

دفترچه شماره ۱

آزمون شماره ۱۰

جمعه ۱۴۰۱/۰۸/۲۰



آزمون‌های سراسری کاج

گزینه درست را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

سوالات آزمون

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

شماره داوطلبی:	نام و نام خانوادگی:
مدت پاسخگویی: ۸۵ دقیقه	تعداد سوال: ۵۵

عنوانین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سوالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	وضعیت پاسخگویی	شماره سوال		مدت پاسخگویی
				از	تا	
۱	حسابان ۲	۱۰	اجاری	۱۰	۱	۸۵ دقیقه
	ریاضیات گسسته	۱۰		۱۰	۱۱	
	هندسه ۳	۱۰		۲۰	۲۱	
	ریاضی ۱	۵		۲۱	۳۱	
	حسابان ۱	۵		۳۱	۳۶	
	هندسه ۱	۵		۳۶	۴۱	
	آمار و احتمال	۱۰		۴۱	۴۶	



ریاضیات

حسابان (۲)

- ۱ اگر تابع $g(x) = ax^3 + bx^2 + a + b$ در بازه $(m, +\infty)$ هم صعودی و هم نزولی باشد و تابع $f(x) = (a-1)x^3 + (b-2)x^2 + a + b$ در بازه $(-\infty, m)$ اکیداً صعودی باشد، کمترین مقدار m کدام است؟

-۲ (۴)

-۱ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$\text{اگر } a < 0 \text{ باشد، مجموعه جواب نامعادله } \frac{3+3a^x}{1+a^x} < a^x \text{ کدام است؟}$$

(-\infty, \log_a 3) (۴)

(\log_a 3, +\infty) (۳)

(-\infty, -\log_a 3) (۲)

(-\log_a 3, +\infty) (۱)

- ۳ اگر تابع $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ اکیداً صعودی و گذرنده از مبدأ مختصات و در نقطه $(1, 2)$ بر خطی به موازات محور x ها مماس باشد، ریشهٔ معادله $f(x) + 1 = 0$ کدام است؟

2 - 2\sqrt[3]{2} (۴)

1 - \sqrt[3]{2} (۳)

2 + \sqrt[3]{2} (۲)

1 + \sqrt[3]{2} (۱)

$$\text{اگر } a < 0 \text{ باشد، حدود کامل } a \text{ کدام است؟}$$

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x} & x < 0 \\ ax & 0 \leq x \leq 1 \\ \sqrt{x+3} & x > 1 \end{cases}$$

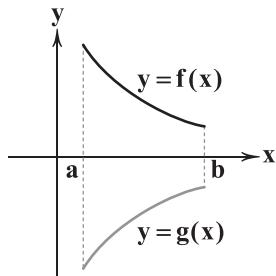
a \geq 2 (۴)

0 \leq a \leq 2 (۳)

0 < a \leq 2 (۲)

0 < a < 2 (۱)

- ۴ اگر نمودار توابع $y = f(x)$ و $y = g(x)$ در بازه $[a, b]$ به صورت شکل زیر باشند، در مورد یکنواختی توابع $t(x) = f^3(x) + g^3(x)$ کدام توصیف درست است؟



t(x) = f^3(x) + g^3(x)

(۱) هر دو صعودی

(۲) h(x) صعودی، t(x) نزولی

(۳) هر دو نزولی

(۴) h(x) نزولی، t(x) صعودی

- ۵ اگر خارج قسمت تقسیم x^{12} بر $h(x) = x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ برابر $f(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ باشد، آنگاه باقیماندهٔ تقسیم $(x+2)^5$ بر $h(x)$ برابر است با:

-۶۵ (۴)

۶۵ (۳)

-۱۹۵ (۲)

۱۹۵ (۱)

- ۶ اگر $a = 2022(2023^9 + 2023^8 + \dots + 2023^3 + 2023^2 + 2024)$ برابر باشد، آنگاه مجموع ارقام عدد حاصل از عبارت $\sqrt{2 + \sqrt[3]{a}} + 1$ برابر است با:

۶ (۴)

۷ (۳)

۸ (۲)

۹ (۱)

- ۷ اگر باقیماندهٔ تقسیم $f(x+5)$ بر $(x+2)^n$ باقیماندهٔ تقسیم $f(x+2)$ بر $(x+2)^m$ باشد، آنگاه $n-m$ برابر است با:

-۷ (۴)

-۵ (۳)

-۳ (۲)

-۱ (۱)



-۹- اگر باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $f(x) = ax^{11} - bx^5 + 5$ بر $x+2$ برابر ۲۵ باشد، آن‌گاه باقی‌مانده تقسیم آن بر $x-2$ کدام است؟

-۲۵(۴)

۲۵(۳)

-۱۵(۲)

۱۵(۱)

-۱۰- باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $P(x) = x^5 - 1402x^4 + 1402x^3 - 1402x^2 + 1402x - 1401$ بر $x-1$ کدام است؟

-۲(۴)

-۱(۳)

۲(۲)

۱(۱)

گستره

-۱۱- اگر $d|2n+4$, $d|n^2 - 3n + 7$, $d|n^3$ چند مقدار مثبت برای d یافت می‌شود؟

۱(۴)

۴(۳)

۳(۲)

۲(۱)

-۱۲- اگر $2a-b$, $a+3b-2k=7$ چند مقدار دورقمی برای k میسر است؟

۱۳(۴)

۱۲(۳)

۱۱(۲)

۱۰(۱)

-۱۳- اگر $a^6 + b^3$ کدام گزاره درست است؟

 $a^8 | b^5 + a^9$ (۴) $a^7 | b^4$ (۳) $a^3 | b^2 + a$ (۲) $a^4 | b^2$ (۱)

-۱۴- اگر ۱۰ شهريور در یک سال چهارشنبه باشد، اولين جمعه اسفند همان سال چندام است؟

۶(۴)

۵(۳)

۴(۲)

۳(۱)

-۱۵- اگر عدد پنج رقمی $\overline{34ab3}$ مضرب ۹۹ باشد، a کدام است؟

۵(۴)

۴(۳)

۳(۲)

۲(۱)

-۱۶- در تقسیم عدد ۱۶۱ بر عدد طبیعی b ، باقی‌مانده حداکثر مقدار خود را دارد. برای b چند حالت ممکن است؟

۷(۴)

۱۰(۳)

۵(۲)

۶(۱)

-۱۷- اگر باقی‌مانده تقسیم a بر ۱۲ برابر ۶ و باقی‌مانده تقسیم a بر ۱۸، برابر ۷ باشد، باقی‌مانده تقسیم $a^3 + a^2$ بر ۳۶ کدام است؟

۲۰(۴)

۱۶(۳)

۸(۲)

۴(۱)

-۱۸- اگر P عددی اول باشد، باقی‌مانده تقسیم $P^3 + 2P$ بر ۱۲ کدام عدد نمی‌تواند باشد؟

۵(۴)

۱۱(۳)

۸(۲)

۳(۱)

-۱۹- اگر a عددی اول و بزرگ‌تر از ۲ باشد و $b|a+4$ در این صورت باقی‌مانده تقسیم $a^3 + b^2 + 3$ بر ۸ کدام است؟

۵(۴)

۴(۳)

۳(۲)

۲(۱)

-۲۰- اگر d کدام عدد می‌تواند باشد؟ $(2n+2, 4n^2 + 3) = d$

۷(۴)

۱۹(۳)

۱۱(۲)

۷(۱)

هندرسه (۳)

-۲۱- اگر $(A+I)^{-1}$ باشد، ماتریس A^{-1} کدام است؟

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}(4)$$

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}(3)$$

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}(2)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}(1)$$



-۲۲- اگر A ماتریس مربعی وارون پذیر از مرتبه ۲ باشد، آن‌گاه کدام گزینه نادرست است؟

$$A \times (B + C) = A \times B + A \times C \quad (۲) \quad (A^2)^{-1} = (A^{-1})^2 \quad (۱)$$

$$|A^{-1}| = \frac{1}{|A|} \quad (۴) \quad (AB)^{-1} = A^{-1}B^{-1} \quad (۳)$$

-۲۳- اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & m \\ m-1 & 1 \end{bmatrix}$ وارون پذیر نباشد، مجموع مقادیر m کدام است؟

$$-1(4) \quad -3(3) \quad -2(2) \quad 1(1)$$

-۲۴- اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل جمع درایه‌های وارون ماتریس $A^9 + A^3$ کدام است؟

$$-\frac{1}{2}(4) \quad \frac{1}{2}(3) \quad -1(2) \quad 1(1)$$

-۲۵- اگر $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع عناصر قطر اصلی ماتریس $A^{-1}(B^2)^{-1}$ کدام است؟

$$\frac{5}{12}(4) \quad \frac{18}{48}(3) \quad \frac{14}{48}(2) \quad \frac{13}{48}(1)$$

-۲۶- یک ماتریس 2×2 و معکوس پذیر است که در رابطه $A - 4A - I = \bar{O}$ صدق می‌کند. دترمینان ماتریس $A - A^{-1}$ کدام است؟

$$16(4) \quad 8(3) \quad 6(2) \quad 4(1)$$

-۲۷- از رابطه ماتریسی $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ ، مجموع درایه‌های ماتریس A کدام است؟

$$4(4) \quad 3(3) \quad 2(2) \quad 1(1)$$

-۲۸- در دستگاه $\begin{cases} ax+by=2 \\ cx+by=-1 \end{cases}$ معکوس ماتریس ضرایب به صورت $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ است، $x+y$ کدام است؟

$$-2(4) \quad 2(3) \quad -1(2) \quad 1(1)$$

-۲۹- به ازای کدام مقدار m ، دستگاه $\begin{cases} 2x+my=m-2 \\ (3m+1)x+y=3m-4 \end{cases}$ بی‌شمار جواب دارد؟

$$\frac{2}{3}(4) \quad \frac{3}{2}(3) \quad \frac{2}{5}(2) \quad \frac{5}{2}(1)$$

-۳۰- اگر $A^4 - 2A^3 + A - 3I = \bar{O}$ باشد، وارون ماتریس $(A^3 + I)$ با کدام گزینه برابر است؟

$$A - 2I(4) \quad A + I(3) \quad A - I(2) \quad A(1)$$

ریاضی (۱)

-۳۱- نامعادله $x^2 < x^4$ در کدام بازه برقرار است؟

$$(-1, \frac{1}{4})(4) \quad (0, \frac{3}{4})(3) \quad (-1, 1)(2) \quad (-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})(1)$$

-۳۲- اگر مجموعه جواب نامعادله $|x-1| < 2$ به صورت $\{\alpha, \beta\}$ باشد، حاصل $\alpha\beta\epsilon$ کدام است؟

$$5(4) \quad -5(3) \quad 15(2) \quad -15(1)$$



- ۳۳ - اگر جدول تعیین علامت عبارت $y = 2x^3 + ax^2 + bx + c$ کدام است؟

x	-۲	۳
y	-	+

$$-\frac{5}{12} \quad (2)$$

$$\frac{5}{12} \quad (1)$$

$$\frac{7}{12} \quad (4)$$

$$-\frac{7}{12} \quad (3)$$

- ۳۴ - به ازای کدام مجموعه مقادیر m عبارت $y = \sqrt{(m+2)x^2 + mx + \frac{1}{4}}$ تعریف شده است؟

$$m \geq -1 \quad (4)$$

$$m \leq 2 \quad (3)$$

$$-1 \leq m \leq 2 \quad (2)$$

$$m > -2 \quad (1)$$

- ۳۵ - اگر مجموعه جواب نامعادله $\frac{|x-4|(x^2-2x-3)}{x^2+x+2} > 0$ باشد، حاصل $a+b+c$ کدام است؟

$$3 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$6 \quad (1)$$

حسابان (۱)

- ۳۶ - اگر $f^{-1}(x) = -1$, $f(x) = 2x^3 - 12x^2 + 24x - k$ ضابطه $f^{-1}(-3k)$ کدام است؟

$$f^{-1}(x) = 2 + \sqrt[3]{\frac{x-3}{2}} \quad (2)$$

$$f^{-1}(x) = 3 + \sqrt[3]{\frac{x-3}{2}} \quad (1)$$

$$f^{-1}(x) = 2 + \sqrt[3]{\frac{x+3}{2}} \quad (4)$$

$$f^{-1}(x) = 3 + \sqrt[3]{\frac{x+3}{2}} \quad (3)$$

- ۳۷ - اگر تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + a & x \geq 1 \\ x - 2a & x < 1 \end{cases}$ یکبهیک باشد، حدود a کدام است؟

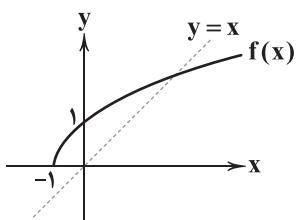
$$a \geq -\frac{4}{3} \quad (4)$$

$$a \geq \frac{2}{3} \quad (3)$$

$$a \geq -\frac{3}{2} \quad (2)$$

$$a \geq \frac{1}{3} \quad (1)$$

- ۳۸ - شکل زیر نمودار تابع $f(x)$ و خط $y = x$ است. دامنه تابع $g(x) = \sqrt{\frac{f^{-1}(x)}{x-4}}$ کدام است؟



$$[1, 4) \quad (1)$$

$$(-\infty, 3] \quad (2)$$

$$[\circ, 1] \cup (4, +\infty) \quad (3)$$

$$(-\infty, 1] \cup [4, +\infty) \quad (4)$$

- ۳۹ - اگر $\left(\frac{1}{f} + \frac{g^{-1}}{1}\right)(\frac{f+2f^{-1}}{1+g})(3) = \frac{-1}{5}$ باشد، مقدار (a) کدام است؟

کدام است؟

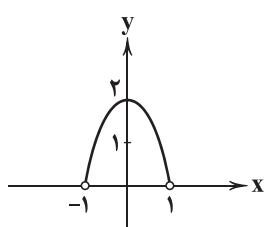
$$\frac{4}{3} \quad (4)$$

$$\frac{3}{4} \quad (3)$$

$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{3}{2} \quad (1)$$

محل انجام محاسبات



- ۴۰- اگر $f(x) = \sqrt{4-x^2}$ و نمودار تابع $(x) g$ به شکل زیر باشد، دامنه تابع gof کدام است؟

$$[-2, -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, 2] \quad (1)$$

$$[-2, 2] \quad (2)$$

$$(-\infty, -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, +\infty) \quad (3)$$

$$(-\sqrt{3}, \sqrt{3}) \quad (4)$$

هندسه (۱)

- ۴۱- در مثلث قائم‌الزاویه ABC، ارتفاع وارد بر وتر، مثلث مفروض را به دو جزء تقسیم می‌کند. اگر مساحت مثلث کوچک‌تر $\frac{2}{5}$ مساحت مثلث

اصلی باشد، نسبت فواصل پای ارتفاع از دو ضلع قائم آن کدام می‌تواند باشد؟

$$\frac{\sqrt{2}}{3} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{6}}{3} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{6}}{4} \quad (1)$$

- ۴۲- در مثلث قائم‌الزاویه $\hat{A}=90^\circ$ میانه AM و ارتفاع وارد بر وتر رسم شده است. اگر $\hat{B}=75^\circ$ باشد، نسبت $\frac{BC}{HM}$ کدام است؟

$$\frac{4\sqrt{3}}{3} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (1)$$

- ۴۳- در مثلث ABC به چه فاصله‌ای از رأس A خطی موازی BC رسم کنیم تا مساحت مثلث نصف شود؟ (h برابر ارتفاع وارد بر BC است).

$$\frac{\sqrt{2}}{2}h \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{3}h \quad (3)$$

$$2\sqrt{2}h \quad (2)$$

$$\sqrt{2}h \quad (1)$$

- ۴۴- از برخورد نیمسازهای زوایای داخلی یک مستطیل که طول و عرضش a و b است، یک چهارضلعی پدید می‌آید. مساحت این چهارضلعی کدام است؟

$$\frac{1}{3}(a^2 + b^2) \quad (4)$$

$$\frac{1}{2}(a-b)^2 \quad (3)$$

$$\frac{1}{2}(a^2 - b^2) \quad (2)$$

$$\frac{1}{2}ab \quad (1)$$

- ۴۵- در ذوزنقه متساوی الساقین با قاعده‌های 10 و 4 که طول ارتفاع وارد بر قاعده 4 است، اوساط اضلاع را متولیاً به هم وصل می‌کنیم. محیط چهارضلعی حاصل کدام است؟

$$2\sqrt{66} \quad (4)$$

$$2\sqrt{65} \quad (3)$$

$$\sqrt{66} \quad (2)$$

$$\sqrt{65} \quad (1)$$

آمار و احتمال

- ۴۶- با توجه به قوانین جبر مجموعه‌ها، کدام گزینه نادرست است؟

$$A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C) \quad (2)$$

$$(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C) \quad (1)$$

$$A - (B - C) = (A - B) - C \quad (4)$$

$$A \cap (B - C) = (A \cap B) - (A \cap C) \quad (3)$$

- ۴۷- متمم مجموعه $(A' - B) \cup (B - A')$ کدام است؟

$$(A - B) \cup (B - A) \quad (4)$$

$$\emptyset \quad (3)$$

$$B - A \quad (2)$$

$$A - B \quad (1)$$

- ۴۸- مجموعه $(A - B) \cup ((B \cap C)' \cap (B' \cup A) - B)$ با کدام مجموعه برابر است؟

$$B' \quad (4)$$

$$A \quad (3)$$

$$A \cap B' \quad (2)$$

$$A \cup B' \quad (1)$$

- ۴۹- اگر $\{y, y^2\}$ و $A = \{x, x^3, 4\}$ باشد، حداقل مقدار $x+y$ کدام است؟

$$2 \quad (4)$$

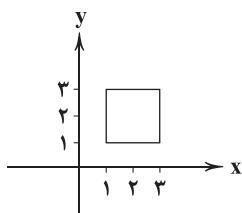
$$8 \quad (3)$$

$$6 \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$



- ۵۰ - اگر $A = \{10, 12, 14, 16, \dots, 100\}$ و $B = \{12, 15, 18, \dots, 99\}$ باشد، مجموعه $B^{\complement} - A^{\complement}$ چند عضو دارد؟
- ۷۵۰ (۴) ۷۲۵ (۳) ۶۷۵ (۲) ۶۲۵ (۱)
- ۵۱ - اگر $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ و $B = \{1, 2\}$ باشد، تعداد زیرمجموعه‌های ناتهی مجموعه B کدام است؟
- ۳۱ (۴) ۱۵ (۳) ۷ (۲) ۳ (۱)
- ۵۲ - اگر $A \times B = \{(x, y) | x \in \mathbb{Z}, y \in \mathbb{Z}, |x-y| \leq 2\}$ و $A = \{x | x \in \mathbb{Z}, x^3 = x\}$ باشد، تعداد زیرمجموعه‌های $(A \times B) \cap (B \times A)$ کدام است؟
- ۳۲ (۴) ۱۶ (۳) ۸ (۲) ۴ (۱)
- ۵۳ - اگر $C = \{x \in \mathbb{R} | |x| \leq 5\}$ و $B = \{x \in \mathbb{R} | \frac{x+3}{2} = 3\}$ باشند، مساحت شکل حاصل از ضرب $D_{کارتی}(B \times C) - A^{\complement}$ کدام است؟
- ۲۴ (۴) ۲۲ (۳) ۲۰ (۲) ۱۸ (۱)
- ۵۴ - اگر A و B دو مجموعه غیرتھی و $B \cap A' = \emptyset$ برابر کدام است؟
- B' (۴) B (۳) A (۲) \emptyset (۱)
- ۵۵ - اگر $A = [1, 3]$ و $B = \{1, 3\}$ باشد، نمودار زیر مربوط به کدام گزینه است؟
- $A^{\complement} - B^{\complement}$ (۱) $A^{\complement} - (A \times B)$ (۲) $B^{\complement} - (B \times A)$ (۳) $(A \times B) \cup (B \times A)$ (۴)



