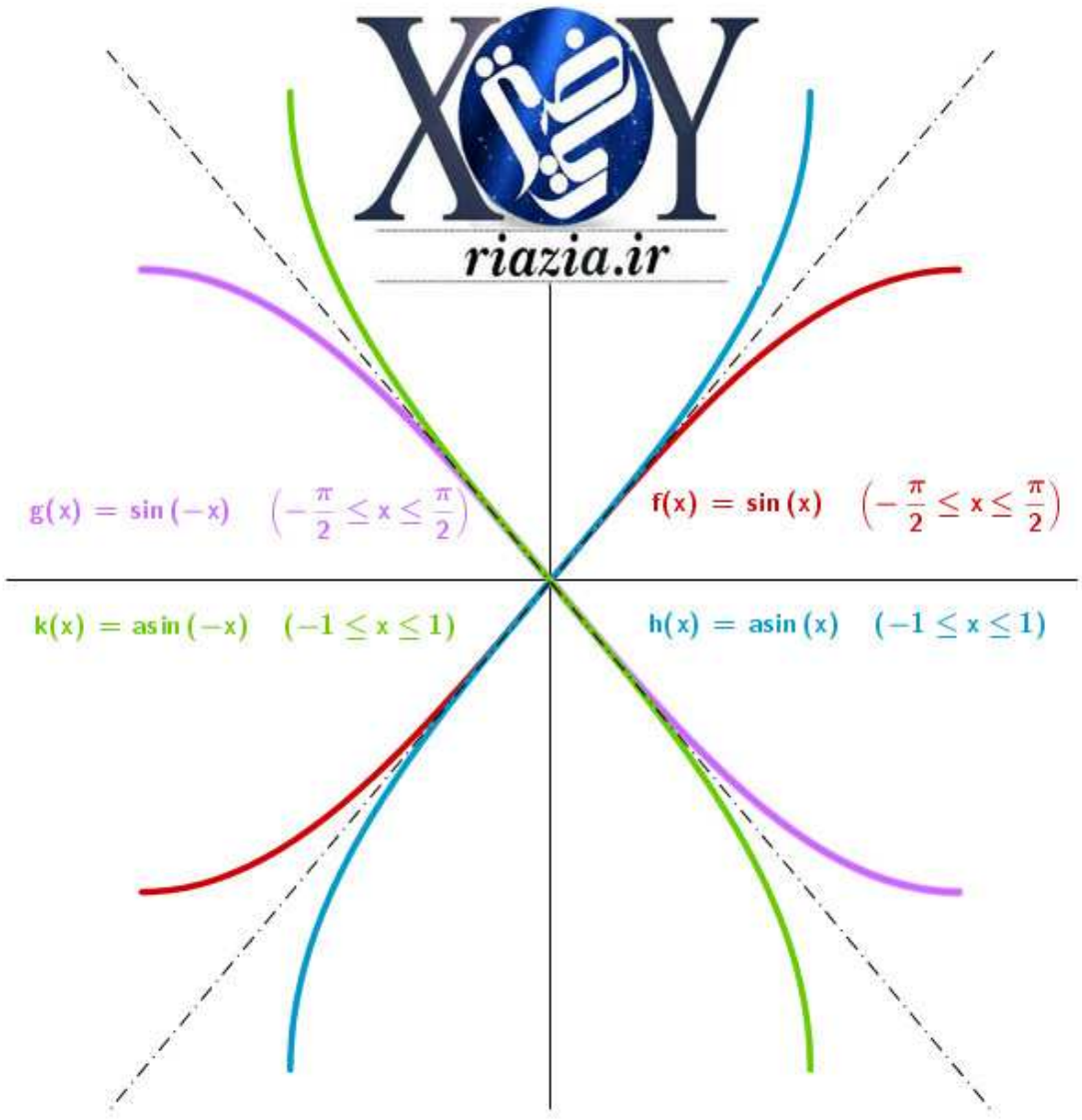
www.konkur.in

# حسابان ۱ فروردین ۱۴۰۱

## یازدهم ریاضی فیزیک

## پاسخ کامل مسائل کتاب درسی

مؤلف : محمد حسین مصلحی دبیر رسمی آموزش و پرورش اصفهان




هرگونه انتشار بدون تغییر در صفحات مجاز است.
این حل المسائل رایگان در اختیار شما قرارگرفته و فروش آن به هر نحو در سایتها یا شبکه های اجتماعی و ... مورد رضایت نویسنده نیست.

forum.konkur.in

www.konkur.in

# فهرست مطالب :


| حل مسائل | درصفحه | حل مسائل | درصفحه |
|---|---|---|---|
| صفحه ۶ | ۴ | صفحه ۹۶ | ۳۰ |
| صفحه ۱۵ | ۵ | صفحه ۱۰۴ | ۳۱ |
| صفحه ۲۲ | ۷ | صفحه ۱۰۹ | ۳۲ |
| صفحه ۲۸ | ۹ | صفحه ۱۱۲ | ۳۴ |
| صفحه ۳۵ | ۱۲ | صفحه ۱۲۰ | ۳۵ |
| صفحه ۴۲ | ۱۵ | صفحه ۱۲۷ | ۳۷ |
| صفحه ۵۲ | ۱۷ | صفحه ۱۳۹ | ۳۹ |
| صفحه ۶۲ | ۲۰ | صفحه ۱۴۴ | ۴۱ |
| صفحه ۶۹ | ۲۲ | صفحه ۱۵۱ | ۴۳ |
| صفحه ۷۷ | ۲۵ | | |
| صفحه ۸۵ | ۲۶ | | |
| صفحه ۹۰ | ۲۸ | | |


forum.konkur.in

www.konkur.in

# سخن آغازین

درود بر معلم که بزرگترین سرمایه هر جامعه که
نسل آینده آن جامعه است ، در اختیار اوست.

درود بر دانش آموز ، تنها امید بر آینده ای روشن .

این کتاب الکترونیکی برگ سبزی است،تقدیم به فرزندان ایران زمین.

اما چرا حل المسائل ؟

۱– باید دانش آموز را آگاه کرد که استفاده از حل المسائل آخرین راه است نه اولین کار.
اگر پیش از تلاش برای حل مساله سراغ حل المسائل بروید ، اعتماد به نفس خود را برای حل مسائل پیش رو از دست خواهید داد واین موضوع بسیار مخرب است.

۲– استفاده برخی دانش آموزان از حل المسائل واقعیتی غیر قابل انکار است.

۳– نویسندگان حل المسائل ها گاهی از روشهای میانبر و تستی برای حل مسائل استفاده کرده و معلم متهم به پیچیده کردن حل مساله می گردد .
پاسخهای موجود در این کتاب مبتنی بر روش کتاب است.

۴– برخی دانش آموزان به دلایلی تمام کلاسها را حضور نداشته و جوابهای صحیح سوالات را در اختیار ندارند و یا دبیر فرصت حل تمام مسائل را پیدا نمی کند.

به دلایلی که برخی از آنها ذکر شد بر آن شدیم ، پاسخ مسائل کتاب درسی را در اختیار قرار دهیم.

مشتاقانه پذیرای نظرات و انتقادات شما هستیم.

محمد حسین مصلحی
د بیر رسمی آموزش و پرورش اصفهان

فروردین ۱۴۰۱

آدرس سایت www.riazia.ir
آدرس اینستاگرام @riaziair
شماره همراه جهت تماس (sms) ۰۹۱۳۱۰۰۶۶۵۲

forum.konkur.in

www.konkur.in



۱- الف) اعداد ۱,۳,۵,۷,.... همان تعداد دایره های همرنگ از گوشه بالا سمت چپ است و مجموع آنها مربعی $n\times n$ را می سازد که $n$ همان تعداد رنگها است، پس $۱+۳+۵+...+(۲n-۱)=n^۲$

ب) $a=۱\ ,\ d=۲\Rightarrow S_n=\frac{n}{۲}(۲(۱)+(n-۱)(۲))=\frac{n}{۲}(۲+۲n-۲)=\frac{n}{۲}(۲n)=n^۲$

---

۲- $۱۰۲\ ,\ ۱۰۸\ ,\ ۱۱۴\ ,\ \ldots\ ,۹۹۶\Rightarrow n=\frac{a_n-a}{d}+۱=\frac{۹۹۶-۱۰۲}{۶}+۱=۱۵۰\Rightarrow S_n=\frac{۱۵۰}{۲}(۱۰۲+۹۹۶)=۸۲۳۵۰$

---

۳- $۵\ ,\ ۸\ ,\ ۱۱\ ,\ \ldots\Rightarrow a=۵\ ,\ d=۳\ ,S_n>۴۹۳\Rightarrow\frac{n}{۲}(۱۰+(n-۱)(۳))>۴۹۳\Rightarrow ۳n^۲+۷n-۹۸۶>۰$

عبارت درجه دوم آخر دارای دو ریشه $n=۱۷\ ,\ n=-\frac{۵۸}{۳}$ که برای مثبت بودن عبارت باید $n>۱۷\ \vee\ n<-\frac{۵۸}{۳}$ بنابراین حداقل $n$ برابر ۱۸ است.

---

۴- $\left.\begin{array}{l}a_۱+a_۳+a_۵+...+a_{۱۹}=۱۳۵\Rightarrow ۱۰a+(۰+۲+۴+...+۱۸)d=۱۳۵\\ a_۲+a_۴+a_۶+...+a_{۲۰}=۱۵۰\Rightarrow ۱۰a+(۱+۳+۵+...+۱۹)d=۱۵۰\end{array}\right\}\xrightarrow{-}۱۰d=۱۵\Rightarrow \boxed{d=\frac{۳}{۲}}$

$۱۰a+۲(۱+۲+۳+...+۹)(\frac{۳}{۲})=۱۳۵\Rightarrow ۱۰a+۱۳۵=۱۳۵\Rightarrow \boxed{a=۰}$

---

۵- $a_n=۲^{n-۱}\Rightarrow a=۱\ ,\ a_۲=۲\Rightarrow q=۲\ ,\ S_n=۲۵۵\Rightarrow S_n=a(\frac{q^n-۱}{q-۱})=۱(\frac{۲^n-۱}{۲-۱})=۲۵۵$

$\Rightarrow ۲^n-۱=۲۵۵\Rightarrow ۲^n=۲۵۶=۲^۸\Rightarrow \boxed{n=۸}$

---

۶- در مرحله اول $\frac{۱}{۲}$ و در مرحله دوم $\frac{۱}{۴}$ و ... پس

$\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۸}+....>\frac{۹۹}{۱۰۰}\Rightarrow\frac{۱}{۲}(\frac{(\frac{۱}{۲})^n-۱}{\frac{۱}{۲}-۱})>\frac{۹۹}{۱۰۰}\Rightarrow ۱-(\frac{۱}{۲})^n>\frac{۹۹}{۱۰۰}\Rightarrow(\frac{۱}{۲})^n<\frac{۱}{۱۰۰}\Rightarrow ۲^n>۱۰۰\Rightarrow \boxed{n_{\min}=۷}$

---

۷- (الف)(ب) با استفاده از فرمول مجموع جملات دنباله هندسی و طرفین وسطین ، اتحاد بدست می آید.

$۱+a+a^۲+...+a^{n-۱}=۱(\frac{a^n-۱}{a-۱})\Rightarrow a^n-۱=(a-۱)(a^{n-۱}+a^{n-۲}+...+a+۱)$

---

forum.konkur.in

www.konkur.in



۱- الف) $S = x_1 + x_2 = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1 \;,\; P = x_1.x_2 = \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9} \Rightarrow x^2 - x + \frac{2}{9} = 0 \Rightarrow 9x^2 - 9x + 2 = 0$

ب) $x_1 = 2x_2 \Rightarrow S = x_1 + x_2 = 2x_2 + x_2 = 3x_2 \;,\; P = x_1.x_2 = 2x_2.x_2 = 2x_2^2 \Rightarrow x^2 - (3x_2)x + 2x_2^2 = 0$

به جای $x_2$ هر عدد دلخواه می توان نوشت پس بیشمار جواب دارد.

---

۲- الف) تنها صفر تابع $x = 2$ است و $(0,-2)$ متعلق به سهمی است، پس

$$y = a(x-2)^2,\ (0,-2) \in f \Rightarrow -2 = a(0-2)^2 \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \Rightarrow y = -\frac{1}{2}(x-2)^2$$

ب) صفرهای تابع اعداد $-3$ , $1$ هستند و $(-1,-2)$ متعلق به سهمی است ، پس

$$y = a(x-1)(x+3),\ (-1,-2) \in f \Rightarrow -2 = a(-1-1)(-1+3) \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2}(x-1)(x+3) \Rightarrow y = \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{3}{2}$$

---

۳- الف) $h(x) = 0 \Rightarrow -0/03x(x-36) = 0 \Rightarrow x = 0 \;,\; x = 36$ به زمین خوردن یعنی ارتفاع صفر

پس از طی مسافت ۳۶ متر دوباره به زمین برخورد دارد.

ب) حداکثر ارتفاع ، عرض راس سهمی است .

طول راس سهمی ، میانگین طول دو نقطه متقارن سهمی است پس طول راس برابر $\frac{0+36}{2} = 18$

$$x = 18 \Rightarrow h(18) = -0/03(18)(18-36) = \boxed{9/72_m}$$

---

۴- الف) $f(x) = x^3 - 4x = x(x^2-4) = 0 \Rightarrow x = 0 \;,\; x = \pm 2 \Rightarrow$ صفرهای تابع $\{0,\pm 2\}$

ب) $f(x) = 2x^3 + x^2 + 3x = x(2x^2 + x + 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2x^2 + x + 3 = 0 \Rightarrow \Delta = -23 \boxed{\times} \end{cases} \Rightarrow$ صفر تابع $\{0\}$

پ) $h(x) = x^4 + 3x^2 + 5 = (x^2)^2 + 3(x^2) + 5 \Rightarrow \Delta = -11 \boxed{\times} \Rightarrow$ تابع ، صفر ندارد $\{\ \}$

---

۵- الف) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0 \Rightarrow (x^2-4)(x^2+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2 \\ x^2 + 1 = 0 \Rightarrow \boxed{\times} \end{cases}$

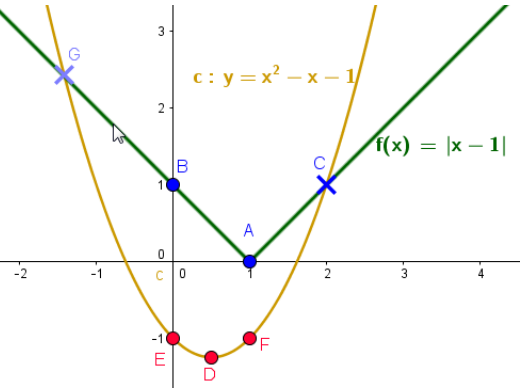
ب) $(\frac{x^2}{3} - 2 - 6)(\frac{x^2}{3} - 2 - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{x^2}{3} = 8 \Rightarrow x^2 = 24 \Rightarrow x = \pm 2\sqrt{6} \\ \frac{x^2}{3} = 3 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3 \end{cases}$

پ) $(4 - x^2 - 4)(4 - x^2 + 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 4 - x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = 0 \\ 4 - x^2 + 3 = 0 \Rightarrow x^2 = 7 \Rightarrow x = \pm\sqrt{7} \end{cases}$

forum.konkur.in

www.konkur.in






$$|x-1| = x^2 - x - 1 \Rightarrow \begin{cases} y = |x-1| \Rightarrow \begin{array}{c|ccc} x & 0 & 1 & 2 \\ \hline y & 1 & 0 & 1 \end{array} \\ y = x^2 - x - 1 \Rightarrow \begin{array}{c|ccc} x & 0 & \frac{1}{2} & 1 \\ \hline y & -1 & -\frac{5}{4} & -1 \end{array} \end{cases}$$

۶-

---

۷- معادله سهمی با راس $(\alpha, \beta)$ ، $y = a(x-\alpha)^2 + \beta$ است و دهانه سهمی رو به بالا $a$ مثبت و پایین منفی است.

الف) $y = 1(x+3)^2 + 5 \Rightarrow y = x^2 + 6x + 14 \Rightarrow \Delta = -20 \Rightarrow$ ☒ تابع صفر ندارد

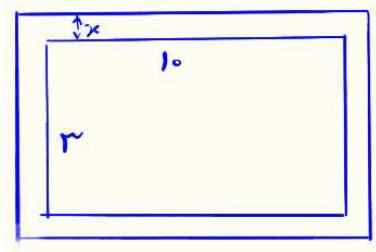
ب) $y = -1(x+2)^2 + 2 \xrightarrow{y=0} (x+2)^2 = 2 \Rightarrow x + 2 = \pm\sqrt{2} \Rightarrow x = -2 \pm \sqrt{2}$ صفرهای تابع

$$y = -(x+2)^2 + 2 = -x^2 - 4x - 2$$

پ) $y = 1(x-3)^2 - 3 \xrightarrow{y=0} (x-3)^2 = 3 \Rightarrow x = 3 \pm \sqrt{3}$ و صفرهای تابع $y = x^2 - 6x + 9 - 3 = x^2 - 6x + 6$

ت) $y = -1(x+2)^2 - 1 \xrightarrow{y=0} (x+2)^2 = -1 \Rightarrow$ ☒ و تابع صفر ندارد $y = -x^2 - 4x - 4 - 1 \Rightarrow y = -x^2 - 4x - 5$

---




$$(10+2x)(3+2x) = 14 + 3 \times 10 \Rightarrow 4x^2 + 26x - 14 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 13x - 7 = 0 \Rightarrow (2x-1)(x+7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = -7 \text{ ☒} \end{cases}$$

۸-

---

۹- عرض کاشی $x$ و طول کاشی $4x+1$ و مساحت کاشی $x(4x+1)$ است.

$$2000\,x(4x+1) = 528000\ cm^2 \Rightarrow 4x^2 + x - 264 = 0 \Rightarrow (x-8)(4x+33) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 8 \\ x = -\frac{33}{4} \text{ ☒} \end{cases}$$

پس عرض کاشی ۸ و طول کاشی $4(8)+1 = 33$ سانتیمتر است.

