

دفترچه شماره ۱

آزمون شماره ۱۱

جمعه ۱۴۰۱/۰۹/۰۴



آزمون‌های سراسر کاج

گزینه درستی را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

سوالات آزمون

پایه یازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد کل سؤالات: ۸۰	مدت پاسخگویی: ۱۰۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف
	از	تا			
۴۵ دقیقه	۱۰	۱	۱۰	حسابان ۱	۱ ریاضیات
	۲۰	۱۱	۱۰	آمار و احتمال	
	۳۰	۲۱	۱۰	هندسه ۲	
۳۰ دقیقه	۵۵	۳۱	۲۵	فیزیک ۲	۲
۲۵ دقیقه	۸۰	۵۶	۲۵	شیمی ۲	۳



حسابان (۱)

- ۱- نقطه A روی خط $y = 2x$ قرار دارد. اگر مجموع فاصله‌های آن تا مبدأ و نقطه $B \left(\frac{3}{e} \right)$ برابر $5\sqrt{5}$ باشد، مجموع مقادیر طول نقطه A کدام است؟
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳
- ۲- اگر نقاط $A \left(\frac{2}{3} \right)$ و $B \left(\frac{-1}{2} \right)$ دو سر قطر یک مربع باشند، مجموع طول دو رأس دیگر کدام است؟
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴
- ۳- به ازای چند مقدار m دو خط به معادله $(m^2 - 2)x + (m + 1)y - 1 = 0$ و $(m - 1)x + (m^2 + 2)y - 2 = 0$ با هم موازی هستند؟
- (۱) صفر (۲) دو مقدار (۳) سه مقدار (۴) چهار مقدار
- ۴- خطوط $AB: 2x - y - 1 = 0$ و $AC: x + 2y + 2 = 0$ و $BC: y = 2$ سه ضلع یک مثلث هستند. اندازه میانه وارد بر ضلع BC کدام است؟
- (۱) $\frac{15}{2}$ (۲) $\frac{15}{4}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$
- ۵- سه رأس یک مثلث نقاط $A \left(\frac{2}{5} \right)$ و $B \left(\frac{3}{4} \right)$ و $C \left(\frac{1}{4} \right)$ هستند. اندازه نیمساز رأس A کدام است؟
- (۱) $\sqrt{5}$ (۲) ۲ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) ۱
- ۶- دو قاعده یک دوزنقه بر دو خط $x - 2y - 3 = 0$ و $3x - 6y - 6 = 0$ منطبق هستند. معادله خطی که وسط دو ساق را به هم وصل می‌کند، کدام است؟
- (۱) $2x - 4y - 5 = 0$ (۲) $2x - 4y - 7 = 0$
 (۳) $x - 4y - 5 = 0$ (۴) $4x - y - 5 = 0$
- ۷- اگر $|x^2 - x - 2| = 2 + x - x^2$ باشد، آن‌گاه معادله $\sqrt{2x^2 + 7x + 19} = |x + 1| + |x + 3|$ دارای چند جواب است؟
- (۱) جواب ندارد (۲) یک جواب (۳) دو جواب (۴) سه جواب
- ۸- اگر معادله $|x - a| + |x - 3| = 4$ دارای دو جواب باشد، محدوده جواب‌ها در کدام گزینه آمده است؟
- (۱) $\begin{cases} 3 < x_1 < 7 \\ -1 < x_2 < 3 \end{cases}$ (۲) $\begin{cases} -3 < x_1 < 7 \\ 7 < x_2 < 9 \end{cases}$
 (۳) $\begin{cases} -3 < x_1 < -1 \\ -1 < x_2 < 7 \end{cases}$ (۴) $\begin{cases} -7 < x_1 < 3 \\ 3 < x_2 < 7 \end{cases}$



۹- نقاط $B \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$ و $C \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ دو رأس مثلث ABC هستند، اگر طول میانه AM برابر $\frac{13}{4}$ باشد و $G \begin{pmatrix} 1 \\ \alpha \end{pmatrix}$ محل برخورد میانه‌های مثلث باشد، مقدار $\alpha^2 + \alpha$ کدام است؟ ($\alpha > 0$)

(۱) $\frac{9}{4}$ (۲) $\frac{4}{9}$ (۳) $\frac{9}{10}$ (۴) $\frac{10}{9}$

۱۰- نقطه‌ای به مختصات $A \begin{pmatrix} \alpha \\ \alpha+1 \end{pmatrix}$ بیرون خط $4x+3y-1=0$ قرار دارد. به ازای کدام محدوده α ، دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۲ خط را قطع نمی‌کند؟

(۱) $\begin{cases} \alpha > \frac{1}{7} \\ \alpha < -\frac{12}{8} \end{cases}$ (۲) $\begin{cases} \alpha > \frac{7}{8} \\ \alpha < -\frac{12}{8} \end{cases}$ (۳) $\begin{cases} \alpha > \frac{5}{7} \\ \alpha < -\frac{15}{7} \end{cases}$ (۴) $\begin{cases} \alpha > \frac{7}{5} \\ \alpha < -\frac{7}{15} \end{cases}$

آمار و احتمال

۱۱- در مجموعه اعداد طبیعی یک رقمی، تعداد زیر مجموعه‌های ۶ عضوی که شامل همه اعداد اول یک رقمی می‌باشد، برابر چند است؟

(۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۱۲- مجموعه $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ را در نظر بگیرید. در چند زیرمجموعه ۴ عضوی از A هیچ دو عدد متوالی وجود ندارد؟

(۱) ۲۸ (۲) ۳۲ (۳) ۳۵ (۴) ۶۶

۱۳- اگر $P(A) = \{x \in \mathbb{N} \mid |x^2 - |x|| = 0\}$ ، دارای چند زیرمجموعه است؟ ($P(A)$ مجموعه توانی A می‌باشد).

(۱) ۲ (۲) 2^2 (۳) 2^4 (۴) 2^{16}

۱۴- اگر $A = \{x \mid x \in \mathbb{R}, ||x| - 2| = 1\}$ و $B = \{\sin \frac{n\pi}{4} \mid n \in \mathbb{N}\}$ باشد، آنگاه مجموعه زیرمجموعه‌های $A \cup (A \cap B)$ چند زیرمجموعه دارد؟

(۱) 2^4 (۲) 2^6 (۳) 2^8 (۴) 2^{16}

۱۵- اگر سه عضو از مجموعه A را حذف کنیم، تعداد زیرمجموعه‌های آن ۴۴۸ واحد کم‌تر می‌شود، اگر دو عضو به مجموعه A اضافه کنیم، به

تعداد زیرمجموعه‌های A ، چند واحد اضافه می‌شود؟

(۱) ۵۱۲ (۲) ۱۰۲۴ (۳) ۱۵۳۴ (۴) ۱۵۳۶

۱۶- یکی از افزایش‌های مجموعه A به صورت $\{\{a, c\}\}$ ، $\{\{a, b\}\}$ ، $\{c\}$ ، $\{b\}$ ، $\{a\}$ است. تعداد افزایش‌های مجموعه A که فاقد مجموعه تک

عضوی باشد، کدام است؟

(۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

۱۷- ساده شده عبارت $A \cup [(B \cap C) \cup (A' \cap B)]$ کدام است؟

(۱) A (۲) B (۳) $A \cup B$ (۴) $A \cap B$

۱۸- اگر دو مجموعه جدا از هم A و B هر کدام به ترتیب ۲ و ۶ عضو داشته باشند، متمم مجموعه $A - (B - A)'$ چند زیرمجموعه سره ناتهی دارد؟

(۱) ۱۲۸ (۲) ۱۲۶ (۳) ۲۵۶ (۴) ۲۵۴

محل انجام محاسبات



۱۹- مجموعه اعداد طبیعی کوچکتر از ۳۸ را به سه زیرمجموعه A و B و C افراز کرده‌ایم. اگر $A = \{x | x = 3k + 1, k \in \mathbb{N}\}$ و $B = \{x | x = 3k + 2, k \in \mathbb{N}\}$ باشد، مجموعه C چند عضو دارد؟

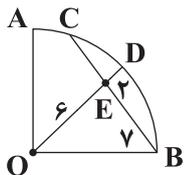
- ۱۵ (۴) ۱۴ (۳) ۱۳ (۲) ۱۲ (۱)

۲۰- اگر $A = \{x + y, 5\}$ و $B = \{3, x^2 + y^2\}$ و بدانیم که $A = B$ ، آنگاه حاصل $x^3 + y^3$ کدام است؟

- ۱۲ (۴) ۱۱ (۳) ۱۰ (۲) ۹ (۱)

هندسه (۲)

۲۱- در شکل زیر، ربع دایره‌ای به مرکز O مفروض است. با توجه به اندازه‌های داده شده روی شکل، CE کدام است؟



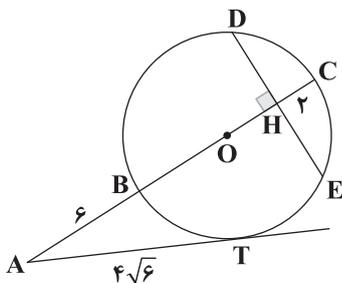
۲ (۱)

۳ (۲)

۴ (۳)

۵ (۴)

۲۲- در شکل زیر، قطر BC بر وتر DE در نقطه H عمود است. اگر $AB = 6$ و $AT = 4\sqrt{6}$ باشد، طول DE کدام است؟



۶ (۱)

۸ (۲)

۹ (۳)

۱۰ (۴)

۲۳- قطرهای یک لوزی ۱۰ و ۲۴ می‌باشد. شعاع دایره محاطی این لوزی کدام است؟

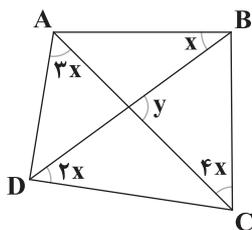
$\frac{90}{13}$ (۴)

$\frac{80}{13}$ (۳)

$\frac{70}{13}$ (۲)

$\frac{60}{13}$ (۱)

۲۴- عمودمنصف‌های همه اضلاع چهارضلعی ABCD در یک نقطه هم‌رس هستند. زاویه y چند درجه است؟



۴۵ (۱)

۵۴ (۲)

۵۸ (۳)

۶۴ (۴)

۲۵- مماس‌های مشترک خارجی دو دایره $C(O, 3a+1)$ و $C'(O', 4a-2)$ با هم موازیند. اگر $O'O = 7a+2$ باشد، کمترین فاصله بین این

دو دایره کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

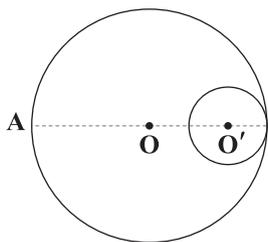
۳ (۲)

۲ (۱)

محل انجام محاسبات



۲۶- در شکل زیر مساحت بین دو دایره 224π است. اگر $O'O = 8$ باشد، طول مماسی که از نقطه A بر دایره کوچک تر می توان رسم کرد



کدام است؟

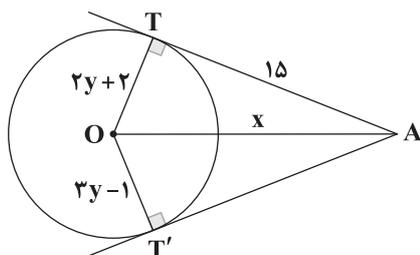
۲۳ (۱)

۲۴ (۲)

۲۵ (۳)

۲۶ (۴)

۲۷- در شکل زیر $x+y$ کدام است؟



۱۷ (۱)

۱۸ (۲)

۱۹ (۳)

۲۰ (۴)

۲۸- نزدیک ترین فاصله نقطه A تا دایره $C(O, 5)$ برابر ۸ می باشد. از نقطه A دو مماس AT و AT' را بر دایره C رسم می کنیم. فاصله TT'

کدام است؟

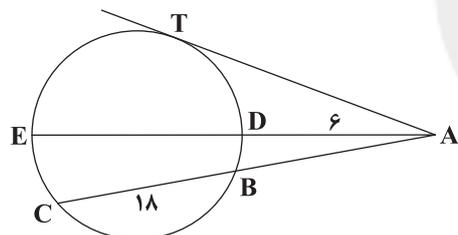
$\frac{120}{13}$ (۴)

$\frac{110}{13}$ (۳)

$\frac{105}{13}$ (۲)

$\frac{100}{13}$ (۱)