سایت کنکور

دفترچه شماره ۲

آزمون شماره ۱۰

جمعه ۱۴۰۱/۰۸/۲۰



آزمون‌های سراسری کاج

گزینه درست را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

سوالات آزمون

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

شماره داوطلبی:	نام و نام خانوادگی:
مدت پاسخگویی:	تعداد سوال: ۶۰
مدت پاسخگویی ویژه دیماه:	تعداد سوال ویژه دیماه: ۸۰

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سوالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	وضعیت پاسخگویی	شماره سوال		مدت پاسخگویی	مدت پاسخگویی ویژه دیماه
				تا	از		
۱	فیزیک ۳	۲۵	اجباری	۸۰	۵۶	۴۵ دقیقه	۵۵ دقیقه
	فیزیک ۱	۱۰	زوج کتاب	۹۰	۸۱		
	فیزیک ۲	۱۰		۱۰۰	۹۱		
۲	شیمی ۳	۱۵	اجباری	۱۱۵	۱۰۱	۲۵ دقیقه	۳۵ دقیقه
	شیمی ۱	۱۰	زوج کتاب	۱۲۵	۱۱۶		
	شیمی ۲	۱۰		۱۳۵	۱۲۶		

* داوطلبانی که قصد شرکت در کنکور سراسری ویژه دیماه را دارند، به تمامی سوالات زوج درس پاسخ دهند.

**فیزیک**

-۵۶- متحرکی روی محور x در حال حرکت است. بردار سرعت متوسط آن در بازه زمانی $t_1=3s$ تا $t_2=7s$ در SI برابر \vec{I} و در بازه زمانی $t_3=7s$

تا $t_4=9s$ برابر \vec{I} است. بردار سرعت متوسط این متحرک در بازه زمانی $t_1=3s$ تا $t_3=9s$ در SI برابر با کدام گزینه است؟

$$\frac{3}{2} \vec{I} \quad (4)$$

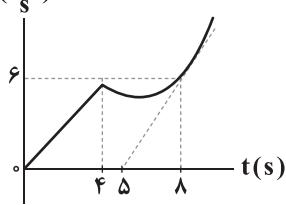
$$\frac{11}{6} \vec{I} \quad (3)$$

$$2\vec{I} \quad (2)$$

$$\vec{I} \quad (1)$$

-۵۷- نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر اندازه شتاب این متحرک در لحظه $t=8s$ برابر

$v(\frac{m}{s})$ سرعت متوسط آن در چهار ثانیه اول حرکتش باشد، شتاب این متحرک در لحظه $t=2/5s$ چند متر بر مجدور ثانیه است؟



$$0/5 \quad (1)$$

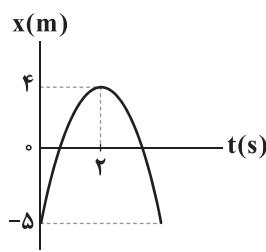
$$1/2 \quad (2)$$

$$2/3 \quad (3)$$

$$2/5 \quad (4)$$

-۵۸- نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. سرعت این متحرک در لحظه $t=5s$ چند

برابر سرعت آن در لحظه $t=1s$ است؟



$$2/1 \quad (1)$$

$$3/2 \quad (2)$$

$$-2/3 \quad (3)$$

$$-3/4 \quad (4)$$

-۵۹- سرعت متحرکی که با شتاب ثابت $\frac{2}{s^2} \frac{m}{s}$ بر روی محور x حرکت می‌کند، در یک جا به جایی ۶ متری، دو برابر می‌شود. سرعت این متحرک پس

از ۸ متر جا به جایی دیگر به چند متر بر ثانیه می‌رسد؟

$$6/4 \quad (4)$$

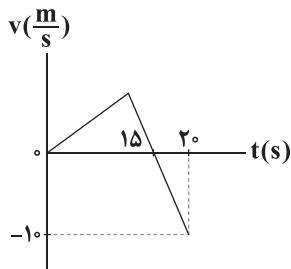
$$8/3 \quad (3)$$

$$9/2 \quad (2)$$

$$4\sqrt{3} \quad (1)$$

-۶۰- نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر سرعت متوسط این متحرک در کل حرکت برابر

$v(\frac{m}{s})$ باشد، بیشترین تندی این متحرک در کل حرکت چند متر بر ثانیه است؟



$$6/1 \quad (1)$$

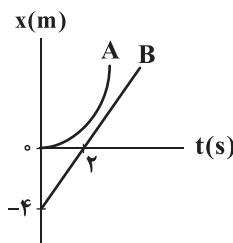
$$10/2 \quad (2)$$

$$12/3 \quad (3)$$

$$20/4 \quad (4)$$

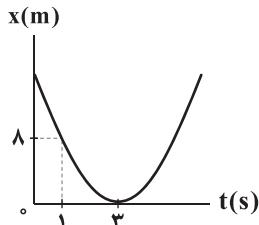


- ۶۱- نمودار مکان - زمان دو متوجه که یکی با شتاب ثابت $\frac{m}{s^2}$ و از حال سکون و دیگری با سرعت ثابت به طور هم‌زمان روی محور x شروع به حرکت کرده‌اند، مطابق شکل زیر است. در چه لحظه‌ای فاصله دو متوجه از یکدیگر به ۲۸ متر می‌رسد؟



- ۵ (۱)
۶ (۲)
۷ (۳)
۸ (۴)

- ۶۲- نمودار مکان - زمان متوجهی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. این متوجه در لحظه $t = 8s$ در چند متری مبدأ قرار دارد؟



- ۵۰ (۱)
۲۰ (۲)
۳۶ (۳)
۱۸ (۴)

- ۶۳- معادله سرعت - زمان متوجهی که بر روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $v = -2t + 8$ است. در بازه زمانی $t_1 = 8s$ تا $t_2 = 10s$ این

متوجه چند متر جابه‌جا می‌شود؟

- ۱۸ (۴) ۹ (۳) ۲۴ (۲) ۱۲ (۱)

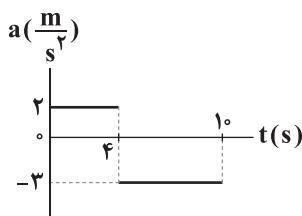
- ۶۴- متوجهی از حال سکون روی محور X شروع به حرکت می‌کند و ۱ ثانیه با شتاب $2a$ و سپس ۲ ثانیه با شتاب $-a$ - حرکت می‌کند. اگر کل

مسافتی که متوجه طی کرده ۱۵ متر باشد، a چند متر بر مجدوثر ثانیه است؟

- ۶ (۴) ۳ (۳) ۵ (۲) ۲/۵ (۱)

- ۶۵- نمودار شتاب - زمان متوجهی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر بردار سرعت این متوجه در لحظه $t = 0$ در SI

برابر با $\bar{v} = 2\hat{i}$ باشد، سرعت متوسط این متوجه در کل حرکت چند متر بر ثانیه است؟



- ۳ (۱)
۱/۵ (۲)
 $\frac{77}{15}$ (۳)
 $\frac{32}{3}$ (۴)

- ۶۶- دو اتومبیل مسابقه یکی با شتاب ثابت $2a$ و دیگری با شتاب ثابت a از یک نقطه هم‌زمان و از حال سکون روی محور x شروع به حرکت

کرده و مسیر مسابقه را می‌پیمایند. اگر خودروی سریع‌تر، ۶ ثانیه زودتر به خط پایان برسد، اتومبیل کندتر در چند ثانیه این مسیر را طی کرده است؟

- ۲۴ (۴) ۱۸ (۳) ۱۲ (۲) ۶ (۱)



-۶۷- متحرکی با شتاب ثابت و سرعت اولیه $\frac{m}{s^4}$ - بر روی محور x شروع به حرکت می‌کند و پس از ۲۰ ثانیه سرعتش به $\frac{m}{s^6}$ می‌رسد. جابه‌جایی

این متحرک در ۲ ثانیه آخر این بازه زمانی چند متر است؟

۱۱) ۴

۱۰) ۳

۵/۵) ۲

۵) ۱

-۶۸- گلوله‌ای را در شرایط خلا از ارتفاع h رها می‌کنیم. اگر اندازه سرعت متوسط این گلوله در $\frac{1}{3}$ ابتدای مسیرش برابر با $\frac{m}{s^15}$ باشد، اندازه

سرعت این گلوله در هنگام برخورد به زمین چند متر بر ثانیه است؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$

۳۰ $\sqrt{3}$) ۴۲۰ $\sqrt{2}$) ۳

۳۰) ۲

۲۰) ۱

-۶۹- گلوله‌ای طی یک حرکت سقوط آزاد به گونه‌ای حرکت می‌کند که مسافت طی شده توسط آن در ۲ ثانیه آخر حرکتش، ۴ برابر مسافت طی شده

توسط گلوله در ۲ ثانیه اول حرکتش است. اندازه سرعت این گلوله در لحظه برخورد به زمین چند متر بر ثانیه است؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$

۷۰) ۴

۵۰) ۳

۴۰) ۲

۶۰) ۱

-۷۰- گلوله‌ای به جرم $100g$ را از ارتفاع h رها می‌کنیم و گلوله در مدت t ثانیه به زمین می‌رسد. اگر کار کل انجام‌شده بر روی این گلوله از لحظه رها شدن گلوله تا لحظه $t-2$ ثانیه برابر با ۴۵ ژول باشد، h و t به ترتیب از راست به چپ در SI در کدام گزینه به درستی آمدند؟ (از مقاومت

هوا صرف نظر کنید و $(g=10\frac{m}{s^2})$

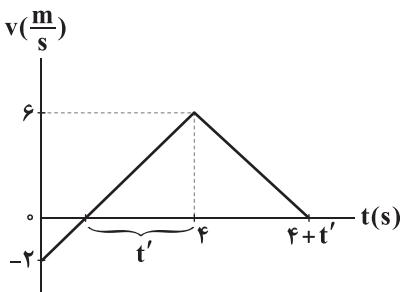
۱۸۰) ۴

۱۱۵) ۳

۴۰) ۲

۱۲۵) ۱

-۷۱- نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. سرعت متوسط این متحرک در ۵ ثانیه اول حرکتش چند متر بر ثانیه است؟



۳/۲) ۱

۳) ۲

۲/۸) ۳

۲/۶) ۴

-۷۲- گلوله A با سرعت ۷ از ارتفاع h در راستای قائم رو به بالا پرتاب می‌شود. ۵ ثانیه بعد از آن گلوله B با سرعت ۷ این بار رو به پایین از همان

ارتفاع پرتاب می‌شود. دو گلوله A و B به ترتیب، با سرعت‌های v_A و v_B به سطح زمین می‌رسند. نسبت $\frac{v_A}{v_B}$ برابر کدام گزینه است؟ (از

مقاومت هوا صرف نظر کنید).

۱) ۴

-۱) ۳

۵) ۲

-۵) ۱

-۷۳- جسمی روی سطح افقی بدون اصطکاک تحت تأثیر نیروی F قرار می‌گیرد و از حال سکون شروع به حرکت می‌کند. در طول حرکت، نیروی F به صفر کاهش می‌یابد. در این صورت نوع حرکت جسم در کل حرکت چگونه است؟

۱) ابتدا شتابدار کندشونده و سپس یکنواخت است.

۲) ابتدا شتابدار تندشونده با شتاب متغیر و سپس کندشونده است.

۳) ابتدا شتابدار تندشونده و سپس یکنواخت است.

۴) همواره تندشونده است.



۷۴- نیرویی به بزرگی F به جسمی به جرم m_A ، شتاب a_A و به جسمی به جرم m_B ، شتاب a_B می‌دهد. این نیرو به جسمی به

جرم $m_A + m_B$ چه شتابی می‌دهد؟

$$a_A + a_B \quad (4)$$

$$\frac{a_A + a_B}{2} \quad (3)$$

$$\frac{a_A + a_B}{a_A a_B} \quad (2)$$

$$\frac{a_A a_B}{a_A + a_B} \quad (1)$$

۷۵- وزنه برداری وزنهای را بلند می‌کند. واکنش نیروهای وارد بر وزنه به کجا وارد می‌شوند؟

(۱) مرکز زمین و سطح زمین

(۲) شخص و سطح زمین

(۳) شخص و مرکز زمین

(۴) زمین

۷۶- سرعت گلوله‌ای به جرم 2 kg تحت تأثیر نیروی ثابتی از $\vec{F} = 10\text{ N} - 5\text{ J/t}$ (در SI) می‌رسد. اگر زمان اثر نیرو 1 s باشد،

بزرگی نیروی متوسط وارد بر گلوله چند نیوتون است؟

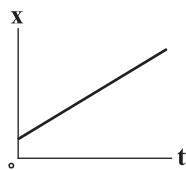
(۱) ۱۰

(۲) ۱۵

(۳) ۱۲

(۴) ۲۰

۷۷- نمودار مکان – زمان جسمی به جرم m ، مطابق شکل زیر است. کدام گزینه در مورد نیروی خالص وارد بر جسم درست است؟



(۱) در حال افزایش است.

(۲) در حال کاهش است.

(۳) ابتدا در حال کاهش و سپس افزایش است

(۴) صفر است.

۷۸- معادله داده شده در کدام گزینه مربوط به معادله مکان – زمان جسمی است که قانون اول نیوتون در مورد آن صدق می‌کند؟

$$x = \frac{5}{t} + 9 \quad (4)$$

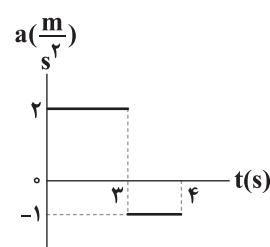
$$x = 5 \sin(10\pi t) \quad (3)$$

$$x = \sqrt{11}t - 5 \quad (2)$$

$$x = t^2 + 4t + 8 \quad (1)$$

۷۹- نمودار شتاب – زمان متحركی به جرم 20 kg که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اندازه نیروی متوسط خالص وارد بر

این جسم در این مدت چند نیوتون است؟



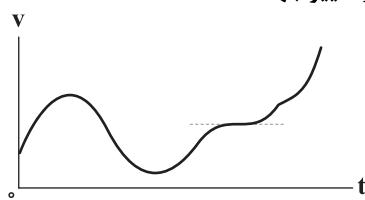
(۱) ۵

(۲) ۸

(۳) ۱۰

(۴) ۲۵

۸۰- نمودار $v-t$ یک جسم با جرم ثابت، مطابق شکل زیر است. نیروی خالص وارد بر این جسم چند بار تغییر جهت داده است؟



(۱) ۴

(۲) ۳

(۳) ۲

(۴) ۱



توجه: داوطلبانی که قصد شرکت در کنکور سراسری ویژه‌دی‌ماه را دارند به تمامی سوالات زوج درس ۱ (فیزیک ۱)، شماره ۹۱ تا ۱۰۰، فقط یک سوال را به انتخاب خود پاسخ دهید.

توجه: داوطلبانی که قصد شرکت در کنکور سراسری ویژه‌دی‌ماه را دارند به تمامی سوالات زوج درس ۱ (فیزیک ۱)، شماره ۸۱ تا ۹۰ و زوج درس ۲ (فیزیک ۲)، شماره ۹۱ تا ۱۰۰، پاسخ دهند.