---

forum.konkur.in

www.konkur.in



۱- هر دو ریشه پذیرفتنی ، زیرا ریشه مخرج کسر نیستند.

$$\frac{۶}{x}=\frac{۲}{۱}+\frac{x-۳}{x+۱} \xrightarrow[\times]{x(x+۱)} ۶(x+۱)=۲x(x+۱)+x(x-۳) \Rightarrow ۳x^{۲}-۷x-۶=۰ \Rightarrow \boxed{x=۳}, \boxed{x=-\frac{۲}{۳}}$$

---

۲- هر دو ریشه پذیرفتنی ، زیرا ریشه مخرج کسر نیستند.

$$\frac{p}{۲-p}+\frac{۲}{p}=-\frac{۳}{۲} \xrightarrow[\times]{۲p(۲-p)} ۲p(p)+۲(۲-p)(۲)=-p(۲-p) \Rightarrow ۲p^{۲}+۸-۴p=-۲p+p^{۲}$$

$$\Rightarrow p^{۲}-۲p-۸=۰ \Rightarrow (p-۴)(p+۲)=۰ \Rightarrow \boxed{p=۴}\ ,\ \boxed{p=-۲}$$

---

۳- عدد $y=۰$ پذیرفتنی نیست ، چون ریشه مخرج است.

$$\frac{۳y+۵}{y(y+۵)}+\frac{y+۴}{y+۵}=\frac{y+۱}{y} \xrightarrow[\times]{y(y+۵)} ۱(۳y+۵)+y(y+۴)=(y+۵)(y+۱) \Rightarrow y=۰ \boxed{\times}$$

---

۴- $$۲\sqrt{x}=\sqrt{۳x+۴} \xrightarrow{\square^{۲}=\square^{۲}} ۴x=۳x+۴ \Rightarrow x=۴ \xrightarrow{?} ۲\sqrt{۴} \overset{?}{=} \sqrt{۳(۴)+۴}$$

---

۵- $$\frac{۱-\sqrt{x}}{۱+\sqrt{x}}=۱-x=(۱-\sqrt{x})(۱+\sqrt{x}) \Rightarrow \begin{cases} ۱-\sqrt{x}=۰ \Rightarrow x=۱ \xrightarrow{?} \frac{۱-\sqrt{۱}}{۱+\sqrt{۱}} \overset{?}{=} ۱-۱ \Rightarrow x=۱ \\ (۱+\sqrt{x})^{۲}=۱ \Rightarrow ۱+\sqrt{x}=۱ \Rightarrow x=۰ \xrightarrow{?} \frac{۱-\sqrt{۰}}{۱+\sqrt{۰}} \overset{?}{=} ۱-۰ \Rightarrow x=۰ \end{cases}$$

---

۶- $$\frac{۵}{\sqrt{x}+۲}=۲-\frac{۱}{\sqrt{x}-۲} \Rightarrow (\sqrt{x}+۲)(\sqrt{x}-۲)(\frac{۵}{\sqrt{x}+۲})=(\sqrt{x}+۲)(\sqrt{x}-۲)(۲-\frac{۱}{\sqrt{x}-۲})$$

$$\Rightarrow ۵\sqrt{x}-۱۰=۲(x-۴)-۱(\sqrt{x}+۲) \Rightarrow ۲x-۶\sqrt{x}=۰ \Rightarrow \sqrt{x}(\sqrt{x}-۳)=۰ \Rightarrow \begin{cases} x=۰ \\ x=۹ \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=۰ \xrightarrow{?} \frac{۵}{\sqrt{۰}+۲}=۲-\frac{۱}{\sqrt{۰}-۲} \\ x=۹ \xrightarrow{?} \frac{۵}{\sqrt{۹}+۲}=۲-\frac{۱}{\sqrt{۹}-۲} \end{cases}$$

---

forum.konkur.in

www.konkur.in



$$\sqrt{x+3}=4-\sqrt{3x+1}\xrightarrow{\square^2=\square^2}(\sqrt{x+3})^2=(4-\sqrt{3x+1})^2\Rightarrow x+3=16-8\sqrt{3x+1}+3x+1$$

۷- $$\Rightarrow 2x-8\sqrt{3x+1}+14=0\Rightarrow 4\sqrt{3x+1}=x+7\xrightarrow{\square^2=\square^2}16(3x+1)=(x+7)^2\Rightarrow x^2-34x+33=0$$

$$\Rightarrow (x-1)(x-33)=0\Rightarrow\begin{cases}x=1\xrightarrow{?}\sqrt{1+3}\overset{?}{=}4-\sqrt{3(1)+1}\\ x=33\xrightarrow{?}\sqrt{33+3}\overset{?}{=}4-\sqrt{3(33)+1}\ \boxtimes\end{cases}$$

---

۸- قیمت اسباب بازی را $x$ و تعداد اسباب بازی قبل تخفیف را $n$ در نظر بگیرید،

$$\begin{cases}nx=120\\(n+4)(x-1)=120\end{cases}\Rightarrow \overset{120}{\cancel{nx}}+4x-n-4=120\overset{n=\frac{120}{x}}{\Rightarrow}4x-\frac{120}{x}-4=0\Rightarrow x-\frac{30}{x}-1=0$$

$$\overset{\times x}{\Rightarrow}x^2-x-30=0\Rightarrow(x-6)(x+5)=0\Rightarrow\begin{cases}x=6\\ x=-5\ \boxtimes\end{cases}$$

قیمت اسباب بازی قبل تخفیف ۶ هزار تومان بوده است.

---

۹- اگر ماشین $B$ ، ۱ واحد کار را در زمان $x$ ساعت انجام دهد ، پس $B$ در ۱ ساعت $\frac{1}{x}$ کار انجام می دهد و

ماشین $A$ ، ۱ واحد کار را درزمان $x-15$ ساعت انجام می دهد،پس $A$ در ۱ ساعت $\frac{1}{x-15}$ کار انجام می د

اگر هر دو ماشین شروع به کار کنند در یک ساعت $\frac{1}{x}+\frac{1}{x-15}$ واحد کار انجام می دهند.

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x-15}=\frac{1}{18}\Rightarrow 18x(x-15)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x-15}=\frac{1}{18}\right)\Rightarrow 18(x-15)+18x=x(x-15)$$

$$\Rightarrow x^2-51x+270=0\Rightarrow(x-45)(x-6)=0\Rightarrow\begin{cases}x=45\Rightarrow x-15=30\\ x=6\Rightarrow x-15=-9<0\ \boxtimes\end{cases}$$

پس ماشین $B$ در ۴۵ ساعت و ماشین $A$ در ۳۰ ساعت کار را انجام می دهند.

---

۱۰- سرعت رفت $x$ و سرعت برگشت $x-8$ پس زمان رفت $\frac{144}{x}$ و زمان برگشت $\frac{144}{x-8}$ و

مجموع زمان رفت و برگشت بدون توقف ۱۵ ساعت است .

$$\frac{144}{x}+\frac{144}{x-8}=15\Rightarrow\frac{48}{x}+\frac{48}{x-8}=5\xrightarrow{\times(x)(x-8)}48(x-8)+48(x)=5x(x-8)\Rightarrow 5x^2-136x+384=0$$

$$\Rightarrow 5x^2-136x+384=0\Rightarrow x=\frac{68\pm\sqrt{2704}}{5}=\frac{68\pm52}{5}\Rightarrow\begin{cases}x=\frac{120}{5}=24\Rightarrow x-8=16>0\\ x=\frac{16}{5}=3/2\Rightarrow x-8=-4/8<0\ \boxtimes\end{cases}\Rightarrow\boxed{x=24}$$

پس سرعت رفت $24_{km/h}$ و سرعت برگشت $16_{km/h}$ بوده است.غ

forum.konkur.in

www.konkur.in



۱- الف) $f(x)=x|x| \Rightarrow f(x)=\begin{cases} x(x) & x\geq 0 \\ x(-x) & x<0 \end{cases}=\begin{cases} x^2 & x\geq 0 \\ -x^2 & x<0 \end{cases}$

ب)

$x^2-1=0 \Rightarrow x=\pm 1 \Rightarrow$

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x^2-1$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

$$\Rightarrow g(x)=|x^2-1|=2\begin{cases} x^2-1 & (x>1)\vee(x<-1) \\ 1-x^2 & -1\leq x\leq 1 \end{cases}$$

پ)

$x-1=0 \Rightarrow x=1,\ x+1=0 \Rightarrow x=-1 \Rightarrow$

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $+1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x-1$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $x+1$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |

$$\Rightarrow h(x)=\begin{cases} -(x-1)-(x+1) & x<-1 \\ -(x-1)+(x+1) & -1\leq x\leq 1 \\ +(x-1)+(x+1) & x>1 \end{cases} \Rightarrow h(x)=\begin{cases} -2x & x<-1 \\ 2 & -1\leq x\leq 1 \\ 2x & x>1 \end{cases}$$

---

۲- روش اول) با توجه به محور $2a+4=6 \Rightarrow a=1 \Rightarrow x_2=3+1=4, x_1=-1-1=-2$

روش دوم) تعیین علامت

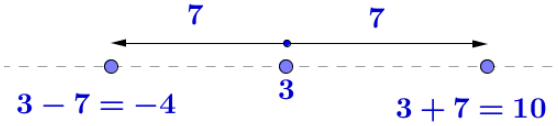
$$|x+1|+|x-3|=6 \Rightarrow \begin{cases} x+1=0 \Rightarrow x=-1 \\ x-3=0 \Rightarrow x=3 \end{cases} \Rightarrow$$

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x+1$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $x-3$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |

$$\Rightarrow \begin{cases} x<-1 \Rightarrow -x-1-x+3=6 \Rightarrow x=-2 \\ -1\leq x\leq 2 \Rightarrow x+1-x+3=6 \Rightarrow 4=6 \\ x>2 \Rightarrow x+1+x-3=6 \Rightarrow x=4 \end{cases}$$

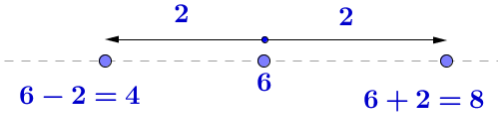
---

۳- الف) $|x-3|=7$



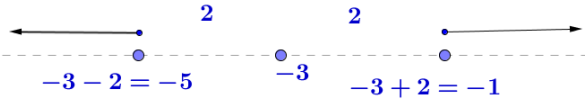

$\Rightarrow x\in\{10,-4\}$

ب) $2|x-6|=4 \Rightarrow |x-6|=2$




$\Rightarrow x\in\{4,8\}$

پ) $|x+3|>2$




$\Rightarrow x>-1 \ \vee \ x<-5$

forum.konkur.in

www.konkur.in



۴- الف) $\frac{۲-x}{|x-۳|}=۱\Rightarrow |x-۳|=۲-x \Rightarrow x-۳=\pm(۲-x)\Rightarrow \begin{cases} x-۳=۲-x\Rightarrow x=\frac{۵}{۲} \xrightarrow{?} \frac{۲-\frac{۵}{۲}}{\left|\frac{۵}{۲}-۳\right|}\overset{?}{=}۱ \\ x-۳=-۲+x\Rightarrow \boxed{\times} \end{cases}$

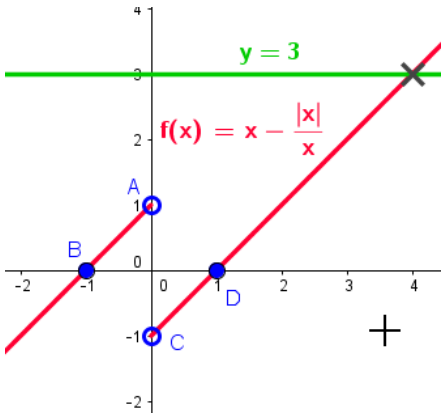
ب) $\sqrt{x^۲-۲x+۱}=۲x+۱\Rightarrow |x-۱|=۲x+۱\Rightarrow x-۱=\pm(۲x+۱)$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-۱=۲x+۱\Rightarrow x=-۲ \xrightarrow{?} |-۲-۱|=۲(-۲)+۱ \\ x-۱=-۲x-۱\Rightarrow x=۰ \xrightarrow{?} |۰-۱|=۲(۰)+۱ \end{cases}$$

---

۵- الف) $y=x-\frac{x}{|x|}=\begin{cases} x-۱ & x>۰\Rightarrow \begin{array}{c|cc} x & ۰ & ۱ \\ \hline y & -۱ & ۰ \end{array} \\ x+۱ & x<۰\Rightarrow \begin{array}{c|cc} x & ۰ & -۱ \\ \hline y & ۱ & ۰ \end{array} \end{cases}$

روش هندسی) طول محل برخورد $y=۳$ با نمودار $f$ برابر ۴ است

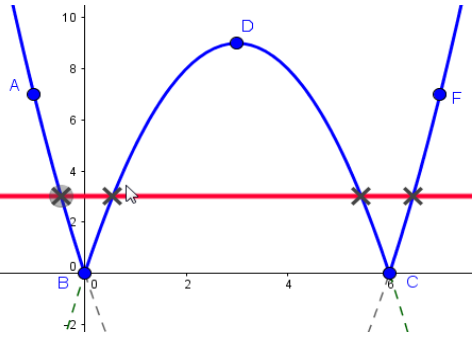



روش جبری) $x>۰\Rightarrow \begin{cases} y=x-۱ \\ y=۳ \end{cases}\Rightarrow \boxed{x=۴}$ , $x<۰\Rightarrow \begin{cases} y=x+۱ \\ y=۳ \end{cases}\Rightarrow x=۲$

---

ب) $y=|x^۲-۶x|=\begin{cases} x^۲-۶x & (x>۶)\vee(x<۰)\Rightarrow \begin{array}{c|ccccc} x & -۱ & ۰ & ۳ & ۶ & ۷ \\ \hline y & ۷ & ۰ & -۹ & ۰ & ۷ \end{array} \\ -x^۲+۶x & ۰\le x\le ۶ \Rightarrow \begin{array}{c|ccc} x & ۰ & ۳ & ۶ \\ \hline y & ۰ & ۹ & ۰ \end{array} \end{cases}$

روش هندسی: با توجه به شکل و طول محل های برخورد ریشه های تقریبی عبارتند از $-۰/۵ , ۰/۵ , ۵/۵ , ۶/۵$




روش جبری :

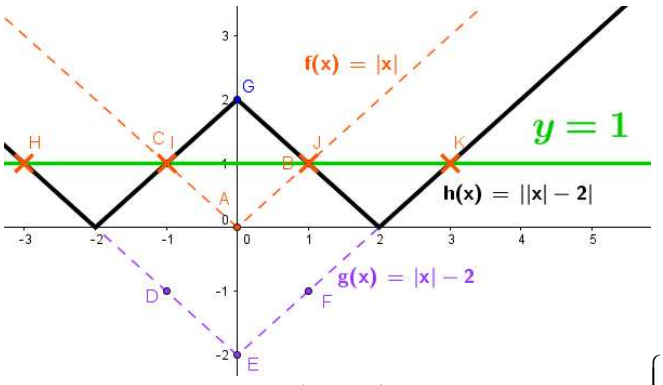
$$\begin{cases} (x<۰)\vee(x>۶)\Rightarrow x^۲-۶x=۳\Rightarrow x^۲-۶x-۳=۰\Rightarrow \boxed{x=۳\pm ۲\sqrt{۳}}\approx ۶/۴,-۰/۴۶ \\ ۰\le x\le ۶\Rightarrow -x^۲+۶x=۳\Rightarrow x^۲-۶x+۳=۰\Rightarrow \boxed{x=۳\pm\sqrt{۶}}\approx ۵/۴,۰/۵۵ \end{cases}$$

forum.konkur.in

www.konkur.in



۶- ابتدا نمودار $y=|x|$ را ز رسم و ۲ واحد به پایین انتقال داده و سپس قسمتی از نمودار که پایین محور $x$ هاست را به بالا منتقل می کنیم.




روش هندسی)

طول محل برخورد تابع $f$ با خط $y=۱$ برابر است با $۳, -۱, ۱, -۳$

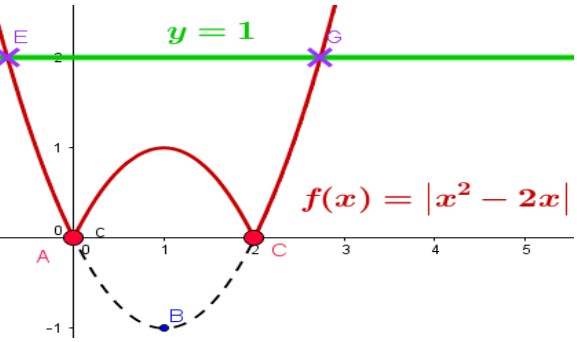
روش جبری)

$$\left||x|-۲\right|=۱\Rightarrow |x|-۲=\pm ۱\Rightarrow \begin{cases} |x|-۲=۱\Rightarrow |x|=۳\Rightarrow \boxed{x=\pm ۳} \\ |x|-۲=-۱\Rightarrow |x|=۱\Rightarrow \boxed{x=\pm ۱} \end{cases}$$

---

۷- نمودار تابع را بدون قدر مطلق رسم و قسمتی از نمودار تابع که پایین محور $x$ ها است را به بالای محور انتقال می دهیم.

$$y=x^۲-۲x\Rightarrow x_{min}=-\frac{b}{۲a}=-\frac{-۲}{۲}=۱\Rightarrow \begin{array}{c|ccc} x & ۰ & ۱ & ۲ \\ \hline y & ۰ & -۱ & ۰ \end{array}$$




روش هندسی :

طول تقریبی محل برخورد نمودار تابع $f$ و خط $y=۲$ برابر $۲/۷۵, -۰/۷۵$ است.

روش جبری :

$$\left|x^۲-۲x\right|=۲\Rightarrow x^۲-۲x=\pm ۲\Rightarrow \begin{cases} x^۲-۲x=۲\Rightarrow x^۲-۲x-۲=۰\Rightarrow \boxed{x=۱\pm\sqrt{۳}}\approx ۲/۷۳, -۰/۷۳ \\ x^۲-۲x=-۲\Rightarrow x^۲-۲x+۲=۰\Rightarrow \Delta=-۴\ \boxed{\times} \end{cases}$$

---

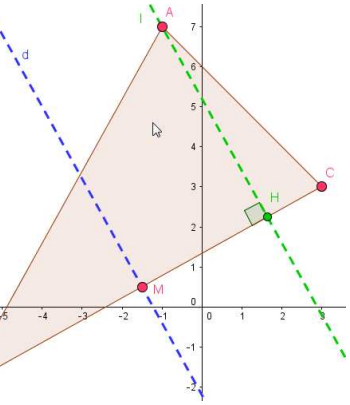
تذکر : در روش هندسی ، جوابی که از روی نمودار پیدا می کنیم ، تقریبی است و خطای آن بستگی به دقت رسم دارد و همین که حدود ریشه ها را حدس بزنیم ، کافی است.

forum.konkur.in

www.konkur.in



۱- الف) رسم مثلث




ب) $\left.\begin{aligned} AB &= \sqrt{(-۶-(-۱))^۲+(-۲-۷)^۲} = \sqrt{۲۵+۸۱} = \sqrt{۱۰۶} \\ AC &= \sqrt{(۳-(-۱))^۲+(۳-۷)^۲} = \sqrt{۱۶+۱۶} = \sqrt{۳۲} = ۴\sqrt{۲} \\ BC &= \sqrt{(۳-(-۶))^۲+(۳-(-۲))^۲} = \sqrt{۸۱+۲۵} = \sqrt{۱۰۶} \end{aligned}\right\} \Rightarrow AB = BC$

پ) مختصات وسط $BC$ برابر $\begin{cases} x_M = \dfrac{x_B + x_C}{۲} = \dfrac{-۶+۳}{۲} = -\dfrac{۳}{۲} \\ y_M = \dfrac{y_B + y_C}{۲} = \dfrac{-۲+۳}{۲} = \dfrac{۱}{۲} \end{cases}$ و

شیب $BC$ برابر $m_{BC} = \dfrac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \dfrac{۳-(-۲)}{۳-(-۶)} = \dfrac{۵}{۹}$ پس شیب عمود بر آن برابر $-\dfrac{۹}{۵}$ است.

