

گزینه ۱

۱

باتوجه به اینکه شخص صندوق را به سمت غرب هُل می‌دهد؛ شخص، نیرویی به سمت شرق به زمین وارد می‌کند؛ پس نیروی اصطکاک وارد بر شخص به سمت غرب خواهد بود.  
از طرفی صندوق به سمت غرب حرکت می‌کند، بنابراین نیروی اصطکاک وارد بر صندوق به سمت شرق خواهد بود.

گزینه ۲

۲

گام اول

$$m = ۲\text{kg} \leftarrow ۲\text{kg}$$

$$v_2 = v_1 + \lambda \leftarrow \lambda \text{m/s}$$

$$K_2 = ۴K_1 \leftarrow ۴$$

گام دوم

۳

ابتدا با استفاده از نسبت  $\frac{K_2}{K_1} = ۴$  سرعت اولیه را حساب کرده و درنهاست طبق رابطه  $P = mv$ . تکانه جسم را قبل از

افزایش سرعت می‌یابیم:

$$\frac{K_2}{K_1} = ۴ \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}mv_2^2}{\frac{1}{2}mv_1^2} = ۴ \Rightarrow \left(\frac{v_1 + \lambda}{v_1}\right)^2 = ۴$$

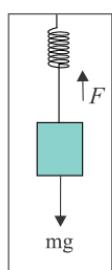
$$\Rightarrow \frac{v_1 + \lambda}{v_1} = ۲ \Rightarrow v_1 = \lambda \text{m/s}$$

$$p_1 = mv_1 = ۲ \times \lambda = ۱۶ \text{ kg.m/s}$$

گزینه ۲

۳

به وزنه متصل به نیروسنگ، دو نیروی وزن و نیروی نیروسنگ وارد می‌شود. حال در حرکت رو به بالا و رو به پایین قانون دوم نیوتون را می‌نویسیم:



$$\begin{cases} F_1 - mg = ma & : \text{حرکت رو به بالا} \\ mg - F_2 = ma & : \text{حرکت رو به پایین} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_1 = m(a + g) & (1) \\ F_2 = m(g - a) & (2) \end{cases}$$

رابطه (۲) را به (۱) تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{m(g - a)}{m(g + a)} = \frac{g - a}{g + a} = \frac{۱۰ - ۲}{۱۰ + ۲} = \frac{\lambda}{۱۲} = \frac{۲}{۳}$$

گزینه ۳

۳

در حالت اول عددی که ترازو نشان می‌دهد از رابطه  $F_{1N} = m(g + a)$  به دست می‌آید و در حالت دوم عددی که ترازو نشان می‌دهد از رابطه  $F_{2N} = m(g - 2a)$  محاسبه می‌شود پس داریم:

$$F_{1N} - F_{2N} = mg + ma - mg + 2ma \Rightarrow 2a = 2g = 2 \times 10 \times a \Rightarrow a = \frac{2g}{2} = 10 \text{ m/s}^2$$

گزینه ۱

۴

گام اول

الف) گلوله‌ای به جرم  $m = 0.2 \text{ kg}$ ب) زمان تأثیر نیرو برابر با  $t = 0.1 \text{ s}$ 

ج) بزرگی نیرو چند نیوتن است؟

گام دوم

۵

با توجه به رابطه  $\vec{F}_{\text{net}} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$ , ابتدا تغییرات تکانه را به دست می‌آوریم و درنهایت بزرگی نیرو را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} \Delta \vec{p} = m \Delta \vec{v} \\ \vec{v}_1 = 10\vec{i} - \lambda \vec{j} \Rightarrow \Delta \vec{p} = 0.2 \times (5\vec{i} - 5\vec{j} - 10\vec{i} + \lambda \vec{j}) = -0.2\lambda \vec{i} + 0.2(5-\lambda) \vec{j} \\ \vec{v}_2 = 5\vec{i} - \lambda \vec{j} \end{cases}$$

$$\vec{F}_{\text{net}} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F}_{\text{net}} = \frac{-0.2\lambda \vec{i} + 0.2(5-\lambda) \vec{j}}{0.1} = -2\lambda \vec{i} + 2(5-\lambda) \vec{j} \Rightarrow |\vec{F}_{\text{net}}| = \sqrt{(-2\lambda)^2 + (2(5-\lambda))^2} = 10 \text{ N}$$

گزینه ۴

۶

گام اول

الف) جسمی به جرم  $m = 0.5 \text{ kg}$ ب) اگر سرعت جسم در مبدأ زمان  $t = 0$ ج) سرعت آن در لحظه  $t = 2 \text{ s}$  چند متر بر ثانیه است؟

گام دوم

۷

با استفاده از رابطه‌های  $\Delta \vec{p} = m \Delta \vec{v}$  و  $\vec{F}_{\text{net}} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$ , سرعت در لحظه  $t = 2 \text{ s}$  را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} \vec{F} \Delta t = \Delta \vec{p} \\ \Delta \vec{p} = m \Delta \vec{v} \end{cases} \Rightarrow \vec{F} \Delta t = m \Delta \vec{v}$$

$$\begin{cases} \vec{F} \Delta t = m \Delta \vec{v} \\ \vec{F} = \vec{i} - \frac{1}{2}\vec{j} \Rightarrow \left(\vec{i} - \frac{1}{2}\vec{j}\right) \times 2 = \frac{1}{2} \times (\vec{v}_2 - 2\vec{i} - \vec{j}) \Rightarrow \vec{v}_2 = 5\vec{i} - \vec{j} \\ \Delta t = t_2 - t_1 = 2 \text{ s} \end{cases}$$

$$\Rightarrow |\vec{v}_2| = \sqrt{(5)^2 + (-1)^2} = \sqrt{26} \text{ m/s}$$

گزینه ۴

۴

گام اول

الف) فقط دو نیروی  $\vec{F}_1 = 2\vec{i} - 6\vec{j}$  و  $\vec{F}_2 = \vec{i} + 3\vec{j}$  بر ذرهای وارد می‌شوند  $\leftarrow$

ب) این ذره با سرعت ثابت  $\vec{a} = \vec{0}$   $\leftarrow$  حرکت می‌کند.

ج) در این حالت نیروی  $\vec{F}_2$  کدام است؟  $\leftarrow$

گام دوم

چون شتاب حرکت صفر است بنابر طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$\begin{cases} \sum \mathbf{F} = m\mathbf{a} \\ \mathbf{a} = \mathbf{0} \end{cases} \Rightarrow \sum \mathbf{F} = m \times \mathbf{0} = \mathbf{0}$$

بنابراین کافی است برآیند دو نیروی وارد بر جسم صفر شود:

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0} \Rightarrow 2\vec{i} - 6\vec{j} + \vec{i} + 3\vec{j} = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_2 = -2\vec{i} + 6\vec{j}$$

گزینه ۱

۱

گام اول

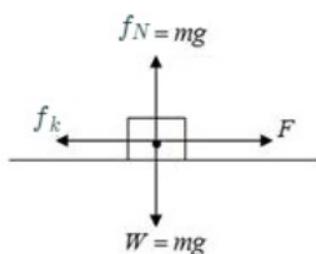
الف) جسمی به جرم  $m = 6\text{kg}$   $\leftarrow$   $6\text{kg}$

ب) اگر به جسم نیروی افقی  $24\text{N}$  وارد کنیم، شتاب حرکت  $3\text{m/s}^2$  می‌شود  $\leftarrow$

ج) ضریب اصطکاک لغزشی بین سطح و جسم کدام است؟  $\leftarrow$

گام دوم

باتوجه به نیروهای وارد بر جسم و استفاده از قانون دوم نیوتون، نیروی عمودی تکیه‌گاه و ضریب اصطکاک را به دست می‌آوریم:



مؤلفه  $y$  برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر است، بنابراین:

$$\sum F_y = \vec{0} \Rightarrow f_N - mg = \vec{0} \Rightarrow f_N = mg$$

با به کارگیری قانون دوم نیوتون در راستای  $x$  داریم:

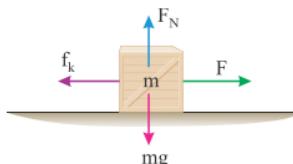
$$\begin{cases} \sum F_x = ma \Rightarrow F - f_k = ma \\ f_k = \mu_k f_N \\ f_N = mg \end{cases} \Rightarrow F - \mu_k mg = ma \Rightarrow 24 - \mu_k \times 6 \times 10 = 6 \times 3 \Rightarrow \mu_k = 0.1$$

۴

گام اول: شتاب جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow \omega = Fa \Rightarrow a = \frac{\omega}{F} m/s^2$$

گام دوم: نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده و از قانون دوم نیوتون  $f_k$  را به دست می‌آوریم:



$$F - f_k = ma \Rightarrow 177 - f_k = 36 \times \frac{\omega}{F} \Rightarrow f_k = 150 N$$

گام سوم: حال نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند یعنی برآیند نیروهای اصطکاک و عمودی سطح را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} R &= \sqrt{f_k^2 + F_N^2} \\ F_N &= mg = 360 N \end{aligned} \quad \left\{ \Rightarrow R = \sqrt{(150)^2 + (360)^2} = 390 N \right.$$

راه حل اول:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{\omega}{\Delta t} m/s^2$$

$$x = \frac{1}{2} a t^2 + x_0 \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow \begin{cases} \Delta x_1 = \frac{1}{2} \times \frac{\omega}{\Delta t} \times (1)^2 = \omega / 2 \\ \Delta x_2 = \frac{1}{2} \times \frac{\omega}{\Delta t} \times (2)^2 = \omega / 8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta x = \Delta x_2 - \Delta x_1 = \omega / 8 - \omega / 2 = \omega / 6$$

جابه جایی همواره در جهت نیروی برآیند است:

$$W = F d \cos \theta = 2 \times \omega / 6 = 1/2 J$$

راه حل دوم:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{\omega}{\Delta t} m/s^2$$

از فرمول زیر می‌توانیم برای محاسبه جابه جایی استفاده کنیم:

$$x = \frac{1}{2} a (\Delta t n - 1) + v_0 : \text{جابه جایی ثانیه} n^{\text{ام}}$$

جابه جایی همواره در جهت نیروی برآیند است:

$$W = F d \cancel{\cos \theta} = 2 \times \frac{\omega}{\Delta t} = 1/2 J$$

گزینه ۳

۱۱

$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{P_2 - P_1}{t_2 - t_1}$$

$$t_1 = ۳s \Rightarrow P_1 = ۱۵(۳)^۲ + ۵ \times ۳ = ۱۵۰ \text{ kgm/s}$$

$$t_2 = ۶s \Rightarrow P_2 = ۱۵(۶)^۲ + ۵ \times ۶ = ۵۷۰ \text{ kgm/s}$$

$$F_{av} = \frac{۵۷۰ - ۱۵۰}{۶ - ۳} = ۱۴۰ \text{ N}$$

گزینه ۲

۱۲

گام اول

الف) جسمی به جرم  $۰/۵ \text{ kg} \leftarrow ۰/۵ \text{ kg}$ ب) نیروی متوسط وارد بر جسم در بازه  $t_2 = ۷s$  تا  $t_1 = ۵s$  چند نیوتن است؟

گام دوم

تکانه را در لحظات  $t_1$  و  $t_2$  محاسبه کرده و در رابطه  $\vec{F}_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$  جایگذاری می‌کنیم:

$$p = t^2 - ۱۰t + ۲۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 = ۵s : p_1 = (۵)^2 - ۱۰(۵) + ۲۰ = -۱۵ \text{ kg.m/s} \\ t_2 = ۷s : p_2 = (۷)^2 - ۱۰(۷) + ۲۰ = -۱ \text{ kg.m/s} \end{cases}$$

$$\vec{F}_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p_2 - p_1}{t_2 - t_1} = \frac{(-۱) - (-۱۵)}{۷ - ۵} = ۷ \text{ N}$$

گزینه ۳

۱۳

گام اول: ابتدا با استفاده از نیروی وزن، جرم توپ را به دست می‌آوریم:

$$W = F/\lambda \Rightarrow mg = F/\lambda \Rightarrow m \times ۱۰ = F/\lambda \Rightarrow m = ۰/۴۸ \text{ kg}$$

گام دوم: دو نیروی  $f_D$  و  $W$  در نقطه اوج بر هم عمودند و برآیند آنها در این نقطه برابر است با:

$$F_{net} = \sqrt{f_D^2 + W^2} = \sqrt{f_D^2 + ۴/۳^2}$$

گام سوم: برآیند نیروها را طبق قانون دوم نیوتون برابر با  $ma$  قرار می‌دهیم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow \sqrt{f_D^2 + ۴/۳^2} = ۰/۴۸ \times \frac{۵\omega}{\xi} \Rightarrow \sqrt{f_D^2 + ۴/۳^2} = ۵/۲$$

$$f_D^2 = ۵/۲^2 - ۴/۳^2 = (۵/۲ - ۴/۳)(۵/۲ + ۴/۳) = ۰/۴ \times ۱۰ = ۴ \text{ N}$$

$$\Rightarrow f_D = ۲ \text{ N}$$

گزینه ۲

چون وزنه متصل به فنر با شتاب ثابت  $a$  حرکت می‌کند، می‌توان گفت که نیروی کشسانی فنر برابر با نیروی برآیند وارد بر وزنه است:

$$F_e = F \Rightarrow kx = ma \Rightarrow k \times (140 - 136) = 2 \times 2 \Rightarrow k = 1 \text{ N/cm}$$

گزینه ۳

هنگامی که بار اول نخ را به آرامی پایین می‌کشیم و به تدریج نیرو را افزایش می‌دهیم، نیروی وزن وزنه در راستای پایین به ما کمک می‌کند و درنهایت نخ از بالای وزنه پاره می‌شود؛ اما در بار دوم وقتی به صورت ضربه‌ای و در یک لحظه نخ را به پایین می‌کشیم، با توجه به قانون لختی، وزنه با تغییر ناگهانی سرعت مخالفت می‌کند و نیروی لحظه‌ای باعث می‌شود نخ از پایین وزنه پاره شود.