زوج درس ۱

فیزیک ۱ (سوالات ۸۱ تا ۹۰)

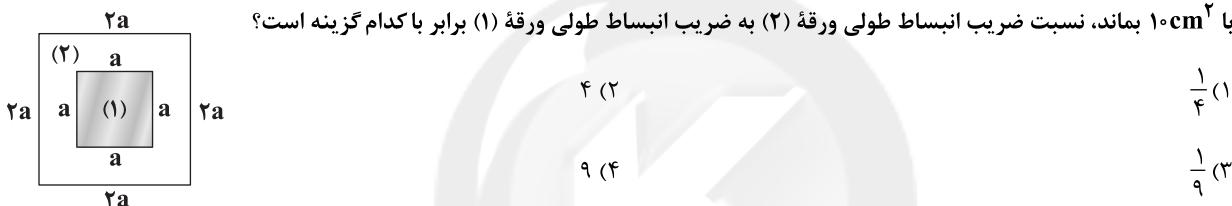
-۸۱- اگر دمای جسمی را $C = 200^\circ$ تغییر دهیم، مساحت آن ۲ درصد کاهش می‌یابد. چگالی آن چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱) ۲ - افزایش (۲) ۲ - کاهش (۳) ۳ - افزایش (۴) ۴ - کاهش

-۸۲- اگر دمای میله‌ای به طول L را به اندازه θ بالا ببریم، طول آن ۲ درصد تغییر می‌کند. اگر دمای ورقه‌ای مربعی شکل به ضلع L را که از جنس میله است، به اندازه 3θ بالا ببریم، مساحت آن چند درصد تغییر می‌کند؟

- (۱) ۵۴ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) ۱۲

-۸۳- مطابق شکل زیر، دو ورقه فلزی مربعی شکل به ابعاد a و $2a$ روی هم قرار دارند. اگر اختلاف مساحت ورقه‌ها در هر زمانی ثابت و برابر با 10 cm^2 بماند، نسبت ضریب انبساط طولی ورقه (۲) به ضریب انبساط طولی ورقه (۱) برابر با کدام گزینه است؟



-۸۴- در یک روز گرم، یک تانکر حامل سوخت با $L = 10^\circ \text{m}$ بنزین بارگیری شده است. هوا در محل تحویل سوخت $C = 20^\circ$ سردرتر از محلی است که در آنجا سوخت بار زده شده است. راننده چند لیتر سوخت را در این محل تحویل می‌دهد؟ $\beta = \frac{1}{K}$

- (۱) ۳۰۰۰۶۰۰ (۲) ۳۰۰۶۰۰ (۳) ۲۹۰۴۰ (۴) ۲۹۴۰۰

-۸۵- گلوله‌ای را در ظرفی که محتوی 2 kg آب با دمای $C = 20^\circ$ است، می‌اندازیم. اگر گلوله 240 kJ حرارت به آب بدهد، دمای آب را به 30° می‌رساند. گرمای مبادله شده با محیط خارج چند کیلوژول بوده است؟ (ظرفیت گرمایی ظرف برابر با $K = 4 \text{ kJ/kg}$)

- (۱) ۱۲۰ kJ گرما از محیط وارد سیستم شده است.

- (۲) ۱۲۰ kJ گرما از سیستم به محیط رفته است.

- (۳) ۶۰ kJ گرما از محیط، وارد سیستم شده است.

- (۴) ۶۰ kJ گرما از محیط تبادل گرمایی نداشته است.

-۸۶- در ظرف آبی، 100 g آب با دمای $C = 20^\circ$ موجود است و قطعه چوبی روی سطح آب شناور است. اگر 4 kJ حرارت به آب بدهیم، حجم قسمتی

از قطعه چوب که خارج از آب قرار دارد، چگونه تغییر می‌کند؟ $(\frac{\text{kJ}}{\text{kg.K}} = 4 \text{ آب})$

- (۱) ابتدا کاهش و سپس کاهش می‌یابد.

- (۲) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

- (۳) کاهش می‌یابد.

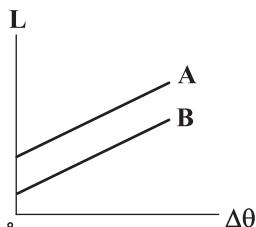
- (۴) افزایش می‌یابد.

-۸۷- اختلاف عده‌های یک دما در مقیاس کلوین و فارنهایت برابر با 237 است. این دما چند درجه سلسیوس می‌تواند باشد؟

- (۱) -۵ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) -۴



-۸۸- تغییرات طول دو میله فلزی A و B بحسب تغییرات دما، مطابق شکل زیر است. کدام گزینه رابطه بین α_A و α_B را درست بیان می‌کند؟



$$\alpha_A > \alpha_B \quad (1)$$

$$\alpha_A = \alpha_B \quad (2)$$

$$\alpha_A < \alpha_B \quad (3)$$

۴) نمی‌توان اظهارنظر کرد.

-۸۹- دو کره A و B از یک جنس ساخته شده‌اند. کره A، یک کره توپر با شعاع R و کره B، یک کره توخالی با شعاع خارجی R و شعاع

داخلی $\frac{R}{2}$ می‌باشند. اگر دمای هر دو جسم را به یک اندازه تغییر دهیم، گرمای مورد نیاز و همچنین تغییرات حجم آن‌ها به چه صورت

خواهد بود؟

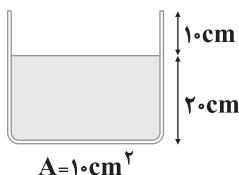
$$\Delta V_A > \Delta V_B, Q_A > Q_B \quad (2)$$

$$\Delta V_A = \Delta V_B, Q_A = Q_B \quad (1)$$

$$\Delta V_A = \Delta V_B, Q_A < Q_B \quad (4)$$

$$\Delta V_A = \Delta V_B, Q_A > Q_B \quad (3)$$

-۹۰- در شکل زیر، دمای مایع را چند درجه سلسیوس افزایش دهیم تا 50 cm^3 مایع از ظرف بیرون بریزد؟ (از انبساط ظرف صرف‌نظر کنید



$$\text{و } \beta = 10^{-2} \text{ K}^{-1} \text{ مایع}$$

$$7/5 \quad (1)$$

$$150 \quad (2)$$

$$15 \quad (3)$$

$$75 \quad (4)$$

زوج درس ۲

فیزیک ۲ (سوالات ۹۱ تا ۱۰۰)

-۹۱- در مدار شکل زیر، اگر کلید K را بیندیم، توان مصرفی مقاومت R چگونه تغییر می‌کند؟



۱) کاهش می‌یابد.

۲) افزایش می‌یابد.

۳) ثابت می‌ماند.

۴) نمی‌توان نظر قطعی داد.

-۹۲- چهار لامپ ۱۲۰ واتی که هر یک با برق شهر کار می‌کنند را به صورت متواالی به یک منبع تغذیه ۱۴۰ ولتی می‌بندیم. اگر سه لامپ از بین این چهار

لامپ، با لامپ‌های ۷۰ واتی که آن‌ها نیز با برق شهر کار می‌کنند، تعویض شوند، برای نور لامپ ۱۲۰ واتی باقی‌مانده در مدار چه اتفاق می‌افتد؟

۱) کمتر از حالت قبل می‌شود.

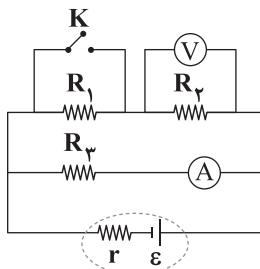
۲) تغییر نمی‌کند.

۳) بیشتر از حالت قبل می‌شود.

۴) نمی‌توان اظهارنظر قطعی کرد.



-۹۳- در مدار شکل زیر، اگر کلید K بسته شود، اعدادی که آمپرسنج آرمانی و ولتسنج آرمانی نشان می‌دهند، به ترتیب از راست به چپ، چگونه



تغییر می‌کنند؟ (مقاومت‌ها مشابه هستند).

- (۱) کاهش - کاهش
- (۲) افزایش - کاهش
- (۳) افزایش - افزایش
- (۴) کاهش - افزایش

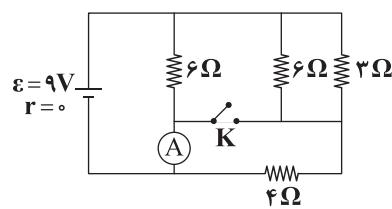
-۹۴- مقاومتی را به یک باتری می‌بندیم. بیشینه توان خروجی باتری برابر با $64/8$ وات و بیشینه جریانی که از باتری می‌توان گرفت، 18 آمپر است. نیروی محركة این باتری و مقاومت درونی آن به ترتیب از راست به چپ در SI در کدام گزینه به درستی آمدند؟

$۰/۸ - ۷/۲$ (۴) $۰/۸ - ۱۴/۴$ (۳) $۱/۶ - ۷/۲$ (۲) $۱/۶ - ۱۴/۴$ (۱)

-۹۵- یک ولتسنج آرمانی، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر یک باتری را که به مداری وصل نیست، 24 ولت نشان می‌دهد. حال اگر یک مقاومت 4 اهمی را به دو سر آن ببندیم، توان خروجی از باتری $64 W$ می‌شود. مقاومت درونی این باتری چند اهم است؟

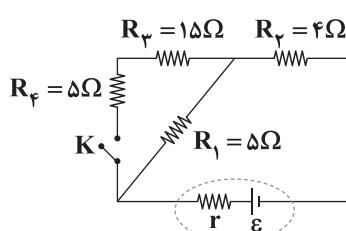
$۴/۴$ (۴) $۲/۳$ (۳) $۱/۲$ (۲) $۰/۵$ (۱)

-۹۶- در مدار شکل زیر، اگر کلید K را ببندیم، جریان عبوری از آمپرسنج آرمانی چند آمپر و چگونه تغییر می‌کند؟



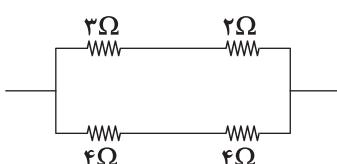
- (۱) $۴/۵$ - کاهش
- (۲) ۶ - کاهش
- (۳) $۴/۵$ - افزایش
- (۴) ۶ - افزایش

-۹۷- در مدار شکل زیر، $V = 35 V$ و $r = 2\Omega$ است. با بستن کلید K، شدت جریان در مقاومت R_1 چند آمپر تغییر می‌کند؟



$۲/۸$ (۱)
 $۳/۱۸$ (۲)
 $۰/۳۸$ (۳)
 $۳/۵$ (۴)

-۹۸- شکل زیر، قسمتی از یک مدار الکتریکی را نشان می‌دهد. اگر توان مصرفی مقاومت 3 اهمی برابر با 12 وات باشد، توان مصرفی کل



مقادیت‌ها چند وات است؟
 ۵ (۱)
 ۱۰ (۲)
 ۱۵ (۳)
 $۳۲/۵$ (۴)

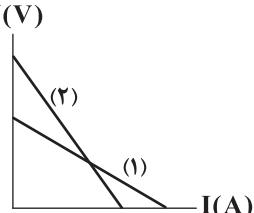
محل انجام محاسبات



۹۹ - یک باتری را که نیروی محرکه آن 36 ولت و مقاومت درونی آن $7/5\text{ اهم}$ است، در نظر بگیرید. دو سر باتری را با یک سیم بدون مقاومت به هم وصل می‌کنیم. در این صورت جریان گذرنده از باتری برابر با آمپر و توان خروجی باتری برابر با وات خواهد بود.

- (۱) $۴/۲ = \text{صفر}$ (۲) $۴/۸(۳)$ (۳) $۴/۸(۴)$ (۴) $۲/۶$

۱۰۰ - نمودار اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری های (۱) و (۲) بر حسب جریان عبوری از آن ها، مطابق شکل زیر است. مقاومت درونی باتری (۱) از مقاومت درونی باتری (۲) و نیروی محرکه باتری (۲) از نیروی محرکه باتری (۱) است.



(۱) کوچک‌تر - بزرگ‌تر

(۲) بزرگ‌تر - بزرگ‌تر

(۳) کوچک‌تر - کوچک‌تر

(۴) بزرگ‌تر - کوچک‌تر



سایت کنکور



شیمی

۱۰۱ - چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- جوهرنمک و سفیدکننده‌ها جزو پاک‌کننده‌هایی هستند که افزون بر برهمنش میان ذره‌ها، با آلاینده‌ها واکنش می‌دهند.
- رسوب تشکیل شده بر دیواره کتری و دیگر بخار با صابون زدوده نمی‌شود و برای از بین بردن آن‌ها باید از پاک‌کننده‌های غیرصابونی استفاده کرد.
- سدیم هیدروکسید خاصیت خورنده‌گی داشته و از محلول آن برای بازکردن لوله‌ها می‌توان استفاده کرد.
- محلول آمونیاک خاصیت بازی داشته و از آن به عنوان شیشه پاک‌کن استفاده می‌شود.

۲ (۴)

۴ (۳)

۱ (۲)

۳ (۱)

۱۰۲ - ۰/۲ لیتر محلول ۴٪ مولار اسید HA با درجه یونش ۲۵٪ در دسترس است. برای این‌که pH این محلول برابر ۲ شود، چند لیتر آب خالص

باید به ۰/۲ لیتر محلول اولیه اضافه کرد؟

۵/۹۵ (۴)

۱/۸۵ (۳)

۳/۲۵ (۲)

۴/۱۵ (۱)

۱۰۳ - چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- در زندگی روزانه با انواع اسیدها سروکار داریم که برخی ضعیف و اغلب آن‌ها قوی هستند.
- اسیدهای قوی محلولی شامل یون‌های آب پوشیده هستند که در آن‌ها هیچ مولکول یونیده‌نشده یافت نمی‌شود.
- در شرایط معین غلظت همه گونه‌های موجود در فورمیک اسید همانند دیگر اسیدهای ضعیف ثابت است.
- بازها در سطح پوست همانند صابون، احساس لیزی ایجاد می‌کنند اما به آن آسیب نمی‌رسانند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۰۴ - یک نمونه ضد اسید شامل منیزیم هیدروکسید و آلومینیم هیدروکسید بوده که نسبت مولی آن‌ها برابر ۳ به ۱ است. برای این‌که pH دو لیتر اسید معدّه فردی از ۱/۳ به ۷/۳ برسد، چند میلی‌گرم از این ضد اسید باید مصرف شود؟ (به جز دو ماده مؤثر، ضد اسید مورد نظر دارای ۱۶٪ ناخالصی است). ($Mg=24, O=16, H=1, Al=27: g/mol^{-1}$)

۸۰ (۴)

۶۰ (۳)

۴۰ (۲)

۲۰ (۱)

۱۰۵ - اگر نسبت ثابت یونش باز AOH به ثابت یونش باز XOH برابر ۲۴۵ و غلظت تعادلی محلول‌های AOH و XOH به ترتیب برابر با ۰٪ و ۵٪ مول بر لیتر باشد، تفاوت pH دو محلول برابر با چند بوده و pH کدام محلول بیشتر است؟ ($\log 7 = 0/85$)

AOH , ۲/۴۵ (۴)

XOH , ۲/۴۵ (۳)

AOH , ۱/۱۵ (۲)

XOH , ۱/۱۵ (۱)

۱۰۶ - چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- گل ادریسی در خاکی که کاغذ pH در آن قرمزرنگ است، به رنگ آبی شکوفا می‌شود.
- قدرت بازی $Sr(OH)_2$ بیشتر از $Fe(OH)_3$ است.
- درون معده یک محیط بسیار اسیدی است و می‌تواند هر فلزی را در خود حل کند.

۱۰۷ - اگر pH یک محلول بیش از ۷ باشد، معنی آن این است که در این محلول $[H^+] > [OH^-]$ است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



۱۰۷- نسبت ثابت یونش یکی از اسیدهای HCOOH و CH_3COOH به اسید دیگر برابر 10° است. چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با محلول‌های مولار از هر کدام از این اسیدها در دمای 25°C درست است؟ (حجم هر کدام از محلول‌ها 1L است).

- غلظت یون هیدرونیوم در اسید قوی تر، 10° برابر اسید دیگر است.
- اگر 1g فلز منیزیم به ظرف حاوی هر کدام از این اسیدها اضافه شود، سرعت و جرم گاز تولید شده در ظرف فورمیک اسید بیشتر است.
- نسبت غلظت فورمات به فورمیک اسید تعادلی بیشتر از نسبت غلظت استات به استیک اسید تعادلی است.
- مجموع غلظت مولی گونه‌ها در ظرف حاوی استیک اسید بیشتر از ظرف دیگر است.
- رسانایی الکتریکی محلول فورمیک اسید بیشتر از محلول استیک اسید است.

$3/4$ $4/3$ $1/2$ $2/1$

۱۰۸- کدام مقایسه‌های زیر نادرست است؟ (حجم تمامی محلول‌ها 1L در نظر گرفته شود).

(آ) رسانایی الکتریکی: باریم هیدروکسید مولار = پتانسیم هیدروکسید 2 Molar

(ب) رسانایی الکتریکی: هیدروسیانیک اسید $1/0\text{ Molar}$ $\text{pH} = 3/7$ < نیتریک اسید با $7/0\text{ Molar}$

(پ) شمار یون‌های حاصل از انحلال یک مول در آب: دی‌نیتروژن پنتوکسید = سدیم اکسید

(ت) درجه یونش محلول 2 Molar : اتانول > محلول $2/5\text{ Molar}$ اتانول

$4/4$ $3/3$ $2/2$ $1/1$

۱۰۹- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با جوش شیرین درست است؟

• نام علمی آن سدیم هیدروژن کربنات بوده و نسبت شمار تعداد اتم‌ها به شمار عنصرها در آن برابر $\frac{3}{7}$ است.

• محلول آن در آب خاصیت بازی دارد و هر مول از آن با یک مول هیدروکلریک اسید خنثی می‌شود.

• برای افزایش قدرت پاک‌کنندگی چربی‌ها به شوینده‌ها، جوش‌شیرین اضافه می‌کنند.

• در برخی از ضداسیدها به تنها یک و در برخی دیگر همراه با آلومینیم هیدروکسید به عنوان ماده مؤثر از آن استفاده می‌شود.