و معادله عمود منصف $\left(-\frac{۳}{۲},\frac{۱}{۲}\right), m = -\frac{۹}{۵} \Rightarrow y - \frac{۱}{۲} = -\frac{۹}{۵}(x + \frac{۳}{۲}) \Rightarrow y - \frac{۱}{۲} = -\frac{۹}{۵}x - \frac{۲۷}{۱۰} \Rightarrow \boxed{y = -\frac{۹}{۵}x - \frac{۱۱}{۵}}$

ت) معادله $BC$ را نوشته و فاصله $A$ تا خط $BC$ را می یابیم.

معادله خط $BC$ برابر $C(۳,۳), m_{BC} = \frac{۵}{۹} \Rightarrow y - ۳ = \frac{۵}{۹}(x - ۳) \Rightarrow y = \frac{۵}{۹}x + \frac{۴}{۳} \Rightarrow \boxed{۵x - ۹y + ۱۲ = ۰}$

و طول ارتفاع $AH$ همان فاصله $A$ تا $BC$ است که برابر

$A(-۱,۷)\ ,\ ۵x - ۹y + ۱۲ = ۰ \Rightarrow d = \dfrac{|ax_۰ + by_۰ + c|}{\sqrt{a^۲ + b^۲}} = \dfrac{|(۵\times(-۱) + (-۹)\times(۷) + ۱۲|}{\sqrt{(۵)^۲ + (-۹)^۲}} \Rightarrow \boxed{AH = \dfrac{۵۶}{\sqrt{۱۰۶}}}$

---

۲- مرکز وسط قطر و شعاع دایره ، نصف قطر است . پس

$\begin{cases} x_o = \dfrac{x_A + x_B}{۲} = \dfrac{۰+۸}{۲} = ۴ \\ y_o = \dfrac{y_A + y_B}{۲} = \dfrac{۶+(-۸)}{۲} = -۱ \end{cases} \Rightarrow \boxed{O(۴,-۱)}$

$AB = \sqrt{(۸-۰)^۲ + (-۸-۶)^۲} = \sqrt{۶۴+۱۹۶} = \sqrt{۲۶۰} \Rightarrow r = \dfrac{AB}{۲} \Rightarrow \boxed{r = \sqrt{۶۵}}$

---

۳- الف) $A, B$ محل برخورد با محور $x$ ها یعنی $y = ۰$ هستند

$x^۲ - ۸x - ۲۰ = ۰ \Rightarrow (x-۱۰)(x+۲) = ۰ \Rightarrow x = ۱۰\ ,\ x = -۲ \Rightarrow A(-۲,۰)\ ,\ B(۱۰,۰)$

ب) $AB = |x_B - x_A| = |۱۰-(-۲)| = ۱۲_{cm}$

پ) بیشترین ضخامت عدسی ، قدرمطلق عرض راس سهمی است ،

$x_C = -\dfrac{b}{۲a} = -\dfrac{-۸}{۲} = ۴ \Rightarrow y_C = (۴)^۲ - ۸(۴) - ۲۰ = -۳۶ \Rightarrow |-۳۶| = ۳۶_{cm}$ بیشترین ضخامت عدسی

---

forum.konkur.in

www.konkur.in



۴) چون فاصله دو خط موازی مقداری ثابت است ، فاصله نقطه ای از یکی را تا دیگری محاسبه می کنیم .

$$L_1 : ax+by+c=0 \;,\; x=0 \Rightarrow y=-\frac{c}{b} \Rightarrow A(0,-\frac{c}{b})$$

$$L_2 : ax+by+c'=0 \Rightarrow d=\frac{\left|(a\times 0)+(b\times(-\frac{c}{b}))+c'\right|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{|c-c'|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

---

۵- چون خط بر دایره مماس است ، فاصله مرکز تا خط همان شعاع دایره است.

$$r=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{|(4\times(-1))+(3\times 2)+(-5)|}{\sqrt{4^2+3^2}}=\frac{3}{5}$$

---

۶- الف) $OS=r \Rightarrow \sqrt{x^2+8^2}=10 \Rightarrow x^2+64=100 \Rightarrow x=\pm 6$

ب)

$$P(-10,0)\;,\;S(6,8) \Rightarrow m_{PS}=\frac{8-0}{6-(-10)}=\frac{8}{16}=\frac{1}{2} \quad , \quad Q(10,0)\;,\;S(6,8) \Rightarrow m_{SQ}=\frac{0-8}{10-6}=\frac{-8}{4}=-2$$

$$P(-10,0)\;,\;S(-6,8) \Rightarrow m_{PS}=\frac{8-0}{-6-(-10)}=\frac{8}{4}=2 \quad , \quad Q(10,0)\;,\;S(-6,8) \Rightarrow m_{SQ}=\frac{0-8}{10-(-6)}=\frac{-8}{16}=-\frac{1}{2}$$

ب) $m_{PS}\times m_{SQ}=\frac{1}{2}\times(-2)=-1 \Rightarrow PS\perp SQ \quad or \quad m_{PS}\times m_{SQ}=2\times(-\frac{1}{2})=-1 \Rightarrow PS\perp SQ$

---

۷-

$$2=\frac{|(a\times 1)+(4\times 2)+(-1)|}{\sqrt{a^2+4^2}} \Rightarrow 2=\frac{|a+7|}{\sqrt{a^2+16}} \Rightarrow 4(a^2+16)=(a+7)^2 \Rightarrow 4a^2+64=a^2+14a+49$$

$$\Rightarrow 3a^2-14a+15=0 \Rightarrow (3a-5)(a-3)=0 \Rightarrow a=\frac{5}{3}\;,\;a=3$$

---

۸- الف) وسط $AB$

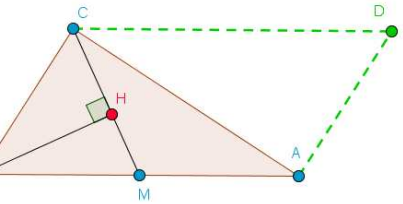
$$x_M=\frac{x_A+x_B}{2}=\frac{-11+(-3)}{2}=-7 \;,\; y_M=\frac{y_A+y_B}{2}=\frac{-13+3}{2}=-5 \Rightarrow \boxed{M(-7,-5)}$$

معادله خط $MC$

$$m_{MC}=\frac{1-(-5)}{3-(-7)}=\frac{3}{5} \Rightarrow y-1=\frac{3}{5}(x-3) \Rightarrow y=\frac{3}{5}x-\frac{4}{5} \Rightarrow \boxed{3x-5y-4=0}$$

طول $BH$

$$d=BH=\frac{|(3\times(-3))+(-5\times 3)+(-4)|}{\sqrt{(3)^2+(-5)^2}} \Rightarrow \boxed{BH=\frac{28}{\sqrt{34}}}$$




---

ب) قطرهای متوازی الاضلاع منصف همند پس

$$\begin{cases} x_D+x_B=x_A+x_C \Rightarrow x_D+(-3)=-11+3 \Rightarrow x_D=-5 \\ y_D+y_B=y_A+y_C \Rightarrow y_D+3=-13+1 \Rightarrow y_D=-15 \end{cases} \Rightarrow D(-5,-15)$$

forum.konkur.in

www.konkur.in



$$B(b,2b)\ ,\ A(2,4) \Rightarrow \begin{cases} AB=\sqrt{(b-2)^2+(2b-4)^2}=|b-2|\sqrt{5} \\ OB=\sqrt{b^2+(2b)^2}=|b|\sqrt{5} \end{cases},\ OB+AB=5 \Rightarrow \boxed{|b|+|b-2|=\sqrt{5}}$$

۹-

$$\begin{cases} b<0 \Rightarrow -b-b+2=\sqrt{5} \Rightarrow b=\dfrac{2-\sqrt{5}}{2} \\ 0\le b\le 2 \Rightarrow b-b+2=\sqrt{5} \Rightarrow 2=\sqrt{5} \\ b>2 \Rightarrow b+b-2=\sqrt{5} \Rightarrow b=\dfrac{2+\sqrt{5}}{2} \end{cases} \Rightarrow \boxed{B_1=\left(\frac{2-\sqrt{5}}{2},2-\sqrt{5}\right)}\ ,\ \boxed{B_2=\left(\frac{2+\sqrt{5}}{2},2+\sqrt{5}\right)}$$

---

۱۰- معادله $AH, BC$ را قطع می دهیم تا $H$ بدست آید و سپس طول $MH$ را پیدا می کنیم.

$$m_{BC}=\frac{-2-(-1)}{8-1}=-\frac{1}{7} \Rightarrow y-(-1)=-\frac{1}{7}(x-1) \Rightarrow y=-\frac{1}{7}x-\frac{6}{7} \Rightarrow \boxed{x+7y+6=0}_{BC}$$

$$AH=\frac{|(1\times 4)+(7\times 2)+6|}{\sqrt{(1)^2+(7)^2}} \Rightarrow \boxed{AH=\frac{24}{\sqrt{50}}}\ ,\ M\left(\frac{1+8}{2},\frac{-1-2}{2}\right) \Rightarrow \boxed{M\left(\frac{9}{2},-\frac{3}{2}\right)}$$

$$\Rightarrow AM=\sqrt{\left(4-\frac{9}{2}\right)^2+\left(2-\left(-\frac{3}{2}\right)\right)^2}=\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{49}{4}} \Rightarrow \boxed{AM=\sqrt{\frac{50}{4}}}$$

$$\Delta AHM:\ HM=\sqrt{AM^2-AH^2}=\sqrt{\frac{50}{4}-\frac{576}{50}}=\sqrt{\frac{196}{200}}=\frac{14}{10\sqrt{2}} \Rightarrow \boxed{HM=\frac{7\sqrt{2}}{10}}$$

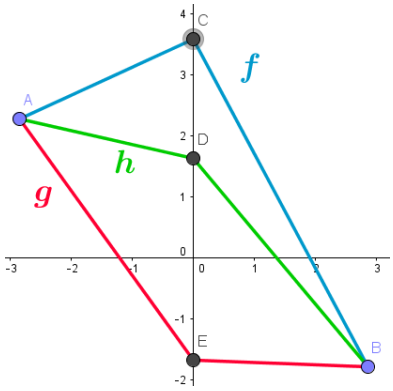
---

forum.konkur.in

www.konkur.in



۱- نقطه دلخواهی روی محور $y$ ها درنظر گرفته و به $A,B$ وصل کنید، تا تابعی دو ضابطه ای حاصل شود.




خواندنی : می توان تابع تک ضابطه ای(چند جمله ای) معرفی کرد.

اگر $A(x_A,y_A)\ ,\ B(x_B,y_B)$ در این صورت

$$f(x)=\frac{x-x_A}{x_B-x_A}y_B+\frac{x-x_B}{x_A-x_B}y_A+(x-x_A)(x-x_B).P(x)$$

که $P(x)$ چند جمله ای دلخواه از درجه $n$ است ، در اینصورت تابع $f$ از درجه $n+2$ خواهد بود.

---

۲- الف) نادرست.مثال نقض

$$f=\{(1,1),(2,2)\}\quad g=\{(1,2),(2,1)\}\quad D_f=D_g=\{1,2\}\quad R_f=R_g=\{1,2\}\ ,f\neq g$$

ب) درست (در این حالت تابع را پوشا گویند) ، چون برد زیر مجموعه همه دامنه است

$$f:A\to B\Rightarrow R_f\subseteq B$$

پ) نادرست، طبق ب

ت) درست، می توانیم دامنه را محدود کنیم $f(x)=kx\ ,\ k\in\mathbb{R}\ ,x\in[0,3]$

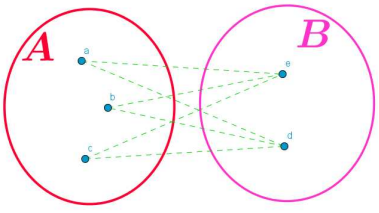
یاتابع رادیکالی مقابل برای $k$ مثبت دلخواه $g(x)=\sqrt{kx(3-x)}\ ,\ k>0$

---

۳- هر تابع چند جمله ای دارای دامنه $\mathbb{R}$ است ، مثلا $f(x)=kx$ ، عدد $k$ عددی حقیقی دلخواه

---

۴- نظیر هر یک از سه عضو دامنه ، هریک از عضوهای $d,e$ می توانند قرار گیرند پس تعداد توابع $2^3=8$ است




$$\{(a,d),(b,d),(c,d)\},\{(a,d),(b,d),(c,e)\}$$
$$\{(a,d),(b,e),(c,d)\},\{(a,d),(b,e),(c,e)\}$$
$$\{(e,d),(b,d),(c,d)\},\{(e,d),(b,d),(c,e)\}$$
$$\{(e,d),(b,e),(c,d)\},\{(e,d),(b,e),(c,e)\}$$

---

۵- یادآوری :

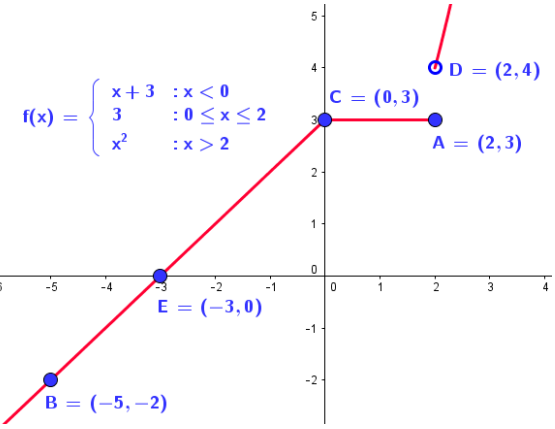
$$f=g\Leftrightarrow\begin{cases}D_f=D_g\\ \forall x\in D_f=D_g\Rightarrow f(x)=g(x)\end{cases}\quad\text{پس}\quad f=h\ ,\ g=s$$

---

forum.konkur.in

www.konkur.in






۶- $D_f = R_f = \mathbb{R}$ , $(-۳,۰) \in f$ , $(-۵,-۲) \in f$

$$\Rightarrow m = \frac{۰-(-۲)}{-۳-(-۵)} = \frac{۲}{۲} = ۱ \Rightarrow y = x + b$$

$$\Rightarrow ۰ = -۳ + b \Rightarrow b = ۳ \Rightarrow x < ۰ \quad y = x + ۳$$

۷-

الف) $x = ۳۵ \Rightarrow M(۳۵) = ۲/۸۹(۳۵) + ۷۰/۶۴ = ۱۷۱/۷۹ \, cm$

ب) $M(x) = ۱۸۵ \Rightarrow ۱۸۵ = ۲/۸۹x + ۷۰/۶۴ \Rightarrow x = \frac{۱۸۵ - ۷۰/۶۴}{۲/۸۹} \approx ۳۹/۵۷ \, cm$

$x = ۴۰ \Rightarrow m(۴۰) = ۲/۷۵(۴۰) + ۷۱/۴۸ = ۱۸۱/۴۸ \, cm$

پ) $m(x) = ۱۹۰ \Rightarrow ۱۹۰ = ۲/۷۵x + ۷۱/۴۸ \Rightarrow x = \frac{۱۹۰ - ۷۱/۴۸}{۲/۷۵} \approx ۴۳/۰۹ \, cm$

forum.konkur.in

www.konkur.in



۱- الف) $f(x)=\frac{x-1}{2-x}$ $2-x=0\Rightarrow x=2\Rightarrow D_f=\mathbb{R}-\{2\}$

ب) $f(x)=\frac{-3x}{x^2+1}$ $x^2+1=0 \Rightarrow D_f=\mathbb{R}-\{\}=\mathbb{R}$

پ) $f(x)=\frac{2x+3}{x^2+x-12}$ $x^2+x-12=(x+4)(x-3)=0\Rightarrow x=-4,3\Rightarrow D_f=\mathbb{R}-\{-4,3\}$

ت) $f(x)=\sqrt{3x+1}$ $3x+1\geq 0\Rightarrow x\geq -\frac{1}{3}\Rightarrow D_f=[-\frac{1}{3},+\infty)$

ث) $f(x)=2\sqrt{x}-3$ $x\geq 0\Rightarrow D_f=[0,+\infty)$

ج) $f(x)=\sqrt{8-x}$ $8-x\geq 0\Rightarrow x\leq 8\Rightarrow D_f=(-\infty,8]$

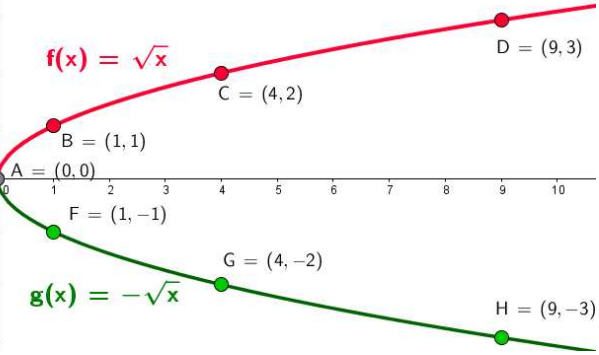
---

۲- در تابع $f(x)=\frac{1}{x}$ اگر $x\to -x$ خواهیم داشت $g(x)=\frac{1}{-x}=-\frac{1}{x}$ یعنی می توان نمودار $f$ را نسبت به محور $y$ ها قرینه کرد تا نمودار $g$ حاصل شود.

اگر $y\to -y$ خواهیم داشت $-y=\frac{1}{x}\Rightarrow y=g(x)=-\frac{1}{x}$ یعنی می توان نمودار $f$ نسبت به محور $x$ ها قرینه کرد تا نمودار $g$ بدست آید.

---

۳- مقدار $y$ به $-y$ تبدیل شده ، پس قرینه $y=\sqrt{x}$ را نسبت به محور $x$ ها می یابیم.




