



۱۲۶ - حاصل عبارت  $\frac{\sqrt{27}-1}{4+\sqrt{3}} + (2-\sqrt{3})^{-1}$  کدام است؟

۱ (۴)

$1+\sqrt{3}$  (۳)

$2\sqrt{3}$  (۲)

$1+2\sqrt{3}$  (۱)

$$\frac{(r-\sqrt{r^2})}{(r-\sqrt{r^2})} \times \frac{r\sqrt{r^2}-1}{r+\sqrt{r^2}} + \frac{1}{r-\sqrt{r^2}} \times \frac{r+\sqrt{r^2}}{r+\sqrt{r^2}}$$

$$\frac{1^2\sqrt{r^2}-1^2}{1^2} + r+\sqrt{r^2} = \sqrt{r^2}-1 + r+\sqrt{r^2} = 1 + r\sqrt{r^2}$$



۱۲۷- جملات سوم، هفتم و شانزدهم یک دنباله حسابی، جملات متولی یک دنباله هندسی، هستند. قدر نسبت دنباله هندسی، کدام است؟

$$\frac{9}{4} \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$\frac{3}{2} \quad (2)$$

$$\frac{4}{3} \quad (1)$$

$$a_3, a_7, a_{16} \rightarrow (a + 6d)^3 = (a + 2d)(a + 15d)$$

$$\begin{array}{ccc} \checkmark & & \downarrow \\ a + 2d & & a + 6d \\ \downarrow & & \downarrow \\ \frac{16}{4}a & & 7a \end{array}$$

$$a = \frac{7a}{\frac{16}{4}a} = \frac{14}{16} = \frac{7}{8}$$

$$\begin{aligned} a^3 + 12ad + 54d^3 &= a^3 + 14ad + 15d^3 \\ 7d^3 - 2ad &= \left\{ \begin{array}{l} d = -\frac{15}{7} \\ d = \frac{2}{7}a \end{array} \right. \end{aligned}$$

## رضا سید نجفی - مدرس ریاضی



۱۲۸- فرض کنید باقیمانده تقسیم چندجمله‌ای  $p(x)$  بر  $x^2 + 2x - 4$  به ترتیب ۳ و ۱ باشند. باقیمانده تقسیم

$$p(x^2) + 4p(-x)$$

-۱ (۴)

۰ (۳)

۱ (۲)

۷ (۱)

$$p(2) = 3$$

$$p(-1) = 1$$



$$p(2) + 2p(-1)$$



$$3 + 2(1) = 5$$



۱۲۹- معادله درجه دوم  $2x^2 + mx + m + 6 = 0$  دارای دو ریشه مثبت است. بازه مقادیر  $m$  کدام است؟

(-۶, -۴) (۴

(-۶, ۰) (۳

(-۴, -۲) (۲

(-۴, ۰) (۱

$$+ + \rightarrow \Delta > 0 \Rightarrow m^2 > 4m + 24$$

$$\downarrow \quad \quad \quad \frac{m+12}{4} > 0 \Rightarrow m > -4$$

$$- \frac{m}{4} > 0 \Rightarrow m < 0$$

$$I \cap II \cap III = (-4, -12)$$

$$m^2 - 4(2)(m + 6) > 0$$

$$m^2 - 16m - 48 > 0 \rightarrow (m - 12)(m + 4) > 0 \rightarrow$$

$$\begin{array}{c} \text{III} \\ + \\ + \end{array} \quad - \quad \begin{array}{c} - \\ + \end{array} \quad - \quad \begin{array}{c} + \\ + \end{array}$$