۲۹- در شکل زیر $DE = 3AB$ است. طول مماس AT کدام است؟



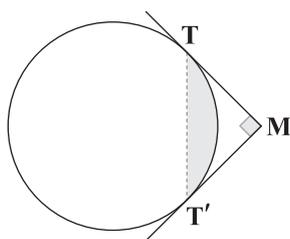
۱۱ (۱)

۱۲ (۲)

۱۳ (۳)

۱۵ (۴)

۳۰- از نقطه M دو مماس عمود بر هم بر دایره $C(O, R)$ رسم می کنیم. اگر طول مماس ها برابر ۴ باشد، مساحت قسمت رنگی کدام است؟



$4\pi - 6$ (۱)

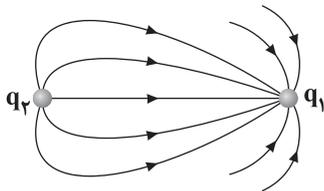
$6\pi - 6$ (۲)

$4\pi - 8$ (۳)

$6\pi - 8$ (۴)



۳۱- بارهای q_1 و q_2 مطابق شکل زیر، ثابت شده‌اند. کدام گزینه در ارتباط با نوع و اندازه این دو بار درست است؟



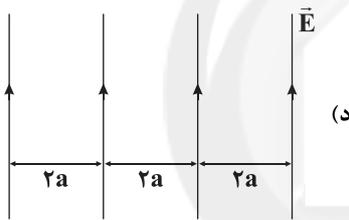
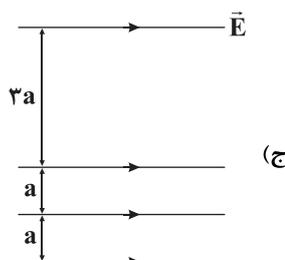
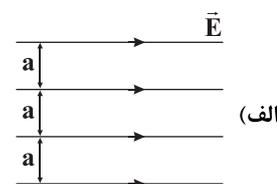
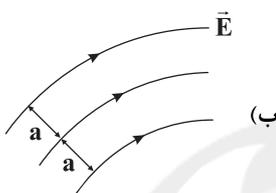
(۱) $|q_1| > |q_2|$, $q_2 < 0$, $q_1 > 0$

(۲) $|q_1| > |q_2|$, $q_2 > 0$, $q_1 < 0$

(۳) $|q_2| > |q_1|$, $q_2 > 0$, $q_1 < 0$

(۴) $|q_2| > |q_1|$, $q_2 < 0$, $q_1 > 0$

۳۲- چه تعداد از میدان‌های الکتریکی زیر، یکنواخت نیستند؟



(۴) صفر

(۳) ۱

(۲) ۲

(۱) ۳

۳۳- یک ذره با بار منفی که بزرگی بار آن برابر با 10^{-9} نانوکولن است را در میدان الکتریکی یکنواخت \vec{E} قرار داده‌ایم و نیروی $\vec{F} = 200 \text{ mN}(\vec{j})$

برحسب SI از طرف میدان بر آن وارد می‌شود. بردار میدان الکتریکی یکنواخت \vec{E} در کدام گزینه به درستی آمده است؟

(۱) $(2 \times 10^{-7})\vec{j}$ (۲) $(-2 \times 10^{-9})\vec{j}$ (۳) $(-2 \times 10^{-7})\vec{j}$ (۴) $(2 \times 10^{-9})\vec{j}$

۳۴- ذره‌ای با بار الکتریکی $q = 0.2 \text{ nC}$ و جرم 0.4 mg در میدان الکتریکی عمودی و یکنواخت \vec{E} به صورت معلق قرار دارد. بردار میدان

الکتریکی یکنواخت \vec{E} در SI در کدام گزینه به درستی آمده است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

(۱) $+2000\vec{j}$ (۲) $+20000\vec{j}$ (۳) $-20000\vec{j}$ (۴) $-2000\vec{j}$

۳۵- یک ذره با بار الکتریکی $0.4 \mu\text{C}$ که جرم آن 0.1 g است، در میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E} = (12/6\vec{i} + 16/8\vec{j}) \times 10^5$ (بر حسب SI) از حال

سکون رها می‌شود. اگر فقط میدان الکتریکی روی بار q کار انجام دهد، سرعت آن پس از ۲ ثانیه به چند کیلومتر بر ثانیه می‌رسد؟

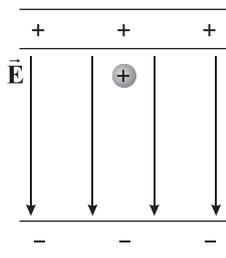
(۱) $16/8$ (۲) $1/68$ (۳) $23/52$ (۴) $2/352$

محل انجام محاسبات



۳۶- با توجه به شکل زیر، کدام گزینه جاهای خالی عبارت زیر را به درستی کامل می‌کند؟

«ذره‌ای با بار مثبت در میدان الکتریکی یکنواخت \vec{E} از مجاورت صفحه مثبت رها می‌شود و بر انرژی آن افزوده می‌شود.



(از نیروی گرانشی چشم‌پوشی شده است.)»

(۱) به تدریج - جنبشی

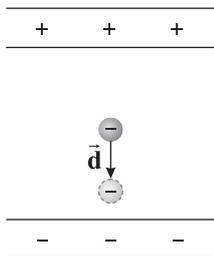
(۲) ناگهان - جنبشی

(۳) ناگهان - پتانسیل

(۴) به تدریج - پتانسیل

۳۷- با توجه به شکل زیر، کدام گزینه جاهای خالی عبارت زیر را به ترتیب به درستی کامل می‌کند؟

«میدان الکتریکی، کار W_E را روی بار انجام می‌دهد و انرژی پتانسیل الکتریکی U_E می‌یابد.»



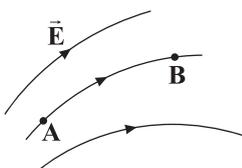
(۱) مثبت - افزایش

(۲) منفی - کاهش

(۳) منفی - افزایش

(۴) مثبت - کاهش

۳۸- مطابق شکل زیر، اگر در میدان الکتریکی یکنواخت \vec{E} ، ذره‌ای با بار منفی را از نقطه A تا نقطه B حرکت دهیم، تغییر انرژی پتانسیل



الکتریکی این ذره چگونه خواهد بود؟

(۱) ثابت می‌ماند.

(۲) افزایش می‌یابد.

(۳) کاهش می‌یابد.

(۴) همواره صفر باقی می‌ماند.

۳۹- یک ذره با بار $q = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$ در میدان الکتریکی یکنواخت \vec{E} به بزرگی $4 \times 10^6 \text{ N/C}$ از حال سکون شتاب گرفته و از مجاورت صفحه

مثبت تا مجاورت صفحه مقابلش جابه‌جا می‌شود. اگر فاصله بین دو صفحه برابر با 40 mm باشد، انرژی پتانسیل الکتریکی این ذره چند

ژول و چگونه تغییر کرده است؟

(۱) $5/12 \times 10^{-15}$ و کاهش (۲) $2/56 \times 10^{-15}$ و افزایش (۳) $5/12 \times 10^{-17}$ و افزایش (۴) $2/56 \times 10^{-15}$ و کاهش

۴۰- ذره‌ای به جرم 5 mg و بار الکتریکی $q = 20 \text{ nC}$ را در میدان الکتریکی یکنواخت \vec{E} به بزرگی 1000 N/C رها می‌کنیم. در اثر نیروی میدان

الکتریکی که به این ذره وارد می‌شود، این ذره پس از مدتی به تندی 20 m/s می‌رسد. از لحظه شروع حرکت تا لحظه رسیدن به این تندی،

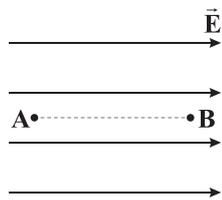
جابه‌جایی ذره چند سانتی‌متر است؟

(۱) $0/5$ (۲) 5 (۳) 50 (۴) 500

محل انجام محاسبات



۴۱- مطابق شکل زیر، ذره‌ای به جرم 20mg و با بار الکتریکی $q = -8\mu\text{C}$ در میدان الکتریکی یکنواخت \vec{E} به بزرگی $\frac{N}{C} \times 10^6 \times 2$ در نقطه B از حال سکون رها شده و بر مسیر مستقیمی به طول 40mm جابه‌جا می‌شود تا به نقطه A برسد. در این جابه‌جایی، انرژی جنبشی ذره به



چند ژول و تندی آن به چند متر بر ثانیه خواهد رسید؟

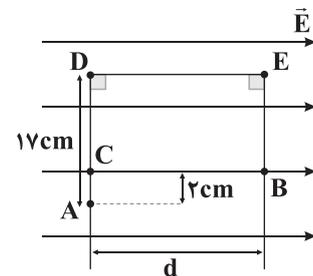
(۱) 80 و 0.64

(۲) $80\sqrt{10}$ و 0.32

(۳) 80 و 0.32

(۴) $8\sqrt{10}$ و 0.64

۴۲- مطابق شکل زیر، در میدان الکتریکی یکنواخت \vec{E} به بزرگی $\frac{N}{C} \times 10^7 \times 2$ ، بار الکتریکی نقطه‌ای $q = -4\mu\text{C}$ از نقطه A تا نقطه B روی مسیر نشان داده شده، انتقال داده شده است. اگر طول قطر CE برابر با 25cm باشد، طی این انتقال، انرژی پتانسیل الکتریکی این ذره باردار



چند میلی‌ژول و چگونه تغییر کرده است؟

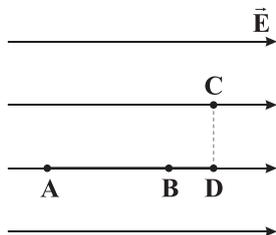
(۱) 0.8×10^4 و کاهش

(۲) 1.6×10^4 و افزایش

(۳) 1.6×10^4 و کاهش

(۴) 0.8×10^4 و افزایش

۴۳- در شکل زیر، اگر بار الکتریکی q بین نقاط A ، B ، C و D جابه‌جا شده باشد، کدام گزینه مقایسه‌ای صحیح از پتانسیل الکتریکی نقاط و شدت میدان الکتریکی آن‌ها خواهد بود؟



(۱) $E_A = E_B = E_C = E_D$ ، $V_A > V_B > V_D > V_C$

(۲) $E_A > E_B > E_C = E_D$ ، $V_A > V_B$ ، $V_C = V_D = 0$

(۳) $E_A > E_B > E_C = E_D$ ، $V_A > V_B > V_C = V_D$

(۴) $E_A = E_B = E_C = E_D$ ، $V_A > V_B > V_C = V_D$

۴۴- چه تعداد از عبارتهای زیر نادرست است؟

(الف) نسبت تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ذره به بار آن، مستقل از نوع و اندازه بار است.

(ب) رابطه $\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q}$ فقط برای میدان‌های الکتریکی یکنواخت برقرار است.

(ج) در یک میدان الکتریکی یکنواخت، با حرکت در خلاف جهت خطوط میدان، بدون توجه به نوع بار الکتریکی، پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد.