$4/4$ $3/3$ $2/2$ $1/1$

۱۱۰- اگر 80 میلی لیتر محلول هیدروکلریک اسید با $\text{pH} = 2/4$ با 20 میلی لیتر محلول نیتریک اسید $1/005\text{ Molar}$ و 25 میلی لیتر محلول

پتانسیل -4×10^{-4} مولار مخلوط شود، pH تقریبی محلول حاصل کدام است؟

$3/2/4$ $3/5/3$ $2/2/2$ $2/5/1$

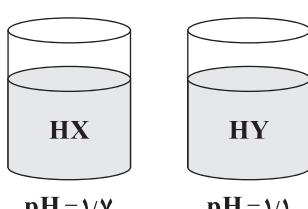
۱۱۱- در کدامیک از سامانه‌های بدن، غلظت یون‌های هیدرونیوم و هیدروکسید تفاوت کم‌تری با هم دارند؟ (برای سامانه‌هایی که pH آن‌ها به صورت بازه‌ای است، میانگین آن را در نظر بگیرید).

(۱) خون (۲) محتويات روده کوچک

(۳) معده (۴) براق

۱۱۲- محلول هیدرویدیک اسید با غلظت 1024 ppm کدام است؟ ($\text{H} = 1, I = 127: \text{g.mol}^{-1}$ ، $d = 1\text{g.mL}^{-1}$)

$3/9/4$ $2/9/3$ $3/1/2$ $2/1/1$



۱۱۳- با توجه به شکل‌های زیر نسبت غلظت تعادلی اسید HX به غلظت تعادلی اسید HY کدام است؟

(۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۱۱۴- ۲۰ میلی‌لیتر محلول یک اسید خیلی ضعیف با غلظت $25/0$ مولار در دسترس است. برای این‌که غلظت H^+ در این محلول به یک چهارم مقدار اولیه برسد، چند میلی‌لیتر آب خالص باید به آن اضافه کرد؟

۲۰۰ (۴)

۱۸۰ (۳)

۸۰ (۲)

۳۰۰ (۱)

۱۱۵- اگر برای پاک کردن $119/2$ گرم اسید چرب تک‌عاملی که مسیر لوله آب را مسدود کرده از $21/33$ گرم سود 75% خالص استفاده کنیم، درصد جرمی کربن در اسید چرب به تقریب کدام است؟ (زنگیر هیدروکربنی اسید چرب، سیر شده است).

$$(Na=23, O=16, H=1, C=12: g.mol^{-1})$$

۷۶/۵۱ (۴)

۷۲/۴۸ (۳)

۶۷/۳۲ (۲)

۸۰/۱۲ (۱)

توجه: داوطلبانی، لطفاً از بین سوالات زوج درس ۱ (شیمی (۱)، شماره ۱۱۶ تا ۱۲۵) و زوج درس ۲ (شیمی (۲)، شماره ۱۲۶ تا ۱۳۵)، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

توجه: داوطلبانی که قصد شرکت در کنکور سراسری ویژه دی‌ماه را دارند به تمامی سوالات زوج درس ۱ (شیمی (۱)، شماره ۱۱۶ تا ۱۲۵) و زوج درس ۲ (شیمی (۲)، شماره ۱۲۶ تا ۱۳۵)، پاسخ دهند.

زوج درس ۱

شیمی (۱) (سوالات ۱۱۶ تا ۱۲۵)

۱۱۶- نام چند ترکیب شیمیایی زیر با فرمول آن مطابقت دارد؟

• CO_3N_2 : کیالت (II) نیترید• N_2O : دی‌نیتروژن اکسید• $CrCl_3$: کروم (III) کلرید• ZnO : روی (II) اکسید• $SiBr_4$: سیلیسیم تترابرم

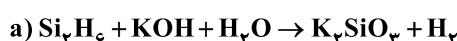
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۱۷- در واکنش a ، پس از موازنی، مجموع ضرایب فراورده‌ها مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌هاست.



(۱) همانند - بزرگ‌تر از



(۲) همانند - برابر با

(۳) برخلاف - بزرگ‌تر از

(۴) برخلاف - برابر با

۱۱۸- در ساختار لوویس چه تعداد از گونه‌های زیر تمامی پیوندها به صورت یگانه است؟



۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

محل انجام محاسبات



۱۱۹- استفاده از به عنوان سوخت در مقایسه با با توجه به یک مزیت محسوب می‌شود.

- (۱) هیدروژن - گاز طبیعی - قیمت بهازای هر گرم
 (۲) گاز طبیعی - بنزین - گرمای آزادشده بهازای هر گرم
 (۳) زغال سنگ - بنزین - دیدگاه محیط‌زیستی
 (۴) زغال سنگ - هیدروژن - گرمای آزادشده بهازای هر گرم

۱۲۰- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به جفت الکترون‌های ناپیوندی در اوزون و اکسیژن با هم برابر است.
 (۲) لایه اوزون به منطقه مشخصی از استراتوسفر گفته می‌شود که به طور عمده از اوزون تشکیل شده است.
 (۳) با این‌که اکسیژن گازی واکنش‌پذیر است، اما واکنش‌پذیری گاز اوزون از آن بیشتر است.
 (۴) اگر مخلوطی از گازهای O_2 و O_3 را به آرامی سرد کنیم، نخست اوزون به مایع تبدیل می‌شود.

۱۲۱- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- دلیل وجود اکسیژن در ساختار پلاستیک‌های سبز این است که از مواد گیاهی مانند نشاسته ساخته می‌شوند.
- در ساختار سوخت سبز سه عنصر C، H و O وجود دارد و این مواد اولیه به وسیله جانداران ذره‌بینی به عنصرهای سازنده خود تجزیه می‌شوند.
- بخش عمده‌ای از برتوهای خورشیدی که به زمین تابیده می‌شود به وسیله زمین جذب شده و بخش کوچکی نیز توسط هواکره جذب می‌شود.
- لایه هواکره از گرم شدن کرده زمین جلوگیری کرده و سرعت گرمایش جهانی را کاهش می‌دهد.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۲۲- چه تعداد از عبارت‌های زیر نادرست است؟

- بیشتر نافلزها و شمار کمی از فلزها قابلیت این را دارند که با گاز اکسیژن بسوزند.
- منیزیم با شعله سفیدرنگ و گوگرد با شعله آبی‌رنگ می‌سوزد.
- باران‌های اسیدی شامل اسیدهای H_2SO_4 و HNO_3 بوده و pH آن‌ها همانند باران معمولی کمتر از ۷ است.
- گوگرد در اثر سوختن به SO_3 تبدیل شده که این واکنش، مرحله نخست تهیه صنعتی سولفوریک اسید است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۲۳- چه تعداد از موارد پیشنهادشده جمله زیر را به درستی کامل می‌کنند؟

«بین مقدار موجود در هواکره و ، رابطه وجود دارد.»

- بخار آب - دمای کره زمین - مستقیم

• کربن دی‌اکسید - میانگین جهانی سطح آب‌های آزاد - مستقیم

• کربن دی‌اکسید - مساحت برف در نیم‌کره شمالی - وارونه

• کربن دی‌اکسید - pH آب دریاها و اقیانوس‌ها - وارونه

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۲۴- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با اوزون تروپوسفری و واکنش تولید آن در هوای آلوده و در حضور نور خورشید درست است؟

- وجود اوزون تروپوسفری در هوایی که تنفس می‌کنیم سبب آسیب دیدن ریه‌ها و بیماری‌های عصبی می‌شود.
- در واکنش تولید آن در هوای آلوده بهازای تولید یک مول اوزون، یک مول گاز اکسیژن مصرف می‌شود.
- همراه با تولید اوزون تروپوسفری، مقداری گاز قهقهه‌ای رنگ نیتروژن دی‌اکسید نیز تولید می‌شود.
- نقطه آغاز تولید اوزون تروپوسفری، واکنش میان گازهای نیتروژن و اکسیژن درون موتور خودرو در دمای بالا است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)



۱۲۵- کدام مطالب زیر درست هستند؟

آ) خواص و رفتار یک ماده ارتباطی با ساختار آن ماده ندارد.

ب) با وجود گازهای گلخانه‌ای، زمین بخش ناچیزی از گرمای جذب شده را می‌تواند به صورت تابش فروسرخ از دست بدهد.

پ) تولید فراوان ترین عنصر در جهان و حمل و نقل و نگهداری آن بسیار پرهزینه است.

ت) برای تبدیل CO_2 به مواد معدنی، می‌توان از فراورده حاصل از سوختن فلزهای کلسیم و منیزیم استفاده کرد.

(۴) «ب»، «پ»

(۳) «آ»، «ت»

(۲) «ب»، «پ»

(۱) «آ»، «ب»

زوج درس ۲

شیمی (۲) (سوالات ۱۲۶ تا ۱۳۵)

۱۲۶- از سوختن ۸ گرم پروپین در مقدار کافی از گاز اکسیژن در دمای اتاق، 386 kJ گرما آزاد شده و دمای فراورده‌های واکنش به 85°C می‌رسد. با توجه به این داده‌ها آنتالپی سوختن پروپین در 25°C به تقریب چند کیلوژول بر مول است؟

$$(C=12, H=1:\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}, c_{\text{CO}_2}=0.75, c_{\text{H}_2\text{O}}=4/2 \frac{\text{J}}{\text{g}\cdot\text{C}})$$

-۱۹۴۵ (۴)

-۱۸۸۰ (۳)

-۲۰۴۰ (۲)

-۲۱۰۵ (۱)

۱۲۷- چه تعداد از عبارت‌های زیر نادرست است؟

• ΔH واکنش سوختن CO(g) را نمی‌توان به روش تجربی تعیین کرد.

• با تجزیه محلول آب اکسیژنه در یک ظرف، دمای ظرف و محتویات آن، کاهش می‌یابد.

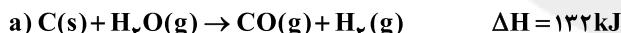
• گرماسنج لیوانی برای تعیین ΔH واکنش‌هایی به کار می‌رود که در حجم ثابت انجام می‌شوند. مانند فرایندهای انحلال و ...• مطابق قانون هس می‌توان با استفاده از ΔH دو یا چند واکنش دیگر، ΔH یک واکنش معین را بدون هیچ شرط و قیدی به دست آورد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۲۸- با توجه به واکنش‌های زیر اگر ۲ کیلوژول گرم کربن با خلوص ۸۰٪ با مقدار کافی بخار آب واکنش داده و طی آن گازهای متان و CO_2 تولید شود،چند کیلوژول گرما مبادله می‌شود؟ (ناخالصی‌های کربن تجزیه نمی‌شوند و پیشرفت واکنش را ۷۵٪ در نظر بگیرید). ($C=12\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$)

۵۸۰ (۴)

۸۵۰ (۳)

۹۲۰ (۲)

۴۳۰ (۱)

۱۲۹- اگر جرم مولکولی چهار ترکیب زیر نفربایاً بهم برابر باشد، نقطه جوش کدامیک از آن‌ها بالاتر است؟

۴ (۴)

۳ (الكل)

۲ (کتون)

۱ (آلدهید)

۱۳۰- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

• ارزش سوختی چربی بیشتر از کربوهیدرات و پروتئین است.

• ساده‌ترین مولکول آلدهید همانند ساده‌ترین مولکول الکل دارای یک اتم کربن است.

• شمار اتم‌های کربن ساده‌ترین مولکول کتون بیشتر از شمار اتم‌های کربن ساده‌ترین مولکول اتر است.

• برای تعیین ΔH واکنش‌هایی که به سختی انجام می‌شوند می‌توان از روش‌های تقریبی مانند قانون هس استفاده کرد.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

محل انجام محاسبات



-۱۳۱- اگر بدانیم آنتالپی سوختن متان و اتان در دمای اتاق به ترتیب -89°C و -156°C کیلوژول بر مول باشد، ارزش سوختی پروپان در این شرایط

به تقریب چند کیلوژول بر گرم است؟ ($\text{C} = 12, \text{H} = 1, \text{O} = 16, \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

۵۳/۸ (۴)

۵۲/۷ (۳)

۵۱/۵ (۲)

۵۰/۷ (۱)

-۱۳۲- اگر آنتالپی سوختن گلوكز جامد با فراورده‌های گازی -2808 kJ/mol بر مول باشد، با توجه به داده‌های جدول زیر مجموع آنتالپی‌های پیوند

($\text{C} = 12, \text{H} = 1, \text{O} = 16, \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$) در یک مول گلوكز گازی شکل چند کیلوژول است؟ (آنتالپی تسعید گلوكز 90 kJ/mol بر مول است.)

پیوند	$\text{C} - \text{O}$	$\text{C} = \text{O}$	$\text{O} = \text{O}$	$\text{O} - \text{H}$
آنالپی پیوند ($\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$)	۳۸۰	۸۰۰	۵۰۰	۴۶۵

۸۲۴۲ (۱)

۸۴۲۲ (۲)

۹۴۶۲ (۳)

۹۲۸۲ (۴)

-۱۳۳- از سوختن یک مول از کدام ترکیب‌های آلی زیر به ترتیب بیشترین و کم‌ترین مقدار گرما به دست می‌آید؟ (شرایط انجام هر چهار واکنش یکسان بوده و گزینه‌ها را به ترتیب از راست به چپ بخوانید.)

(d) اتانول

c , d (۴)

(c) استیلن

b , d (۳)

(b) اتیلن

d , a (۲)

(a) اتان

c , a (۱)

-۱۳۴- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

• فرمول مولکولی $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}$ را می‌توان به یک آلدھید سیر شده و یا یک الکل سیر نشده نسبت داد.

• در دارچین همانند بادام یک آلدھید آروماتیک وجود دارد.

• بر اثر سوختن کامل کتون موجود در میخک، کربن دی‌اکسید و آب به نسبت مولی برابر تولید می‌شود.

• طعم و بوی رازیانه به طور عمده وابسته به یک الکل سیر نشده است.

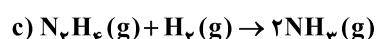
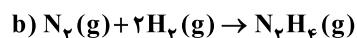
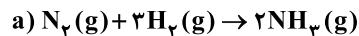
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

-۱۳۵- در کدام واکنش(های) زیر سطح انرژی فراورده(ها) بالاتر از سطح انرژی واکنش دهنده‌ها است؟



b , a (۴)

c فقط (۳)

c , a (۲)

b فقط (۱)



آزمون‌های سراسری کاج

گوینده درس در این خاک کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

دفترچه شماره ۳

آزمون شماره ۱۰

جمعه ۲۰/۰۸/۱۴۰۱

پاسخ‌های تشریحی

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

شماره داوطلبی:	نام و نام خانوادگی:
مدت پاسخگویی: ۱۵۵ دقیقه	تعداد سوال: ۱۱۵
مدت پاسخگویی ویژه دیماه: ۱۷۵ دقیقه	تعداد سوال ویژه دیماه: ۱۳۵

عنوانیں مواد امتحانی آزمون گروہ آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	شماره سوال		مدت پاسخگویی ویژه دیماه	مدت پاسخگویی
			تا	از		
۱	حسابان ۲	۱۰	۱	۱۰	۸۵ دقیقه	۸۵ دقیقه
	ریاضیات گستاخ	۱۰	۱۱	۱۰		
	هندسه ۳	۱۰	۲۱	۱۰		
	ریاضی ۱	۵	۳۱	۳۵		
	حسابان ۱	۵	۳۶	۴۰		
	هندسه ۱	۵	۴۱	۴۵		
	آمار و احتمال	۱۰	۴۶	۵۵		
۲	فیزیک ۳	۲۵	۵۶	۸۰	۴۵ دقیقه	۴۵ دقیقه
	فیزیک ۱	۱۰	۸۱	۹۰		
	فیزیک ۲	۱۰	۹۱	۱۰۰		
۳	شیمی ۳	۱۵	۱۰۱	۱۱۵	۲۵ دقیقه	۲۵ دقیقه
	شیمی ۱	۱۰	۱۱۶	۱۲۵		
	شیمی ۲	۱۰	۱۲۶	۱۳۵		



۶ بدیهی است که باید یک تقسیم معمولی انجام دهید، بنابراین

بر اساس قضیه تقسیم مندرج در کتاب و اتحاد زیر خواهد داشت:

$$x^n - a^n = (x-a)(x^{n-1} + \dots + a^{n-2}x + a^{n-1})$$

$$f(x) = x^4 - 1 + 1 = (x^4 - 1)(x^4 + 1) + 1$$

$$\Rightarrow f(x) = (x-1)(x^3 + x^2 + x^1 + x^0)(x^4 + 1) + 1$$

$$\Rightarrow f(x) = (x^4 + x^3 + x^2 + x^1 + x^0)(x-1)(x^4 + 1) + 1$$

$$\Rightarrow f(x) = g(x)(x-1)(x^4 + 1) + 1 \Rightarrow h(x) = (x-1)(x^4 + 1)$$

اکنون باقی مانده خواسته شده برابر است با:

$$R = h(-2) = (-2-1)((-2)^4 + 1) = (-3) \times 65 = -195$$

۷ بر اساس اتحاد زیر طبق صفحه ۲۰ کتاب درسی داریم:

$$x^n - a^n = (x-a)(x^{n-1} + ax^{n-2} + \dots + a^{n-2}x + a^{n-1})$$

$$a = (20 \cdot 23^9 + 20 \cdot 23^8 + \dots + 20 \cdot 23^3 + 20 \cdot 23^2 + 20 \cdot 23 + 1) + 1$$

$$\Rightarrow a = (20 \cdot 23^1 - 1) + 1 \Rightarrow a = 20 \cdot 23^1$$

$$\sqrt{2 + \sqrt[3]{a}} = \sqrt{2 + \sqrt[3]{20 \cdot 23^1}} = \sqrt{2 + 20 \cdot 23} = 45$$

که مجموع ارقام حاصل برابر ۹ است.

