

آزمون

۵

پایه

۱۲



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر



آزمون شماره ۵ پایه دوازدهم

دفترچه شماره ۱

۱۴۰۱/۷/۲۲

## آزمون اختصاصی

### گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۸۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۵۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان	۲۰	۱	۲۰	۳۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۵	۲۱	۳۵	۲۵ دقیقه
۳	گسسته	۱۵	۳۶	۵۰	۲۵ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
حسابان	فصل ۲	فصل ۴	فصل ۲ (درس ۱)
هندسه	فصل ۴	—	فصل ۲ (درس ۱)
گسسته	فصل ۶ (شمارش)	—	فصل ۱ (درس ۳: هم‌نشینی) (صفحه ۱۸ تا ۳۰)

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.



سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

۱- مقادیر  $\cos^3$  و  $\sin^4$  از نظر علامت به ترتیب چگونه هستند؟ (زوایا بر حسب رادیان اند)

- (۱) مثبت - مثبت (۲) مثبت - منفی (۳) منفی - مثبت (۴) منفی - منفی

۲- انتهای کمان های  $\frac{3\pi}{5}$ ،  $\alpha$  و  $\beta$  روی دایره مثلثاتی، سه رأس یک مثلث متساوی الاضلاع اند. مجموع زوایای  $\alpha$  و  $\beta$  بر حسب رادیان چقدر است؟ ( $0 < \alpha, \beta < 2\pi$ )

- (۱)  $2\pi$  (۲)  $\frac{16\pi}{5}$  (۳)  $\frac{14\pi}{5}$  (۴)  $\frac{4\pi}{3}$

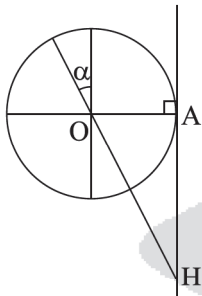
۳- اگر انتهای کمان مقابل به زاویه  $\alpha$  در ناحیه دوم دایره مثلثاتی و  $\cos(\frac{3\pi}{4} + \alpha) = \frac{5}{13}$  باشد، مقدار  $\sin(\frac{\pi}{4} + \alpha)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{5}{13}$  (۲)  $-\frac{5}{13}$  (۳)  $\frac{12}{13}$  (۴)  $-\frac{12}{13}$

۴- اگر  $\frac{2 \cot x - \sin \frac{7\pi}{6}}{\cot x + \cos \frac{5\pi}{3}} = 3$  باشد، مقدار  $\cos 2x$  چقدر است؟

- (۱)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۲)  $\frac{3}{5}$  (۳)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۴) صفر

۵- در دایره مثلثاتی شکل زیر،  $AH = 2$  است. مقدار  $\cos(\alpha - \frac{\pi}{4})$  چقدر است؟



(۱)  $\frac{1}{\sqrt{5}}$

(۲)  $\frac{2}{\sqrt{5}}$

(۳)  $-\frac{1}{\sqrt{5}}$

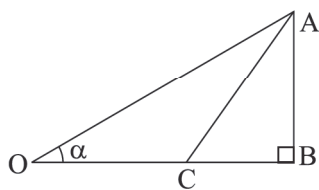
(۴)  $-\frac{2}{\sqrt{5}}$

۶- مقدار عددی عبارت  $P = \cos \frac{7\pi}{12} \cos \frac{11\pi}{12} + \sin \frac{7\pi}{6}$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{1}{4}$  (۲)  $-\frac{3}{4}$  (۳)  $\frac{3}{4}$  (۴)  $\frac{1}{4}$

محل انجام محاسبه

۷- در شکل زیر، مثلث  $ABC$  متساوی الساقین به ساق  $\sqrt{2}$  و  $OA = 2\sqrt{5}$  است. مقدار  $\tan \alpha$  چقدر است؟



(۱)  $\frac{2}{5}$

(۲)  $\frac{1}{5}$

(۳)  $\frac{1}{3}$

(۴)  $\frac{1}{4}$

۸- در مثلث  $ABC$  با فرض  $\hat{B} = \hat{C} + \frac{\pi}{4}$ ، حاصل  $P = 2 \cos \hat{B} \sin \hat{C} - \sin \hat{A}$  چقدر است؟

(۴)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۳)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۲)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۱)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۹- اگر  $-\frac{\pi}{12} < \alpha < \frac{7\pi}{12}$  و  $A = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$  باشد، حدود  $A$  کدام است؟

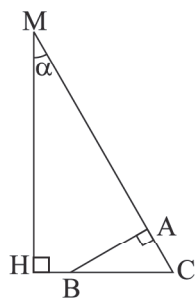
(۴)  $-\frac{1}{2} \leq A \leq 1$

(۳)  $-1 \leq A \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$

(۲)  $-1 \leq A \leq 1$

(۱)  $-\frac{\sqrt{3}}{2} \leq A \leq 1$

۱۰- در شکل مقابل،  $AC = 4$  و  $AB = 6$  است. مقدار  $\cos 2\alpha$  کدام است؟



(۱)  $\frac{5}{13}$

(۲)  $\frac{6}{13}$

(۳)  $\frac{7}{13}$

(۴)  $\frac{8}{13}$

۱۱- اگر  $\cos^2 x - \sin x = \frac{1}{25}$  باشد، حاصل عبارت  $\sin^2 x - |\cos x|$  کدام است؟

(۴)  $-\frac{1}{56}$

(۳)  $\frac{1}{56}$

(۲)  $\frac{1}{44}$

(۱)  $-\frac{1}{44}$

۱۲- اگر  $\tan \alpha + \cot \alpha = 3$  باشد، مقدار  $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha$  کدام است؟

(۴)  $\frac{1}{4}$

(۳)  $\frac{2}{3}$

(۲)  $\frac{2}{9}$

(۱)  $\frac{7}{9}$

۱۳- اگر  $\alpha$  حاده و  $\cos 2\alpha = \frac{8}{10}$  باشد، مقدار  $\sin 4\alpha$  کدام است؟

(۴)  $-\frac{96}{100}$

(۳)  $\frac{96}{100}$

(۲)  $\frac{48}{100}$

(۱)  $-\frac{48}{100}$

محل انجام محاسبه

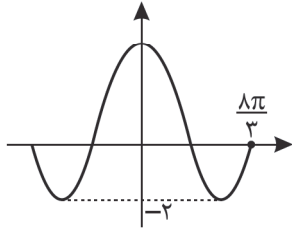
۱۴- دوره تناوب تابع  $f(x) = \sin ax \cos ax$  برابر  $\frac{\pi}{3}$  است. دوره تناوب تابع  $y = \tan \frac{\pi}{a} x$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۶

۱۵- مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع  $f(x) = b + a \cos(\frac{\pi}{ab} x)$  به ترتیب برابر ۹ و -۳ است. دوره تناوب تابع  $f$  کدام است؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۱۲ (۳) ۱۸ (۴) ۳۶

۱۶- بخشی از نمودار تابع  $f(x) = 2 + a \cos bx$  به صورت زیر است. مقدار  $f(\frac{2\pi}{3})$  کدام است؟



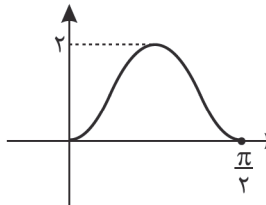
(۱)  $2 + 2\sqrt{3}$

(۲) ۴

(۳) ۳

(۴)  $2 + \sqrt{3}$

۱۷- نمودار تابع  $f(x) = a \sin^2(bx)$  در یک دوره تناوب به صورت زیر است. مقدار  $|ab|$  کدام است؟



(۱)  $2\sqrt{2}$

(۲)  $\frac{1}{2}$

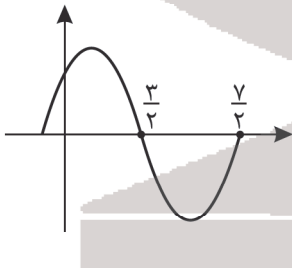
(۳) ۲

(۴) ۴

۱۸- تابع  $y = 1 - 2 \cos(\frac{\pi}{3} x)$  در بازه  $(0, \alpha)$  اکیداً یکنوا است. حداکثر  $\alpha$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۶

۱۹- قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = 2 \sin(ax + \frac{\pi}{2n})$  به صورت زیر است. اگر  $n$  عدد طبیعی باشد، مقدار  $an$  کدام است؟



(۱)  $\frac{\pi}{2}$

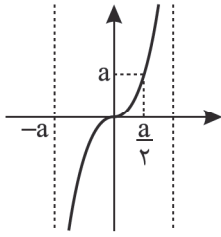
(۲)  $3\pi$

(۳)  $2\pi$

(۴)  $\pi$

محل انجام محاسبه

۲۰- نمودار تابع  $f(x) = \tan bx$  در یک دوره تناوب به صورت زیر است. مقدار  $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$  کدام است؟



- (۱)  $\sqrt{3}$   
 (۲)  $-\sqrt{3}$   
 (۳)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$   
 (۴)  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

۲۱- عبارت زیر با کدام گزینه به یک گزاره درست تبدیل می‌شود؟

«یک یال مشخص در مکعب با ..... وجه، متقاطع و با ..... یال، متناظر است.»

- (۱) ۴ - ۴ (۲) ۴ - ۲ (۳) ۶ - ۲ (۴) ۲ - ۵

۲۲- چند تا از گزاره‌های زیر در فضای سه‌بعدی درست است؟

(الف) دو خط موازی با یک صفحه، خود با هم موازی هستند.

(ب) دو صفحه عمود بر یک خط، با هم موازی هستند.

(ج) دو خط عمود بر یک صفحه، با هم موازی هستند.

(د) دو صفحه عمود بر یک صفحه، با هم موازی هستند.

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۳- کدام گزاره همواره در فضا درست است؟

(۱) از دو نقطه مفروض A و B فقط یک صفحه عمود بر صفحه مفروض P عبور می‌کند.

(۲) اگر خطی یکی از دو خط موازی را قطع کند، دیگری را لزوماً قطع می‌کند.

(۳) تنها یک صفحه عمود بر دو خط متناظر می‌توان رسم کرد.

(۴) از یک نقطه بیرون دو صفحه متقاطع بی‌شمار صفحه متقاطع با آنها می‌توان رسم کرد.

۲۴- از هر نقطه غیرواقع بر یک صفحه ..... خط و ..... صفحه موازی با صفحه می‌توان رسم کرد.

- (۱) بی‌شمار - فقط یک (۲) بی‌شمار - بی‌شمار (۳) فقط یک - بی‌شمار (۴) فقط یک - فقط یک

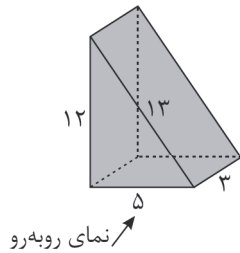
۲۵-  $n$  مکعب مشابه که روی تمام وجه مکعب‌ها حرف A نوشته شده را روی زمین به شکل ستونی روی هم می‌چینیم. چند حرف A دیده

می‌شود؟

- (۱)  $4n$  (۲)  $4n + 1$  (۳)  $4n + 2$  (۴)  $6n$

محل انجام محاسبه

۲۶- در منشور زیر مجموع مساحت‌های نمای بالا و نمای روبه‌رو برابر کدام است؟



(۱) ۷۵

(۲) ۶۹

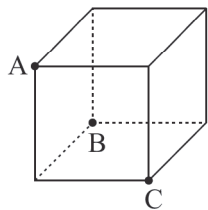
(۳) ۴۵

(۴) ۵۴

۲۷- از داخل یک استوانه قائم توپر به شعاع ۴ و ارتفاع ۵ واحد، بزرگ‌ترین مخروط قائم ممکن را حذف می‌کنیم. حجم حاصل را با صفحه‌ای موازی قاعده مخروط به فاصله ۳ واحد از آن برش می‌دهیم. مساحت مقطع حاصل کدام است؟

(۴)  $13/44\pi$ (۳)  $10/36\pi$ (۲)  $12/56\pi$ (۱)  $14/44\pi$ 

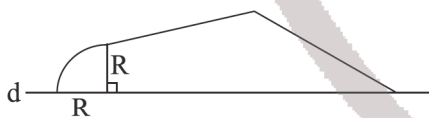
۲۸- در مکعب زیر مساحت سطح مقطع حاصل از صفحه گذرنده از نقاط A، B و C برابر  $\sqrt{12}$  است. حجم مکعب برابر کدام است؟

(۱)  $4\sqrt{2}$ (۲)  $8\sqrt{2}$ 

(۳) ۱۲

(۴) ۸

۲۹- دوران شکل زیر حول خط d کدام است؟



(۱) دو مخروط و یک کره

(۲) دو مخروط و یک نیم‌کره

(۳) یک مخروط و یک مخروط ناقص و یک نیم‌کره

(۴) یک مخروط و یک مخروط ناقص و یک کره

۳۰- در مثلث ABC با طول اضلاع  $AB=3$ ،  $AC=4$  و  $BC=5$  از رأس A خط d را موازی ضلع BC رسم می‌کنیم. از دوران این مثلث حول خط d، جسمی با کدام حجم ایجاد می‌شود؟

(۴)  $18\pi$ (۳)  $144/25\pi$ (۲)  $19\pi$ (۱)  $96/5\pi$ 

۳۱- دو خط متقاطع d و d' را در نظر بگیرید. در صفحه این دو خط چند نقطه یافت می‌شود، به طوری که از d به فاصله  $\sqrt{3}$  و از d' به فاصله  $2\sqrt{3}$  باشد؟

