

آزمون

۳



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پایه

۱۲



آزمون شماره ۳ پایه دوازدهم

دفترچه شماره ۱

۱۴۰۱/۶/۱۱

## آزمون اختصاصی

### گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۸۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۵۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان	۲۰	۱	۲۰	۳۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۵	۲۱	۳۵	۲۵ دقیقه
۳	گسسته	۱۵	۳۶	۵۰	۲۵ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
حسابان	فصل ۳	فصل ۱ (درس ۵) فصل ۲ (درس ۳)	فصل ۱ (درس ۲)
هندسه	فصل ۳	—	فصل ۱ (درس ۲)
گسسته	—	—	فصل ۱ (درس ۳: تا سر معادله هم‌نهشتی) (صفحه ۱۸ تا ۲۴)

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.



سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

۱- هرگاه  $\sqrt{x+3} + \sqrt{2+x} = 3$  باشد، مقدار  $\sqrt{x+3} - \sqrt{2+x}$  چه عددی است؟

- (۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{3}{2}$

۲- هرگاه  $A = \frac{2}{\sqrt{9} + \sqrt{3} + 1}$ ، مقدار  $(A+1)^3$  چه عددی است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۶

۳- هرگاه اختلاف ریشه‌های ششم عدد  $\alpha$  برابر ۱ باشد و اختلاف ریشه‌های چهارم آن  $\beta$  باشد، مقدار  $\frac{\alpha}{\beta^2}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{16}$  (۲) ۸ (۳)  $\frac{1}{32}$  (۴) ۶۴

۴- اگر  $A = \frac{\sqrt{8}-1}{3+\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{27}-\sqrt{8}}{5+\sqrt{6}} + \frac{8-\sqrt{27}}{7+\sqrt{12}}$ ، ساده شده  $A$  کدام عدد است؟

- (۱) ۱ (۲)  $\sqrt{2}-1$  (۳)  $1+\sqrt{2}$  (۴)  $\sqrt{3}-\sqrt{2}$

۵- هرگاه  $2y+x=6$  و  $y+3x+2=0$  و  $y-2x+2=0$  سه ضلع مثلث باشند، مجموع طول سه رأس مثلث کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) صفر

۶- هرگاه  $A(3, 1)$  و  $B(-1, -1)$  و  $C(0, -5)$  سه رأس مثلثی باشند، معادله ارتفاع  $AH$  کدام است؟

- (۱)  $4y-x=1$  (۲)  $4x-y=11$  (۳)  $4y+x=7$  (۴)  $4x+y=13$

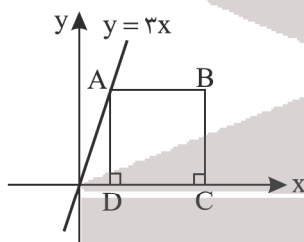
۷- نقطه  $M$  روی خط  $y=2x-1$  از دو نقطه  $A(3, 2)$  و  $B(1, 4)$  به یک فاصله است. طول نقطه  $M$  کدام است؟

- (۱)  $1/5$  (۲) ۲ (۳)  $2/5$  (۴) ۴

۸- قرینه نقطه  $A(3, -2)$  نسبت به خط  $2x=3y-3$ ، نقطه  $M(\alpha, \beta)$  است. مقدار  $2\alpha-3\beta$  کدام است؟

- (۱) -۱۲ (۲) -۱۴ (۳) -۱۶ (۴) -۱۸

۹- در شکل زیر فاصله رأس  $B$  از مربع  $ABCD$  تا مبدأ مختصات  $10^\circ$  است. مساحت مربع چه عددی است؟



(۱) ۴۵

(۲) ۴۲

(۳) ۲۵

(۴) ۳۶

محل انجام محاسبه

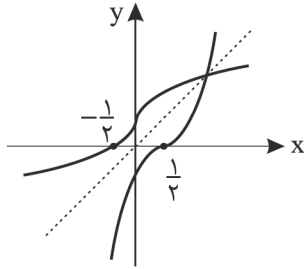
۱۰- فرض کنید  $f(x) = ax^3 + bx^2 + 4$  باشد. اگر چندجمله‌ای  $f(x+1)$  بر  $x-1$  بخش پذیر و باقی مانده  $f(x-2)$  بر  $x+1$  برابر ۴۰ باشد، مقدار  $b$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

۱۱- اگر باقی مانده  $f(x) = 2x^3 - ax^2 + 4x - b$  و  $g(x) = ax^3 + 2x^2 + bx - 2$  بر هر یک از چندجمله‌ای‌های  $x-1$  و  $x+2$  برابر هم باشد، مقدار  $a-b$  کدام است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۹ (۳) -۱۷ (۴) ۲۳

۱۲- چندجمله‌ای  $f(x) = a(x-\alpha)^3$  مفروض است. نمودار  $f$  و  $f^{-1}$  در شکل زیر آورده شده است. مقدار  $f(\frac{5}{3})$  کدام است؟



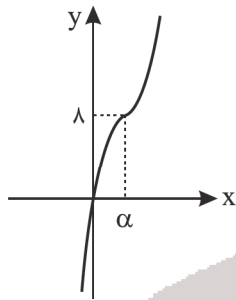
- (۱)  $\frac{32}{3}$

- (۲) ۲۴

- (۳) ۳۲

- (۴) ۸

۱۳- نمودار  $f(x) = (x-\alpha)^3 + \beta$  به شکل زیر است. نمودار  $g(x) = (x+\beta)^3 - \alpha$  از کدام ناحیه عبور نمی‌کند؟



- (۱) اول

- (۲) دوم

- (۳) سوم

- (۴) چهارم

۱۴- اگر تابع  $f(x) = |2x - m + 3| - 2|x + 3m + 1|$  تابعی نزولی باشد، حدود  $m$  کدام است؟

- (۱)  $m \geq 7$  (۲)  $m \geq \frac{1}{7}$  (۳)  $m \leq \frac{1}{7}$  (۴)  $m \leq 7$

۱۵- چندجمله‌ای  $f(x) = x^4 - 3x^3 + ax + b$  بر  $x^2 - 3x + 2$  بخش پذیر است.  $f(-1)$  کدام است؟

- (۱) -۶ (۲) ۱۴ (۳) ۹ (۴) ۱۸

محل انجام محاسبه

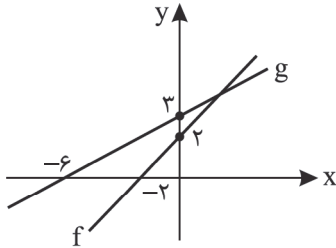
۱۶- تابع  $f(x) = ax^2 - (1+a)x$  در بازه  $(-\infty, 2)$  اکیداً یکنواست. حدود  $a$  کدام است؟

(۱)  $-\frac{1}{3} \leq a \leq \frac{1}{3}$       (۲)  $-\frac{1}{3} \leq a \leq 0$       (۳)  $0 \leq a \leq \frac{1}{3}$       (۴)  $a \geq \frac{1}{3}$

۱۷- تابع  $f(x) = |x|\sqrt{x^2}$  را در بزرگ‌ترین بازه‌ای که اکیداً نزولی است در نظر بگیرید. ضابطه وارون  $f$  در این بازه کدام است؟

(۱)  $\sqrt{-x}, x \leq 0$       (۲)  $\sqrt{x}, x \geq 0$   
 (۳)  $-\sqrt{-x}, x \leq 0$       (۴)  $-\sqrt{x}, x \geq 0$

۱۸- نمودار توابع  $f$  و  $g$  به صورت زیر است. وارون تابع  $(g \circ f)(x)$  برابر کدام است؟



(۱)  $f(2x)$

(۲)  $-f(2x)$

(۳)  $f(-2x)$

(۴)  $-f(-2x)$

۱۹- دو تابع  $f = \{(1, 4), (3, 3), (5, 2), (7, 1)\}$  و  $g(x) = \sqrt{3x+4}$  مفروض هستند. اگر  $(g^{-1} \circ f^{-1})(a) = 7$  باشد،  $a$  کدام است؟

(۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

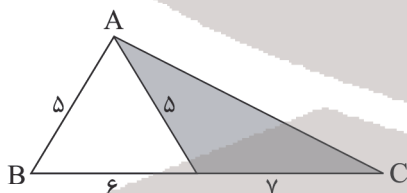
۲۰- نمودار تابع  $f(x) = \frac{3x+6}{x-2}$  نمودار وارون خود را در نقاط  $A$  و  $B$  قطع می‌کند. طول پاره خط  $AB$  چقدر است؟

(۱) ۷      (۲)  $7\sqrt{2}$       (۳) ۳      (۴)  $3\sqrt{2}$

۲۱- به یک ۹۹ ضلعی محدب، یک رأس اضافه می‌کنیم به تعداد قطرهای چندتا اضافه می‌شود؟

(۱) ۹۸      (۲) ۹۹      (۳) ۱۰۰      (۴) ۱۰۱

۲۲- در شکل زیر، مساحت قسمت رنگی چقدر است؟



(۱) ۲۰

(۲) ۱۴

(۳) ۲۸

(۴) ۱۲

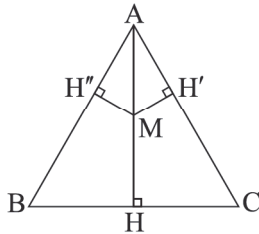
محل انجام محاسبه

۲۳- در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ )، اگر  $\hat{B} = \hat{C} = 45^\circ$  و  $BC = 24$  باشد، مساحت مثلث  $ABC$  برابر با کدام است؟

- (۱) ۴۸ (۲) ۷۲ (۳) ۳۶ (۴) ۵۴

۲۴- مجموع فاصله‌های نقطه  $M$  درون مثلث متساوی‌الاضلاع  $ABC$  از دو ضلع  $AB$  و  $AC$  برابر  $\frac{\sqrt{3}}{4}$  است. اگر  $MH = \frac{4}{5}AH$  باشد،

آنگاه مساحت این مثلث برابر کدام است؟



(۱)  $\frac{25\sqrt{3}}{16}$

(۲)  $\frac{\sqrt{3}}{8}$

(۳)  $\frac{5\sqrt{3}}{16}$

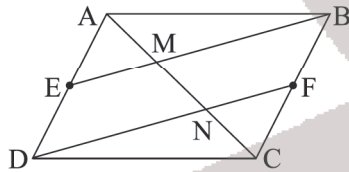
(۴)  $\frac{\sqrt{3}}{16}$

۲۵- در مثلث  $ABC$  طول میانه‌های  $m_b$  و  $m_c$  به ترتیب  $7/5$  و  $18$  و طول ضلع  $BC$  برابر  $13$  است. مساحت مثلث  $ABC$  کدام است؟

- (۱) ۱۸۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۹۰ (۴) ۸۵

۲۶- چهارضلعی  $ABCD$  متوازی‌الاضلاع و نقاط  $E$  و  $F$  به ترتیب وسط ضلع‌های  $AD$  و  $BC$  هستند. اگر مساحت چهارضلعی  $DEMN$  برابر

۹ باشد، مساحت متوازی‌الاضلاع  $ABCD$  کدام است؟



(۱) ۳۲

(۲) ۳۶

(۳) ۱۸

(۴) ۲۷

۲۷- در دوزنقه‌ای با طول قاعده‌های ۸ و ۱۲ و ارتفاع  $10$  واحد، مساحت مثلث محدود به دو قطر و یک ساق آن چند واحد مربع است؟

- (۱) ۲۸ (۲) ۲۰ (۳) ۲۴ (۴) ۱۸

۲۸- مساحت یک چندضلعی شبکه‌ای  $9/5$  واحد مربع است. تعداد نقاط درونی این چندضلعی چند مقدار متفاوت می‌تواند داشته باشد؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۹ (۳) ۱۱ (۴) ۸

محل انجام محاسبه

۲۹- ماتریس  $A = \begin{bmatrix} a+1 & -1 \\ \frac{3a}{2} & a-1 \end{bmatrix}$  وارون پذیر نیست. مجموع مقادیر قابل قبول برای  $a$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $-\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴)  $-\frac{3}{2}$

۳۰- اگر  $\bar{O} = 2A^T + 3A + 4I$  و  $A^{-1} = mA + nI$ ، آنگاه نسبت  $\frac{n}{m}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳)  $\frac{3}{8}$  (۴)  $-\frac{3}{8}$

۳۱- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$  باشد،  $|AB| + |BA|$  کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) -۵ (۴) صفر

۳۲- به درایه سطر سوم و ستون دوم ماتریس  $\begin{bmatrix} 3 & -1 & x \\ 7 & -2 & 3 \\ 5 & -4 & 6 \end{bmatrix}$  پنج واحد اضافه می کنیم. در صورتی که دترمینان ماتریس تغییر نکند، آنگاه مقدار  $x$  چقدر است؟

- (۱)  $\frac{7}{9}$  (۲)  $\frac{9}{7}$  (۳)  $\frac{3}{7}$  (۴)  $\frac{7}{3}$

۳۳- اگر  $A = \begin{bmatrix} 4|A|^2 & -|A| \\ -6 & 7|A| \end{bmatrix}$ ، آنگاه بیشترین مقدار دترمینان ماتریس  $A^{-1}$  برابر کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳) ۱ (۴) ۲

۳۴- اگر دترمینان ماتریس  $A$  از مرتبه ۳ برابر ۵- و  $\bar{O} = A^T - 4A - 5I$  باشد، دترمینان ماتریس  $4I - A$  کدام است؟

- (۱) -۲۵ (۲) ۲۵ (۳) ۱ (۴) -۱

۳۵- ماتریس های  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 2|A| & 3 \\ |A| & -|A| \end{bmatrix}$  مفروضند. دترمینان ماتریس  $2B^{-1}$  برابر کدام است؟

- (۱)  $-\frac{4}{5}$  (۲)  $-\frac{1}{5}$  (۳)  $\frac{1}{5}$  (۴)  $-\frac{1}{5}$