گزینه ۱

طبق قانون اول نیوتون اگر به جسمی به طور همزمان چند نیرو اثر کند و این نیروها اثر یکدیگر را ختنی کنند، به عبارت دیگر برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر شود، می‌گوییم نیروهای وارد بر جسم متوازن هستند.

گزینه ۲

گام اول

$$m = 400 \text{ g} = 0.4 \text{ kg} \leftarrow$$

$$v_{(t=2)}? \rightarrow \text{ب) در لحظه } t = 2\text{s اندازه سرعت جسم چند متر بر ثانیه است؟} \leftarrow$$

گام دوم

با توجه به رابطه  $\vec{p} = m\vec{v}$ ، ابتدا در لحظه  $t = 2\text{s}$  بردار سرعت و سپس اندازه آن را محاسبه می‌کنیم:

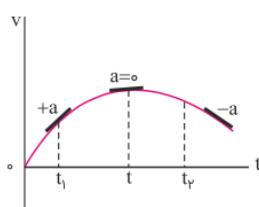
$$\vec{p} = 6\vec{i} + 4\vec{t}^2\vec{j} \xrightarrow{t=2\text{s}} \vec{p} = 12\vec{i} + 16\vec{j} \xrightarrow{\vec{p}=m\vec{v}} 12\vec{i} + 16\vec{j} = 0.4 \times \vec{v}$$

$$\Rightarrow \vec{v} = 30\vec{i} + 40\vec{j} \Rightarrow |\vec{v}| = \sqrt{(30)^2 + (40)^2} = 50 \text{ m/s}$$

گزینه ۴

شیب خط مماس بر نمودار  $v - t$  برابر با شتاب حرکت است و تغییرات نیروی خالص تابع تغییرات شتاب متحرک است.  
 $(F = ma)$

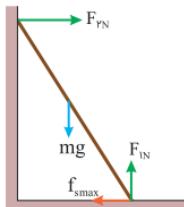
از  $t_1$  تا  $t$  اندازه شتاب در حال کاهش و از  $t$  تا  $t_2$  اندازه شتاب در حال افزایش است.



گزینه ۱

۱۹

نردهان در حال تعادل است بنابراین برآیند نیروهایی که در هر راستا بر نردهان وارد می‌شود، صفر است، پس داریم:



$$F_{IN} - mg = 0 \Rightarrow F_{IN} = 160\text{ N}$$

نیرویی که از طرف نردهان به سطح افقی وارد می‌شود هماندازه نیرویی است که سطح افقی به نردهان وارد می‌کند. این نیرو برآیند نیروهای  $F_{IN}$  و  $f_{s\ max}$  است:

$$R = \sqrt{F_{IN}^2 + f_{s\ max}^2} \Rightarrow (200)^2 = (160)^2 + f_{s\ max}^2 \Rightarrow f_{s\ max} = 120\text{ N}$$

حالا از رابطه  $f_{s\ max} = F_{IN} \mu_s$  ضریب اصطکاک ایستایی را به دست می‌آوریم:

$$f_{s\ max} = F_{IN} \mu_s \Rightarrow 120 = 160 \times \mu_s \Rightarrow \mu_s = \frac{120}{160} = \frac{3}{4}$$

گزینه ۱

۲۰

گام اول

الف) جسمی به جرم ۵۰ گرم  $\leftarrow m = 50\text{ g} = 0.05\text{ kg}$

ب) از ارتفاع ۶۰ متری رها می‌شود  $\leftarrow h = 60\text{ m}$ ,  $v_0 = 0$

ج) در لحظه‌ای، سرعت آن به ۱۴m/s  $\leftarrow t_1 : v_1 = 14\text{ m/s}$

د) یک ثانیه پس از آن، سرعت جسم به ۲۳m/s  $\leftarrow t_2 = t_1 + 1 : v_2 = 23\text{ m/s}$

ه) تغییر تکانه جسم در این یک ثانیه چند کیلوگرم متر بر ثانیه است؟  $\leftarrow \Delta p = ?\text{ kg.m/s}$

گام دوم

با استفاده از رابطه  $\Delta p = m\Delta v$ ، تغییر تکانه را در این بازه به دست می‌آوریم:

$$\Delta p = m\Delta v = \frac{0.05}{100} (23 - 14) = \frac{9}{100} \text{ kg.m/s}$$

گزینه ۳

۲۱

گام اول

الف) جسم ۲ کیلوگرمی  $\leftarrow m = 2\text{ kg}$

ب) تغییر سرعت جسم بعد از ۲ ثانیه چند متر بر ثانیه خواهد شد؟  $\leftarrow \Delta t = 2\text{ s}$ ,  $\Delta v = ?\text{ m/s}$

گام دوم

هم‌زمان چهار نیرو به جسم وارد می‌شود، با توجه به اینکه جسم در حالت تعادل قرار دارد ( $\sum F = 0$ ) با حذف نیروی ۱۵ نیوتونی، اندازه بردار برآیند بقیه نیروها برابر ۱۵ نیوتون است. بنابراین با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$\begin{cases} F = ma \\ a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \\ \sum F = 15N \end{cases} \Rightarrow F = m \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow 15 = 2 \times \frac{\Delta v}{\Delta t} = 15m/s$$

گزینه ۱

۲۲

گام اول: نیروی افقی  $F$  را به دست می‌آوریم:

$$\left. \begin{array}{l} F - f_k = Ma \\ F_N = Mg = 1600 N \end{array} \right\} \Rightarrow F - 1600 \times 0/2 = 160 \times \frac{1}{\mu} \Rightarrow F = 360 N$$

گام دوم: در حالتی که  $m$  کیلوگرم از محتویات صندوق کم کرده‌ایم، نیروی عمودی تکیه‌گاه را محاسبه می‌کنیم:

$$F'_N = (160 - m)g$$

گام سوم: با همان اندازه  $N = 360 N$ ، شتاب دو برابر شده است:

$$\begin{aligned} F - f'_k &= (160 - m)a \Rightarrow 360 - (160 - m)g \times \underbrace{\mu_k}_{2} = (160 - m)0/5 \\ &\Rightarrow 360 - 320 + 2m = 80 - 0/5m \Rightarrow 40 = 2/5m \Rightarrow m = 16 kg \end{aligned}$$

گزینه ۲

۲۳

در لحظه باز شدن چتر،  $f_D$  (نیروی مقاومت هوا) دارای اندازه بزرگی است. با توجه به اینکه جهت بردار سرعت در این لحظه به سمت پایین است و برآیند دو نیروی  $\vec{f}_D$  و وزن به سمت بالا است، حرکت چتر باز کندشونده می‌شود پس تندی چتر باز کاهش می‌یابد. با کاهش تندی، اندازه  $f_D$  و درنتیجه برآیند دو نیروی  $f_D$  و  $mg$  نیز کم می‌شود. پس طبق رابطه  $F_{net} = ma$ ، با کم شدن اندازه  $a$ ، اندازه  $F_{net}$  نیز کم می‌شود.

گزینه ۲

۲۴

برای محاسبه تغییرات تکانه برحسب نیروی متوسط داریم:

$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow \Delta P = (100 - 60) \times 1 \Rightarrow \Delta P = 40 kgm/s$$

۸

گزینه ۲

۲۵

$$\left. \begin{array}{l} m(g - a) = k\Delta L \\ \Rightarrow ۵(۱۰ - ۲) = ۲۰۰(L_1 - L_0) \\ \text{کند شونده رو به پایین}(a) \text{ رو به بالا است} \\ m(g + a) = k\Delta L \Rightarrow ۵(۱۰ + ۱) = ۲۰۰(L_2 - L_0) \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} L_1 - L_0 = ۰/۲ \Rightarrow L_1 = ۰/۲ + L_0 \\ L_2 - L_0 = ۰/۲۷۵ \Rightarrow L_2 = ۰/۲۷۵ + L_0 \end{array} \right\} \Rightarrow L_2 - L_1 = ۰/۰۷۵ \text{ m} = ۷/۵ \text{ cm}$$

گزینه ۱

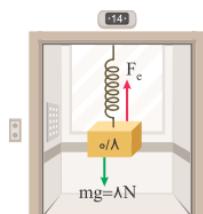
۲۶

$$\begin{aligned} F - f_k &= ma \xrightarrow{v=\text{ثابت} \Rightarrow a=۰} k\Delta x - f_k = ۰ \\ \Rightarrow ۲۰۰ \times \frac{\omega}{۱۰۰} &= \mu_k \cdot F_N \xrightarrow{F_N=mg=۵} ۱۰ = \mu_k \times ۵ \Rightarrow \mu_k = ۰/۲ \end{aligned}$$

گزینه ۴

۲۷

گام اول: نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم.



گام دوم: قانون دوم نیوتون را برای جسم می‌نویسیم. چون جهت حرکت رو به بالا و حرکت آسانسور کندشونده است، شتاب به سمت پایین است، برآیند نیروها نیز به سمت پایین است. پس:

$$\begin{aligned} F_{net} &= ma \Rightarrow mg - F_e = ma \Rightarrow mg - kx = ma \\ \Rightarrow ۵ - ۲x &= ۰/۲ \times ۲ \Rightarrow x = ۳/۲ \text{ cm} \end{aligned}$$

چون جهت نیروی فنر به سمت بالا است یعنی طول فنر از طول عادی آن بیشتر شده است. پس طول فنر به  $۳/۲ + ۳/۲ = ۳ \text{ cm}$  می‌رسد.

گزینه ۳

۲۸

سطح زیر نمودار نیرو- زمان با تغییرات تکانه برابر است:

$$\Delta p = \frac{(۲۰ + ۵۰)}{۲} \times ۲۰ = ۷۰۰ \text{ N.s}$$

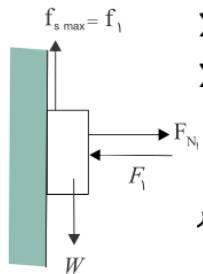
اکنون با توجه به رابطه محاسبه نیروی خالص داریم:

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{۷۰۰}{۵۰} = ۱۴ \text{ N}$$

حالت اول:

هنگامی که با نیروی افقی  $F_1$  در آستانه حرکت قرار می‌گیرد، جسم در حالت تعادل است و در هیچ راستایی، حرکت نداریم؛ پس داریم:

$$\begin{aligned} f_{s\max} &= f_1 \\ \Sigma F_x &= 0 \Rightarrow F_1 = F_{N_1} \\ \Sigma F_y &= 0 \Rightarrow f_{s\max} = W \Rightarrow f_1 = W \quad (\text{I}) \end{aligned}$$



حالت دوم:

هنگامی که با نیروی افقی  $F_2$  با سرعت ثابت به طرف پایین می‌لغزد، چون شتاب حرکت برابر صفر است، داریم:

$$\begin{aligned} \Sigma F_x &= 0 \Rightarrow F_2 = F_{N_2} \\ \Sigma F_y &= 0 \Rightarrow f_k = W \Rightarrow f_2 = W \quad (\text{II}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_k &= f_2 && \xrightarrow{(\text{I}), (\text{II})} f_1 = f_2 \\ f_1 = f_2 &\Rightarrow \mu_s F_{N_1} = \mu_k F_{N_2} && \xrightarrow{\frac{F_{N_1}=F_1}{F_{N_2}=F_2}} \mu_s F_1 = \mu_k F_2 \\ &\xrightarrow{\mu_s > \mu_k} F_1 < F_2 \end{aligned}$$

پس گزینه "۳" صحیح است.