(۴) بی‌شمار

(۳) حداکثر ۴

(۲) ۴

(۱) صفر

محل انجام محاسبه

- ۳۲- نقطه A و خط d در صفحه مفروض هستند. چند نقطه در این صفحه وجود دارد که از A به فاصله  $\frac{3}{5}$  و از d به فاصله ۴ باشد؟  
 (۱) حداکثر ۱ (۲) حداکثر ۲ (۳) حداکثر ۳ (۴) حداکثر ۴
- ۳۳- نقاط A, B, C و D در یک صفحه مفروض هستند. تعداد نقاطی که از A و B به یک فاصله و از C و D به یک فاصله باشند، کدام نمی‌تواند باشد؟  
 (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار
- ۳۴- مکان هندسی نقاطی که از محور طول‌ها و عرض‌ها به یک فاصله بوده و از مبدأ مختصات به فاصله  $2\sqrt{2}$  باشد، کدام است؟  
 (۱) ۴ رأس یک مربع به طول ضلع ۴ (۲) ۴ رأس یک مربع به طول ضلع ۲  
 (۳) پاره‌خطی به طول  $4\sqrt{2}$  (۴) پاره‌خطی به طول ۲
- ۳۵- هرگاه صفحه‌ای شامل محور یک سطح مخروطی آن را برش دهد، مقطع حاصل کدام شکل است؟  
 (۱) سهمی (۲) هذلولی (۳) دو خط متقاطع (۴) یک خط
- ۳۶- می‌خواهیم ۷ دانش‌آموز را در سه مدرسه ثبت نام کنیم. این کار به چند روش امکان‌پذیر است؟  
 (۱)  $7^3$  (۲)  $3^7$  (۳)  $8^3$  (۴)  $7^7$
- ۳۷- ۹ ادویه مختلف داریم. دو ادویه a و b جزو آنها هستند که نباید با هم در یک ترکیب ادویه‌ها باشند. با ترکیب ۳ ادویه از ادویه‌های موجود، چند ترکیب مختلف از آنها می‌توان ساخت؟  
 (۱) ۸۴ (۲) ۷۷ (۳) ۵۶ (۴) ۴۸
- ۳۸- با جایگشت حروف کلمه «confirm» چند کلمه می‌توان نوشت که C بعد از f قرار گیرد و حروف صدا دار به ترتیب الفبایی باشند؟  
 (۱) ۲۱۰ (۲) ۸۱۰ (۳) ۱۲۶۰ (۴) ۵۲۰
- ۳۹- تعداد اعداد طبیعی زوج در بازه (۷۰۰۰, ۲۰۰۰) با ارقام غیرتکراری کدام است؟  
 (۱) ۱۴۰۰ (۲) ۶۷۲ (۳) ۱۲۳۲ (۴) ۱۳۲۳
- ۴۰- می‌خواهیم از بین ۸ زوج (۱۶ نفر)، ۳ نفر انتخاب کنیم به طوری که هیچ زوجی با هم انتخاب نشوند. این کار به چند روش امکان‌پذیر است؟  
 (۱) ۴۸۴ (۲) ۵۶ (۳) ۴۴۸ (۴) ۴۸۰
- ۴۱- عدد طبیعی مخالف یک و a, b و c اعداد صحیح می‌باشند. کدام گزینه همواره صحیح است؟  
 (۱)  $ac \equiv bc \Rightarrow a \equiv b$  (۲)  $a + c \equiv b + c \Rightarrow a \equiv b$   
 (۳)  $a^n \equiv b^n \Rightarrow a \equiv b$  ( $n \in \mathbb{N}$ ) (۴)  $a \equiv b, m | n \Rightarrow a^m \equiv b^m$
- ۴۲- اگر عدد ۱۹ یکی از مقسوم‌علیه‌های عدد  $a + 2 \times 7^{272}$  باشد، مجموع ارقام کوچک‌ترین مقدار دورقمی a کدام است؟  
 (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

- ۴۳- اگر سال نو با دوشنبه شروع شود، سومین یکشنبه دی ماه چندم ماه است؟  
 (۱) ۱۷ دی ماه (۲) ۲۱ دی ماه (۳) ۱۸ دی ماه (۴) ۲۳ دی ماه
- ۴۴- معادله  $91x - 39y = 7m - 1$  در اعداد صحیح جواب دارد. کدام گزینه می‌تواند باشد؟ ( $m \in \mathbb{Z}$ )  
 (۱) ۱۰۰۳ (۲) ۱۰۰۲ (۳) ۱۰۰۱ (۴) ۱۰۰۰
- ۴۵- اگر عدد  $a746b$  بر ۳۶ بخش پذیر باشد، باقی‌مانده تقسیم بزرگ‌ترین مقدار  $N = \overline{23ba}$  بر ۱۱ کدام است؟  
 (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۶ (۴) ۱۰
- ۴۶- در معادله  $11 = 7x - 3y$ ،  $x$  و  $y$  اعداد صحیح هستند. برای  $x + y$  چند عدد دورقمی و طبیعی به دست می‌آید؟  
 (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۹ (۴) ۱۱
- ۴۷- شخصی برای پست کردن نامه‌ای احتیاج به ۲۹۰۰۰ ریال تمبر دارد. اگر تمبرهای موجود، ۲۰۰۰ ریالی و ۵۰۰۰ ریالی باشند، حداقل چه تعداد تمبر برای پست کردن نامه‌اش احتیاج دارد؟  
 (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹
- ۴۸- مجموع ارقام بزرگ‌ترین عدد سه‌رقمی  $n$  که به ازای آن دو عدد به صورت  $5n - 2$  و  $7n + 1$  نسبت به هم غیر اول هستند، کدام است؟  
 (۱) ۲۱ (۲) ۲۲ (۳) ۲۳ (۴) ۲۴
- ۴۹-  $a$  عدد صحیح و  $18a \equiv 3^{21}$  می‌باشد. باقی‌مانده  $a^2 + a$  بر ۷ کدام است؟  
 (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۳ (۴) ۲
- ۵۰- فرض کنید  $A = 1! + 2! + 3! + \dots + 500!$  باشد. رقم یکان  $A^A$  کدام است؟  
 (۱) ۳ (۲) ۹ (۳) ۷ (۴) ۱



آزمون

۵



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پایه

۱۲



آزمون شماره ۵ پایه دوازدهم

دفترچه شماره ۲

۱۴۰۱/۷/۲۲

## آزمون اختصاصی

### گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۵۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	فیزیک	۲۵	۵۱	۷۵	۳۵ دقیقه
۲	شیمی	۲۰	۷۶	۹۵	۲۰ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
فیزیک	فصل ۳	—	فصل ۲ (تا ابتدای تکانه)
شیمی	فصل ۳ (از صفحه ۱۰۰ تا انتهای فصل)	—	فصل ۱ (از صفحه ۱۳ تا ۲۴)

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.



سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

## فیزیک

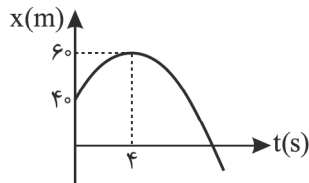
۵۱- دو آهنربای میله‌ای ۱ و ۲ را در فاصله معینی از هم نگه داشته‌ایم. آهنربای (۱) بسیار قوی‌تر از آهنربای (۲) است. در مورد نیرویی که این دو آهنربا به یکدیگر وارد می‌کنند کدام گزینه درست است؟

(۱) نیرویی که آهنربای (۱) به آهنربای (۲) وارد می‌کند، قوی‌تر از نیرویی است که آهنربای (۲) به آهنربای (۱) وارد می‌کند.  
(۲) در فاصله معین و ثابت، اگر قطب‌های ناهمنام را مقابل یکدیگر قرار دهیم نیروی آهنربایی قوی‌تر از حالتی است که قطب‌های همنام را در مقابل هم قرار می‌دهیم.

(۳) نیرویی که دو آهنربا به یکدیگر وارد می‌کنند، هم‌اندازه و در یک جهت است.

(۴) نیرویی که دو آهنربا به یکدیگر وارد می‌کنند، هم‌اندازه و در خلاف جهت هم است.

۵۲- سهمی شکل زیر نمودار مکان - زمان جسمی به جرم  $800\text{g}$  را در حرکت روی خط راست نشان می‌دهد. اندازه نیروی خالص وارد بر جسم در هنگام عبور از مبدأ مکان ( $x = 0$ ) چند نیوتون است؟



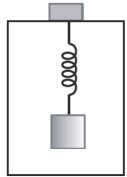
۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۵۳- در شکل زیر جسمی  $2\text{kg}$  به انتهای یک فنر با ثابت  $5\frac{\text{N}}{\text{cm}}$  و طول طبیعی  $30\text{cm}$  متصل بوده و از سقف آسانسور آویزان است. اگر در اثر حرکت آسانسور، طول فنر به  $32\text{cm}$  برسد، اندازه شتاب آسانسور چند  $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  و نوع حرکت آن چگونه است؟ ( $g = 10\frac{\text{N}}{\text{kg}}$ )



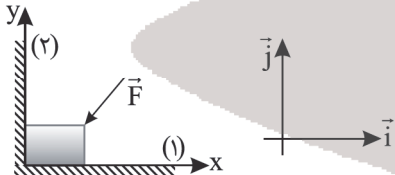
(۱) ۵، تندشونده رو به بالا

(۲) ۵، کندشونده رو به بالا

(۳) ۲/۵، تندشونده رو به پایین

(۴) ۲/۵، کندشونده رو به پایین

۵۴- در شکل زیر نیروی  $\vec{F} = -8\vec{i} - 6\vec{j}$  بر جسمی به جرم  $1\text{kg}$  وارد می‌شود. اندازه نیرویی عمودی که سطح (۱) بر جسم وارد می‌کند چند برابر اندازه نیروی عمودی است که سطح (۲) بر جسم وارد می‌کند؟



۱ (۲)

۳ (۱)

۲ (۴)

۴ (۳)

۵۵- جعبه‌ای روی کف یک کامیون قرار دارد و در یک مدت زمان معین جعبه روی کف به طرف جلو سر می‌خورد. در این مدت حرکت کامیون چگونه است؟

(۱) به طرف جلو شروع به حرکت می‌کند.

(۲) با سرعت ثابت به طرف جلو حرکت می‌کند.

(۳) با سرعت ثابت به طرف عقب حرکت می‌کند.

(۴) به طرف عقب شروع به حرکت می‌کند.

۵۶- اتومبیلی به جرم  $1000\text{kg}$  با شتاب ثابت در سطح افقی حرکت کرده و مسافت  $24$  متر را در مدت  $4$  ثانیه پیموده و سرعتش در پایان این مدت  $10\frac{\text{m}}{\text{s}}$  می‌شود. اگر نیروی مقاوم در برابر حرکت اتومبیل  $400\text{N}$  باشد، نیروی پیشران اتومبیل در این مدت چند نیوتون است؟

۲۰۰۰ (۱)

۲۴۰۰ (۲)

۲۸۰۰ (۳)

۳۲۰۰ (۴)

۵۷- جسمی به جرم  $200$  گرم را در هوا با سرعت  $11\frac{\text{m}}{\text{s}}$  به طرف بالا پرتاب می‌کنیم اگر نیروی مقاومت هوا در مسیر حرکت ثابت و برابر  $0.2\text{N}$  باشد، حداکثر ارتفاعی که جسم بالا می‌رود چند متر است؟ ( $g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ )

۵/۵ (۱)

۶/۵ (۲)

۶/۵ (۳)

۱۲/۱۸ (۴)

۵۸- جسم کوچک مکعب‌شکلی را با سرعت  $10 \frac{m}{s}$  روی سطح افقی پرتاب می‌کنیم اگر ضریب اصطکاک جنبشی جسم با سطح  $0.2$  باشد،

این جسم پس از طی چند متر متوقف می‌شود؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )

- (۱)  $6/25$  (۲)  $12/5$  (۳)  $25$  (۴)  $50$

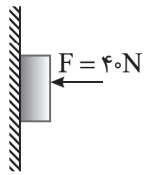
۵۹- به وسیله طنابی که حداکثر نیروی  $100$  نیوتون را تحمل می‌کند. جسمی به جرم  $8kg$  را از روی زمین در راستای قائم از حال سکون  $5m$  بالا می‌بریم. حداقل مدت‌زمان این جابه‌جایی چند ثانیه می‌تواند باشد تا در هنگام حرکت، طناب پاره نشود. (نیروی مقاومت هوا ناچیز و

$10 \frac{N}{kg}$  است.)



- (۱)  $1/5$  (۲)  $2$  (۳)  $2/5$  (۴)  $4$

۶۰- در شکل زیر جعبه‌ای به جرم  $3kg$  را با نیروی افقی  $40N$  روی سطح قائم یک دیوار ثابت نگه داشته‌ایم. نیرویی که از طرف دیوار به جسم وارد می‌شود، در کدام جهت و چند نیوتون است؟



- (۱)  $40$  ،  $\rightarrow$  (۲)  $40$  ،  $\leftarrow$  (۳)  $50$  ،  $\swarrow$  (۴)  $50$  ،  $\nearrow$

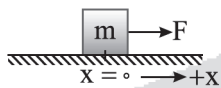
۶۱- جسمی را روی سطح افقی دارای اصطکاک با نیروی افقی  $F$  می‌کشیم و جسم با شتاب  $a$  شروع به حرکت می‌کند. اگر نیروی  $F$  را دو برابر کنیم کدام گزینه درست است؟

- (۱) شتاب جسم  $2$  برابر می‌شود. (۲) نیروی اصطکاک زیاد می‌شود.  
(۳) شتاب جسم زیاد می‌شود اما به دو برابر نمی‌رسد. (۴) شتاب جسم بیشتر از  $2$  برابر می‌شود.