محل انجام محاسبه

- ۳۶- اگر اولین روز سال پنجشنبه باشد، ۲۸ بهمن همان سال چه روزی است؟
- (۱) یکشنبه (۲) سه‌شنبه (۳) دوشنبه (۴) جمعه
- ۳۷- ۲۳ دی ماه سالی چهارمین سه‌شنبه دی ماه است. دومین یکشنبه اردیبهشت همان سال چندم ماه است؟
- (۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۱۴ (۴) ۱۵
- ۳۸- اگر  $a \equiv 17$  و  $b \equiv 13$  باشد، باقیمانده تقسیم  $a^2b + ab^2$  بر ۷ کدام است؟
- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱
- ۳۹- اعداد ۹۷ و ۴۳ به یک دسته هم‌نهشتی به پیمانه  $m > 1$  تعلق دارند.  $m$  دارای چند مقدار غیر اول است؟
- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۶
- ۴۰- اگر  $a \in [3]_8$  و  $b \in [6]_8$  باشند، باقی‌مانده  $a^5b^2 - 5ab$  بر ۸ کدام است؟
- (۱) ۲ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۴
- ۴۱- رقم یکان  $(B \times A)^{A-B}$  اگر  $A = 1! + 2! + 3! + \dots + 1400!$  و  $B = 2! + 3! + 4! + 5! + \dots + 1399!$  باشد، کدام است؟
- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶
- ۴۲- از رابطه  $32a \equiv 112b \pmod{80}$  کدام رابطه را نمی‌توان نتیجه گرفت؟
- (۱)  $4a \equiv 14b \pmod{10}$  (۲)  $2a \equiv 7b \pmod{5}$  (۳)  $a \equiv 2b \pmod{10}$  (۴)  $a \equiv b \pmod{5}$
- ۴۳- کوچک‌ترین عدد طبیعی  $a$  به طوری که  $a \equiv 0 \pmod{7^{46}}$  باشد، کدام است؟
- (۱) ۹ (۲) ۲۶ (۳) ۱۸ (۴) ۱۳
- ۴۴- باقیمانده تقسیم  $100! + 99! + \dots + 2! + 1!$  بر ۹ کدام است؟
- (۱) صفر (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۸
- ۴۵- باقی‌مانده تقسیم  $50^{814}$  بر ۹ برابر  $a$  است. باقی‌مانده تقسیم  $7^{a^2+3a}$  بر ۵ کدام است؟
- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) صفر
- ۴۶- باقیمانده  $13^{102}$  بر ۱۵ کدام گزینه است؟
- (۱) ۱۰ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) ۱۱

محل انجام محاسبه

۴۷- از روابط  $a^3 \equiv c^4$  و  $c^5 \equiv b^2$ ، چه تعداد از رابطه‌های زیر نتیجه می‌شود؟

الف)  $a^3(c+a^3)^m \equiv b^2(1+c^3)^m$

ب)  $a^3c^m \equiv b^2$

ج)  $a^6 \equiv b^2c^3$

۳ (۱)      ۲ (۲)      ۱ (۳)      ۴ (۴) صفر

۴۸- عدد ۵ رقمی  $123a4$  مضرب ۱۲ می‌باشد. برای  $a$  چند مقدار به دست می‌آید؟

۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۴۹- اگر باقی‌مانده‌های تقسیم دو عدد  $8ab^3$  و  $a^0b^7$  بر ۱۱ یکسان باشد، باقی‌مانده تقسیم عدد  $5a^2a^3$  بر ۳ کدام است؟

۲ (۱)      صفر (۲)      ۱ (۳)      ۴ (۴) نمی‌توان مشخص کرد

۵۰- چند عدد به فرم  $1a^2b5a$  وجود دارد که مضرب ۸۸ باشد؟

۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴) چنین عددی وجود ندارد.





آزمون

۳



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پایه

۱۲



آزمون شماره ۳ پایه دوازدهم

دفترچه شماره ۲

۱۴۰۱/۶/۱۱

## آزمون اختصاصی

### گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۵۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	فیزیک	۲۵	۵۱	۷۵	۳۵ دقیقه
۲	شیمی	۲۰	۷۶	۹۵	۲۰ دقیقه

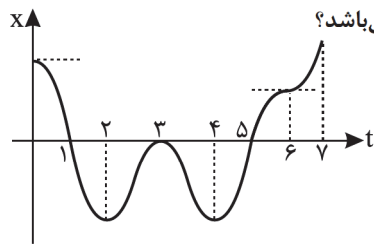
مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
فیزیک	فصل ۴	—	فصل ۱
شیمی	فصل ۳ (تا صفحه ۱۰۰ ابتدای انحلال‌پذیری نمک‌ها)	—	فصل ۱ (تا صفحه ۱۳)

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.



سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

## فیزیک



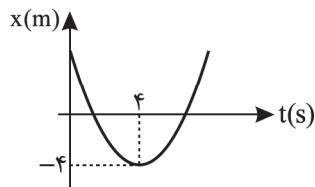
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۵۱- با توجه به نمودار مکان - زمان شکل زیر، چه تعداد از جملات زیر در ۷ ثانیه اول نادرست می‌باشد؟  
 الف) جهت بردار مکان متحرک، ۳ بار تغییر کرده است.  
 ب) جهت حرکت متحرک، سه بار تغییر کرده است.  
 ج) سرعت متوسط متحرک در جهت مثبت محور حرکت است.  
 د) در دو ثانیه آخر حرکت تندشونده است.  
 ه) در دو ثانیه سوم حرکت، بردار مکان در جهت محور X است.



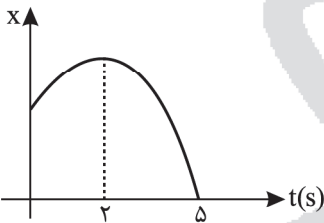
۱۲ (۱)

۴ (۲)

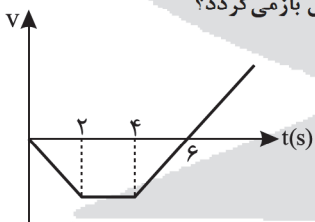
۱۶ (۳)

۸ (۴)

۵۲- سهمی شکل زیر، نمودار مکان - زمان متحرکی در حرکت بر روی خط راست است. در ۵ ثانیه اول مسافت طی شده چند برابر مقدار جابه‌جایی آن است؟

 $\frac{13}{5}$  (۱) $\frac{5}{13}$  (۲) $\frac{7}{15}$  (۳) $\frac{15}{7}$  (۴)

۵۴- با توجه به نمودار سرعت - زمان زیر، متحرک چند ثانیه پس از شروع حرکت به مکان اولیه حرکتش بازمی‌گردد؟



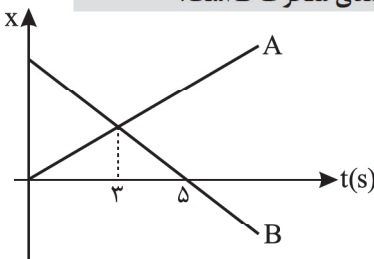
۸ (۱)

۱۲ (۲)

۶ (۳)

۱۰ (۴)

۵۵- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B نمایش داده شده است. تندی متحرک A چند برابر تندی متحرک B است؟

 $\frac{3}{2}$  (۱) $\frac{2}{3}$  (۲)

۲ (۳)

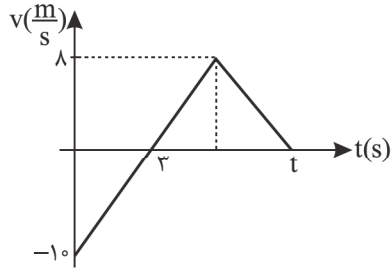
۴ (۴)

محل انجام محاسبه

۵۶- معادله حرکت متحرکی در حرکت روی خط راست در SI به صورت  $x = t^2 - 4t + 4$  داده شده است. در مدت ۲۰ ثانیه اول حرکت، بردار مکان متحرک چند بار تغییر جهت می‌دهد؟

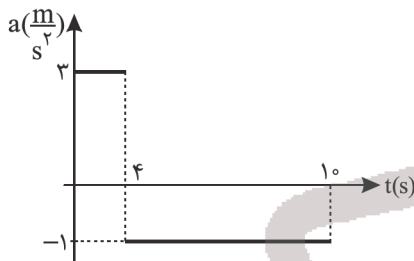
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۵۷- نمودار سرعت - زمان متحرکی داده شده است. در بازه‌ای که متحرک در جهت محور X حرکت می‌کند، سرعت متوسط متحرک چند متر بر ثانیه است؟



- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۹

۵۸- نمودار شتاب - زمان متحرکی که با سرعت اولیه  $4 \frac{m}{s}$  در جهت مثبت محور X شروع به حرکت می‌کند، به شکل زیر است. در ۵ ثانیه اول نوع حرکت متحرک چگونه است؟



- (۱) تندشونده  
(۲) کندشونده  
(۳) ابتدا تندشونده و سپس کندشونده  
(۴) ابتدا کندشونده و سپس تندشونده

۵۹- معادله سرعت - زمان متحرکی در حرکت با شتاب ثابت بر روی خط راست به صورت  $v = 4t - 5$  می‌باشد. مسافت طی شده در ۲ ثانیه اول چند متر است؟

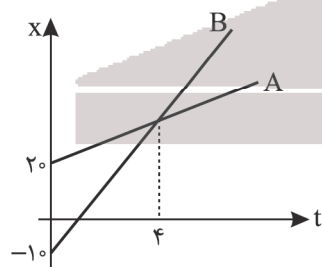
- (۱) ۲ (۲)  $2/25$  (۳)  $3/25$  (۴)  $4/25$

۶۰- راننده قطاری که با سرعت  $50 \frac{m}{s}$  در حرکت است، ناگهان در جلوی خود قطار دیگری را در فاصله  $l$  از خود می‌بیند که در همان جهت با تندی ثابت  $30 \frac{m}{s}$  در حرکت است. در این لحظه راننده قطار با شتاب  $4 \frac{m}{s^2}$  ترمز می‌کند. حداقل  $l$  چند متر باشد که تصادف رخ

ندهد؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۵۰ (۳) ۱۰۰ (۴) ۱۵۰

۶۱- دو متحرک A و B با سرعت ثابت روی محور X در حال حرکت هستند. در چه لحظه‌ای فاصله آنها ۳ برابر فاصله اولیه آنها خواهد بود؟



- (۱) ۱۲ (۲) ۸ (۳) ۱۶ (۴) ۲۰

۶۲- در شرایط خلأ و از ارتفاع ۷۲ متری سطح زمین گلوله‌ای را رها می‌کنیم. این گلوله با تندی چند  $\frac{m}{s}$  به سطح زمین برخورد می‌کند؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )

- (۱)  $8\sqrt{10}$  (۲)  $6\sqrt{10}$  (۳) ۱۲ (۴)  $12\sqrt{10}$

محل انجام محاسبه

۶۳- گلوله‌ای را در شرایط خلأ رها می‌کنیم. در ۳ ثانیه پایانی تا برخورد به زمین مسافت ۶۰ متر را طی می‌کند. تندی برخورد گلوله به زمین

$$\frac{m}{s} \text{ است؟ } (g = 10 \frac{m}{s^2})$$

۲۵ (۱) ۳۵ (۲) ۱۵ (۳) ۴۵ (۴)

۶۴- در دمای چند درجه سلسیوس، عددی که دماسنج فارنهایت نشان می‌دهد،  $\frac{۲}{۳}$  برابر عددی است که دماسنج سلسیوس نشان می‌دهد؟

۶۴ (۱) ۳۲ (۲) ۹۶ (۳) ۷۲ (۴)

۶۵- در دمای معینی طول اولیه دو میله A و B با هم برابر است. دمای دو میله را چند درجه سلسیوس افزایش دهیم تا اختلاف طول آنها  $\frac{۰.۰۰۷}{۱۰۰}$  برابر طول اولیه آنها شود؟

$$(\alpha_A = 1.7 \times 10^{-5} \frac{1}{^\circ K}, \alpha_B = 3.1 \times 10^{-5} \frac{1}{^\circ K})$$

۵۰ (۱) ۵۰۰ (۲) ۲۵ (۳) ۲۵۰ (۴)

۶۶- گرمایی که ۲۰ گرم یخ  $10^\circ C$  را می‌تواند به آب  $40^\circ C$  تبدیل کند، حداکثر چند گرم یخ صفر درجه را می‌تواند ذوب کند؟

$$(c_{\text{یخ}} = \frac{1}{4} c_{\text{آب}}, L_f = 80 c_{\text{آب}})$$

۲۱/۲۵ (۱) ۳۱/۲۵ (۲) ۱۲/۲۵ (۳) ۱۲۵ (۴)

۶۷- دو جسم A و B داریم که جرم A، سه برابر جرم B و ظرفیت گرمایی ویژه A، دو برابر ظرفیت گرمایی ویژه B می‌باشد. اگر گرمای دریافتی توسط جسم B، سه برابر گرمای دریافتی جسم A باشد، افزایش دمای A چند برابر مقدار افزایش دمای B است؟

$\frac{1}{18}$  (۱) ۱۸ (۲) ۲ (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)

۶۸- چه تعداد از جملات زیر صحیح است؟

(الف) انتقال گرما در مایعات و گازها که معمولاً رساناهای گرمایی خوبی نیستند، عمدتاً به روش همرفت است.

(ب) در دستگاه گردش خون، قلب همچون تلمبه‌ای باعث همرفت طبیعی خون می‌شود.

(ج) برای آشکارسازی تابش‌های فرسرخ از ابزاری موسوم به دمانگار استفاده می‌شود.

(د) به روش‌های اندازه‌گیری دما مبتنی بر تابش گرمایی، تفسنجی می‌گویند.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۶۹- اگر دمای فلز A را  $40^\circ C$  بالا ببریم، طول آن  $\frac{۰.۲}{۱۰۰}$  درصد افزایش می‌یابد. اگر دمای فلز B را  $120^\circ C$  بالا ببریم، مساحت سطح فلز چند درصد افزایش می‌یابد؟ (ضریب انبساط طولی فلز B، دو برابر فلز A است.)