باتوجه به قانون دوم نیوتون، بردار نیروی  $\vec{F}_3$  را به دست می‌آوریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum \vec{F} = m\vec{a} \\ \sum \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \\ \vec{F}_1 = -15\vec{i} + 10\vec{j} \\ \vec{F}_2 = -20\vec{i} + 19\vec{j} \\ m = 5\text{kg} \\ \vec{a} = -5\vec{i} + 3\vec{j} \end{array} \right. \Rightarrow -15\vec{i} + 10\vec{j} - 20\vec{i} + 19\vec{j} + \vec{F}_3 = 5 \times (-5\vec{i} + 3\vec{j}) \Rightarrow \vec{F}_3 = 15\vec{i} - 12\vec{j}$$

درنتیجه اندازه نیروی  $\vec{F}_3$  برابر است با:

$$|\vec{F}_3| = \sqrt{(15)^2 + (12)^2} = 19\text{N}$$

گزینه ۴

۳۱

ابتدا سرعت برخورد گلوله را حساب می‌کنیم:

$$v' = -\gamma g \Delta y \Rightarrow v' = -\gamma \times 10(0 - 20) \Rightarrow v = -20 \text{ m/s}$$

اکنون با استفاده از رابطه محاسبه نیروی متوسط و تغییرات تکانه داریم:

$$\begin{aligned} F_{av} &= \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow F_{av} = \frac{m(v' - v_i)}{\Delta t} = \frac{0/2(10 - (-20))}{0/2} \\ &\Rightarrow F_{av} = 20 \text{ N} \end{aligned}$$

گزینه ۴

۳۲

گام اول

(الف) دو وزنه A و B با سرعت اولیه یکسان  $\left(v_0\right)_A = \left(v_0\right)_B \leftarrow$

(ب) جرم وزنه A نصف جرم وزنه B  $m_A = \frac{1}{2}m_B \leftarrow$

(ج) ضریب اصطکاک وزنه A دو برابر ضریب اصطکاک وزنه B  $\mu_{k_A} = 2\mu_{k_B} \leftarrow$

(د) مسافتی که وزنه A طی می‌کند تا بایستد، چندبرابر مسافتی است که وزنه B طی می‌کند تا بایستد؟  $\leftarrow ?$

گام دوم

باتوجه به اینکه به دو وزنه در راستای افقی فقط نیروی اصطکاک وارد می‌شود، با کمک قانون دوم نیوتون و معادله مستقل از زمان داریم:

$$\begin{aligned} \Sigma F_A &= m_A a_A \Rightarrow -f_{k_A} = m_A a_A \Rightarrow \mu_{k_A} \times F_{N_A} = m_A a_A \Rightarrow \mu_{k_A} m_A g = m_A a_A \\ &\Rightarrow a_A = \mu_{k_A} g \quad (\text{I}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma F_B &= m_B a_B \Rightarrow -f_{k_B} = m_B a_B \Rightarrow \mu_{k_B} \times F_{N_B} = m_B a_B \Rightarrow \mu_{k_B} m_B g = m_B a_B \\ &\Rightarrow a_B = \mu_{k_B} g \quad (\text{II}) \end{aligned}$$

$$A : \dot{y}_A^* - (v_0)_A^* = \gamma a_A d_A \Rightarrow d_A = \frac{-(v_0)_A^*}{\gamma a_A} \stackrel{(\text{I})}{=} \frac{-(v_0)_A^*}{\gamma \mu_{k_A} g}$$

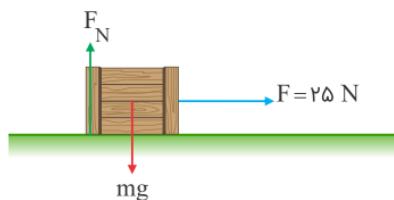
$$B : \dot{y}_B^* - v_0^* = \gamma a_B d_B \Rightarrow d_B = \frac{-v_0^*}{\gamma a_B} \stackrel{(\text{II})}{=} \frac{-v_0^*}{\gamma \mu_{k_B} g}$$

$$\div \frac{d_A}{d_B} = \frac{\frac{-(v_0)_A^*}{\gamma \mu_{k_A} g}}{\frac{-(v_0)_B^*}{\gamma \mu_{k_B} g}} \Rightarrow \frac{d_A}{d_B} = \frac{\mu_{k_B}}{\mu_{k_A}} = \frac{1}{2}$$

گزینه ۱

۳۳

ابتدا مشخص می‌کنیم جسم می‌تواند حرکت کند یا خیر؟!



$$F_N - mg = 0 \Rightarrow F_N = 60 \text{ N}$$

$$f_{s,\max} = \mu_s F_N = \mu_s mg = 0.75 \times 60 = 45 \text{ N}$$

چون  $F < f_{s,\max}$  است، جسم ساکن می‌ماند. پس داریم:

$$f_s = F = 25 \text{ N}$$

در این صورت نیروی سطح تکیه‌گاه برابر است با:

$$R = \sqrt{f_s^2 + F_N^2} = \sqrt{(25)^2 + (60)^2} = \sqrt{5(25 + 144)} = 65 \text{ N}$$

گزینه ۲

۳۴

گام اول

الف) دو گلوله A و B تکانه یکسانی دارند. ←

ب) جرم گلوله B، سه برابر جرم گلوله A ←

ج) انرژی جنبشی گلوله A برابر با ۱۸J ←

د) انرژی جنبشی گلوله B = ? ←

گام دوم

۳۵

با استفاده از نسبت  $\frac{K_A}{K_B}$  می‌توانیم انرژی جنبشی گلوله B را پیدا کنیم، ولی قبل از آن باید نسبت  $\frac{v_A}{v_B}$  را به دست بیاوریم:

$$m_A v_A = m_B v_B \Rightarrow m_A v_A = 3 m_A v_B \Rightarrow v_A = 3 v_B$$

$$\frac{K_A}{K_B} = \frac{\frac{1}{2} m_A v_A^2}{\frac{1}{2} m_B v_B^2} \Rightarrow \frac{18}{K_B} = \frac{m_A}{3 m_A} \times \left(\frac{3 v_B}{v_B}\right)^2 \Rightarrow \frac{18}{K_B} = \frac{1}{3} \times 9 \Rightarrow K_B = 6 J$$

گزینه ۲

۳۶

گام اول

الف) سه نیروی ۸ و ۶ و ۱۲ نیوتونی به جسمی با جرم ۶kg اعمال شده.

$$m = 6 \text{ kg}, |F_1| = 8 \text{ N}, |F_2| = 6 \text{ N}, |F_3| = 12 \text{ N} \leftarrow$$

ب) جسم ساکن است ←

$$|\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3| = |\vec{F}_2| \leftarrow$$

ج) هرگاه نیروی ۶ نیوتونی حذف شود ←

د) با چه شتابی حرکت می‌کند؟ ←

گام دوم

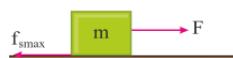
می‌دانیم برآیند نیروها، هرگاه نیروی  $\epsilon$  نیوتونی حذف شود برابر است با حاصل ضرب جرم در شتاب، با توجه به این مطلب و استفاده از قانون دوم نیوتون شتاب جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum |\vec{F}_T| = ma \\ |\vec{F}_T| = |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = |\vec{F}_2| = \epsilon N \end{array} \right. \Rightarrow \epsilon = F \times a \Rightarrow a = 1/5 \text{ m/s}^2$$

گزینه ۴

۳۶

برای آنکه صندوق نلغزد، باید نیروی حاصل از ترمز با نیروی اصطکاک آستانه حرکت آن برابر باشد.



$$f_{s \max} = F \Rightarrow \mu_s mg = ma \Rightarrow a_{\max} = \mu_s g = 1/5 \text{ m/s}^2$$

$$\Delta x_{\min} : \Delta x_{\min} = \frac{|v^2 - v_0^2|}{2a_{\max}} = \frac{10^2}{2 \times 1/5} = 50 \text{ m}$$

گزینه ۴

۳۷

در مدت زمانی که آسانسور با سرعت ثابت حرکت کرده، سرعت شخص ثابت و شتاب برابر صفر است. بنابراین با استفاده از قانون دوم نیوتون و رابطه کار خواهیم داشت:

$$\sum F = ma \Rightarrow F_N - mg = 0 \Rightarrow F_N = Mg = (70 + 5) \times 10 = 750 \text{ N}$$

$$W_{F_N} = Nd \cos \theta \xrightarrow{\theta=90^\circ, d=5m} W_{F_N} = 750 \times 5 \times 1 = 3750 \text{ J}$$

گزینه ۳

۳۸

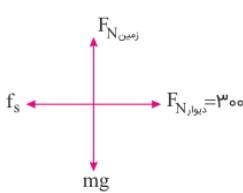
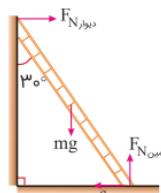
با استفاده از رابطه  $K = \frac{1}{2}mv^2$  و رابطه  $P = mv$  داریم.

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow K = \frac{1}{2}(mv) \times v \xrightarrow{P=mv} K = \frac{Pv}{2} = \frac{Pmv}{2m} = \frac{P^2}{2m}$$

گزینه ۲

۳۹

ابتدا نیروهای وارد بر نردهبان را رسم می‌کنیم.



$$\left\{ \begin{array}{l} f_s = F_{N_{\text{وارد}}} = 300 \text{ N} \\ F_{N_{\text{زمین}}} = mg = 400 \text{ N} \end{array} \right. \Rightarrow R = \sqrt{f_s^2 + F_{N_{\text{زمین}}}^2} = 500 \text{ N}$$

۱۳

در حالت اول، نیروهای وارد بر جسم مطابق شکل هستند. با توجه به اینکه جسم حرکت نمی‌کند و در آستانه حرکت است می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} F_N + F &= mg \Rightarrow F_N = mg - F \\ f_{s,\max} &= F \Rightarrow \mu_s F_N = F \Rightarrow \mu_s (mg - F) = F \\ &\Rightarrow 0.5(30 - F) = F \Rightarrow F = 10 \text{ N} \end{aligned}$$

قرار است از  $F$  به اندازه ۶ نیوتون کم شود. بنابراین در حالت جدید این نیرو  $F' = 6 \text{ N}$  است. اگر در این حالت  $f'_{s,\max}$  را حساب کنیم، خواهیم داشت:

$$f'_{s,\max} = \mu_s (mg - F') = 0.5(30 - 6) = 12 \text{ N}$$

بنابراین همچنان جسم ساکن است و نیروی  $6 \text{ N}$  نمی‌تواند جسم را به حرکت درآورد. در این حالت اصطکاک هماننداندازه نیروی خارجی وارد بر جسم در راستای افق یعنی همان  $6 \text{ N}$  است.

سؤال ترکیبی از فصل حرکت بر خط راست و فصل دینامیک است. ابتدا از فصل حرکت بر خط راست، شتاب را به دست می‌آوریم (سؤال از کتاب درسی است).

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{v=0, v_0=36 \text{ km/h}=10 \text{ m/s}} 0 - 10^2 = 2a \times 4 \Rightarrow a = -12/5 \text{ m/s}^2$$

اکنون از فصل دینامیک بزرگی نیروی اصطکاک را به دست می‌آوریم.

$$-f_k = ma \Rightarrow -f_k = 2000 \times (-12/5) \Rightarrow f_k = 24000 \text{ N}$$



الف) در نقطه‌ای که فاصله‌اش تا سطح زمین  $n$  برابر شعاع زمین است.

ب) شتاب گرانش،  $\frac{1}{\mu}$  شتاب گرانش در روی زمین است.

