

## باسمه تعالی

|                               |   |   |                                  |
|-------------------------------|---|---|----------------------------------|
| تعداد صفحه: ۲                 | رشته: علوم تجربی  | ساعت شروع: ۱۰ صبح   | سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳ |
| مدت امتحان: ۱۲۰               | تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۱۰/۸   | نام و نام خانوادگی:   | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه     |
| مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی |   | دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۰ |                                  |
| نمره                          | سؤالات (پاسخ نامه دارد) (استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد) |   | ردیف                             |

|      |   |   |
|------|---|---|
| ۰/۷۵ | درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.<br>الف) تابع $y = \sqrt{2}x^3 - \frac{3}{4}x$ یک چندجمله ای از درجه ۳ است.<br>ب) اگر $f(7) = 5$ و $g(4) = 7$ ، آنگاه $(f \circ g)(4) = 5$ .<br>ج) دو تابع $f(x) = -\frac{7}{2}x - 3$ و $g(x) = -\frac{2x+7}{6}$ وارون یکدیگرند. | ۱ |
| ۰/۵  | درجاهای خالی عبارت ریاضی مناسب را انتخاب کنید.<br>الف) نمودار تابع $f(x) = x^3$ در بازه $(0, 1)$ ، ..... از نمودار تابع $g(x) = x^2$ قرار دارد. (بالا تر - پایین تر)<br>ب) چند جمله ای $p(x) = 2x^3 + x^2 + 1$ بر دو جمله ای ..... بخش پذیر است. $((x+1), (x-1))$ .         | ۲ |
| ۱    | الف) با توجه به نمودار توابع $f$ و $g$ ، مقادیر زیر را در صورت وجود به دست آورید. ۱) $(g \circ f)(-1)$ ۲) $(g^{-1} \circ f^{-1})(2)$<br>ب) نمودار تابع $f(x-2) - 3$ را رسم کنید.  | ۳ |
| ۱/۵  | نمودار زیر برای تابعی با ضابطه $f(x) = a \cos bx + c$ است. با دقت به شکل نمودار و تشخیص دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع، ضابطه آن را مشخص کنید.   | ۴ |
| ۱/۵  | معادله مثلثاتی $\cos 2x - \sin x + 1 = 1$ را حل کنید.   | ۵ |
| ۱/۷۵ | حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.<br>الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^2 - x}{4x^2 - 1}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1}{\sin^2 x}$   | ۶ |
| ۱/۵  | مشتق پذیری تابع مقابل را در نقطه $x = -1$ بررسی کنید.<br>$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & x \geq -1 \\ 2x + 6 & x < -1 \end{cases}$  | ۷ |

«ادامه سوالات در صفحه دوم»

## باسمه تعالی

|                               |                         |   |                                  |
|-------------------------------|-------------------------|---|----------------------------------|
| تعداد صفحه: ۲                 | رشته: علوم تجربی        | ساعت شروع: ۱۰ صبح   | سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳ |
| مدت امتحان: ۱۲۰               | تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۱۰/۸ | نام و نام خانوادگی:   | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه     |
| مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی |                         | دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۰ |                                  |

|      |   |      |
|------|---|------|
| ردیف | سؤالات (پاسخ نامه دارد) (استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد) | نمره |
|------|---|------|