## رضا سید نجفی - مدرس ریاضی



۱۳۰- مجموعه جواب فاماعادله  $\frac{2x-1}{x+1} < 3$  کدام است؟

$$\mathbb{R} - [-4, -1] \quad (4)$$

$$\mathbb{R} - [-4, 0] \quad (3)$$

$$(4, +\infty) \quad (2)$$

$$(0, +\infty) \quad (1)$$

I,  $\frac{2n-1}{n+1} = -1 \rightarrow 2n-1 = -n-1 \rightarrow n = 0$

II,  $\frac{2n-1}{n+1} = 1 \rightarrow 2n-1 = n+1 \rightarrow n = -1$



۱۳۱ - فرض کنید  $A(-1, 9)$  رأس سهمی از کدامیک از نقاط زیر،  
می‌گذرد؟

(۱ ، ۵) (۴

(۲ ، ۵) (۳

(۵ ، -۹) (۲

(۵ ، -۷) (۱

$$y = k(n+1)^r + 9 \xrightarrow{(3, 1)} 1 = k \times 1^r + 9 \Rightarrow k = -1/5$$

$$y = -1/5(n+1)^r + 9 \rightarrow f(\infty) = -9$$



۱۳۲- نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = x^3 - 2x$ ; ( $x > 0$ ) نمودار آن نسبت به محور  $x$ ها را، واحد در امتداد محور  $y$ ها در جهت مثبت انتقال می‌دهیم. فاصله نقطه برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع  $f$ ، از مبدأ مختصات، کدام است؟

$$2\sqrt{5} \quad (4)$$

$$5\sqrt{2} \quad (3)$$

$$6\sqrt{2} \quad (2)$$

$$4\sqrt{5} \quad (1)$$

$$y_1 = (n-1)^2 - 1$$

فرمیه سینه بمحور  $n$

$$y = -(n-1)^2 + 1 \rightarrow y = -(n-1)^2 + 17$$

$$y_1 = y_2 \Rightarrow (n-1)^2 - 1 = -(n-1)^2 + 17 \rightarrow n-1 = \pm$$

$$\pm^2 - 1 = -\pm^2 + 17 \rightarrow 2\pm^2 = 18 \rightarrow \pm^2 = 9 \rightarrow \pm = \pm^3$$

$$n-1 = 3 \rightarrow n = 4 \rightarrow y = 1 \rightarrow \sqrt{17+1^2} = \sqrt{18} = \pm\sqrt{18}$$



۱۳۳ - در بازه  $(a, b)$ ، نمودار تابع  $y = (x-a)^2$  بالاتر از نمودار تابع  $y = 4x^2$  بیشترین مقدار  $b-a$  کدام است؟

$$\frac{5}{2} \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$\frac{3}{2} \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

$$(x-1)^2 > 4x^2 \Rightarrow x-1 > 2x \quad | \quad x-1 < -2x$$

$$2x - x + 1 < 0 \quad | \quad 2x + x - 1 > 0$$

$$+ -1 - 1/2 +$$

$$b-a = 1/2$$

$$\begin{matrix} (a, b) \\ (-1, 1/2) \end{matrix}$$



-۱۲۴ - اگر  $g(x) = \frac{1-2x}{x+1}$  و  $f(x) = [x] - x$  کدام است؟

$(-\infty, 1]$  (۴)

$[1, +\infty)$  (۳)

$(-1, 1]$  (۲)

$(-1, 1)$  (۱)

$$-1 < [x] - x \Leftrightarrow$$

$$\frac{-2x-1}{x+1} + 1 >$$

$$\downarrow +1 \cdot < [x] - x < 1 \rightarrow \text{مکمل} \quad 1 < \frac{1}{[x] - x}$$

$$-1 + \frac{1}{x+1}$$

$$\downarrow \times x \quad x < \frac{1}{[x] - x} \rightarrow 1 < \frac{1}{[x] - x} - 1$$

$[1, +\infty)$



۱۳۵ - فرض کنید  $g(x)$  وارون تابع  $f(x) = x + 2\sqrt{x}$  باشد. حاصل  $(g(15) + g(3))$  کدام است؟

۸ (۴)

۱۰ (۳)

۱۱ (۲)