۶۲- گلوله تگرگی در حال سقوط است. اگر رابطه نیروی مقاومت هوای وارد بر این گلوله با تندی حرکت در SI به صورت  $f_D = 0.002v^2$  باشد و تندی حدی آن  $7 \frac{m}{s}$  باشد، جرم این گلوله تگرگ چند گرم است؟ ( $g = 9.8 \frac{m}{s^2}$ )

- (۱)  $0/5$  (۲)  $5$  (۳)  $0/1$  (۴)  $10$

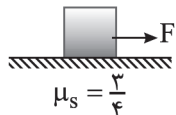
۶۳- مطابق شکل به جسمی  $8kg$  در سطح افقی از لحظه  $t = 0$  نیروی افقی  $F = 100N$  در جهت مثبت محور اعمال می‌شود. اگر معادله مکان - زمان جسم در SI به صورت  $x = 2t^2$  باشد. ضریب اصطکاک جنبشی جسم با سطح کدام است؟



- (۱)  $0/2$  (۲)  $0/4$  (۳)  $0/85$  (۴)  $1/25$

۶۴- در شکل زیر نیروی افقی  $F$  را بر جسم وارد می‌کنیم و آن را به تدریج زیاد می‌کنیم در لحظه‌ای که جسم در آستانه حرکت قرار

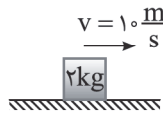
می‌گیرد، زاویه نیروی واکنش سطح با راستای قائم چند درجه است؟ ( $\sin 37^\circ = \cos 53^\circ = 0/6$  ,  $g = 10 \frac{N}{kg}$  ,  $\mu_s = \frac{3}{4}$ )



- (۱)  $90^\circ$  (۲)  $53^\circ$  (۳)  $37^\circ$  (۴) صفر

محل انجام محاسبه

۶۵- مطابق شکل، بر جسمی که با سرعت  $10 \frac{m}{s}$  روی سطح افقی بدون اصطکاک به طرف راست حرکت می کند، در لحظه  $t = 0$  نیروی افقی  $F = 4N$  به طرف چپ وارد می کنیم. در دو ثانیه سوم، جسم مسافت چند متر را طی می کند؟ (اصطکاک ناچیز است).



(۱) ۰/۵

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۴

۶۶- اگر تندی جسمی ۲۰ درصد زیاد شود انرژی جنبشی جسم چند درصد تغییر می کند؟

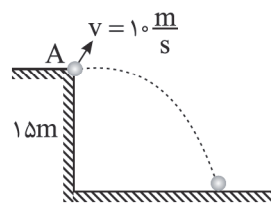
(۴) ۱۴۴

(۳) ۲۰

(۲) ۴۴

(۱) ۴۰

۶۷- مطابق شکل جسمی به جرم  $500g$  را از نقطه A با تندی  $10 \frac{m}{s}$  پرتاب می کنیم. اگر جسم با تندی  $16 \frac{m}{s}$  به زمین برخورد کند، کار



نیروی مقاومت هوا از لحظه پرتاب تا برخورد به زمین چند ژول است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )

(۱) -۶۴

(۲) -۳۲

(۳) -۷۵

(۴) -۳۶

۶۸- شخصی وزنه‌ای به جرم  $200g$  را از روی زمین برمی دارد و به ارتفاع ۲ متری برده و سپس با تندی  $5 \frac{m}{s}$  پرتاب می کند. اگر نیروی مقاومت هوا ناچیز باشد، کل کار شخص در این حرکت چند ژول است؟

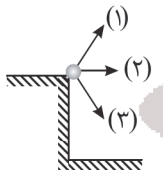
(۴) صفر

(۳) ۲/۵

(۲) ۴

(۱) ۶/۵

۶۹- از یک بلندی در شرایطی که مقاومت هوا ناچیز است، گلوله کوچکی را در سه حالت با تندی اولیه یکسان پرتاب می کنیم. در کدام حالت تندی برخورد گلوله به زمین بیشتر از حالت‌های دیگر است؟



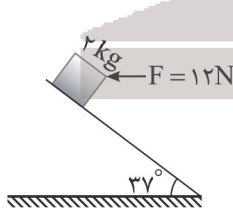
(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) در هر سه حالت یکسان است.

۷۰- جسمی روی سطح شیبدار، مطابق شکل با تندی ثابت  $2 \frac{m}{s}$  در حال پایین آمدن است. در مدت زمان ۲s کار نیروی افقی  $F = 12N$



روی این جسم چند ژول است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ ,  $\sin 37^\circ = 0.6$ )

(۱) ۲۸/۸

(۲) -۲۸/۸

(۳) ۳۸/۴

(۴) -۳۸/۴

۷۱- شخصی به جرم  $60kg$  در کف آسانسوری قرار دارد و آسانسور از حال سکون با شتاب ثابت  $2 \frac{m}{s^2}$  به سمت بالا شروع به حرکت می کند.

کار نیرویی که از طرف کف آسانسور به شخص وارد می شود در جابه‌جایی  $4m$  چند کیلوژول است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )

(۴) -۱/۹۲

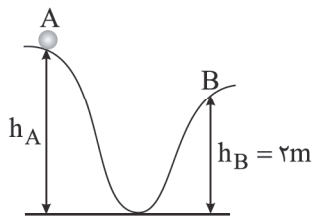
(۳) ۱/۹۲

(۲) -۲/۸۸

(۱) ۲/۸۸

محل انجام محاسبه

۷۲- گلوله‌ای را از نقطه A روی سطح بدون اصطکاک از حال سکون رها می‌کنیم. اگر گلوله با تندی  $4 \frac{m}{s}$  به نقطه B برسد، ارتفاع نقطه A



چند متر است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )

(۱) ۲/۸

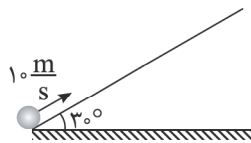
(۲) ۳/۲

(۳) ۳/۶

(۴) ۴

۷۳- گلوله‌ای را به جرم  $500g$  با تندی  $10 \frac{m}{s}$  به سمت بالای سطح شیب‌دار پرتاب می‌کنیم. اگر نیروی اصطکاک در مقابل حرکت گلوله  $2.5N$

باشد، جسم حداکثر چند متر روی سطح شیب‌دار بالا می‌رود؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )



(۱) ۲/۵

(۲) ۵

(۳) ۷/۵

(۴) ۱۰

۷۴- توان موتور یک بالابر ساختمانی  $20 kW$  است. اگر این بالابر در حال بالا بردن وزنه‌ای با تندی ثابت  $1 \frac{m}{s}$  باشد، در هر متر جابه‌جایی

چند کیلوژول انرژی بر اثر مقاومت مسیر تلف می‌شود؟ (جرم اتاقک بالابر و وزنه درون آن  $1200 kg$  و  $g = 10 \frac{m}{s^2}$  است.)

(۱) ۱۵

(۲) ۸

(۳) ۱۲

(۴) ۲۰

۷۵- بالابری با تندی ثابت، جسمی به جرم  $80 kg$  را در مدت یک دقیقه تا ارتفاع  $10 m$  بالا می‌برد. اگر جرم بالابر  $220 kg$  و بازده

موتور آن  $80\%$  درصد باشد، توان مصرفی موتور بالابر چند وات است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )

(۱) ۱۲۵۰

(۲) ۶۲۵

(۳) ۳۱۲/۵

(۴) ۵۰۰/۳

## شیمی

۷۶- کدام گزینه درست است؟

(۱) تمام سنگ‌های کلیه از رسوب کردن برخی نمک‌های کلسیم‌دار در کلیه‌ها تشکیل می‌شود.

(۲) مواد نامحلول به دسته‌ای از مواد گفته می‌شود که به هیچ میزانی در آب حل نمی‌شوند.

(۳) از واکنش کلسیم فسفات و سدیم سولفات، ترکیبی نامحلول در آب تشکیل می‌شود.

(۴) انحلال‌پذیری مواد به نوع آنها و دما بستگی دارد و انحلال‌پذیری مواد محلول در آب، بیشتر از یک گرم در  $100$  گرم آب است.

۷۷- کدام موارد از عبارتهای زیر نادرست است؟

(آ) آب، تنها ماده‌ای است که به سه حالت فیزیکی جامد، مایع و گاز در طبیعت یافت می‌شود.

(ب) میله شیشه‌ای مالش داده شده به موی خشک، دارای بار الکتریکی مثبت بوده و باریکه آب را از راستای طبیعی خود منحرف می‌کند.

(پ) در اثر قرارگیری مولکول‌های آب در میدان الکتریکی، اتم‌های اکسیژن به سمت قطب مثبت جهت‌گیری می‌کنند.

(ت) مولکول‌های آب برخلاف مولکول‌های کربن دی‌اکسید، خمیده و قطبی هستند.

(۱) آ، ب، ت

(۲) فقط ب

(۳) آ، ب، پ

محل انجام محاسبه

۷۸- کدام مطلب درست است؟

- (۱) نیروهای بین مولکولی در تعیین حالت فیزیکی تأثیر دارند و به‌طور عمده به میزان قطبیت و جرم مولی مولکول بستگی دارند.
- (۲) بیشترین برهم‌کنش‌ها میان مولکول‌های یک ماده، در حالت فیزیکی مایع وجود دارد.
- (۳) در دمای  $25^{\circ}\text{C}$  و فشار  $1\text{atm}$ ، حالت فیزیکی  $\text{I}_2$  و  $\text{Br}_2$  یکسان است.
- (۴) در مواد ناقطبی، بین دمای جوش و جرم مولی رابطه وارونه وجود دارد.

۷۹- تمام گزینه‌های زیر درست است، به‌جز.....

- (۱) گشتاور دوقطبی متناسب با میزان جهت‌گیری مولکول‌ها در میدان الکتریکی بوده و واحد آن دبای (D) است.
  - (۲) میزان قطبیت مولکول‌های آب به تقریب  $1/5$  برابر مولکول‌های هیدروژن سولفید است.
  - (۳) مولکول‌های هیدروژن سولفید همانند مولکول‌های آب خمیده هستند و در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند.
  - (۴) اختلاف نقطه جوش آب و هیدروژن سولفید، به تفاوت در نوع نیروهای بین مولکولی آنها وابسته است.
- ۸۰- مقداری محلول سیرشده نمک A را از دمای  $45^{\circ}\text{C}$  تا دمای  $25^{\circ}\text{C}$  سرد می‌کنیم. اگر جرم آب برابر  $60$  گرم و جرم رسوب تشکیل شده برابر  $30$  گرم باشد، انحلال‌پذیری نمک در دمای  $45^{\circ}\text{C}$  چند گرم در  $100$  گرم آب است؟ (درصد جرمی محلول سیرشده در دمای  $25^{\circ}\text{C}$  برابر  $20\%$  است.)

(۱) ۵۰ (۲)  $42/5$  (۳) ۷۵ (۴)  $62/5$

۸۱- چند مورد از مقایسه‌های زیر به درستی انجام شده است؟ (مقایسه‌ها در دمای  $25^{\circ}\text{C}$  و فشار  $1\text{atm}$  انجام شده است.)

● نقطه جوش:  $\text{NH}_3 > \text{AsH}_3 > \text{PH}_3$

● قدرت نیروهای بین مولکولی:  $\text{HF} > \text{HCl} > \text{HBr}$

● گشتاور دوقطبی:  $\text{I}_2 > \text{Br}_2 > \text{F}_2$

● اختلاف نقطه جوش با آب:  $\text{HF} > \text{NH}_3 > \text{H}_2\text{S}$

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۲- کدام گزینه درباره اتانول و استون درست است؟

- (۱) اتانول نوعی سوخت سبز بوده و نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به کربن در آن برابر  $2/5$  است.
- (۲) در هر مولکول استون، شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی دو برابر شمار پیوند(های) دوگانه است.
- (۳) اتانول و استون جزء هیدروکربن‌های قطبی به‌شمار می‌روند و مولکول‌های آنها در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند.
- (۴) نقطه جوش استون اندکی بالاتر از اتانول است، زیرا جرم مولی آن بیشتر است.

۸۳- کدام عبارت درست است؟

- (۱) در ساختار یخ، مولکول‌های آب در جای منظمی قرار دارند و هر اتم اکسیژن با چهار پیوند هیدروژنی به چهار اتم هیدروژن متصل است.
- (۲) در ساختار یخ، اتم‌های هیدروژن در رأس حلقه‌های شش‌ضلعی قرار دارند و شبکه‌ای دوبعدی و منظم را به‌وجود می‌آورند.
- (۳) فضاهای خالی در ساختار یخ بیشتر از آب است و به همین علت، در دمای  $0^{\circ}\text{C}$  و فشار  $1\text{atm}$  چگالی یخ کمتر از آب است.
- (۴) در حالت مایع بین مولکول‌های آب پیوند هیدروژنی کمتری نسبت به یخ وجود دارد و مولکول‌های آب آزادانه و منظم جابه‌جا می‌شوند.

محل انجام محاسبه

۸۴- کدام موارد از عبارتهای زیر نادرست است؟

(آ) میانگین نیروی پیوند یونی در  $MgSO_4$  و پیوندهای هیدروژنی در آب، از نیروی جاذبه یون-دوقطبی بین یونهای  $Mg^{2+}$  و  $SO_4^{2-}$  با آب در محلول کمتر است.

(ب) شمار یونهای حاصل از انحلال هر واحد فرمولی آهن (II) سولفات بیشتر از آلومینیم نترات است.

(پ) در هنگام آبپوشی یونهای کلرید در آب، مولکولهای آب از سمت اتم اکسیژن در اطراف یون کلرید جهتگیری می کنند.

(ت) در انحلال استون در آب، ساختار مولکولهای حلشونده در محلول دچار تغییر نمی شود و مولکولهای حلشونده ماهیت خود را حفظ می کنند.

(ث) بیش از نیمی از آب تشکیل دهنده بدن انسان در مایعهای برون سلولی جریان دارد.

(۱) ب، پ (۲) پ، ت، ث (۳) آ، ت (۴) ب، پ، ث

۸۵- چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟

● با عبور آب از صافی کربن، فلزات سمی و میکروبها حذف نمی شوند؛ به همین علت باید آب را پیش از مصرف کلرزنی کرد.

● در روش اسمز معکوس برای تصفیه آب شور، از پمپ ایجاد فشار و غشای نیمه تراوا استفاده می شود.

● متورم شدن خیار در آب شور، نمونه ای از گذرندگی است که دیواره سلولی نقش غشای نیمه تراوا دارد.

● نیاز بدن به یون  $K^+$  دو برابر یون  $Na^+$  است و غذاهای معدودی دارای یون  $K^+$  هستند.