|    |  |                |
|----|--|----------------|
| ۸  | مشتق تابع های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)<br>الف) $f(x) = (x^2 + 2x - 1)^5$ ب) $g(x) = (\sqrt{3x+2})(x^2 + 1)$   | ۱/۷۵           |
| ۹  | اگر توابع $f, g$ مشتق پذیر باشند و $f'(1) = 3, g'(1) = 5$ مقادیر $(3f + 2g)'(1)$ را به دست آورید.  | ۰/۷۵           |
| ۱۰ | معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^2 - t + 10$ بر حسب متر در بازه $[0, 5]$ ( $t$ بر حسب ثانیه) داده شده است. در کدام لحظه سرعت لحظه ای با سرعت متوسط در بازه زمانی $[0, 5]$ با هم برابرند؟   | ۱              |
| ۱۱ | اکستریم های مطلق تابع $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$ را در بازه $[-1, 3]$ مشخص کنید.   | ۲              |
| ۱۲ | اگر نقطه $(2, 1)$ نقطه اکستریم نسبی تابع $f(x) = x^2 + bx^2 + d$ باشد، مقادیر $d, b$ را به دست آورید.  | ۱              |
| ۱۳ | خروج از مرکز یک بیضی افقی $\frac{4}{5}$ ، مرکز آن $(-4, -1)$ و طول قطر کوچک این بیضی ۶ واحد است.<br>الف) فاصله کانونی را محاسبه کنید.<br>ب) مختصات نقاط دو سر قطر بزرگ این بیضی را پیدا کنید.  | ۱/۵            |
| ۱۴ | معادله دایره ای بنویسید که مرکز آن $(0, 3)$ و بر خط $3x - 4y = 3$ مماس باشد.   | ۱              |
| ۱۵ | ۴ ظرف یکسان داریم. در ظرف اول ۱۴ مهره قرار دارد شامل ۴ مهره قرمز است. در ظرف دوم همه مهره ها قرمزند و ظرف سوم ۸ مهره دارد که شامل ۶ مهره قرمز است. در ظرف چهارم هیچ مهره قرمزی وجود ندارد. با چشم بسته یکی از ظرفها را انتخاب کرده و از آن یک مهره بیرون می آوریم. احتمال آن که مهره انتخابی قرمز باشد چقدر است؟ | ۱/۵            |
| ۲۰ | جمع نمره   | " موفق باشید " |

|                               |                   |   |   |
|-------------------------------|-------------------|---|---|
| مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه         | ساعت شروع: ۱۰ صبح | رشته: علوم تجربی  | راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی ۳ |
| تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۱۰/۸       |                   | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه  |   |
| مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی |                   | دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۰ |   |

| نمره | راهنمای تصحیح   | ردیف |
|------|---|------|
| ۰/۷۵ | الف) درست<br>صفحات: ۲ و ۲۲ و ۲۹<br>ب) درست<br>ج) نادرست هر مورد ۰/۲۵  | ۱    |
| ۰/۵  | الف) پایین تر<br>ب) $(x+1)$<br>صفحات: ۴ و ۵۰<br>هر مورد ۰/۲۵  | ۲    |
| ۱    | الف) درست نمودار یک نمره<br>ب) رسم درست نمودار یک نمره<br>صفحات: ۲۳ و ۲۹<br>۱) $(g \circ f)(-1) = g(1) = -5$ (۰/۵)<br>۲) $(g^{-1} \circ f^{-1})(2) = g^{-1}(0) = -4$ (۰/۵)  | ۳    |
| ۱/۵  | $ a  = \frac{2 - (-2)}{2} = 2$ $a = -2$ (۰/۵)<br>$ b  = \frac{2\pi}{2\pi} = 1$ $b = 1$ (۰/۵) $f(x) = -2 \cos x$ (۰/۲۵)<br>$c = \frac{2 + (-2)}{2} = 0$ (۰/۲۵)   | ۴    |
| ۱/۵  | $2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = -1 & (۰/۲۵) \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} & (۰/۲۵) \\ \sin x = \frac{1}{2} & (۰/۲۵) \end{cases} \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} & (۰/۲۵) \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} & (۰/۲۵) \end{cases}$ | ۵    |
| ۱/۷۵ | الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{(x)(2x-1)}{(2x+1)(2x-1)} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{(x)}{(2x+1)} = \frac{1}{4}$ (۰/۲۵)<br>ب) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+1}{\sin^2 x} = \frac{1}{0^+} = +\infty$ (۰/۲۵)  | ۶    |

|                               |                   |   |   |
|-------------------------------|-------------------|---|---|
| مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه         | ساعت شروع: ۱۰ صبح | رشته: علوم تجربی  | راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی ۳ |
| تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۱۰/۸       |                   | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه  |   |
| مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی |                   | دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۰ |   |