(د) هر باتری، دو پایانه مثبت (+) و منفی (-) دارد. بنابر قرارداد، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری همواره پتانسیل بزرگ‌تر منه‌ای

پتانسیل کوچک‌تر است. $(\Delta V = V_p - V_1)$

(۴) صفر

(۳) ۱

(۲) ۲

(۱) ۳

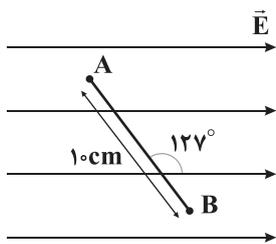
محل انجام محاسبات



۴۵- درون یک میدان الکتریکی یکنواخت، بار الکتریکی $q = 0.5 \mu\text{C}$ از نقطه A تا نقطه B جابه‌جا می‌شود. اگر کار نیروی الکتریکی بر روی این بار در این انتقال برابر با $J = 0.2 \times 10^{-5}$ باشد، به ترتیب از راست به چپ، تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار q چند میلی‌ژول بوده و $V_B - V_A$ چند ولت است؟

- (۱) 0.002 و 400 (۲) 0.002 و 4 (۳) -2×10^{-4} و -400 (۴) 0.2 و -4

۴۶- مطابق شکل زیر، ذره‌ای با بار الکتریکی منفی که بزرگی بار آن $4 \mu\text{C}$ است، در میدان الکتریکی یکنواخت \vec{E} به بزرگی $\frac{2 \times 10^7 \text{ N}}{\text{C}}$ از نقطه A تا نقطه B جابه‌جا می‌شود. انرژی پتانسیل الکتریکی این ذره طی این جابه‌جایی چند میلی‌ژول تغییر می‌کند؟ ($\cos 53^\circ = 0.6$)

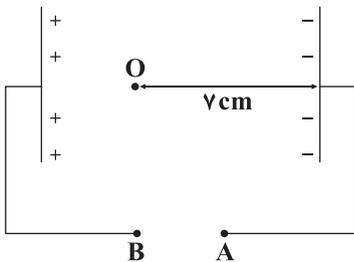


- (۱) -4800 (۲) -8000 (۳) 4800 (۴) 6400

۴۷- در میدان الکتریکی یکنواخت \vec{E} ، ذره با بار q را از حال سکون از نقطه‌ای با پتانسیل الکتریکی 25 V رها می‌کنیم. این ذره فقط تحت تأثیر میدان الکتریکی به نقطه‌ای می‌رسد که پتانسیل الکتریکی آن نقطه برابر با 55 V است. طی این جابه‌جایی، انرژی جنبشی ذره 3 mJ افزایش می‌یابد. به ترتیب از راست به چپ، اندازه بار الکتریکی ذره برحسب میکروکولن و نوع بار ذره در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟

- (۱) 100 و منفی (۲) 100000 و مثبت (۳) 100000 و منفی (۴) 100 و مثبت

۴۸- مطابق شکل زیر، پتانسیل الکتریکی نقاط A و B از راست به چپ به ترتیب برابر صفر و 90 ولت هستند. اگر فاصله بین دو صفحه موازی باردار برابر با $10/5$ سانتی‌متر باشد، پتانسیل الکتریکی نقطه O چند ولت است؟



- (۱) 30 (۲) 90 (۳) 60 (۴) 120

۴۹- بار الکتریکی $q = -0.4 \mu\text{C}$ در میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E} = -8 \times 10^5 \hat{j}$ از نقطه A $\left| \begin{matrix} -1/5 \text{ m} \\ 3 \text{ m} \end{matrix} \right|$ تا نقطه B $\left| \begin{matrix} 8/5 \text{ m} \\ -12 \text{ m} \end{matrix} \right|$ جابه‌جا می‌شود. به ترتیب از راست به چپ، انرژی پتانسیل الکتریکی بار چند ژول و چگونه، هم‌چنین پتانسیل الکتریکی نقاط چند مگا‌ولت و به چه صورت تغییر می‌کنند؟

- (۱) $4/8\sqrt{13}$ و افزایش - $12\sqrt{13}$ و کاهش (۲) $4/8\sqrt{13}$ و کاهش - $12\sqrt{13}$ و افزایش (۳) $4/8$ و افزایش - 12 و کاهش (۴) $4/8$ و کاهش - 12 و افزایش

محل انجام محاسبات



۵۰- مطابق شکل زیر، در میدان الکتریکی یکنواخت بین دو صفحه رسانا، ذره‌ای به جرم 12g و با بار الکتریکی $60\mu\text{C}$ - از مجاورت صفحه پایینی به طرف بالا پرتاب می‌شود و پس از طی مسافت 10cm جهت حرکتش تغییر می‌کند. تندی متوسط این ذره از شروع حرکت تا نقطه



تغییر حرکت چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

$$\sqrt{6/8} \quad (1)$$

$$2\sqrt{8/5} \quad (2)$$

$$\sqrt{8/5} \quad (3)$$

$$0.5\sqrt{6/8} \quad (4)$$

۵۱- با توجه به آزمایش فاراده در مورد چگونگی توزیع بار در رسانای خنثی، کدام گزینه در مورد میدان الکتریکی داخل رسانا و پتانسیل الکتریکی همه نقاط صحیح است؟ (رسانا را کره‌ای در نظر بگیرید که بارها روی سطح آن متوازن توزیع شده‌اند).

$$V_1 = V_2 = \dots = V_n \neq 0, E_1 = E_2 = \dots = E_n \neq 0 \quad (2) \quad V_1 = V_2 = \dots = V_n = 0, E_1 = E_2 = \dots = E_n = 0 \quad (1)$$

$$V_1 = V_2 = \dots = V_n \neq 0, E_1 = E_2 = \dots = E_n = 0 \quad (4) \quad V_1 \neq V_2 \neq \dots \neq V_n, E_1 = E_2 = \dots = E_n = 0 \quad (3)$$

۵۲- به کره‌ای فلزی به شعاع 20cm که بر روی پایه عایقی قرار دارد، بار الکتریکی معادل 628nC می‌دهیم. بار الکتریکی موجود در هر سانتی‌متر مربع از سطح این کره چند پیکوکولن خواهد بود؟ ($\pi \approx 3/14$)

$$500 \quad (4)$$

$$1250 \quad (3)$$

$$50000 \quad (2)$$

$$125000 \quad (1)$$

۵۳- شعاع یک کره فلزی با بار q برابر R است. اگر 25% درصد شعاع کره و 50% درصد مقدار بار روی کره را کاهش دهیم، چگالی سطحی بار این کره تقریباً چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟

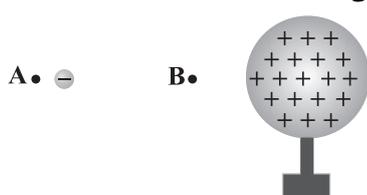
$$88 \text{ و افزایش} \quad (4)$$

$$12 \text{ و افزایش} \quad (3)$$

$$88 \text{ و افزایش} \quad (2)$$

$$12 \text{ و کاهش} \quad (1)$$

۵۴- در شکل زیر، یک ذره باردار با بار منفی را به آهستگی از نقطه A به سمت کره بزرگ باردار مثبت که روی پایه عایقی قرار دارد، حرکت داده و در نقطه B قرار می‌دهیم. در این جابه‌جایی، انرژی پتانسیل الکتریکی این ذره باردار چگونه تغییر می‌کند؟



(۱) ثابت می‌ماند.

(۲) کاهش می‌یابد.

(۳) افزایش می‌یابد.

(۴) با توجه به شرایط جابه‌جایی هر سه حالت ممکن است.

۵۵- دو کره فلزی یکسان A و B در فاصله d از هم که شعاع هر کدام از آن‌ها برابر 10cm است، دارای بار الکتریکی $q_A = 12\mu\text{C}$ و $q_B = -4\mu\text{C}$ می‌باشند. آن‌ها را به هم تماس داده و سپس از هم جدا می‌کنیم و در همان فاصله اولیه d از هم قرار می‌دهیم. چگالی

سطحی بار کره A چند میکروکولن بر متر مربع و چگونه تغییر می‌کند؟ ($\pi \approx 3$)

$$33 \text{ و کاهش} \quad (4)$$

$$67 \text{ و کاهش} \quad (3)$$

$$67 \text{ و افزایش} \quad (2)$$

$$33 \text{ و افزایش} \quad (1)$$

محل انجام محاسبات



۶۱- با قرار دادن یک میخ آهنی در محلولی از مس (II) سولفات، فلز مس تهیه کرد و محلولی از روی سولفات را در یک ظرف نقره‌ای نگهداری کرد. (گزینه‌ها را به ترتیب از راست به چپ بخوانید.)

(۱) می‌توان، می‌توان (۲) می‌توان، نمی‌توان (۳) نمی‌توان، می‌توان (۴) نمی‌توان، نمی‌توان

۶۲- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) به جز گازهای نجیب، اکسیژن، نیتروژن و کربن سایر نافلزها به شکل آزاد در طبیعت وجود ندارند.
(۲) از بازگردانی هفت قوطی فولادی بیش از ۱۰۰۰ کیلوژول انرژی ذخیره می‌شود.
(۳) آهن (II) کلرید در آب حل نمی‌شود.
(۴) اگر شمار مول‌های نمک خوراکی در یک نمونه ناخالص آن با خلوص ۶۰٪ برابر ۲/۴ باشد، شمار مول‌های نمونه ناخالص برابر ۴ است.

۶۳- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) فلز طلا رسانایی الکتریکی بالای خود را در شرایط دمایی گوناگون حفظ می‌کند.
(۲) بازیافت فلزها، به توسعه پایدار کشور کمک می‌کند و ردپای کربن دی‌اکسید را کاهش می‌دهد.
(۳) بازیافت فلزها موجب کندتر شدن گرمایش جهانی می‌شود.
(۴) در تولید مقدار طلای مورد نیاز برای ساخت یک عدد حلقه عروسی، حدود سه کیلوگرم پسماند ایجاد می‌شود.

۶۴- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) بستر اقیانوس‌ها منبعی غنی از فلزهای گوناگون است که انسان چند قرن قبل آن را کشف کرده بود.
(۲) در اعماق برخی از دریاها، سولفات چندین فلز واسطه یافت شده است.
(۳) غلظت گونه‌های فلزی موجود در کف اقیانوس، نسبت به ذخایر زمینی آن‌ها بیشتر است.
(۴) در بخش‌هایی از شماری از اقیانوس‌ها، کلوخه‌ها و پوسته‌هایی غنی از فلزهایی مانند Ni، Fe، K، Co، Mn و ... یافت شده است.

۶۵- کدام مطالب زیر درست هستند؟

- (آ) در استخراج یک تن آهن، تقریباً ۲ تن سنگ معدن آهن و یک تن از منابع معدنی دیگر استفاده می‌شود.
(ب) بازیافت فلزها نشان می‌دهد که این مواد جزو منابع تجدیدپذیرند.
(پ) پسماند سرانه سالانه فولاد ۴۰۰ کیلوگرم است.
(ت) آهنک مصرف و استخراج فلز بیشتر از آهنک بازگشت فلز به طبیعت به شکل سنگ معدن است.

(۱) «آ»، «ب» (۲) «آ»، «ت» (۳) «ب»، «پ» (۴) «پ»، «ت»

۶۶- برای سوختن کامل ۴ لیتر هگزان (C_6H_{14}) با چگالی $0.86 g \cdot mL^{-1}$ و با خلوص ۸۰٪، چند متر مکعب هوا لازم است؟ (چگالی گاز

اکسیژن $1.28 g \cdot L^{-1}$ بوده و ۲۰٪ حجم هوا را اکسیژن تشکیل می‌دهد.) ($C=12, H=1; g \cdot mol^{-1}$)

(۱) ۸ (۲) ۱۶ (۳) ۱۹ (۴) ۳۸

۶۷- اگر در واکنش مربوط به استخراج آهن در شرکت فولاد آمریکا، ۴/۲ تن آهن تولید شود و جرم سنگ معدن مصرف‌شده، ۱۵ برابر جرم مصرفی واکنش‌دهنده دیگر باشد، درصد خلوص آهن (III) اکسید در سنگ معدن کدام است؟

($Fe=56, O=16, C=12, Na=23; g \cdot mol^{-1}$)

(۱) ۵۹/۲۵ (۲) ۴۷/۱۲ (۳) ۶۸/۳۴ (۴) ۷۴/۲۱

محل انجام محاسبات



۶۸- از تجزیه کامل ۳۰۰ گرم پتاسیم پرمنگنات طبق واکنش موازنه نشده زیر، ۲۸۴ گرم ماده جامد در ظرف باقی می ماند. درصد خلوص واکنش دهنده کدام است؟ ($K = ۳۹, Mn = ۵۵, O = ۱۶: g.mol^{-1}$)



۴۷/۴ (۱) ۵۲/۶ (۲) ۳۸/۹ (۳) ۶۳/۱ (۴)

۶۹- اگر درصد خلوص منیزیم در آلیاژی شامل آهن و منیزیم برابر ۴۰ باشد، نسبت شمار اتم های آهن به شمار اتم های منیزیم در این آلیاژ کدام است؟ ($Mg = ۲۴, Fe = ۵۶: g.mol^{-1}$)

۲/۱۷ (۱) ۵/۴۶ (۲) ۰/۶۴ (۳) ۱/۵۵ (۴)

۷۰- واکنش موازنه نشده $N_2(g) + H_2(g) \rightarrow NH_3(g)$ با ۵ مول نیتروژن و ۱۵ مول هیدروژن در یک ظرف در بسته آغاز شده است. در لحظه ای که شمار مول های فرآورده، ۷۵٪ مجموع شمار مول های باقی مانده از واکنش دهنده ها است، بازده درصدی واکنش کدام است؟

۷۵ (۱) ۸۰ (۲) ۶۶/۷ (۳) ۶۰ (۴)

۷۱- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

(۱) کمیت بازده درصدی، کارایی یک واکنش را نشان می دهد.

(۲) آهن در طبیعت به صورت کانه هماتیت یافت می شود.