۱۲ (۱)

$$g = f^{-1} \rightarrow I/(1^{\circ}, \text{ } \textcolor{red}{\bigcirc}) \in f^{-1} \rightarrow (\textcolor{blue}{\bigcirc}, 1^{\circ}) \in f$$

$$(1^{\circ}, \textcolor{red}{\bigcirc}) \in f^{-1} \rightarrow (\textcolor{red}{\bigcirc}, 1^{\circ}) \in f^{-1}$$

$$x + 2\sqrt{x} = 1^{\circ} \rightarrow x = 1$$

$$x + 2\sqrt{x} = 1^{\circ} \rightarrow x = 1$$

$$1 + 9 = 10$$

## رضا سیدنجفی - مدرس ریاضی



۱۳۶- تابع  $f$  با ضابطه  $f(x) = x - \frac{1}{2x}$  بر دامنه  $(0, +\infty)$  مفروض است. نمودار تابع  $f^{-1}$  نیمساز ناحیه دوم را با کدام طول قطع می‌کند؟

$$-\frac{1}{2} (F)$$

$$-1 (3)$$

$$-\frac{3}{4} (2)$$

$$-\frac{3}{2} (1)$$

$$y = -x \rightarrow (x, -x) \in f^{-1} \rightarrow (-x, x) \in f$$

$$x = -x - \frac{1}{2(-x)} \rightarrow x = \pm 1/2 \rightarrow x = -1/2$$



۱۳۷ - اگر  $\log_2 2 = \frac{۵}{۴}$  باشد، آنگاه  $\log_{18} 8$  کدام است؟

$\frac{۳}{۴}$  (۴)

$\frac{۸}{۱۱}$  (۳)

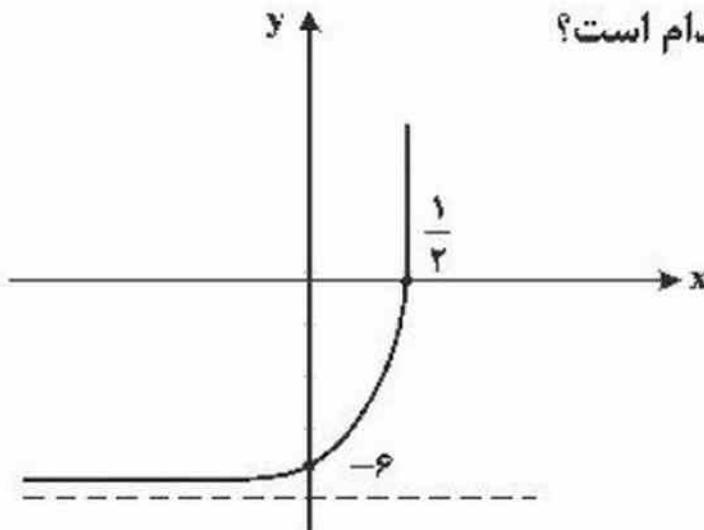
$\frac{۵}{۷}$  (۲)

$\frac{۱۵}{۲۲}$  (۱)

$$\log_{18} 8 = \frac{\log_2 8}{\log_2 18} = \frac{۳ \log_2 2}{\log_2 2 + \log_2 18} = \frac{۳ \times \frac{۵}{۴}}{۱ + \frac{۵}{۴}} = \frac{۱۵}{۹} = \frac{۵}{۳}$$



۱۳۸- شکل زیر، نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = -a + \left(\frac{1}{x}\right)^{ax+b}$  است. (۲)  $f(2)$  کدام است؟



$$\begin{aligned} f\left(\frac{1}{2}\right) &= 0 \rightarrow a = -\frac{1}{2} \\ f(-) &= -4 \\ \downarrow & \\ a &= -2 \quad \textcircled{1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= -\frac{1}{2} \\ a &+ 2b = -4 \\ \downarrow & \\ \textcircled{1} \Rightarrow b &= -1 \end{aligned}$$

$$f(x) = -a + \frac{1}{x} \rightarrow f(2) = -2$$

۲۳۴ (۱)

۱۰۸ (۲)

۷۲ (۳)

۱۸ (۴)



۱۳۹ - تابع با خصیبطة  $f(x) = \frac{2^x - (\frac{1}{2})^x}{2}$  را در نظر بگیرید.  $f^{-1}(2)$  کدام است؟