$\frac{۰.۶}{۱۰۰}$  (۱)  $\frac{۳.۶}{۱۰۰}$  (۲)  $\frac{۱.۲}{۱۰۰}$  (۳)  $\frac{۲.۴}{۱۰۰}$  (۴)

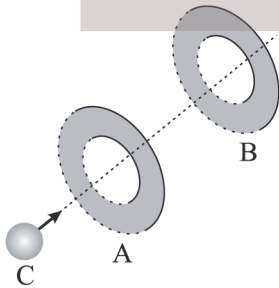
۷۰- گلوله‌ای را مطابق شکل به صورت افقی به سمت حلقه‌های A و B پرتاب می‌کنیم. در ابتدا و قبل از پرتاب، قطر گلوله و قطر داخلی حلقه‌ها برابر هستند. دمای هر سه را به طور یکسان پایین آورده و پرتاب را انجام می‌دهیم. مشاهده می‌کنیم که گلوله از حلقه A به آسانی و بدون هیچ برخوردی عبور می‌کند ولی با رسیدن به حلقه B به آن برخورد کرده و توانایی عبور از فضای خالی آن را ندارد. کدام گزینه ضریب انبساط خطی گلوله C و حلقه‌های A و B را درست مقایسه می‌کند؟ (از تغییرات مسیر به وسیله نیروی جاذبه صرف‌نظر کنید.)

$$\alpha_A = \alpha_B = \alpha_C \quad (۱)$$

$$\alpha_A > \alpha_B > \alpha_C \quad (۲)$$

$$\alpha_A < \alpha_C < \alpha_B \quad (۳)$$

$$\alpha_A > \alpha_C > \alpha_B \quad (۴)$$



محل انجام محاسبه

۷۱- تکه یخی با دمای  $0^{\circ}\text{C}$  در اختیار داریم. به آن گرما می‌دهیم تا دمای آن به  $20^{\circ}\text{C}$  برسد. چند درصد از گرمای کل داده شده به یخ،

$$\text{صرف تغییر دمای آن شده است؟ } (c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}^{\circ}\text{C}}, L_f = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}})$$

- (۱) ۲۰ (۲) ۲۵ (۳) ۴۰ (۴) ۸۰

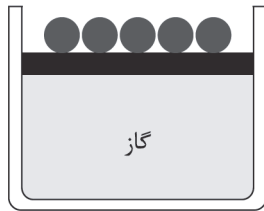
۷۲- تکه یخی به جرم  $160\text{g}$  و دمای  $-10^{\circ}\text{C}$  را درون استخر بزرگی پر از آب با دمای  $0^{\circ}\text{C}$  قرار می‌دهیم. پس از رسیدن به تعادل، جرم یخ

$$\text{موجود در مجموعه چند گرم می‌باشد؟ } (c_{\text{یخ}} = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg}^{\circ}\text{C}}, c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}^{\circ}\text{C}}, L_f = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}})$$

- (۱) صفر (۲) ۱۹۰ (۳) ۱۷۰ (۴) ۱۶۰

۷۳- در شکل زیر جرم پیستون یک کیلوگرم، جرم وزنه‌های روی آن  $5\text{kg}$  و دمای گاز درون ظرف،  $87^{\circ}\text{C}$  می‌باشد. اگر دمای گاز را به آرامی  $60^{\circ}\text{C}$  کاهش دهیم، ضمن کاهش دمای گاز تقریباً چند کیلوگرم از وزنه‌های روی پیستون را به تدریج برداریم تا پیستون

جابه‌جا نشود؟ (سطح مقطع پیستون برابر  $6\text{cm}^2$ ،  $P_0 = 10^5\text{Pa}$  و  $g \approx 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  است.)



(۱) ۱

(۲) ۲

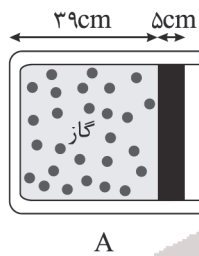
(۳) ۳

(۴) ۴

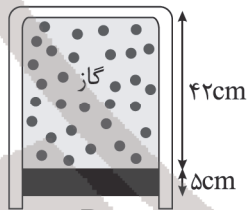
۷۴- دمای گازی بر حسب کلوین را چند درصد تغییر دهیم تا هنگامی که فشار آن ۲۰ درصد افزایش می‌یابد، حجم آن ۲۰ درصد کاهش یابد؟

- (۱) ۹۶ - کاهش (۲) ۹۶ - افزایش (۳) ۴ - افزایش (۴) ۴ - کاهش

۷۵- در شکل مقابل، طول ستون جیوه  $5\text{cm}$  و جیوه داخل لوله در تعادل است. اگر لوله را از حالت A به B برسانیم، طول ستون گاز در لوله  $3\text{cm}$  زیاد می‌شود. فشار هوای محیط چند سانتی‌متر جیوه است؟ (دما ثابت است)



A



B

(۱) ۷۵

(۲) ۸۰

(۳) ۷۰

(۴) ۷۲

### شیمی

۷۶- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

(آ) آب اقیانوس‌ها و دریاها مخلوطی ناهمگن از انواع نمک‌ها است که اغلب مزه‌ای شور دارند.

(ب) زمین در فضا به رنگ آبی دیده می‌شود، زیرا نزدیک به ۷۵ درصد از جرم آن را آب پوشانده است.

(پ) جرم کل مواد حل‌شده در آب‌های کره زمین تقریباً ثابت است.

(ت) جرم کل نمک‌های محلول در آب دریاها و اقیانوس‌ها تقریباً به  $5 \times 10^{19}$  کیلوگرم می‌رسد.

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۷۷- همه گزینه‌های زیر درست‌اند، به جز...

(۱) هنگام تشکیل برف و باران، مقداری از مواد حل‌شده در آب از آن جدا می‌شود.

(۲) ۵۰٪ از جمعیت جهان از کم‌آبی رنج می‌برند و ۶۶ درصد مردم جهان در آینده‌ای نزدیک با کمبود آب روبه‌رو می‌شوند.

(۳) تقطیر، فرایندی برای تهیه آب خالص بوده و فراورده آن آب مقطر نام دارد.

(۴) اغلب چشمه‌ها و رودخانه‌ها، آبی زلال و شفاف دارند که شیرین، گوارا و آشامیدنی است.

محل انجام محاسبه

۷۸- کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد ترکیب آمونیوم سولفات نادرست است؟

- (۱) یکی از انواع کودهای شیمیایی است که تأمین‌کننده گوگرد و نیتروژن مورد نیاز گیاهان است.
- (۲) به‌ازای انحلال هر مول از این ترکیب در آب، سه مول یون در محلول حاصل، ایجاد می‌شود.
- (۳) بار مثبت کاتیون آمونیوم، متعلق به کل یون بوده و نمی‌توان آن را منحصرأً به نافلز نیتروژن نسبت داد.
- (۴) در هر واحد از این ترکیب، مجموع شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی،  $1/5$  برابر مجموع شمار جفت الکترون‌های پیوندی است.

۷۹- برای تهیه ۲۰ کیلوگرم محلول  $862/5 \text{ ppm}$  از یون سدیم، باید از چند گرم سدیم فسفات استفاده کرد؟

( $\text{P} = 31, \text{Na} = 23, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1}$ )

- (۱) ۳۹ (۲) ۴۰ (۳) ۴۱ (۴) ۴۲

۸۰- کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

- (۱) فلز منیزیم یکی از عنصرهایی است که علاوه بر آب دریا می‌تواند از روش‌های دیگر نیز به دست آید.
- (۲) در مرحله انتهای جداسازی فلز Mg از آب دریا، گازی زردرنگ و رسوب منیزیم تولید می‌شود.
- (۳) در مرحله ابتدایی جداسازی منیزیم از آب دریا، آن را به ترکیب یونی جامد و محلول در آب تبدیل می‌کنند.
- (۴) منیزیم در آب دریا به شکل‌های مختلفی همچون  $\text{MgCl}_2$  و  $\text{Mg}(\text{OH})_2$  دیده می‌شود.

۸۱- کدام عبارت‌های زیر نادرست نیست؟

- (آ) آمونیوم سولفات یک ترکیب یونی چهارتایی بوده و مدل فضاپرکن یون‌های سازنده آن مشابه است.  
 (ب) سالانه میلیون‌ها تن مواد گوناگون از سنگ‌کره وارد آب‌کره می‌شود.  
 (پ) پسوند (ید) در انتهای نام یک یون نشان می‌دهد یون موردنظر حتماً تک‌اتمی است.  
 (ت) جانداران سالانه مقدار بسیار زیادی از ترکیب‌های کربن‌دار را وارد بخش‌های گوناگون کره زمین می‌کنند.

(ث) ترتیب درصد جرمی کاتیون‌های آب دریا به صورت روبه‌رو است:  $\text{K}^+ < \text{Mg}^{2+} < \text{Ca}^{2+} < \text{Na}^+$

- (۱) آ و ث (۲) پ و ت (۳) آ و ت (۴) ب و ث

۸۲- چند مورد از عبارت‌های زیر نادرست است؟

- (آ) حلال جزئی از محلول است که علاوه بر حل کردن حل‌شونده، جرم بیشتری نیز دارد.  
 (ب) گلاب مخلوطی همگن از آب در چند ماده آلی گوناگون است.  
 (پ) در آزمایشگاه، اندازه‌گیری جرم یک ماده بسیار ساده‌تر از حجم آن است.  
 (ت) گلوکومتر دستگاهی است که میلی‌گرم‌های گلوکز را در دسی‌لیتر خون نشان می‌دهد.

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۸۳- برای تهیه محلول  $12/5$  درصد جرمی اتانول در آب، باید به تقریب چند گرم از این الکل را در نیم لیتر آب حل نمود؟ (چگالی آب را یک گرم بر میلی‌لیتر در نظر بگیرید.)

- (۱)  $71/4$  (۲) ۷۲ (۳)  $71/8$  (۴)  $71/6$

۸۴- محلولی از سدیم هیدروکسید به حجم ۴ لیتر و با درصد جرمی  $2/5\%$  را با محلول  $3/3$  مولار سدیم‌نیترات به حجم دو لیتر مخلوط می‌کنیم. اگر غلظت نهایی یون سدیم، برابر  $2/2$  مولار باشد، چگالی محلول اولیه سدیم هیدروکسید چند گرم بر میلی‌لیتر است؟

( $\text{Na} = 23, \text{O} = 16, \text{H} = 1 : \text{g.mol}^{-1}$ )

- (۱)  $0/36$  (۲)  $0/12$  (۳)  $0/48$  (۴)  $0/24$

محل انجام محاسبه

۸۵- در چند میلی لیتر محلول ۸۰٪ جرمی پتاسیم فسفات با چگالی  $\frac{g}{mL}$  ۴/۲۴، تعداد  $12/8$  مول یون وجود دارد و غلظت مولی این

محلول چند برابر غلظت مولی محلول ۴۰٪ جرمی گالیم نیترات با چگالی  $\frac{g}{mL}$  ۱/۲۸ می باشد؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

( $Ga = 70$ ,  $K = 39$ ,  $P = 31$ ,  $O = 16$ ,  $N = 14$ :  $g \cdot mol^{-1}$ )

- (۱) ۸ - ۱۰۰ (۲) ۴ - ۱۰۰ (۳) ۸ - ۲۰۰ (۴) ۴ - ۲۰۰

۸۶- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

(آ) مواد شوینده براساس خواص اسیدی و بازی عمل می کنند.

(ب) با گذشت زمان و افزایش سطح بهداشت جهانی، نیاز به استفاده از مواد شوینده خصوصاً صابون‌ها کاهش یافت.

(پ) ظرف‌های چرب آغشته به خاکستر با آب سرد آسان تر تمیز می شوند.

(ت) وبا یک بیماری واگیردار است که در طول تاریخ بارها به دلیل نبود بهداشت و آلوده شدن غذا در جهان همه گیر شد.

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۸۷- کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

(۱) آلاینده‌ها موادی هستند که بیش از مقدار طبیعی در یک ماده، جسم و یا محیط وجود دارند.

(۲) بنزین ماده‌ای است که در ساختار خود ۱۸ پیوند کربن - هیدروژن دارد و به عنوان حلالی ناقصی می تواند مورد استفاده قرار گیرد.

(۳) عسل به دلیل داشتن شمار زیادی گروه عاملی OH- در ساختار خود، مولکول‌های قطبی دارد.

(۴) در اثر ریختن مقداری وازلین در ظرف حاوی هگزان، ذره‌های حل شونده کنار هم باقی می ماندند و در حلال پخش نمی شوند.

۸۸- چند مورد از موارد زیر درباره ترکیب آلی موجود در محلول ضدبخ درست است؟

(آ) شمار اتم‌های هیدروژن در فرمول مولکولی آن مشابه شمار اتم‌های عنصر کربن در فرمول مولکولی هگزان است.

(ب) شمار گروه‌های عاملی الکی ساختار آن مشابه اتانول است.

(پ) در حلال‌های آلی مانند روغن زیتون به خوبی حل می شود.

(ت) شمار اتم‌های کربن موجود در فرمول مولکولی آن، مشابه شمار اتم‌های کربن موجود در فرمول مولکولی اوره است.

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۸۹- کدام مطالب از عبارتهای زیر درست است؟

(آ) صابون ماده‌ای است که هم در آب و هم در چربی حل می شود.

(ب) در اثر واکنش سدیم کلرید با مخلوط روغن‌های گوناگون گیاهی یا جانوری، نوعی صابون جامد تولید می شود.

(پ) عامل استری موجود در ساختار صابون‌ها، همان بخش قطبی را تشکیل می دهد.

(ت) جامد و یا مایع بودن یک صابون، ارتباطی با بخش آب‌گریز آن ندارد.

- (۱) آ و ت (۲) ب و پ (۳) آ، ب و ت (۴) فقط ب

۹۰- کدام یک از گزینه‌های داده شده نادرست است؟

(۱) پخش نور از ویژگی‌هایی است که نمی توان آن را در محلول‌ها مشاهده کرد.