(۳) واکنش هوازی تخمیر گلوکز از جمله واکنش هایی است که در فرایند تهیه سوخت از بقایای گیاهان، رخ می دهد.

(۴) فولاد همان آهن ناخالص است.

۷۲- از واکنش ۲۰۰ گرم متانول (CH_3OH) با خلوص ۸۰٪ و مقدار کافی آمونیاک، مقداری گاز هیدروژن به دست می آید که حجم آن در شرایط STP برابر ۲۲۴L است. نسبت ضریب مولی متانول به ضریب مولی گاز هیدروژن در معادله موازنه شده واکنش کدام است؟



۲/۳ (۱) ۱/۴ (۲) ۱ (۳) ۱/۲ (۴)

۷۳- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

• در شرایط یکسان، طلا در مقایسه با روی تمایل کمتری برای تبدیل شدن به آنیون دارد.

• در شرایط یکسان، آهن در هوای مرطوب سریعتر از پتاسیم واکنش می دهد.

• تأمین شرایط نگهداری آهن، دشوارتر از مس است.

• استخراج فلز سدیم دشوارتر از فلز نقره است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۷۴- در روش گیاه پالایی که برای استخراج برخی فلزها به کار می رود، در معین، گیاهانی را می کارند که ، سپس گیاه را برداشت می کنند، فلز را جدا می کنند.

(۱) معدن - می توانند فلز(های) موجود در معدن را جذب کنند - می سوزانند و از خاکستر

(۲) معدن - شامل فلز(های) مشخصی هستند - به روش های فیزیکی خشک کرده و

(۳) خاک - می توانند فلز(های) موجود در خاک را جذب کنند - به روش های فیزیکی خشک کرده و

(۴) خاک - شامل فلز(های) مشخصی هستند - می سوزانند و از خاکستر

محل انجام محاسبات



۷۵- از واکنش ۱۰ کیلوگرم از اکسیدی آهن که به عنوان رنگ قرمز در نقاشی به کار می‌رود با مقدار کافی گاز کربن مونوکسید، ۵۲۰۰ گرم آهن

به دست آمده است. بازده درصدی این واکنش کدام است؟ ($\text{Fe} = 56, \text{O} = 16: \text{g.mol}^{-1}$)

- ۶۱/۹ (۴) ۹۰/۸ (۳) ۸۱/۳ (۲) ۷۴/۲ (۱)

۷۶- اگر ۲۰۰ گرم پتاسیم سولفات با خلوص ۴۰ درصد را با ۶۰۰ گرم پتاسیم سولفات با خلوص ۲۵ درصد مخلوط کنیم، درصد پتاسیم در مخلوط نهایی

به تقریب کدام است؟ (ناخالصی‌ها فاقد پتاسیم هستند.) ($\text{K} = 39, \text{S} = 32, \text{O} = 16: \text{g.mol}^{-1}$)

- ۲۸/۷ (۴) ۱۶/۱ (۳) ۱۲/۹ (۲) ۸/۷ (۱)

۷۷- به طور میانگین درصد جرمی کدام فلز در سنگ معدن آن، بیشتر از فلزهای دیگر است؟

- (۱) طلا (۲) نیکل (۳) مس (۴) روی

۷۸- در فولاد مبارکه برای استخراج آهن از استفاده می‌شود، زیرا
(۱) سدیم - کم‌ترین آلودگی ممکن را ایجاد می‌کند.

(۲) سدیم - در این حالت، واکنش از بیشترین پیشرفت برخوردار است.

(۳) کربن - دسترسی به کربن آسان‌تر است و صرفه اقتصادی بیشتری دارد.

(۴) کربن - در این حالت، واکنش در دما و فشار اتاق انجام می‌شود.

۷۹- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با فلزی که در سطح جهان بیشترین مصرف سالانه را در بین صنایع گوناگون دارد درست است؟

• جزو فلزهای دسته d بوده و در دوره چهارم جدول تناوبی جای دارد.

• اغلب در طبیعت به شکل اکسید یافت می‌شود.

• دارای دو نوع هیدروکسید بوده که هر دوی آنها در آب نامحلول هستند.

• دارای دو نوع اکسید طبیعی بوده که تفاوت شمار یون‌ها در هر واحد فرمولی از آنها برابر با ۳ است.

- ۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

۸۰- درصد خلوص کلسیم سولفات در نوعی گچ برابر ۶۰ بوده و ۲۰ درصد جرم این گچ را نیز آب تشکیل می‌دهد. اگر با دادن مقداری گرما به این

گچ، بخشی از آب موجود بخار شده و درصد آب در نمونه جدید به ۱۲ برسد، درصد خلوص کلسیم سولفات در نمونه جدید کدام است؟ (ناخالصی‌ها بر اثر گرما از بین نمی‌روند.)

- ۶۲ (۱) ۶۵ (۲) ۶۶ (۳) ۶۸ (۴)

دفترچه شماره ۲

آزمون شماره ۱۱

جمعه ۱۴۰۱/۰۹/۰۴



آزمون‌های سراسر گاج

گزینه درسدرا انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

پاسخ‌های تشریحی

پایه یازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۸۰	مدت پاسخگویی: ۱۰۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف
	از	تا			
۴۵ دقیقه	۱۰	۱	۱۰	حسابان ۱	۱ ریاضیات
	۲۰	۱۱	۱۰	آمار و احتمال	
	۳۰	۲۱	۱۰	هندسه ۲	
۳۰ دقیقه	۵۵	۳۱	۲۵	فیزیک ۲	۲
۲۵ دقیقه	۸۰	۵۶	۲۵	شیمی ۲	۳

آزمون‌های سراسر گاج

دروس	طراحان	ویراستاران علمی
ریاضیات	حسابان ۱	سیروس نصیری - مهدی وارسته
	آمار و احتمال	مفید ابراهیم‌پور
	هندسه ۲	مجید فرهمندپور
فیزیک	کامبیز افضل‌فر	حسین زین‌العابدین زاده مروارید شاه‌حسینی
شیمی	مریم تمدنی - میلاد عزیزی	ایمان زارعی



فروشگاه مرکزی گاج: تهران - خیابان انقلاب
نیش بازارچه کتاب

اطلاع‌رسانی و ثبت نام ۰۲۱-۶۴۲۰

نشانی اینترنتی www.gaj.ir

سایت کنکور

آماده‌سازی آزمون

مدیریت آزمون: ابوالفضل مزرعتی

بازبینی و نظارت نهایی: سارا نظری

برنامه‌ریزی و هماهنگی: سارا نظری - مینا نظری

بازبینی دفترچه: بهاره سلیمی - عطیه خادمی

ویراستاران فنی: ساناز فلاحی - مروارید شاه‌حسینی - مریم پارسائیان - سپیده‌سادات شریفی - عاطفه دستخوش

صفحه‌آرا: فرهاد عبدی

سرپرست واحد فنی: سعیده قاسمی

طراح شکل: آرزو گل‌فر

حروف‌نگاران: مینا عباسی - مهناز کاظمی - فرزانه رجیبی - ربابه الطافی - حدیث فیض‌الهی



به نام خدا

حقوق دانش‌آموزان در آزمون‌های سراسری گاج

داوطلب گرامی؛ با سلام در اینجا شما را با بخشی از حقوق خود در آزمون‌های سراسری گاج آشنا می‌نمایم:

۱- اطلاعات شناسنامه‌ای و آموزشی شما مانند نام، نام خانوادگی، جنسیت و گروه آزمایشی بایستی به صورت صحیح در بالای پاسخ‌برگ درج شده باشد.

۲- آزمون‌های سراسری گاج باید راس ساعت اعلام شده در دفترچه، شروع و خاتمه یابد.

۳- محل برگزاری آزمون باید از لحاظ سرمایش و گرمایش، نور کافی، نظافت و سایر موارد در حد مطلوب و استاندارد باشد.

۴- سؤالات آزمون‌های سراسری گاج بایستی نزدیک‌ترین سؤالات به کنکور سراسری باشد و عاری از هرگونه اشکال علمی و تایپی باشد.

۵- بعد از هر آزمون و به هنگام خروج از جلسه آزمون بایستی پاسخ‌نامه‌ی تشریحی هر آزمون را دریافت نمایید.

۶- کارنامه‌ی هر آزمون بایستی در همان روز آزمون به روش‌های ذیل تحویل شما گردد:

• مراجعه به سایت گاج به نشانی www.gaj.ir

• مراجعه به نمایندگی.

۷- خدمات مشاوره‌ای رایگانی که در طی ۱ مرحله آزمون (ویژه داوطلبان آزاد) ارائه می‌گردد شامل:

• برگزاری جلسه مشاوره حداقل یکبار در طی هر آزمون توسط رابط تحصیلی.

• تماس تلفنی حداقل ۱ بار در طی هر آزمون توسط رابط تحصیلی.

• تماس تلفنی با اولیا حداقل یکبار در هر فاز [آزمون‌های سراسری گاج در چهار فاز تابستانه، ترم اول، ترم دوم و جامع برگزار می‌گردد].

• بررسی کارنامه آزمون توسط رابط تحصیلی در هر آزمون.

چنانچه در هر یک از موارد فوق کمبود و یا نقصی مشاهده نمودید لطفاً بلافاصله با تلفن ۰۲۱-۶۴۲۰ تماس حاصل نموده و مراتب را اطلاع دهید.



در گاج، بهترین صدا،

صدای دانش‌آموز است.



ریاضیات

۷ با توجه به رابطه داریم:

$$x^2 - x - 2 \leq 0 \Rightarrow -1 \leq x \leq 2 \Rightarrow x + 1 + x + 3 = \sqrt{2x^2 + 7x + 19}$$

$$\Rightarrow 2x + 4 = \sqrt{2x^2 + 7x + 19}$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 16x + 16 = 2x^2 + 7x + 19 \Rightarrow 2x^2 + 9x - 3 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-9 + \sqrt{105}}{4} \approx 0/3117 \text{ قق} \\ x_2 = \frac{-9 - \sqrt{105}}{4} \approx -4/811 \text{ غق} \end{cases}$$

بنابراین معادله یک جواب دارد.

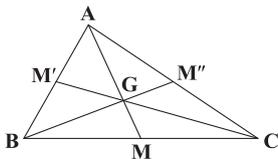
۸ ۱

$$|a-3| < 4 \Rightarrow -4 < a-3 < 4 \Rightarrow -1 < a < 7$$

$$\text{جوابها: } \frac{a+3 \pm 4}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{a+7}{2} \\ x_2 = \frac{a-1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3 < x_1 < 7 \\ -1 < x_2 < 3 \end{cases}$$

۹ اگر G محل برخورد میانه‌ها باشد آن‌گاه:



$$|GM| = \frac{1}{3}|AM| \Rightarrow |GM| = \frac{13}{6}$$

وسط نقطه BC $M(1, -\frac{3}{2})$ است. از طرفی:

$$|GM| = \sqrt{(1-1)^2 + (\alpha + \frac{3}{2})^2} \Rightarrow \sqrt{(\alpha + \frac{3}{2})^2} = \frac{13}{6} \xrightarrow{\alpha > 0} \alpha = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \alpha^2 + \alpha = \frac{4}{9} + \frac{2}{3} = \frac{10}{9}$$

۱۰ چون دایره خط را قطع نکرده پس فاصله نقطه از خط بیشتر از شعاع دایره است.

$$\Rightarrow \frac{|4\alpha + 3(\alpha+1) - 1|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} > 2 \Rightarrow |7\alpha + 2| > 10$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 7\alpha + 2 > 10 \\ 7\alpha + 2 < -10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha > \frac{8}{7} \\ \alpha < -\frac{12}{7} \end{cases}$$

۱۱ تعداد زیرمجموعه‌های I عضو یک مجموعه n عضوی که

$$\text{شامل } k \text{ عضو معین باشد، برابر است با: } \binom{n-k}{r-k}$$

مجموعه {2, 3, 5, 7} اعداد اول یک رقمی

$$\text{تعداد زیرمجموعه‌های 6 عضوی} = \binom{9}{6}$$

$$\xrightarrow{\text{شامل 4 عضو معین}} \binom{9-4}{6-4} = \binom{5}{2} = 10$$

۱ چون نقطه A روی خط $y = 2x$ است پس $A(\alpha, 2\alpha)$

$$\Rightarrow \sqrt{\alpha^2 + 4\alpha^2} + \sqrt{(\alpha-3)^2 + (2\alpha-6)^2} = 5\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \sqrt{5\alpha^2} + \sqrt{5(\alpha-3)^2} = 5\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow |\alpha| + |\alpha-3| = 5$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{0+3 \pm 5}{2} \Rightarrow \alpha = 4, -1$$

مجموع: $4-1=3$

۲ مجموع طول‌های دو رأس مقابل با مجموع طول‌های دو رأس

مقابل دیگر برابرند. اگر دو رأس دیگر را C و D در نظر بگیریم:

$$x_C + x_D = x_A + x_B = 2 + (-1) = 1$$

۳ دو خط موازی شیب‌های برابر دارند.