$\log_2(3 + \sqrt{5}) \quad (4)$

$\log_2(2 + \sqrt{5}) \quad (3)$

$\log_2(1 + \sqrt{5}) \quad (2)$

$\log_2(-1 + \sqrt{5}) \quad (1)$

$(2, 0) \in f^{-1} \rightarrow (0, 2) \in f \quad r = \frac{2^x - 2^{-x}}{2} \rightarrow 2^x = t$

$t = r - \frac{1}{t} \Rightarrow t^2 - rt - 1 = 0 \quad \begin{matrix} +r \\ \cancel{-r} \end{matrix} \quad (t-r)^2 = \omega \rightarrow t = r \pm \sqrt{\omega}$

$r^x = r + \sqrt{\omega} \rightarrow x = \log_r r + \sqrt{\omega}$ 

$\downarrow$   
۲ قریب



- حاصل عبارت  $\tan(270^\circ + 15^\circ) \tan(-15^\circ) - \sin(105^\circ) \cos(225^\circ)$  (اعداد داده شده برحسب درجه هستند).

$$-\cos^2(15^\circ) \quad (4)$$

$$-\sin^2(15^\circ) \quad (3)$$

$$\cos^2(15^\circ) \quad (2)$$

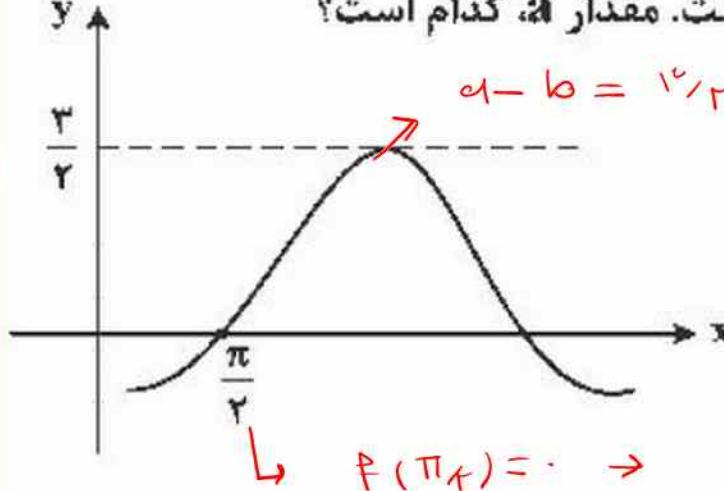
$$\sin^2(15^\circ) \quad (1)$$

$$+ \cancel{\cos 105^\circ} \sin x - \cancel{\sin 105^\circ} - \sin 105^\circ \sin x - \sin 105^\circ$$

$$= -1 + \sin^2 105^\circ = -\cos^2 105^\circ$$



۱۴۱ - شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع با ضابطه  $y = a + b \sin(x + \frac{\pi}{3})$  است. مقدار  $a$  کدام است؟



$$a - b = \frac{1}{2}$$

$$+ 2a = \frac{1}{2} \rightarrow a = \frac{1}{4}$$

-۱ (۱)

-  $\frac{1}{2}$  (۲) $\frac{1}{2}$  (۳) Correct

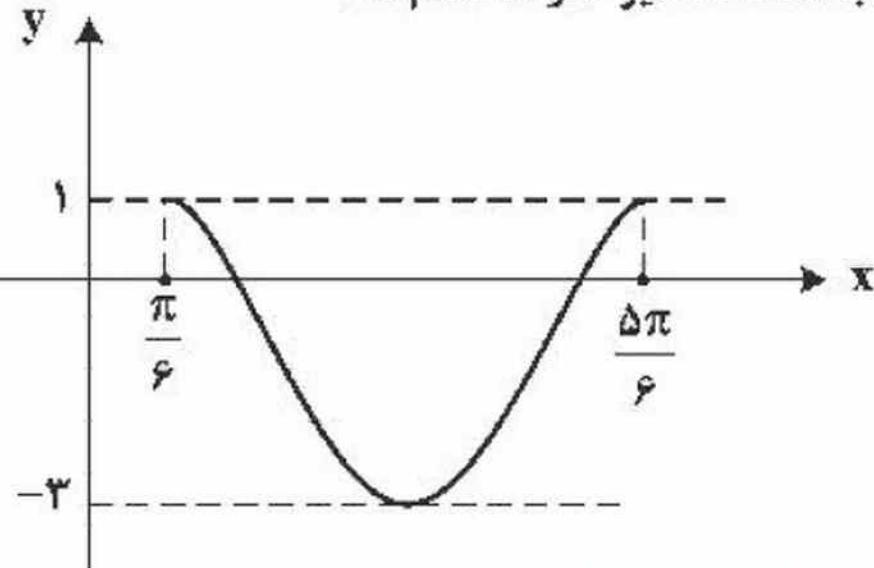
۱ (۴)