● اثر افزایش میزان نمک حل شده در آب بر انحلال پذیری گازها در آب، مشابه اثر افزایش دما است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۶- کدام مطلب نادرست است؟

(۱) در زندگی روزمره افزون بر شویندهها و پاک کنندهها، مواد شیمیایی گوناگونی مصرف می شود که در تمام آنها اسیدها و بازها نقش مهمی دارند.

(۲) عملکرد بدن انسان به میزان مواد اسیدی و بازی موجود در آن وابسته است.

(۳) اسید معده، یک اسید قوی است که علاوه بر فعال کردن آنزیمها، جانداران ذره بینی موجود در غذا را نیز از بین می برد.

(۴) اسیدهای خوراکی، مزه ترش و مواد بازی مزه تلخ دارند و اغلب میوهها اسیدی اند.

۸۷- کدام موارد از عبارتهای زیر درست است؟

(آ) برای افزایش pH خاک به آن اکسید سومین عنصر گروه دوم جدول تناوبی را می افزایند که جامدی سفید رنگ است.

(ب) شیمی دانها پیش از شناخته شدن ساختار اسیدها و بازها، افزون بر ویژگیهای اسیدها و بازها با تمام واکنشهای آنها نیز آشنا بودند.

(پ) سوانت آرنیوس نخستین کسی بود که اسیدها و بازها را کشف و آنها را بر مبنای علمی توصیف کرد.

(ت) با حل شدن اسیدها و بازها در آب، غلظت یونها در آب افزایش می یابد.

(۱) آ، ب، پ (۲) آ، ت (۳) ب، پ (۴) ب، ت

۸۸- کدام گزینه درست است؟

(۱) نسبت شمار جفت الکترونهای ناپیوندی به شمار جفت الکترونهای پیوندی در یون هیدرونیوم برابر این نسبت در آمونیاک است.

(۲) سدیم هیدروکسید، باز آرنیوس است و در محلول آن یون هیدرونیوم وجود ندارد.

(۳)  $HCl(g)$  برخلاف  $HCl(aq)$  یک اسید آرنیوس به شمار نمی رود.

(۴) خاصیت اسیدی محلول هیدروفلوئوریک اسید در آب را به یونهای هیدرونیوم و فلوئورید نسبت می دهند.



محلول یک مولار ماده A در آب (لامپ، خاموش است) →

۸۹- با توجه به شکل روبه‌رو چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟

- حل شونده A قطعاً جزء ترکیب‌های هیدروژن‌دار گروه ۱۷ جدول دوره‌ای نیست.
- با قرار دادن محلول استون در آب در مدار شکل روبه‌رو به جای محلول A لامپ به حالت نیمه‌روشن درمی‌آید.
- محلول نشان داده شده در شکل می‌تواند خاصیت اسیدی یا بازی ضعیف داشته باشد.
- ماده حل‌شونده در محلول، همانند اتانول، غیرالکترولیت به‌شمار می‌رود.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۹۰- چند مورد از عبارتهای زیر نادرست است؟

- به اسیدی که هر مول از آن در آب یک مول یون هیدرونیوم تولید کند، اسید تک‌پروتون‌دار می‌گویند.
- به فرایندی که در آن یک ترکیب یونی یا مولکولی در آب به یون‌های مثبت و منفی تبدیل شود، یونش می‌گویند.
- فورمیک اسید، یک اسید ضعیف است و تنها هیدروژن متصل به اکسیژن در ساختار آن خاصیت اسیدی دارد.
- در محلول سرکه، شمار ناچیزی از یون‌های هیدرونیوم و استات آب پوشیده، همزمان با شمار زیادی مولکول‌های اسید یونیده نشده وجود دارند.

● در محلول ۰/۲ مولار نیتریک اسید رابطه  $[H_3O^+] + [NO_3^-] = 0.6 \text{ mol.L}^{-1}$  برقرار است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۹۱- غلظت یون هیدرونیوم در ۲۰ mL محلول اسید HA با درصد یونش ۱۵٪ و ۳۰ mL محلول اسید HB با درصد یونش ۲۵٪ به ترتیب برابر ۰/۳۷۵ و ۰/۵ مول بر لیتر است. نسبت شمار مول‌های اسید HA یونیده نشده به شمار مول‌های اسید HB یونیده نشده به کدام عدد نزدیک‌تر است؟

۱ (۱) ۱/۲۵ (۲) ۰/۸۳ (۳) ۰/۹۴ (۴) ۱/۴۱

۹۲- کدام گزینه درست است؟

- (۱) در هر سامانه تعادلی، سرعت مصرف همه واکنش‌دهنده‌ها و همه فراورده‌ها با هم برابر است.
- (۲) در هنگام تعادل، واکنش‌های رفت و برگشت به طور همزمان انجام می‌شوند و غلظت تعادلی مواد با هم برابر است.
- (۳) هر واکنش تعادلی، یک واکنش برگشت‌پذیر به‌شمار می‌رود و ثابت تعادل آن به غلظت مواد وابسته نیست.
- (۴) محلول اسیدهای ضعیف مانند HI(aq)، یک سامانه تعادلی به‌شمار می‌روند.

۹۳- کدام مطلب نادرست است؟

(۱) در محلول یک مولار نیترواسید، مجموع غلظت یون‌ها از غلظت اسید یونیده نشده کمتر است.

(۲) نسبت  $\frac{[F^-][H^+]}{[HF]}$  در محلول هیدروفلوئوریک اسید تنها به دما وابسته است.

(۳) ثابت یونش اسیدی را می‌توان معیاری از میزان پیشرفت واکنش یونش اسید در نظر گرفت.

(۴) قدرت اسیدی استیک اسید از فورمیک اسید بیشتر و از نیترواسید کمتر است.

۹۴- چند گرم اسید HX با ثابت یونش  $0.6 \text{ mol.L}^{-1}$  را باید در دو لیتر آب حل کنیم تا غلظت یون هیدرونیوم در آن نصف غلظت یون

هیدرونیوم اسید HY با درجه یونش ۰/۱ و ثابت یونش  $0.4 \text{ mol.L}^{-1}$  شود؟ ( $HX = 150 \text{ g.mol}^{-1}$ )

۱ (۱) ۲۱۶ (۲) ۱۶۲ (۳) ۱۰۸ (۴) ۸۱

۹۵- چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟

- در دما و غلظت یکسان، سرعت واکنش نوار منیزیم با محلول هیدروسیانیک اسید، کمتر از محلول کربنیک اسید است.
- ورود فاضلاب‌های صنعتی به محیط زیست سبب تغییر pH محیط می‌شود.
- از انحلال گاز گوگرد تری‌اکسید در آب یک اسید دوپروتون‌دار قوی تولید می‌شود که در باران اسیدی نیز وجود دارد.
- با کاهش خلصت نافلزی اتم هالوژن در هیدروژن هالیدها، قدرت اسیدی افزایش می‌یابد.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

محل انجام محاسبه





# مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

آزمون شماره ۵

۲۲ مهر ۱۴۰۱



## پاسخنامه ریاضی - فیزیک

ردیف	نام درس	سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران
۱	حسابان		حسین شفیعزاده - مهرداد کیوان	محسن شریفی - نیکا موسوی
۲	هندسه	مهریار راشدی	علیرضا شیرازی - حسن محمدبیگی	داربوش امیری - مهدیار شریف
۳	ریاضیات گسسته	رضا توکلی	رضا توکلی - سوگند روشنی	مهدیار شریف - نیکا موسوی
۴	فیزیک	جواد قزوینیان	نصرالله افاضل - محمدرضا معدنی	امیرعلی قزوینیان - محمدرضا خادمی
۵	شیمی	مسعود جعفری	امیر حاتمیان - محمدحسن محمدزاده مقدم	محبوبه بیگ محمدی - کارو محمدی

گروه تایپ و ویراستاری (به ترتیب حروف الفبا)
زهرا احدی - رقیه اسدیان - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - معینالدین تقی‌زاده - مهرداد شمسی

برای اطلاع از اخبار مرکز سنجش آموزش مدارس برتر، به کانال تلگرام @taraaznet مراجعه نمایید.



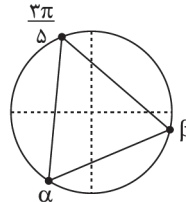
## حسابان

گزینه ۴ صحیح است.

زاویه ۳ رادیان در ناحیه دوم و زاویه ۴ رادیان در ناحیه سوم دایره مثلثاتی قرار دارد، پس کسینوس ۳ رادیان منفی و سینوس ۴ رادیان نیز منفی است.

(حسابان یازدهم، صفحه ۹۳)

گزینه ۲ صحیح است.

باید  $2\pi$  را به سه قسمت مساوی تقسیم کنیم:

$$\begin{cases} \alpha = \frac{2\pi}{5} + \frac{2\pi}{3} \\ \beta = \frac{2\pi}{5} + \frac{4\pi}{3} \end{cases} \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{16\pi}{5}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۹۳)

گزینه ۴ صحیح است.

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \sin \alpha = \frac{5}{13} \xrightarrow{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1} \cos \alpha = -\frac{12}{13}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha = -\frac{12}{13}$$

(حسابان یازدهم، صفحه های ۹۸ تا ۱۰۱)

گزینه ۴ صحیح است.

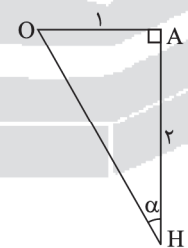
$$\frac{2 \cot x + \frac{1}{2}}{\cot x + \frac{1}{2}} = 3 \Rightarrow 2 \cot x + \frac{1}{2} = 3 \cot x + \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \cot x = -1 \Rightarrow x = \frac{3\pi}{4} \text{ یا } \frac{7\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \cos 2x = 0$$

(حسابان یازدهم، صفحه های ۹۸ تا ۱۰۱)

گزینه ۱ صحیح است.



به مثلث OAH توجه کنید:

$$\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

(ریاضی دهم، صفحه ۳۷)

گزینه ۱ صحیح است.

$$\cos \frac{7\pi}{12} = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{12}\right) = -\sin \frac{\pi}{12}$$

$$\cos \frac{11\pi}{12} = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{12}\right) = -\cos \frac{\pi}{12}$$

$$\sin \frac{5\pi}{6} = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) = -\sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}$$

$$P = \left(-\sin \frac{\pi}{12}\right) \left(-\cos \frac{\pi}{12}\right) - \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{6} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}$$

(حسابان یازدهم، صفحه های ۹۸ تا ۱۰۱)

گزینه ۳ صحیح است.

هر یک از اضلاع AB و BC برابر  $\sqrt{2}$  است. فرض کنید  $OC = a$  باشد.

$$\begin{aligned} \triangle OBA \text{ فیناگورس در } \Rightarrow OA^2 &= OB^2 + AB^2 \Rightarrow 20 = (a + \sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2 \\ &\Rightarrow (a + \sqrt{2})^2 = 18 \Rightarrow a + \sqrt{2} = 3\sqrt{2} \\ &\Rightarrow a = 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\tan \alpha = \frac{AB}{OB} = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2} + \sqrt{2}} = \frac{1}{3}$$

(ریاضی دهم، صفحه ۳۴)

گزینه ۲ صحیح است.

راه حل اول:

$$\begin{aligned} \hat{A} &= \pi - (\hat{B} + \hat{C}) \Rightarrow \sin \hat{A} = \sin(\hat{B} + \hat{C}) \\ P &= 2 \cos B \sin C - \sin(\hat{B} + \hat{C}) \\ &= 2 \cos \hat{B} \sin \hat{C} - (\sin \hat{B} \cos \hat{C} + \cos \hat{B} \sin \hat{C}) \\ &= \cos \hat{B} \sin \hat{C} - \sin \hat{B} \cos \hat{C} \\ &= \sin(\hat{C} - \hat{B}) = \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

راه حل دوم: فرض کنید:

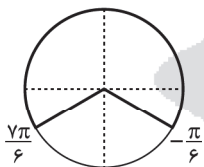
$$\hat{C} = \frac{\pi}{4}, \hat{B} = \frac{\pi}{4}, \hat{A} = \frac{\pi}{2}$$

$$P = 2 \cos \frac{\pi}{4} \sin \frac{\pi}{4} - \sin \frac{\pi}{2} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۱۱)

گزینه ۲ صحیح است.

$$A = (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = \cos 2\alpha$$



$$-1 \leq \cos 2\alpha \leq 1$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۱۲)

گزینه ۱ صحیح است.

دقت کنید که در مثلث ABC، زاویه B برابر  $\alpha$  است.

$$\begin{cases} \sin \alpha = \sin(\hat{A}\hat{B}\hat{C}) = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{\sqrt{52}} = \frac{2}{\sqrt{13}} \\ \cos \alpha = \cos(\hat{A}\hat{B}\hat{C}) = \frac{AB}{BC} = \frac{6}{\sqrt{52}} = \frac{3}{\sqrt{13}} \end{cases}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \frac{9}{13} - \frac{4}{13} = \frac{5}{13}$$

(ریاضی دهم، صفحه ۳۷)

گزینه ۱ صحیح است.

$$1 - \sin^2 x - \sin x = \frac{1}{25}$$

$$25 \sin^2 x + 25 \sin x - 24 = 0$$

$$(\Delta \sin x + 8)(\Delta \sin x - 3) = 0$$

$$\xrightarrow{-1 \leq \sin x \leq 1} \sin x = \frac{3}{5} \Rightarrow \cos x = \pm \frac{4}{5}$$

$$P = \sin^2 x - |\cos x| = \frac{9}{25} - \frac{4}{5} = -\frac{11}{25} = -0,44$$

(ریاضی دهم، صفحه ۴۳)



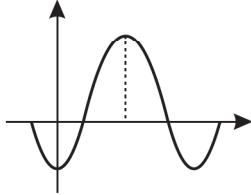
۱۷. گزینه ۴ صحیح است.

$$T = \frac{\pi}{|b|} \Rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = 2$$

$$f_{\max} = 2 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow |ab| = 4$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۲۷)

۱۸. گزینه ۳ صحیح است.