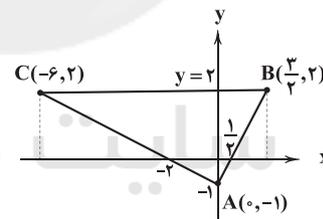
$$\frac{m-1}{m^2-2} = \frac{m^2+2}{m+1} \neq \frac{2}{1}$$

$$\Rightarrow m^4 - 4 = m^2 - 1 \Rightarrow m^4 - m^2 - 3 = 0$$

با در نظر گرفتن $m^2 = t$ ، معادله به صورت $t^2 - t - 3 = 0$ تبدیل می‌شود وچون $\frac{C}{a}$ منفی است پس دو ریشه مختلف‌العلامت برای t به دست می‌آید

بنابراین برای m دو مقدار مختلف‌العلامت خواهیم داشت.

۴ شکل مثلث به صورت زیر است:



چون شیب‌های AB و AC عکس و قرینه‌اند پس مثلث قائم‌الزاویه در رأس A است. می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه، میانه وارد بر وتر، نصف وتر است.

$$\Rightarrow \text{طول میانه} = \frac{1}{2}|BC| = \frac{1}{2}|\frac{3}{4} + 6| = \frac{15}{4}$$

۵ به دلیل آن‌که $|AB| = |AC|$ مثلث متساوی‌الساقین است در

نتیجه اندازه نیمساز با اندازه ارتفاع و میانه برابر است. اگر M میانه ضلع BC

باشد در نتیجه $M(\frac{3}{4}, 2)$.

$$\Rightarrow |AM| = \sqrt{(2-\frac{3}{4})^2 + (5-4)^2} = 1$$

۶ خطی که وسط دو ساق را به هم وصل می‌کند، خطی موازی

دو خط داده شده و در وسط آن‌ها قرار دارد در نتیجه داریم:

$$x - 2y - \frac{5}{4} = 0 \text{ معادله خطی که وسط دو ساق را وصل می‌کند.}$$

$$\Rightarrow 2x - 4y - 5 = 0$$



۱۸ ۴ اگر A و B جدا از هم باشند آن‌گاه $A \cap B = \emptyset$ است و:

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) \\ [(B-A)' - A]' &= [(B \cap A')' \cap A'] = [(B' \cup A) \cap A'] \\ &= [(A' \cap B') \cup (A' \cap A)]' = [A' \cap B']' = A \cup B \end{aligned}$$

$$n(A \cup B) = 2 + 6 = 8$$

$$254 = 2^8 - 2 = 2^8 - 2 = 2^8 - 2 = 254$$

۱۹ ۳ ابتدا اعضای مجموعه‌های A و B را مشخص می‌کنیم.

$$A = \{4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28, 31, 34, 37\}$$

$$B = \{5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29, 32, 35\}$$

بنابراین مجموعه C شامل تمام اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۳۸ که به هیچ‌یک از مجموعه‌های A و B تعلق ندارد.

$$37 - (12 + 11) = 14$$

۲۰ ۱ چون $A = B$ پس داریم:

$$x + y = 3, \quad x^2 + y^2 = 5$$

$$x^2 + y^2 = 5 \Rightarrow (x + y)^2 - 2xy = 5 \Rightarrow 9 - 2xy = 5$$

$$\Rightarrow 2xy = 4 \Rightarrow xy = 2$$

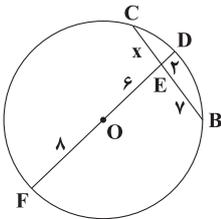
$$x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3(xy)(x + y) = 3^3 - 3 \times 2 \times 3$$

$$= 27 - 18 = 9$$

۲۱ ۳ اگر دایره را به طور کامل رسم کنیم و DO را امتداد دهیم تا

دایره را در F قطع کند، دو وتر CB و FD همدیگر را در نقطه E قطع می‌کنند که داریم:

$$FE \times ED = CE \times EB \Rightarrow 14 \times 2 = x \times 7 \Rightarrow x = 4$$

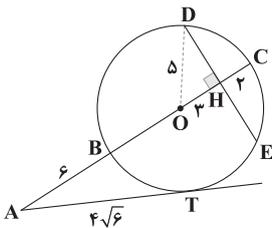


۲۲ ۲

$$AT^2 = AB \cdot AC \Rightarrow 96 = 6 \times (6 + BC) \Rightarrow 16 = 6 + BC$$

$$\Rightarrow BC = 10 \Rightarrow 2R = 10 \Rightarrow R = 5$$

$$OH = R - HC = 5 - 2 \Rightarrow OH = 3$$



و O را به D وصل می‌کنیم:

$$\Delta OHD: OD^2 = DH^2 + OH^2 \Rightarrow 25 = DH^2 + 9$$

$$\Rightarrow DH^2 = 16 \Rightarrow DH = 4 \xrightarrow{DH=HE} DE = 2DH = 8$$

۱۲ ۳ این سؤال را با روش کدگذاری حل می‌کنیم. چون در روش

کدگذاری برای هر رقم یک کد ۰ یا ۱ نظیر می‌شود، پس در این کد ۱۰ رقمی ۴ رقم ۱ و ۶ رقم ۰ داریم. ابتدا ۶ رقم ۰ را در یک ردیف قرار می‌دهیم. سپس از ۷ مکان ایجاد شده که به صورت مربع در زیر نشان داده شده است، چهار مکان از ۷ مکان را انتخاب کرده و به جای آن عدد ۱ را قرار می‌دهیم.



$$\binom{7}{4} = \frac{7!}{3! \times 4!} = 35$$

۱۳ ۳ می‌دانید که اگر مجموعه A دارای n عضو باشد، آن‌گاه $P(A)$

دارای 2^n عضو و 2^{2^n} زیرمجموعه است. بنابراین: ($x \in \mathbb{N}$)

$$|x|(|x|-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

$$A = \{1\} \Rightarrow n(P(A)) = 2^1 \Rightarrow n(P(P(A))) = 2^{2^1} = 4$$

بنابراین $P(P(A))$ دارای ۴ عضو بوده و 2^4 زیرمجموعه دارد.

۱۴ ۴ می‌دانید که: (قانون جذب) $1) A \cup (A \cap B) = A$

بنابراین کافی است فقط مجموعه A را مشخص کنیم.

$$\begin{cases} |x| - 2 = 1 \Rightarrow x = \pm 3 \\ |x| - 2 = -1 \Rightarrow x = \pm 1 \end{cases}$$

$$A = \{-3, -1, 1, 3\} \Rightarrow n(A) = 4$$

از طرفی مجموعه همه زیرمجموعه‌ها همان مجموعه توانی یعنی $P(A)$ است.

$$P(A) \text{ تعداد زیرمجموعه‌های } = 2^{n^2} = 2^{2^4} = 2^{16}$$

۱۵ ۴

$$2^n - 2^{n-3} = 448 \Rightarrow 2^{n-3} \times 2^3 - 2^{n-3} = 448$$

$$\Rightarrow 2^{n-3} (\lambda - 1) = 448 \Rightarrow 2^{n-3} = 64 = 2^6$$

$$n - 3 = 6 \Rightarrow n = 9 \Rightarrow \text{تعداد زیرمجموعه‌های } A = 2^9$$

از طرفی اگر دو عضو به مجموعه A اضافه کنیم داریم:

$$\text{جواب} = 2^{11} - 2^9 = 2048 - 512 = 1536$$

۱۶ ۳ می‌دانید که اجتماع همه آفرزها برابر مجموعه A خواهد بود.

بنابراین مجموعه A به صورت $\{a, b, c, \{a, b\}, \{a, c\}\}$ است.

پس ۵ عضوی است. آفرزهای فاقد مجموعه تک عضوی به صورت زیر است.

$$5 = 3 + 2 \Rightarrow \text{تعداد} = \frac{5!}{2! \times 3!} = 10$$

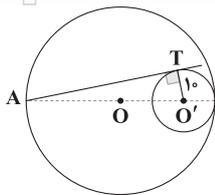
$$5 = 5 \Rightarrow \text{تعداد} = 1$$

$11 =$ تعداد کل آفرزهای فاقد مجموعه تک عضوی

$$[(B \cap C) \cup (A' \cap B)] \cup A = [B \cap (C \cup A')] \cup A \quad \text{فاکتورگیری}$$

$$= (A \cup B) \cap [A \cup (C \cup A')] = (A \cup B) \cap \underbrace{[(A \cup A') \cup C]}_U$$

$$= (A \cup B) \cap U = A \cup B$$

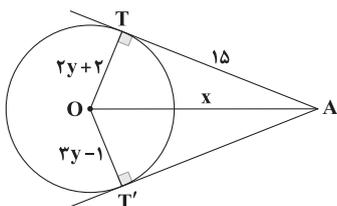


$$AO' = AO + OO' = R + |R - r| = 18 + 8 = 26$$

$$\Delta AO'T: AO'^2 = AT^2 + O'T^2 \Rightarrow 676 = AT^2 + 100$$

$$\Rightarrow AT^2 = 576 \Rightarrow AT = 24$$

۴ ۲۷



$$3y - 1 = 2y + 2 \Rightarrow y = 3$$

$$R = 2(3) + 2 = 8$$

$$\Delta OTA: OA^2 = OT^2 + AT^2 \Rightarrow x^2 = 64 + 225 = 289 \Rightarrow x = 17$$

$$x + y = 17 + 3 = 20$$

$$OA = OB + AB = 8 + 8 = 16$$

۴ ۲۸

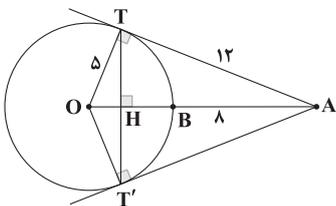
$$\Delta OTA: OA^2 = OT^2 + AT^2 \Rightarrow 169 = 25 + AT^2$$

$$\Rightarrow AT^2 = 144 \Rightarrow AT = 12$$

$$S_{\Delta OTA} = \frac{1}{2} OT \times TA = \frac{1}{2} \times 8 \times 12 = 48$$

$$S_{\Delta OTA} = \frac{1}{2} TH \times OA \Rightarrow 48 = \frac{1}{2} \times TH \times 17 \Rightarrow TH = \frac{96}{17}$$

$$TT' = 2TH = \frac{192}{17}$$

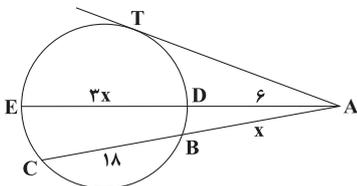


$$AD \times AE = AB \times AC \Rightarrow 6 \times (6 + 3x) = x(18 + x)$$

۲ ۲۹

$$\Rightarrow 36 + 18x = 18x + x^2 \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = 6$$

$$AT^2 = AD \times AE \Rightarrow AT^2 = 6(6 + 3x) = 6 \times 24 = 144 \Rightarrow AT = 12$$

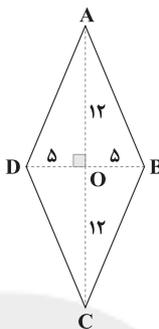
۱ ۲۳
قطرهای لوزی عمودمنصف هم هستند.

$$\Delta ADO: AD^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169 \Rightarrow AD = 13$$

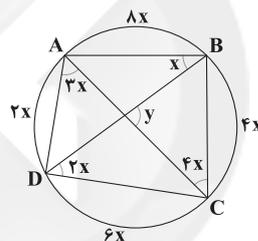
$$\text{محیط لوزی} = 2P = 4AD = 4(13) = 52 \Rightarrow P = 26$$

$$S = \frac{1}{2} AC \times BD = \frac{1}{2} \times 10 \times 24 = 120$$

$$r = \frac{S}{P} = \frac{120}{26} = \frac{60}{13}$$

۲ ۲۴
چهارضلعی ABCD محاطی است و دایره‌ای که از همه رئوس عبور

می‌کند را رسم می‌کنیم. در این صورت همه زوایای مشخص شده محاطی هستند.