ج)  $n = ?$  کدام است؟

گام دوم

باتوجه به رابطه شتاب گرانش در فاصله  $r$  از سطح زمین ( $g = G \frac{M_e}{r^2}$ ) داریم:

$$\begin{cases} r = R_e \Rightarrow g = G \frac{M_e}{R_e^2} \\ r' = R_e + h \Rightarrow g_h = G \frac{M_e}{(R_e + h)^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{g_h}{g} = \frac{\frac{GM_e}{(R_e + h)^2}}{\frac{GM_e}{R_e^2}} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{R_e^2}{(R_e + h)^2} \frac{1}{f} = \frac{R_e^2}{(R_e + nR_e)^2}$$

$$\xrightarrow{h=nR_e} \frac{1}{f} = \frac{R_e^2}{R_e^2(1+n)^2} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{1+n} \Rightarrow 1+n=2 \Rightarrow n=1$$

گزینه ۳

۴۳

$m$  یک کمیت اسکالر است؛ بنابراین از رابطه تکانه ( $\vec{P} = m\vec{v}$ ، می‌توان دریافت که تغییرات تکانه، نشان‌دهنده تغییرات سرعت جسم است.

سرعت در راستای محور  $x$  ثابت است  
حرکت با شتاب ثابت در راستای محور  $y$   $\Rightarrow \begin{cases} P_x = mv_x = 0 \\ P_y = mv_y = -3t + 6 \end{cases}$

با تعیین علامت تکانه، نوع حرکت متحرک را به دست می‌آوریم. از طرفی چون سرعت در راستای محور  $x$  ثابت است، نوع حرکت و تغییرات سرعت را  $v_y$  تعیین می‌کند:

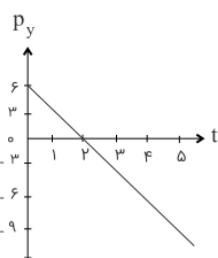
$$P_y = mv_y = -3t + 6 = 0 \Rightarrow t = 2s$$

$t$		$2$
$v$	+	-
$a$	-	-
حاصل ضرب علامت‌های $v \cdot a$	-	+
نوع حرکت	کند شونده	تند شونده

باتوجه به جدول تعیین علامت، حرکت متحرک ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.  
روش دوم: می‌توانیم با رسم نمودار  $P_y - t$  (که با توجه به اینکه  $m$  مقداری ثابت است، معادل نمودار  $v_y - t$  است)

در بازه زمانی  $1s$  تا  $5s$  نوع حرکت را بررسی کنیم.

مطابق نمودار زیر مشاهده می‌کنیم در بازه زمانی  $1s$  تا  $2s$ ، اندازه‌ی سرعت متحرک در حال کاهش است پس در این بازه زمانی حرکت کندشونده می‌باشد. در بازه زمانی  $2s$  تا  $5s$  اندازه‌ی سرعت متحرک در حال افزایش است و درنتیجه حرکت تندشونده است.



گزینه ۳

۴۴

گام اول

- الف) اگر اندازه نیروی کشش نخ  $\frac{1}{\mu}$  وزن جسم باشد  $\leftarrow$
- ب) اندازه شتاب حرکت جسم چند برابر شتاب گرانش است؟  $\leftarrow ?$

گام دوم

کافی است نیروهای وارد بر جسم  $m$  را رسم کرده و با استفاده از قانون دوم نیوتن شتاب آن را به دست آوریم:

$$\sum F = ma \Rightarrow W - T = ma \xrightarrow{T=\frac{W}{\mu}} mg - \frac{mg}{\mu} = ma \Rightarrow a = \frac{\mu g}{\mu - 1}$$

گزینه ۳

۴۵

جرم گلوله ثابت است.

$$p_1 = mv_1 = 20 \text{ kg.m/s}$$

$$p_2 = mv_2 = 22 \text{ kg.m/s}$$

$$\frac{\Delta K}{K_1} \times 100 = \frac{K_2 - K_1}{K_1} \times 100 = \frac{\frac{p_2^2}{2m} - \frac{p_1^2}{2m}}{\frac{p_1^2}{2m}} \times 100 = \frac{p_2^2 - p_1^2}{p_1^2} \times 100$$

$$\frac{22^2 - 20^2}{20^2} \times 100 = \frac{(22 - 20)(22 + 20)}{400} \times 100 = \frac{84}{400} \times 100 = 21\%$$

گزینه ۱

۴۶

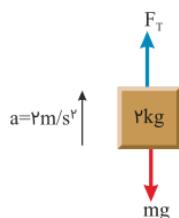
باتوجه به رابطه بین تکانه و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$\left. \begin{aligned} K &= \frac{P^2}{2m} \\ P_A &= P_B \\ K_A &= f K_B \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \left( \frac{P_A}{P_B} \right)^2 \times \frac{m_B}{m_A} \Rightarrow f = 1 \times \frac{m_B}{m_A} \Rightarrow m_B = \lambda \text{ kg}$$

گزینه ۲

۴۷

گام اول: در حالت اول که وزنه را به بالا می‌کشیم، نیروی کشش طناب را به دست می‌آوریم:



$$F_T - mg = ma \Rightarrow F_T - 20 = 2 \times 2 \Rightarrow F_T = 24 \text{ N}$$

گام دوم: با دو برابر شدن نیروی کشش طناب، با استفاده از قانون دوم نیوتون، شتاب حرکت جسم را به دست می‌آوریم:



$$2F_T - mg = ma_2 \Rightarrow 2 \times 24 - 20 = 2 \times a_2 \Rightarrow a_2 = 14 \text{ m/s}^2$$

بنابراین شتاب در حالت جدید  $\frac{a_2}{a_1} = \frac{14}{2} = 7$  برابر حالت اول است.

گزینه ۴

۴۸

گام اول

الف) انرژی جنبشی یک دونده ۴۰ کیلوگرمی با انرژی جنبشی یک گلوله ۱۰۰ گرمی برابر است

$$\begin{cases} m_1 = 40 \text{ kg} \\ m_2 = 100 \text{ g} = 0.1 \text{ kg} \end{cases}, K_1 = K_2 \leftarrow$$

ب) بزرگی تکانه دونده چندبرابر بزرگی تکانه گلوله است.  $\leftarrow \frac{P_1}{P_2} = ?$

گام دوم

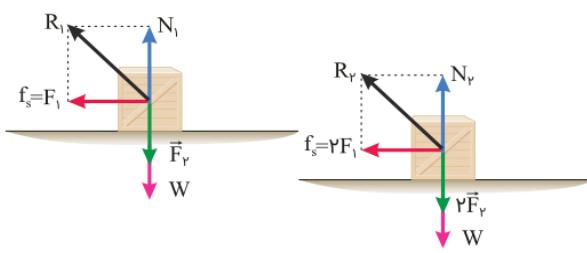
ابتدا با استفاده از داده مسئله یعنی  $K_1 = K_2$  نسبت سرعت دونده به سرعت گلوله را به دست آورده تا درزهايت، نسبت بزرگی تکانه آنها را بیابیم:

$$K_1 = K_2 \Rightarrow \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \Rightarrow 40 \times v_1^2 = \frac{1}{10} \times v_2^2 \Rightarrow \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^2 = \frac{1}{400} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{20}$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{m_1 v_1}{m_2 v_2} = \frac{40}{0.1} \times \frac{1}{20} = 20$$

گزینه ۲

۳۹



$$R_1 = \sqrt{f_s^2 + N_1^2} \Rightarrow R_1 = \sqrt{F_1^2 + (W + F_1)^2}$$

$$R_2 = \sqrt{f_s^2 + N_2^2} \Rightarrow R_2 = \sqrt{(2F_2)^2 + (W + 2F_2)^2}$$

$$R_1 < R_2 < 2R_1$$

$$1 < K < 2$$

تذکر: چون  $W$  ثابت است و فقط  $F_1$  و  $F_2$ ، دو برابر شده‌اند، نمی‌توان گفت که  $R_2$ ، دو برابر  $R_1$  است.

گزینه ۱

۴۰

با استفاده از رابطه  $k = \frac{P}{\gamma m}$  به صورت نسبتی، نسبت خواسته شده را به دست می‌آوریم:

$$\frac{k_A}{k_B} = \left(\frac{P_A}{P_B}\right)^2 \times \left(\frac{m_B}{m_A}\right) = \left(\frac{\gamma}{\mu}\right)^2 \times \left(\frac{\lambda}{\lambda}\right) = \frac{10}{9}$$

گزینه ۲

۴۱

گام اول

$$m = 1/5 \text{ kg} \leftarrow \text{دو نیروی } \vec{F}_1 = 2\vec{i} - 5\vec{j} \text{ و } \vec{F}_2 = 1/5 \text{ kg} \text{ به جسم اثر می‌کند:}$$

گام دوم

باتوجه به رابطه  $\vec{F}_{eq} = m\vec{a}$ ، برآیند نیروها را حساب می‌کنیم:

$$\vec{F}_{eq} = m\vec{a} = 1/5 (2\vec{i} - 5\vec{j}) = 2\vec{i} - 5\vec{j}$$

با توجه به اینکه برآیند نیروها، جمع مؤلفه‌های  $x$  و  $y$  است، نیروی  $\vec{F}$  را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \vec{F}_{eq} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \\ \vec{F}_2 = F_{2x}\vec{i} + F_{2y}\vec{j} \end{cases} \Rightarrow 2\vec{i} - 5\vec{j} = 2\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{F}_2$$

$$\Rightarrow 2\vec{i} - 5\vec{j} = 2\vec{i} - 5\vec{j} + F_{2x}\vec{i} + F_{2y}\vec{j}$$

$$\Rightarrow 2\vec{i} - 5\vec{j} = (2 + F_{2x})\vec{i} + (-5 + F_{2y})\vec{j}$$

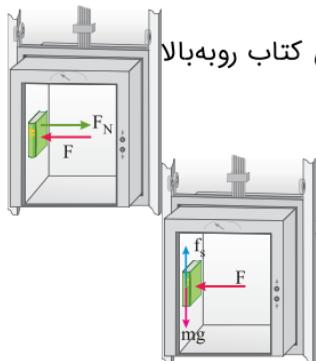
$$\Rightarrow \begin{cases} 2 = 2 + F_{2x} \Rightarrow F_{2x} = 0 \\ -5 = -5 + F_{2y} \Rightarrow F_{2y} = 0 \end{cases} \Rightarrow \vec{F}_2 = 0\vec{i} - 0\vec{j}$$

گزینه ۴

۵۲

گام اول: نیروی  $F_N$  را به دست می‌آوریم:

$$F_N = F = ۳۲\text{N}$$



$$f_s - mg = ma \Rightarrow f_s = ۲(۱۰ + ۲) = ۲۴\text{ N}$$

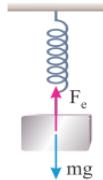
گام سوم: نیرویی که دیوار آسانسور به کتاب وارد می‌کند را محاسبه می‌کنیم:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_s^2} = \sqrt{۳۲^2 + ۲۴^2} = ۴۰\text{ N}$$

گزینه ۱

۵۳

در حالت اول:



$$F_e = mg \Rightarrow mg = ۲۰۰(۶۰ - ۵۰) \times ۱۰^{-۲} = ۲۰$$

در حالت دوم:

$$\begin{aligned} F'_e - mg &= ma \Rightarrow K\Delta x' - mg = ma \\ \Rightarrow ۲۰۰(۶۰ - ۵۰) \times ۱۰^{-۲} - ۲۰ &= ۲a \Rightarrow -۱۰ = ۲a \Rightarrow a = -\frac{۱۰}{۲} \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

گزینه ۳

۵۴

$$\left. \begin{array}{l} p = mv : \text{تکانه} \\ K = \frac{۱}{۲}mv^2 : \text{انرژی جنبشی} \end{array} \right\} \Rightarrow K = \frac{p^2}{۲m}$$

در رابطه تکانه و انرژی جنبشی،  $K$  باید بر حسب ژول ( $J$ ) باشد.

$$\begin{aligned} \frac{[J]}{[e]} &= [eV] \Rightarrow ۱/\lambda eV = ۱/\lambda \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} \\ ۱/\lambda \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} &= \frac{p^2}{۲ \times ۹ \times ۱۰^{-۳۱}} \Rightarrow p^2 = ۱\lambda \times ۱/\lambda \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۵۰} \\ \Rightarrow p &= ۷۲ \times ۱۰^{-۲۶} \Rightarrow p = ۷/۲ \times ۱۰^{-۲۶} \text{ kg.m/s} \end{aligned}$$

گزینه ۳

۵۵

گام اول

- الف) تکانه جسم A برابر با تکانه جسم B است  
 ب) اگر جرم جسم A دو برابر جرم جسم B باشد.  
 ج) انرژی جنبشی A چند برابر انرژی جنبشی جسم B است؟