۸ بدیهی است که خارج قسمت تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$

بر $f(x+2)$ و همچنین خارج قسمت تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$

بر $f(x)$ برابر یک است، بنابراین در این مسئله بنا به تعریف تقسیم داریم:

$$f(x) = f(x+2) \times 1 + nx + 5$$

$$(الف) f(x+2) = f(x) \times 1 + (2x - m)$$

اکنون دو رابطه را با هم جمع می‌کنیم:

$$f(x) + f(x+2) = f(x+2) + f(x) + (2+n)x + (5-m)$$

باید باقیمانده برابر صفر شود.

$$\Rightarrow (2+n)x + (5-m) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2+n=0 \\ 5-m=0 \end{cases} \Rightarrow n=-2 \quad m=5$$

$$\Rightarrow n-m=-7$$

۹ بر طبق قضیه صفحه ۱۹ کتاب درسی، باقی مانده تقسیم

چندجمله‌ای $f(x)$ بر $ax+b$ عبارت است از:

$$R = f\left(-\frac{b}{a}\right)$$

بنابراین در این سؤال:

$$f(-20 \cdot 11) = 25 \Rightarrow a(-20 \cdot 11)^{20 \cdot 11} - b(-20 \cdot 11)^{20 \cdot 5} + 5 = 25$$

$$\Rightarrow -a(20 \cdot 11)^{20 \cdot 11} + b(20 \cdot 11)^{20 \cdot 5} = 20 \quad (I)$$

$$R = f(20 \cdot 11) = a(20 \cdot 11)^{20 \cdot 11} - b(20 \cdot 11)^{20 \cdot 5} + 5$$

$$\text{طبق رابطه } (I) \rightarrow R = (-20) + 5 \Rightarrow R = -15$$

۱۰ باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای $P(x)$ بر $x-a$ برابر است با:

$$R = P(a)$$

بنابراین:

$$R = P(14 \cdot 1) = (14 \cdot 1)^5 - 14 \cdot 2(14 \cdot 1)^4 + 14 \cdot 2(14 \cdot 1)^3$$

$$-14 \cdot 2(14 \cdot 1)^2 + 14 \cdot 2(14 \cdot 1) - 14 \cdot 2$$

۱ هرگاه تابعی هم صعودی و هم نزولی باشد، آن تابع ثابت است، پس:

$$f(x) = (a-1)x^3 + (b-2)x + a + b \Rightarrow \begin{cases} a-1=0 \\ b-2=0 \end{cases} \Rightarrow a=1 \\ b=2$$

اکنون $g(x) = x^3 + 2x + 3$ خواهد بود و این تابع در بازه $[-1, +\infty)$ اکیداً صعودی است، پس کمترین مقدار $m = -1$ است.

$$\frac{3(1+a^x)}{1+a^x} < a^x \Rightarrow a^x > 3$$

$$\stackrel{0 < a < 1}{\text{تابع }} \log_a a^x < \log_a 3 \Rightarrow x < \log_a 3 \text{ نزولی است}$$

۳ تابع درجه سوم که اکیداً صعودی بوده و در نقطه (α, β)

بر خطی به موازات محور x مماس باشد به صورت $f(x) = a(x-\alpha)^3 + \beta$ باشد، پس:

$$f(x) = a(x-2)^3 + 1 \stackrel{\text{از مبدأ می‌گذرد}}{=} a(-2)^3 + 1 \Rightarrow a = \frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{8}(x-2)^3 + 1$$

اکنون برای یافتن ریشه‌های معادله $f(x) = 1$ داریم:

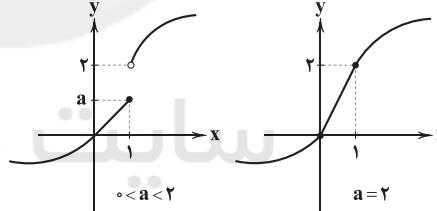
$$\frac{1}{8}(x-2)^3 + 1 = 1 \Rightarrow (x-2)^3 = -16$$

$$\Rightarrow x-2 = -2\sqrt[3]{2} \Rightarrow x = 2 - 2\sqrt[3]{2}$$

۴ نمودار ضابطه اول و سوم اکیداً صعودی است. برای آن که تابع

$a > 0$ اکیداً صعودی باشد باید $\forall x_1, x_2 \in [a, b]: x_2 > x_1 \Rightarrow f(x_2) > f(x_1)$ باشد. برای

ضمناً برای آن که کل تابع f اکیداً صعودی باشد، باید $\forall x_1, x_2 \in [a, b]: f(x_2) > f(x_1)$ باشد. درک بهتر حالات‌های اکیداً صعودی را ببینید:



۵ طبق شکل داده شده f در بازه $[a, b]$ نزولی و مثبت و g

صعودی و منفی است، پس:

$$\forall x_1, x_2 \in [a, b]: x_2 > x_1 \Rightarrow f(x_2) < f(x_1) \quad (1)$$

$$\forall x_1, x_2 \in [a, b]: x_2 > x_1 \Rightarrow g(x_2) > g(x_1) \quad (2)$$

$$\begin{cases} (1) \circ < f(x_2) < f(x_1) \\ (2) \circ > g(x_2) > g(x_1) \end{cases}$$

$$\stackrel{\text{در منفی ضرب}}{\Rightarrow} < -g(x_2) < -g(x_1)$$

$$\stackrel{\text{با هم جمع می‌کنیم}}{\Rightarrow} f(x_2) - g(x_2) < f(x_1) - g(x_1)$$

$$\Rightarrow (f-g)(x_2) < (f-g)(x_1) \Rightarrow h(x) = f(x) - g(x) \text{ نزولی است.}$$

$$\begin{cases} (1) \stackrel{\text{به توان ۲}}{\Rightarrow} < f^2(x_2) < f^2(x_1) \\ (2) \stackrel{\text{به توان ۲}}{\Rightarrow} < g^2(x_2) < g^2(x_1) \end{cases}$$

$$\stackrel{\text{با هم جمع می‌کنیم}}{\Rightarrow} f^2(x_2) + g^2(x_2) < f^2(x_1) + g^2(x_1)$$

$$\Rightarrow (f^2 + g^2)(x_2) < (f^2 + g^2)(x_1)$$

$$\stackrel{\text{با هم جمع می‌کنیم}}{\Rightarrow} t(x) = f^2(x) + g^2(x) \text{ نزولی است.}$$



۱۶) چون باقیمانده بیشترین مقدار را دارد پس $r = b - 1$ است.

$$161 = bq + b - 1 \Rightarrow 162 = b(q+1) \Rightarrow b | 162 = 2 \times 3^4$$

تعداد مقسوم علیه های عدد $2^1 \times 3^4 \times (4+1)$ یعنی 10 تاست.

$$a = 12q + 6 \xrightarrow{\times 3} 3a = 36q + 18$$

۱۷)

$$a = 18q' + 7 \xrightarrow{\times 2} 2a = 36q' + 14$$

$$a = 36(q-q') + 4 \Rightarrow a = 36k + 4$$

$$a^2 + a = (36k+4)^2 + 36k + 4 = 36^2 k^2 + 8(36)k + 16 + 36k + 4 = 36m + 20 \Rightarrow \text{باقیمانده} = 20$$

$$P = 2 \Rightarrow P^r + 2P = 4 + 4 = 8 \Rightarrow r = 8$$

۱۸)

$$P = 3 \Rightarrow P^r + 2P = 9 + 6 = 15 \Rightarrow r = 3$$

$$P > 3 \Rightarrow P = 6k \pm 1$$

$$P = 6k + 1 \Rightarrow P^r + 2P = (6k+1)^2 + 2(6k+1)$$

$$= 36k^2 + 12k + 1 + 12k + 2 = 12m + 3 \Rightarrow r = 3$$

$$P = 6k - 1 \Rightarrow P^r + 2P = (6k-1)^2 + 2(6k-1)$$

$$= 36k^2 - 12k + 1 + 12k - 2 = 36k^2 - 1 = 12t + 11 \Rightarrow r = 11$$

۱۹) عددی فرد است $a > 2$ \Rightarrow فرد است $a + 4$ عددی اول.

$$b | a + 4 \Rightarrow \text{فرد است } b$$

$$\Rightarrow a^2 = \lambda t + 1, b^2 = \lambda m + 1$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + 3 = \lambda t + 1 + \lambda m + 1 + 3 = \lambda k + 5$$

پس باقیمانده برابر ۵ است.

۲۰)

$$\begin{cases} d | 2n + 2 \xrightarrow{\times(-2)} d | -4n^2 - 4n \Rightarrow d | -4n + 3 \\ d | 4n^2 + 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} d | -4n + 3 \\ d | 2n + 2 \xrightarrow{\times 2} d | 4n + 4 \end{cases} \Rightarrow d | 7$$

پس d عدد ۱ یا ۷ است.

۲۱)

$$A + I = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \\ -2 & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \\ -2 & \frac{3}{2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{2} \\ -2 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$$

۲۲) به برخی از ویژگی های ماتریس وارون توجه کنید.

$$(A^{-1})^{-1} = A \quad (1)$$

$$A^{-1}A = AA^{-1} = I \quad (2)$$

$$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1} \quad (3)$$

$$(A^{-1})^n = A^{-n} = (A^n)^{-1} \quad (4)$$

$$|A^{-1}| = \frac{1}{|A|} \quad (5)$$

بنابراین گزینه (۳) نادرست است.

اکنون برای محاسبه مقدار عددی فوق به جای 140^2 می نویسیم $1+1$.

$$R = (140^2)^5 - (140^2+1)(140^2+1)^4 + (140^2+1)^3 + (140^2+1)^2 - (140^2+1)$$

$$R = 140^{10} - 140^8 - 140^6 + 140^4 + 140^2 - 140^0$$

$$+ 140^1 + 140^0 - 140^1 - 1 = R = -1$$

۱۱)

$$\begin{cases} d | 2n + 4 \xrightarrow{\times n} d | 2n^2 + 4n \\ d | n^2 - 3n + 7 \xrightarrow{\times(-2)} d | -2n^2 + 6n - 14 \end{cases} \Rightarrow d | 10n - 14$$

$$\begin{cases} d | 10n - 14 \\ d | 2n + 4 \xrightarrow{\times(-5)} d | -10n - 20 \end{cases} \Rightarrow d | -34$$

$$\Rightarrow d = 34, 17, 2, 1$$

اما باید دقت کرد که $n^2 - 3n + 7$ حتماً عددی فرد است که نمیتواند شمارنده زوج داشته باشد و همچنین $2n+4$ عددی زوج است و d نمیتواند شمارنده فرد به غیر از عدد ۱ داشته باشد، پس $d = 1$ خواهد بود.

۱۲)

$$7 | 2a - b \quad (1)$$

$$7 | a + 3b - 7k \xrightarrow{\times(-2)} 7 | -2a - 6b + 4k \quad (2)$$

$$(1), (2): 7 | -7b + 4k \Rightarrow 7 | 4k \Rightarrow 7 | k$$

$$\Rightarrow k = 7m, m = 2, \dots, 14$$

پس ۱۳) مقدار برای k امکان پذیر است.

۱۳) نکته: اگر $a^m | b^n$ آنگاه $a^p | b^q$ زمانی برقرار است که $mq - np \geq 0$

$$a^5 | a^6 + b^3 \Rightarrow a^5 | b^3$$

بررسی گزینه ها:

$$1) a^5 | b^3 \Rightarrow a^4 | b^2 \quad 5(2) - 3(4) = -2$$

$$2) a^5 | b^3 \Rightarrow a^3 | b^2 \Rightarrow 10 - 9 = 1 \geq 0$$

اما a^3 / a^5 پس گزینه (۲) نادرست است.

$$3) a^5 | b^3 \Rightarrow a^7 | b^4 \quad 5(4) - 3(7) = -1$$

$$4) \begin{cases} a^5 | b^3 \Rightarrow a^8 | b^5 \quad 25 - 24 = 1 > 0 \\ a^8 | a^9 \end{cases} \Rightarrow a^8 | b^5 + a^9$$

۱۴) ابتدا بررسی می کنیم که اول اسفند چندشنبه است.

$$21 + 5(30) + 1 \xrightarrow{\frac{7}{4}} 0 + 5(2) + 1 \xrightarrow{\frac{7}{4}} 11 \xrightarrow{\frac{7}{4}} 4$$

چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه	شنبه	یکشنبه
۱	۰	۲	۳	۴

پس اول اسفند، یکشنبه است و اولین جمعه، ۶ اسفند است.

$$\overline{34ab^3} \xrightarrow{\frac{99}{99}} 0 \Rightarrow \overline{b^3} + \overline{4a} + \overline{3} \xrightarrow{\frac{99}{99}} 0.$$

۱۵)

$$\Rightarrow 43 + \overline{ba} + \overline{3} \xrightarrow{\frac{99}{99}} 0 \Rightarrow \overline{ba} + \overline{46} \xrightarrow{\frac{99}{99}} 0.$$

$$\overline{ba} \xrightarrow{\frac{99}{99}} -46 \xrightarrow{\frac{99}{99}} 52 \Rightarrow a = 3$$



برای این‌که دستگاه بی‌شمار جواب داشته باشد باید:

$$\frac{2}{3m+1} = \frac{m}{1} = \frac{m-2}{3m-4} \Rightarrow \frac{2}{3m+1} = \frac{m}{1} \Rightarrow 3m^2 + m - 2 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = \frac{2}{3} \end{cases} \quad (1)$$

$$\frac{m}{1} = \frac{m-2}{3m-4} \Rightarrow 3m^2 - 5m + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$(1) \cap (2) \Rightarrow m = \frac{2}{3}$$

۲۹

$$A^T - 2A^T + A - 2I = I \Rightarrow A^T(A - 2I) + (A - 2I) = I$$

$$\Rightarrow (A - 2I)(A^T + I) = I \Rightarrow (A^T + I)^{-1} = A - 2I$$

۳۰

$$x^4 < x^2 \Rightarrow x^2(x^2 - 1) < 0$$

$$\begin{array}{c|ccccc} x & -1 & & 0 & & 1 \\ P & + & 0 & - & 0 & - & 0 & + \end{array}$$

$$P < 0 \Rightarrow x \in (-1, 1) - \{0\}$$

۳۱

$$-2 < |x-1| - 2 < 2 \Rightarrow 0 < |x-1| < 4 \Rightarrow \begin{cases} |x-1| < 4 \Rightarrow -3 < x < 5 \\ |x-1| > 0 \Rightarrow x \neq 1 \end{cases}$$

در نتیجه مجموعه جواب نامعادله برابر $\{(-3, 5) - \{1\}\}$ است، پس:
 $\alpha = -3, \beta = 5, c = 1 \Rightarrow \alpha\beta c = -15$

با توجه به جدول تعیین علامت، عدد -2 ریشه مضاعف و

عدد 3 ریشه ساده است، پس عبارت y به صورت زیر است:

$$y = 2(x+2)^3(x-3) \Rightarrow y = 2x^3 + 2x^2 - 16x - 24$$

$$\Rightarrow a = 2, b = -16, c = -24 \Rightarrow \frac{a+b}{c} = \frac{-14}{-24} = \frac{7}{12}$$

باید عبارت زیر را دیگال به ازای هر مقدار x نامنفی باشد.

در نتیجه باید $\Delta \leq 0$ و ضریب x^3 مثبت باشد.

$$\Delta \leq 0 \Rightarrow m^2 - 4(m+2)\left(\frac{1}{4}\right) \leq 0$$

$$\Rightarrow m^2 - m - 2 \leq 0 \Rightarrow -1 \leq m \leq 2 \quad (1)$$

از طرفی: $m+2 > 0 \Rightarrow m > -2 \quad (2)$

$(1) \cap (2): -1 \leq m \leq 2$

۱ ۲۵ مخرج تابع همواره مثبت است و در تعیین علامت تأثیری

ندارد. واضح است که a و b ریشه‌های عبارت درجه 2 و c ریشه داخل قدرمطلق است، پس داریم:

$$\Rightarrow c = 4, a = -1, b = 3 \Rightarrow a + b + c = 6$$

۳۶

$$f^{-1}(-3k) = -1 \Rightarrow f(-1) = -3k \Rightarrow -2 - 12 - 24 - k = -3k$$

$$\Rightarrow -3k = -2k \Rightarrow k = 1$$

$$f(x) = 2(x^3 - 6x^2 + 12x - 8 + 1) - 19 = 2(x-2)^3 + 16 - 19$$

$$\Rightarrow f(x) = 2(x-2)^3 - 3$$

۱ ۲۳ نکته: شرط لازم و کافی برای این‌که A^{-1} وجود داشته باشد (وارون پذیر باشد) آن است که $|A| \neq 0$. اگر $|A| = 0$ آن‌گاه A وارون پذیر نیست.

$$|A| = 0 \Rightarrow 2 - m^2 + m = 0 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$$

مجموع مقادیر $m = 2 - 1 = 1$

۲۴

$$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A^3 = A^2 \times A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = -I$$

$$A^9 + A^3 = (A^3)^3 + (A^3) = (-I)^3 + (-I) = -2I$$

$$\Rightarrow (A^9 + A^3)^{-1} = (-2I)^{-1} = -\frac{1}{2}I$$

مجموع درایه‌ها $= -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = -1$

۲۵

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow B^2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$$

$$(B^2)^{-1} = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -4 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1}(B^2)^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \times \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -4 & 4 \end{bmatrix} = \frac{1}{48} \begin{bmatrix} 12 & -4 \\ -12 & 8 \end{bmatrix}$$

مجموع عناصر روی قطر اصلی $= \frac{1}{48}(12+8) = \frac{20}{48} = \frac{5}{12}$

۲۶ می‌دانیم که:

$$A^{-1}A = AA^{-1} = I \quad |I| = 12$$

$$A^2 - 4A - I = \bar{O} \Rightarrow A^2 - 4A = I \Rightarrow A(A - 4I) = I \quad A^{-1}$$

$$\underline{A^{-1} = A - 4I} \Rightarrow A - A^{-1} = A - (A - 4I) = 4I$$

$$\Rightarrow |A - A^{-1}| = |4I| = 16$$

۲۷ می‌دانید که:

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$= \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 3 \\ 5 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 12 & -21 \\ -17 & 30 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌ها $= 12 - 21 - 17 + 30 = 4$

۳۶

۲۸

$$X = A^{-1}B \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow x = 2, y = -3 \Rightarrow x + y = -1$$



۱ ۴۰

$$D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$$

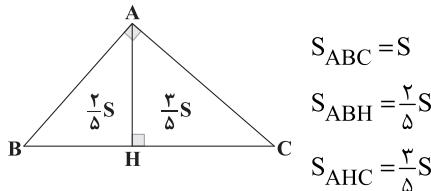
$$4 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 4 \Rightarrow |x| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2 \Rightarrow D_f = [-2, 2]$$

$$\int D_g = (-1, 1)$$

$$\left\{ f(x) \in D_g \Rightarrow -1 < \sqrt{4-x^2} < 1 \Rightarrow \sqrt{4-x^2} < 1 \right.$$

$$\Rightarrow 4 - x^2 < 1 \Rightarrow x^2 > 3 \Rightarrow |x| > \sqrt{3} \Rightarrow x < -\sqrt{3} \text{ یا } x > \sqrt{3}$$

$$D_{gof} = (1) \cap (2) = [-2, -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, 2]$$

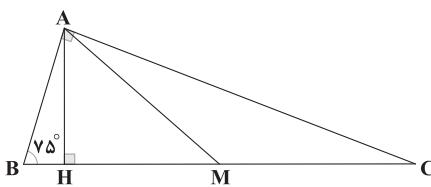


$$\frac{S_{ABH}}{S_{AHC}} = \frac{\frac{2}{5}S}{\frac{3}{5}S} = \frac{2}{3}$$

$$\text{نسبت تشابه} = \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

۲ ۴۱

۴ ۴۲



نکته: در مثلث قائم الزاویه:

۱) اگر یک زاویه 75° باشد، ارتفاع وارد بر وتر، $\frac{1}{4}$ وتر است.