$f(x)=\sqrt{x}\Rightarrow$

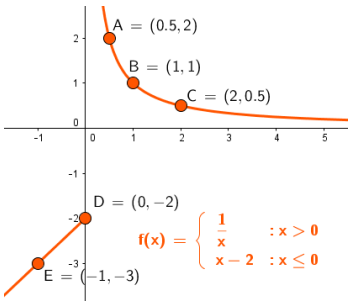
| $x$ | ۰ | ۱ | ۴ | ۹ |
|---|---|---|---|---|
| $y$ | ۰ | ۱ | ۲ | ۳ |

---

۴- الف) $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{x} & x>0\\ x-2 & x\leq 0\end{cases}$

| $x$ | $\frac{1}{2}$ | ۱ | ۲ |
|---|---|---|---|
| $y$ | ۲ | ۱ | $\frac{1}{2}$ |

| $x$ | ۰ | −۱ |
|---|---|---|
| $y$ | −۲ | −۳ |

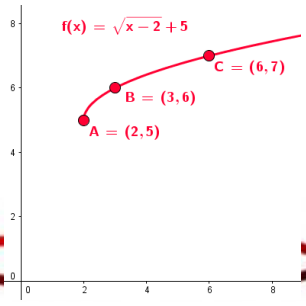



$\Rightarrow D_f=\mathbb{R}$

$R_f=(-\infty,-2]\cup(0,+\infty)$

ب) $f(x)=\sqrt{x-2}+5\Rightarrow$

| $x$ | ۲ | ۳ | ۶ |
|---|---|---|---|
| $y$ | ۵ | ۶ | ۷ |



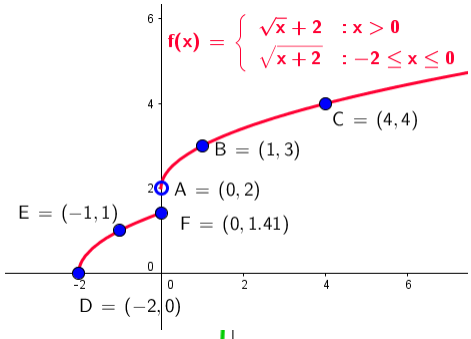

$\Rightarrow D_f=[2,+\infty)$ , $R_f=[5,+\infty)$

forum.konkur.in

www.konkur.in

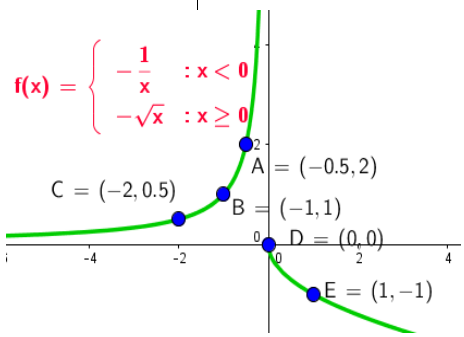


$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{x}+2 & x>0\Rightarrow \begin{array}{c|ccc} x & 0 & 1 & 4\\ \hline y & 2 & 3 & 4\end{array}\\ \sqrt{x+2} & -2\le x\le 0\Rightarrow \begin{array}{c|ccc} x & -2 & -1 & 0\\ \hline y & 0 & 1 & \sqrt{2}\end{array}\end{cases}$$




$$D_f=[-2,+\infty)$$
$$R_f=[0,\sqrt{2}]\cup(2,+\infty$$

ت) $f(x)=\begin{cases}-\frac{1}{x} & x<0\Rightarrow \begin{array}{c|ccc} x & -\frac{1}{2} & -1 & -2\\ \hline y & 2 & 1 & \frac{1}{2}\end{array}\\ -\sqrt{x} & x\ge 0\Rightarrow \begin{array}{c|ccc} x & 0 & 1 & 4\\ \hline y & 0 & -1 & -2\end{array}\end{cases}$




$$D_f=(-\infty,+\infty)=\mathbb{R}$$
$$R_f=(-\infty,+\infty)=\mathbb{R}$$

---

۵- الف) تابع خطی ب) تابع نیست، به ازای $x=1$ بیشمار مقدار برای $y$ وجود دارد.

پ) تابع ثابت ت) تابع نیست ، به ازای $x=0$ ضابطه اول $y=3$ و ضابطه دوم $y=-1$ را می دهد

ث) تابع نیست، به ازای $x=1$ داریم $y=\pm 1$ ج) تابع قدرمطلق

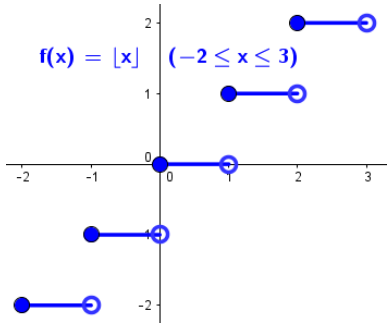
---

۶- الف) $f(50)=\frac{255(50)}{100-50}=255$ میلیون تومان

ب) $D_f=[0,100)$ درصد پاکسازی می تواند صفر باشد و تا کمتر از ۱۰۰ درصد امکان پذیر است ، پس

---

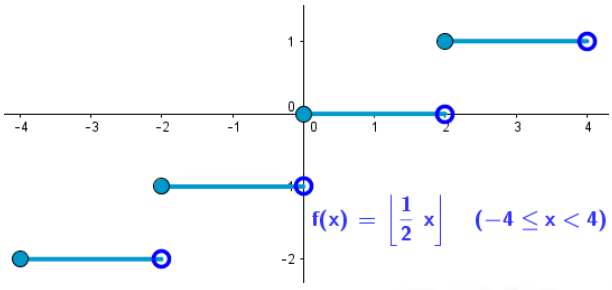
۷- الف)




$$f(x)=\begin{cases}-1 & -2\le x<-1\\ 0 & -1\le x<0\\ 1 & 0\le x<1\\ 2 & 1\le x<2\\ 3 & 2\le x<3\end{cases}$$

$$-4\le x<4\Rightarrow -2\le \frac{1}{2}x<2\Rightarrow$$

ب)




$$f(x)=\begin{cases}-2 & -2\le \frac{1}{2}x<-1\\ -1 & -1\le \frac{1}{2}x<0\\ 0 & 0\le \frac{1}{2}x<1\\ 1 & 1\le \frac{1}{2}x<2\end{cases}=\begin{cases}-2 & -4\le x<-2\\ -1 & -2\le x<0\\ 0 & 0\le x<2\\ 1 & 2\le x<4\end{cases}$$

forum.konkur.in

www.konkur.in

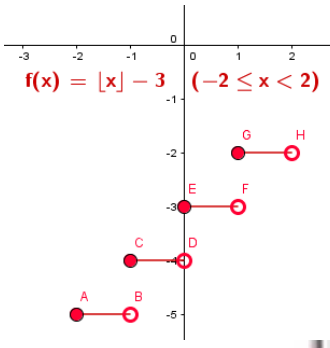


۸- هر دو تابع را در بازه $[-۲,۲)$ رسم می کنیم.

$$f(x)=[x]-۳=\begin{cases}-۵ & -۲\le x<-۱\\ -۴ & -۱\le x<۰\\ -۳ & ۰\le x<۱\\ -۲ & ۱\le x<۲\end{cases}\ \boxed{۱}\ ,\ -۲\le x<۲\Rightarrow -۵\le x-۳<-۱$$

$$g(x)=[x-۳]=\begin{cases}-۵ & -۵\le x-۳<-۴\Rightarrow -۲\le x<-۱\\ -۴ & -۴\le x-۳<-۳\Rightarrow -۱\le x<۰\\ -۳ & -۳\le x-۳<-۲\Rightarrow \ ۰\le x<۱\\ -۲ & -۲\le x-۳<-۱\Rightarrow \ ۱\le x<۲\end{cases}\ \boxed{۲}$$

$$\Rightarrow f=g$$




---

۹- الف) $t=۵\Rightarrow n(۵)=\dfrac{۹۵۰۰(۵)-۲۰۰۰}{۴+۵}\approx ۵۰۵۵$

ب) $۵۵۰۰=\dfrac{۹۵۰۰t-۲۰۰۰}{۴+t}\Rightarrow ۹۵۰۰t-۲۰۰۰=۲۲۰۰۰+۵۵۰۰t\Rightarrow ۴۰۰۰t=۲۴۰۰۰\Rightarrow t=۶_{month}$

---

forum.konkur.in

www.konkur.in



۱- تابعی از دانش آموزان یازدهم ریاضی و نمره مستمر حسابان در کارنامه نیمسال اول ، هر دانش آموز فقط یک نمره دارد ولی چند دانش آموز ممکن است نمره یکسان داشته باشند.

---

۲- تابع $g(x)=\frac{۵}{۲}$ یک به یک نیست و تابع وارون وجود ندارد.

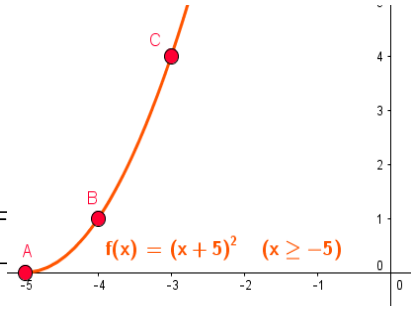
---

۳-

الف) تابع $f$ یک به یک است پس وارون پذیر است ،

$f(x)=(x+۵)^۲ \ , x\geq -۵ \Rightarrow \begin{array}{c|ccc} x & -۵ & -۴ & -۳ \\ \hline y & ۰ & ۱ & ۴ \end{array}$

$y=(x+۵)^۲ \xrightarrow{x\leftrightarrow y} x=(y+۵)^۲ \Rightarrow y+۵=\overset{+}{-}\sqrt{x} \Rightarrow \boxed{y=-۵+\sqrt{x}}$



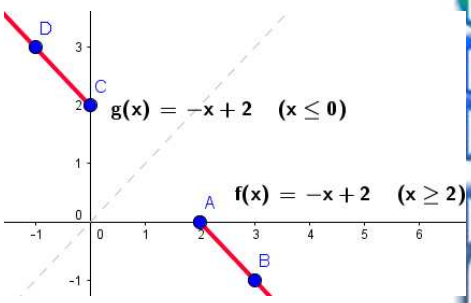

---

ب) تابع $f$ یک به یک است پس وارون پذیر است ،

$f(x)=-|x-۱|+۱ \ , x\geq ۲ \Rightarrow$

$x-۱\geq ۰ \Rightarrow y=-(x-۱)+۱ \Rightarrow y=-x+۲ \ , x\geq ۲ \Rightarrow y\leq ۰$

$\xrightarrow{x\leftrightarrow y} x=-y+۲ \Rightarrow \boxed{f^{-۱}(x)=۲-x \ , x\leq ۰}$

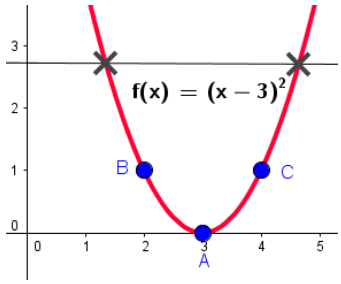



---

پ)

$f(x)=(x-۳)^۲ \Rightarrow \begin{array}{c|ccc} x & ۲ & ۳ & ۴ \\ \hline y & ۱ & ۰ & ۱ \end{array} \Rightarrow$

تابع $f$ یک به یک نیست پس وارون پذیر نیست.



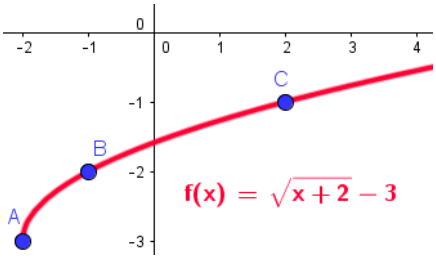

---

ت) تابع $f$ یک به یک است پس وارون پذیر است.

$f(x)=\sqrt{x+۲}-۳ \Rightarrow y+۳\geq ۰ \Rightarrow \boxed{y\geq -۳}$

$\xrightarrow{x\leftrightarrow y} x=\sqrt{y+۲}-۳ \Rightarrow y+۲=(x+۳)^۲$

$\Rightarrow y=\boxed{f^{-۱}(x)=(x+۳)^۲-۲ \ , \ x\geq -۳}$




---

forum.konkur.in

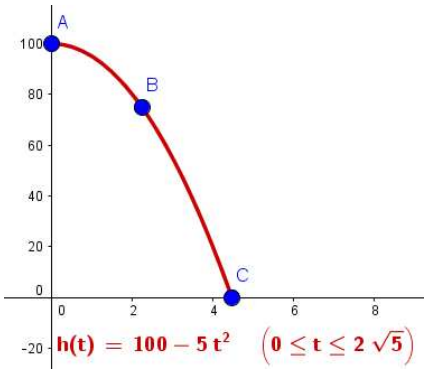
www.konkur.in



۴- الف) ارتفاع $h$ از ۱۰۰ به ۰ تغییر می کند که این ارتفاعها در زمانهای ۰ و $۲\sqrt{۵}$ اتفاق می افتد زیرا

$$h(t)=۱۰۰=۱۰۰-۵t^۲ \Rightarrow t=۰ \;,\; h(t)=۰=۱۰۰-۵t^۲ \Rightarrow t^۲=۲۰ \Rightarrow t=۲\sqrt{۵} \Rightarrow D_h=[۰,۲\sqrt{۵}] \;,\; R_h=[۰,۱۰۰]$$

ب)




$$h(t)=۱۰۰-۵t^۲ \Rightarrow \begin{array}{c|ccc} t & ۰ & \sqrt{۵} & ۲\sqrt{۵} \\ \hline h(t) & ۱۰۰ & ۷۵ & ۰ \end{array} \Rightarrow$$

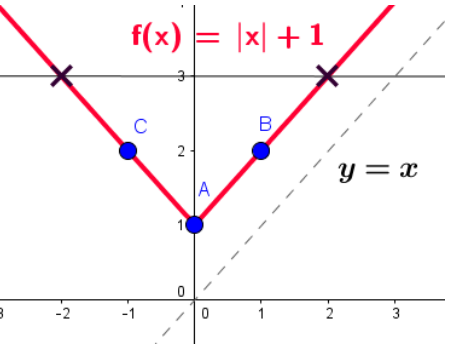
تابع $f$ یک به یک است پس وارون پذیر است.

پ)

$$h(t)=y=۱۰۰-۵t^۲ \;,\; ۰\le t\le ۲\sqrt{۵} \xrightarrow{t\leftrightarrow y} t=۱۰۰-۵y^۲ \Rightarrow y=\boxed{\sqrt{\frac{۱۰۰-t}{۵}}=h^{-۱}(t)}$$

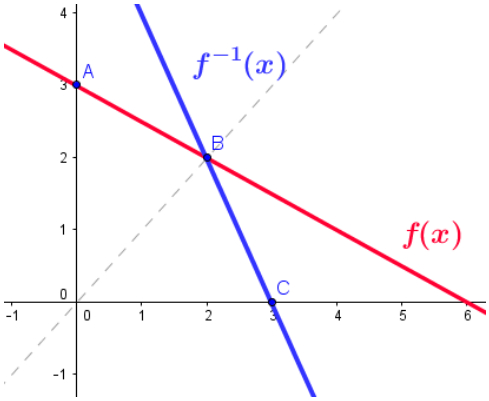
---

۵- می دانیم $y=x$ نیمساز ربع اول و سوم و نقاط بالای این خط $y>x$ ، داریم پس کافیست تابعی رسم کنیم که یک به یک نباشد وبالای نیمساز ربع اول و سوم باشد مانند $f(x)=|x|+۱$




---

۶-




$$y=-\frac{۱}{۲}x+۳ \Rightarrow \begin{array}{c|cc} x & ۰ & ۲ \\ \hline y & ۳ & ۲ \end{array} \;,\; \xrightarrow{x\leftrightarrow y} x=-\frac{۱}{۲}y+۳$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}y=۳-x \Rightarrow y=f^{-۱}(x)=۲(۳-x) \Rightarrow \begin{array}{c|cc} x & ۳ & ۲ \\ \hline y & ۰ & ۲ \end{array}$$

---

forum.konkur.in

www.konkur.in



۱-

$$f(x)=۴x \quad , \quad g(x)=۲-x \Rightarrow D_f=D_g=\mathbb{R}$$

$$(f/g)(x)=\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{۴x}{۲-x}, D_{f/g}=D_f\cap D_g-\{x \mid g(x)=۰\}=\mathbb{R}\cap\mathbb{R}-\{۲\}=\mathbb{R}-\{۲\}$$

$$(f-g)(x)=f(x)-g(x)=۴x-(۲-x)=۵x-۲ \ , D_{f-g}=D_f\cap D_g=\mathbb{R}\cap\mathbb{R}=\mathbb{R}$$

$$(fog)(x)=f(g(x))=f(۲-x)=۴(۲-x) \ , D_{fog}=\{x\in D_g \mid g(x)\in D_f\}=\{x\in\mathbb{R}\mid ۲-x\in\mathbb{R}\}=\mathbb{R}$$

---

۲-

$$f(x)=\frac{۱}{x-۳}\Rightarrow D_f=\mathbb{R}-\{۳\}=\{x\neq ۳\} \qquad g(x)=\frac{۴}{x}\Rightarrow D_g=\mathbb{R}-\{۰\}=\{x\neq ۰\}$$

$$(fog)(x)=f(g(x))=f(\frac{۴}{x})=\frac{۱}{\frac{۴}{x}-۳}=\frac{x}{۴-۳x}$$

$$D_{fog}=\{x\in D_g \mid g(x)\in D_f\}=\{x\neq ۰\mid \frac{۴}{x}\neq ۳\}=\mathbb{R}-\{۰,\frac{۴}{۳}\}$$

---

۳- الف) نادرست $f(۷)=۵, g(۴)=۷\Rightarrow (fog)(۴)=f(g(۴))=f(۷)=۵$

ب) درست $f(x)=x+۴, g(x)=۳x\Rightarrow (\frac{f}{g})(۲)=\frac{f(۲)}{g(۲)}=\frac{۲+۴}{۳(۲)}=\frac{۶}{۶}=۱$

پ) درست $f(x)=\sqrt{x}, g(x)=۲x-۱\Rightarrow (fog)(۵)=f(g(۵))=f(۲(۵)-۱)=f(۹)=\sqrt{۹}=۳, g(۲)=۲(۲)-۱=۳$

ت) نادرست $f(x)=۲x, g(x)=x^۲\Rightarrow (fog)(x)=f(g(x))=f(x^۲)=۲x^۲, (gof)(x)=g(f(x))=g(۲x)=۴x^۲$

ث) نادرست
$$f(x)=x^۲-۴ \ , \ g(x)=\sqrt{x^۲-۴}$$
$$\Rightarrow (fog)(x)=f(\sqrt{x^۲-۴})=(\sqrt{x^۲-۴})^۲-۴=x^۲-۸ \ (x\geq ۲\vee x\leq -۲)$$
$$\Rightarrow (fog)(۵)=۵^۲-۸=۲۵-۸=۱۷$$