$$a + b \sin(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3}) = \cdot$$

$$a + \frac{1}{2}b = \cdot \rightarrow b = -2a$$



۱۴۲ - شکل زیر، فمودار تابع  $y = a \sin(bx) + c$  است. مقادیر  $b$  و  $c$  کدام‌اند؟



$$T = \frac{4\pi}{1} = 4\pi$$

$$\frac{2\pi}{|b|} = \frac{4\pi}{3}$$

$$b = \pm 1 \rightarrow b = 1$$

$$b = 3, c = -1 \quad (1)$$

$$b = 3, c = -2 \quad (2)$$

$$b = -\frac{3}{2}, c = -2 \quad (3)$$

$$b = \frac{3}{2}, c = -1 \quad (4)$$

$$a + c = 1$$

$$-a + c = -1 \rightarrow 2c = -2 \rightarrow c = -1$$



۱۴۳ - تعداد جواب‌های معادله مثلثاتی  $4\sin(3x)\cos(3x) = 1$  در بازه  $\left[0^\circ, \frac{\pi}{2}\right]$  کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

$$4 \times \frac{1}{2} \sin(2(3x)) = 1 \rightarrow \sin 6x = \frac{1}{2}$$

$$6x = 2K\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{K\pi}{3} + \frac{\pi}{18}$$

$$6x = 2K\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{K\pi}{3} + \frac{5\pi}{18}$$

$$\frac{\pi}{18}$$

$$\frac{13\pi}{18}$$

$$\frac{29\pi}{18}$$

$$\frac{17\pi}{18}$$



۱۴۴ - به ازای کدام مقدار  $a$ ، تابع با ضابطه

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2\sin^2 x - \sin x - 1}{\cos^2 x} & ; \quad x \neq \frac{\pi}{2} \\ a & ; \quad x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

-1/5 (F)

-1 (۳)

1 (۲)

1/5 (۱)

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} f(x) = f(\frac{\pi}{2}) \rightarrow$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} f(x) = ? \rightarrow$$

$$\frac{(-1)(2\sin n + 1)}{(1 - \cancel{\sin n})(1 + \sin n)} = -\frac{1}{1} = -1/5$$



۱۴۵- تابع با خصایط  $f(x) = \frac{4x^n - 6x^2 + 1}{ax^3 + 7x^2 - 2}$  را در نظر بگیرید. اگر  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2$  باشد، آنگاه  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x)$  کدام است؟

$$-\frac{6}{11} \quad (4)$$

$$-\frac{5}{12} \quad (3)$$

$$-\frac{6}{17} \quad (2)$$

$$-\frac{4}{17} \quad (1)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f = \frac{4n^n}{an^3} = 1 \rightarrow n = 1^e, a = 1 \rightarrow f(x) = \frac{4x^n - 6x^2 + 1}{2x^3 + 7x^2 - 2}$$

$$\lim_{n \rightarrow 1/2} f = ? \rightarrow \text{Top} = \frac{12x - 12n}{7n^3 + 12n} \quad \underline{n = 1/2} \quad ? = -1/\sqrt{2}$$