گام دوم

با توجه به رابطه  $p = mv$  و  $K = \frac{1}{2}mv^2$ , نسبت انرژی جنبشی A به انرژی جنبشی B را محاسبه می‌کنیم:

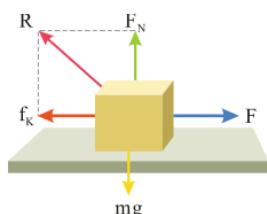
$$p_A = p_B \Rightarrow m_A v_A = m_B v_B \Rightarrow \frac{1}{2}m_B v_A^2 = m_B v_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{\frac{v_A^2}{2}}$$

$$\frac{K_A}{K_B} = \frac{\frac{1}{2}m_A v_A^2}{\frac{1}{2}m_B v_B^2} = \frac{m_A}{m_B} \times \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 = \frac{m_A}{m_B} \times \left(\frac{v_A}{\sqrt{2}v_A}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

گزینه ۴

۵۶

ابتدا نیروی اصطکاک وارد بر جسم را حساب می‌کنیم:



$$R = \sqrt{F_N^2 + f_k^2} = \sqrt{(1500)^2 + f_k^2} = 1625$$

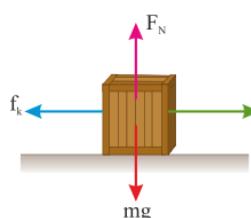
اکنون برای محاسبه نیروی افقی وارد بر جسم با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$a = \frac{F_{net}}{m} \Rightarrow \frac{F - f_k}{m} = \frac{F - 625}{150} \Rightarrow F = 925 \text{ N}$$

گزینه ۵

۵۷

گام اول: شتاب حرکت جعبه را قبل از پاره شدن نخ به دست می‌آوریم:



$$F_N = mg = 100 \times 10 = 1000 \text{ N}$$

$$f_k = \mu_k F_N = 0.5 \times 1000 = 500 \text{ N}$$

$$F - f_k = ma \Rightarrow 500 - 500 = 100a \Rightarrow a = \frac{1}{2} \text{ m/s}^2$$

گام دوم: سرعت جعبه را در لحظه پاره شدن نخ محاسبه می‌کنیم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = \frac{1}{2} \times 2 = 1 \text{ m/s}$$

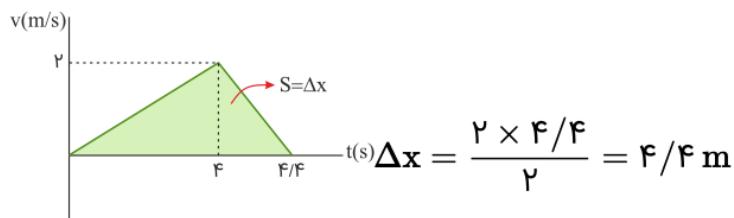
گام سوم: شتاب جعبه را از لحظه پاره شدن نخ تا لحظه توقف به دست می‌آوریم. با توجه به اینکه پس از پاره شدن طناب فقط نیروی اصطکاک در خلاف جهت حرکت، بر جعبه وارد می‌شود، داریم:

$$-f_k = ma \Rightarrow a_2 = -\mu_k g = -0/5 \times 10 = -5 \text{ m/s}^2$$

گام چهارم: مدت زمانی که طول می‌کشد تا پس از پاره شدن نخ جعبه متوقف شود را محاسبه می‌کنیم:

$$v_2 = a_2 t_2 + v_0 \Rightarrow 0 = -5t_2 + 2 \Rightarrow t_2 = 2/5 \text{ s}$$

گام پنجم: نمودار  $v$  -  $t$  حرکت جعبه را رسم می‌کنیم و جایه‌جایی کل را به دست می‌آوریم:



گزینه ۳

۵۸

گام اول

الف) تکانه اتومبیلی به جرم ۱ تن با تکانه اتومبیلی به جرم ۵ تن برابر است.  $\leftarrow$

ب) انرژی جنبشی کامیون چند برابر انرژی جنبشی اتومبیل است؟  $\leftarrow$

گام دوم

با توجه به اینکه تکانه اتومبیل با تکانه کامیون برابر است. نسبت سرعت‌های آن‌ها را حساب کرده تا درنهایت نسبت انرژی جنبشی کامیون به انرژی جنبشی اتومبیل را به دست آوریم:

$$p_1 = p_2 \Rightarrow m_1 v_1 = m_2 v_2 \Rightarrow v_1 = 5v_2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{\frac{1}{2} m_2 v_2^2}{\frac{1}{2} m_1 v_1^2} = \frac{5}{1} \times \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^2 = \frac{5}{1} \times \left( \frac{1}{5} \right)^2 = \frac{1}{5}$$

گزینه ۱

۵۹

گام اول

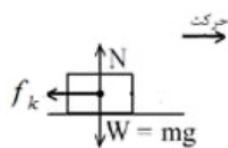
الف) با سرعت  $v_0 = 5\text{ km/h} \leftarrow 5\text{ km/h}$

ب) ضرب اصطکاک جنبشی  $2/5$  باشد  $\leftarrow \mu_k = 0/2$

ج) اتومبیل پس از طی چند متر متوقف می‌شود؟  $\leftarrow v = 0, \Delta x = ?$

گام دوم

قانون دوم نیوتون را برای اتومبیل در دو راستای قائم و افقی نوشته و درنهایت با محاسبه شتاب حرکت اتومبیل و معادله مستقل از زمان، جایه‌جایی را به دست می‌آوریم:



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_N - mg = 0 \Rightarrow F_N = mg = 10m$$

$$f_k = \mu_k \times F_N = 0.2 \times 10 \times m = 2m$$

$$\sum F_x = ma \Rightarrow -f_k = ma \Rightarrow -2m = ma \Rightarrow a = -2m/s^2$$

درنتیجه مقدار جایه‌جایی برابر است با: (دقت شود که واحد سرعت باید تبدیل شود)

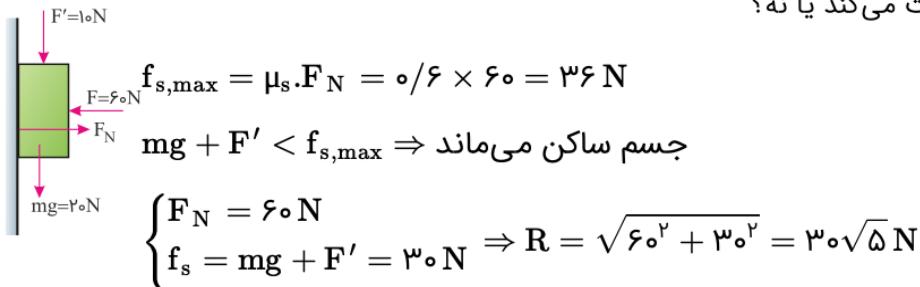
$$v_0 = 54 km/h = 54 \times \frac{5}{18} = 15 m/s$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - (15)^2 = 2 \times -2 \times \Delta x \Rightarrow \Delta x = 56/25 m \simeq 56 m$$

گزینه ۴

۵۰

ابتدا بررسی می‌کنیم که جسم حرکت می‌کند یا نه؟



گزینه ۱

۵۱

گام اول

(الف) جسمی به جرم  $m = 6 kg \leftarrow 6 kg$

(ب) روی یک سطح افقی قرار دارد  $v_0 = 0 \leftarrow 0$

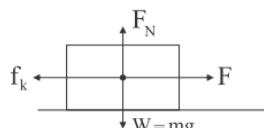
(ج) اگر به جسم نیروی افقی  $24 N$  نیوتونی وارد کنیم  $F = 24 N \leftarrow 24 N$

(د) شتاب حرکت  $a = 3m/s^2 \leftarrow 3m/s^2$  می‌شود

(ه) ضریب اصطکاک لغزشی بین سطح و جسم کدام است؟  $\mu_k = ? \leftarrow ?$

گام دوم

قانون دوم نیوتن را برای جسم در دو راستای قائم و افقی نوشته و با استفاده از معادله  $f_k = \mu_k \times F_N$  ضریب اصطکاک لغزشی را می‌یابیم.



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_N - mg = 0 \Rightarrow F_N = \gamma \times 10 = 50N$$

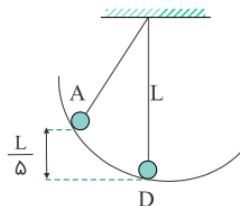
$$\sum F_x = ma \Rightarrow 2F - f_k = \gamma \times 3 \Rightarrow f_k = \gamma N$$

$$f_k = \mu_k \times F_N \Rightarrow \gamma = \mu_k \times 50 \Rightarrow \mu_k = 0.1$$

گزینه ۳

۶۲

با استفاده از قضیه پایستگی انرژی مکانیکی داریم:



$$U_D + K_D = U_A + K_A$$

$$Mgh_D + \frac{1}{2}Mv_D^2 = Mgh_A + \frac{1}{2}Mv_A^2$$

$$v_D^2 - v_A^2 = -\gamma g(h_D - h_A)$$

$$v_D^2 - v_A^2 = \gamma g \left( \frac{L}{\omega} \right) \Rightarrow v_D = \sqrt{\frac{\gamma}{\omega} g L}$$

$$P_D = Mv_D = M \sqrt{\frac{\gamma}{\omega} g L} = \sqrt{\frac{\gamma}{\omega} M^2 g L}$$

گزینه ۱

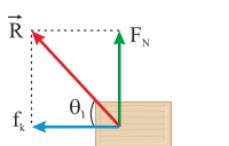
۶۳

راه حل اول: در حالت اول چون سرعت جسم ثابت است، پس  $f_k = F_1 = 10N$  است.

$$F_N = F_\gamma + mg = 10 + 50 = 60N$$

$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow \mu_k = \frac{10}{60} = \frac{1}{6}$$

$$\tan \theta_1 = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}$$

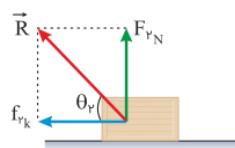


$f_k$  و  $F_N$  را در حالت دوم، حساب می‌کنیم:

$$F_{\gamma N} = mg - F_\gamma = 50 - 10 = 40N$$

$$f_{rk} = \mu_k F_{rN} = \frac{1}{\omega} \times 30N = 6N$$

$$\tan \theta_r = \frac{F_{rN}}{f_{rk}} = \frac{30}{6} = \omega$$



چون  $\theta_1 < 90^\circ$  است، پس  $\tan \theta_r = \tan \theta_1$  است.

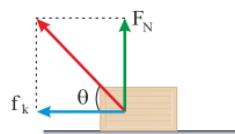
راه حل دوم: اندازه نیرویی که سطح به جسم وارد می کند را از رابطه زیر به دست می آوریم:

$$R = \sqrt{f_k^2 + F_N^2}$$

است پس  $f_k = \mu_k F_N$

$$R = F_N \sqrt{1 + \mu_k^2} \Rightarrow \frac{R}{F_N} = \sqrt{1 + \mu_k^2}$$

در شکل زیر  $\sin \theta = \frac{F_N}{R} = \frac{1}{\sqrt{1 + \mu_k^2}}$  است، پس تا زمانی که  $\mu_k$  تغییر نکند زاویه بین نیروی سطح و  $f_k$  یا همان سطح افقی تغییر نمی کند؛ پس  $\theta_1 = \theta_2$  است.



