزرگ‌تر از صفر است.

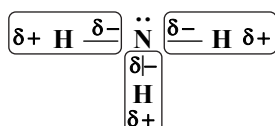
بررسی سایر گزینه‌ها:

(۲) با توجه به اینکه آمونیاک، مولکول قطبی است، در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند.

(۳) ساختار لوویس آمونیاک به صورت زیر است:



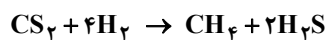
(۴) خاصیت نافلزنی نیتروژن بیشتر از هیدروژن است؛ پس در هر پیوند $\text{N}-\text{H}$ ، نیتروژن دارای بار جزئی منفی و هیدروژن دارای بار جزئی مثبت است.



۲۳۴- پاسخ: گزینه ۴

برای جابه‌جایی تعادل به سمت راست که مجموع شمار مول‌های گازی در آن کمتر است، باید فشار را افزایش دهیم. با دو برابر کردن غلظت مولار هر دو واکنش‌دهنده، تعادل به سمت راست جابه‌جا می‌شود، ولی ضریب استوکیومتری HCl بیشتر از O_۲ است و تغییر غلظت این ماده تأثیر بیشتری بر جابه‌جایی تعادل دارد.

۲۳۵- پاسخ: گزینه ۴



$$[\text{CS}_2] = [\text{H}_2] = \frac{0.1 \text{ mol}}{\Delta L} = 0.2 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$[\text{CH}_4] = \frac{0.5 \text{ mol}}{\Delta L} = 0.1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$[\text{H}_2\text{S}] = \frac{1 \text{ mol}}{\Delta L} = 0.2 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$K = \frac{[\text{CH}_4][\text{H}_2\text{S}]^2}{[\text{CS}_2][\text{H}_2]^4} = \frac{0.1 \times (0.2)^2}{0.2 \times (0.2)^4} = \frac{10^{-1} \times 4 \times 10^{-2}}{2 \times 10^{-2} \times 16 \times 10^{-8}} = \frac{4}{2 \times 16} \times 10^7 = \frac{1}{8} \times 10^7 = 0.125 \times 10^7 = 1.25 \times 10^6$$

گزینه دو



مؤسسه آموزشی فرهنگی