(۲) شیر، ژله و سس مایونز نمونه‌هایی از یک دسته‌ای از مواد هستند که حاوی ذره‌های ریزماده می باشد.

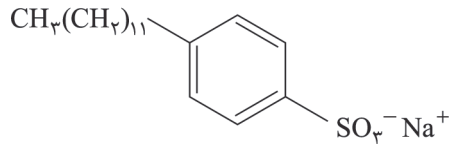
(۳) مخلوط پایدار آب و روغن و صابون، نور را پخش کرده و ظاهراً همگن دیده می شود.

(۴) محلول مس (II) سولفات در آب نوعی مخلوط همگن است که ته نشین نمی شود.

۹۱- قدرت پاک‌کنندگی مقدار معینی از صابون در کدام یک از عبارتهای زیر بیشتر است؟

- (۱) پارچه‌ای نخی در ۴۰ میلی‌لیتر آب دریا با دمای  $20^{\circ}\text{C}$
- (۲) پارچه‌ای پلی‌استری در ۴۰ میلی‌لیتر آب دریا با دمای  $15^{\circ}\text{C}$
- (۳) پارچه‌ای پلی‌استری در ۴۰ میلی‌لیتر آب مقطر با دمای  $20^{\circ}\text{C}$
- (۴) پارچه‌ای نخی در ۴۰ میلی‌لیتر آب مقطر با دمای  $20^{\circ}\text{C}$

۹۲- با توجه به شکل داده شده، کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟ ( $\text{S} = 32, \text{C} = 12, \text{Na} = 23, \text{K} = 39, \text{N} = 14, \text{H} = 1: \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )



(۱) ساختار نشان داده شده یک پاک‌کننده غیرصابونی با فرمول ساختاری مقابل است.

(۲) تفاوت جرم مولی سر قطبی آن با سر قطبی یک صابون مایع، می‌تواند برابر  $36 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$  باشد.

(۳) در اثر واکنش با یون‌های حاصل از دومین و سومین عنصر موجود در گروه دوم جدول دوره‌ای، تشکیل رسوب می‌دهد.

(۴) شمار اتم‌های هیدروژن در فرمول مولکولی آن،  $1/5$  برابر شمار اتم‌های کربن است.

۹۳- کدام یک از گزینه‌های داده شده نادرست است؟

(۱) پاک‌کننده‌های خورنده علاوه بر برهم‌کنش میان ذره‌ها، با آلاینده‌ها واکنش نیز می‌دهند.

(۲) ممکن است برخی آلاینده‌ها با صابون و پاک‌کننده‌های غیرصابونی زدوده نشوند.

(۳) به دلیل تولید گاز هیدروژن در اثر واکنش آب با مخلوط آلومینیم و سدیم هیدروکسید، قدرت پاک‌کنندگی این شوینده کاهش می‌یابد.

(۴) جوهرنمک و سدیم هیدروکسید از نظر شیمیایی فعال بوده و خاصیت خوردگی دارند.

۹۴- درصد جرمی عنصر هیدروژن در اسید چرب سازنده صابون زیر، به تقریب کدام است؟ ( $\text{O} = 16, \text{K} = 39, \text{C} = 12, \text{H} = 1: \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )



(۱) ۱۲/۲۸

(۲) ۱۱/۸۹

(۳) ۱۲/۵۶

(۴) ۱۲/۴۲

۹۵- از واکنش ۴۰۰ mL محلول ۰/۲ مولار کلسیم کلرید با مقدار کافی از یک صابون (با زنجیر هیدروکربنی سیر شده) مقدار ۴/۱۷۶ گرم

رسوب تشکیل شده است. فرمول شیمیایی صابون مورد استفاده و جرم مولی آن، به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

( $\text{Na} = 23, \text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16, \text{Ca} = 40: \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )

(۲)  $264 - \text{C}_{15}\text{H}_{31}\text{COONa}$

(۴)  $261 - \text{C}_{15}\text{H}_{31}\text{COONa}$

(۱)  $264 - \text{C}_{14}\text{H}_{29}\text{COONa}$

(۳)  $261 - \text{C}_{14}\text{H}_{29}\text{COONa}$





# مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

آزمون شماره ۳  
۱۱ شهریور ۱۴۰۱



## پاسخنامه ریاضی - فیزیک

ردیف	نام درس	سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران
۱	حسابان		حسین شفیعزاده - مهرداد کیوان	سینا پرهیزکار - سجاد داوطلب
۲	هندسه	مهریار راشدی	علیرضا شیرازی - حسن محمدیگی	داریوش امیری - مهدیار شریف
۳	ریاضیات گسسته	رضا توکلی	امیرهوشنگ خمسه - علیرضا شریف خطیبی	سینا پرهیزکار - داریوش امیری
۴	فیزیک	جواد قزوینیان	البرز امینیان - مجتبی دانایی	امیرعلی قزوینیان - محمدرضا خادمی
۵	شیمی	مسعود جعفری	مهران خدائشناس - علیرضا میرزائیان تفتی	محبوبه بیک محمدی - کارو محمدی

گروه تایپ و ویراستاری (به ترتیب حروف الفبا)
زهرا احدی - رقیه اسدیان - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - معینالدین تقی‌زاده - مهرداد شمسی

برای اطلاع از اخبار مرکز سنجش آموزش مدارس برتر، به کانال تلگرام @taraaznet مراجعه نمایید.



## حسابان

گزینه ۲ صحیح است.

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} + \sqrt{2+x} = 3 \\ \sqrt{x+3} - \sqrt{2+x} = A \end{cases}$$

$$x+3-2-x=3A \Rightarrow A = \frac{1}{3}$$

(ریاضی دهم، صفحه ۶۷)

گزینه ۳ صحیح است.

$$A = \frac{2(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{9}+\sqrt{3+1})(\sqrt{3}-1)} = \frac{2(\sqrt{3}-1)}{2} = \sqrt{3}-1$$

$$A+1 = \sqrt{3} \Rightarrow (A+1)^2 = 3$$

(ریاضی دهم، صفحه های ۶۵ و ۶۶)

گزینه ۳ صحیح است.

$$\sqrt[3]{\alpha} - (-\sqrt[3]{\alpha}) = 1 \Rightarrow 2\sqrt[3]{\alpha} = 1 \Rightarrow \sqrt[3]{\alpha} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{8}$$

$$\beta = \sqrt[3]{\frac{1}{64}} - (-\sqrt[3]{\frac{1}{64}}) = 2\sqrt[3]{\frac{1}{64}} \Rightarrow \beta = 2 \times \sqrt[3]{\frac{1}{64}}$$

$$\beta = 2 \times 2^{-\frac{3}{2}} = 2 \times 2^{-\frac{3}{2}} = 2^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow \beta^2 = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha}{\beta^2} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{4}$$

(ریاضی دهم، صفحه های ۵۴ و ۵۵)

گزینه ۱ صحیح است.

$$A_1 = \frac{(\sqrt{2})^2 - 1}{3 + \sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{2}-1)(2+1+\sqrt{2})}{3 + \sqrt{2}} = \sqrt{2}-1$$

$$A_2 = \frac{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2}{5 + \sqrt{6}} = \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(5+\sqrt{6})}{5 + \sqrt{6}} = \sqrt{3}-\sqrt{2}$$

$$A_3 = \frac{(2)^2 - (\sqrt{3})^2}{7 + \sqrt{12}} = \frac{(2-\sqrt{3})(4+2+\sqrt{12})}{7 + \sqrt{12}} = 2-\sqrt{3}$$

$$A = A_1 + A_2 + A_3 = \sqrt{2}-1 + \sqrt{3}-\sqrt{2} + 2-\sqrt{3} = 1$$

(ریاضی دهم، صفحه های ۶۵ و ۶۶)

گزینه ۴ صحیح است.

$$\begin{cases} AB: 2y + x = 6 \\ AC: y + 2x = -2 \end{cases} \Rightarrow A(-2, 4)$$

$$\begin{cases} AB: 2y + x = 6 \\ BC: y - 2x = -2 \end{cases} \Rightarrow B(2, 2)$$

$$\begin{cases} AC: y + 2x = -2 \\ BC: y - 2x = -2 \end{cases} \Rightarrow C(0, -2)$$

$$\Rightarrow x_A + x_B + x_C = 0$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۳۰)

گزینه ۱ صحیح است.

$$m_{BC} = \frac{4}{-1} = -4 \Rightarrow m_{\text{ارتفاع}} = \frac{1}{4}$$

$$y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{4} \Rightarrow 4y = x + 1 \Rightarrow 4y - x = 1$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۳۳)

گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا عمودمنصف AB را به دست می آوریم:

$$A(3, 2), B(1, 4) \Rightarrow m_{AB} = \frac{2}{-2} = -1 \Rightarrow m_{\text{عمودمنصف}} = 1$$

$$M(2, 2) \Rightarrow y = x + 1$$

حال عمودمنصف AB را با خط  $y = 2x - 1$  قطع می دهیم:

$$2x - 1 = x + 1 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow M(2, 2)$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۳۰)

گزینه ۴ صحیح است.

وسط AM روی خط قرار دارد.

$$2\left(\frac{\alpha+3}{2}\right) = 2\left(\frac{\beta-2}{2}\right) - 3 \Rightarrow 2\alpha - 2\beta = -11$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۳۳)

گزینه ۴ صحیح است.

$$D(\alpha, 0) \Rightarrow A(\alpha, 2\alpha) \Rightarrow \text{ضلع مربع} = 2\alpha$$

$$C(4\alpha, 0), B(4\alpha, 2\alpha)$$

$$\Rightarrow OB = \sqrt{16\alpha^2 + 9\alpha^2} = 5\alpha \Rightarrow 5\alpha = 10 \Rightarrow \alpha = 2$$

بدین ترتیب مساحت مربع:

$$S = (2\alpha)^2 = 9\alpha^2 = 36$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۳۳)

گزینه ۱ صحیح است.

بر  $f(x+1)$  بر  $x-1$  بخش پذیر است، پس  $f(2) = 0$  و باقی مانده

$$f(x-2) \text{ بر } x+1 \text{ برابر } 40 \text{ است؛ پس } f(-2) = 40$$

$$\begin{cases} 8a + 4b + 4 = 0 \\ -27a + 9b + 4 = 40 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a + b = -1 \\ -3a + b = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \end{cases}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۹)

گزینه ۱ صحیح است.

$$f(1) = g(1) \Rightarrow 2 - a + 4 - b = a + 2 + b - 2$$

$$f(-2) = g(-2) \Rightarrow -16 - 4a - 8 - b = -8a + 8 - 2b - 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a + b = 3 \\ 4a + b = 30 \end{cases} \Rightarrow 3a = 27 \Rightarrow \begin{cases} a = 9 \\ b = -6 \end{cases}$$

پس  $a - b$  برابر ۱۵ است.

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۹)

گزینه ۳ صحیح است.

$$\begin{cases} f(x) = a(x - \frac{1}{2})^2 \\ f^{-1}(-\frac{1}{2}) = 0 \Rightarrow f(0) = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow -\frac{a}{4} = -\frac{1}{2} \Rightarrow a = 2$$

$$f(x) = 2(x - \frac{1}{2})^2 \Rightarrow f(\frac{3}{2}) = 2$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۳۱)



۲۰. گزینه ۲ صحیح است.

نمودار f را با خط  $y = x$  تقاطع می دهیم:

$$f(x) = x \Rightarrow \frac{3x+6}{x-2} = x \Rightarrow x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -1 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow A = (-1, -1) \\ x = 6 \Rightarrow y = 6 \Rightarrow B = (6, 6) \end{cases} \Rightarrow AB = 7\sqrt{2}$$

(حسابان یازدهم، صفحه های ۶۰ و ۶۱)

### هندسه

۲۱. گزینه ۱ صحیح است.

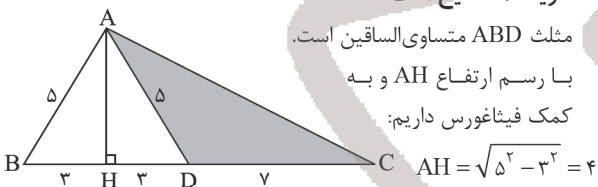
می دانیم تعداد قطرهای n ضلعی  $\frac{n(n-3)}{2}$  و تعداد قطرهای  $(n+1)$

$$\text{ضلعی } \frac{(n+1)(n+1-3)}{2} = \frac{(n+1)(n-2)}{2} \text{ است، پس:}$$

$$\frac{(n+1)(n-2)}{2} - \frac{n(n-3)}{2} = \frac{n^2 - n - 2 - n^2 + 3n}{2} = \frac{2n-2}{2} = n-1$$

پس اگر به یک ۹۹ ضلعی، یک رأس اضافه شود به تعداد قطرهای  $n-1 = 99-1 = 98$  تا اضافه می شود.

(هندسه دهم، صفحه ۵۵)



$$S_{\triangle ADC} = \frac{AH \times DC}{2} = \frac{4 \times \gamma}{2} = 14$$

(هندسه دهم، صفحه ۶۵)

۲۳. گزینه ۲ صحیح است.

بنابر فرض سوال داریم:

$$\hat{A} = 90^\circ \Rightarrow \hat{B} + \hat{C} = 90^\circ \xrightarrow{\hat{B} = \hat{C}} \hat{C} + \hat{C} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{C} = 90^\circ \Rightarrow \hat{C} = 15^\circ$$

می دانیم در مثلث قائم الزاویه اگر یک زاویه  $15^\circ$  یا

$75^\circ$  وجود داشته باشد، طول ارتفاع وارد بر وتر،  $\frac{1}{4}$

طول وتر است.

پس:

$$AH = \frac{1}{4} BC = \frac{1}{4} (24) = 6$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AH \times BC = \frac{1}{2} (6) (24) = 72$$

(هندسه دهم، صفحه ۶۴)

۲۴. گزینه ۱ صحیح است.