گزینه ۴

۵۶

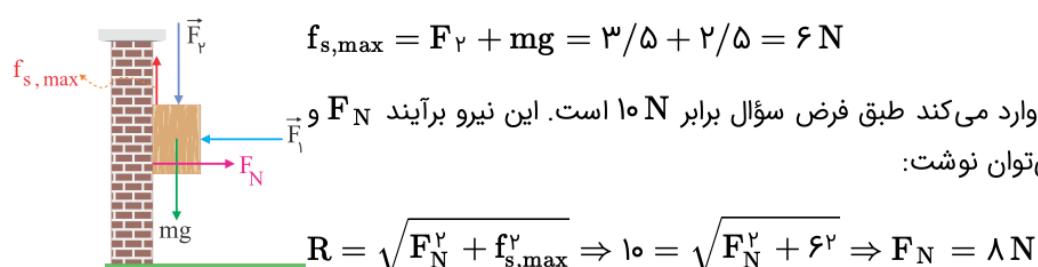
با استفاده از رابطه انرژی جنبشی و تکانه ( $K = \frac{p^2}{2m}$ ) داریم:

$$\frac{K_B}{K_A} = \frac{\frac{p_B^2}{2m_B}}{\frac{p_A^2}{2m_A}} \xrightarrow{K_B = \Delta K_B, p_A = p_B} \frac{\Delta K_B}{K_B} = \frac{m_A}{m_B} \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \omega$$

گزینه ۱

۵۵

با توجه به این که جسم در آستانه لغزش است، می توان نوشت:



نیرویی که دیوار به جسم وارد می کند طبق فرض سؤال برابر  $10N$  است. این نیرو برآیند  $F_N$  است. بنابراین  $f_{s,\max}$  می توان نوشت:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_{s,\max}^2} \Rightarrow 10 = \sqrt{F_N^2 + 6^2} \Rightarrow F_N = 8N$$

حالا می‌توانیم  $\mu_s$  را پیدا کنیم:

$$f_{s,\max} = \mu_s F_N \Rightarrow \mu_s = \frac{f_s}{F_N} = \frac{\mu}{\lambda}$$

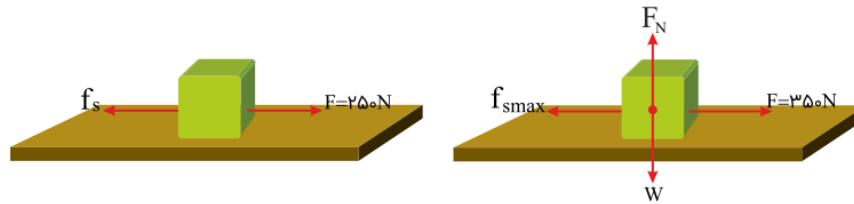
گزینه ۳

در صورتی که آسانسور به صورت تندشونده به سمت بالا یا کندشونده به سمت پائین حرکت کند عدد ترازو بیشتر از وزن عدد آن هنگام سکون آسانسور است. به عبارتی هنگامی که بردار شتاب به سمت بالا باشد، عددی که ترازو نشان می‌دهد بیشتر از حالت سکون است.

۶۶

گزینه ۱

۶۷



$$f_s = F = 250 \text{ N}$$

$$\left. \begin{array}{l} f_{s,\max} = F = 350 \text{ N} \\ f_{s,\max} = \mu_s W \end{array} \right\} \Rightarrow \mu_s \times 500 = 350 \Rightarrow \mu_s = 0.7$$

نکته: نیروی اصطکاک ایستایی  $f_s$  فرمول ندارد و اندازه آن با نیروی محرك برابر است.  
نیروی اصطکاک آستانه حرکت  $f_{s,\max}$  هم فرمول دارد و هم اندازه آن با نیروی محرك برابر است.

گزینه ۴

۶۸

گام اول

(الف) شخصی به جرم  $m = 80 \text{ kg} \leftarrow 80 \text{ kg}$

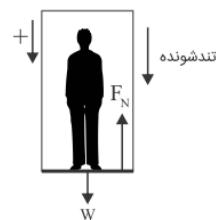
(ب) لحظه‌ای که آسانسور با شتاب ثابت  $2 \text{ m/s}^2$  تندشونده رو به پائین حرکت می‌کند (جهت مثبت را رو به پائین در نظر می‌گیریم)  $a = 2 \text{ m/s}^2 \leftarrow 2 \text{ m/s}^2$

(ج) نیرویی که از طرف شخص به آسانسور وارد می‌شود، چند نیوتن است؟  $\leftarrow ?$

گام دوم

۶۹

برای فهم بهتر شکل مسئله را رسم می‌کنیم.



باتوجه به قانون دوم نیوتون،  $\sum F = ma$  را به دست می‌آوریم. در اینجا ۲ نیرو داریم، یکی نیروی وزن شخص و دیگری نیرویی که کف آسانسور به شخص وارد می‌کند. بنابراین:

$$\begin{aligned}\sum F &= ma \Rightarrow W - F_N = ma \\ \Rightarrow mg - F_N &= ma \Rightarrow F_N = m(g - a) = 10(10 - 2) = 640\text{ N}\end{aligned}$$

باتوجه به قانون عمل و عکس العمل،  $F'_N = F_N$  است، بنابراین:

$$\begin{cases} F'_N = F_N \\ F_N = 640 \end{cases} \Rightarrow F'_N = 640\text{ N}$$

گزینه ۳

۵۹

$$\frac{g_h}{g_0} = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2 \Rightarrow \frac{g_h}{9.8} = \left(\frac{6400}{6400 + 6400}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow g_h = \frac{9.8}{4} \text{ m/s}^2$$

$$W = mg_h = 10 \times \frac{9.8}{4} = 196\text{ N}$$

گزینه ۳

۶۰

$$\uparrow N = mg + ma = 50 + 10 = 60\text{ N}$$

$$\downarrow N' = mg - ma = 50 - 10 = 40\text{ N}$$

$$N - N' = 60 - 40 = 20\text{ N}$$

نکته: وقتی بردار شتاب آسانسور رو به بالاست علامت آن مثبت و وقتی رو به پایین است علامت آن منفی است.

به طورکلی نیرویی که از کف آسانسور به جسم وارد می‌شود برابر وزن ظاهری جسم بوده و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$N = mg \pm ma$$

گزینه ۱

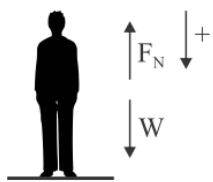
۶۱

گام اول

$$\begin{aligned} \text{الف) شخصی به وزن } W = 600\text{ N} &\leftarrow 600\text{ N} \\ \text{ب) ترازو عدد } 480\text{ N} &\text{ را نشان می‌دهد.} \leftarrow f_N = 480\text{ N} \\ \text{ج) شتاب آسانسور چند متر بر مجدور ثانیه و به کدام جهت است?} &\leftarrow a = ?\end{aligned}$$

گام دوم

از آنجاکه شتاب شخص با شتاب آسانسور برابر است، شتاب شخص را با استفاده از قانون دوم نیوتون به دست می‌آوریم (جهت مثبت را روبه پایین در نظر می‌گیریم).



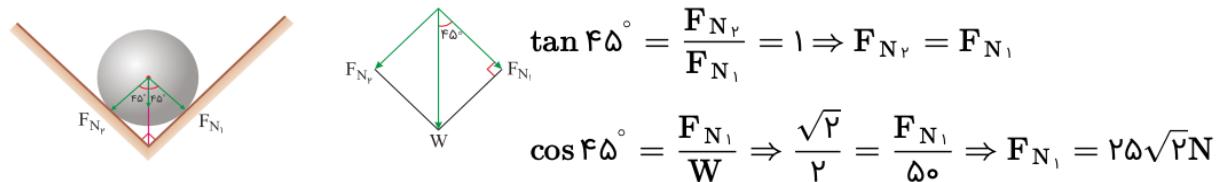
$$\begin{cases} \sum F = ma \\ W = 600 N \Rightarrow m = 60 \text{ kg} \end{cases} \Rightarrow W - f_N = ma \Rightarrow 600 - 480 = 60 \times a \Rightarrow a = \frac{120}{60} = +2 \text{ m/s}^2$$

بنابراین آسانسور با شتاب  $2 \text{ m/s}^2$  و همجهت با جهت در نظر گرفته شده؛ یعنی رو به پایین در حال حرکت است.

گزینه ۳

۷۲

نیروهای  $F_{N_2}$  و  $F_{N_1}$  به دیوارهای عمودند؛ بنابراین چون دیوارهای برهم عمودند  $F_{N_2}$  و  $F_{N_1}$  نیز بر یکدیگر عمودند و هماندازه هستند:



گزینه ۴

۷۳

اگر جهت مثبت را به طرف بالا در نظر بگیریم:

$$\begin{cases} F - mg = ma \\ mg = 2 \times 10 = 20 N \Rightarrow 24 - 20 = 2a \Rightarrow F = 2a \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2 \\ F = 24 N \end{cases}$$

پس جهت شتاب جسم روبه بالا است. از طرفی کار برابر است با حاصل ضرب  $F$  و  $d$ . باتوجه به اینکه  $F$  ثابت است، اندازه کار با جابه جایی متناسب است. حال به بررسی حالت های مختلف می پردازیم:

(الف) اگر ابتدا جسم ساکن باشد یا به طرف بالا در حرکت باشد، حرکت جسم تندشونده می شود و در ثانیه های متوالی جابه جایی جسم افزایش پیدا می کند درنتیجه اندازه کار  $F$  نیز افزایش پیدا می کند.

(ب) در صورتی که ابتدا جهت حرکت جسم روبه پایین باشد، حرکت جسم کندشونده می شود اما بعد از توقف جسم دوباره حرکتش روبه بالا و تندشونده می شود، پس در ثانیه های متوالی، جابه جایی جسم تا توقف کم می شود و بعد از توقف زیاد می شود؛ بنابراین اندازه کار نیروی  $F$  ابتدا کاهش و بعد افزایش پیدا می کند.

گزینه ۴

۷۴

با کاهش  $30$  نیوتونی از مقدار نیروی  $F$ ، اندازه  $F$  به  $10$  نیوتون می رسد.

$$F - f_k = ma \Rightarrow 10 - 0.5 \times 20 = 2 \times a \Rightarrow a = 0$$

چون شتاب صفر شده است، بنابراین بردار سرعت تغییر نمی کند و چون قبل از کاهش نیرو جسم در حال حرکت بوده است با همان سرعت به حرکت خود ادامه می دهد.

## گام اول

- الف) جسم از حال سکون  $v_0 = 0 \leftarrow$
- ب) تحت نیروی ثابت  $\leftarrow$  شتاب ثابت
- ج) بعد از ۳ ثانیه نخسته شده به جسم پاره می شود  $\leftarrow t = 3s$  ، تنها نیرویی که به جسم وارد می شود از این به بعد نیروی اصطکاک است.
- د) کل مسافتی که جسم از شروع حرکت تا لحظه ایستادن طی می کند چند متر است؟  $\leftarrow v = 0, \Delta x = ?$

## گام دوم

حرکت جسم از دو بخش تشکیل شده است. بخش اول حرکت با شتاب ثابت تحت تأثیر نیروهای  $F = ۲۰N$  و نیروی اصطکاک و بخش دوم، حرکت با شتاب ثابت (کند شونده) تحت تأثیر نیروی اصطکاک. پس باید مقدار مسافت طی شده در هر بخش را با استفاده از معادله مکان آن به دست آوریم:

(بخش اول)

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_N - mg = 0 \Rightarrow F_N = mg = F \times 10 = 20N$$

$$\sum F_x = ma \Rightarrow F - f_k = ma \xrightarrow{f_k = \mu_k \cdot F_N} 20 - \frac{3}{10} \times 20 = 4 \times a \Rightarrow a = 2m/s^2$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t = \frac{1}{2} \times 2 \times (3)^2 + 0 = 9m$$

بخش دوم) ابتدا سرعت در لحظه اولیه بخش دوم)  $t = 3s$  (لحظه ایستادن) را به دست آورده و درنهایت شتاب و جابه جایی را محاسبه می کنیم:

$$v_0' = at + v_0 \rightarrow v_0' = 2 \times 3 + 0 = 6m/s$$

$$\sum F'_x = ma' \Rightarrow 0 - f_k = ma' \Rightarrow -\frac{3}{10} \times 20 = 4 \times a \Rightarrow a = -3m/s^2$$

با توجه به معادله مستقل از زمان داریم:

$$v^2 - v_0'^2 = 2a'\Delta x' \Rightarrow 0 - (6)^2 = 2 \times -3 \times \Delta x' \Rightarrow \Delta x' = 6m$$

درنهایت جابه جایی کل برابر است با:

$$\Delta x_T = \Delta x + \Delta x' = 9 + 6 = 15m$$

## گام اول

- الف) جسمی به جرم  $m = ۲kg \leftarrow ۲kg$
- ب) با سرعت  $v_1 = ۵m/s \leftarrow m/s$
- ج) نیروی افقی  $F = ۳N$  در جهت حرکت به مدت ۴ ثانیه بر جسم وارد می شود.
- د) تکانه جسم چند  $kg \cdot m/s$  می شود؟  $\leftarrow kg \cdot m/s$

گام دوم

ابتدا به کمک قانون دوم نیوتن شتاب حرکت در مدت ۴ ثانیه را به دست آورده و با توجه به معادله سرعت زمان، سرعت در پایان این مدت را محاسبه می‌کنیم تا تکانهنهایی جسم به دست آید:

$$\sum F = ma \Rightarrow \ddot{s} = 2 \times a \Rightarrow a = 1/5 \text{ m/s}^2$$

$$v_f = at + v_i \Rightarrow v_f = \frac{\ddot{s}}{2} \times t + 0 = 11 \text{ m/s}$$

$$p_f = mv_f = 2 \times 11 = 22 \text{ kg.m/s}$$

گزینه ۱

۷۷

گام اول

(الف) اتومبیلی به جرم ۴ تن  $\leftarrow$ (ب) با سرعت  $v_0 = 20 \text{ m/s} \leftarrow 20 \text{ m/s}$ (ج) در اثر ترمز با شتاب ثابت در مدت ۵s متوقف می‌شود  $\leftarrow 0 < a < 0$ (د) نیروی ترمز چند نیوتون است؟  $\leftarrow F = ?$ 

گام دوم

۷۸

ابتدا با استفاده از معادله سرعت، شتاب حرکت را به دست آورده و سپس به کمک قانون دوم نیوتون، نیروی ترمز را محاسبه می‌کنیم: (نیروی ترمز، تنها نیروی وارد شونده بر اتومبیل در حین ترمز است)

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = a \times 5 + 20 \Rightarrow a = -4 \text{ m/s}^2$$

$$F = ma = 4000 \times -4 = -16000 \text{ N}$$

توجه: علامت منفی، نشان‌دهنده این است که نیروی ترمز، خلاف جهت حرکت اتومبیل است.