۱۴۶- خط مماس بر نمودارهای دو تابع با ضابطه‌های  $g(x) = ax^r + bx$  و  $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$  در نقطه  $x=2$  مشترک‌اند. مقدار  $b$  کدام است؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

$$f(r) = g(r) = r \rightarrow r^a + r^b = r$$

$$f'(r) = g'(r) = -r \rightarrow r^a + b = -r \rightarrow$$

$$\left[ \frac{-1-r}{(r-1)^2} \right] = -r$$

$$\begin{cases} r^a + r^b = r \\ r^a + b = -r \end{cases}$$

$$a = -2, r$$

$$b = 1$$



۱۴۷- مقدار مشتق تابع با ضابطه  $f(x) = \sqrt{\left(\frac{2x-x^2}{3x+5}\right)^3}$  در نقطه  $x = -2$ ، کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

$$f(x) = \left( \frac{2x-x^2}{3x+5} \right)^3 \rightarrow f' = 21x \times \frac{(2-x)(3x+5) - (2x-x^2)3}{(3x+5)^2} \times \left( \frac{2x-x^2}{3x+5} \right)^{-1/2}$$

$$f'(-2) = -4$$



۱۴۸ - مقدار ماکسیمم نسبی تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{x^4 + 3x - 3}{x^2 + 1}$  گدام است؟

$1 + \sqrt{3}$  (۴)

$-1 + \sqrt{3}$  (۳)

$1 + \sqrt{5}$  (۲)

$-1 + \sqrt{5}$  (۱)

$$f' = \frac{(2x+2)(x^2+1) - (2x^2+2x-5)(2x)}{(x^2+1)^2} \rightarrow \frac{-2x^2 - 2x + 5}{(x^2+1)^2}$$

$$\begin{matrix} - & -\sqrt{5} \\ \diagdown & \diagup \\ - & + & + \\ \diagup & \diagdown & \diagup \\ - & -\sqrt{5} & + & +\sqrt{5} \end{matrix}$$

$$f(-\sqrt{5}) = -1 + \sqrt{5}$$



۱۴۹ - کوتاه ترین فاصله نقطه  $A(5, 0)$  از نقاط منحنی به معادله  $y = \sqrt{2x+7}$  کدام است؟

$3\sqrt{2}$  (۴)

۵ (۳)

۴/۵ (۲)

۴ (۱)

$$\begin{aligned} & (x, \sqrt{2x+7}) \\ & \rightarrow \text{فاصله} : \sqrt{(x-5)^2 + (\cdot - 0)^2} = \sqrt{2x-10+2x+7} \end{aligned}$$

$$r = \frac{\sqrt{2x-10+7}}{\sqrt{2x-10+7}} \rightarrow y = \sqrt{10}$$

$$(0, \cdot) (4, \sqrt{10}) \quad \text{فاصله} \quad \sqrt{1+10} = 4$$



۱۵۰- به چند طریق می‌توان ۵ کتاب متمایز را بین ۳ نفر توزیع کرد، به شرط آنکه هر نفر حداقل یک کتاب، دریافت کند؟

۱۵۰) ۴

۱۳۵) ۳

۱۲۵) ۲

۱۰۵) ۱

$$\cancel{(\cancel{r})} \cancel{(\cancel{r})} \cancel{(\cancel{r})} \cancel{(\cancel{r})} \cancel{(\cancel{r})} = 9.$$

$$\cancel{(\cancel{r})} \cancel{(\cancel{r})} \cancel{(\cancel{r})} r = 1. \quad \cancel{+} / 10.$$

—  
—  
—

—  
—  
—





۱۵۱- ۹۰ نفر در یک صفت ایستاده‌اند. با کدام احتمال دو فرد مورد نظر از آن‌ها، در گنار هم نیستند؟

$$\frac{9}{10} \quad (4)$$

$$\frac{4}{5} \quad (3)$$

$$\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$\frac{2}{3} \quad (1)$$

$$1 - \frac{9! \cdot 9!}{10!} = 1 - \frac{5}{1} = 5\%$$

## رضا سیدنجفی - مدرس ریاضی



-۲ -۲ -۱ -۱ -۵  
۱۵۲  
۰،۱۵ (۱)  
۰،۲۰ (۲)  
۰،۳۰ (۴)