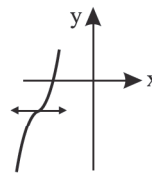
بنابر فرض سوال  $MH' + MH'' = \frac{\sqrt{3}}{4}$  است. از طرف دیگر می دانیم

در مثلث متساوی الاضلاع  $MH + MH' + MH'' = AH$  است، پس داریم:

$$MH + MH' + MH'' = AH \xrightarrow{MH' + MH'' = \frac{\sqrt{3}}{4}} \xrightarrow{MH = \frac{1}{2} AH} \frac{1}{2} AH + \frac{\sqrt{3}}{4} = AH$$

$$\Rightarrow AH = \frac{5\sqrt{3}}{4}$$

۱۳. گزینه ۴ صحیح است.



$$f(\alpha) = \lambda \Rightarrow f(\alpha) = \beta \Rightarrow \beta = \lambda$$

$$f(\epsilon) = 0 \Rightarrow -\alpha^3 + \beta = 0 \Rightarrow -\alpha^3 = -\lambda \Rightarrow \alpha = \lambda$$

$$f(x) = (x-2)^3 + 8 \Rightarrow g(x) = (x+8)^3 - 2$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۴)

۱۴. گزینه ۲ صحیح است.

$$f(x) = |2x - m| \quad |2x + 6m + 2|$$

برای آنکه تابع نزولی باشد، نمودار آن به صورت خواهد شد.

$$\frac{m-3}{2} \geq \frac{-6m-2}{2}$$

پس:

$$m-3 \geq -6m-2 \Rightarrow 7m \geq 1 \Rightarrow m \geq \frac{1}{7}$$

نکته:

$$y = |x-\alpha| - |x-\beta| \Rightarrow \begin{cases} \alpha < \beta \\ \alpha > \beta \end{cases}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۶)

۱۵. گزینه ۱ صحیح است.

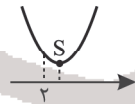
$$x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow x = 1, 2$$

$$\begin{cases} f(1) = 0 \Rightarrow a + b - 2 = 0 \\ f(2) = 0 \Rightarrow 2a + b - 8 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = -4 \end{cases}$$

$$f(-1) = -a + b + 4 = -6$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۸)

۱۶. گزینه ۳ صحیح است.



$$x_s = \frac{1+a}{2a}$$

$$\frac{1+a}{2a} \geq 2 \Rightarrow \frac{1-2a}{2a} \geq 0 \Rightarrow 0 \leq a \leq \frac{1}{3}$$

دقت کنید که به ازای  $a = 0$  هم تابع f، یکنوا است.

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۷)

۱۷. گزینه ۴ صحیح است.

$$f(x) = |x| \cdot |x| = x^2$$

$$x \leq 0 \Rightarrow f(x) = x^2 \xrightarrow{\text{وارون}} x = y^2 \Rightarrow y = \pm\sqrt{x}$$

$$\text{وارون: } f^{-1}(x) = -\sqrt{x}, x \geq 0$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۵۸)

۱۸. گزینه ۳ صحیح است.

$$\begin{cases} f(x) = x + 2 \\ g(x) = \frac{1}{3}x + 3 \end{cases} \Rightarrow g(x) - f(x) = -\frac{1}{3}x + 1$$

وارون  $g - f$  برابر  $-2x + 2$  است. این ضابطه با  $f(-2x)$  برابر است.

(حسابان یازدهم، صفحه ۵۸)

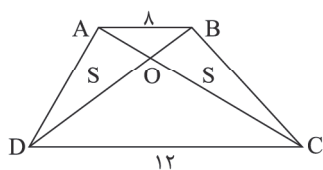
۱۹. گزینه ۲ صحیح است.

$$(g^{-1} \circ f^{-1})(a) = \gamma \Rightarrow f^{-1}(a) = g(\gamma) = \delta \Rightarrow a = f(\delta) = 2$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۵۸)



۲۷. گزینه ۳ صحیح است.



$$S_{\triangle OBC} = S_{\triangle OAD} = \sqrt{S_{\triangle AOB} \times S_{\triangle ODC}} \quad (1)$$

از طرف دیگر داریم:

$$AB \parallel DC \xrightarrow{\text{قضیه اساسی تشابه}} \triangle OAB \sim \triangle ODC$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle OAB}}{S_{\triangle ODC}} = \left(\frac{AB}{DC}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \quad (2)$$

با فرض  $S_{\triangle OBC} = S_{\triangle OAD} = S$  داریم:

$$\xrightarrow{(1), (2)} S = \sqrt{\frac{1}{4} S_{\triangle ODC} \times S_{\triangle ODC}} \Rightarrow S = \frac{1}{2} S_{\triangle ODC} \Rightarrow S_{\triangle ODC} = \frac{2}{1} S$$

پس:

$$S_{\triangle OAB} = \frac{1}{4} S_{\triangle ODC} = \frac{1}{4} (2S) = \frac{1}{2} S$$

بنابراین:

$$S_{ABCD} = S_{\triangle OAB} + S_{\triangle ODC} + S_{\triangle OBC} + S_{\triangle OAD}$$

$$\Rightarrow \frac{(1+2) \times 10}{2} = \frac{1}{2} S + \frac{2}{1} S + S + S \Rightarrow 10 = \frac{25}{6} S \Rightarrow S = \frac{6 \times 10}{25} = 2.4$$

(هندسه دهم، صفحه ۶۷)

۲۸. گزینه ۱ صحیح است.

مساحت چندضلعی شبکه‌ای که  $b$  تعداد نقاط مرزی و  $i$  تعداد نقاط

درونی آن باشد از رابطه  $S = \frac{b}{2} + i - 1$  به دست می‌آید. (رابطه پیک)

در ضمن همواره  $i \geq 0$  و  $b \geq 3$  است. داریم:

$$9.5 = \frac{b}{2} + i - 1 \Rightarrow \frac{b}{2} = 10.5 - i \Rightarrow b = 21 - 2i$$

چون  $b \geq 3$  پس  $21 - 2i \geq 3$  است، پس  $i \leq 9$  و در نتیجه  $0 \leq i \leq 9$

است. در این فاصله  $i$  می‌تواند مقادیر ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹ را اختیار کند یعنی  $i$  می‌تواند ۱۰ مقدار متفاوت داشته باشد.

(هندسه دهم، صفحه ۷۰)

۲۹. گزینه ۴ صحیح است.

ماتریس  $A$  وارون پذیر نیست هرگاه  $|A| = 0$  باشد.

$$|A| = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} a+1 & -1 \\ \frac{2a}{3} & a-1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow a^2 - 1 + \frac{2}{3}a = 0$$

$$\xrightarrow{\times 3} 3a^2 + 2a - 3 = 0$$

مجموع مقادیر قابل قبول برای  $a$  یعنی مجموع ریشه‌های معادله فوق.

پس:

$$\text{مجموع ریشه‌ها} = -\frac{2}{3}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۳)

از طرف دیگر طول ارتفاع مثلث متساوی‌الاضلاع برابر با  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  طول ضلع آن است، پس:

$$AH = \frac{\sqrt{3}}{2} BC \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} BC = \frac{5\sqrt{3}}{4} \Rightarrow BC = \frac{5}{2}$$

مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع برابر است با:

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} BC^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25\sqrt{3}}{16}$$

(هندسه دهم، صفحه ۶۵)

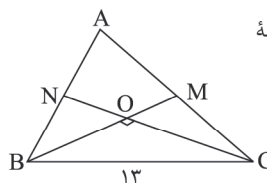
۲۵. گزینه ۳ صحیح است.

در شکل میانه‌های  $m_b = 7/5$  و  $m_c = 18$  است اگر  $O$  نقطه

تلاقی دو میانه باشد، آنگاه داریم:

$$OB = \frac{2}{3} m_b = \frac{2}{3} (7/5) = 5$$

$$OC = \frac{2}{3} m_c = \frac{2}{3} (18) = 12$$



با توجه به این که طول اضلاع مثلث  $OBC$  در رابطه فیثاغورس صدق می‌کنند ( $13^2 = 12^2 + 5^2$ )، پس مثلث  $OBC$  قائم‌الزاویه است. در

ضمن می‌دانیم مساحت مثلث  $OBC$ ،  $\frac{1}{3}$  مساحت مثلث  $ABC$  است.

بنابراین:

$$S_{\triangle ABC} = 3S_{\triangle OBC} = 3 \left(\frac{1}{2} OB \times OC\right) = \frac{3}{2} \times 5 \times 12 = 90$$

(هندسه دهم، صفحه ۶۷)

۲۶. گزینه ۲ صحیح است.

بنابر مسئله ۶ صفحه ۶۴

کتاب درسی در این سوال

است،  $AM = MN = NC$

پس بنابر قضیه میان خط

نتیجه می‌گیریم:

$$\left. \begin{array}{l} \triangle ADN: \text{AN وسط M} \\ \text{AD وسط E} \end{array} \right\} \Rightarrow EM \parallel DN \text{ و } EM = \frac{1}{2} DN$$

در ضمن دو مثلث  $ADN$  و  $BCM$  به حالت (ض ز ض) هم‌نهشت‌اند،

پس با فرض  $BM = 2x$  و  $NF = x$  داریم:

$$EM \parallel DN \xrightarrow{\text{قضیه اساسی تشابه}} \triangle AEM \sim \triangle ADN$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle AEM}}{S_{\triangle ADN}} = \left(\frac{x}{2x}\right)^2 = \frac{1}{4} \xrightarrow{\text{تفصیل از مخرج}} \frac{S_{\triangle AEM}}{S_{\triangle DEMN}} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle AEM}}{9} = \frac{1}{3} \Rightarrow S_{\triangle AEM} = 3$$

از طرف دیگر دو مثلث  $AEM$  و  $AMB$  دارای ارتفاع مشترک از رأس  $A$  هستند، پس:

$$\frac{S_{\triangle AEM}}{S_{\triangle AMB}} = \frac{ME}{MB} = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{3}{S_{\triangle AMB}} = \frac{1}{2} \Rightarrow S_{\triangle AMB} = 6$$

در نتیجه:

$$S_{ABCD} = 2S_{\triangle AEM} + 2S_{\triangle AMB} + 2S_{\triangle DEMN} = 2(3) + 2(6) + 2(9) = 36$$

(هندسه دهم، صفحه ۶۴)



بنابراین:

$$|A^{-1}| = \frac{1}{|A|} = \pm 2$$

پس بیشترین مقدار  $|A^{-1}|$  برابر ۲ است.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۱)

گزینه ۲ صحیح است.

(۱) می‌دانیم اگر  $A$  مرتبه ۳ باشد، آنگاه:  $|KA| = K^3 |A|$ (۲) می‌دانیم اگر  $A$  و  $B$  ماتریس مربعی هم‌مرتبه باشند، داریم:

$$|AB| = |A| |B|$$

$$A^2 - 4A - 5I = \bar{O} \Rightarrow A^2 - 4A = 5I$$

$$\Rightarrow A(A - 4I) = 5I \xrightarrow{\times(-1)} A(4I - A) = -5I$$

از طرفین رابطه بالا دترمینان می‌گیریم.

$$|A(4I - A)| = |-5I|$$

$$\Rightarrow |A| |4I - A| = (-5)^3 |I| \xrightarrow{|I|=1} (-5) |4I - A| = -125$$

$$\Rightarrow |4I - A| = 25$$

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۲۹ و ۳۰)

گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا دترمینان  $A$  را بر حسب سطر دوم به دست می‌آوریم.

$$|A| = 1(-1) \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -1$$

بنابراین:

$$B = \begin{bmatrix} 2|A| & \frac{3}{|A|} \\ |A| & -|A| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |B| = -2 - 3 = -5$$

پس:

$$|2B^{-1}| = 2^2 |B^{-1}| = \frac{4}{|B|} = \frac{4}{-5}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۱)

## ریاضیات گسسته

گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا فاصله اولین روز سال تا ۲۸ بهمن را محاسبه می‌کنیم.

$$a = 6 \times 31 + 4 \times 30 + 28 \Rightarrow a \equiv -1 \times 2 + 4 \times 2 + 0 \equiv -3 + 8 \equiv 5$$

می‌توان گفت ۲۸ بهمن با پنجمین روز سال یکسان است. پنجمین روز سال دوشنبه است پس ۲۸ بهمن هم دوشنبه خواهد بود.

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۴)

گزینه ۳ صحیح است.

هر ۷ روز، روزهای هفته تکرار می‌شوند. اگر اول اردیبهشت را  $x$  شنبه بنامیم تعداد روزهای گذشته تا ۲۳ دی‌ماه به صورت  $23 + 4 \times 31 + 3 \times 30 + 23$  است که باقی‌مانده این عدد به ۷ برابر ۱ است، یعنی اول اردیبهشت دوشنبه بوده است، پس اولین یکشنبه ۷م و دومین یکشنبه ۱۴م اردیبهشت می‌باشد.

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۴)

گزینه ۲ صحیح است.

طرفین فرض  $\bar{O} = 2A^2 + 2A + 4I$  را در  $A^{-1}$  ضرب می‌کنیم، داریم:

$$A^{-1} \xrightarrow{\text{تقسیم بر ۴}} 4A^{-1} = -2A - 2I \Rightarrow 4A^{-1} = -2A - 2I$$

$$= -\frac{1}{2}A - \frac{1}{2}I$$

با مقایسه رابطه به دست آمده با فرض  $A^{-1} = mA + nI$  نتیجه

$$m = -\frac{1}{2} \text{ و } n = -\frac{1}{2}$$

پس:

$$\frac{n}{m} = \frac{-\frac{1}{2}}{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{1} = 1$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۳)

گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا باید  $AB$  و  $BA$  را حساب کنیم و سپس دترمینان هر کدام را به دست آوریم.

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow |AB| = 4$$

$$BA = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 8 \end{bmatrix}$$

چون درایه‌های یک سطر ماتریس  $BA$  همگی صفرند، پس:  $|BA| = 0$  است.