$$8x + 2x + 6x + 4x = 360 \Rightarrow 20x = 360 \Rightarrow x = 18$$

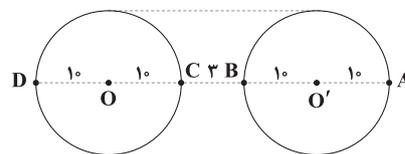
$$\hat{y} = \frac{BC + AD}{2} = \frac{4x + 2x}{2} = 3x = 54$$

۲ ۲۵
زمانی مماس‌های مشترک خارجی دو دایره با هم موازی

هستند که شعاع دو دایره با هم برابر باشند.

$$4a - 2 = 3a + 1 \Rightarrow a = 3$$

پس شعاع دو دایره ۱۰ و ۲۳ است.



$$\text{کمترین فاصله دو دایره} = BC = 3$$

۲ ۲۶
اگر شعاع دایره بزرگ برابر R و شعاع دایره کوچک برابر r باشد، داریم:

$$\text{مساحت بین دو دایره} = \pi R^2 - \pi r^2 \Rightarrow 224\pi = \pi R^2 - \pi r^2$$

$$\Rightarrow 224 = R^2 - r^2 \Rightarrow 224 = (R - r)(R + r) \left. \begin{array}{l} OO' = R - r = 8 \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow 224 = 8(R + r) \Rightarrow R + r = 28$$

$$\left\{ \begin{array}{l} R + r = 28 \\ R - r = 8 \end{array} \right. \Rightarrow 2R = 36 \Rightarrow R = 18, r = 10$$

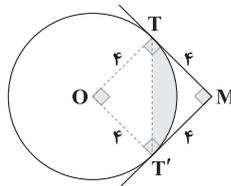


چهارضلعی OTMT' مربع است.

$$\text{قطاع } S_{OTT'} = \frac{\alpha \pi R^2}{360} = \frac{90 \pi R^2}{360} = \frac{1}{4} \pi (4)^2 = 4\pi$$

$$\text{مثلث } S_{OTT'} = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$

$$\text{رنگی } S = 4\pi - 8$$



فیزیک

۳۱ ۲ با توجه به این که خطوط میدان الکتریکی از بار q_+ خارج و به بار q_+ وارد شده‌اند، بنابراین بار q_1 منفی ($q_1 < 0$) و بار q_2 مثبت ($q_2 > 0$) است. از طرفی تراکم خطوط میدان الکتریکی در نزدیکی بار q_1 بیشتر است، بنابراین اندازه بار q_1 از اندازه بار q_2 بزرگ‌تر است ($|q_1| > |q_2|$).

۳۲ ۲ تأکید سؤال بر یکنواخت بودن میدان الکتریکی است، یعنی به دنبال میدان الکتریکی هستیم که خطوط آن با هم موازی (در مورد «ب» خطوط میدان، موازی نیستند) و هم‌چنین فاصله بین خطوط آن‌ها یکسان باشد (در مورد «ج» فاصله بین خطوط، یکسان نیست).

۳۳ ۳ اندازه نیروی وارد بر بار از طرف میدان از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$F = E|q| \Rightarrow E = \frac{F}{|q|} = \frac{200 \times 10^{-3}}{10 \times 10^{-9}}$$

$$\Rightarrow E = \frac{2 \times 10^{-1}}{10^{-8}} = 2 \times 10^7 \frac{N}{C}$$

بار، منفی است، بنابراین نیروی وارد بر بار از طرف میدان الکتریکی و میدان الکتریکی در خلاف جهت هم هستند. نیرو در جهت مثبت محور y ‌ها است، بنابراین میدان الکتریکی در جهت منفی محور y ‌ها می‌باشد.

$$\vec{E} = -2 \times 10^7 \hat{j} \left(\frac{N}{C} \right)$$

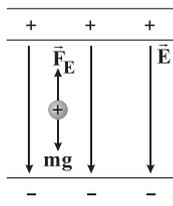
۳۴ ۲ ذره معلق است، بنابراین برابند نیروهای وارد بر آن صفر است. بر ذره یک نیروی وزن و یک نیروی الکتریکی از طرف میدان وارد می‌شوند. از طرفی می‌دانیم نیروی وزن همواره به سمت زمین است، پس نیروی الکتریکی باید هم‌اندازه با نیروی وزن و در خلاف جهت آن، یعنی به سمت بالا باشد.

$$F_T = 0 \Rightarrow F_E = mg \Rightarrow E|q| = mg$$

$$\Rightarrow E = \frac{mg}{|q|} = \frac{0.4 \times 10^{-3} \times 10^{-3} \times 10}{0.2 \times 10^{-9}} \Rightarrow E = \frac{4 \times 10^{-7}}{2 \times 10^{-10}} = 2000 \frac{N}{C}$$

چون بار الکتریکی q مثبت است، پس نیروی الکتریکی هم‌جهت با میدان الکتریکی است، پس هر دو رو به بالا هستند، در نتیجه بردار میدان الکتریکی برابر است با:

$$\vec{E} = +2000 \hat{j} \left(\frac{N}{C} \right)$$



۳۵ ۱ با استفاده از رابطه نیروی الکتریکی وارد بر بار الکتریکی در یک میدان الکتریکی داریم:

$$F = E|q| \Rightarrow F = (\sqrt{(12/6)^2 + (16/8)^2}) \times 10^5 \times (0.4 \times 10^{-6})$$

$$\Rightarrow F = 21 \times 10^5 \times 4 \times 10^{-7} = 84 \times 10^{-2} N$$

با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$F = ma \Rightarrow a = \frac{F}{m} \Rightarrow a = \frac{84 \times 10^{-2}}{0.1 \times 10^{-3}} = 84 \times 10^2 \frac{m}{s^2}$$



۳۹ اندازه نیرویی که میدان الکتریکی به این ذره وارد می‌کند، برابر است با:

$$F_E = E|q| = (0.4 \times 10^6) \times (1.6 \times 10^{-19}) \Rightarrow F_E = 6.4 \times 10^{-15} \text{ N}$$

به ذره با بار مثبت از طرف میدان، در جهت میدان الکتریکی نیرو وارد می‌شود، هم‌چنین جابه‌جایی ذره نیز در جهت میدان الکتریکی است، بنابراین $\theta = 0^\circ$ است، پس تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی ذره برابر است با:

$$\begin{aligned} \Delta U_E &= -W_E = -F_E d \cos \theta \\ \Rightarrow \Delta U_E &= -(6.4 \times 10^{-15}) \times (4.0 \times 10^{-3}) \times (\cos 0^\circ) \\ \Rightarrow \Delta U_E &= -2.56 \times 10^{-17} \text{ J} = -2.56 \times 10^{-15} \text{ J} \end{aligned}$$

وجود علامت منفی، به معنای کاهش انرژی پتانسیل الکتریکی ذره است.

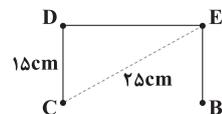
۴۰ به کمک قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$\begin{aligned} W_E &= \Delta K \Rightarrow W_E = \frac{1}{2} m (v^2 - v_0^2) \\ \Rightarrow E|q|d \cos \theta &= \frac{1}{2} m v^2 \\ \xrightarrow{\theta=0^\circ} 1.0^2 \times 2.0 \times 10^{-9} \times d \times (\cos 0^\circ) &= \frac{1}{2} \times 5 \times 10^{-7} \times (2.0^2) \\ \Rightarrow d &= \frac{5 \times 4.0 \times 10^{-7}}{2 \times 10^{-4}} \Rightarrow d = \frac{1.0^{-4}}{2 \times 10^{-4}} = \frac{1}{2} \text{ m} = 5.0 \text{ cm} \end{aligned}$$

۴۱ با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$\begin{aligned} W_E &= \Delta K \Rightarrow E|q|d \cos \theta = \Delta K \\ \Rightarrow \Delta K &= (0.2 \times 10^6) \times (8 \times 10^{-6}) \times (4.0 \times 10^{-3}) \times (\cos 0^\circ) \\ \Rightarrow \Delta K &= 2 \times 10^5 \times 8 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-2} = 6.4 \times 10^{-3} \text{ J} \\ \Delta K &= K_A - K_B \xrightarrow{v_B=0 \Rightarrow K_B=0} \Delta K = K_A \\ \Rightarrow \Delta K &= \frac{1}{2} m v_A^2 \Rightarrow v_A^2 = \frac{2 \Delta K}{m} \\ \Rightarrow v_A^2 &= \frac{2 \times 6.4 \times 10^{-3}}{2.0 \times 10^{-6}} = 6.4 \times 10^3 \Rightarrow v_A = \sqrt{6.4 \times 10^3} = 8.0 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

۴۲ طول مسیر AB برابر است با:



$$CD = 17 - 2 = 15 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} CB = DE &\Rightarrow CE = \sqrt{CD^2 + DE^2} \Rightarrow 25 = \sqrt{15^2 + DE^2} \\ \Rightarrow DE &= 20 \text{ cm} \end{aligned}$$

مسیرهای AC، CD و EB عمود بر خطوط میدان الکتریکی هستند، پس داریم:

$$\begin{cases} \theta = 90^\circ \Rightarrow \cos 90^\circ = 0 \\ \Delta U_E = -E|q|d \cos \theta \end{cases} \Rightarrow \Delta U_{EAC} = \Delta U_{ECD} = \Delta U_{EAB} = 0$$

تنها مسیر باقیمانده DE (هم راستای خطوط میدان الکتریکی \vec{E}) می‌باشد، پس داریم:

$$\begin{aligned} \Delta U_{ECB} &= -E|q|d \cos \theta \\ \xrightarrow{\theta=180^\circ} \Delta U_{ECB} &= -(2 \times 10^5) \times (4 \times 10^{-6}) \times (20) \times (-1) = 1.6 \text{ J} \\ \Rightarrow \Delta U_{ECB} &= 1.6 \times 10^3 \text{ mJ} \Rightarrow \Delta U_{CB} = 1.6 \times 10^4 \text{ mJ} \end{aligned}$$

علامت مثبت نشان دهنده افزایش انرژی پتانسیل الکتریکی بار است.

با توجه به ثابت بودن نیروی وارد بر ذره، شتاب حرکت ذره نیز ثابت است، پس داریم:

$$\text{تغییرات سرعت} = \text{شتاب} = \frac{\text{تغییرات سرعت}}{\text{زمان}}$$

$$\Rightarrow a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow 8.4 \times 10^2 = \frac{v_2 - 0}{2} \Rightarrow v_2 = 1.68 \times 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

سرعت ذره بر حسب $\frac{\text{km}}{\text{s}}$ خواسته شده است، بنابراین:

$$v = 1.68 \times 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \times 10^{-3} = 1.68 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

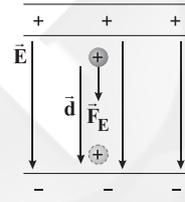
دقت کنید: اعداد طلایی فیثاغورس $(3n)^2 + (4n)^2 = (\Delta n)^2$ هستند. در

این تست: $3 \times 4/2 = 6$ و $4 \times 4/2 = 8$ می‌باشند، پس پاسخ نیز $5 \times 4/2 = 10$ است.

۳۶ وقتی ذره با بار مثبت از مجاورت صفحه مثبت رها می‌شود، در

اثر نیروی الکتریکی که از طرف میدان الکتریکی به آن وارد می‌شود، در جهت میدان الکتریکی و به سمت صفحه منفی شروع به حرکت می‌کند و جابه‌جا می‌شود، بنابراین به تدریج تندی و انرژی جنبشی آن افزایش می‌یابد.

و طبق رابطه $\Delta U_E = -|q|Ed \cos \theta$ ، با توجه به این‌که نیروی وارد بر ذره از طرف میدان الکتریکی و جابه‌جایی ذره هم‌جهت هستند، پس انرژی پتانسیل الکتریکی ذره به تدریج کاهش می‌یابد.

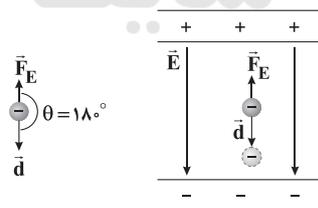


۳۷ می‌دانیم جهت میدان الکتریکی از طرف مثبت به سمت صفحه

منفی است. از طرفی چون بار ذره منفی است، بنابراین جهت نیروی الکتریکی

وارد بر ذره در خلاف جهت میدان الکتریکی، یعنی به سمت بالا می‌باشد.