۲) میانه وارد بر وتر، نصف وتر است.

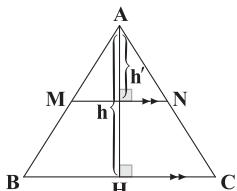
$$AM = \frac{1}{2}BC, AH = \frac{1}{4}BC$$

$$\Delta AHM: AM^2 = AH^2 + HM^2 \Rightarrow HM^2 = AM^2 - AH^2$$

$$= \left(\frac{BC}{2}\right)^2 - \left(\frac{BC}{4}\right)^2 = \frac{BC^2}{4} - \frac{BC^2}{16} = \frac{3BC^2}{16}$$

$$\Rightarrow HM = \frac{\sqrt{3}}{4}BC$$

$$\Rightarrow \frac{BC}{HM} = \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

با توجه به شکل زیر مطلوب مسئله h' می‌باشد.

$$\Delta AMN \sim \Delta ABC (\hat{A} = \hat{A}, \hat{M} = \hat{B}) \Rightarrow \frac{S_{AMN}}{S_{ABC}} = \left(\frac{h'}{h}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \left(\frac{h'}{h}\right)^2 \Rightarrow \frac{h'}{h} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow h' = \frac{\sqrt{2}}{2}h$$

۴ ۴۳

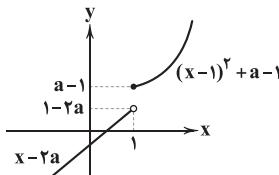
حال ضابطه (x) به شکل زیر به دست می‌آوریم:

$$y = 2(x-2)^3 - 3 \Rightarrow 2(x-2)^3 = y+3 \Rightarrow (x-2)^3 = \frac{y+3}{2}$$

$$\Rightarrow x-2 = \sqrt[3]{\frac{y+3}{2}} \Rightarrow x = 2 + \sqrt[3]{\frac{y+3}{2}} \Rightarrow f^{-1}(x) = 2 + \sqrt[3]{\frac{x+3}{2}}$$

۳ ۴۷ شرط یکبهیک بودن تابع دو ضابطه‌ای آن است که هر یک از ضابطه‌ها به تنهایی در دامنه خود یکبهیک باشند و برد دو ضابطه به ازای وروдی‌های غیر مشترک، اشتراک نداشته باشند.

$$\text{با رسم تقریبی تابع } f(x) = \begin{cases} (x-1)^3 + a-1 & x \geq 1 \\ x-2a & x < 1 \end{cases} \text{ داریم:}$$

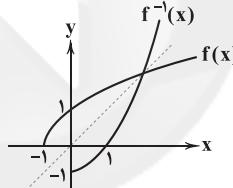


مالحظه می‌شود هر یک از ضابطه‌ها یکبهیک هستند و برای آن که برد ضابطه‌ها عضو مشترک نداشته باشند داریم:

$$a-1 \geq 1-2a \Rightarrow 3a \geq 2 \Rightarrow a \geq \frac{2}{3}$$

۴ ۴۸ نمودار تابع $f^{-1}(x)$ قرینه $f(x)$ نسبت به خط

است و به صورت زیر رسم می‌شود.



برای دامنه تابع (x) g باید داشته باشیم $\frac{f^{-1}(x)}{x-4} \geq 0$

بدین صورت تعیین علامت می‌کنیم.

x	-	0	+	4	+
$f^{-1}(x)$					
$x-4$	-	-	0	+	
$\frac{f^{-1}(x)}{x-4}$	+	0	-	0	+

$$\frac{f^{-1}(x)}{x-4} \geq 0 \Rightarrow x \in [0, 1] \cup (4, +\infty)$$

۴ ۴۹

$$\left(\frac{f+2f^{-1}}{1+g}\right)(2) = -\frac{1}{5} \Rightarrow \frac{f(2)+2f^{-1}(2)}{1+g(2)} = -\frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{-1+2(0)}{1+2a} = -\frac{1}{5} \Rightarrow 1+2a = 5 \Rightarrow a = 2$$

به ازای $a = 2$ تابع g به صورت زیر خواهد بود.

$$g = \{(1, 2), (4, 6), (3, 4)\}$$

و در نتیجه خواهیم داشت:

$$\left(\frac{1}{f} + \frac{g^{-1}}{g}\right)(a) = \left(\frac{1}{f} + \frac{g^{-1}}{g}\right)(2) = \frac{1}{f(2)} + \frac{g^{-1}(2)}{g(2)} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$



۴۹) چون $A \times B = B \times A$, بنابراین $A = B$ است, پس مجموعه A باید دو عضوی شود بنابراین:

$$1) x=4 \Rightarrow \{4, 16\} = \{y, y^2\} \Rightarrow y=4$$

$$2) x^2=4 \Rightarrow \begin{cases} x=2 \Rightarrow \{2, 4\} = \{y, y^2\} \Rightarrow y=2 \\ x=-2 \Rightarrow \{-2, 4\} = \{y, y^2\} \Rightarrow y=-2 \end{cases}$$

بنابراین حداقل مقدار $x+y$ برابر ۸ است.

$n(B^c - A^c) = (n(B))^2 - (n(A \cap B))^2$ می‌دانید که: ۵۰)

بنابراین:

$$n(B) = \left[\frac{99}{3} \right] - \left[\frac{11}{2} \right] = 33 - 3 = 30$$

$$A \cap B = \{12, 18, 24, \dots, 96\}$$

$$n(A \cap B) = \left[\frac{96}{6} \right] - \left[\frac{11}{6} \right] = 16 - 1 = 15$$

↓
مضرب ۶

$$n(B^c - A^c) = 30^2 - 15^2 = 900 - 225 = 675$$

۵۱) $n(A-B) \times n(B-A)$

$$= (n(A) - n(A \cap B))(n(B) - n(B \cap A)) = 6$$

$$\Rightarrow (6-2)(n(B)-2) = 6 \Rightarrow 2(n(B)-2) = 6$$

$$\Rightarrow n(B)-2 = 2 \Rightarrow n(B) = 4$$

بنابراین تعداد زیرمجموعه‌های ناتهی مجموعه B برابر $15 = 1 - 2^4$ است.

۵۲) می‌دانید که:

$$n((A \times B) \cap (B \times A)) = (n(A \cap B))^2$$

$$A = \{-1, 0, 1\}, B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$A \cap B = \{0, 1\} \Rightarrow n(A \cap B) = 2$$

$$n((A \times B) \cap (B \times A)) = (n(A \cap B))^2 = 2^2 = 4$$

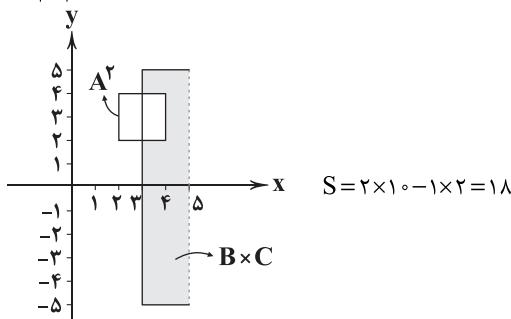
$$\Rightarrow 4 = 16 = 2^4 = 16$$

۵۳) ابتدا مجموعه‌های A , B و C را مشخص می‌کنیم:

$$A: |x-3| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x-3 \leq 1 \Rightarrow 2 \leq x \leq 4$$

$$B: \left[\frac{x+3}{2} \right] = 3 \Rightarrow 3 \leq \frac{x+3}{2} < 4 \Rightarrow 6 \leq x+3 < 8 \Rightarrow 3 \leq x < 5$$

$$C: |x| \leq 5 \Rightarrow -5 \leq x \leq 5$$



۵۴) می‌دانید که:

$$(A \times B) \cap (B \times A) = (A \cap B) \times (B \cap A) \quad (\text{الف})$$

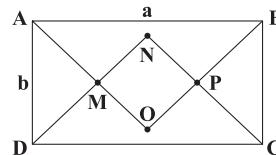
$$A \times B = \emptyset \Leftrightarrow A = \emptyset \vee B = \emptyset \quad (\text{ب})$$

بنابراین داریم:

$$(A \times B) \cap (B \times A) = (A \cap B) \times (B \cap A) = \emptyset$$

$$\Rightarrow A \cap B = \emptyset \Rightarrow B \cap A' = B - A = B$$

۴۴) می‌دانیم از تقاطع نیمسازهای داخلی مستطیل یک مربع حاصل می‌شود. حال طول ضلع مربع را به دست می‌آوریم. مثلثهای AOB و AOB' قائم الزاویه و متساوی الساقین هستند.



$$AM = DM \Rightarrow AD^2 = AM^2 + DM^2 \Rightarrow b^2 = 2AM^2$$

$$\Rightarrow AM = \frac{\sqrt{2}}{2}b$$

$$OA = OB \Rightarrow AB^2 = OB^2 + OA^2 \Rightarrow a^2 = 2OA^2$$

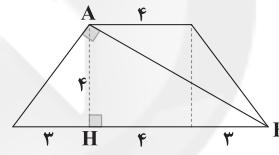
$$\Rightarrow OA = \frac{\sqrt{2}}{2}a$$

$$\text{طول یک ضلع مربع } OM = OA - AM = \frac{\sqrt{2}}{2}a - \frac{\sqrt{2}}{2}b = \frac{\sqrt{2}}{2}(a-b) \text{ مساحت مربع } = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}(a-b) \right)^2 = \frac{1}{2}(a-b)^2$$

۴۵) می‌دانید که:

(الف) اگر وسطهای اضلاع یک ذوزنقه متساوی الساقین را به هم وصل کنیم چهارضلعی حاصل لوزی خواهد بود که محیط آن برابر است با مجموع دو قطر ذوزنقه متساوی الساقین.

(ب) در ذوزنقه متساوی الساقین قطرها با هم برابرند.



$$\Delta AHB: AB = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{16 + 16} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

قطرها برابرند $\rightarrow 2\sqrt{32} = 2\sqrt{64}$ = مجموع دو قطر = محیط چهارضلعی حاصل

۴۶) با توجه به کار در کلاس صفحه ۳۳ کتاب درسی، گزینه‌های (۱)، (۲)

و (۳) درست ولی گزینه (۴) نادرست است. مثال نقض آن به صورت زیر است.

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$A = \{1, 2, 3, 5\}, B = \{3, 4, 5\}, C = \{5, 6\}$$

$$A - (B - C) = \{1, 2, 3, 5\} - \{3, 4\} = \{1, 2, 5\}$$

$$(A - B) - C = \{1, 2\} - \{5, 6\} = \{1, 2\}$$

$$A - (B - C) \neq (A - B) - C$$

بنابراین:

۴۷) می‌دانید که:

$$A - B = A \cap B'$$

(الف)

$$(A \cap B)' = A' \cup B'$$

$$[(A' - B) \cup (B - A')]' = [(A' \cap B') \cup (B \cap A)]' =$$

$$(A' \cap B')' \cap (B \cap A)' = (A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$$

۴۸) می‌دانید که:

$$1) A - B = A \cap B'$$

$$2) A \cup (A \cap B) = A$$

$$(A - B) \cup ((B \cap C)' \cap (B' \cup A) - B) =$$

$$= (A - B) \cup ((B' \cup C') \cap (B' \cup A) - B) = (A - B) \cup (B' - B) = (A \cap B') \cup B' = B'$$

قانون جذب

۴ ۵۸ از لحظه $t=2s$ تا لحظه $t=0$ به صورت معکوس حرکت

می‌کنیم، بنابراین با توجه به معادله مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \xrightarrow{v_0 = 0} -9 = \frac{1}{2} \times a \times 2^2 \Rightarrow a = -\frac{9}{2} = -4.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

می‌دانیم که آهنگ تغییرات سرعت در حرکت با شتاب ثابت برابر شتاب است. به

بیان دیگر در این حرکت، سرعت به اندازه $\frac{m}{s}$ در هر ثانیه کاهش می‌یابد و درلحظه $t=2s$ ، سرعت متوجه صفر می‌شود، پس یک ثانیه قبل آن، یعنی درلحظه $t=1s$ سرعت متوجه $\frac{m}{s}$ بوده است و ۳ ثانیه بعد از آن، یعنی درلحظه $t=5s$ سرعت به $-3a$ ، یعنی به $-13/5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ می‌رسد، پس داریم:

$$\frac{v_5}{v_1} = \frac{-13/5}{4/5} = -3$$

ابتدا به کمک معادله سرعت - جایه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت،

سرعت اولیه و ثانویه این متوجه را در جایه‌جایی ۶ متری به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x_1 \xrightarrow{v_0 = 2v} 4v^2 - v_0^2 = 2 \times 2 \times 6 \Rightarrow 3v^2 = 24$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow 2v = 4\sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

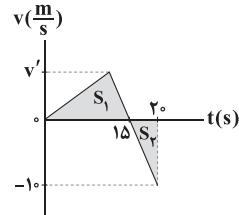
حال می‌توانیم از سرعت ثانویه‌ای که در مرحله قبل به دست آورده‌یم به عنوان

سرعت اولیه برای بخش بعدی حرکت استفاده کنیم. شتاب نیز مانند قسمت

اول حرکت است، پس داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x_2 \Rightarrow v^2 - (4\sqrt{2})^2 = 2 \times 2 \times 8 \Rightarrow v^2 - 32 = 32$$

$$\Rightarrow v = 64 \Rightarrow v' = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

بیشترین تندی متوجه را v' می‌نامیم، بنابراین داریم:

می‌دانیم مساحت زیر نمودار سرعت - زمان، معادل جایه‌جایی متوجه است، در نتیجه:

$$\Delta x = S_1 - S_2 \Rightarrow \Delta x = \frac{15v'}{2} - \frac{5 \times 1}{2} = \frac{15v'}{2} - 25$$

حال با توجه به رابطه سرعت متوسط در کل حرکت داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 1 = \frac{\frac{15v'}{2} - 25}{2} \Rightarrow \frac{15v'}{2} - 25 = 20 \Rightarrow \frac{15v'}{2} = 45$$

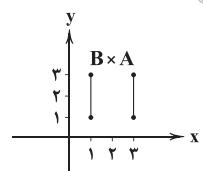
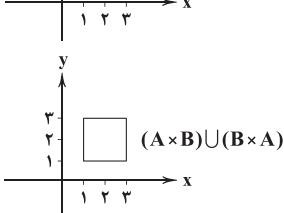
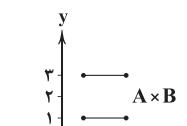
$$\Rightarrow 15v' = 90 \Rightarrow v' = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

پس با توجه به نمودار بالا، مشخص می‌شود که بیشترین تندی در کل حرکت

برابر با $6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است.۲ ۶۱ متوجه A حرکت شتابداری را با شتاب ثابت $\frac{m}{s^2}$ و مکان و

سرعت اولیه صفر انجام می‌دهد، بنابراین معادله مکان - زمان آن برابر است با:

$$x_A = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \xrightarrow{v_0 = 0} x_A = \frac{1}{2} \times 2t^2 \Rightarrow x_A = t^2$$



فیزیک

۲ ۵۶ می‌دانیم فرمول سرعت متوسط $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ است. حال این فرمولرا یکبار برای بازه زمانی t_1 تا t_2 و بار دیگر برای بازه زمانی t_2 تا t_3 می‌نویسیم:

$$\bar{v}_{av_1} = \frac{\vec{x}_2 - \vec{x}_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow \vec{\delta i} = \frac{\vec{x}_2 - \vec{x}_1}{\gamma - \gamma} \Rightarrow \vec{x}_2 - \vec{x}_1 = 20 \vec{i} (\text{m})$$

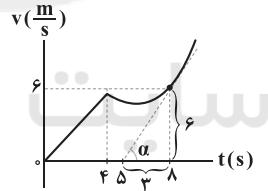
$$\bar{v}_{av_2} = \frac{\vec{x}_3 - \vec{x}_2}{t_3 - t_2} \Rightarrow -4 \vec{i} = \frac{\vec{x}_3 - \vec{x}_2}{\eta - \gamma} \Rightarrow \vec{x}_3 - \vec{x}_2 = -8 \vec{i} (\text{m})$$

با جمع کردن دو معادله بالا داریم:

$$\vec{x}_2 - \vec{x}_1 + \vec{x}_3 - \vec{x}_2 = 12 \vec{i} \Rightarrow \vec{x}_3 - \vec{x}_1 = 12 \vec{i} (\text{m}) \Rightarrow \Delta \vec{x} = 12 \vec{i} (\text{m})$$

بنابراین برابر سرعت متوسط این متوجه در بازه زمانی $t_1 = 3s$ تا $t_3 = 9s$ برابر است با:

$$\bar{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{12 \vec{i}}{9 - 3} = 2 \vec{i} \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$$

۲ ۵۷ ابتدا شتاب متوجه را در لحظه $t=8s$ به دست می‌آوریم:

$$a_8 = \tan \alpha = \frac{6}{3} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

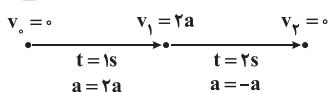
حال می‌دانیم که سرعت متوسط متوجه در ۴ ثانیه اول حرکتش برابر با شتاب متحرك در لحظه $t=8s$ است، بنابراین سرعت متوسط متوجه در ۴ ثانیه اولحرکتش برابر با $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است، در نتیجه داریم:

$$v_{av} = \frac{v_0 + v_4}{2} \Rightarrow 2 = \frac{0 + 6}{2} \Rightarrow v_4 = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

حال می‌توانیم شتاب متوسط متوجه در بازه زمانی صفر تا ۴ ثانیه را به دست آوریم. از آن جا که حرکت متوجه از صفر تا ۴ ثانیه با شتاب ثابت انجام می‌شود، شتاب متوجه در لحظه $t=2/5s$ برابر شتاب متوسط آن در این بازه زمانی است، بنابراین:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_4 - v_0}{\Delta t} = \frac{4 - 0}{4} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

پس شتاب متوجه در لحظه $t=2/5s$ برابر با $1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ است.