بنابراین:

$$|AB| + |BA| = 4 + 0 = 4$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۰)

گزینه ۲ صحیح است.

اگر به یک درایه ماتریس عددی اضافه شود و با این وجود دترمینان ماتریس عوض نشود آنگاه نتیجه می‌گیریم دترمینان نظیر آن درایه حتماً صفر است، یعنی دترمینان حاصل از حذف سطر سوم و ستون دوم این ماتریس صفر است.

$$\begin{vmatrix} 3 & x \\ 7 & 3 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 9 - 7x = 0 \Rightarrow x = \frac{9}{7}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۸)

گزینه ۴ صحیح است.

از طرفین تساوی داده شده دترمینان می‌گیریم.

$$A = \begin{bmatrix} 4|A|^2 & -|A| \\ -6 & 7|A| \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = \begin{vmatrix} 4|A|^2 & -|A| \\ -6 & 7|A| \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow |A| = 28|A|^2 - 6|A| \Rightarrow 28|A|^2 = 7|A| \quad (1)$$

از آنجا که  $A^{-1}$  وجود دارد، پس:  $|A| \neq 0$  باشد.

بنابراین از (۱) نتیجه می‌گیریم:

$$28|A|^2 = 7 \Rightarrow |A|^2 = \frac{7}{28} = \frac{1}{4} \Rightarrow |A| = \frac{1}{2} \text{ یا } |A| = -\frac{1}{2}$$



$$(1) \quad 3^{\lambda} 2^{\lambda} \equiv 11 \pmod{2^{\lambda}} \xrightarrow{(\lambda, \lambda)=\lambda} 3a \equiv 11 \pmod{2^{\lambda}}$$

$$(2) \quad 4a \equiv 1 \pmod{2^{\lambda}} \xrightarrow{(\lambda, 2)=2} 2a \equiv 2^{\lambda} \pmod{2^{\lambda}}$$

$$(4) \quad 2a \equiv 2^{\lambda} \pmod{2^{\lambda}} \Rightarrow 2a \equiv 2 \pmod{2^{\lambda}} \xrightarrow{(\lambda, 2)=1} a \equiv 1 \pmod{2^{\lambda}}$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۲)

گزینه ۱ صحیح است.

راه اول:

$$(1) \quad 7^{\lambda} \equiv -1 \pmod{2^{\lambda}} \xrightarrow{\text{توان } 4} 7^{4\lambda} \equiv 1 \pmod{2^{\lambda}} \xrightarrow{\text{توان } 5} 7^{20\lambda} \equiv 1 \pmod{2^{\lambda}}$$

$$(2) \quad 7^{\lambda} \equiv -1 \pmod{2^{\lambda}} \xrightarrow{\text{توان } 3} 7^{3\lambda} \equiv -1 \pmod{2^{\lambda}}$$

$$(1) - (2) \rightarrow 7^{4\lambda} \equiv 1 \pmod{2^{\lambda}} \Rightarrow 7^{4\lambda} - 1 \equiv 0 \pmod{2^{\lambda}} \Rightarrow 7^{4\lambda} + 9 \equiv 0 \pmod{2^{\lambda}} \Rightarrow a = 9$$

راه دوم:

$$7^{16} \equiv 1 \pmod{2^{\lambda}} \Rightarrow 7^{4\lambda} \equiv 1 \pmod{2^{\lambda}} \Rightarrow 7^{4\lambda} \equiv 3^{\lambda} \pmod{2^{\lambda}} \xrightarrow{(17, 7)=1} 7^{47} \equiv 3^{\lambda} \pmod{2^{\lambda}}$$

$$\Rightarrow 7^{47} \equiv 3^{\lambda} \pmod{2^{\lambda}} \xrightarrow{(17, 7)=1} 7^{46} \equiv 3^{\lambda} + 8 \pmod{2^{\lambda}}$$

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۱۸ تا ۲۴)

گزینه ۱ صحیح است.

می دانیم  $x \geq 6$ ،  $x! \equiv 0 \pmod{2^x}$  برقرار است، پس داریم:

$$A \equiv 1! + 2! + 3! + 4! + 5! \equiv 1 + 2 + 6 + 24 + 120 \equiv 9 + 144 \equiv 0 \pmod{2^6}$$

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۱۸ تا ۲۲)

گزینه ۳ صحیح است.

$$5^9 \equiv 5 \pmod{2^9} \Rightarrow (5^3)^3 \equiv -1 \pmod{2^9} \Rightarrow (5^3)^{27} \equiv -1 \pmod{2^9} \Rightarrow 5^{81} \times 5^9 \equiv (-1) \times 5 \equiv -5 \pmod{2^9}$$

$$\Rightarrow 5^{90} \equiv 4 \pmod{2^9}$$

a برابر ۴ است در نتیجه داریم:

$$7^{a^2+3a} \equiv 7^{2^{\lambda}} \equiv 2^{\lambda} \pmod{2^{\lambda}} \Rightarrow (7^2)^{1^{\lambda}} \equiv (-1)^{1^{\lambda}} \pmod{2^{\lambda}}$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۱)

گزینه ۳ صحیح است.

می دانیم  $13 \equiv -2 \pmod{15}$  پس داریم:

$$13^{10^2} \equiv (-2)^{10^2} \equiv 2^{10^2}$$

اما  $2^4 \equiv 1 \pmod{15}$  است.

$$2^4 \equiv 1 \pmod{15} \xrightarrow{\text{توان } 25} 2^{100} \equiv 1 \pmod{15} \xrightarrow{\times 2^2} 2^{102} \equiv 4 \pmod{15}$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۱)

۳۸. گزینه ۴ صحیح است.

می دانیم اگر  $a \equiv b \pmod{m}$  و  $k | m$  آنگاه  $k | a - b$  است.

$$a \equiv 17 \pmod{21} \xrightarrow{7|21} a \equiv 17 \pmod{3} \Rightarrow a^2 \equiv 9 \pmod{3}$$

$$b \equiv 13 \pmod{21} \xrightarrow{7|21} b \equiv 13 \pmod{3} \Rightarrow b^2 \equiv 1 \pmod{3}$$

پس داریم  $a^2 b + ba^2 \equiv -2 + 3 \equiv 1 \pmod{3}$ 

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۱۸ تا ۲۰)

۳۹. گزینه ۱ صحیح است.

$$9^m \equiv 4^m \pmod{5^4} \Rightarrow 5^4 \equiv 0 \pmod{5^4} \Rightarrow m | 5^4$$

$$m \geq 1 \Rightarrow m \in \{2, 3, 6, 9, 18, 27, 54\}$$

مقادیر غیر اول m عبارتند از:  $\{6, 9, 18, 27, 54\}$ 

(ریاضیات گسسته، صفحه ۱۹)

۴۰. گزینه ۱ صحیح است.

$$\left. \begin{array}{l} a \equiv 2 \pmod{5} \Rightarrow a^5 \equiv 2^5 \equiv 32 \equiv 2 \pmod{5} \\ b \equiv 6 \pmod{5} \Rightarrow b^2 \equiv 36 \equiv 1 \pmod{5} \end{array} \right\} \Rightarrow a^5 b^2 \equiv 1 \cdot 2 \equiv 2 \pmod{5}$$

$$\left. \begin{array}{l} a \equiv 3 \pmod{5} \\ b \equiv 6 \pmod{5} \end{array} \right\} \Rightarrow ab \equiv 18 \equiv 3 \pmod{5} \Rightarrow 5ab \equiv 15 \equiv 0 \pmod{5}$$

در نتیجه داریم:

$$a^5 b^2 - 5ab \equiv 2 - 3 \equiv -1 \pmod{5}$$

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۱۹ و ۲۰)

۴۱. گزینه ۴ صحیح است.

فاکتوریل ها، از ۵! به بعد به صفر ختم می شود.

برای محاسبه رقم یکان عدد تواندار باقی مانده توان بر ۴ را به جای توان می گذاریم مگر باقی مانده صفر باشد که آنگاه جای توان ۴ می گذاریم و به جای پایه هم رقم سمت راست یا باقی مانده پایه به ۱۰ را قرار می دهیم.

$$(1! + 2! + 3! + \dots + 140!) (3! + 4! + \dots + 1399!) \equiv 0 \pmod{10}$$

$$(1! + 2! + 3! + 4!) (2! + 3! + 4!) \equiv \frac{(1+2+6+24)}{22} \frac{(2+6+24)}{32} \equiv 3 \times 2 \equiv 6 \pmod{10}$$

$$A - B = 1! + 140! \equiv 1 \pmod{10} \Rightarrow 6^1 \equiv 6 \pmod{10}$$

نکته: اگر عددی به ۶ ختم شود، به هر توانی برسد رقم یکانش فرقی نمی کند.

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۹)

۴۲. گزینه ۳ صحیح است.

نکته:

$$ac \equiv bc \pmod{m} \xrightarrow{(c, m)=d} a \equiv b \pmod{\frac{m}{d}}$$



$a = 2 \Rightarrow \overline{122b52} \equiv 0 \Rightarrow 2 - 5 + b - 2 + 2 - 1 \equiv 0 \Rightarrow b = 4$   
 $a = 6 \Rightarrow \overline{162b56} \equiv 0 \Rightarrow 6 - 5 + b - 2 + 6 - 1 \equiv 0 \Rightarrow b = 7$   
 ولی به ازای هیچکدام از اعداد به دست آمده ۳ رقم سمت راست مضرب ۸ نیست.

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

**فیزیک**

۵۱. گزینه ۳ صحیح است.

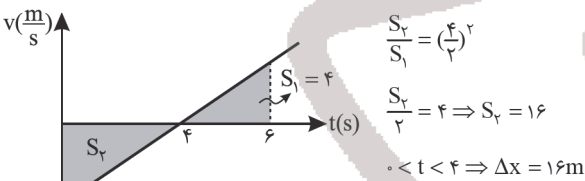
الف) نادرست، جهت بردار مکان فقط در لحظات  $t = 5s$  و  $t = 1s$  تغییر می‌کند.

د) نادرست، در ۲ ثانیه آخر حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.  
 ه) نادرست، در ۲ ثانیه سوم بردار مکان ابتدا خلاف جهت محور X ها و سپس در جهت محور X ها است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶ تا ۸)

۵۲. گزینه ۳ صحیح است.

متحرک از لحظه  $t = 4s$  تا  $t = 6s$  به اندازه ۴ متر جابه‌جا شده است.

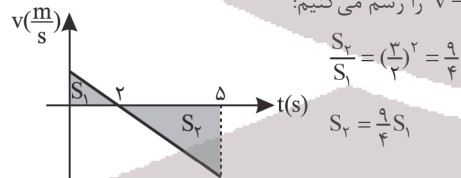


دقت کنید جابه‌جایی در بازه  $4 < t < 6$  برابر  $4m$  است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶ تا ۸)

۵۳. گزینه ۱ صحیح است.

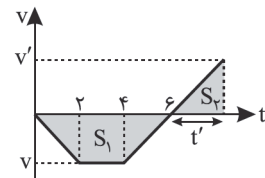
ابتدا نمودار  $v-t$  را رسم می‌کنیم:



$$\frac{L}{d} = \frac{S_2 + S_1}{|-S_2 + S_1|} = \frac{\frac{9}{4} S_1 + S_1}{|-\frac{9}{4} S_1 + S_1|} = \frac{\frac{13}{4} S_1}{\frac{5}{4} S_1} = \frac{13}{5}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۵)

۵۴. گزینه ۴ صحیح است.



از تشابه مثلث‌های ۱ و ۲ داریم:

$$\frac{v'}{v} = \frac{t'}{t} \Rightarrow v' = \frac{vt'}{t}$$

مساحت  $S_1 =$  مساحت  $S_2 \Rightarrow$  شرط بازگشت به محل اولیه  
 $\Rightarrow \frac{\Delta \times v}{2} = \frac{v' t'}{2} \Rightarrow \Delta v = \frac{v t'}{t} \times t' \Rightarrow t'^2 = 16 \Rightarrow t' = 4s$   
 $6 + 4 = t = 10s$   
 (فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۵، ۱۹ و ۲۰)

۴۷. گزینه ۱ صحیح است.

نکته:

$$a = b \wedge b = c \Rightarrow a = c$$

$$a \equiv b \wedge c \equiv d \Rightarrow a \pm c \equiv b \pm d$$

(ب)

$$a^r \equiv c^r \xrightarrow{\times c} a^r \equiv c^r c^s \Rightarrow a^r \equiv c^{r+s}$$

$$c^s \equiv b^s \xrightarrow{\times c} c^s \equiv b^s c^r \Rightarrow c^{s+r} \equiv b^s c^r$$

(ج)

$$a^r \equiv c^r \xrightarrow{\text{توان } 2} a^6 \equiv c^6$$

$$c^s \equiv b^s \xrightarrow{\times c^r} c^s \equiv b^s c^r$$

(الف)

$$a^r \equiv b^r \Rightarrow a^r c + a^6 \equiv b^r + b^s c^r$$

$$a^6 \equiv b^s c^r$$

$$\Rightarrow a^r (c + a^r) \equiv b^r (1 + c^r)$$

هر سه رابطه برقرارند.

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

۴۸. گزینه ۲ صحیح است.

می‌دانیم عددی به ۱۲ بخش‌پذیر است که به ۳ و ۴ بخش‌پذیر باشد.

$$123a4 \equiv a4 \equiv 0 \Rightarrow a \in \{2, 4, 6, 8\}$$

اما باقیمانده عدد به ۳ با مجموع ارقام آن برابر است، پس داریم:

$$123a4 \equiv 1+2+3+a+4 \equiv 0 \Rightarrow a \equiv 2 \Rightarrow a = 2 \text{ یا } 8$$

پس برای  $a$ ، ۲ مقدار قابل قبول است.