| ردیف | راهنمای تصحیح  | نمره      |
|------|--|-----------|
| ۷    | تابع در $x = 1$ پیوسته است. (۰/۲۵)<br>$f'_+(-1) = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2 + 3 - 4}{x - (-1)} = -2$ (۰/۵)<br>$f'_-(-1) = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x + 6 - 4}{x - (-1)} = 2$ (۰/۵)<br>$\Rightarrow f'_+(-1) \neq f'_-(-1)$ (۰/۲۵)<br>$f'(-1)$ موجود نیست. صفحه: ۹۱ | ۱/۵       |
| ۸    | الف) $f'(x) = 5(x^2 + 2x - 1)^4(2x + 2)$ (۰/۷۵)<br>ب) $g'(x) = \underbrace{\left(\frac{3}{2\sqrt{3x+2}}\right)}_{(۰/۵)}(x^3 + 1) + \underbrace{(\sqrt{3x+2})(3x^2)}_{(۰/۵)}$<br>صفحه: ۹۲   | ۰/۷۵<br>۱ |
| ۹    | $3f'(1) + 2g'(1) = 9 + 10 = 19$ (۰/۲۵) صفحه: ۹۲  | ۰/۷۵      |
| ۱۰   | $\Rightarrow \frac{f(5) - f(0)}{5 - 0} = 4$ (۰/۲۵) سرعت متوسط<br>$\Rightarrow f'(t) = 2t - 1 = 4$ (۰/۲۵) $t = \frac{5}{2}$ (۰/۲۵) سرعت لحظه ای<br>صفحه: ۱۰۰  | ۱         |
| ۱۱   | $f'(x) = 6x^2 + 6x - 12 = 0$ (۰/۲۵) $\begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \notin [-1, 3] \end{cases}$ (۰/۵)<br>$f(-1) = 13$ (۰/۲۵)<br>$f(1) = -7$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \min(1, -7)$ (۰/۲۵)<br>$f(3) = 45$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \max(3, 45)$ (۰/۲۵)<br>صفحه: ۱۱۱                               | ۲         |
| ۱۲   | $f(2) = 1 \Rightarrow 4b + d = -7$ (۰/۵)<br>$f'(2) = 0 \Rightarrow b = -3, d = 5$ (۰/۵)<br>صفحه: ۱۱۲   | ۱         |
| ۱۳   | الف)<br>$a = \frac{5}{4}c \Rightarrow \frac{25}{16}c^2 = 9 + c^2$ $FF' = 2c = 8 \Rightarrow$ (۰/۷۵)<br>ب)<br>$a = 5$ (۰/۲۵) $\Rightarrow A(1, -1), A(-9, -1)$ (۰/۵)<br>صفحه: ۱۳۲   | ۱/۵       |

|                               |                   |   |   |
|-------------------------------|-------------------|---|---|
| مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه         | ساعت شروع: ۱۰ صبح | رشته: علوم تجربی  | راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی ۳ |
| تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۱۰/۸       |                   | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه  |   |
| مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی |                   | دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۰ |   |

| نمره | راهنمای تصحیح  | ردیف  |
|------|--|---|
| ۱    | $r = \frac{ 3 \times 0 - 4 \times 3 - 3 }{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 3 \quad (0/5) \Rightarrow (x-0)^2 + (y-3)^2 = 9 \quad (0/5)$  | ۱۴<br>صفحه: ۱۳۹   |
| ۱/۵  | $P(A) = P(B_1)P(A B_1) + P(B_2)P(A B_2) + P(B_3)P(A B_3) + P(B_4)P(A B_4) \quad (0/25)$ $P(A) = \frac{1}{4} \times \frac{4}{14} + \frac{1}{4} \times 1 + \frac{1}{4} \times \frac{6}{8} + \frac{1}{4} \times 0 = \frac{57}{112} \quad (0/25)$ $\underbrace{\frac{4}{14}}_{(0/25)} \quad \underbrace{\frac{4}{4}}_{(0/25)} \quad \underbrace{\frac{6}{8}}_{(0/25)} \quad \underbrace{\frac{4}{4}}_{(0/25)}$ | ۱۵<br>در صورت حل به روش درختی نمره تعلق گیرد. صفحه: ۱۴۷ |
| ۲۰   | " در نهایت، نظر همکاران محترم صائب است "   |   |