ج) ضرب توابع خاصیت جابجائی دارد، درست

---

۴-

$$D_f=\{۱,۲,۳,۴\} \ , \ D_g=\mathbb{N}\Rightarrow$$
$$D_{f+g}=D_f\cap D_g=\{۱,۲,۳,۴\}$$
$$\Rightarrow f+g=\{(۱,f(۱)+g(۱)),(۲,f(۲)+g(۲)),(۳,f(۳)+g(۳)),(۴,f(۴)+g(۴))\}$$
$$=\{(۱,۴),(۲,۷),(۳,۱۱),(۴,۱۵)\}$$
$$D_{gof}=\{x\in D_f \mid f(x)\in D_g\}=\{x\in\{۱,۲,۳,۴\}\mid f(x)\in\mathbb{N}\}=\{۱,۲,۳,۴\}$$
$$\Rightarrow fog=\{(۱,(gof)(۱)),(۲,(gof)(۲)),(۳,(gof)(۳)),(۴,(gof)(۴))\}$$
$$=\{(۱,۴),(۲,۶),(۳,۱۰),(۴,۱۴)\}$$

---

forum.konkur.in

www.konkur.in



$D_f = \{-۴,-۱,۰,\frac{۵}{۲},۳\}$ , $D_g = \{-۴,-۲,۰,۳,۵,۹\}$

$$\Rightarrow \begin{cases} D_{f+g} = D_{f-g} = D_f \cap D_g = \{-۴,۰,۳\} \\ D_{f/g} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x)=۰\} = \{-۴,۰,۳\} - \{۳\} = \{-۴,۰\} \end{cases}$$

۵- $f+g = \{(-۴,f(-۴)+g(-۴)),(۰,f(۰)+g(۰)),(۳,f(۳)+g(۳))\} = \{(-۴,۶),(۰,۲),(۳,-۵)\}$

$f-g = \{(-۴,f(-۴)-g(-۴)),(۰,f(۰)-g(۰)),(۳,f(۳)-g(۳))\} = \{(-۴,۲۰),(۰,۸),(۳,-۵)\}$

$f/g = \{(-۴,f(-۴)/g(-۴)),(۰,f(۰)/g(۰))\} = \{(-۴,-\frac{۱۳}{۷}),(۰,-\frac{۵}{۳})\}$

---

$f(x) = \sqrt{x^۲+۵} \overset{D_f}{\Rightarrow} x^۲+۵ \geq ۰ \Rightarrow x \in \mathbb{R}$ $\quad$ $g(x) = \sqrt{۴-x^۲} \overset{D_g}{\Rightarrow} ۴-x^۲ \geq ۰ \Rightarrow |x| \leq ۲ \Rightarrow -۲ \leq x \leq ۲$

$D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{-۲ \leq x \leq ۲ \mid \sqrt{۴-x^۲} \in \mathbb{R}\} = [-۲,۲]$

۶- $(fog)(x) = f(g(x)) = f(\sqrt{۴-x^۲}) = \sqrt{(\sqrt{۴-x^۲})^۲+۵} = \sqrt{۹-x^۲}$

$D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in \mathbb{R} \mid -۲ \leq \sqrt{x^۲+۵} \leq ۲\} = \{x \in \mathbb{R} \mid x^۲ \leq -۱\} = \varnothing$

$(gof)(x) = g(f(x)) = g(\sqrt{x^۲+۵}) = \sqrt{۴-(\sqrt{x^۲+۵})^۲} = \sqrt{-۱-x^۲} \Rightarrow gof = \{\}$

---

۷- عدد $x=-۳$ در دامنه تابع $\frac{f}{g}$ قرار ندارد.

$D_{f/g} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x)=۰\} = \mathbb{R} \cap \mathbb{R} - \{-۳\} = \mathbb{R} - \{-۳\}$

---

$f(x) = ۲x+۵ \xrightarrow{x \leftrightarrow y} x = ۲y+۵ \Rightarrow y = \boxed{\frac{x-۵}{۲} = f^{-۱}(x)}$

۸- $(fof^{-۱})(x) = f(f^{-۱}(x)) = f(\frac{x-۵}{۲}) = ۲(\frac{x-۵}{۲})+۵ = x-۵+۵ = x$

$(f^{-۱}of)(x) = f^{-۱}(f(x)) = f^{-۱}(۲x+۵) = \frac{(۲x+۵)-۵}{۲} = x$

---

۹- با توجه به شیب و عرض از مبدا دو تابع $f,g$ داریم $f(x) = -\frac{۲}{۵}x+۲, g(x) = \frac{۳}{۲}x-۳$

$(f+g)(x) = f(x)+g(x) = -\frac{۲}{۵}x+۲+\frac{۳}{۲}x-۳ = \frac{۱۱}{۱۰}x-۱$

$(f-g)(x) = f(x)-g(x) = -\frac{۲}{۵}x+۲-\frac{۳}{۲}x+۳ = -\frac{۱۹}{۱۰}x+۵$

$(fg)(x) = f(x).g(x) = (-\frac{۲}{۵}x+۲)(\frac{۳}{۲}x-۳)$

---

forum.konkur.in

www.konkur.in



۱۰- الف) $(f+g)(۲)=f(۲)+g(۲)=۲+(-۱)=۱$

ب) $(f+g)(-۳)=f(-۳)+g(-۳)$ ☒ $-۳\notin D_f$

پ) $(fg)(\frac{۱}{۲})=f(\frac{۱}{۲}).g(\frac{۱}{۲})=\sqrt{\frac{۵}{۲}}\times\frac{۱}{۲}=\frac{\sqrt{۱۰}}{۴}$

ت) $(fog)(-۴)=f(g(-۴))=g(۵)=\sqrt{۷}$

ث) $(\frac{f}{g})(۰)=\frac{f(۰)}{g(۰)}=\frac{\sqrt{۲}}{۱}=\sqrt{۲}$

ج) $(gof)(-۱)=g(f(-۱))=g(۱)=۰$

---

۱۱- $y=ax+b\overset{x\leftrightarrow y}{\Rightarrow}x=ay+b\Rightarrow ay=x-b\Rightarrow y=\frac{x-b}{a}=\boxed{\frac{۱}{a}x-\frac{b}{a}=f^{-۱}(x)}$

---

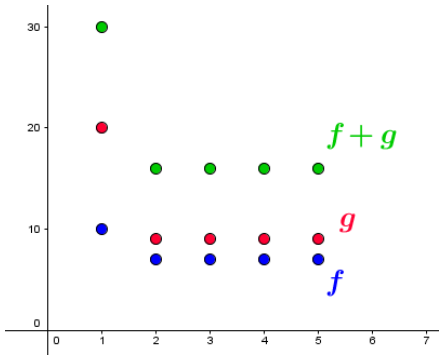
۱۲- $f(x)=\frac{۵}{۹}(x-۳۲)=y\overset{x\leftrightarrow y}{\Rightarrow}x=\frac{۵}{۹}(y-۳۲)\Rightarrow y-۳۲=\frac{۹}{۵}x\Rightarrow y=\boxed{f^{-۱}(x)=\frac{۹}{۵}x+۳۲}$

---

۱۳-

$$f(x)=\begin{cases}۱۰ & x=۱\\ ۷ & x\in\mathbb{N}-\{۱\}\end{cases}\qquad g(x)=\begin{cases}۲۰ & x=۱\\ ۹ & x\in\mathbb{N}-\{۱\}\end{cases}$$

$$\Rightarrow(f+g)(x)=\begin{cases}۳۰ & x=۱\\ ۱۶ & x\in\mathbb{N}-\{۱\}\end{cases}$$




---

forum.konkur.in

www.konkur.in



۱- الف) $\begin{array}{c|cccc} t & ۰ & ۱ & ۲ & ۳ \\ \hline m & ۱۰۰ & ۲۰۰ & ۴۰۰ & ۸۰۰ \end{array} \Rightarrow m(t)=۱۰۰\times ۲^t$ ب) $m(۲۰)=۱۰۰\times ۲^{۲۰}\approx ۱۰^۸{}_{mg}=۱۰^۵{}_{gr}$

---

۲- نمودار تابع $y=۲^x$ سبزرنگ ، نمودار تابع $y=۲^x+۱$ قرمز رنگ و نمودار تابع $y=۲^x-۱$ آبی رنگ است.
نمودار توابع $y=a^x+۲$ و $y=a^x-۲$ از انتقال نمودار تابع $y=a^x$ به ترتیب به اندازه ۲ واحد به بالا و ۲ واحد به پایین بدست می آیند.

---

۳- الف) $A(۸)=۱۰(۰/۸)^۸\approx ۱۰(۰/۱۶)=۱/۶_{mg}$ ب) $\frac{A(t+۱)}{A(t)}\times ۱۰۰=\frac{۱۰(۰/۸)^{t+۱}}{۱۰(۰/۸)^t}\times ۱۰۰=۸۰٪$

---

۴- الف) $۳^{۲/۵}=۳^{\frac{۵}{۲}}=۳^{\sqrt{\frac{۲۵}{۴}}}$ $\boxed{<x<}$ $۳^{\sqrt{۱۰}}=۳^{\sqrt{\frac{۴۰}{۴}}} \Rightarrow x=۳^{\sqrt{\frac{۲۶}{۴}}}, ۳^{\sqrt{\frac{۲۷}{۴}}}, ۳^{\sqrt{\frac{۲۸}{۴}}}, \ldots$

ب) $۴^{۲x-۱}>\frac{۱}{۱۰۲۴} \Rightarrow ۲^{۴x-۲}>۲^{-۱۰} \xrightarrow{۲>۱} ۴x-۲>-۱۰ \Rightarrow ۴x>-۸ \Rightarrow x>-۲$

پ) چون تابع $y=a^x$ برای $a>۱$ تابعی اکیدا صعودی است پس $x>y>z$

---

۵- الف) در نمودار قرمز $cal \Rightarrow ۳^{۱-\sqrt{۲}}\approx ۰/۶۳۴$ , $۳^{۱-\sqrt{۲}}\approx ۳^{-۰/۴}=f(-۰/۴)\approx ۰/۷$

ب) در نمودار آبی $cal \Rightarrow ۲^{۱/۲۵}\approx ۲/۳۷۸$ , $۲^{۱/۲۵}=g(۱/۲۵)\approx ۲/۲$

پ) در نمودار قرمز $cal \Rightarrow ۳^{۱/۵}\approx ۵/۱۹۶$ , $۳^{\frac{۳}{۲}}\approx ۳^{۱/۵}=f(۱/۵)\approx ۵$

---

۶- الف) $۲^x=\frac{۱۳}{۲}=۶/۵$ , $۲^۳=۸, ۲^۴=۱۶ \Rightarrow ۳<x<۴$ ب) $۲^x=\sqrt{۷}\approx ۲/۶$ , $۲^۱=۲, ۲^۲=۴ \Rightarrow ۱<x<۲$

---

۷- الف) اگر $n$ تعداد فیلتر و $P(n)$ درصد ناخالصی باقیمانده باشد ،

$\begin{array}{c|cccc} n & ۰ & ۱ & ۲ & ۳ \\ \hline P & ۱۰۰ & ۰/۷\times ۱۰۰ & (۰/۷)^۲\times ۱۰۰ & (۰/۷)^۳\times ۱۰۰ \end{array} \Rightarrow P(n)=(۰/۷)^n\times ۱۰۰$

ب) از بین رفتن بیش از ۹۶٪ ناخالصی یعنی کمتر از ۴٪ ناخالصی باقی بماند ،

$P(n)<۴ \Rightarrow ۱۰۰(۰/۷)^n<۴ \Rightarrow (۰/۷)^n<۰/۰۴, \begin{cases} ۰/۷^۹\approx ۰/۰۴۰۳ \\ ۰/۷^{۱۰}\approx ۰/۰۲۸۲ \end{cases} \Rightarrow$ حداقل ۱۰ لایه فیلتر لازم است

---

forum.konkur.in

www.konkur.in



۱-

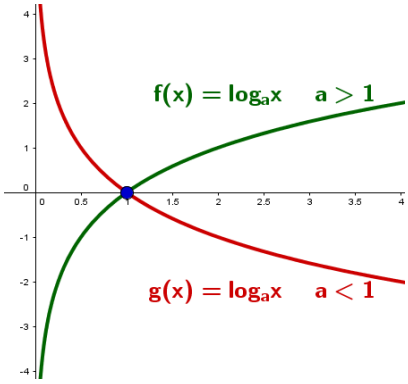
$\log_{\frac{1}{6}} \frac{1}{6} = a \Rightarrow 6^a = \frac{1}{6} = 6^{-1} \Rightarrow a = -1$

$\log_{0/01} 0/01 = a \Rightarrow 10^a = 0/01 = 10^{-2} \Rightarrow a = -2$

$\log_{\sqrt[3]{7^2}} \sqrt[3]{7^2} = a \Rightarrow 7^a = \sqrt[3]{7^2} = 7^{\frac{2}{3}} \Rightarrow a = \frac{2}{3}$

$\log_2 \sqrt{2} = a \Rightarrow 2^a = \sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$

۲- هر دو تابع یک به یک بوده و از $A(1,0)$ می گذرند و نمودار تابع $f$ قرینه تابع $g$ نسبت به محور $x$ هاست.




۳-

الف) $\begin{cases} y = 27 \\ y = 3^x \end{cases} \Rightarrow 3^x = 27 = 3^3 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow A(3,27)$

ب) $\begin{cases} y = 10 \\ y = (0/01)^x \end{cases} \Rightarrow (0/01)^x = 10 \Rightarrow (10^{-2})^x = 10 \Rightarrow -2x = 1 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \Rightarrow B(-\frac{1}{2},10)$

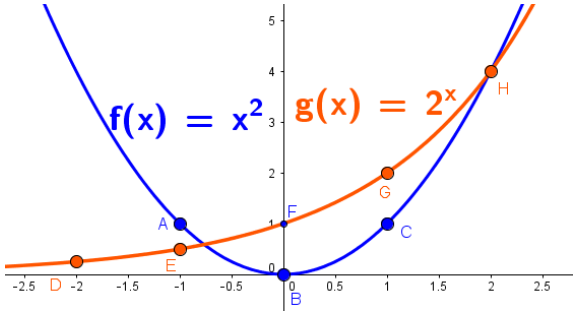
۴-

$f(x) = x^2 \Rightarrow$

| $x$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $y$ | $1$ | $0$ | $1$ |

$g(x) = 2^x \Rightarrow$

| $x$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{2}$ | $1$ | $2$ | $4$ |




تابع $f(x) = x^2$ تابعی یک به یک نیست و محور عرضها ، محور تقارن آن است ولی تابع $g(x) = 2^x$ یک به یک می باشد و این دو تابع در $(2,2)$ و نقطه ای با طولی بین $-1,-0/5$ متقاطعند.

forum.konkur.in

www.konkur.in



۵- نادرست . مثال نقض $\log_{\frac{۱}{۲}} ۱ = ۰$ درست ، طبق تعریف لگاریتم

درست. تابع لگاریتم یک به یک است.

نادرست. در محل قطع محور $y$ ها داریم $x = ۰$ که لگاریتم در $x = ۰$ تعریف نشده است.

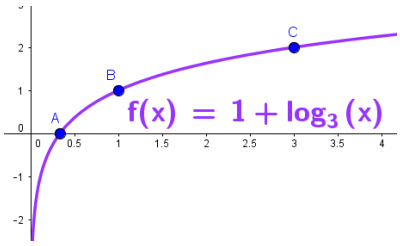
درست . زیرا تابع $y = a^x \quad a > ۰, a \neq ۱$ و تابع $y = \log_a x \quad a > ۰, a \neq ۱$ وارون هم اند.

نادرست. مثال نقض $\log_{۱۰} ۱۰ = ۱ \not> \log_{۱۰} ۱۰۰ = ۲$ , $۱۰۰ > ۱۰ > ۰$

---

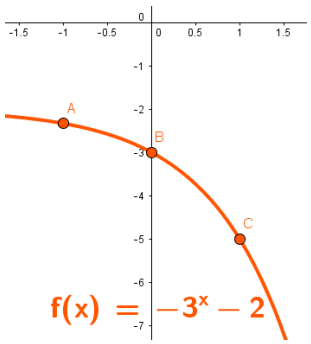
۶- الف) $y = ۱ + \log_۳ x$

| $x$ | $\frac{۱}{۳}$ | ۱ | ۳ |
|---|---|---|---|
| $y$ | ۰ | ۱ | ۲ |



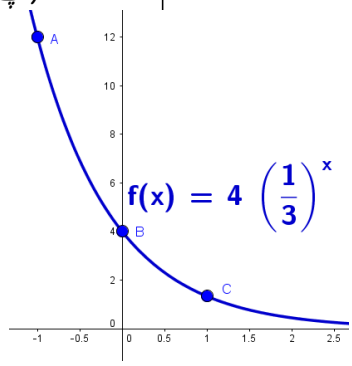

ب) $y = -۳^x - ۲$

| $x$ | $-۱$ | ۰ | ۱ |
|---|---|---|---|
| $y$ | $-\frac{۷}{۳}$ | $-۳$ | $-۵$ |




پ) $y = ۴(\frac{۱}{۳})^x$

| $x$ | $-۱$ | ۰ | ۱ |
|---|---|---|---|




---

forum.konkur.in

www.konkur.in



۱- الف) $\log_۴ m^۲ - \log_۴ m - ۳ = ۰ \Rightarrow \log_۴ \frac{m^۲}{m} = ۳ \Rightarrow m = ۴^۳ = ۶۴$

$\log_۲(۱۲b - ۲۱) - \log_۲(b^۲ - ۳) = ۲ \Rightarrow \log_۲ \frac{۱۲b - ۲۱}{b^۲ - ۳} = ۲ \Rightarrow \frac{۱۲b - ۲۱}{b^۲ - ۳} = ۲^۲$

ب) $\Rightarrow ۴b^۲ - ۱۲ = ۱۲b - ۲۱ \Rightarrow ۴b^۲ - ۱۲b + ۹ = ۰ \Rightarrow (۲b - ۳)^۲ = ۰ \Rightarrow b = \frac{۳}{۲}$

$۱۲b - ۲۱ > ۰, b = \frac{۳}{۲} \Rightarrow ۱۲(\frac{۳}{۲}) - ۲۱ = -۳ < ۰$ ☒

پ) $\log_{\frac{۱}{۱۰}}(x^۲ - ۱) = -۱ \Rightarrow x^۲ - ۱ = (\frac{۱}{۱۰})^{-۱} \Rightarrow x^۲ - ۱ = ۱۰ \Rightarrow x^۲ = ۱۱ \Rightarrow x = \pm\sqrt{۱۱}$

$x^۲ - ۱ > ۰, x = \pm\sqrt{۱۱} \Rightarrow (\pm\sqrt{۱۱})^۲ - ۱ = ۱۰ > ۰ \Rightarrow$ □

---

۲- الف) $m(t) = ۲^t \Rightarrow \log_۲ m(t) = t$ زمانی را نشان می دهد که جرم باکتری $m(t)$ است .