۰،۲۵ (۳)

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = 1$$

$$s^2 = \frac{(-2)^2 + (-2)^2 + (-1)^2 + (-1)^2}{4} = \frac{16}{4}$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{16}{4}} = \sqrt{4} = 2$$



محل مکانی

۱۵۳ - اضلاع مثلثی، منطبق بر سه خط به معادلات  $2y - x = 2$ ،  $y + 2x = 16$  و  $y = 0$  هستند. اندازه میانه نظری ضلع

افقی این مثلث، در صفحه مختصات کدام است؟

$\sqrt{4}$

$(-2, \cdot)$

$\sqrt{3}$

$(1, -)$

$\sqrt{5}$

$(5, 2)$

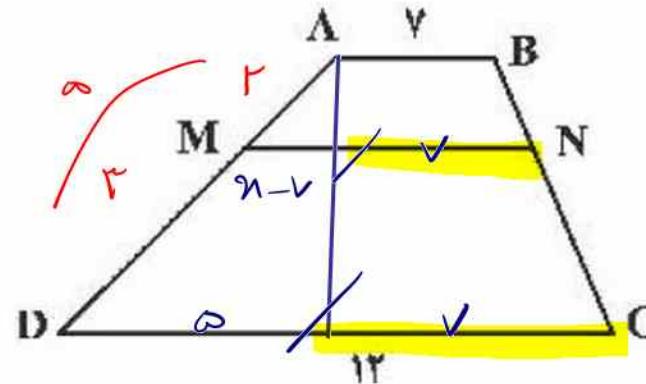
$\sqrt{5}$

$$\text{مقدار} = (3, \cdot)$$

$$\rightarrow (2, \cdot), (1, 2) \rightarrow \sqrt{(-2)^2 + (4-0)^2} = 2$$



۱۵۴ - در ذوزنقه  $ABCD$ ، پاره خط  $MN$  موازی قاعده‌ها و  $\frac{MA}{MD} = \frac{2}{3}$  است. اندازه  $MN$  کدام است؟



$$n = ? \rightarrow$$

$$\frac{v}{n} = \frac{n-v}{5}$$

$$n = 9$$

۱ (۱)

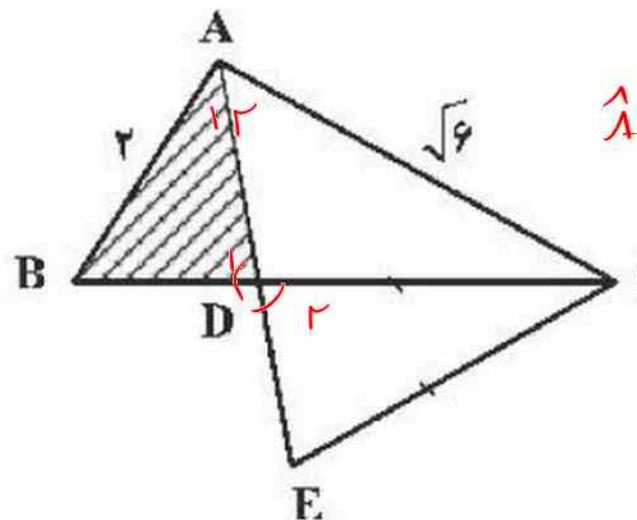
۲/۷۵ (۲)

۹ (۳)

۹/۵ (۴)



۱۵۶ - در شکل زیر،  $AD$  نیمساز زاویه  $A$  و  $CE = CD$  است. نسبت مساحت های دو مثلث  $ACE$  و  $ABD$  کدام است؟



$$\hat{A}_1 = \hat{A}_2 \quad \text{نمیاز}$$

$$\hat{B}_1 = \hat{B}_2 \quad \text{مقابل برابر}$$

$$\triangle ACE \sim \triangle ABD$$

زیرا

$$K = \frac{r}{\sqrt{6}} \rightarrow \frac{S}{S'} = K^2$$

$$\frac{S}{S'} = \frac{r}{\sqrt{6}}$$

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{3}{4} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (4)$$