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۴۹. گزینه ۳ صحیح است.

$$11ab2 \equiv 2 - b + a - 8 \equiv a - b - 5$$

$$11a \cdot b7 \equiv 7 - b + 0 - a \equiv 7 - a - b$$

$$11ab2 \equiv a \cdot b7 \Rightarrow a - b - 5 \equiv 7 - a - b \Rightarrow 2a \equiv 12$$

$$\frac{+2}{(2,1)=-1} \Rightarrow a \equiv 6 \Rightarrow a = 6$$

$$5aa22 \equiv 56622 \equiv 5 + 6 + 6 + 2 + 2 \equiv 22 \equiv 1$$

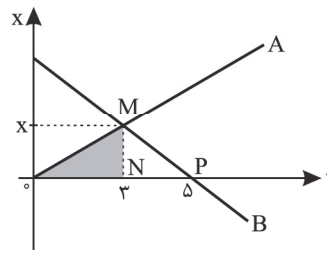
(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۵۰. گزینه ۴ صحیح است.

اولاً  $8 \times 11 = 88$ ، حال باید ارقام را یک در میان مثبت و منفی کنیم تا جمع حاصل مضرب ۱۱ شود. ثالثاً اگر عددی مضرب ۸ باشد، قطعاً مضرب ۴ است، پس دو رقم سمت راست باید مضرب ۴ باشد. عددی مضرب ۸ است که سه رقم سمت راست مضرب ۸ باشد. برای اینکه مضرب ۴ باشد باید ۶ یا ۲  $a = 2$  یا ۶ باشد.



۵۵. گزینه ۲ صحیح است.



با توجه به آنکه شیب نمودارهای A و B همان تندی است.

در مثلث OMN، داریم:

$$S_A = \frac{x}{v} \text{ (تندی A)}$$

در مثلث MNP، داریم:

$$S_B = \frac{x}{v} \text{ (تندی B)}$$

$$\Rightarrow \frac{S_A}{S_B} = \frac{v}{x} = \frac{2}{3}$$

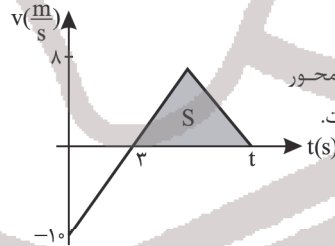
(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۳)

۵۶. گزینه ۱ صحیح است.

با توجه به آنکه  $x = (t-2)^2$  است و مطابق با این معادله همواره مقدار مکان متحرک مثبت است با آنکه یک بار در لحظه  $t=2s$ ، مقدار مکان صفر می‌شود ولی تغییر جهت بردار مکان را در این لحظه ندارد.

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۵)

۵۷. گزینه ۱ صحیح است.



بازه‌ای که متحرک در جهت محور حرکت می‌کند، بازه رنگی است.

$$\bar{v}_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{S}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2}(5-3)}{(5-3)} \Rightarrow v_{av} = 4 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۸)

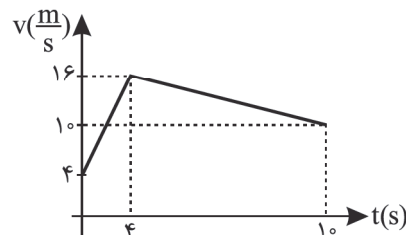
۵۸. گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا نمودار سرعت - زمان را رسم می‌کنیم.

$$0 < t < 4s \Rightarrow \Delta v = S_1 = 12 \Rightarrow t = 2s \Rightarrow v = 4 + 12 = 16 \frac{m}{s}$$

$$4s < t < 10s \Rightarrow \Delta v = S_2 = -6 \Rightarrow t = 5s \Rightarrow v = 16 - 6 = 10 \frac{m}{s}$$

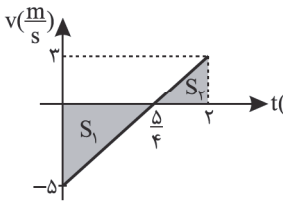
پس در بازه  $0 < t < 4s$  حرکت تندشونده و در بازه  $4s < t < 10s$  حرکت کندشونده است.



(فیزیک دوازدهم، صفحه ۲۱)

۵۹. گزینه ۴ صحیح است.

ابتدا نمودار  $v-t$  را رسم می‌کنیم:



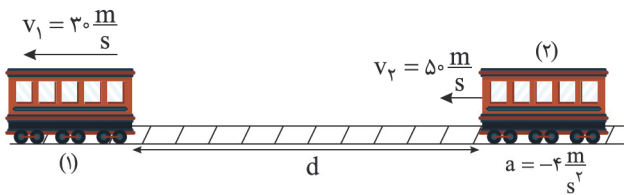
$$S_1 = \frac{5 \times (-5)}{2} = -\frac{25}{2}$$

$$S_2 = \frac{3 \times (2 - 5)}{2} = -\frac{9}{2}$$

$$L = |S_1| + |S_2| = \frac{25}{2} + \frac{9}{2} = \frac{34}{2} = \frac{17}{1} = 17m$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۶)

۶۰. گزینه ۲ صحیح است.



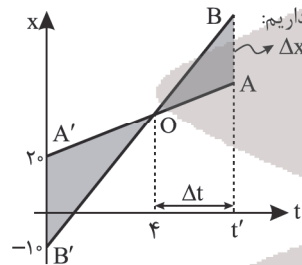
با استفاده از سرعت نسبی می‌توان سرعت نسبی اولیه را  $v_0 = 20 \frac{m}{s}$  و سرعت نهایی نسبی صفر و شتاب نسبی  $a = -4 \frac{m}{s^2}$  است.

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 400 = 2 \times (-4) \times d \Rightarrow d_{min} = \frac{400}{8} = 50m$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۲۴)

۶۱. گزینه ۳ صحیح است.

فاصله اولیه ۳۰ متر است و طبق فرض مسئله باید ۹۰ متر باشد. در



تشابه دو مثلث OAB و OA'B' داریم:  $\Delta x = 3 \times 30 = 90$

$$\Delta OAB \sim \Delta OA'B'$$

$$\frac{30}{90} = \frac{4}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 12s$$

$$t' = 4 + 12 = 16s$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۹)

۶۲. گزینه ۴ صحیح است.

اگر جهت مثبت قراردادی را رو به پایین فرض کنیم، داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2g\Delta y \Rightarrow v^2 = 2(10)(72) \Rightarrow v = \sqrt{4 \times 10 \times 36} = 12\sqrt{10} \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۶۳. گزینه ۲ صحیح است.

می‌دانیم در حرکت سقوط آزاد به ازای هر یک ثانیه به اندازه g یعنی

$10 \frac{m}{s}$  به تندی آن اضافه می‌کند. اگر تندی برخورد به زمین را v در نظر بگیریم، ۳ ثانیه قبل،  $v - 30$  می‌باشد.

$$\Delta y = \frac{v_1 + v_2}{2} \times \Delta t \Rightarrow 60 = \frac{v - 30 + v}{2} \times 2 \Rightarrow 40 = 2v - 30$$

$$\Rightarrow v = \frac{70}{2} = 35 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۲۰)





۷۰. گزینه ۳ صحیح است.

چون گلوله از حلقه A عبور کرده، پس انقباض گلوله C بیشتر از حلقه A است، پس  $\alpha_C > \alpha_A$  و چون به حلقه B برخورد کرده، انقباض حلقه B از گلوله بیشتر است، پس  $\alpha_C < \alpha_B$ ، پس  $\alpha_B > \alpha_C > \alpha_A$  (فیزیک دهم، صفحه‌های ۸۸ و ۹۰)

۷۱. گزینه ۱ صحیح است.

$$L_f = \lambda \cdot c_{\text{آب}}$$

$$\text{آب } 20^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_2} \text{آب } \xrightarrow{Q_1} \text{یخ}$$

$$\frac{Q_2}{Q_1 + Q_2} \times 100 = ?$$

$$\frac{m \times c \times 20}{m \times \lambda \cdot c + m \times c \times 20} = \frac{20}{100} = 20\%$$

(فیزیک دهم، صفحه ۱۰۵)

۷۲. گزینه ۳ صحیح است.

استخر با دمای صفر درجه سلسیوس به دلیل جرم بسیار زیاد، نقش منبع گرما را دارد و دمای تعادل را به دمای خودش یعنی  $0^\circ\text{C}$  می‌رساند و مقداری از آب یخ می‌زند.

$$\text{یخ } \xrightarrow{Q_1} 0^\circ\text{C}$$

$$\text{یخ } \xrightarrow{Q_2} \text{آب}$$

$$Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow 160 \times \frac{c}{\rho} \times 10 - m \times \lambda \cdot c = 0$$

$$\lambda \cdot c = \lambda \cdot mc \Rightarrow m = 10\text{g}$$

جرم آبی که به یخ تبدیل شده است.

$$10\text{g} = 160 + 10 = 170\text{g}$$

جرم کل یخ

(فیزیک دهم، صفحه ۱۰۰)

۷۳. گزینه ۲ صحیح است.

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{P_1}{360} = \frac{P_2}{300} \Rightarrow \frac{P_1}{6} = \frac{P_2}{5} \Rightarrow P_2 = \frac{5}{6} P_1 \quad (I)$$

$$P_1 = P_0 + \frac{mg}{A} = 10^5 + \frac{60}{6 \times 10^{-4}} = 10^5 + 10^5 = 2 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$P_2 = \frac{5}{6} \times 2 \times 10^5 = \frac{5}{3} \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$\frac{5}{3} \times 10^5 = 10^5 + \frac{m'g}{6 \times 10^{-4}}$$

$$\frac{2}{3} \times 10^5 = \frac{10 \cdot m'}{6 \times 10^{-4}} \Rightarrow m' = 4\text{kg}$$

$$\Delta m = 6 - 4 = 2\text{kg}$$

(فیزیک دهم، صفحه ۱۲۱)

۷۴. گزینه ۴ صحیح است.

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{120 \times P_1 \times \frac{\lambda}{100} V_1}{T_2} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{96}{100}$$

پس دمای مطلق گاز باید ۴ درصد کاهش یابد.

(فیزیک دهم، صفحه ۱۳۰)

۶۴. گزینه ۱ صحیح است.

می‌دانیم که رابطه درجه‌بندی فارنهایت و سلسیوس به صورت  $F = 1.8\theta + 32$  است و طبق فرض مسئله،  $F = 2.3\theta$  است.

$$2.3\theta = 1.8\theta + 32 \Rightarrow \theta = 64^\circ\text{C}$$

(فیزیک دهم، صفحه ۹۳)

۶۵. گزینه ۲ صحیح است.

چون طول اولیه آنها با هم برابر است:

$$L_{\text{آب}} = L_{\text{آب}} = L$$

$$L_{\text{آب}} - L_{\text{آب}} = 0.7 \cdot \gamma L$$

$$L(1 + \alpha_B \Delta\theta) - L(1 + \alpha_A \Delta\theta) = 0.7 \cdot \gamma L$$

$$\Rightarrow \Delta\theta(\alpha_B - \alpha_A) = 0.7 \cdot \gamma \Rightarrow \Delta\theta(1/4 \times 10^{-5}) = 0.7 \cdot \gamma$$

$$\Rightarrow \Delta\theta = \frac{7 \times 10^{-7}}{14 \times 10^{-6}} = \frac{10^{-7}}{2} = 50 \cdot 10^{-6} = 500^\circ\text{C}$$

(فیزیک دهم، صفحه ۹۷)

۶۶. گزینه ۲ صحیح است.

گرمایی که ۲۰ گرم یخ  $0^\circ\text{C}$  را به آب  $50^\circ\text{C}$  تبدیل می‌کند.

$$\text{آب } \xrightarrow{Q_2} \text{آب } \xrightarrow{Q_1} \text{یخ } \xrightarrow{Q_3} 0^\circ\text{C}$$

$$Q = mc_{\text{یخ}} \Delta\theta + mL_f + mc_{\text{آب}} \Delta\theta$$

$$Q = m \frac{c}{\rho} \times 10 + m \times \lambda \cdot c + m \times c \times 40 = 125mc = 125 \times 20 \times c$$

مقدار گرمای M گرم یخ صفر به آب صفر:

$$Q' = ML_f$$

$$Q = Q' \Rightarrow 125 \times 20 \cdot c = M \times \lambda \cdot c \Rightarrow M = \frac{125 \times 20}{80} = \frac{125}{4} = 31.25\text{g}$$

(فیزیک دهم، صفحه ۱۱۰)

۶۷. گزینه ۱ صحیح است.

طبق رابطه  $Q = mc\Delta\theta$  داریم که:

$$\frac{Q_A}{Q_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{c_A}{c_B} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{3}{1} \times \frac{2}{1} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} \Rightarrow \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} = \frac{1}{18}$$

(فیزیک دهم، صفحه ۱۰۶)

۶۸. گزینه ۳ صحیح است.

تنها مورد ب نادرست. زیرا حرکت قلب، معرف همرفت مصنوعی است.

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۱۶)

۶۹. گزینه ۴ صحیح است.

$$\Delta L_A = L_A \alpha_A \Delta\theta \Rightarrow 2 \times 10^{-3} L_A = L_A \alpha_A \times 40$$

$$\alpha_A = \frac{1}{2} \times 10^{-4} \frac{1}{^\circ\text{C}}$$

$$\alpha_B = 2\alpha_A \Rightarrow \alpha_B = 10^{-4} \frac{1}{^\circ\text{C}}$$

$$\frac{\Delta L_B}{L_B} = 2\alpha_B \Delta\theta = 2 \times 10^{-4} \times 120 = 24 \times 10^{-3} = 2.4\%$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۸۸ و ۹۲)



۷۵. گزینه ۳ صحیح است.

$$h_B = h_A + 3 = 42 \text{ cm}$$

$$A \text{ در حالت } P_1 = P_2$$

$$B \text{ در حالت } P_1 + P_{\text{جیوه}} = P_2$$

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow P_1 \times 39 = (P_2 - 5) \times 42$$

$$39 P_1 = 42 P_2 - 5 \times 42 \Rightarrow 3 P_1 = 5 \times 42 \Rightarrow P_1 = 70 \text{ cmHg}$$

(فیزیک دهم، صفحه ۱۲۱)

## شیمی

۷۶. گزینه ۳ صحیح است.