حال با نوشتن معادله سرعت - جایه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت در این دو بازه زمانی داریم:

$$\begin{aligned} t=1s \quad & v_1 = 2a \quad v_2 = 0 \\ t=2s \quad & a = -a \end{aligned}$$

$$t=1s \quad \Rightarrow v_1 - v_0 = 2a, \Delta x_1 \Rightarrow 4a^2 - 0 = 2 \times 2a \times \Delta x_1 \\ \Rightarrow \Delta x_1 = a$$

$$t=2s \quad t=1s \Rightarrow v_2 - v_1 = 2a, \Delta x_2 \Rightarrow 0 - 4a^2 = 2 \times -a \times \Delta x_2 \\ \Rightarrow \Delta x_2 = 2a$$

بنابراین جایه‌جایی کل متحرک برابر است با:

حال از آن جا که می‌دانیم جایه‌جایی کل متحرک برابر با ۱۵ متر است، داریم:

$$\Delta x = 15m \Rightarrow 3a = 15 \Rightarrow a = 5 \frac{m}{s^2}$$

دقت کنید: در سه ثانیه ابتدای حرکت، متحرک تغییر جهت نداده و انداده جایه‌جایی آن برابر مسافت طی شده توسط آن است.

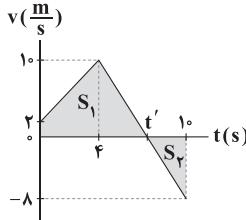
۱ ۶۵ ابتدا به کمک نمودار شتاب - زمان، نمودار سرعت - زمان

متحرک را رسم می‌کنیم. متحرک با سرعت $\frac{2}{s} m$ شروع به حرکت می‌کند و پس

از ۴ ثانیه حرکت با شتاب $\frac{1}{2} a$ ، به اندازه $\frac{m}{s^2}$ به سرعتش اضافه می‌شود و

سرعتش به $10 \frac{m}{s}$ می‌رسد. سپس به مدت ۶ ثانیه با شتاب $\frac{-3}{s} m$ - حرکت

کرده و $18 \frac{m}{s}$ از سرعتش کم شده و سرعتش به $-8 \frac{m}{s}$ می‌رسد.



برای آن که t' را به دست آوریم، معادله سرعت - زمان متحرک را برای بازه زمانی $t=1s$ تا $t=4s$ می‌نویسیم. برای این کار ابتدا شتاب حرکت متحرک را بین دو لحظه $t=1s$ تا $t=4s$ به دست می‌آوریم:

$$a_{av} = a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-8 - 10}{10 - 4} = -\frac{18}{6} = -3 \frac{m}{s^2}$$

بنابراین معادله سرعت - زمان در این بازه زمانی برابر است با:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -3t + 10 \xrightarrow{v=0} -3t + 10 = 0 \Rightarrow t = \frac{10}{3} s$$

$$\Rightarrow t' = 4 + \frac{10}{3} = \frac{22}{3} s \Rightarrow t' = \frac{22}{3} s$$

مساحت زیر نمودار سرعت - زمان برابر با جایه‌جایی متحرک است، بنابراین جایه‌جایی متحرک در کل برابر است با:

$$\Delta x = S_1 - S_2 = \frac{(2+10) \times 4}{2} + \frac{\frac{10}{3} \times 10}{2} - \frac{\frac{8}{3} \times 10}{2} = 30m$$

در نتیجه سرعت متوسط متحرک برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{30}{10} = 3 \frac{m}{s}$$

متحرک B نیز حرکتی با سرعت ثابت انجام می‌دهد، بنابراین معادله مکان - زمان آن برابر است با:

$$v_B = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{4}{2} = 2 \frac{m}{s}$$

$$x_B = v_B t + x_0 \Rightarrow x_B = 2t - 4$$

با توجه به این‌که فاصله دو متحرک از یکدیگر ۲۸ متر است، داریم:

$$x_A - x_B = 28 \Rightarrow t^2 - 2t + 4 = 28 \Rightarrow t^2 - 2t - 24 = 0$$

$$\Rightarrow (t-6)(t+4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t=6s (\checkmark) \\ t=-4s (\times) \end{cases}$$

۱ ۶۲ نمودار مکان - زمان داده شده یک سهمی است، پس متحرک با شتاب ثابت حرکت کرده است. در ۳ ثانیه اول حرکت، سرعت متحرک از $7 \frac{m}{s}$ به صفر رسیده است، پس داریم:

$$a_{av} = a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{0 - 7}{3} \Rightarrow v_0 = -7 \frac{m}{s}$$

با توجه به معادله مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت، مکان متحرک را در دو لحظه $t_1 = 1s$ و $t_2 = 3s$ به دست می‌آوریم:

$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} t=1s \Rightarrow \lambda = \frac{1}{2} a - 3a + x_0 \\ t=3s \Rightarrow 0 = \frac{9}{2} a - 9a + x_0 \Rightarrow x_0 = \frac{9}{2} a \end{cases} \\ \Rightarrow \lambda = \frac{1}{2} a - 3a + \frac{9}{2} a \Rightarrow 2a = \lambda \Rightarrow a = 4 \frac{m}{s^2}$$

بنابراین:

$$\begin{cases} x_0 = \frac{9}{2} a = 18m \\ v_0 = -3a = -12 \frac{m}{s} \end{cases}$$

مکان متحرک در لحظه $t=8s$ برابر است با:

$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \times 4 \times 8^2 + (-12 \times 8) + 18$$

$$\Rightarrow x = 128 - 96 + 18 = 50m$$

۱ ۶۳ ابتدا سرعت متحرک را در لحظه‌های $t_1 = 2s$ و $t_2 = 8s$ به دست می‌آوریم:

$$v = -2t + \lambda \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 2s \Rightarrow v_1 = -2 \times 2 + \lambda = 4 \frac{m}{s} \\ t_2 = 8s \Rightarrow v_2 = -2 \times 8 + \lambda = -8 \frac{m}{s} \end{cases}$$

با توجه به معادله سرعت - زمان در حرکت با شتاب ثابت و معادله سرعت - زمان داده شده داریم:

$$\begin{cases} v = at + v_0 \\ v = -2t + \lambda \end{cases} \Rightarrow a = -2 \frac{m}{s^2} \text{ و } v_0 = +8 \frac{m}{s}$$

بنابراین با توجه به معادله سرعت - جایه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a \Delta x \Rightarrow (-8)^2 - 4^2 = 2 \times (-2) \times \Delta x \Rightarrow 64 - 16 = -4 \Delta x$$

$$\Rightarrow -4 \Delta x = 48 \Rightarrow \Delta x = -12m \Rightarrow |\Delta x| = 12m$$

۲ ۶۴ می‌توانیم حرکت را به شکل زیر شامل دو قسمت در نظر بگیریم. یکی ۱ ثانیه اول که با شتاب $2a$ حرکت کرده و دیگری ۲ ثانیه بعدی که با شتاب $-a$ حرکت کرده است.

$$\begin{cases} v_1 = a_1 t + v_0 \\ v_2 = a_2 t + v_1 \end{cases} \Rightarrow v_1 = 2a \times 1 + 0 \Rightarrow v_1 = 2a \\ v_2 = -a \times 2 + v_1 \Rightarrow v_2 = -a \times 2 + 2a = 0$$



همان طور که مشاهده می شود جابه جایی گلوله در دو ثانیه اول حرکت برابر با ۲۰ متر است، بنابراین طبق اطلاعات سؤال، جابه جایی گلوله در ۲ ثانیه آخر حركتش برابر با ۸۰ متر است. با توجه به شکل بالا، در بازه زمانی $t = ۳s$ تا $t = ۵s$ جابه جایی گلوله ۸۰ متر است، بنابراین در لحظه گلوله به زمین می رسد، بنابراین:

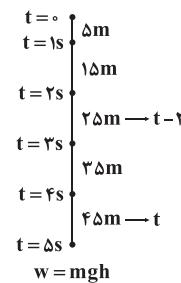
$$v = -gt \Rightarrow v = -10 \times 5 = -50 \Rightarrow |v| = 50 \frac{m}{s}$$

در نتیجه داریم:

$$W = mgh \Rightarrow 45 = ۱ \times ۱0 \times h \Rightarrow h = 45m$$

بنابراین متحرک تا لحظه $t = ۲$ ثانیه، (یعنی تا لحظه $t = ۳s$) 45 متر سقوط کرده است.

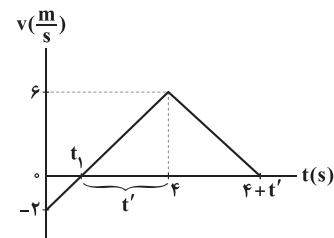
در سقوط آزاد، مسافت طی شده در هر ثانیه را می توان به کمک یک تصادع حسابی به شکل زیر، به دست آورد:



در نتیجه متحرک در مدت 5 ثانیه به زمین رسیده و جابه جایی آن برابر است با:

$$h = 45 + 35 + 25 + 15 + 5 = 125m$$

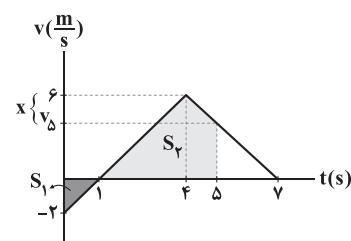
لحظه‌ای که سرعت متحرک برای اولین بار صفر می شود را t_1 نامیم:

$$\frac{t_1}{4-t_1} = \frac{2}{6} \Rightarrow 3t_1 = 4 - t_1 \Rightarrow t_1 = 1s$$


بنابراین t_1 برابر $3s$ است.

در لحظه $t = 5s$ سرعت متحرک برابر است با:

$$\frac{7-4}{5-4} = \frac{3}{1} \Rightarrow x = 2 \Rightarrow v_5 = 4 \frac{m}{s}$$



با توجه به آن که مساحت زیر نمودار سرعت - زمان معادل جابه جایی است می توان نوشت:

$$\begin{cases} S_1 = \frac{1 \times 2}{2} = 1 \Rightarrow \Delta x_1 = -1m \\ S_2 = \frac{6 \times 6 - 2 \times 4}{2} = 14m \end{cases} \Rightarrow \Delta x = -1 + 14 = 13m$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{13}{5} = 2.6 \frac{m}{s}$$

بنابراین سرعت متوسط برابر است با:

۶۶ دو اتومبیل با شتاب ثابت از حال سکون شروع به حرکت کرده (۷۰)، و یکی 6 ثانیه دیگر از دیگری به خط پایان می رسد ($t' = t + 6$)، در نتیجه داریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \xrightarrow{v_0 = ۰} \Delta x = \frac{1}{2} at^2 \Rightarrow \begin{cases} \Delta x_1 = \frac{1}{2} \times ۲a(t+6)^2 \\ \Delta x_2 = \frac{1}{2} \times ۲at^2 \end{cases}$$

$$\Delta x_1 = \Delta x_2 \Rightarrow a(t+6)^2 = \frac{9}{4} at^2$$

$$\text{جذر می گیریم } \rightarrow t+6 = \frac{3}{2} t \Rightarrow \frac{1}{2} t = 6 \Rightarrow t = 12s$$

پس اتومبیل کنتر در 18 ثانیه این مسیر را طی کرده است.

۶۷ ابتدا شتاب متحرک را محاسبه کرده و به کمک آن سرعت متحرک را در ابتدا و انتهای 2 ثانیه آخر این بازه زمانی، یعنی بازه زمانی بین دو لحظه $t = ۱8s$ و $t = ۲0s$ به دست می آوریم:

$$a_{av} = a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{6 - (-4)}{2} = 5 \frac{m}{s^2}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 5 \times 5 - 4 \xrightarrow{t = 18s} v = 5 \times 18 - 4 = 86 \frac{m}{s}$$

با توجه به روابط سرعت متوسط داریم:

$$\begin{cases} v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \\ v_{av} = \frac{v + v_0}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v + v_0}{2} \Rightarrow \frac{\Delta x}{2} = \frac{6 + 5}{2} \Rightarrow \Delta x = 11m$$

۶۸ اندازه سرعت متوسط گلوله در $\frac{1}{3}$ ابتدای حرکتش برابر با $15 \frac{m}{s}$ است، بنابراین:

$$v_{av} = \frac{v_0 + v}{2} \xrightarrow{v_0 = ۰} 15 = \frac{v}{2} \Rightarrow v = 30 \frac{m}{s}$$

با توجه به این سرعت می توان این فاصله را که معادل $\frac{h}{3}$ است به دست آورد و پس از آن به مقدار h رسید:

$$v^2 = -2g\Delta y \Rightarrow 900 = -2 \times 10 \times \Delta y \Rightarrow \Delta y = -45 \Rightarrow h = 45m$$

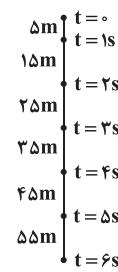
$$\Rightarrow h = 135m$$

حال با توجه به این که $h = 135m$ است می توان سرعت گلوله را در هنگام برخورد به زمین به دست آورد.

$$v^2 = -2g\Delta y \xrightarrow{\Delta y = -135m} v = -2 \times 10 \times (-135) = 2700$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{2700} = 30\sqrt{3} \frac{m}{s}$$

۶۹ ابتدا باید بدانیم که جابه جایی ها در ثانیه های متوالی از حرکت سقوط آزاد، تشکیل نوعی تصادع عددی را می دهند که در زیر، شکل آن را رسم کرده ایم:





با دقت در روابط متوجه می‌شویم که درصد تغییرات چگالی، $\frac{3}{2}$ - درصد تغییرات سطح است، بنابراین:

$$\text{بنابراین چگالی جسم } 3 \text{ درصد افزایش یافته است.} \\ \frac{3}{2} = \text{درصد تغییرات چگالی}$$

دقت کنید: سطح جسم ۲ درصد کاهش پیدا کرده، پس درصد تغییرات سطح -2% می‌باشد.