کار نیروی الکتریکی انجام شده بر روی این ذره برابر است با:



$$W_E = F_E d \cos \theta \xrightarrow{\theta=180^\circ} W_E = F_E d \times (-1) \Rightarrow W_E = -F_E d$$

بنابراین کار میدان الکتریکی بر روی ذره در این جابه‌جایی، منفی است.

$$\Delta U_E = -W_E = -(-F_E d) \Rightarrow \Delta U_E = +W_E$$

بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی ذره افزایش یافته است.

۳۸ کار میدان الکتریکی بر روی ذره از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$W_E = F_E d \cos \theta = E|q|d \cos \theta$$

ذره با بار منفی در جهت میدان جابه‌جا شده است، یعنی $\theta = 180^\circ$ ، پس

$$W_E = E|q|d \times (-1) = -E|q|d \Rightarrow W_E < 0$$

داریم:

تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی ذره از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\Delta U_E = -W_E = -(-E|q|d) \Rightarrow \Delta U_E > 0$$



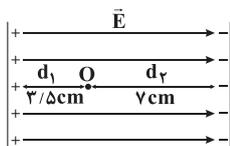
۴۷ | ۱ اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه از میدان الکتریکی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q} \quad \frac{\Delta U_E = -W_E}{W_E = \Delta K} \rightarrow \Delta V = \frac{-\Delta K}{q} \Rightarrow q = \frac{-\Delta K}{\Delta V} = \frac{-3 \times 10^{-3}}{55 - 25}$$

$$\Rightarrow q = \frac{-3 \times 10^{-3}}{30} = -10^{-4} \text{ C} \times 10^6 \Rightarrow q = -100 \mu\text{C}$$

علامت بار ذره، منفی است.

۴۸ | ۳ بین دو صفحه باردار، خطوط میدان الکتریکی، موازی و به فواصل یکسان بوده، پس میدان الکتریکی یکنواخت تشکیل می‌شود.



$$|\Delta V| = Ed \xrightarrow{\text{تایید: } E} \Delta V \propto d$$

یعنی نسبت $\frac{d}{|\Delta V|}$ همان نسبت $\frac{|\Delta V|}{|\Delta V_1|}$ است، پس داریم:

$$\frac{|\Delta V|}{|\Delta V_1|} = \frac{d}{d_1} = \frac{10/5}{3/5} = 3$$

$$\Rightarrow |\Delta V| = 3|\Delta V_1| \Rightarrow V_B - V_A = 3(V_B - V_O)$$

$$\Rightarrow V_B - V_A = 3V_B - 3V_O$$

$$\xrightarrow{V_A = 0, V_B = 90\text{V}} 90 - 0 = 3 \times 90 - 3V_O \Rightarrow 3V_O = 270 - 90$$

$$\Rightarrow 3V_O = 180 \Rightarrow V_O = 60\text{V}$$

۴۹ | ۳ بردار جابه‌جایی \overline{AB} برابر است با:

$$\overline{AB} = (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j} = 10\vec{i} - 15\vec{j} \text{ (m)}$$

از آنجا که خطوط میدان، عمودی هستند (البته در جهت منفی) فقط جابه‌جایی q روی محور y را در نظر می‌گیریم. هم‌چنین چون این جابه‌جایی در جهت منفی است، یعنی حرکت q در جهت میدان الکتریکی بوده و پتانسیل الکتریکی در جهت میدان کاهش می‌یابد، پس داریم:

$$\Delta V = Ed \xrightarrow{V_2 < V_1 \Rightarrow \Delta V < 0}$$

$$\Delta V = -Ed = -(8 \times 10^5) \times (15) \Rightarrow \Delta V = -12 \times 10^6 \text{ V} = -12 \text{ MV}$$

بنابراین:

$$\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q} \Rightarrow \Delta U_E = q\Delta V = (-4 \times 10^{-7}) \times (-12 \times 10^6)$$

$$\Rightarrow \Delta U_E = 48 \text{ J}$$

علامت مثبت به معنای افزایش انرژی پتانسیل الکتریکی است.

۴۳ | ۴ میدان الکتریکی \vec{E} ، یکنواخت است، بنابراین شدت میدان الکتریکی در تمام نقاط با هم برابرند. (حذف گزینه‌های (۲) و (۳))

هم‌چنین در میدان‌های الکتریکی، جهت خطوط میدان همواره از پتانسیل الکتریکی بیشتر به پتانسیل الکتریکی کم‌تر است، یعنی $V_A > V_B > V_D$ الکتریکی را دارد، پس داریم:

از طرفی اگر عمود بر خطوط میدان الکتریکی جابه‌جا شویم، پتانسیل الکتریکی بدون تغییر می‌ماند که به آن‌ها نقاط هم‌پتانسیل می‌گوییم، بنابراین:

$$V_D = V_C$$

به این ترتیب گزینه (۱) نیز حذف خواهد شد.

۴۴ | ۲ عبارتهای «الف» و «ج» درست هستند.

بررسی عبارتهای نادرست:

ب) رابطه $\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q}$ برای هر دو میدان الکتریکی یکنواخت و غیریکنواخت برقرار است.

د) طبق قرارداد، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری برابر است با:

$$\Delta V = V_+ - V_-$$

۴۵ | ۲ تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی بار در این جابه‌جایی برابر است با:

$$\Delta U_E = -W_E = -(-0.2 \times 10^{-5}) = 2 \times 10^{-6} \text{ J}$$

$$\Rightarrow \Delta U_E = 2 \times 10^{-6} \times 10^3 = 0.002 \text{ mJ}$$

اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه برابر است با:

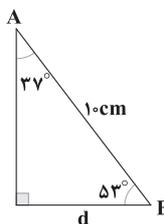
$$\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q} = \frac{2 \times 10^{-6}}{5 \times 10^{-7}} = 4 \text{ V}$$

$$\Delta V = V_B - V_A = 4 \text{ V}$$

بنابراین:

۴۶ | ۳ ابتدا باید جابه‌جایی A تا B روی محور خطوط E (یعنی d) را

به دست آوریم:



$$\sin 37^\circ = \frac{d}{10} \Rightarrow d = 10 \times 0.6 = 6 \text{ cm}$$

اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه A و B برابر است با:

$$\Delta V = -Ed = -(2 \times 10^7) \times (6 \times 10^{-2}) \Rightarrow \Delta V = -12 \times 10^5 \text{ V}$$

بنابراین:

$$\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q} \Rightarrow \Delta U_E = q\Delta V \Rightarrow \Delta U_E = (-4 \times 10^{-6}) \times (-12 \times 10^5)$$

$$\Rightarrow \Delta U_E = 48 \times 10^{-1} \text{ J} \times 10^3 = 4800 \text{ mJ}$$



با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$\sigma = \Delta \times 10^{-6} \frac{C}{m^2} \times \frac{1m^2}{10^4 cm^2} \times \frac{10^{12} pC}{1C}$$

$$\Rightarrow \sigma = \Delta \times 10^{-6} \times 10^{-4} \times 10^{12} = \Delta \times 10^2 \frac{pC}{cm^2} \Rightarrow \sigma = \Delta \times 100 \frac{pC}{cm^2}$$

با توجه به رابطه چگالی سطحی بار داریم:

$$\sigma = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{4\pi r^2} \Rightarrow \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{Q_2}{Q_1} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{Q_1 - 0.5Q_1}{Q_1} \times \left(\frac{r_1}{r_1 - 0.25r_1}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{0.75}\right)^2 = \frac{1}{2} \times \frac{16}{9} \Rightarrow \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{8}{9} \times 100 \approx 88.8\%$$

$$\Delta\sigma = \sigma_2 - \sigma_1 = 88.8\% \sigma_1 - \sigma_1 \Rightarrow \Delta\sigma = -11.2\% \sigma_1$$

پس چگالی سطحی بار ۱۲ درصد کاهش یافته است.

۵۴ ۲ خطوط میدان الکتریکی در اطراف کره بزرگ دارای بار مثبت، شعاعی و به سمت خارج کره است و چون بار منفی در خلاف جهت خطوط میدان الکتریکی (به صورت خودبه‌خودی) جابه‌جا می‌شود، انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد.

چگالی سطحی بار کره A قبل از تماس برابر است با:

$$\sigma_1 = \frac{Q_A}{A} = \frac{12}{4 \times 3 \times 10^{-2}} = 100 \frac{\mu C}{m^2}$$

بار هر کدام از کره‌ها بعد از تماس برابر است با:

$$Q'_A = Q'_B = \frac{Q_A + Q_B}{2} = 4 \mu C$$

چگالی سطحی بار کره A بعد از تماس برابر است با:

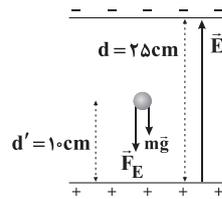
$$\sigma_2 = \frac{Q'_A}{A} = \frac{4}{4 \times 3 \times 10^{-2}} = \frac{100}{3} \Rightarrow \sigma_2 \approx 33 \frac{\mu C}{m^2}$$

$$\Delta\sigma = \sigma_2 - \sigma_1 = 33 - 100 = -67 \frac{\mu C}{m^2}$$

بنابراین:

چگالی سطحی بار کره A، $67 \frac{\mu C}{m^2}$ کاهش می‌یابد.

۴ ۵۰



$$W_{mg} = mgd' \cos\theta$$

$$\theta = 180^\circ \rightarrow W_{mg} = 12 \times 10^{-3} \times 10 \times 10^{-1} \times (-1) = -120 \times 10^{-4} J$$

$$E = \frac{|\Delta V|}{d} = \frac{1200}{25 \times 10^{-2}} = 4800 \frac{N}{C}$$

$$W_E = E|q|d' \cos\theta$$

$$\theta = 180^\circ \rightarrow W_E = 48 \times 10^2 \times 60 \times 10^{-6} \times 10^{-1} \times (-1)$$

$$\Rightarrow W_E = -2880 \times 10^{-5} = -288 \times 10^{-4} J$$

$$W_t = W_{mg} + W_E = -408 \times 10^{-4} J$$

$$\Delta K = W_t \Rightarrow \frac{1}{2} m (v^2 - v_0^2) = W_t$$

$$\xrightarrow{v=0} \frac{1}{2} \times 12 \times 10^{-3} \times v_0^2 = 408 \times 10^{-4}$$

$$\Rightarrow v_0^2 = \frac{2 \times 408 \times 10^{-4}}{12 \times 10^{-3}} \Rightarrow v_0^2 = 2 \times 34 \times 10^{-1} = 6/8$$

$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{6/8} \frac{m}{s}$$

بنابراین سرعت متوسط ذره برابر است با:

$$v_{av} = \frac{v_0 + v}{2} \Rightarrow v_{av} = 0.5 \sqrt{6/8} \frac{m}{s}$$

توزیع بار در رساناها به گونه‌ای است که میدان الکتریکی در

داخل رسانا باید صفر شود تا تعادل الکترواستاتیکی بین بارها برقرار باشد. از

طرفی اگر نیروی میدان الکتریکی داخل رسانا وارد بر هر ذره باردار صفر باشد:

$$F_E = 0 \Rightarrow \Delta U_E = 0$$

$$\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q} = 0 \Rightarrow \Delta V = V_2 - V_1 \Rightarrow 0 = V_2 - V_1 \Rightarrow V_1 = V_2$$

پس همه نقاط رسانا، پتانسیل یکسانی دارند.

با توجه به رابطه چگالی سطحی بار داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{4\pi r^2} \\ D = 20 cm \Rightarrow r = \frac{D}{2} = 10 cm = 10^{-1} m \\ Q = 628 \times 10^{-9} C \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{628 \times 10^{-9}}{4 \times 3.14 \times 10^{-2}} = \frac{628}{3.14} \times \frac{1}{4} \times 10^{-7}$$

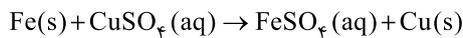
$$\Rightarrow \sigma = 200 \times \frac{1}{4} \times 10^{-7} = 50 \times 10^{-6} \frac{C}{m^2}$$



شیمی

۶۱ ۱ • با قرار دادن یک میخ آهنی در محلولی از مس (II)

سولفات، می‌توان فلز مس تهیه کرد. زیرا آهن از مس واکنش پذیرتر بوده و در نتیجه واکنش زیر به طور خود به خودی انجام می‌شود:



• محلول روی سولفات را می‌توان در یک ظرف نقره‌ای نگه‌داری کرد. زیرا نقره واکنش‌پذیری کم‌تری در مقایسه با روی داشته و با هم واکنش نمی‌دهند.

۶۲ ۲ **بررسی گزینه‌ها:**

(۱) گوگرد جزو نافلزهایی است که به شکل آزاد در طبیعت وجود دارد.