ب) $t = \log_۲ ۵۰۰۰ = \log_۲ \frac{۱۰۰۰۰}{۲} = \frac{\log ۱۰۰۰۰ - \log ۲}{\log ۲} = \frac{۴ - ۰/۳۰۱}{۰/۳۰۱} \approx ۱۲/۲۸$

---

۳- الف) نادرست $a^{\log_b a} = a \Rightarrow \log_b a = ۱ \Rightarrow a = b$

ب) درست $\log_d abc = \log_d (ab)c = \log_d (ab) + \log_d c = \log_d a + \log_d b + \log_d c$

پ) نادرست، $\log x + \log y = \log(xy) \neq \log x . \log y$

ت) نادرست، $\log \frac{۱}{۱۰} = -۱$

---

۴- الف)

| $t$ | ۰ | ۴ | ۸ | ۱۲ |
|---|---|---|---|---|
| $m$ | ۱ | $\frac{۱}{۲}$ | $\frac{۱}{۴}$ | $\frac{۱}{۸}$ |

$\Rightarrow m(t) = (\frac{۱}{۲})^{\frac{t}{۴}}$

ب) $m(t) = ۰/۰۱ \Rightarrow (\frac{۱}{۲})^{\frac{t}{۴}} = ۰/۰۱ \Rightarrow \frac{t}{۴} = \log_{\frac{۱}{۲}} ۰/۰۱ = \frac{\log ۰/۰۱}{\log \frac{۱}{۲}} = \frac{-۲}{-\log ۲} \Rightarrow t = \frac{۸}{\log ۲} = \frac{۸}{۰/۳۰۱} \approx ۲۶/۵$

---

۵- الف) $\log(۱۸ \times ۳۷۵) = \log(۲ \times ۳^۲ \times ۳ \times ۵^۳) = \log(۲ \times ۳^۳ \times ۵^۳) = \log ۲ + ۳\log ۳ + ۳\log ۵$

$\approx ۰/۳۰۱ + ۳(۰/۴۷۷۱) + ۳(۱ - ۰/۳۰۱) = ۳/۸۲۹۳$

ب) $\log \sqrt{۰/۷۵} = \log \sqrt{\frac{۳}{۴}} = \frac{۱}{۲}\log \frac{۳}{۴} = \frac{۱}{۲}(\log ۳ - ۲\log ۲) \approx \frac{۱}{۲}(۰/۴۷۷۱ - ۲(۰/۳۰۱)) = -۰/۰۶۲۴۵$

پ) $\log_۲ \frac{\sqrt{۸}}{\sqrt[۴]{۲}} = \log_۲ \frac{۲^{\frac{۳}{۲}}}{۲^{\frac{۱}{۴}}} = \log_۲ ۲^{(\frac{۳}{۲} - \frac{۱}{۴})} = \frac{۳}{۲} - \frac{۱}{۴} = \frac{۵}{۴}$

---

forum.konkur.in

www.konkur.in



۶- $(\frac{۱}{۲},-۴)\in f \Rightarrow -۴=\log_a(\frac{۱}{۲})=\log_a ۲^{-۱}=-\log_a ۲ \Rightarrow \log_a ۲=۴ \Rightarrow a^۴=۲ \Rightarrow a=\sqrt[۴]{۲}$

---

۷- الف) ☐ $\log_b a\times\log_a b=\frac{\log a}{\log b}\times\frac{\log b}{\log a}=۱$

ب) ☐ $\log ۳+\log ۲=\log(۳\times ۲)=\log ۶\neq \log ۵$

---

۸-

| $t$ | ۰ | ۳۰ | ۶۰ | ۹۰ |
|---|---|---|---|---|
| $m$ | ۱۲۸ | $۱۲۸(\frac{۱}{۲})$ | $۱۲۸(\frac{۱}{۴})$ | $۱۲۸(\frac{۱}{۸})$ |

$$\Rightarrow m(t)=۱۲۸(\frac{۱}{۲})^{\frac{t}{۳۰}},\ t=۳۰۰ \Rightarrow m(۳۰۰)=۱۲۸(\frac{۱}{۲})^{\frac{۳۰۰}{۳۰}}=۲^۷\times ۲^{-۱۰}=\frac{۱}{۸}$$

یادآوری : اگر نیمه عمر ماده ای $t_۰$ و جرم اولیه $m_۰$ باشد ، جرم باقیمانده پس از زمان $t$ برابر است با

$$m(t)=m_۰\times(\frac{۱}{۲})^{\frac{t}{t_۰}}$$

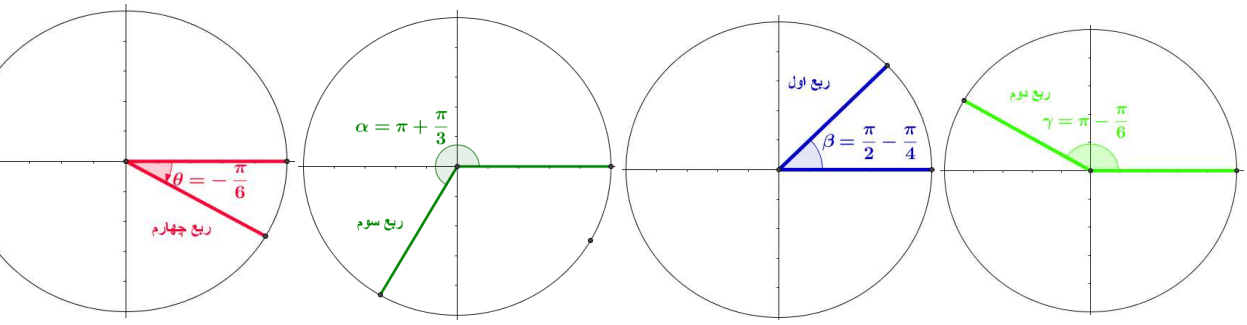
---

forum.konkur.in

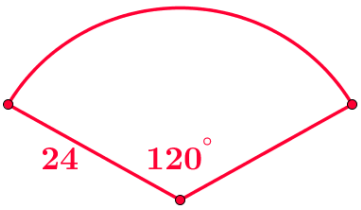
www.konkur.in



۱-




۲-




الف) $\frac{D}{۱۸۰} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{۱۲۰}{۱۸۰} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = \frac{۱۲۰\pi}{۱۸۰} = \frac{۲\pi}{۳}_{rad}$

ب) $\theta = \frac{l}{r} \Rightarrow l = r.\theta = ۲۴ \times \frac{۲\pi}{۳} = ۱۶\pi \approx ۵۰/۲۴_{cm}$

۳- اندازه کمان این قطاع برابر محیط قاعده مخروط $۲\pi(۶) = ۱۲\pi$ است و شعاع این قطاع برابر $r' = \sqrt{۶^۲ + ۸^۲} = \sqrt{۳۶ + ۶۴} = ۱۰$ است ، پس اندازه زاویه قطاع برابر

$$\theta = \frac{l}{r'} = \frac{۱۲\pi}{۱۰} = \frac{۶\pi}{۵} = ۲۱۶^\circ$$

۴-

$$\frac{D}{۱۸۰} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = \frac{۳۶^\circ \times \pi}{۱۸۰} = \frac{\pi}{۵} \quad , \quad \theta = \frac{l}{r} \Rightarrow l = r\theta = ۶۳۲۰ \times \frac{\pi}{۵} = ۱۲۶۴\pi \approx ۳۹۶۹_{km}$$

forum.konkur.in

www.konkur.in



۱- الف) $\sin(۳۰۰^\circ)=\sin(۳۶۰^\circ-۶۰^\circ)=-\sin(۶۰^\circ)=-\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

ب) $\cot(۷۵۰^\circ)=\cot(۴(۱۸۰^\circ)+۳۰^\circ)=\cot(۳۰^\circ)=\sqrt{۳}$

پ) $\cos(-\frac{\pi}{۶})=\cos(\frac{\pi}{۶})=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

ت) $\cos(-\frac{۲۳\pi}{۴})=\cos(\frac{۲۳\pi}{۴})=\cos(\frac{۲۴\pi-\pi}{۴})=\cos(۶\pi-\frac{\pi}{۴})=\cos(\frac{\pi}{۴})=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

ث) $\sin(\frac{۵\pi}{۴})=\sin(\frac{۴\pi+\pi}{۴})=\sin(\pi+\frac{\pi}{۴})=-\sin(\frac{\pi}{۴})=-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

ج) $\tan(-۸۴۰^\circ)=-\tan(۸۴۰^\circ)=-\tan(۹۰۰^\circ-۶۰^\circ)=-(-\tan(۶۰^\circ))=\sqrt{۳}$

چ) $\tan(-۱۵۰^\circ)=-\tan(۱۵۰^\circ)=-\tan(۱۸۰^\circ-۳۰^\circ)=-(-\tan(۳۰^\circ))=\frac{\sqrt{۳}}{۳}$

ح) $\cos(\frac{۹\pi}{۴})=\cos(\frac{۸\pi+\pi}{۴})=\cos(۲\pi+\frac{\pi}{۴})=\cos(\frac{\pi}{۴})=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

خ) $\tan(\frac{۱۰\pi}{۳})=\tan(\frac{۹\pi+\pi}{۳})=\tan(۳\pi+\frac{\pi}{۳})=\tan(\frac{\pi}{۳})=\sqrt{۳}$

---

۲- الف) $\theta=\frac{\pi}{۲}-\alpha\Rightarrow I=k.\sin(\frac{\pi}{۲}-\alpha)=k.\sin\theta\Rightarrow \boxed{I=k.\cos(\frac{\pi}{۲}-\theta)}$

ب) $\theta=۰\Rightarrow I=k.\sin(۰)=۰\ ,\ \theta=\frac{\pi}{۶}\Rightarrow I=k.\sin(\frac{\pi}{۶})=\frac{۱}{۲}k\ ,\ \theta=\frac{\pi}{۳}\Rightarrow I=k.\sin(\frac{\pi}{۳})=\frac{\sqrt{۳}}{۲}k$

پ) $k$ عددی ثابت و مثبت است پس بیشترین مقدار $I$ وقتی است که

$I=k.\sin\theta\ ,\ \sin\theta=۱\Rightarrow \boxed{\theta=\frac{\pi}{۲}=۹۰^\circ}\Rightarrow \boxed{I=k}$

---

۳- الف) درست $\cos\theta+\cos(\pi-\theta)=\cos\theta+(-\cos\theta)=۰$

ب) نادرست $\sin(\frac{\pi}{۲}-\theta)+\cos\theta=\cos\theta+\cos\theta=۲\cos\theta\neq ۱$

پ) درست $\cos(-\theta)=\cos\theta\Rightarrow\cos(-۷)=\cos(۷)$

ت) درست $\left.\begin{array}{l}\tan(\pi-\theta)=-\tan\theta\\ \tan\pi-\tan\theta=۰-\tan\theta=-\tan\theta\end{array}\right\}\Rightarrow\tan(\pi-\theta)=\tan\pi-\tan\theta$

---

forum.konkur.in

www.konkur.in



۱- الف) وسط(قرمز) ، نمودار تابع $y=\sin x$ رسم شده و قسمت پایین محور طولها، نسبت به محور طولها قرینه شده و آنگاه کل نمودار نسبت به محور طولها قرینه شده است. $\sin x \to |\sin x| \to -|\sin x|$

ب) راست(سبز) ، نمودار $y=\cos x$ رسم شده و $\frac{\pi}{6}$ واحد به چپ منتقل شده است.

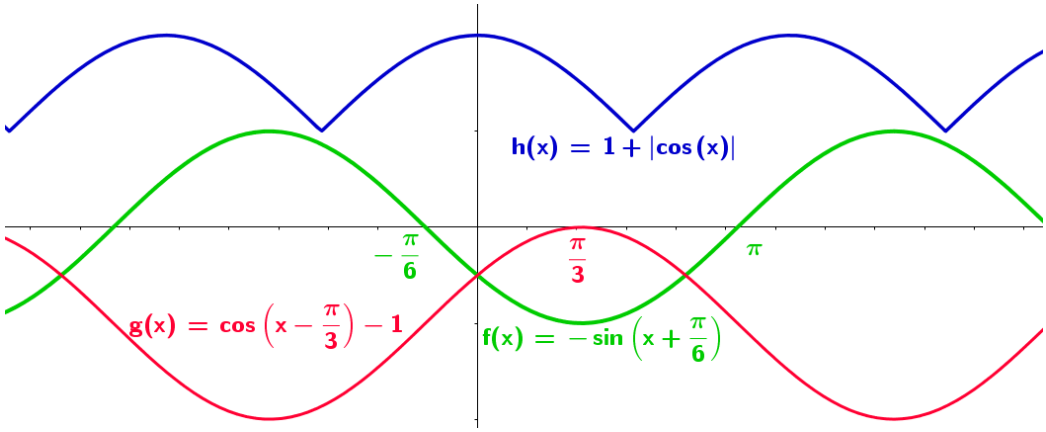
پ) چپ(آبی) ، نمودار $y=\sin x$ رسم شده و $\frac{\pi}{3}$ واحد به راست منتقل شده است.

---

۲- الف) سبز، نمودار $y=\sin x$ به اندازه $\frac{\pi}{6}$ به چپ منتقل و سپس نسبت به محور طولها قرینه شده است.

ب) قرمز ، نمودار $y=\cos x$ به اندازه $\frac{\pi}{3}$ به راست و ۱ واحد به پایین منتقل شده است.

پ) آبی ، پایین نمودار $y=\cos x$ نسبت به محور طولها قرینه و سپس ۱ واحد به بالا منتقل شده است




---

۳- الف) $A_{\min}=(\frac{\pi}{3},-1)\quad B_{\max}=(-\frac{2\pi}{3},1)$

ب) $A_{\min}=(\frac{4\pi}{3},-2)\quad B_{\max}=(\frac{\pi}{3},0)$

پ) $A_{\min}=(\frac{\pi}{2},1)\quad B_{\max}=(0,2)$

تذکر: در (الف)(ب) اگر به طول نقاط $2\pi$ اضافه کنیم ، نقاط $\max,\min$ دیگری خواهیم داشت و در (پ) اگر به طول نقاط $\pi$ اضافه کنیم ؛ نقاط $\max,\min$ دیگری بدست می آید.

---

۴- هیچکدام از سه تابع در $(0,\pi)$ یک به یک نیستند.

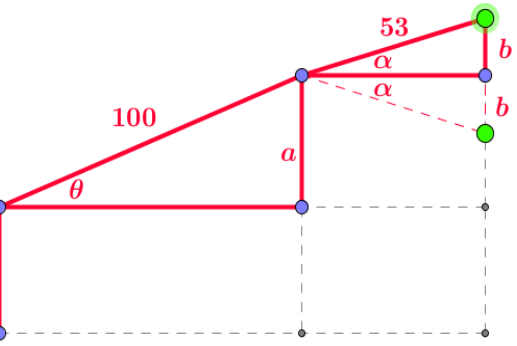
---

forum.konkur.in

www.konkur.in



۵- الف)




$$\sin\theta=\frac{a}{۱۰۰}\Rightarrow a=۱۰۰\sin\theta\ ,\ \sin\alpha=\frac{b}{۵۳}\Rightarrow b=۵۳\sin\alpha$$

$$\Rightarrow \boxed{h=۵۰+۱۰۰\sin\theta+۵۳\sin\alpha}$$

ب)

$$\alpha=-۳۰^\circ\ ,h=۲۳/۵\ ,\ h=۵۰+۱۰۰\sin\theta+۵۳\sin\alpha$$

$$\Rightarrow ۲۳/۵=۵۰+۱۰۰\sin\theta+۵۳\sin(-۳۰^\circ)\Rightarrow ۱۰۰\sin\theta=۲۳/۵-۵۳(-\frac{۱}{۲})-۵۰=۰\Rightarrow\theta=۰$$

پس بازوی بزرگتر روبات باید موازی محور افقی باشد.

forum.konkur.in

www.konkur.in



۱- الف) $\cos ۱۵^\circ = \cos(۴۵^\circ - ۳۰^\circ) = \cos ۴۵^\circ \times \cos ۳۰^\circ + \sin ۴۵^\circ \times \sin ۳۰^\circ = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} + \frac{\sqrt{۲}}{۲} \times \frac{۱}{۲} = \frac{\sqrt{۶}+\sqrt{۲}}{۴}$

ب) $\tan ۱۰۵^\circ = \tan(۶۰^\circ + ۴۵^\circ) = \frac{\tan ۶۰^\circ + \tan ۴۵^\circ}{۱ - \tan ۶۰^\circ \times \tan ۴۵^\circ} = \frac{\sqrt{۳}+۱}{۱-\sqrt{۳}} \times \frac{۱+\sqrt{۳}}{۱+\sqrt{۳}} = \frac{۴+۲\sqrt{۳}}{-۲} = -(۲+\sqrt{۳})$

پ) $\sin \frac{\pi}{۱۲} = \sin ۱۵^\circ = \sin(۴۵^\circ - ۳۰^\circ) = \sin ۴۵^\circ \times \cos ۳۰^\circ - \cos ۴۵^\circ \times \sin ۳۰^\circ = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} - \frac{\sqrt{۲}}{۲} \times \frac{۱}{۲} = \frac{\sqrt{۶}-\sqrt{۲}}{۴}$

ت) $\sin ۱۲۰^\circ = \sin(۱۸۰^\circ - ۶۰^\circ) = \sin ۶۰^\circ = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$

ث) $\cos ۱۳۵^\circ = \cos(۱۸۰^\circ - ۴۵^\circ) = -\cos ۴۵^\circ = -\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

---

۲- $۰ < \alpha < \frac{\pi}{۲} \Rightarrow \sin \alpha = +\sqrt{۱ - \cos^۲ \alpha} = \sqrt{۱ - \frac{۱۶}{۲۵}} = \sqrt{\frac{۹}{۲۵}} = \frac{۳}{۵}$

$\frac{\pi}{۲} < \alpha < \pi \Rightarrow \sin \beta = +\sqrt{۱ - \cos^۲ \beta} = \sqrt{۱ - \frac{۱۴۴}{۱۶۹}} = \sqrt{\frac{۲۵}{۱۶۹}} = \frac{۵}{۱۳}$

الف)

$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha . \cos \beta + \cos \alpha . \sin \beta = \frac{۳}{۵} \times (-\frac{۱۲}{۱۳}) + \frac{۴}{۵} \times \frac{۵}{۱۳} = \frac{-۳۶+۲۰}{۶۵} = -\frac{۱۶}{۶۵}$