با توجه به نمودار تابع، حداکثر مقدار  $\alpha$  برابر طول اولین نقطه  $\max$  است.

زمانی تابع برابر  $\max$  است که

$$\frac{\pi}{3}\alpha = \pi \text{ باشد، پس } \cos \frac{\pi}{3}\alpha = -1$$

و در نتیجه  $\alpha = 3$  است.

(حسابان دوازدهم، صفحه ۲۷)

۱۹. گزینه ۴ صحیح است.

ابتدا دقت کنید که  $T = 2(\frac{7}{2} - \frac{3}{2})$  یعنی  $T = 4$  است:

$$T = 4 = \frac{2\pi}{|a|} \Rightarrow |a| = \frac{\pi}{2} \xrightarrow{a > 0} a = \frac{\pi}{2}$$

$$f(x) = 2 \sin(\frac{\pi}{2}x + \frac{\pi}{2n})$$

$x = \frac{3}{2}$  اولین ریشه مثبت تابع است:

$$f(\frac{3}{2}) = 0 \Rightarrow 2 \sin(\frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{2n}) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{2n} = \pi \Rightarrow \frac{\pi}{2n} = \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow n = 2 \Rightarrow an = \pi$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۲۷)

۲۰. گزینه ۲ صحیح است.

$$T = 2a = \frac{\pi}{|b|} \xrightarrow{b > 0} ab = \frac{\pi}{2}$$

$$f(\frac{a}{2}) = a \Rightarrow a = \tan \frac{ab}{2} = \tan \frac{\pi}{4} = 1$$

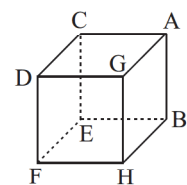
$$\Rightarrow a = 1 \Rightarrow b = \frac{\pi}{2}$$

$$f(x) = \tan \frac{\pi}{2}x \Rightarrow f(\frac{2}{3}) = \tan \frac{2\pi}{3} = -\sqrt{3}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۳۲)

#### هندسه

۲۱. گزینه ۲ صحیح است.



یال AB (یک یال مشخص) با وجه‌های بالا و پایین مکعب متقاطع است. پس با دو وجه متقاطع است.

یال AB با یال‌های CD, EF, FH, DG متناظر است. زیرا یال AB با هیچ‌کدام در یک صفحه قرار نمی‌گیرد. پس AB با ۴ یال متناظر است.

(هندسه دهم، صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)

۱۲. گزینه ۱ صحیح است.

$$\tan \alpha + \cot \alpha = \frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha} = 3 \Rightarrow \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{3}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$$

$$= 1 - \frac{2}{9} = \frac{7}{9}$$

(ریاضی دهم، صفحه ۴۳)

۱۳. گزینه ۳ صحیح است.

زاویه  $2\alpha$  تقریباً برابر  $36^\circ$  است، پس در ناحیه اول است:

$$\sin 2\alpha = \sqrt{1 - \cos^2 2\alpha} = \sqrt{1 - 0.64} = 0.6$$

$$\sin 4\alpha = 2 \sin 2\alpha \cos 2\alpha = 2 \times 0.6 \times 0.8 = 0.96$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۱۲)

۱۴. گزینه ۳ صحیح است.

$$f(x) = \frac{1}{2} \sin 2\alpha x$$

$$T_1 = \frac{2\pi}{|2a|} = \frac{\pi}{|a|} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow |a| = 3$$

$$y = \tan \frac{\pi}{a}x \Rightarrow T_2 = \frac{\pi}{|\frac{\pi}{a}|} = |a| = 3$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۲۴)

۱۵. گزینه ۴ صحیح است.

$$\begin{cases} f_{\max} = b + |a| = 9 \\ f_{\min} = b - |a| = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 3 \\ |a| = 6 \end{cases} \Rightarrow |ab| = 18$$

$$T = \frac{2\pi}{|\frac{\pi}{ba}|} = 2|ab| = 36$$

نکته:

$$y = a + b \cos kx \Rightarrow \begin{cases} y_{\max} = a + |b| \\ y_{\min} = a - |b| \\ T = \frac{2\pi}{|k|} \end{cases}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۲۷)

۱۶. گزینه ۲ صحیح است.

چون  $\max$  روی محورها است، پس  $a > 0$  است:

$$y_{\min} = 2 - |a| = 2 - a = -2 \Rightarrow a = 4$$

$$\Rightarrow f(x) = 2 + 4 \cos bx$$

$$f(\frac{\Delta\pi}{3}) = 0 \Rightarrow 2 + 4 \cos \frac{\Delta\pi b}{3} = 0$$

$$\Rightarrow \cos \frac{\Delta\pi b}{3} = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta\pi b}{3} = \pm \frac{2\pi}{3} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow f(x) = 2 + 4 \cos \frac{x}{2}$$

$$f(\frac{2\pi}{3}) = 2 + 4 \cos \frac{\pi}{3} = 4$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۲۷)



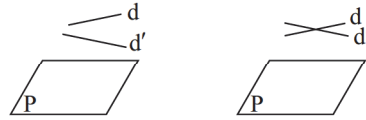
پایه دوازدهم . آزمون ۵ . پاسفنامه ریاضی فیزیک

۲۲. گزینه ۳ صحیح است.

گزاره‌های (ب) و (ج) درست هستند.

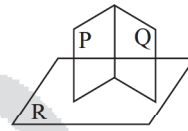
بررسی گزاره‌های نادرست:

(الف) نادرست؛ زیرا دو خط موازی با یک صفحه علاوه بر موازی بودن، می‌توانند متقاطع یا متناظر باشند.



در این شکل دو خط متناظر در این شکل دو خط متقاطع  $d$  و  $d'$  با  $P$  موازی هستند.

(د) نادرست؛ در شکل زیر دو صفحه  $P$  و  $Q$  بر صفحه  $R$  عمود هستند ولی موازی نیستند.



(هندسه دهم، صفحه ۱۰)

۲۳. گزینه ۴ صحیح است.

بررسی گزینه‌ها:

(۱) نادرست؛ زیرا اگر خط گذرنده از دو نقطه  $A$  و  $B$  بر صفحه  $P$  عمود باشد، آنگاه از دو نقطه  $A$  و  $B$  بی‌شمار صفحه عمود بر  $P$  می‌گذرد.

(۲) نادرست؛ در فضا نادرست است. در شکل زیر  $d \parallel d'$  و  $\Delta$  خط  $d$  را قطع کرده است ولی  $\Delta$  خط  $d'$  را قطع نمی‌کند.



(۳) نادرست؛ زیرا اگر صفحه‌ای عمود بر دو خط متناظر وجود داشته باشد، آنگاه می‌دانیم دو خط عمود بر یک صفحه موازی هستند و این خلاف متناظر بودن دو خط است.

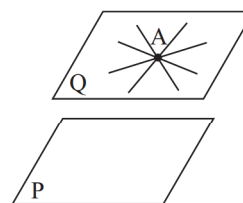
(۴) درست؛ زیرا از نقطه  $A$  بیرون دو صفحه متقاطع  $P$  و  $Q$  تنها یک خط مثل  $\Delta$  موازی فصل مشترک دو صفحه  $P$  و  $Q$  یعنی خط  $d$  می‌توان رسم کرد و از  $\Delta$  بی‌شمار صفحه عبور می‌کند که صفحات  $P$  و  $Q$  را قطع می‌کنند.



(هندسه دهم، صفحه ۱۳)

۲۴. گزینه ۱ صحیح است.

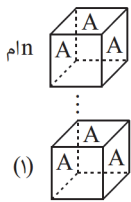
از نقطه  $A$  بیرون صفحه  $P$  بی‌شمار خط موازی صفحه  $P$  و تنها یک صفحه موازی  $P$  عبور می‌کند.



(هندسه دهم، صفحه ۱۳)

۲۵. گزینه ۲ صحیح است.

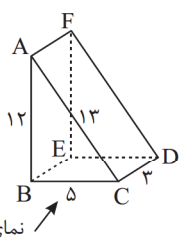
چون مکعب‌ها به صورت ستونی روی هم چیده شده است و مکعب اولی روی زمین است، پس روی ۴ وجه هر مکعب حرف  $A$  دیده می‌شود. تا اینجا روی ۴n وجه حرف  $A$  دیده می‌شود. اما روی وجه بالایی مکعب nام هم  $A$  دیده می‌شود. پس در کل  $4n + 1$  حرف  $A$  دیده می‌شود.



(هندسه دهم، تمرین ۴، صفحه ۹۱)

۲۶. گزینه ۳ صحیح است.

مثلث  $ABC$  قائم‌الزاویه است، زیرا  $5^2 = 12^2 + 13^2$  و فیثاغورس برقرار است. در ضمن نمای روبه‌روی این منشور مثلث  $ABC$  است و نمای بالای آن مستطیل  $BEDC$  است. بنابراین:



مساحت نمای روبه‌رو  $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}(5)(12) = 30$

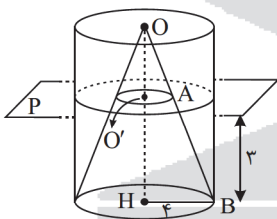
مساحت نمای بالا  $S_{BEDC} = 3 \times 5 = 15$

پس مجموع مساحت‌های نمای بالا و نمای روبه‌رو برابر  $30 + 15 = 45$  است.

(هندسه دهم، صفحه ۹۱)

۲۷. گزینه ۴ صحیح است.

مطابق شکل، صفحه  $P$  به فاصله ۳ از قاعده مخروط حاصل از حذف مخروط درون استوانه را در دو دایره به شعاع ۴ و  $OA$  قطع می‌کند.



برای به دست آوردن مساحت مقطع حاصل باید مساحت‌های این دو دایره را از هم کم کنیم.

ابتدا باید شعاع  $O'A$  را به دست آوریم.

$\Delta OBH : \Delta O'A \parallel HB \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{OO'}{OH} = \frac{O'A}{HB} \quad OO' = 5 - 3 = 2 \quad \Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{O'A}{4}$

$\Rightarrow O'A = \frac{8}{5}$

بنابراین:

(مساحت دایره به شعاع  $\frac{8}{5}$ ) - (مساحت دایره به شعاع ۴) = مساحت مقطع حاصل

$= \pi(4)^2 - \pi(\frac{8}{5})^2 = 16\pi - \frac{64}{25}\pi = \frac{336}{25}\pi = 13\frac{16}{25}\pi$

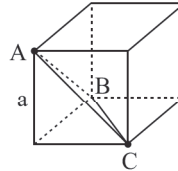
(هندسه دهم، صفحه ۹۲)



۲۸. گزینه ۴ صحیح است.

مقطع حاصل از صفحه گذرا از رأس های  $A, B, C$  مثلث متساوی الاضلاع  $\triangle ABC$  است. زیرا اگر ضلع مکعب  $a$  باشد، آنگاه  $AB = AC = BC = a\sqrt{2}$  و مساحت مثلث متساوی الاضلاع به ضلع

$AB$ ، برابر  $\frac{\sqrt{3}}{4} AB^2$  است. بنابراین:



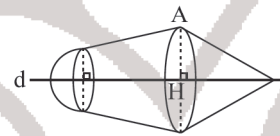
$$S_{\triangle ABC} = \sqrt{12} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{4} AB^2 = 2\sqrt{3} \xrightarrow{AB=a\sqrt{2}} \frac{\sqrt{3}}{4} (a\sqrt{2})^2 = 2\sqrt{3} \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = 2$$

پس حجم مکعب برابر با  $a^3 = 2^3 = 8$  است.

(هندسه دهم، صفحه ۹۲)

۲۹. گزینه ۳ صحیح است.

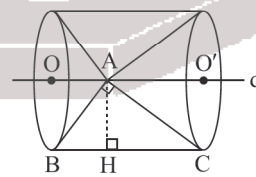
$AH$  را عمود بر  $d$  رسم می کنیم. همان طور که دیده می شود شکل حاصل از دوران، یک مخروط ناقص و یک مخروط ناقص و یک نیم کره است.



(هندسه دهم، صفحه های ۹۵ و ۹۶)

۳۰. گزینه ۱ صحیح است.

مثلث  $ABC$  در رأس  $A$  قائم الزاویه است، زیرا  $\Delta^2 = 4^2 + 3^2$  و فیثاغورس برقرار است. مطابق شکل از دوران مثلث  $ABC$  حول خط  $d$  یک استوانه که دو مخروط از آن جدا شده ایجاد می شود. طول ارتفاع  $AH$  برابر با طول شعاع قاعده دو مخروط و استوانه است. بنابراین:



(حجم مخروط دوم + حجم مخروط اول) - حجم استوانه = حجم خواسته شده

$$= \pi(AH)^2(OO') - \left(\frac{1}{3}\pi(AH)^2(OA)\right) + \frac{1}{3}\pi(AH)^2(OO')$$

$$= \pi(AH)^2(OO') - \left(\frac{1}{3}\pi(AH)^2(OO')\right) = \frac{2}{3}\pi(AH)^2(OO')$$

اکنون با استفاده از روابط طولی در مثلث قائم الزاویه می نویسیم:

$$AH \times BC = AB \times AC \Rightarrow \Delta AH = 12 \Rightarrow AH = \frac{12}{\Delta}$$

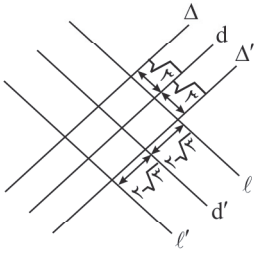
پس:

$$\text{حجم خواسته شده} = \frac{2}{3}\pi\left(\frac{12}{\Delta}\right)^2 \times \Delta = \frac{2}{3}\pi \times \left(\frac{12 \times 12}{\Delta \times \Delta}\right) \Delta = \frac{96}{\Delta}\pi$$

(هندسه دهم، صفحه ۹۶)

۳۱. گزینه ۲ صحیح است.