(۲) از بازگردانی هفت قوطی فولادی آنقدر انرژی ذخیره می‌شود که می‌توان یک لامپ ۶۰ وات را در حدود ۲۵ ساعت روشن نگه داشت:

$$?J = 25 \text{ h} \times \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} \times \frac{60 \text{ J}}{1 \text{ s}} = 54000 \text{ J} \equiv 54 \text{ kJ} > 1000 \text{ kJ}$$

* وات همان ژول بر ثانیه است.

(۳) FeCl_3 جزو ترکیب‌های محلول در آب است.

(۴) درصد خلوص نسبت جرم ماده خالص به جرم نمونه ناخالص را نشان می‌دهد، نه نسبت مولی آن‌ها را!!

۶۳ ۴ در تولید مقدار طلای مورد نیاز برای ساخت یک عدد حلقه

عروسی، حدود سه تن پسماند ایجاد می‌شود.

۶۴ ۳ **بررسی سایر گزینه‌ها:**

(۱) بستر اقیانوس‌ها منبعی غنی از منابع فلزی گوناگون است، منابعی که انسان به تازگی آن را کشف کرده است.

(۲) در اعماق برخی از دریاها، سولفید چندین فلز واسطه یافت شده است.

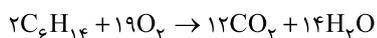
(۴) در اعماق دریاها و اقیانوس‌ها، کلوخه‌ها و پوسته‌هایی غنی از فلز K (پتاسیم) یافت نشده است.

۶۵ ۲ **بررسی عبارت‌هاک نادرست:**

(ب) فلزها جزو منابع تجدیدناپذیرند.

(پ) پسماند سرانه سالانه فولاد ۴۰ کیلوگرم است.

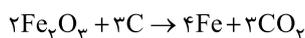
۶۶ ۴



$$\frac{4 \times 10^3 \text{ mL C}_6\text{H}_{14} \times \frac{0.86 \text{ g}}{\text{mL}} \times \frac{1}{100}}{2 \times 86} = \frac{x \text{ L O}_2 \times 1.28 \frac{\text{g}}{\text{L}}}{19 \times 32}$$

$$\Rightarrow x = 7600 \text{ L O}_2 \equiv 7/6 \text{ m}^3 \text{ O}_2$$

$$? \text{ m}^3 \text{ Air} = 7/6 \text{ m}^3 \text{ O}_2 \times \frac{100 \text{ m}^3 \text{ Air}}{20 \text{ m}^3 \text{ O}_2} = 38 \text{ m}^3 \text{ Air}$$



$$\frac{15 \text{ m g Fe}_2\text{O}_3 \times \frac{1}{100}}{2 \times 160} = \frac{m \text{ g C}}{3 \times 12} = \frac{4/2 \times 10^6 \text{ g Fe}}{4 \times 56}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = 6/75 \times 10^5 \text{ g} \\ \%p = 59/25 \end{cases}$$

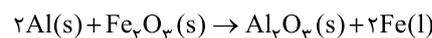
واضح است که می‌توان از دو کسر اول و بدون محاسبه مقدار m، درصد خلوص را به دست آورد.

۵۶ ۴ یکی از کاربردهای فلزها، استفاده از آن‌ها در تولید کودهای

شیمیایی است.

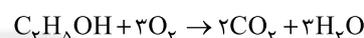
۵۷ ۴ هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند.

یکی از واکنش‌هایی که در صنعت جوشکاری از آن استفاده می‌شود واکنش ترمیت است:



از آهن مذاب تولید شده در واکنش ترمیت برای جوش دادن خطوط راه‌آهن استفاده می‌شود.

۵۸ ۲ معادله موازنه شده در دو واکنش در زیر آمده است:

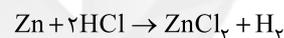
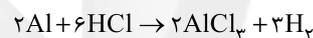


مطابق داده‌های سؤال جرم گاز CO_2 حاصل از دو واکنش با هم برابر است:



$$\frac{45 \text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 \times \frac{R}{100}}{1 \times 180} = \frac{0.15 \text{ mol C}_2\text{H}_5\text{OH}}{1} \Rightarrow \%R = 6\%$$

۵۹ ۱ معادله موازنه شده هر کدام از واکنش‌ها در زیر آمده است:



اگر شمار مول‌های آلومینیم و روی در مخلوط اولیه را به ترتیب با a و b نشان دهیم می‌توان نوشت:

$$27a + 65b = 20 \quad (\text{I})$$

از طرفی خواهیم داشت:

$$\frac{a \text{ mol Al}}{2} = \frac{x \text{ g H}_2}{2 \times 2} \Rightarrow x = 3a \text{ g H}_2$$

$$\frac{b \text{ mol Zn}}{1} = \frac{y \text{ g H}_2}{1 \times 2} \Rightarrow y = 2b \text{ g H}_2$$

با توجه به داده‌های سؤال خواهیم داشت:

$$3a + 2b = 17 \quad (\text{II})$$

از حل هم‌زمان معادله‌های (I) و (II) مقادیر a و b به دست می‌آید:

$$a = 0.5, b = 0.1$$

$$\text{Zn درصد جرمی} = \frac{(0.1 \times 65)}{20} \times 100 = 32.5\%$$

۶۰ ۲ فقط واکنش a به طور طبیعی انجام می‌شود، زیرا فعالیت

شیمیایی و واکنش‌پذیری Zn بیشتر از Ag است.

بررسی سایر واکنش‌ها:

(b) فعالیت شیمیایی و واکنش‌پذیری فلز Cu کم‌تر از فلز Al است.

(c) فعالیت شیمیایی کربن به مراتب کم‌تر از پتاسیم است.

(d) واکنش‌پذیری برم کم‌تر از کلر است.



۷۵ ۱ Fe_3O_4 به عنوان رنگ قرمز در نقاشی به کار می‌رود:



$$? \text{ g Fe (مقدار نظری)} = 100 \times 10^3 \text{ g Fe}_3\text{O}_4 \times \frac{1 \text{ mol Fe}_3\text{O}_4}{160 \text{ g Fe}_3\text{O}_4}$$

$$\times \frac{2 \text{ mol Fe}}{1 \text{ mol Fe}_3\text{O}_4} \times \frac{56 \text{ g Fe}}{1 \text{ mol Fe}} = 7000 \text{ g Fe (مقدار نظری)}$$

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 = \frac{5200 \text{ g}}{7000 \text{ g}} \times 100 = 74.2\%$$

۷۶ ۲

مجموع جرم خالص K_2SO_4 در دو نمونه = درصد خلوص K_2SO_4 در مخلوط نهایی $\times 100$

$$= \frac{(200 \times \frac{40}{100}) + (600 \times \frac{25}{100})}{200 + 600} \times 100 = 28.75\%$$

فرض می‌کنیم جرم نمونه نهایی ۱۰۰ گرم باشد:

$$? \text{ g K}^+ = 100 \text{ g نمونه} \times \frac{28.75 \text{ g K}_2\text{SO}_4}{100 \text{ g نمونه}} \times \frac{1 \text{ mol K}_2\text{SO}_4}{174 \text{ g K}_2\text{SO}_4}$$

$$\times \frac{2 \text{ mol K}^+}{1 \text{ mol K}_2\text{SO}_4} \times \frac{39 \text{ g K}^+}{1 \text{ mol K}^+} = 12.9 \text{ g K}^+$$

۷۷ ۴ با توجه به داده‌های جدول صفحه ۲۵ کتاب درسی، درصد فلز

روی در سنگ معدن آن در مقایسه با سه فلز دیگر بیشتر است.

۷۸ ۳ در فولاد مبارکه مانند همه شرکت‌های فولاد جهان برای

استخراج آهن از کربن استفاده می‌شود، زیرا دسترسی به کربن آسان‌تر است و صرفه اقتصادی بیشتری دارد.

۷۹ ۱ هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند.

فلزی که در سطح جهان بیشترین مصرف سالانه را در بین صنایع گوناگون دارد، Fe ۲۶ است که جزو فلزهای دسته d بوده و در دوره چهارم جدول جای دارد. هر دو ترکیب $\text{Fe}(\text{OH})_2$ و $\text{Fe}(\text{OH})_3$ در آب نامحلول هستند. آهن اغلب در طبیعت به شکل اکسید یافت می‌شود. این فلز دارای دو اکسید طبیعی Fe_3O_4 و FeO است.

۸۰ ۳ جرم نمونه اولیه (گچ) را ۱۰۰g در نظر می‌گیریم. در این صورت جرم اجزای آن به صورت زیر خواهد بود:

$$100 \text{ g گچ} \begin{cases} 60 \text{ g CaSO}_4 \\ 20 \text{ g H}_2\text{O} \\ 100 - (60 + 20) = 20 \text{ g ناخالصی} \end{cases}$$

فرض کنیم بر اثر گرما، a گرم از آب موجود در نمونه اولیه به صورت بخار درآید. در این صورت جرم نمونه برابر « $100 - a$ » گرم و جرم آب موجود برابر « $20 - a$ » گرم خواهد بود.

$$\text{درصد جرمی H}_2\text{O در نمونه جدید} = \frac{20 - a}{100 - a} \times 100 = 12 \Rightarrow \frac{20 - a}{100 - a} \times 100 = 12$$

$$\Rightarrow a = 9/1 \text{ g}$$

$$\text{درصد خلوص CaSO}_4 \text{ در نمونه جدید} = \frac{60 \text{ g}}{(100 - 9/1) \text{ g}} \times 100 = 66\%$$

۶۸ ۲ مطابق قانون پایستگی جرم، تفاوت جرم واکنش دهنده و مواد

جامد درون ظرف، برابر با جرم گاز اکسیژن تولید شده است.

$$? \text{ g O}_2 = 300 - 284 = 16 \text{ g O}_2$$



$$\frac{300 \text{ g KMnO}_4 \times \frac{P}{100}}{2 \times 158} = \frac{16 \text{ g O}_2}{1 \times 32} \Rightarrow \%P = 52.6\%$$

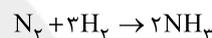
۶۹ ۳ مطابق داده‌های سؤال به ازای ۱۰۰g از این آلیاژ، ۴۰g آن

شامل Mg و ۶۰g دیگر آن Fe است.

$$\frac{\text{Fe}}{\text{Mg}} = \frac{\text{شمار اتم‌های Fe}}{\text{شمار اتم‌های Mg}} = \frac{60 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol}}{56 \text{ g}} \times \frac{N_A \text{ atom Fe}}{1 \text{ mol Fe}}}{40 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol}}{24 \text{ g}} \times \frac{N_A \text{ atom Mg}}{1 \text{ mol Mg}}}$$

$$= \frac{60}{56} \times \frac{24}{40} = 0.64$$

۷۰ ۴ معادله موازنه شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



لحظه آغاز: ۵ ۱۵ ۰

لحظه مورد نظر: ۵-x ۱۵-۳x ۲x

مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$\frac{2x}{(5-x) + (15-3x)} = \frac{75}{100} \Rightarrow x = 3$$

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار مصرف شده N}_2}{\text{مقدار اولیه N}_2} \times 100 = \frac{3}{5} \times 100 = 60\%$$

* بازده واکنش را از روی مقدار مصرف شده و مقدار اولیه H_2 نیز می‌توان به دست آورد.

۷۱ ۳ واکنش بی‌هوازی تخمیر گلوکز از جمله واکنش‌هایی است که

در فرایند تهیه سوخت سبز از بقایای گیاهان، رخ می‌دهد.

۷۲ ۴ مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:



$$\frac{200 \text{ g CH}_3\text{OH} \times \frac{80}{100}}{a \times 32} = \frac{224 \text{ L H}_2}{b \times 22.4} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1}{2}$$

۷۳ ۲ عبارت‌های سوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت‌ها نادرست:

- طلا در مقایسه با روی تمایل کم‌تری برای تبدیل شدن به کاتیون دارد.
- در شرایط یکسان، فلز قلیایی پتاسیم در هوای مرطوب سریع‌تر از فلز واسطه آهن واکنش می‌دهد.

۷۴ ۱ یکی از روش‌های بیرون کشیدن فلز از لابه‌لای خاک، استفاده از

گیاهان است که به روش گیاه پالایی معروف است. در این روش در معدن یا خاک دارای فلز، گیاهانی را می‌کارند که می‌توانند آن فلز را جذب کنند. سپس گیاه را برداشت می‌کنند، می‌سوزانند و از خاکستر حاصل، فلز را جداسازی می‌کنند.