$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha . \cos \beta + \sin \alpha . \sin \beta = \frac{۴}{۵} \times (-\frac{۱۲}{۱۳}) + \frac{۳}{۵} \times \frac{۵}{۱۳} = \frac{-۴۸+۱۵}{۶۵} = -\frac{-۳۳}{۶۵}$

ب) انتهای $\alpha$ در ربع اول و انتهای $\beta$ در ربع دوم قراردارد پس انتهای $\alpha + \beta$ در ربع سوم قرار می گیرد

---

۳- الف)

$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha . \cos \beta + \cos \alpha . \sin \beta \ , \ \alpha = \beta$

$\Rightarrow \sin(\alpha + \alpha) = \sin \alpha . \cos \alpha + \cos \alpha . \sin \alpha \Rightarrow \boxed{\sin ۲\alpha = ۲ \sin \alpha . \cos \alpha}$

ب)

$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha . \cos \beta - \sin \alpha . \sin \beta \ , \ \alpha = \beta$

$\Rightarrow \cos(\alpha + \alpha) = \cos \alpha . \cos \alpha - \sin \alpha . \sin \alpha \Rightarrow \boxed{\cos ۲\alpha = \cos^۲ \alpha - \sin^۲ \alpha}$

پ) $\cos ۲\alpha = \cos^۲ \alpha - \sin^۲ \alpha \xrightarrow{\sin^۲ \alpha = ۱ - \cos^۲ \alpha} \cos ۲\alpha = \cos^۲ \alpha - (۱ - \cos^۲ \alpha) = ۲\cos^۲ \alpha - ۱$

ت) $\cos ۲\alpha = \cos^۲ \alpha - \sin^۲ \alpha \xrightarrow{\cos^۲ \alpha = ۱ - \sin^۲ \alpha} \cos ۲\alpha = (۱ - \sin^۲ \alpha) - \sin^۲ \alpha = ۱ - ۲\sin^۲ \alpha - ۱$

---

۴- $\cos ۲\alpha = ۲\cos^۲ \alpha - ۱ \xrightarrow{\alpha = ۲۲/۵^\circ} \cos ۴۵^\circ = ۲\cos^۲ ۲۲/۵^\circ - ۱ \Rightarrow \cos ۲۲/۵^\circ = \sqrt{\frac{۱ + \frac{\sqrt{۲}}{۲}}{۲}} = \sqrt{\frac{۲+\sqrt{۲}}{۴}} = \frac{\sqrt{۲+\sqrt{۲}}}{۲}$

$\cos ۲\alpha = ۱ - ۲\sin^۲ \alpha \xrightarrow{\alpha = ۲۲/۵^\circ} \cos ۴۵^\circ = ۱ - ۲\sin^۲ ۲۲/۵^\circ \Rightarrow \sin ۲۲/۵^\circ = \sqrt{\frac{۱ - \frac{\sqrt{۲}}{۲}}{۲}} = \sqrt{\frac{۲-\sqrt{۲}}{۴}} = \frac{\sqrt{۲-\sqrt{۲}}}{۲}$

---

forum.konkur.in

www.konkur.in



۱- $\lim_{x\to 5} f(x) = \lim_{x\to 5} g(x) = \lim_{x\to 5} h(x) = 2$ این تمرین نشان می دهد اینکه تابع در $x = a$ تعریف شده باشد یا نباشد در حد و وجود آن در نقطه تاثیری ندارد و تنها همسایگی نقطه مهم هست.

---

۲- $\lim_{x\to 1}(2x+1) = 3$ $\lim_{x\to 2}(-x^2+2x+4) = 4$ $\lim_{x\to 3} f(x) = 4$ $\lim_{x\to -1^+}\sqrt{x+1} = 0$ $\lim_{x\to -1^-}\sqrt{x+1}$ ☒

---

۳- $\lim_{x\to 0}(-3x+4) = 4$

الف)

| $x$ | $-1$ | $-0/9$ | $-0/1$ | $-0/01$ | $\to$ | $0$ | $\leftarrow$ | $0/001$ | $0/01$ | $0/1$ | $0/5$ | $1$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $7$ | $6/7$ | $4/3$ | $4/03$ | $\to$ | $4$ | $\leftarrow$ | $3/997$ | $3/97$ | $3/7$ | $2/5$ | $1$ |

ب) $\lim_{x\to -1} f(x) = -5$ $f(x) = \begin{cases} x-4 & x \neq -1 \\ 3 & x = -1 \end{cases}$

| $x$ | $-2$ | $-1/5$ | $-1/1$ | $-1/01$ | $-1/001$ | $\to$ | $-1$ | $\leftarrow$ | $-0/999$ | $-0/99$ | $-0/9$ | $-0/8$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $-6$ | $-5/5$ | $-5/1$ | $-5/01$ | $-5/001$ | $\to$ | $-5$ | $\leftarrow$ | $-4/999$ | $-4/99$ | $-4/9$ | $-4/8$ |

---

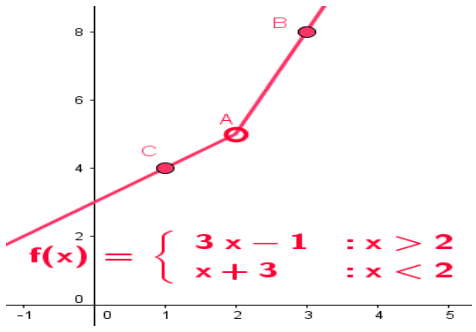
۴- الف) خیر ، $f(2)$ وجود ندارد.

$\lim_{x\to 2} f(x) = 5$

| $x$ | $1/9$ | $1/99$ | $1/999$ | $\to$ | $2$ | $2$ | $\leftarrow$ | $2/001$ | $2/01$ | $2/1$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $4/9$ | $4/99$ | $4/999$ | $\to$ | $5$ | $5$ | $\leftarrow$ | $5/001$ | $5/01$ | $5/1$ |

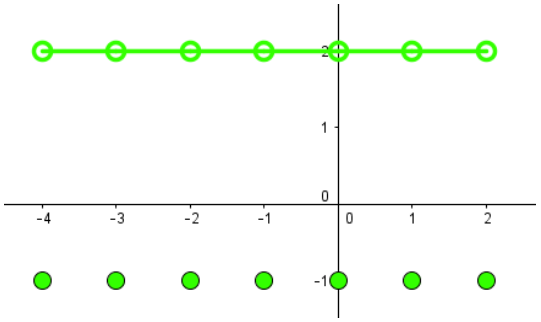
ب)

$$f(x) = \begin{cases} 3x-1 & x > 2 \Rightarrow \begin{array}{c|cc} x & 2 & 3 \\ \hline y & 5 & 8 \end{array} \\ x+3 & x < 2 \Rightarrow \begin{array}{c|cc} x & 2 & 1 \\ \hline y & 5 & 4 \end{array} \end{cases}$$




---

۵- الف)



ب) $\lim_{x\to 1} g(x) = 2$ , $\lim_{x\to\sqrt{2}} g(x) = 2$

---

forum.konkur.in

www.konkur.in



۶- الف) $\left.\begin{matrix} ۱-x^{۲}\geq ۰\Rightarrow x^{۲}\leq ۱\Rightarrow |x|\leq ۱\Rightarrow -۱\leq x\leq ۱ \\ x\neq ۰ \end{matrix}\right\}\Rightarrow D_f=[-۱,۱]-\{۰\}=[-۱,۰)\cup(۰,۱]$

ب) با توجه به دامنه بدست آمده ، شامل همسایگی محذوف عدد صفر است

پ) بله همسایگی برای ۰/۹ وجود دارد که تابع در آن تعریف شده است مثلا $(۰/۸,۱)$

ت) در همسایگی چپ ۱ تعریف شده مثلا $(۰/۹,۱)$ ولی در هیچ همسایگی راست ۱ تعریف نشده است

---

۷- عدد ۲ باید متعلق به این همسایگی باشد ، پس

$$۲\in(x-۱,۲x+۳)\Rightarrow\begin{cases} x-۱<۲\Rightarrow x<۳ \\ ۲x+۳>۲\Rightarrow x>-\frac{۱}{۲} \end{cases}\Rightarrow -\frac{۱}{۲}<x<۳\Rightarrow x\in(-\frac{۱}{۲},۳)$$

---

forum.konkur.in

www.konkur.in



۱- ب) $\left.\begin{matrix}\lim\limits_{x\to ۲^+} f(x)=-۱\\ \lim\limits_{x\to ۲^-} f(x)=۲\end{matrix}\right\}\Rightarrow \lim\limits_{x\to ۲} f(x)$ وجود ندارد

الف) $\lim\limits_{x\to ۰} f(x)=۴$

پ) $\left\{\begin{matrix}\lim\limits_{x\to ۵^+} f(x)\ \boxtimes\\ \lim\limits_{x\to ۵^-} f(x)=۳\end{matrix}\right.\Rightarrow \lim\limits_{x\to ۵} f(x)$ وجود ندارد

ت) $\lim\limits_{x\to ۶^-} f(x)$ وجود ندارد

ث) $\lim\limits_{x\to ۲^+} f(x)=-۱$

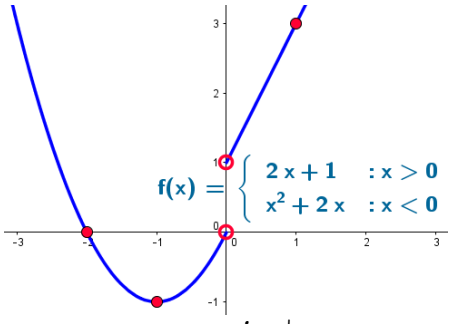
ج) $\lim\limits_{x\to ۸} f(x)=۱$

چ) $\lim\limits_{x\to ۹} f(x)=۱$

---

۲-

$$f(x)=\begin{cases}۲x+۱ & x>۰\Rightarrow \begin{array}{c|cc}x & ۰ & ۱\\ \hline y & ۱ & ۳\end{array}\\ x^۲+۲x & x<۰\Rightarrow \begin{array}{c|ccc}x & -۲ & -۱ & ۰\\ \hline y & ۰ & -۱ & ۰\end{array}\end{cases}$$




حد چپ و راست در $x=۰$ برابر نیست پس در $x=۰$ حد ندارد پ) $\lim\limits_{x\to ۰^-} f(x)=۰$ ب) $\lim\limits_{x\to ۰^+} f(x)=۱$ الف)

---

۳- تابع در همسایگی محذوف ۲ تعریف شده و دراین نقطه حد دارد. (الف)(ب)(ج)

تابع درهمسایگی ۲تعریف شده ودراین نقطه حددارد ولی مقدارحدبامقدارتابع دراین نقطه برابرنیست. (الف)

تابع در همسایگی چپ ۲ تعریف شده و دراین نقطه حد ندارد. (پ)(ت)(ث)

تابع درهمسایگی ۲تعریف شده ودراین نقطه حددارد وحدآن با مقدارتابع دراین نقطه برابر است. (ب)

تابع در نقطه ۲ تعریف نشده ولی در این نقطه حد دارد. (ج)

تابع در همسایگی راست ۲ تعریف شده و دراین نقطه حد ندارد. (ت)(ث)

---

۴- $f(x)=\sqrt{x^۲-x}\Rightarrow x^۲-x\geq ۰\Rightarrow x\geq ۱\vee x\leq ۰\Rightarrow \boxed{D_f=(-\infty,۰]\cup[۱,+\infty)}$

تابع $f$ در هیچ همسایگی چپ ۱ تعریف نشده است ، پس در $x=۱$ حد چپ ندارد.

---

۵- $f(x)=\dfrac{x}{[x]-۲}\Rightarrow [x]-۲=۰\Rightarrow [x]=۲\Rightarrow ۲\leq x<۳\Rightarrow D_f=\mathbb{R}-[۲,۳)=(-\infty,۲)\cup[۳,+\infty)$

تابع $f$ در هیچ همسایگی راست ۲ تعریف نشده است ، پس در $x=۲$ حد راست ندارد.

---

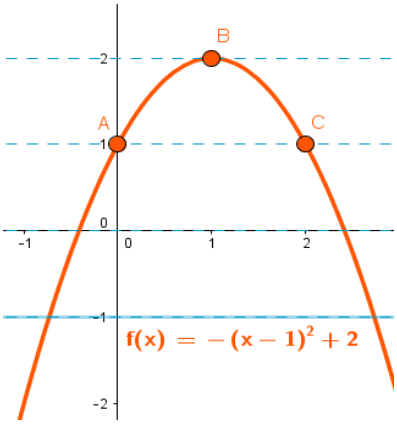
forum.konkur.in

www.konkur.in



۶- الف) با توجه به شکل در یک همسایگی ۱ داریم ،

$$۱<f(x)<۲\Rightarrow[f(x)]=۱\Rightarrow\lim_{x\to۱}f(x)=۱$$




ب) با توجه به شکل حد تابع $f$ در $x=۱$ برابر است با ،

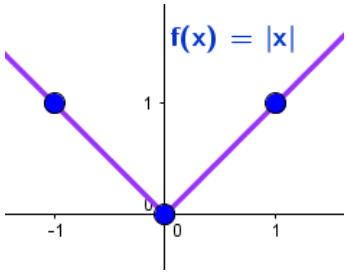
$$\lim_{x\to۱^-}f(x)=۱\Rightarrow[\lim_{x\to۱^-}f(x)]=[۱]=۱$$

---

۷- الف) $\lim_{x\to۰}|x|=۰$

ب) درست ، $\forall a\in\mathbb{R}\quad\lim_{x\to a}|x|=a$

$$f(x)=|x|\Rightarrow\begin{array}{c|ccc}x & -۱ & ۰ & ۱\\ \hline y & ۱ & ۰ & ۱\end{array}$$




forum.konkur.in

www.konkur.in



۱- الف) $\lim_{x\to 9}(\sqrt{x}-9)^3=(\sqrt{9}-9)^3=-216$ ب) $\lim_{x\to -1}(-6x^7-4x^2+5)=-6(-1)^7-4(-1)^2+5=7$

پ) $\lim_{x\to -\frac{5}{3}}\frac{(x+\pi)(3x+5)}{(3x+6)(x^3+1)}=\frac{(-\frac{5}{3}+\pi)(3(-\frac{5}{3})+5)}{(3(-\frac{5}{3})+6)((-\frac{5}{3})^3+1)}=\frac{(-\frac{5}{3}+\pi)(0)}{1(-\frac{125}{27}+1)}=0$

ت) $\lim_{x\to \sqrt{2}^+}\frac{1-x^2}{x^2-4}=\frac{1-(\sqrt{2})^2}{(\sqrt{2})^2-4}=\frac{-1}{-2}=\frac{1}{2}$ ث) $\lim_{x\to -\frac{1}{2}}\sqrt{4x^2+6x}=\sqrt{4(\frac{1}{2})^2+6(\frac{1}{2})}=\sqrt{1+3}=2$

ج) $\lim_{x\to 0^+}\frac{\sin x}{x+\cos x}=\frac{\sin 0}{0+\cos 0}=\frac{0}{1}=0$ چ) $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}}\frac{|\cos x|}{x-\pi}=\frac{|\cos\frac{\pi}{2}|}{\frac{\pi}{2}-\pi}=\frac{0}{-\frac{\pi}{2}}=0$

تذکر : در تمرینهای بالا از قضایای حد استفاده شده که به طور خلاصه آن است که در توابع برای یافتن حد در یک نقطه به شرط آن که تابع در یک همسایگی آن تعریف شده باشد و نقطه مورد نظر نقطه مرزی تابع نباشد، عدد مورد نظر را در ضابطه تابع قرار داده و محاسبه کنیم.

یادآوری : نقطه مرزی نقطه است که ضابطه به ازای مقادیر بزرگتر یا کوچکتر آن متفاوت است.

---

۲- خیر مثلا در تابع $f(x)=(x-1)(x-2)+3$ داریم $\lim_{x\to 1}f(x)=\lim_{x\to 2}f(x)=3$ ولی $f$ تابع ثابت نیست.

---

۳- $g(x)=12\Rightarrow \lim_{x\to 2}\frac{g(x)}{x^2-1}=\lim_{x\to 2}\frac{12}{x^2-1}=\frac{12}{4-1}=4$

---

$$\lim_{x\to a}(f(x)-L)=\lim_{x\to a}f(x)-\lim_{x\to a}L=L-L=0$$

۴- قضیه دو شرطی است.

$$\begin{cases}\lim_{x\to a}(f(x)-L)=0\\ \lim_{x\to a}L=L\end{cases}\Rightarrow \lim_{x\to a}(f(x)-L)+L=0+L\Rightarrow \lim_{x\to a}f(x)=L$$

---

$$y=3x+2\Rightarrow \lim_{x\to 1}(3x+2)=5$$

$$y=x^2-1\Rightarrow \lim_{x\to 1}(x^2-1)=0$$

۵- الف)
$$y=[x]-1\Rightarrow\begin{cases}\lim_{x\to 1^+}([x]-1)=1-1=0\\ \lim_{x\to 1^-}([x]-1)=0-1=-1\end{cases}\Rightarrow \lim_{x\to 1}([x]-1)\boxtimes$$

$$f(x)=\begin{cases}-2 & x<1\\ 2 & x>1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\lim_{x\to 1^+}(2)=2\\ \lim_{x\to 1^-}(-2)=-2\end{cases}\Rightarrow \lim_{x\to 1}f(x)\boxtimes$$

forum.konkur.in

www.konkur.in



ب) هر سه تابع $(f+g)(x)=x^2+3x+1$ , $g(x)=x^2-1$ , $f(x)=3x+2$ در $x=1$ حد دارند و

$$\lim_{x\to 1}(f+g)(x)=\lim_{x\to 1}x^2+3x+1=5$$

تابع $f.g$ در ۱ حد دارد ولی $f$ در ۱ حد ندارد که

$$f(x)=[x]-1\ ,\ g(x)=x^2-1\Rightarrow (f.g)(x)=(x^2-1)([x]-1)\Rightarrow \lim_{x\to 1}(f.g)(x)=0$$

توابع $f,g$ در ۱ حد راست دارند ولی $\frac{f}{g}$ در ۱ حد راست ندارد که

$$f(x)=3x+2\ ,\ g(x)=x^2-1\Rightarrow \lim_{x\to 1^+}(\frac{f}{g})(x)=\lim_{x\to 1^+}\frac{3x+2}{x^2-1}=\frac{5}{0}\boxtimes$$

تابع $f^2$ در ۱ حد دارد ولی تابع $f$ در ۱ حد ندارد که

$$f(x)=\begin{cases}-2 & x<1\\ 2 & x>1\end{cases}\Rightarrow f^2(x)=4\ ,x\neq 1\Rightarrow \lim_{x\to 1}f^2(x)=4$$

تابع $f$ در ۱ حد دارد ولی تابع $\sqrt{f}$ در ۱ حد ندارد که

$$f(x)=x^2-1\Rightarrow g(x)=\sqrt{f(x)}=\sqrt{x^2-1}\Rightarrow \begin{cases}\lim\limits_{x\to 1^+}g(x)=\lim\limits_{x\to 1^+}\sqrt{x^2-1}=0\\ \lim\limits_{x\to 1^-}g(x)=\lim\limits_{x\to 1^-}\sqrt{x^2-1}\boxtimes\end{cases}$$

$\sqrt{f}$ در ۱ حد چپ ندارد

---

۶- $f+g$ هم در $a$ حد ندارد، زیرا

برهان خلف: اگر $f+g$ در $a$ دارای حد باشد، چون $f$ در $a$ دارای حد است پس تفاضل آنها یعنی $(f+g)-f=g$ هم در $a$ دارای حد است که خلاف فرض(عدم وجود حد $g$ در $a$) است.