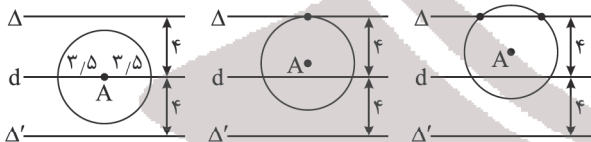
مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط  $d$  به فاصله  $\sqrt{3}$  هستند، دو خط موازی با  $d$  به نام  $\Delta$  و  $\Delta'$  در طرفین  $d$  هستند و مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط  $d'$  به فاصله  $2\sqrt{3}$  هستند، دو خط موازی با  $d'$  به نام  $l$  و  $l'$  در طرفین  $d'$  هستند. تلاقی خطوط  $\Delta$  و  $\Delta'$  و  $l$  و  $l'$  نقاط مورد نظر این سؤال می باشند و تعداد آنها دقیقاً ۴ است.



(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۸)

۳۲. گزینه ۲ صحیح است.

مکان هندسی نقاطی که از  $A$  به فاصله  $3/5$  هستند، دایره ای به مرکز  $A$  و شعاع  $3/5$  است و مکان هندسی نقاطی که از خط  $d$  به فاصله  $4$  هستند، دو خط موازی با  $d$  به فاصله  $4$  از  $d$  هستند. نقاط تلاقی این دو خط موازی با دایره جواب های این سؤال می باشند. چون فاصله دو خط موازی با  $d$  برابر ۸ است، پس دایره به مرکز  $A$  و شعاع  $3/5$  نمی تواند هر دو خط موازی را قطع کند، پس دایره نهایتاً می تواند یکی از دو خط را حداکثر در ۲ نقطه قطع کند.



توجه کنید! حالتی که یک خط بر دایره مماس و دیگری دایره را در دو نقطه قطع کند، هم اتفاق نمی افتد.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۷ و تمرین ۴، صفحه ۳۹)

۳۳. گزینه ۳ صحیح است.

جواب سؤال، برخورد دو مکان هندسی است:

(۱) عمودمنصف پاره خط  $AB$ (۲) عمودمنصف پاره خط  $CD$ 

و چون هر دو خط هستند، پس سه حالت دارند:

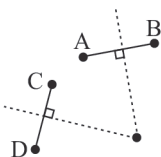
(۱) موازی هم هستند. (هیچ جواب)

(۲) متقاطع هستند. (یک جواب)

(۳) بر هم منطبق هستند. (بی شمار جواب)

بنابراین تعداد نقاط برخورد دو خط، هیچ گاه دو نقطه نیست.

حالت تقاطع دو عمودمنصف را در زیر ببینید.



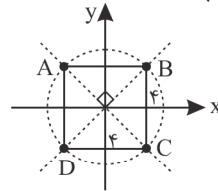
(هندسه دوازدهم، تمرین ۲، صفحه ۳۹)



## پایه دوازدهم . آزمون ۵ . پاسفنامه ریاضی فیزیک

۳۴. گزینه ۱ صحیح است.

مکان هندسی نقاطی که از دو خط متقاطع به یک فاصله هستند، دو نیم‌ساز عمود بر هم می‌باشند و نقاطی که از مبدأ مختصات به فاصله  $2\sqrt{2}$  باشد، دایره‌ای به مرکز مبدأ و شعاع  $2\sqrt{2}$  است.

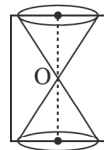


۴ رأس A, B, C و D هم از محور xها و yها به یک فاصله هستند و هم از مبدأ به فاصله  $2\sqrt{2}$  می‌باشند. این ۴ رأس، ۴ رأس مربعی به طول ضلع ۴ می‌باشند.

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

۳۵. گزینه ۳ صحیح است.

صفحه شامل محور مخروطی از رأس سطح مخروطی می‌گذرد، پس مقطع حاصل، دو خط متقاطع است.



(هندسه دوازدهم، تمرین ۵، صفحه ۳۹)

## ریاضیات گسسته

۳۶. گزینه ۲ صحیح است.

هر دانش‌آموز به ۳ روش ثبت نام می‌شود. پس به  $3^7$  روش می‌توان آنها را ثبت نام کرد.

(ریاضی دهم، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۷)

۳۷. گزینه ۲ صحیح است.

با انتخاب هر ۳ ادویه،  $\binom{9}{3}$  ترکیب مختلف می‌توان ساخت. اما طبق فرض مسئله، a و b نباید با هم در یک ترکیب باشند که تعداد این ترکیب‌ها  $\binom{7}{1}$  می‌باشد. پس جواب مسئله به فرم زیر است:

$$\binom{9}{3} - \binom{7}{1} = 77$$

(ریاضی دهم، صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۱)

۳۸. گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا ۷ جای خالی در نظر گرفته و ۲ مکان را برای حروف صدادار و ۲ مکان دیگر را برای c و f انتخاب می‌کنیم.

$$\binom{7}{2} \binom{5}{2} \times 2! = 21 \times 10 \times 2 = 420$$

(ریاضی دهم، صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۳۹)

۳۹. گزینه ۳ صحیح است.

باید ۴ خانه را پر کنیم. خانه یکان با ارقام {۰, ۲, ۴, ۶, ۸} پر می‌شود و خانه هزارگان با ارقام {۲, ۳, ۴, ۵, ۶} پر می‌شود. حالت اول: یکان با {۲, ۴, ۶} پر شود:

$$\frac{4 \times 8 \times 7 \times 2}{\{2, 4, 6\}} = 672$$

حالت دوم: یکان با {۰, ۸} پر شود:

$$\frac{5 \times 8 \times 7 \times 2}{\{0, 8\}} = 560$$

پس  $560 + 672 = 1232$  عدد می‌توان نوشت.

(ریاضی دهم، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۷)

۴۰. گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا ۳ زوج از بین ۸ زوج انتخاب می‌کنیم. سپس از هر زوج یا زن یا مرد (۲ حالت) را انتخاب می‌کنیم. پس داریم:

$$\binom{8}{3} \times 2 \times 2 \times 2 = 448$$

(ریاضی دهم، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۴۱)

۴۱. گزینه ۲ صحیح است.

طبق مطالب کتاب درسی، به دو طرف هم‌نهستی می‌توان یک عدد صحیح را اضافه یا کم کرد:

$$a + c \stackrel{m}{=} b + c \xrightarrow{-c} a \stackrel{m}{=} b$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۳)

۴۲. گزینه ۱ صحیح است.

کافی است عدد  $2 \times 7^{272}$  را بسازیم:

$$7^{18} \stackrel{19}{=} 1 \xrightarrow{\text{طرفین به توان ۱۵}} 7^2 \times (7^{18})^{15} \stackrel{19}{=} 11 \times 7^{219} \stackrel{19}{=} 11$$

$$7^{272} \stackrel{19}{=} 49 \stackrel{19}{=} 11 \xrightarrow{\text{طرفین } \times 2} 2 \times 7^{272} \stackrel{19}{=} 22 \Rightarrow 22 + a \stackrel{19}{=} 0 \Rightarrow a \stackrel{19}{=} -22 \stackrel{19}{=} 16$$

۱۶ دورقمی  $a_{\min}$ 

$$\text{مجموع ارقام} = 1 + 6 = 7$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۴۳. گزینه ۳ صحیح است.

کافی است برای بررسی سومین یکشنبه دی ماه، روز یکم دی ماه را بررسی کنیم.

در نتیجه فاصله بین دو تاریخ را به دست آورده و خواهیم داشت:

۱ → سال نو

$$277 = 1 + 3 \times 30 + 6 \times 31 \rightarrow \text{یکم دی ماه}$$

$$\Rightarrow 277 - 1 \stackrel{7}{=} 3$$

بنابراین اول دی پنجمین و اولین یکشنبه ۴ دی است. دومین یکشنبه

۱۱ دی و سومین یکشنبه ۱۸ دی است.

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۴)

۴۴. گزینه ۱ صحیح است.

شرط جواب معادله  $ax + by = c$  این است که  $(a, b) | c$ . پس باید

$$(91, -39) | 7m - 1$$

$$\Rightarrow 13 | 7m - 1 \Rightarrow 7m \stackrel{13}{=} 14 \Rightarrow m \stackrel{13}{=} 2 \Rightarrow m = 1002$$

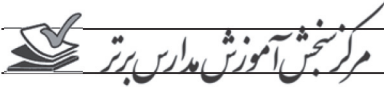
(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۲۶ تا ۲۹)

۴۵. گزینه ۳ صحیح است.

عدد داده شده بر ۳۶ بخش پذیر است؛ بنابراین بخش پذیری بر دو عدد ۴ و ۹ را بررسی می‌کنیم:

$$(1) \overline{a746b} \stackrel{4}{=} 6b \stackrel{4}{=} 0 \Rightarrow 60 + b \stackrel{4}{=} 0 \Rightarrow b \stackrel{4}{=} 0 \text{ یا } b = 4 \text{ یا } b = 8$$

$$(2) \overline{a746b} \stackrel{9}{=} a + 7 + 4 + 6 + b \stackrel{9}{=} 0 \Rightarrow a + b \stackrel{9}{=} 1 \Rightarrow a + b = 1 \text{ یا } a + b = 10$$



۵۰. گزینه ۱ صحیح است.

می‌دانیم رقم یکان A، باقی‌مانده A به ۱۰ می‌باشد. چون  $n! \equiv 0 \pmod{10}$  ( $n \geq 5$ ) داریم:

$$A \equiv 1! + 2! + 3! + 4! \equiv 33 \pmod{10}$$

می‌دانیم  $3^4 \equiv 1 \pmod{10}$  است. حال باقی‌مانده A به ۴ را محاسبه می‌کنیم.

$$(n! \equiv 0 \pmod{10} \quad n \geq 4)$$

$$A \equiv 1! + 2! + 3! \equiv 1 \pmod{10} \Rightarrow A = 4k + 1$$

$$3^4 \equiv 1 \pmod{10} \Rightarrow 3^{4k} \equiv 1 \pmod{10} \Rightarrow 3^{4k+1} \equiv 3 \pmod{10}$$

پس  $A \equiv 3 \pmod{10}$  و رقم یکان آن ۳ می‌باشد.

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸)

### فیزیک

۵۱. گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به قانون سوم نیوتون، گزینه (۴) درست است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۳۴)

۵۲. گزینه ۲ صحیح است.

با توجه به این‌که نمودار رسم‌شده سهمی است، پس شتاب ثابت بوده و نیروی خالص وارد بر جسم به مکان جسم وابسته نیست.

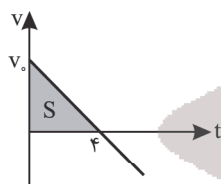
$$0 < t < 4s \Rightarrow \Delta x = 20m \quad \text{و} \quad v = 0 \quad \text{و} \quad \Delta t = 4s$$

با رسم نمودار سرعت - زمان داریم:

$$S = \Delta x = 20 = \frac{4 \times v_0}{2} \Rightarrow v_0 = 10 \frac{m}{s}$$

$$a = \tan \alpha = \frac{-10}{4} = -2.5 \frac{m}{s^2}$$

$$|F_{net}| = m|a| = 0.8 \times 2.5 = 2N$$



(فیزیک دوازدهم، صفحه ۴۲)

۵۳. گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا نیروی کشسانی فنر را حساب می‌کنیم.

$$F_e = k\Delta x = 5 \times (32 - 30) = 10N$$

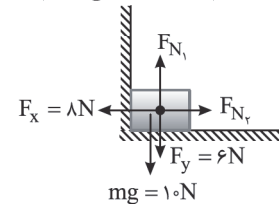
چون وزن  $20N$  و بیش از نیروی کشسانی فنر است، پس شتاب حرکت رو به پایین است، پس حرکت تندشونده رو به پایین یا کندشونده رو به بالاست.

$$mg - F_e = ma \Rightarrow 20 - 10 = 2a \Rightarrow a = 5 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۵۶)

۵۴. گزینه ۴ صحیح است.

برای هر راستای x و y نیروهای وارد بر جسم را مشخص می‌کنیم و از قانون اول داریم:



$$F_{N1} = mg + F_y = 10 + 6 = 16N$$

$$F_{N2} = 8N$$

$$\frac{F_{N1}}{F_{N2}} = \frac{16}{8} = 2$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۳۸)

با توجه به مقادیر بالا، a و b می‌توانند به صورت‌های زیر باشند:

$$\begin{cases} b=0 \\ a=1 \end{cases} \quad \begin{cases} b=4 \\ a=6 \end{cases} \quad \begin{cases} b=8 \\ a=2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow N_{max} = 23821 \equiv 1 - 2 + 8 - 3 + 2 \equiv 6$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۴۶. گزینه ۳ صحیح است.

$$7x - 3y = 11 \Rightarrow 7x \equiv 11 \pmod{7} \Rightarrow x \equiv 2 \pmod{7} \Rightarrow x = 2 + 7k$$

حال x را معادله قرار می‌دهیم و y را محاسبه می‌کنیم.

$$7(2 + 7k) + 3y = 11 \Rightarrow y = 1 + 7k$$

$$\Rightarrow x + y = 3 + 10k$$

برای اینکه x + y دو رقمی باشد، باید  $1 \leq k \leq 9$  قرار گیرد. پس ۹ جواب دارد.

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۲۶ تا ۲۹)

۴۷. گزینه ۲ صحیح است.

با توجه به اطلاعات داده‌شده در صورت سؤال خواهیم داشت:

$$2000x + 5000y = 29000 \quad \div 1000 \rightarrow 2x + 5y = 29 \quad (1)$$

اگر این معادله را به معادله هم‌نهبستی تبدیل کنیم، خواهیم داشت:

$$5y \equiv 29 \pmod{5} \Rightarrow y \equiv 1 \pmod{5} \Rightarrow y = 2k + 1$$

y به دست آمده را در رابطه (۱) جایگذاری می‌کنیم و خواهیم داشت:

$$2x + 10k + 5 = 29 \Rightarrow 2x = -10k + 24 \Rightarrow x = -5k + 12$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=12 \\ y=1 \end{cases} \quad \begin{cases} x=7 \\ y=3 \end{cases} \quad \begin{cases} x=2 \\ y=5 \end{cases}$$

$$x+y=13 \quad x+y=10 \quad x+y=7$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۲۶ تا ۲۸)

۴۸. گزینه ۴ صحیح است.