تنها عبارت‌های پ و ت درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(آ) آب اقیانوس‌ها و دریاها مخلوط همگنی از انواع نمک‌ها است.

(ب) نزدیک به ۷۵ درصد از سطح زمین، از آب پوشیده می‌شود.

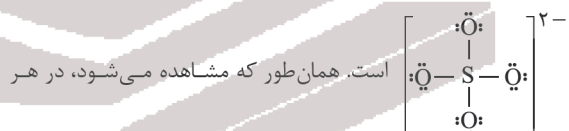
(شیمی دهم، صفحه ۱۸۶)

۷۷. گزینه ۱ صحیح است.

آب باران در هوای پاک تقریباً خالص است، زیرا هنگام تشکیل برف و باران، تقریباً همه مواد حل شده در آب از آن جدا می‌شود. این فرایند، الگوی برای تهیه آب خالص است. فرایندی که تقطیر نام دارد و فرآورده آن آب مقطر است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۸۸ و ۸۹)

۷۸. گزینه ۴ صحیح است.

آمونیم سولفات  $((\text{NH}_4)_2\text{SO}_4)$  دارای کاتیون  $(\text{NH}_4^+)$  با ساختارو دارای آنیون سولفات  $(\text{SO}_4^{2-})$  با ساختار

واحد تشکیل دهنده  $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$ ، ۱۲ جفت الکترون پیوندی و ۱۲ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.

(شیمی دهم، صفحه ۹۲)

۷۹. گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا جرم  $\text{Na}^+$  مورد نیاز برای تهیه ۲۰ کیلوگرم محلول با غلظت  $862.5 \text{ ppm}$  از  $\text{Na}^+$  را به دست می‌آوریم:

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 862.5 = \frac{x}{20000} \times 10^6 \Rightarrow x = 17.25 \text{ g Na}^+$$

سپس باید مقدار جرم لازم از  $\text{Na}_3\text{PO}_4$  که  $17.25 \text{ g}$  از یون سدیم در آن وجود دارد را محاسبه کنیم:

$$? \text{ g Na}_3\text{PO}_4 = 17.25 \text{ g Na}^+ \times \frac{1 \text{ mol Na}^+}{23 \text{ g Na}^+} \times \frac{1 \text{ mol Na}_3\text{PO}_4}{3 \text{ mol Na}^+}$$

$$\times \frac{164 \text{ g Na}_3\text{PO}_4}{1 \text{ mol Na}_3\text{PO}_4} = 41 \text{ g Na}_3\text{PO}_4$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۹۴ و ۹۵)

۸۰. گزینه ۱ صحیح است.

یکی از منابع تهیه فلز منیزیم، آب دریا است. منیزیم در آب دریا به شکل  $\text{Mg}^{2+}(\text{aq})$  وجود دارد. برای استخراج و جداسازی آن، در مرحله نخست، منیزیم را به صورت ماده جامد  $\text{Mg}(\text{OH})_2$  رسوب می‌دهند. سپس آن را به منیزیم کلرید تبدیل می‌کنند. در پایان با استفاده از جریان برق، منیزیم کلرید را به عنصرهای سازنده آن تجزیه می‌کنند:



(شیمی دهم، صفحه‌های ۹۷ و ۹۸)

۸۱. گزینه ۳ صحیح است.

بررسی عبارت‌ها:

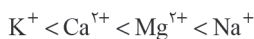
(آ) درست

ترکیب یونی چهارتایی و ۱۵ اتمی  $\rightarrow$  آمونیوم سولفات  $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$ 

(ب) نادرست؛ میلیاردها تن

(پ) نادرست؛ برخی یون‌های چندانمی مانند هیدروکسید  $(\text{OH}^-)$  در انتهای نام خود پسوند (ید) دارند.

(ت) درست



(ث) نادرست

(شیمی دهم، صفحه‌های ۸۶، ۸۷ و ۹۲)

۸۲. گزینه ۴ صحیح است.

تنها عبارت ت درست است.

بررسی سایر عبارت‌ها:

(آ) حلال جزئی از محلول است که حل‌شونده را در خود حل کرده و مول بیشتری نیز دارد.

(ب) گلاب مخلوطی همگن از چند ماده آلی در آب است.

(پ) اندازه‌گیری حجم یک ماده به ویژه در آزمایشگاه، آسان‌تر از جرم آن است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۹۳، ۹۸ و ۹۹)

۸۳. گزینه ۱ صحیح است.

$$\text{جرم حل شونده} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم حل شونده} + \text{جرم حلال}} \times 100 \Rightarrow 12.5 = \frac{x}{x + 500} \times 100$$

$$\Rightarrow 12.5x + 6250 = 100x \Rightarrow x \approx 71.4 \text{ g}$$

(شیمی دهم، صفحه ۹۶)

۸۴. گزینه ۴ صحیح است.

می‌دانیم غلظت نهایی  $\text{Na}^+$  برابر  $0.2$  مول بر لیتر است. پس داریم:

$$\text{NaOH} = a \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times 4 \text{ L} = 4a \text{ mol NaOH}$$

$$\Rightarrow 4a \text{ mol NaOH} \times \frac{1 \text{ mol Na}^+}{1 \text{ mol NaOH}} = 4a \text{ mol Na}^+$$

$$\text{NaNO}_2 = 0.3 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times 2 \text{ L} = 0.6 \text{ mol NaNO}_2$$

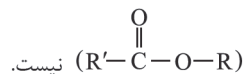
$$\rightarrow 0.6 \text{ mol NaNO}_2 \times \frac{1 \text{ mol Na}^+}{1 \text{ mol NaNO}_2} = 0.6 \text{ mol Na}^+$$



## ۸۹. گزینه ۱ صحیح است.

صابون ماده‌ای است که هم در آب و هم در چربی حل می‌شود. در اثر گرم کردن مخلوط روغن‌های گوناگون گیاهی یا جانوری با سدیم هیدروکسید، صابون جامد تولید می‌شود. (RCOONa) همچنین اگر به جای  $\text{Na}^+$  در ساختار صابون،  $\text{K}^+$  یا  $\text{NH}_4^+$  وجود داشته باشد، صابون مایع ایجاد می‌شود.

صابون دارای دو بخش قطبی ( $\text{COO}^-$ ) و ناقطبی (R) است. اما توجه داشته باشید که بخش ناقطبی آن دارای گروه عاملی استر



(شیمی دوازدهم، صفحه ۶)

## ۹۰. گزینه ۲ صحیح است.

شیر، زله، سس مایونز و رنگ نمونه‌هایی از کلوئیدها هستند. دقت داشته باشید که کلوئیدها حاوی توده‌های مولکولی و یونی می‌باشند. همچنین مخلوط آب، روغن و صابون نیز نمونه‌ای دیگر از کلوئیدهاست که پایدار بوده و به‌ظاهر همگن می‌باشد.

(شیمی دوازدهم، صفحه ۷)

## ۹۱. گزینه ۴ صحیح است.

پارچه نخی نسبت به پلی‌استری در شرایط یکسان، با صابون بهتر تمیز می‌شود. همچنین دمای بالای آب و عدم وجود مقدار زیادی از یون‌های  $\text{Mg}^{2+}$  و  $\text{Ca}^{2+}$  در آب مقطر، سبب افزایش قدرت پاک‌کنندگی صابون می‌شود.

(شیمی دوازدهم، صفحه ۹)

## ۹۲. گزینه ۲ صحیح است.

ساختار نشان داده شده، فرمول ساختاری یک پاک‌کننده غیرصابونی با فرمول  $\text{C}_{18}\text{H}_{35}\text{SO}_2\text{Na}$  است که شکل نشان داده شده در گزینه ۱، مدل فضاپرکن این پاک‌کننده را نشان می‌دهد. می‌دانیم پاک‌کننده‌های غیرصابونی با یون‌های  $\text{Mg}^{2+}$  و  $\text{Ca}^{2+}$  آب سخت، رسوب تشکیل نمی‌دهند.

(شیمی دوازدهم، صفحه ۱۱)

## ۹۳. گزینه ۳ صحیح است.

جوهرنمک (هیدروکلریک اسید)، سدیم هیدروکسید، سفیدکننده‌ها و ... دسته‌ای از مواد پاک‌کننده به نام پاک‌کننده‌های خورنده هستند که علاوه بر برهم‌کنش میان ذره‌ای، با آلاینده‌ها واکنش نیز می‌دهند. از این پاک‌کننده‌ها برای زدودن آلاینده‌هایی مانند رسوب موجود در کتری‌ها، لوله‌ها و آب‌راه‌ها استفاده می‌شود که با صابون و پاک‌کننده‌های غیرصابونی از بین نمی‌روند.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

$$\text{Na}^+ \text{ غلظت نهایی} = \frac{0.6 \text{ mol} + 4a \text{ mol}}{4L + 2L} = 0.2 \frac{\text{mol}}{L} \Rightarrow a = 0.15 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

چگالی ( $\text{g} \cdot \text{mL}^{-1}$ )  $\times$  درصد جرمی  $\times 10 =$  غلظت مولار جرم مولی

$$\Rightarrow 0.15 = \frac{10 \times 2.5 \times d}{40} \Rightarrow d = 0.24 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۹۸ و ۹۹)

## ۸۵. گزینه ۳ صحیح است.

فسفات پتاسیم  $\text{K}_3\text{PO}_4$ گالیم نیترات  $\text{Ga}(\text{NO}_3)_3$ چگالی  $\times$  درصد جرمی  $\times 10 =$  غلظت مولی جرم مولی

$$\left. \begin{aligned} \text{غلظت مولی پتاسیم فسفات} &= \frac{10 \times 80 \times 4/24}{212} = 16 \frac{\text{mol}}{L} \\ \text{غلظت مولی گالیم نیترات} &= \frac{10 \times 40 \times 1/28}{256} = 2 \frac{\text{mol}}{L} \end{aligned} \right\} \frac{16}{2} = 8$$

$$\text{محلول } 20 \text{ mL} = \frac{1000 \text{ mL}}{16 \text{ mol}} \times \text{پتاسیم فسفات} \times \frac{1 \text{ mol}}{4 \text{ mol}} \times \text{یون } 12.8 \text{ mol}$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۹۸ و ۹۹)

## ۸۶. گزینه ۲ صحیح است.

تنها عبارت آ درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(ب) با گذشت زمان، استفاده از صابون و توجه به نظافت و بهداشت در جوامع گسترش یافت.

(پ) نیاکان ما پی بردند که اگر ظرف‌های چرب را به خاکستر آغشته کنند و سپس با آب گرم شست‌وشو دهند، آسان‌تر تمیز می‌شوند.

(ت) وبا یک بیماری واگیردار است که به دلیل نبود بهداشت و آلوده شدن آب شایع می‌شود.

(شیمی دوازدهم، صفحه ۲)

## ۸۷. گزینه ۴ صحیح است.

وازلین ( $\text{C}_{25}\text{H}_{52}$ ) و هگزان ( $\text{C}_6\text{H}_{14}$ ) ناقطبی هستند. بنابراین در اثر انحلال این دو ماده، ذره‌های سازنده حل‌شونده با مولکول‌های حلال جاذبه‌های مناسب برقرار می‌کنند و حل‌شونده در حلال حل می‌شود.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۴ و ۵)

## ۸۸. گزینه ۴ صحیح است.

تنها عبارت آ درست است.

بررسی عبارت‌ها:

(آ) ترکیب آلی موجود در ضدیخ (اتیلن گلیکول) دارای فرمول  $\text{C}_2\text{H}_6\text{O}_2$  بوده که دارای ۶ اتم H است. همچنین هگزان ( $\text{C}_6\text{H}_{14}$ ) نیز دارای ۶ اتم کربن در ساختار خود است.

(ب) اتانول تنها یک گروه عاملی (OH) دارد، در حالی که  $\text{C}_2\text{H}_6\text{O}_2$  دو گروه عاملی (OH) دارد.

(پ) روغن زیتون ( $\text{C}_{57}\text{H}_{114}\text{O}_6$ ) ناقطبی است و می‌تواند مواد ناقطبی را در خود به خوبی حل کند.

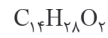
(ت) در اوره ( $\text{CO}(\text{NH}_2)_2$ ) تنها یک اتم کربن وجود دارد.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۴ و ۵)



۹۴. گزینه ۱ صحیح است.

ساختار اسید سازنده صابون داده شده به صورت زیر است:

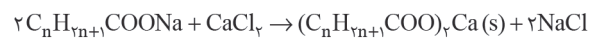


$$\text{درصد جرمی هیدروژن} = \frac{\text{جرم H}}{\text{جرم مولکول}} \times 100$$

$$= \frac{28 \times 1}{(14 \times 12) + (28 \times 1) + (2 \times 16)} \times 100 = \frac{28}{228} \times 100 \approx 12.28\%$$

(شیمی دوازدهم، صفحه ۶)

۹۵. گزینه ۱ صحیح است.



$$\text{جرم مولی رسوب} = (\text{C}_n\text{H}_{2n+1}\text{COO})_2\text{Ca}$$

$$= 2(12n + 2n + 1 + 12 + 32) + 40 = 28n + 130$$

$$4.176 \text{ g رسوب} = 400 \text{ mL محلول} \times \frac{1 \text{ L محلول}}{1000 \text{ mL محلول}} \times \frac{2 \text{ mol CaCl}_2}{1 \text{ L محلول}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol رسوب}}{1 \text{ mol CaCl}_2} \times \frac{(28n + 130) \text{ g}}{1 \text{ mol رسوب}}$$

$$\Rightarrow 28n + 130 = 522 \Rightarrow n = 14$$

$$\Rightarrow \text{فرمول مولکولی صابون: } \text{C}_{14}\text{H}_{29}\text{COONa}$$

$$\text{جرم مولی صابون} = (14 \times 12) + (29 \times 1) + (16 \times 2) + (23 \times 1) = 264 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه ۹)