---

۷- $$\lim_{x\to -1^-}\frac{x^2+[x]}{|x|}=\frac{(-1)^2+(-2)}{1}=-1\ ,\ \lim_{x\to -1^+}(3x+b)=-3+b\Rightarrow -3+b=-1\Rightarrow b=2$$

---

۸- $$a)\ \lim_{x\to -2}(2g(x)-f(x))=2\lim_{x\to -2}g(x)-\lim_{x\to -2}f(x)=2(2)-0=4$$

$$b)\ \begin{cases}\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)=1\\ \lim\limits_{x\to 0^-}f(x)=-1\end{cases}\Rightarrow \lim_{x\to 0}f(x)\boxtimes$$

تابع $f$ در ۰ حد ندارد ولی $g$ در ۰ حد دارد پس $\frac{g}{f}$ در ۰ حد ندارد.

$$c)\ \lim_{x\to -3}-3\sqrt{g(x)}=-3\sqrt{\lim_{x\to -3}g(x)}=-3\sqrt{1}=-3$$

$$d)\ \lim_{x\to 2}\sqrt[3]{8g(x)}=2\sqrt[3]{\lim_{x\to 2}g(x)}=2\sqrt[3]{3}$$

---

forum.konkur.in

www.konkur.in



۱-

الف) $\lim_{x\to -1}\frac{2x^2+x-1}{3x^2+3x}\overset{\frac{0}{0}}{=}\lim_{x\to -1}\frac{(x+1)(2x-1)}{3x(x+1)}=\lim_{x\to -1}\frac{2x-1}{3x}=\frac{-3}{-3}=1$

ب) $\lim_{x\to 2^+}\frac{x^2[x]-8}{x-2}\overset{\frac{0}{0}}{=}\lim_{x\to 2^+}\frac{2x^2-8}{x-2}=\lim_{x\to 2^+}\frac{2(x-2)(x+2)}{x-2}=\lim_{x\to 2^+}\frac{2(x+2)}{1}=8$

پ) $\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{x+2}-2}{x^2-4}\overset{\frac{0}{0}}{\times}\frac{\sqrt{x+2}+2}{\sqrt{x+2}+2}=\lim_{x\to 2}\frac{(x+2)-4}{(x^2-4)(\sqrt{x+2}+2)}=\lim_{x\to 2}\frac{x-2}{(x-2)(x+2)(\sqrt{x+2}+2)}=\frac{1}{16}$

ت) $\lim_{x\to 4}\frac{2-\sqrt{x}}{3-\sqrt{2x+1}}\overset{\frac{0}{0}}{\times}\frac{2+\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}}\times\frac{3+\sqrt{2x+1}}{3+\sqrt{2x+1}}=\lim_{x\to 4}\frac{(4-x)(3+\sqrt{2x+1})}{(9-2x-1)(2+\sqrt{x})}=\lim_{x\to 4}\frac{3+\sqrt{2x+1}}{2(2+\sqrt{x})}=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$

ث) $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x^2+x}\overset{\frac{0}{0}}{\times}\frac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}=\lim_{x\to 0}\frac{(1+x)-(1-x)}{(x^2+x)(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x})}$

$=\lim_{x\to 0}\frac{2x}{x(x+1)(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x})}=\frac{2}{2}=1$

ج) $\lim_{x\to 1}\frac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}=\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}-1}=1$

---

۲- $\lim_{x\to -\frac{1}{2}} f(x).g(x)=\lim_{x\to -\frac{1}{2}}\frac{x+1}{(2x+1)(x-1)}\times\frac{2x+1}{x}=\lim_{x\to -\frac{1}{2}}\frac{x+1}{x(x-1)}=\frac{-\frac{1}{2}+1}{-\frac{1}{2}(-\frac{1}{2}-1)}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}}=\frac{2}{3}$

---

۳-

الف) $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}}\frac{1-\sin x}{\cos x}\overset{\frac{0}{0}}{\times}\frac{1+\sin x}{1+\sin x}=\lim_{x\to \frac{\pi}{2}}\frac{1-\sin^2 x}{\cos x(1+\sin x)}=\lim_{x\to \frac{\pi}{2}}\frac{\cos x}{1+\sin x}=\frac{0}{1+1}=0$

ب) $\lim_{x\to \frac{\pi}{4}}\frac{\cos(x+\frac{\pi}{4})}{\cos x-\sin x}\overset{\frac{0}{0}}{=}\lim_{x\to \frac{\pi}{4}}\frac{\cos x.\cos\frac{\pi}{4}-\sin x.\sin\frac{\pi}{4}}{\cos x-\sin x}=\lim_{x\to \frac{\pi}{4}}\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos x-\sin x)}{\cos x-\sin x}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

پ) $\lim_{x\to 0^-}\frac{x^2}{|1-\cos x|}\overset{\frac{0}{0}}{=}\lim_{x\to 0^-}\frac{x^2}{1-\cos x}\times\frac{1+\cos x}{1+\cos x}=\lim_{x\to 0^-}\frac{x^2(1+\cos x)}{\sin^2 x}=\lim_{x\to 0^-}1+\cos x=2$ ($1-\cos x>0$)

ت) روش ۱ $\lim_{x\to 0}\frac{2-2\cos x}{x\sin x}=\lim_{x\to 0}\frac{2(1-\cos x)(1+\cos x)}{x\sin x(1+\cos x)}=\lim_{x\to 0}\frac{2\sin^2 x}{x(1+\cos x)}=\lim_{x\to 0}\frac{2}{1+\cos x}=\frac{2}{2}=1$

روش ۲ $\lim_{x\to 0}\frac{2-2\cos x}{x\sin x}=\lim_{x\to 0}\frac{2(1-\cos x)}{x\sin x}=\lim_{x\to 0}\frac{2(2\sin^2(\frac{x}{2}))}{x(2\sin(\frac{x}{2})\cos(\frac{x}{2}))}=\lim_{x\to 0}\frac{2\sin(\frac{x}{2})}{2\times\frac{x}{2}\cos(\frac{x}{2})}=\frac{1}{\cos 0}=1$

forum.konkur.in

www.konkur.in



$$x+\pi=t\Rightarrow x=t-\pi,\ \boxed{x\to-\pi\Rightarrow t\to 0}\quad \lim_{x\to-\pi}\frac{\cos x+1}{x+\pi}=\lim_{t\to 0}\frac{\cos(-\pi+t)+1}{t}$$

ب) روش

$$=\lim_{t\to 0}\frac{1-\cos t}{t}\times\frac{1+\cos t}{1+\cos t}=\lim_{t\to 0}\frac{(1-\cos^2 t)}{t(1+\cos t)}=\lim_{t\to 0}\frac{\sin t.\sin t}{t(1+\cos t)}=\lim_{t\to 0}\frac{\sin t}{1+\cos t}=\frac{0}{2}=0$$

روش $\lim_{x\to-\pi}\frac{\cos x+1}{x+\pi}=\lim_{x\to-\pi}\frac{2\cos^2(\frac{x}{2})}{x+\pi}=\lim_{x\to-\pi}\frac{2\sin(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{2}).\sin(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{2})}{\frac{x+\pi}{2}\times 2}=\lim_{x\to-\pi}\sin(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{2})=\sin 0=$

$$\begin{cases}x-a=t\Rightarrow x=a+t\\ x\to a\Rightarrow t\to 0\end{cases}\Rightarrow\lim_{x\to a}\frac{\sin x-\sin a}{x-a}=\lim_{t\to 0}\frac{\sin(t+a)-\sin a}{t}$$

ج) روش

$$=\lim_{t\to 0}\frac{\sin t.\cos a+\cos t.\sin a-\sin a}{t}=\lim_{t\to 0}\frac{\sin t.\cos a}{t}+\sin a(\frac{\cos t-1}{t})$$

$$=\lim_{t\to 0}\cos a+\sin a\frac{(-2\sin^2(\frac{t}{2}))}{t}=\cos a+\sin a.\lim_{t\to 0}\frac{-2\sin(\frac{t}{2}).\sin(\frac{t}{2})}{\frac{t}{2}\times 2}=\cos a+\sin a\times 0=\cos a$$

روش $\lim_{x\to a}\frac{\sin x-\sin a}{x-a}=\lim_{x\to a}\frac{2\sin(\frac{x-a}{2}).\cos(\frac{x+a}{2})}{\frac{x-a}{2}\times 2}=\lim_{x\to a}\cos(\frac{x+a}{2})=\cos a$

د) $\lim_{x\to\frac{\pi}{3}}\frac{\sin(x-\frac{\pi}{3})}{6x-2\pi}\overset{t\to 0}{=}\lim_{t\to 0}\frac{\sin t}{6t}=\frac{1}{6}$

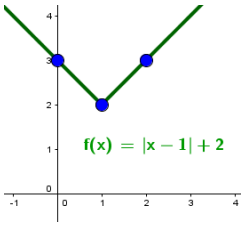
ه) $\lim_{x\to 1}\frac{2x+1-3\sqrt{x}}{x-1}\times\frac{2x+1+3\sqrt{x}}{2x+1+3\sqrt{x}}=\lim_{x\to 1}\frac{4x^2+1+4x-9x}{(x-1)(2x+1+3\sqrt{x})}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(4x-1)}{(x-1)(2x+1+3\sqrt{x})}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

forum.konkur.in

www.konkur.in

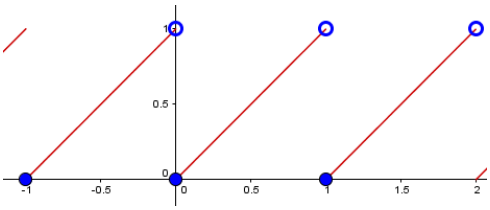


۱- الف) تابع در تمام نقاط دامنه اش پیوسته است. $y=|x-1|+2 \Rightarrow \begin{array}{c|ccc} x & 0 & 1 & 2 \\ \hline y & 3 & 2 & 3 \end{array}$



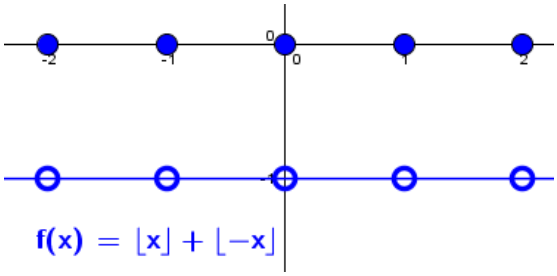

ب) تابع در نقاط به طول صحیح پیوسته نیست.

$$y=x-[x] \Rightarrow y=\begin{cases} x+1 & -1 \le x<0 \\ x & 0 \le x<1 \\ x-1 & 1 \le x<2 \\ \dots & \end{cases}$$



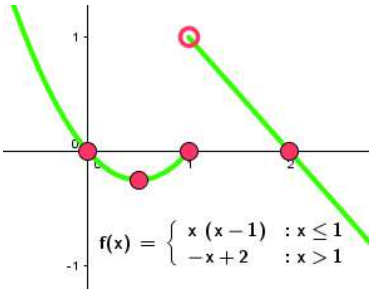
پ) تابع در نقاط به طول صحیح پیوسته نیست .

$$y=[x]+[-x]=\begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Z} \\ -1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$




ت) تابع فقط در ۱ پیوسته نیست.

$$y=\begin{cases} x(x-1) & x \le 1 \Rightarrow \begin{array}{c|ccc} x & 0 & \frac{1}{2} & 1 \\ \hline y & 0 & -\frac{1}{4} & 0 \end{array} \\ -x+2 & x>1 \Rightarrow \begin{array}{c|cc} x & 1 & 2 \\ \hline y & 1 & 0 \end{array} \end{cases}$$




---

۲-

الف) $f(x)=\begin{cases} 2x-1 & x<1 \Rightarrow \lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^+}(2x-1)=\boxed{1} \\ a & x=1 \Rightarrow f(1)=\boxed{a} \\ -x+2 & x<1 \Rightarrow \lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^-}(-x+2)=\boxed{1} \end{cases} \Rightarrow \boxed{a=1}$

ب) $g(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2+x-2}{x-1} & x\neq 1 \Rightarrow \lim\limits_{x\to 1} g(x)=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+x-2}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x+2)\cancel{(x-1)}}{\cancel{x-1}}=\boxed{3} \\ a & x=1 \Rightarrow g(1)=\boxed{a} \end{cases} \Rightarrow \boxed{a=3}$

پ) $h(x)=\begin{cases} \dfrac{\sqrt{x}-1}{x-1} & 0<x<1 \Rightarrow \lim\limits_{x\to 1^-} h(x)=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{\sqrt{x}-1}{x-1}\times\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{\cancel{x-1}}{\cancel{(x-1)}(\sqrt{x}+1)}=\boxed{\frac{1}{2}} \\ [x]+a & x\ge 1 \Rightarrow \lim\limits_{x\to 1^+} h(x)=\lim\limits_{x\to 1^+}[x]+a=\boxed{1+a} \quad , \quad \boxed{h(1)=1+a} \end{cases} \Rightarrow 1+a=\frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{a=-\frac{1}{2}}$

forum.konkur.in

www.konkur.in



ت) $k(x)=([x]-a)[x] \Rightarrow \begin{cases} \lim\limits_{x\to 1^+} k(x)=\lim\limits_{x\to 1^+}([x]-a)[x]=(1-a)(1)=\boxed{1-a} \\ k(1)=(1-a)(1)=\boxed{1-a} \\ \lim\limits_{x\to 1^-} k(x)=\lim\limits_{x\to 1^-}([x]-a)[x]=(0-a)(0)=\boxed{0} \end{cases} \Rightarrow 1-a=0 \Rightarrow \boxed{a=1}$

---

۳- همزمان $a$ باید هم صفر و هم یک باشد که غیر ممکن است.

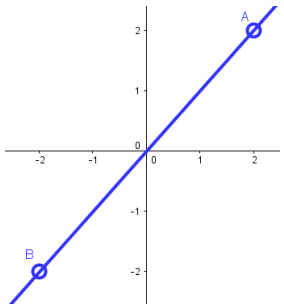
الف) $f(x)=\begin{cases} x & x<0 \Rightarrow \lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-} x=0 \\ a & x=0 \Rightarrow f(0)=a \\ 2x+1 & x>0 \Rightarrow \lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}(2x+1)=1 \end{cases} \Rightarrow a=0 \wedge a=1$ ☒

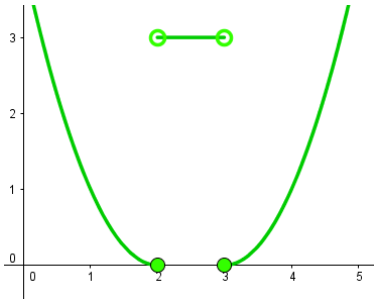
همزمان $a$ باید $-1$ , $1$ باشد که غیر ممکن است.

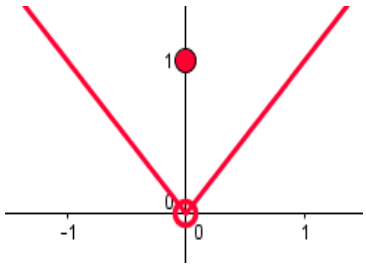
ب) $g(x)=\begin{cases} \dfrac{ax}{|x|} & x\neq 0 \Rightarrow \lim\limits_{x\to 0^+} g(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{ax}{x}=\boxed{a}\ ,\ \lim\limits_{x\to 0^-} g(x)=\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{ax}{-x}=\boxed{-a} \\ 1 & x=0 \Rightarrow \boxed{g(0)=1} \end{cases} \Rightarrow a=1 \wedge a=-1$ ☒

---

۴- الف) در ۰ ناپیوسته ودارای حد ب) در ۲,۳ ناپیوسته و عدم وجودحد پ) فقط دردونقطه نا پیوسته





---

۵- تابع پلکانی در بازه باز شامل نقاط درونی هر پله ، پیوسته است و در $f(x)=[x]$ طول پله برابر ۱ است

پس طول بزرگترین بازه که $f$ در آن پیوسته باشد برابر ۱ است یعنی $\max_k = 3 \Rightarrow k \leq 3 \Rightarrow k-2 \leq 1$

---

۶- توابع تک ضابطه ای بر دامنه شان پیوسته اند . $3-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 3 \Rightarrow D_f=(-\infty,3]$

هر بازه بسته زیر مجموعه $D_f$ پاسخ پرسش است، مثلا $[0,2]\ ,\ [1,2]\ ,\ [2,3]$

---

forum.konkur.in

www.konkur.in



۷-

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-\cos x}{x^2} & x>0 \Rightarrow \lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1-\cos x}{x^2}=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{2\sin^2(\frac{x}{2})}{\frac{x^2}{4}\times 4}=\boxed{\frac{1}{2}}\\ b-1 & x=0\Rightarrow f(0)=\boxed{b-1}\\ x-2a & x<0\Rightarrow \lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-} x-2a=\boxed{-2a}\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}b-1=\frac{1}{2}\Rightarrow \boxed{b=\frac{3}{2}}\\ -2a=\frac{1}{2}\Rightarrow \boxed{a=-\frac{1}{4}}\end{cases}$$

---

$$\begin{cases}1+\cos x=2\cos^2\dfrac{x}{2}\\ 1-\cos x=2\sin^2\dfrac{x}{2}\end{cases}$$

$$\begin{cases}1+\sin x=2\cos^2(\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{x}{2})\\ 1-\sin x=2\sin^2(\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{x}{2})\end{cases}$$

روابط مثلثاتی)

$$\begin{cases}\sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin(x+\dfrac{\pi}{4})=\sqrt{2}\cos(x-\dfrac{\pi}{4})\\ \sin x-\cos x=\sqrt{2}\sin(x-\dfrac{\pi}{4})=-\sqrt{2}\cos(x+\dfrac{\pi}{4})\end{cases}$$

$$\begin{cases}\tan x+\cot x=\dfrac{2}{\sin 2x}\\ \tan x-\cot x=-2\cot 2x\end{cases}$$

---

forum.konkur.in