اگر ب.م.م دو عدد  $5n - 2$  و  $7n + 1$  را برابر d در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$d | 5n - 2 \xrightarrow{\times 7} d | 35n - 14$$

$$d | 7n + 1 \xrightarrow{\times 5} d | 35n + 5$$

$$d | 19 \Rightarrow d = 19 \quad \text{یا} \quad d = 1$$

چون طبق گفته سؤال، دو عدد نسبت به هم غیر اول هستند،  $d = 19$  را در نظر می‌گیریم.

$$5n - 2 \equiv 0 \pmod{19} \Rightarrow 5n \equiv 2 \pmod{19} \Rightarrow n \equiv 8 \pmod{19}$$

$$n = 19k + 8 \xrightarrow{k=52} n = 19 \times 52 + 8 = 996$$

$$n \text{ مجموع ارقام} = 9 + 9 + 6 = 24$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۲)

۴۹. گزینه ۴ صحیح است.

ابتدا معادله  $18a \equiv 300 \pmod{30}$  را حل می‌کنیم.

$$18a \equiv 300 \pmod{30} \xrightarrow{\div 3} 6a \equiv 100 \pmod{10} \Rightarrow a \equiv -10 \pmod{10} \Rightarrow a \equiv 5 \pmod{10}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -3a \equiv 300 \pmod{30} \\ (3, 21) = 3 \end{array} \right. \Rightarrow \begin{cases} -3a \equiv 300 \pmod{30} \\ (3, 21) = 3 \end{cases}$$

$$a^2 + a = 25 + 5 = 30 = 3 \times 10$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۶)



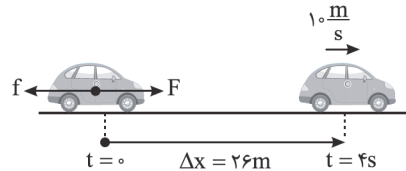
## پایه دوازدهم . آزمون ۵ . پاسفنامه ریاضی فیزیک

۵۵. گزینه ۴ صحیح است.

جعبه می خواهد حالت سکون یا سرعت ثابت خود را حفظ کند و هنگامی که کامیون به طرف عقب شروع به حرکت کند جعبه نسبت به کف کامیون سر می خورد و جلو می رود.

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۳۱)

۵۶. گزینه ۲ صحیح است.



گام اول: شتاب اتومبیل را از رابطه مستقل از سرعت اولیه بر حسب سرعت نهایی حساب می کنیم:

$$\Delta x = -\frac{1}{2}at^2 + vt \Rightarrow 24 = -\frac{1}{2}a \times 4^2 + 10 \times 4 \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$

گام دوم: از قانون دوم نیوتون استفاده می کنیم و نیروی پیشران را حساب می کنیم:

$$F - f_k = ma \Rightarrow F - 400 = 1000 \times 2 \Rightarrow F = 2400 \text{ N}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۳۳)

۵۷. گزینه ۱ صحیح است.

گام اول: از قانون دوم نیوتون استفاده می کنیم و شتاب را حساب می کنیم:

$$mg + f_D = ma \Rightarrow 0.2 \times 10 + 0.2 = 0.2a \Rightarrow a = 11 \frac{m}{s^2}$$

گام دوم: با استفاده از معادله مستقل از زمان مسافتی که بالا می رود را حساب می کنیم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y \Rightarrow 0 - 11^2 = 2 \times 11 \times \Delta y \Rightarrow \Delta y = \frac{11 \times 11}{2 \times 11} = 5.5 \text{ m}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۳۶)

۵۸. گزینه ۳ صحیح است.

گام اول: در این حالت تنها نیروی موثر وارد بر جسم، نیروی اصطکاک جنبشی می باشد به این ترتیب داریم:

$$-f_k = ma \Rightarrow -\mu_k mg = ma \Rightarrow a = -\mu_k g = -0.2 \times 10 = -2 \frac{m}{s^2}$$

گام دوم: از معادله مستقل از زمان مسافت را حساب می کنیم:

$$v^2 - v_0^2 = 2ad_s \Rightarrow d_s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{100 - 200}{2 \times (-2)} = 25 \text{ m}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۵۳)

۵۹. گزینه ۲ صحیح است.

گام اول: حداکثر شتاب ممکن را به ازای  $T = 100 \text{ N}$  حساب می کنیم.

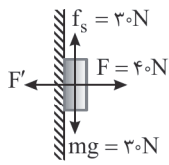
$$T - mg = ma \Rightarrow 100 - 8 \times 10 = 8a \Rightarrow a = 2.5 \frac{m}{s^2}$$

گام دوم: مدت زمان بالا رفتن به ارتفاع ۵ متر را حساب می کنیم.

$$\Delta y = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \xrightarrow{v_0=0} 5 = \frac{1}{2} \times 2.5 \times t^2 \Rightarrow t = 2 \text{ s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۴۵)

۶۰. گزینه ۴ صحیح است.



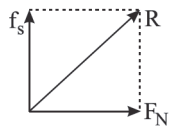
گام اول: چون جسم ساکن است می توان نوشت:

$$f_s = mg = 30 \text{ N}, F_N = F = 40 \text{ N}$$

گام دوم: نیروی سطح را حساب می کنیم:

$$R = \sqrt{f_s^2 + F_N^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50 \text{ N}$$

گام سوم: جهت نیروی سطح بر جسم در جهت برابری دو نیروی  $f_s$  و  $F_N$  است.



(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۴۳ تا ۴۵)

۶۱. گزینه ۴ صحیح است.

$$F - f_k = ma \Rightarrow a = \frac{F - f_k}{m}$$

$$\Rightarrow \frac{a_2}{a_1} = \frac{\frac{2F - f_k}{m}}{\frac{F - f_k}{m}} = \frac{2F - f_k}{F - f_k} \Rightarrow \frac{a_2}{a_1} = \frac{F}{F - f_k} + \frac{F - f_k}{F - f_k}$$

$$\Rightarrow \frac{a_2}{a_1} = \frac{F}{F - f_k} + 1 \Rightarrow \frac{a_2}{a_1} > 2$$

می دانیم  $\frac{F}{F - f_k} > 1$  است، پس  $\frac{a_2}{a_1}$  از ۲ بیشتر است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۵۷ تا ۵۹)

۶۲. گزینه ۴ صحیح است.

هنگامی که گلوله تگرگ به تندی حدی می رسد، نیروی مقاومت هوا با وزن آن برابر است.

$$f_D = mg = 0.02v^2 \Rightarrow 9.8 \text{ m} = 0.02 \times 49$$

$$\Rightarrow m = \frac{9.8 \times 10^{-2}}{9.8} \text{ kg} = 10^{-2} \text{ kg} = 10 \text{ g}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۳۹)

۶۳. گزینه ۳ صحیح است.

$$x = 2t^2 \Rightarrow \frac{1}{2}a = 2 \Rightarrow a = 4 \frac{m}{s^2}$$

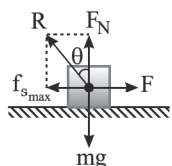
$$F - f_k = ma \Rightarrow 100 - \mu_k mg = ma$$

$$100 - \mu_k \times 80 = 8 \times 4 \Rightarrow 68 = 8\mu_k$$

$$\mu_k = \frac{68}{80} = 0.85$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۴۳)

۶۴. گزینه ۳ صحیح است.



هنگامی که جسم در آستانه لغزش است

نیروی اصطکاک برابر  $f_{smax} = \mu_s F_N$  است

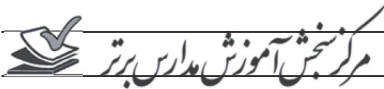
و مطابق شکل می توان نوشت:

$$f_{smax} = \mu_s F_N \Rightarrow \mu_s = \frac{f_{smax}}{F_N} = \tan \theta$$

$$\mu_s = \tan \theta \Rightarrow \frac{3}{4} = \tan \theta \Rightarrow \theta = 37^\circ$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۵۱)





۷۱. گزینه ۱ صحیح است.

$$F_N - mg = ma$$

$$F_N - 600 = 60 \times 2 \Rightarrow F_N = 720 \text{ N}$$

$$W_{F_N} = +F_N d = 720 \times 4 = 2880 \text{ J} = 2,88 \text{ kJ}$$

(فیزیک دهم، صفحه ۶۱)

۷۲. گزینه ۱ صحیح است.

$$E_A = E_B \Rightarrow mgh_A + \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$\Rightarrow 1 \cdot h_A = 1 \cdot 2 + \frac{1}{2} \times 4^2 = 28 \Rightarrow h_A = 2,8 \text{ m}$$

(فیزیک دهم، صفحه ۶۸)

۷۳. گزینه ۲ صحیح است.

$$W_t = W_{mg} + W_{f_k} + W_{F_N}$$

$$\Delta K = -mgh - f_k \times d$$

$$\frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = -(mg \sin 30^\circ + f_k) \times d$$

$$\frac{1}{2} \times 0,5 \times (0 - 100) = -(5 \times d \times \frac{1}{2} + 2,5 \times d)$$

$$-25 = -5d \Rightarrow d = 5 \text{ m}$$

(فیزیک دهم، صفحه ۶۹)

۷۴. گزینه ۲ صحیح است.

$$v = \frac{\Delta h}{\Delta t} \Rightarrow 1 = \frac{1}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 1 \text{ s}$$

یعنی در هر ثانیه بالابر یک متر بالا می‌رود.

$$\Delta K = W_{\text{کل}} = W_{\text{بالابر}} + W_{\text{وزن}} + W_{\text{اصطکاک}}$$

$$\Rightarrow 0 = W_{\text{بالابر}} - mg\Delta h + W_{\text{اصطکاک}} \Rightarrow 0 = P \times t - mg\Delta h + W_{\text{اصطکاک}}$$

$$\Rightarrow 0 = 20 \times 10^3 \times 1 - 1200 \times 10 \times 1 + W_{f_k}$$

$$\Rightarrow W_{f_k} = -8000 \text{ J} = -8 \text{ kJ}$$

مقدار کار نیروی اصطکاک همان انرژی تلف شده است.

(فیزیک دهم، صفحه ۷۴)

۷۵. گزینه ۳ صحیح است.

$$Ra = \frac{W_{\text{خروجی}}}{Pt} = \frac{W = mgh}{P \times 60} = \frac{300 \times 10 \times 10}{P \times 60} \Rightarrow \frac{A}{100} = \frac{500}{P}$$

$$\Rightarrow P = 625 \text{ W}$$

(فیزیک دهم، صفحه ۸۱)

### شیمی

۷۶. گزینه ۴ صحیح است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) اغلب سنگ‌های کلیه از رسوب کردن برخی نمک‌های کلسیم‌دار در

کلیه‌ها تشکیل می‌شوند.

(۲) مواد نامحلول به دسته‌ای از مواد گفته می‌شود که انحلال‌پذیری آن‌ها کمتر از ۰,۱ گرم در ۱۰۰ گرم آب است.

(۳) کلسیم فسفات ترکیبی نامحلول در آب بوده و با سدیم سولفات واکنش نمی‌دهد.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۰ و ۱۰۱)

۶۵. گزینه ۳ صحیح است.

گام اول: از قانون دوم نیوتون شتاب جسم را حساب می‌کنیم:

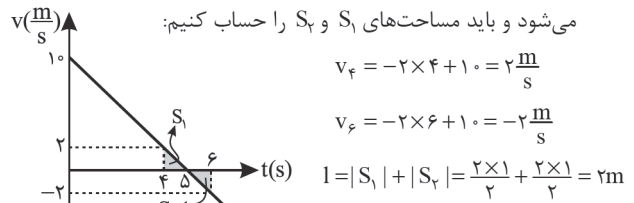
$$-F = ma \Rightarrow 4 = -2a \Rightarrow a = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

گام دوم: نمودار سرعت - زمان را رسم می‌کنیم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -2t + 10 \quad \text{و} \quad v = 0 \Rightarrow t = 5 \text{ s}$$

گام سوم: دو ثابته سوم مربوط به بازه زمانی  $t_1 = 4 \text{ s}$  تا  $t_2 = 6 \text{ s}$

می‌شود و باید مساحت‌های  $S_1$  و  $S_2$  را حساب کنیم:



$$v_4 = -2 \times 4 + 10 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_6 = -2 \times 6 + 10 = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$I = |S_1| + |S_2| = \frac{2 \times 4}{2} + \frac{2 \times 1}{2} = 3 \text{ m}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۵۲)

۶۶. گزینه ۲ صحیح است.

از رابطه  $K = \frac{1}{2}mv^2$  داریم:

$$\frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \quad v_2 = 1,2v_1 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = 1,44 \Rightarrow \frac{\Delta K}{K_1} \times 100 = 44\%$$

(فیزیک دهم، صفحه ۵۴)

۶۷. گزینه ۴ صحیح است.

از قضیه کار و انرژی جنبشی استفاده می‌کنیم:

$$W_{mg} + W_{f_d} = K_2 - K_1 \Rightarrow mgh + W_{f_d} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Rightarrow 0,5 \times 10 \times 15 + W_{f_d} = \frac{1}{2} \times 0,5 \times (256 - 100) \Rightarrow 7,5 + W_{f_d} = 39$$

$$\Rightarrow W_{f_d} = -36 \text{ J}$$

(فیزیک دهم، صفحه ۷۶)

۶۸. گزینه ۱ صحیح است.

از قضیه کار و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_{mg} + W_{\text{شخص}} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$\Rightarrow -0,2 \times 10 \times 2 + W_{\text{شخص}} = \frac{1}{2} \times 0,2 \times 5^2 \Rightarrow W_{\text{شخص}} = 6,5 \text{ J}$$

(فیزیک دهم، صفحه ۶۳)

۶۹. گزینه ۴ صحیح است.