گزینه ۲

۷۹

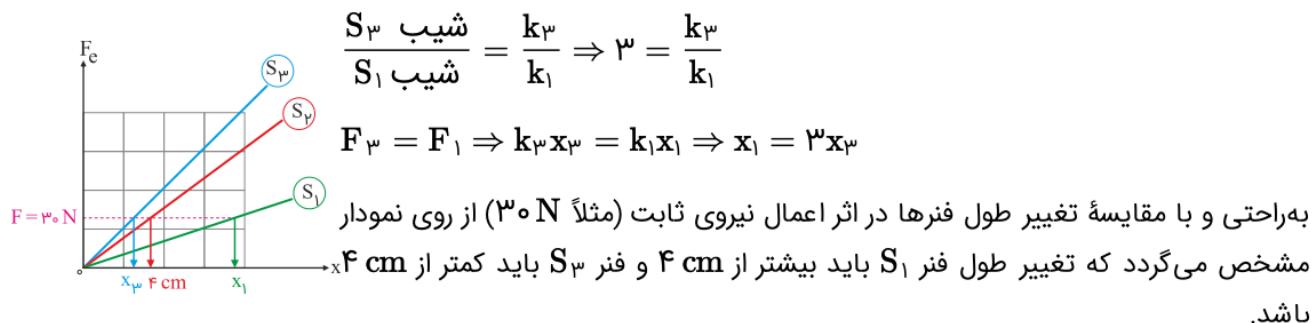
چون اصطکاک وجود ندارد و گلوله‌ها از حال سکون رها شده‌اند، برای هر گلوله انرژی پتانسیل گرانشی و انرژی جنبشی آن، هنگام رسیدن به زمین برابر است.

$$U = K \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

بنابراین سرعت گلوله‌ها در لحظه رسیدن به زمین به جرم آن‌ها بستگی ندارد و فقط به ارتفاع و شتاب گرانش بستگی دارد که برای هر سه گلوله یکسان است؛ پس بزرگی سرعت هر سه گلوله در لحظه رسیدن به زمین یکسان است.

گزینه ۴

۷۹



گزینه ۳

۸۰

نیرویی که دو نفر به هم وارد می‌کنند باهم برابر است و طبق قانون دوم نیوتون ( $F = ma$ ) شتاب حرکت با جرم نسبت وارون دارد. شخص سبک‌تر با شتاب بیشتری حرکت می‌کند و در زمان مساوی، مسافت بیشتری را طی می‌کند ( $\Delta x = \frac{1}{2}at^2$ ). بنابراین شخص سبک‌تر در فاصله نقطه ۰ تا A به شخص سنگین‌تر خواهد رسید.

گزینه ۲

۸۱

با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی، داریم:

$$\begin{aligned} W_{\text{کل}} = \Delta K &\Rightarrow W_F + W_{f_k} + \cancel{W_{mg}} + \cancel{W_{F_N}} = \frac{1}{2}m(v^2 - v_0^2) \\ &\Rightarrow F \cos 30^\circ \cdot d + f_k \cdot d \cos 180^\circ = \frac{1}{2} \times 4(4^2 - 0) \\ &\Rightarrow 40 \times 0.866 \times 1/6 - f_k \times 1/6 = 32 \Rightarrow f_k = 12\text{ N} \end{aligned}$$

گزینه ۲

۸۲

با استفاده از قانون دوم نیوتون ابتدا شتاب حرکت را حساب می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{F_{\text{net}}}{m} = \frac{F - f_k}{m} \\ f_k &= \mu_k F_N = 0.4 \times 500 = 200\text{ N} \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = \frac{220 - 200}{50} = 0.4\text{ m/s}^2$$

اکنون جایی انجام شده توسط جسم را حساب می‌کنیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} \times 0.4 \times (2)^2 = 0.8\text{ m}$$

در این صورت کار نیروی F برابر است با:

$$W = Fd \cos \alpha = 220 \times 0.8 \times 1 = 176\text{ J}$$

گزینه ۴

۴۳

اگر شتاب گرانش در سطح زمین  $g_0$  باشد، در ارتفاع خواسته شده، شتاب گرانش  $\frac{1}{100}g_0$  است.  
در ارتفاع  $h$  از سطح زمین، شتاب گرانش از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$g = \frac{GM_e}{(R_e + h)^2}$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \frac{\frac{1}{100}g_0}{g_0} &= \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2 \\ \frac{1}{100} &= \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2 \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{1}{10} = \frac{R_e}{R_e + h} \Rightarrow R_e + h = 10R_e \\ \Rightarrow h &= 9R_e \end{aligned}$$

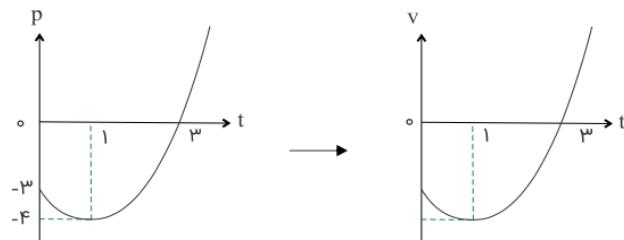
گزینه ۴

۴۴

باتوجه به رابطه  $\vec{p} = m\vec{v}$  تکانه همجهت و متناسب با سرعت است. بنابراین شکل کلی نمودارشان، همانند یکدیگر است. پس نمودار سرعت زمان آن به صورت زیر است:

p	-۴	0	-۳
t	۱	۳	۰

$$p = t^2 - 2t - 3 \Rightarrow p' = 2t - 2 \Rightarrow t = 1s$$



باتوجه به نمودار سرعت زمان حرکت از لحظه  $t = 3s$  تا  $t = 1s$ ، ابتدا تندشونده و سپس کندشونده است.

گزینه ۴

۴۵

گام اول

الف) جسمی به جرم  $m = 4kg$ ب) با ضریب اصطکاک جنبشی  $\mu_k = \frac{1}{4}$ ج) جسم را با نیروی  $40N$  نیوتون می‌کشیم

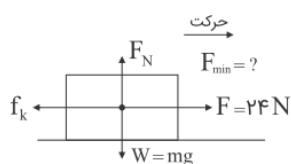
د) جسم در جهت نیرو حرکت می‌کند

ه) این نیرو را حداقل چند نیوتون می‌توانیم کاهش دهیم، بدون اینکه سرعت جسم کاهش یابد؟

$$a = 0, F - F_{min} = ?$$

گام دوم

باتوجه به اینکه شتاب برابر صفر است، داریم:



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{\min} - f_k = 0 \Rightarrow F_{\min} = f_k$$

از طرفی نیروی اصطکاک از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\begin{cases} f_k = \mu_k \times F_N \\ F_N = mg \end{cases} \Rightarrow f_k = \frac{1}{\mu} \times F \times 10 = 10N \Rightarrow F_{\min} = 10N$$

درنتیجه حداکثر میزان نیرویی که ما می‌توانیم کاهش دهیم بدون اینکه سرعت کم شود، برابر است با:

$$F - F_{\min} = 24 - 10 = 14N$$

گزینه ۲

۸۶

باتوجه به رابطه محاسبه نیروی خالص وارد بر جسم برحسب تغییرات تکانه می‌توان نوشت:

$$\vec{p} = m\vec{v}_1 = 100(m/s)\vec{i}$$

$$\vec{F}_{av} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{f_i} = \frac{\vec{p}_2 - \vec{p}_1}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \vec{f_i} = \frac{100\vec{i} - 100\vec{i}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{100}{2} = 50s$$

گزینه ۲

۸۷

گام اول

(الف) در یک تصادف سرعت اتومبیل از  $15m/s$  ،  $v_2 = 0$  به صفر می‌رسد.(ب) زمان این حرکت کندشونده،  $t = 0/3s \leftarrow 0/3s$ (ج) مسافری به جرم  $m = 60kg \leftarrow 60kg$ 

(د) بزرگی نیروی متوسط کمرنگ اینمی به مسافرتا به جلو پر نشود؟

گام دوم

روش اول:

با استفاده از روابط تکانه، زیر داریم:

$$\Delta p = m\Delta v = 60 \times 15$$

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{60 \times 15}{0/3} = 1800N$$

روش دوم:

نیرویی که باعث پرت شدن مسافر به جلو می‌شود همان نیرویی است که شتاب متوقف‌کننده اتومبیل را به وجود می‌آورد.

ابتدا با استفاده از معادله سرعت-زمان، شتاب حرکت کند شونده را به دست می‌آوریم:

$$v_2 = at + v_1 \Rightarrow 0 = a \times 0/3 + 15 \Rightarrow a = -50 \text{ m/s}^2$$

حالا به کمک قانون دوم نیوتن، نیرویی را که کمربند باید به این مسافر وارد کند، تا به جلو پرت نشود، محاسبه می‌کنیم:

$$|\sum F| = m |a| \Rightarrow |F_{av}| = 60 \times |-50| = 3000 \text{ N}$$

گزینه ۳

۸۷

گام اول

الف) با ثابت ماندن جرم  $m_1 = m_2 = m \leftarrow$

ب) انرژی جنبشی  $75$  درصد کاهش می‌یابد.  $\leftarrow K_2 = K_1 - \frac{75}{100} K_1 = \frac{1}{4} K_1$

ج) اندازه تکانه چند درصد کاهش می‌یابد؟  $\leftarrow \frac{(p_1 - p_2)}{p_1} \times 100 = ?$

گام دوم

۸۸

ابتدا با توجه به رابطه  $K_2 = \frac{1}{4} K_1$  و اینکه جرم ثابت می‌ماند، نسبت سرعت‌ها را به دست می‌آوریم:

$$K_2 = \frac{1}{4} K_1 \Rightarrow \frac{1}{4} mv_2^2 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} mv_1^2 \Rightarrow v_2 = \frac{1}{2} v_1$$

درنتیجه درصد کاهش یافته اندازه تکانه برابر است با:

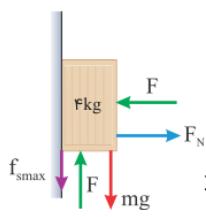
$$p = mv$$

$$\frac{p_1 - p_2}{p_1} \times 100 = \left(1 - \frac{p_2}{p_1}\right) \times 100 = \left(1 - \frac{mv_2}{mv_1}\right) \times 100 = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times 100 = 50\%$$

گزینه ۲

۸۹

گام اول: جسم در آستانه حرکت رو به بالا است بنابراین جهت نیروی اصطکاک جنبشی رو به پایین است. همه نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:



گام دوم: در حالت افقی  $F = f_{s \max} + mg$  و در حالت قائم  $F = F_N$  است:

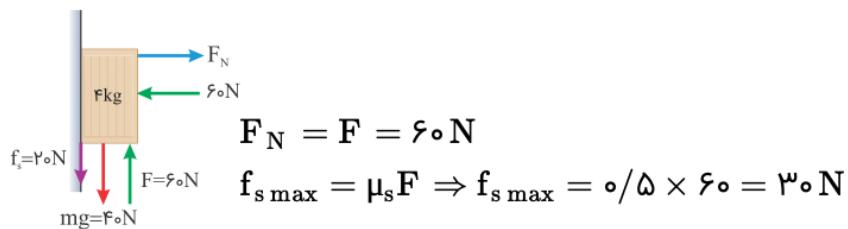
$$f_{s \max} = F_N \mu_s = 0/5F$$

$$\Rightarrow F = 0/5F + 40 \Rightarrow 0/5F = 40 \Rightarrow F = 80 \text{ N}$$

گام سوم: حال  $F_N$ ،  $f_{s \max}$  و درنهایت  $R$  را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} F_N = F = 80 \text{ N} \\ f_{s \max} = 0/5F = 40 \text{ N} \end{cases} \Rightarrow R = \sqrt{F_N^2 + f_{s \max}^2} = \sqrt{80^2 + 40^2} = 40\sqrt{5} \text{ N}$$

گام چهارم: در حالتی که  $F = 60\text{ N}$  است وضعیت جسم را بررسی می‌کنیم:



جسم دیگر در آستانه حرکت نیست و  $f_s = 20\text{ N}$  رو به پایین به جسم وارد می‌شود. در این حالت را محاسبه می‌کنیم:

$$R' = \sqrt{f_s^2 + F_N^2} = \sqrt{20^2 + 60^2} = 20\sqrt{10}\text{ N}$$

گام پنجم: نسبت  $\frac{R'}{R}$  را به دست می‌آوریم:

$$\frac{R'}{R} = \frac{20\sqrt{10}}{60\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

گزینه ۱

۹۰

گام اول

الف) فنری با ثابت  $k = 50\text{ N/m}$

ب) به وزنهای به جرم  $5\text{ kg}$  بستهایم

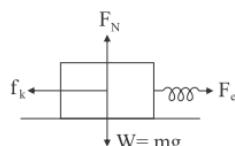
ج) آن را با سرعت ثابت روی سطح افقی می‌کشیم

د) ۱۰ سانتی‌متر افزایش طول پیدا کند

ه) ضریب اصطکاک جنبشی چقدر است؟

گام دوم

برای به دست آوردن  $\mu_k$  باید  $F_N$  و  $f_k$  را به دست بیاوریم. قانون دوم نیوتون را در راستای افقی و قائم نوشتی و در زهایت ضریب اصطکاک جنبشی را محاسبه می‌کنیم:



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_N - mg = 0 \Rightarrow F_N = mg = 50 \times 10 = 500\text{ N}$$

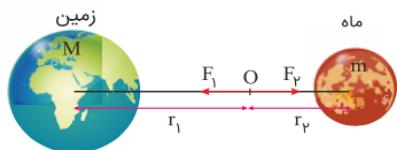
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_e - f_k = 0 \Rightarrow F_e = f_k \quad (*)$$

$$\begin{cases} f_k = \mu_k \cdot F_N \\ F_e = kx \end{cases} \xrightarrow{(*)} kx = \mu_k \cdot F_N \Rightarrow 50 \times 0.1 = \mu_k \times 50 \Rightarrow \mu_k = 0.1$$

گزینه ۱

۹۱

نقطه مطرح شده در صورت سؤال که در آن نیروهای گرانشی زمین و ماه باهم مساوی هستند را مطابق شکل زیر نقطه ۰ فرض می کنیم:



$$F_1 = F_2 \Rightarrow G \frac{Mm'}{r_1^2} = G \frac{mm'}{r_2^2}$$

$$\Rightarrow \frac{Mm}{r_1^2} = \frac{m}{r_2^2} \Rightarrow r_1 = 9r_2$$

گزینه ۲

۹۲

$$\mu_s = 0.6$$

$$\mu_k = 0.3$$

$$f_{s\ max} = \mu_s N = \mu_s W = 0.6 \times 500 = 300 \text{ N}$$

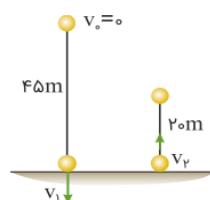
چون  $F < f_{s\ max}$  است، جسم حرکت نمی کند و نیروی اصطکاک ایستایی هماندازه با نیروی محرک وارد بر جسم است:  
 $|f_s| = |F| = 250 \text{ N}$

نیروهایی که جسم به سطح وارد می کند عبارت است از: (۱) عکس العمل نیروی اصطکاک و (۲) عکس العمل نیروی عمودی سطح.  
پس:

$$\vec{R}' = f_s \vec{i} + F_N' \vec{j} = 250 \vec{i} - 500 \vec{j}$$

گزینه ۳

۹۳



$$v_1 = \sqrt{2gh} \Rightarrow v_1 = \sqrt{2 \times 10 \times 45} = 30 \text{ m/s}$$

$$v_r = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 20} = 20 \text{ m/s}$$

چون ۷۱ رو به پایین است با علامت منفی و ۷۲ با علامت مثبت در نظر گرفته می شود.  
طبق قانون دوم نیوتون و رابطه آن با تغییرات تکانه جسم خواهیم داشت:

$$F = ma = \frac{m\Delta v}{\Delta t} = \frac{m(v_r - v_1)}{\Delta t}$$

$$F = \frac{200 \times 10^{-3} (20 - (-30))}{2 \times 10^{-3}} = 5000 \text{ N}$$

گزینه ۳

۹۴

گام اول

$$\text{الف) سیاره‌ای که شعاع آن نصف شعاع زمین} \leftarrow \frac{1}{\mu} R_{\text{سیاره}} = R_{\text{زمین}}$$

$$\text{ب) جرم سیاره} \frac{1}{\mu} M_{\text{سیاره}} = \frac{1}{\mu} M_{\text{زمین}}$$

$$\text{ج) شتاب گرانی در سطح سیاره، چندبرابر شتاب گرانی در سطح کره زمین خواهد شد؟} \leftarrow \frac{g_{\text{سیاره}}}{g_{\text{زمین}}} = ?$$

گام دوم

باتوجه به رابطه زیر داریم:

$$g = G \frac{M}{r^2} \Rightarrow \frac{g_{\text{سیاره}}}{g_{\text{زمین}}} = \frac{M_{\text{سیاره}}}{M_{\text{زمین}}} \times \left( \frac{R_{\text{زمین}}}{R_{\text{سیاره}}} \right)^2 = \frac{1}{\mu} \times 2^2 = 1$$

گزینه ۴

۹۵

قبل از پاره شدن نخ  $F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F - f_k = ma$

$$F - \mu_k mg = ma \Rightarrow 15 - 0.2 \times 50 = 5a \Rightarrow a = 1 \text{ m/s}^2$$

$$v = at + v_0 = 1 \times 2 + 0 = 2 \text{ m/s}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t = \frac{1}{2} \times 1 \times 2^2 = 2 \text{ m}$$

بعد از پاره شدن نخ  $F_{\text{net}} = ma \Rightarrow -f_k = ma$

$$-\mu_k mg = ma \Rightarrow a = -\mu_k g = -2 \text{ m/s}^2$$

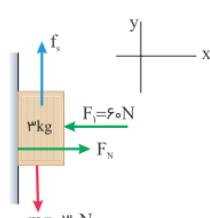
$$v^2 - v_0^2 = 2a(\Delta x) \Rightarrow 0 - 2^2 = 2(-2)(\Delta x) \Rightarrow \Delta x = 1 \text{ m}$$

$$\text{کل } \Delta x = 2 + 1 = 3 \text{ m}$$

گزینه ۳

۹۶

در حالت اول که نیروی  $F_1$  به جسم وارد می‌شود و جسم ساکن است، برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر است. پس:



$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x: F_N = F_1 = 60 \text{ N} \\ y: f_s = mg = 30 \text{ N} \end{cases}$$

با وارد شدن نیروی  $F_2$  به جسم، چون  $F_2 > mg$  است جهت نیروی اصطکاک قرینه می‌شود.

باتوجه به اینکه در حالت اول  $f_s = 30 \text{ N}$  بوده است و نیروی عمودی سطح و جنس دو سطح تغییر نکرده است، پس بزرگی نیروی اصطکاک ایستایی بزرگ‌تر یا مساوی  $30 \text{ N}$  است.

پس در حالت دوم اگر فرض کنیم که جسم ساکن است، بزرگی نیروی اصطکاک وارد بر جسم برابر است با:

$$\begin{aligned} \text{F}_{\text{net}} &= 0 \Rightarrow \begin{cases} x: F_N = F_1 = 60 \text{ N} \\ y: F_2 = mg + f_s \end{cases} \\ \Rightarrow 0 &= 30 + f_s \Rightarrow f_s = 20 \text{ N} \end{aligned}$$

چون  $f_s = 20 \text{ N}$  در این حالت از  $f_s = 30 \text{ N}$  در حالت اول کمتر است، پس فرض ساکن ماندن جسم درست است. بنابراین نیروی اصطکاک وارد بر جسم در این حالت  $N = 20 \text{ N}$  است. نیروی سطح وارد بر جسم در این حالت برابر است با:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_s^2} = \sqrt{60^2 + 20^2} = \sqrt{(6 \times 10)^2 + (6 \times 5)^2} = 6\sqrt{12^2 + 5^2} = 6 \times 13 = 65 \text{ N}$$

گزینه ۳

۹۷

گام اول

(الف) بزرگی اندازه حرکت (تکانه) جسمی به جرم ۲ کیلوگرم برابر  $6 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$  است. ←  
 $m = 2 \text{ kg}$ ,  $|P| = 6 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$

(ب) انرژی جنبشی جسم چند ژول است? ←?

گام دوم

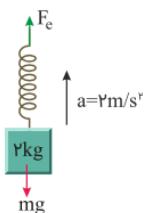
باتوجه به رابطه زیر داریم:

$$K = \frac{1}{2} mv^2 \xrightarrow{p=mv} K = \frac{p^2}{2m} = \frac{6^2}{2 \times 2} = 9 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = 9 \text{ J}$$

گزینه ۳

۹۸

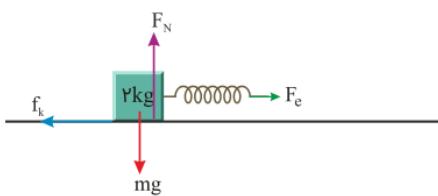
گام اول: در حالت اول باتوجه به قانون دوم نیوتون، ثابت فنرا به دست می آوریم:



$$F_e - mg = ma \Rightarrow k\Delta x - mg = ma$$

$$\Rightarrow k \times \left( \frac{42 - 30}{100} \right) - 20 = 2 \times 2 \Rightarrow k = 200 \text{ N/m}$$

گام دوم: قانون دوم نیوتون برای حالت جدید به صورت زیر است:



$$F_N = mg = 20 \text{ N}$$

$$F_e - f_k = ma \Rightarrow k\Delta x - \mu_k F_N = ma$$

$$\Rightarrow 200 \times \left( \frac{36 - 30}{100} \right) - \mu_k \times 20 = 2 \times 2 \Rightarrow \mu_k \times 20 = 8 \Rightarrow \mu_k = 0.4$$

گزینه ۲

۹۹

گام اول

(الف) جسمی به جرم  $4 \text{ kg}$  با سرعت  $10 \text{ m/s}$  از  $4 \text{ kg}$  با سرعت

(ب) با تغییر سرعت جسم، انرژی جنبشی آن ۹ برابر می‌شود  $\rightarrow$  جرم ثابت می‌ماند و  $\frac{K_2}{K_1} = 9$

(ج) بزرگی تکانه آن چقدر افزایش می‌یابد؟  $\Delta p = ?$

گام دوم

۱۰۰

طبق رابطه  $K_2 = 9K_1$ ، سرعت ثانویه را به دست آورده و در نهایت بزرگی تغییرات تکانه را محاسبه می‌کنیم:

$$K_2 = 9K_1 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_2^2 = 9 \cdot \frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow v_2^2 = 9 \times (10)^2 \Rightarrow v_2 = \pm 30 \text{ m/s}$$

باتوجه به اینکه مقدار افزایش تکانه را از ما خواسته، پس مقدار سرعت نیز افزایش یافته است ( $v_2 = +30 \text{ m/s}$ )

$$\Delta p = m\Delta v = 4 \times (30 - 10) = 80 \text{ kg.m/s}$$

گزینه ۴

۱۰۰

نمودار تغییرات تکانه با نمودار سرعت زمان یکسان است؛ زیرا تکانه حاصل ضرب جرم در سرعت است و جرم مقدار ثابتی است:  $P = mv$

از آنجاکه شتاب ثابت است، سرعت تا رسیدن به نقطه اوج مثبت و در حال کاهش است تا به صفر برسد. سپس منفی و رو به افزایش خواهد بود تا گلوله به زمین اصابت نماید.