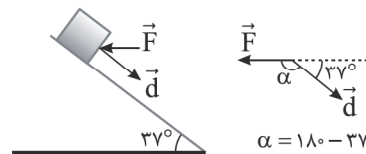
فقط نیروی وزن کار انجام می‌دهد و کار نیروی وزن برای همه مسیرها یکسان است. پس تندی گلوله در هر سه حالت یکسان است.

(فیزیک دهم، صفحه ۷۴)

۷۰. گزینه ۴ صحیح است.

چون تندی ثابت و برابر  $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  است، در مدت ۲s جابه‌جایی روی سطح

شیب‌دار ۴m است.



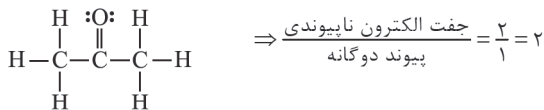
$$W_F = Fd \cos \alpha = F(d) \cos(180^\circ - 37^\circ) = -Fd \cos(37^\circ)$$

$$W_F = 12 \times 4 \times 0,8 = -38,4 \text{ J}$$

(فیزیک دهم، صفحه ۵۶)


**پایه دوازدهم . آزمون ۵ . پاسفنامه ریاضی فیزیک**

۲) ساختار لوویس استون به صورت زیر است:



۳) اتانول و استون به دلیل داشتن اتم اکسیژن هیدروکربن نیستند.

۴) اتانول به دلیل برقراری پیوند هیدروژنی، نقطه جوش بالاتری از استون دارد.

(شیمی دهم، صفحه ۱۰۷)

**۸۳. گزینه ۳ صحیح است.**

بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) در ساختار یخ، مولکول‌های آب در جاهای به نسبت ثابتی قرار دارند و هر اتم اکسیژن با دو پیوند اشتراکی به دو اتم هیدروژن در یک مولکول و با دو پیوند هیدروژنی به دو اتم هیدروژن از دو مولکول دیگر متصل است.

۲) در ساختار یخ، اتم‌های اکسیژن در رأس حلقه‌های شش‌ضلعی قرار دارند و شبکه‌ای سه‌بعدی و منظم را به وجود می‌آورند.

۴) در حالت مایع بین مولکول‌های آب پیوند هیدروژنی کمتری نسبت به یخ وجود دارد و مولکول‌های آن روی هم می‌لغزند و جابه‌جا می‌شوند.

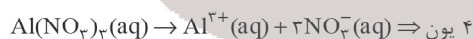
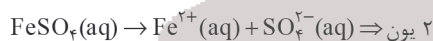
(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۸ و ۱۰۹)

**۸۴. گزینه ۴ صحیح است.**

عبارت‌های (ب)، (پ) و (ث) نادرست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(ب) انحلال آهن (II) سولفات و آلومینیم نیترات در آب به صورت زیر است:



(پ) در هنگام آب‌پوشی یون‌های کلرید در آب، مولکول‌های آب از سمت اتم هیدروژن در اطراف یون کلرید جهت‌گیری می‌کنند.



(ث) بیش از نیمی از آب تشکیل‌دهنده بدن انسان درون یاخته‌ها وجود دارد.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۳)

**۸۵. گزینه ۲ صحیح است.**

موارد دوم و پنجم درست است.

بررسی موارد نادرست:

مورد اول: با عبور آب از صافی کربن تنها میکروب‌ها حذف نمی‌شوند و فلزات سمی حذف می‌شود.

مورد سوم: خیار در آب شور چروکیده می‌شود (نه متورم). همچنین دیواره سلولی نقش غشای نیمه‌تراوا را ایفا می‌کند.

مورد چهارم: نیاز بدن به یون  $\text{K}^+$  دو برابر یون  $\text{Na}^+$  است و از آنجا که بیشتر مواد غذایی حاوی یون  $\text{K}^+$  است، نیاز به آن به ندرت احساس می‌شود.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۱۹)

**۷۷. گزینه ۳ صحیح است.**

فقط عبارت (ب) نادرست است.

بررسی عبارت نادرست:

(ب) میله شیشه‌ای مالش داده شده به موی خشک، دارای بار الکتریکی منفی بوده و باریکه آب را از راستای طبیعی خود منحرف می‌کند.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۵)

**۷۸. گزینه ۱ صحیح است.**

بررسی گزینه‌های نادرست:

۲) بیشترین برهم‌کنش‌ها میان مولکول‌های یک ماده در حالت فیزیکی جامد وجود دارد.

۳) در دمای  $25^\circ\text{C}$  و فشار  $1 \text{ atm}$ ،  $\text{I}_2$  جامد اما  $\text{Br}_2$  مایع است.

۴) در مواد ناقطبی، بین دمای جوش و جرم مولی رابطه مستقیم وجود دارد.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۴ و ۱۰۵)

**۷۹. گزینه ۲ صحیح است.**

بررسی گزینه نادرست:

۲) میزان قطبیت مولکول‌های آب نزدیک به دو برابر مولکول‌های هیدروژن سولفید است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۶ و ۱۰۷)

**۸۰. گزینه ۳ صحیح است.**

ابتدا انحلال پذیری نمک در دمای  $25^\circ\text{C}$  را محاسبه می‌کنیم. درصد جرمی محلول سیرشده در این دما،  $20\%$  است. یعنی در هر  $80$  گرم آب  $(20 - 100) = 20$  گرم نمک حل شده است. پس داریم:

$$S_p = \frac{20}{80} \times 100 = 25$$

حال با توجه به مقدار رسوب تشکیل شده و آب موجود در محلول می‌توان نوشت:

$$20 \text{ g رسوب} \times \frac{100 \text{ g آب}}{(S_p - 25) \text{ g رسوب}} = 60 \text{ g آب} \Rightarrow S_p = 75$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

**۸۱. گزینه ۱ صحیح است.**

تنها مقایسه اول درست است. بین مولکول‌های  $\text{NH}_3$  پیوند هیدروژنی برقرار شده و نقطه جوش بالاتری دارد.

مقایسه درست موارد داده شده به صورت زیر است:

مورد دوم: قدرت نیروهای بین مولکولی:  $\text{HF} > \text{HBr} > \text{HCl}$

مورد سوم: گشتاور دوقطبی:  $\text{I}_2 = \text{Br}_2 = \text{F}_2 = 0$

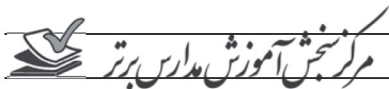
مورد چهارم: اختلاف نقطه جوش با آب:  $\text{H}_2\text{S} > \text{NH}_3 > \text{HF}$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۰۷)

**۸۲. گزینه ۲ صحیح است.**

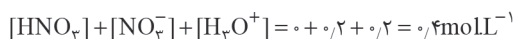
بررسی گزینه‌ها:

۱) اتانول ( $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ ) نوعی سوخت سبز بوده و نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به کربن در آن برابر ۳ است.



## ۹۰. گزینه ۳ صحیح است.

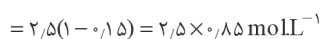
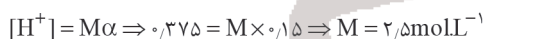
موارد اول، دوم و پنجم نادرست‌اند. بررسی موارد نادرست:  
مورد اول: به اسیدی که هر مولکول آن در آب تنها می‌تواند یک یون هیدرونیوم تولید کند، اسید تک پروتون‌دار می‌گویند.  
مورد دوم: به فرایندی که در آن یک ترکیب مولکولی (نه یونی) در آب به یون‌های مثبت و منفی تبدیل شود، یونش می‌گویند.  
مورد پنجم: در محلول ۰/۲ مولار نیتریک اسید مولکول‌های یونیده نشده وجود ندارد. بنابراین  $[HNO_3] = 0$  است. از طرفی غلظت یون‌های هیدرونیوم و نیترات برابر ۰/۲ مول بر لیتر است:



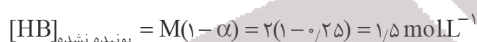
(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

## ۹۱. گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا غلظت مولی اسید حل شده را تعیین و سپس غلظت اسید یونیده نشده را محاسبه می‌کنیم:  
برای اسید HA می‌توان نوشت:



برای اسید HB می‌توان نوشت:



در نهایت می‌توان نوشت:

$$\frac{\text{مول HA یونیده نشده}}{\text{مول HB یونیده نشده}} = \frac{2,5 \times 0,85 \times 0,2}{1,5 \times 0,3} \approx 0,94$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

## ۹۲. گزینه ۳ صحیح است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) سرعت مصرف واکنش‌دهنده‌ها و تولید فراورده‌ها در یک سامانه تعادلی متناسب با ضریب استوکیومتری آن‌ها است. بدیهی است فقط هنگامی که تمامی ضرایب برابر یک باشد، سرعت مصرف و تولید تمامی مواد در تعادل با هم برابر است.  
(۲) در سامانه تعادلی، سرعت واکنش رفت و برگشت با هم برابر است. در نتیجه غلظت مواد پس از برقراری تعادل ثابت می‌ماند.  
(۴) HI اسید قوی بوده و محلول آن مثالی از سامانه تعادلی نیست.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

## ۹۳. گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به جدول صفحه ۲۳ کتاب درسی، قدرت اسیدی استیک اسید از فورمیک اسید و نیترواسید کمتر است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳)

## ۸۶. گزینه ۱ صحیح است.

در زندگی روزمره افزون بر شوینده‌ها و پاک‌کننده‌ها، مواد شیمیایی گوناگونی مصرف می‌شود که در اغلب آن‌ها اسیدها و بازها نقش مهمی دارند.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۳ و ۱۴ و ۱۸)

## ۸۷. گزینه ۲ صحیح است.

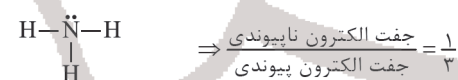
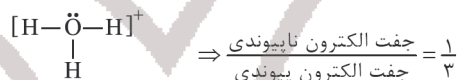
عبارت‌های (آ) و (ت) درست‌اند.  
بررسی عبارت‌های نادرست:  
(ب) شیمی‌دان‌ها پیش از شناخته شدن ساختار اسیدها و بازها، افزون بر ویژگی‌های اسیدها و بازها با برخی واکنش‌های آن‌ها نیز آشنا بودند.  
(پ) سوانت آرنیوس نخستین کسی بود که اسیدها و بازها را بر مبنای علمی توصیف کرد. اما پیش از او اسیدها و بازها کشف شده بودند.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

## ۸۸. گزینه ۱ صحیح است.

بررسی گزینه‌ها:

(۱) ساختار لوویس هیدرونیوم و آمونیاک به صورت زیر است:



(۲) در محلول‌های بازی نیز یون هیدرونیوم وجود دارد، اما غلظت آن از یون هیدروکسید کمتر است.

(۳) HCl(g) نیز همانند HCl(aq) یک اسید آرنیوس است. زیرا می‌تواند در اثر انحلال در آب غلظت یون هیدرونیوم را افزایش دهد.

(۴) خاصیت اسیدی در محلول اسیدها، به یون هیدرونیوم نسبت داده می‌شود.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

## ۸۹. گزینه ۲ صحیح است.

موارد اول و چهارم درست است.

بررسی موارد:

مورد اول: ترکیب‌های هیدروژن‌دار گروه ۱۷ جدول دوره‌ای، یا اسید قوی (HCl, HBr و HI) یا اسید ضعیف (HF) به‌شمار می‌روند. بنابراین جزء مواد الکترولیت بوده و لامپ در محلول یک مولار آن‌ها به صورت پرنور یا کم‌نور ظاهر می‌شود.

مورد دوم: استون یک ماده غیرالکترولیت بوده و لامپ در مدار الکتریکی خاموش باقی می‌ماند.

مورد سوم: اسیدها و بازهای ضعیف در آب یون تولید می‌کنند بنابراین لامپ به صورت روشن و کم‌نور ظاهر می‌شود.

مورد چهارم: اتانول همانند ترکیب A، یک غیرالکترولیت به‌شمار می‌رود.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)



۹۴. گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا غلظت یون هیدرونیوم در محلول اسید HY را تعیین می‌کنیم:

$$K_a = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha} = \frac{M\alpha}{1-\alpha} = \frac{[H^+]\alpha}{1-\alpha} \Rightarrow 0.4 = \frac{[H^+] \times 0.1}{1-0.1}$$

$$\Rightarrow [H^+] = 0.36 \text{ mol L}^{-1}$$

غلظت یون هیدرونیوم در محلول اسید HX برابر ۰/۱۸ مول بر لیتر است. حال می‌توان غلظت HX را محاسبه کرد:

$$K_a = \frac{[H^+]^2}{M - [H^+]} \Rightarrow 0.6 = \frac{(0.18)^2}{M - 0.18} \Rightarrow M = 0.172 \text{ mol L}^{-1}$$

جرم اسید حل شده برابر است با:

$$2 \text{ L محلول} \times \frac{0.172 \text{ mol HX}}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{15 \text{ g HX}}{1 \text{ mol HX}} = 2.16 \text{ g HX}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳)

۹۵. گزینه ۴ صحیح است.

همه موارد درست‌اند. بررسی موارد:

مورد اول:  $K_a$  هیدروسیانیک اسید کوچک‌تر از  $K_a$  کربنیک اسید است. بنابراین در دما و غلظت یکسان، سرعت واکنش HCN با فلز منیزیم کمتر از  $H_2CO_3$  است.

مورد دوم: مطابق شکل صفحه ۱۴ کتاب درسی درست است.

مورد سوم: واکنش انجام شده به صورت زیر است:



سولفوریک اسید، یک اسید دوپروتون‌دار قوی است و در باران اسیدی نیز وجود دارد.

مورد چهارم: با افزایش شعاع هالوژن‌ها (و کاهش خصلت نافلزی) قدرت اسیدی ترکیب هیدروژن‌دار آن افزایش می‌یابد.

قدرت نافلزی:  $F > Cl > Br > I$

قدرت اسیدی:  $HF < HCl < HBr < HI$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۴ و ۲۰ تا ۲۴)