رابطه درصد تغییرات طول و مساحت به صورت زیر است: ۸۲

$$\alpha \Delta \theta \times 100 = \text{درصد تغییرات طول}$$

$$2\alpha \Delta \theta' \times 100 = \text{درصد تغییرات سطح}$$

از تقسیم دو رابطه بالا به عبارت زیر می‌رسیم:

$$\frac{\text{درصد تغییرات سطح}}{\text{درصد تغییرات طول}} = \frac{2\alpha \Delta \theta' \times 100}{\alpha \Delta \theta \times 100}$$

هم‌جنس بودن میله و ورقه باعث می‌شود که α در هر دو رابطه برابر باشد، بنابراین:

$$\frac{2 \times 3\theta}{\theta} = \text{درصد تغییرات سطح} \Rightarrow 12\% = \text{درصد تغییرات سطح}$$

اگر اختلاف مساحت ورقه‌ها همیشه ثابت باشد، پس اگر دمای آن‌ها را به یک اندازه تغییر دهیم، تغییرات مساحت آن‌ها یکسان است. به طور مثال دمای آن‌ها $20^\circ C$ است و اختلاف مساحت آن‌ها 10cm^2 است. اگر دمای آن‌ها به $200^\circ C$ برسد، هنوز اختلاف مساحت آن‌ها 10cm^2 است. یعنی هر افزایش سطحی اولی داشته باشد، دومی نیز دارد. ۸۳

$$\begin{cases} A_2 - A_1 = 10 \\ (A_2 + \Delta A_2) - (A_1 + \Delta A_1) = 10 \Rightarrow (A_2 - A_1) + (\Delta A_2 - \Delta A_1) = 10 \\ \Rightarrow \Delta A_2 - \Delta A_1 = 0 \Rightarrow \Delta A_2 = \Delta A_1 \end{cases} \quad (*)$$

از طرفی داریم:

$$\begin{cases} \Delta A_1 = a^2 (2\alpha_1) \Delta \theta \\ \Delta A_2 = 4a^2 (2\alpha_2) \Delta \theta \end{cases} \quad (*) \rightarrow \alpha_1 = 4\alpha_2 \Rightarrow \frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{1}{4}$$

با توجه به رابطه انبساط حجمی داریم: ۸۴

$$\Delta V = V_1 \beta \Delta \theta \Rightarrow \Delta V = 3 \times 10^4 \times 10^{-3} \times (-20) = -600\text{L}$$

$$\Rightarrow V_2 - V_1 = -600 \Rightarrow V_2 - 3 \times 10^4 = -600 \Rightarrow V_2 = 2940\text{L}$$

۱ ۸۵ ظرف، آب، گلوله و محیط، چهار عنصری هستند که با یکدیگر تبادل گرمایی کنند، بنابراین:

$$\begin{aligned} Q_{\text{طرف}} + Q_{\text{آب}} + Q_{\text{محیط}} + Q_{\text{گلوله}} &= 0 \\ \Rightarrow Q_{\text{طرف}} + mc_{\text{آب}} \Delta \theta + Q_{\text{گلوله}} + mc_{\text{محیط}} \Delta \theta &= 0 \\ \Rightarrow -240 + Q_{\text{محیط}} + 2 \times 4 \times (30 - 20) + 10 \times (30 - 20) &= 0 \\ \Rightarrow Q_{\text{محیط}} &= 6\text{kJ} \end{aligned}$$

۱ ۸۶ دمای ثانویه آب هنگامی که 4 kJ گرمایی به آب می‌دهیم، برابر است با:

$$Q = mc \Delta \theta \Rightarrow 4 = \frac{1000}{1000} \times 4 \times (\theta - 2) \Rightarrow \theta = 12^\circ C$$

می‌دانیم با افزایش دمای آب از دمای $0^\circ C$ تا $4^\circ C$ ، چگالی آب افزایش می‌یابد و بعد از دمای $4^\circ C$ با افزایش دمای آب، چگالی آن کاهش می‌یابد.

۴ سرعت رسیدن گلوله‌ها به سطح زمین به ارتفاع سقوط و سرعت اولیه آن‌ها بستگی دارد که در هر دو متحرک با هم برابر هستند، بنابراین سرعت رسیدن آن‌ها به زمین با هم برابر است. ۷۲

۳ جسم تحت تأثیر نیروی F دارای شتاب a می‌باشد. اگر F به $\frac{1}{3}$ کاهش یابد، یعنی a به $\frac{1}{3}$ کاهش یافته است. با وجود کاهش شتاب، حرکت هم‌چنان تندشونده است تا وقتی که $F = 0$ شود و وقتی که $F = 0$ شود، حرکت، یکنواخت می‌شود. ۷۳

۱ با توجه به قانون دوم نیوتون، معادلات زیر به دست می‌آید: ۷۴

$$\begin{cases} F = m_A a_A \\ F = m_B a_B \end{cases}$$

از طرفی به کمک رابطه زیر می‌توانیم شتاب خواسته شده را محاسبه کنیم:

$$a = \frac{F}{m_A + m_B} = \frac{\frac{F}{a_A}}{\frac{F}{a_B}} \rightarrow a = \frac{F}{\frac{F}{a_A} + \frac{F}{a_B}} = \frac{a_A a_B}{a_A + a_B}$$

۲ نیروهای وارد بر وزنه همان mg و نیروی شخص می‌باشند، بنابراین عکس العمل آن‌ها به شخص و مرکز زمین وارد می‌شوند. ۷۵

۱ ابتدا تغییر سرعت جسم و انداره آن را محاسبه می‌کنیم: ۷۶

$$\vec{v}_2 - \vec{v}_1 = (6\vec{i} - 5\vec{j}) - (10\vec{i} - 8\vec{j}) = -4\vec{i} + 3\vec{j} \left(\frac{m}{s} \right)$$

$$\Rightarrow |\Delta \vec{v}| = \sqrt{(-4)^2 + 3^2} = 5 \frac{m}{s}$$

با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{av} = ma_{av} \Rightarrow F_{av} = m \frac{|\Delta \vec{v}|}{\Delta t} = 0.2 \times \frac{5}{0.1} = 10\text{N}$$

۴ شب نمودار مکان - زمان برابر سرعت جسم می‌باشد. با توجه به نمودار می‌توان برداشت کرد که سرعت جسم، ثابت است، بنابراین نیروی خالص وارد بر جسم، صفر است. ۷۷

۲ طبق قانون اول نیوتون، اگر نیروی خالص وارد بر جسمی، صفر باشد، جسم یا ساکن می‌ماند یا با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد، بنابراین معادله حرکت جسم یا $x = vt + x_0$ و یا $x = vt$ می‌شود که فقط گزینه (2) به این صورت است.

۴ ابتدا به کمک مساحت زیر نمودار، تغییرات سرعت را محاسبه می‌کنیم: ۷۹

$$\Delta v = (2 \times 3) + (-1 \times 1) = 5 \frac{m}{s}$$

با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{av} = ma_{av} \rightarrow F_{av} = m \frac{\Delta v}{\Delta t} = 20 \times \frac{5}{4} = 25\text{N}$$

۳ تغییر جهت نیرو (شتاب) در نمودار سرعت - زمان در نقاطی اتفاق می‌افتد که شب خط مماس بر نمودار $v-t$ در آن نقاط، صفر شده و هم‌چنین علامت شب آن تغییر کند که در نمودار داده شده در سؤال فقط ۲ بار این اتفاق افتاده است. ۸۰

۳ روابط درصد تغییرات سطح و چگالی به صورت زیر می‌باشند: ۸۱

$$\text{می‌دانیم با افزایش دمای آب از دمای } 0^\circ C \text{ تا } 4^\circ C, \text{ چگالی آب افزایش}$$

$$\text{می‌یابد و بعد از دمای } 4^\circ C \text{ با افزایش دمای آب، چگالی آن کاهش می‌یابد.}$$



۹۱ با بستن کلید K، یک مقاومت ۸ اهمی دیگر به صورت موازی به دو مقاومت ۸ اهمی که در حالت اول با یکدیگر موازی بودند، اضافه می شود. می دانیم وقتی چند مقاومت، موازی می شوند، مقاومت معادل آنها از تک مقاومتها کوچکتر است، بنابراین اضافه کردن مقاومت جدید به مقاومتهای موازی، سبب کاهش مقاومت معادل مدار خواهد شد.

در پی کاهش مقاومت معادل مدار، طبق رابطه $\frac{V}{R_{eq} + r} = I$ ، جریان کل

عبوری از مدار افزایش می یابد.

به دلیل افزایش جریان کل مدار، طبق قانون اهم داریم:

$$V = RI \quad \text{ثابت}$$

بنابراین اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت ۳ اهمی افزایش می یابد، پس اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت R کاهش یافته است.

طبق رابطه توان مصرفی یک مقاومت $P = \frac{V^2}{R}$ ، با کاهش ولتاژ دو سر مقاومت R_۱، یعنی (V_۱) و به دلیل ثابت بودن اندازه این مقاومت (R)، توان مصرفی این مقاومت کاهش می یابد.

۹۲ می دانیم که در اتصال متواالی مقاومتها، توان مصرفی مقاومتی که بزرگتر از بقیه است، بیشتر خواهد بود.

چون همه لامپها، با برق شهر کار می کنند، ولتاژ اسمی دو سر آنها یکسان بوده، بنابراین:

$$P = \frac{V^2}{R} \quad \text{ثابت}$$

پس مقاومت لامپهای ۷۰ واتی بیشتر از مقاومت لامپ ۱۲۰ واتی است. در نتیجه در اتصال جدید، با جایگزین کردن لامپهای جدید، مقاومت کل، افزایش یافته و در نتیجه توان کل، کاهش می یابد. از طرفی سهم لامپ ۱۲۰ واتی از این توان جدید هم کمتر از بقیه است، پس نور لامپ ۱۲۰ واتی کمتر از حالت قبل می شود.

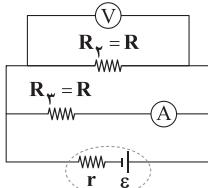
۹۳ با بستن کلید K، مقاومت R به دلیل اتصال کوتاه از مدار حذف شده، بنابراین مقاومت معادل مدار (R_{eq}) کاهش می یابد.

در پی کاهش مقاومت معادل مدار، طبق رابطه $\frac{V}{R_{eq} + r} = I$ ، جریان کل مدار افزایش می یابد.

با افزایش جریان کل مدار، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری نیز با توجه به رابطه $V = Ir$ کاهش می یابد.

با کاهش اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت R کاهش یافته و جریان عبوری از آن هم کاهش می یابد، پس عددی که آمپرسنج ایدهال نشان می دهد، کاهش می یابد.

با افزایش جریان کل مدار، چون جریان در شاخه ای که آمپرسنج قرار دارد، کاهش یافته، پس جریان عبوری از مقاومت R افزایش یافته و در نتیجه اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر آن یعنی عددی که ولتسنج ایدهال نشان می دهد، افزایش می یابد.



طبق قانون شناوری، وزن قطعه چوب با نیروی شناوری برابر است. می دانیم نیروی شناوری به حجم آب جابه جا شده با به عبارتی به حجم قسمتی از جسم که داخل مایع قرار دارد، مستقیماً برابر است:

$$F_b = \rho V g = W$$

↓
وزن جسم
(ثابت)
که داخل مایع است

با افزایش چگالی آب، حجم قسمتی از جسم که داخل مایع است، کاهش می باید و از دمای ۴°C تا دمای ۱۲°C، چگالی آب کم شده و حجم قسمتی از جسم که داخل آب است، افزایش می باید، بنابراین قطعه چوب شروع به پایین رفتن می کند و حجم قسمت بیرونی آن کم می شود.

۸۷ با توجه به متن سوال، رابطه زیر بین یک دما در مقیاس کلوین و فارنهایت برقرار است، در نتیجه داریم:

$$\begin{aligned} T - F &= 237 \Rightarrow \theta + 273 - \frac{9}{5}\theta - 32 = 237 \\ &\Rightarrow -\frac{4}{5}\theta + 241 = 237 \Rightarrow -\frac{4}{5}\theta = -4 \Rightarrow \theta = 5^\circ C \end{aligned}$$

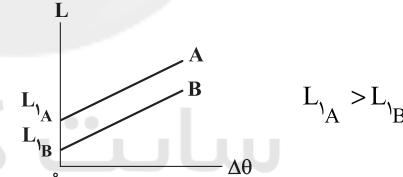
حالت دوم:

$$\begin{aligned} F - T &= 237 \Rightarrow \frac{9}{5}\theta + 32 - \theta - 273 = 237 \\ &\Rightarrow \frac{4}{5}\theta - 241 = 237 \Rightarrow \frac{4}{5}\theta = 478 \Rightarrow \theta = 597/5^\circ C \end{aligned}$$

۸۸ در نمودار طول میله بر حسب تغییر دمای آن، شبیه خطوط برابر L_Aα_A = L_Bα_B است، بنابراین:

$$L_A \alpha_A = L_B \alpha_B \Rightarrow \frac{\alpha_A}{\alpha_B} = \frac{L_B}{L_A}$$

با توجه به نمودار زیر داریم:



$$\frac{\alpha_A}{\alpha_B} = \frac{L_B}{L_A} \quad L_A > L_B \quad \frac{\alpha_A}{\alpha_B} < 1 \Rightarrow \alpha_A < \alpha_B$$

بنابراین:

۸۹ حجم ظاهری دو کره برابر است (زیرا شاعر خارجی بردار دارد)، ولی کره A، توپر و کره B، توحالی است، بنابراین جرم کره A بیشتر و همین امر باعث می شود که گرمای بیشتری برای افزایش دمای یکسان نیاز داشته باشد، در نتیجه:

$$Q_A > Q_B$$

حجم اولیه هر دو کره با هم برابر است و از طرفی دمای دو کره به یک اندازه بالا رفته است، بنابراین تغییر حجم آنها برابر خواهد بود.

۹۰ برای این که ۵ cm^۳ مایع بیرون بریزد، ابتدا باید حجم خالی بالای ظرف پر شود و سپس سریز کند. به عبارتی تغییر حجم مایع باید به صورت زیر محاسبه شود:

$$\Delta V = \Delta \text{مایع} + V_{خاری} = 10 \times 10 + 50 = 150 \text{cm}^3$$

از رابطه تغییر حجم مایع بر اثر تغییر دمای آن، $\Delta\theta$ را محاسبه می کنیم:

$$\Delta V = V \beta \Delta\theta \Rightarrow 150 = 10 \times 20 \times 10^{-2} \times \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 75^\circ C$$



دو مقاومت $R'' = 6\Omega$ و 6Ω اهمی در شکل فوق موازی هستند و مقاومت معادل آنها برابر است با:

$$R_{eq} = \frac{R'' \times 6}{R'' + 6} = \frac{6 \times 6}{6 + 6} = 3\Omega$$

بنابراین جریان کل گذرنده از مدار برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}} = \frac{9}{3} = 3A$$

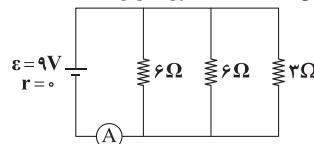
جریان کل $3A$ آمیر بین دو شاخه که هر کدام 6Ω هستند، به صورت مساوی تقسیم شده (چون هر دو مقاومت موازی و مساوی هستند)، بنابراین جریان عبوری از

آمپرسنج در حالت اول برابر است با:

$$I = \frac{1}{2} \times 3 = 1.5A$$

پس از بستن کلید K ، مقاومت 4Ω اهمی اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود و آمپرسنج در شاخه اصلی قرار می‌گیرد.

شکل ساده‌شده مدار در حالت بسته بودن کلید K به صورت زیر است:



در مدار شکل زیر، هر سه مقاومت، موازی هستند، بنابراین مقاومت معادل

$R'_{eq} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{4}{6} = 1.5\Omega$ آنها برابر است با:

جریان کل گذرنده از مدار، همان جریان گذرنده از آمپرسنج است، بنابراین:

$$I' = I = \frac{\varepsilon}{R'_{eq}} = \frac{9}{1.5} = 6A$$

بنابراین جریان گذرنده از آمپرسنج که در حالت اول برابر $1.5A$ بود، در حالت دوم به $6A$ رسیده، پس $4/5$ آمپر افزایش یافته است.

در حالت اول، یعنی باز بودن کلید K ، دو مقاومت 2Ω

$R_{eq} = R_1 + R_2 = 9\Omega$ و $R_1 = 4\Omega$ متواالی بوده و مقاومت معادل مدار برابر با 9Ω می‌باشد، در نتیجه شدت جریان کل مدار برابر است با:

$$I_1 = I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{35}{9+2} = 3.18A$$

هنگامی که کلید K بسته می‌شود، مقاومت‌های $R_4 = 5\Omega$ و $R_3 = 15\Omega$

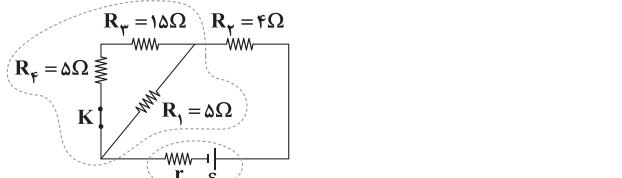
متواالی بوده و معادل این مقاومت‌ها، با مقاومت $R_1 = 5\Omega$ موازی و همچنین معادل این مقاومت‌ها، با مقاومت $R_2 = 4\Omega$ متواالی خواهد شد. در نتیجه

$$R'_{eq} = \frac{20 \times 5}{20 + 5} + 4 = 8\Omega$$

بنابراین شدت جریان کل مدار برابر خواهد شد با:

$$I = \frac{\varepsilon}{R'_{eq} + r} = \frac{35}{8+2} = 3.5A$$

اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت $R_1 = 5\Omega$ برابر خواهد شد با:



$$V_1 = IR_{1,2,4} = 3.5 \times 4 = 14V$$

شدت جریان در مقاومت R_1 برابر است با:

$$V_{R_1} = I_{R_1} R_1 \Rightarrow 14 = I_{R_1} \times 5 \Rightarrow I_{R_1} = 2.8A$$

مشخص شد که شدت جریان در مقاومت R_1 از

به $2.8A$ رسیده، یعنی $3/5$ آمپر کاهش یافته است.

۹۴ می‌دانیم بیشینه جریانی که از باتری می‌توان گرفت مربوط به حالتی است که تنها مقاومت موجود در مدار که در برابر عبور جریان ایستادگی می‌کند، مقاومت درونی باتری باشد، یعنی داریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \xrightarrow{R_{eq}=0} I = I_{max} \quad I_{max} = \frac{\varepsilon}{r} \quad (1)$$

بیشینه توان خروجی باتری در این حالت از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$P_{max} = \frac{\varepsilon^2}{4r} \xrightarrow{\varepsilon=18r} \frac{(18r)^2}{4r} = 64r \xrightarrow{64r=64/8} \frac{324r^2}{4r} = 64/8 \Rightarrow r = 64/8 = 8\Omega$$

با جایگذاری مقدار مقاومت درونی باتری ($r = 0/8\Omega$) در رابطه (1) داریم:

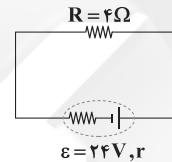
$$\varepsilon = 18r = 18 \times 0/8 = 14/4V$$

در حالت اول هیچ جریانی از باتری عبور نمی‌کند و اختلاف

پتانسیل الکتریکی دو سر باتری برابر با نیروی محرکه باتری است، بنابراین:

$$\varepsilon = 24V$$

با بستن مقاومت 4Ω اهمی به دو سر باتری، مداری مطابق شکل زیر داریم:

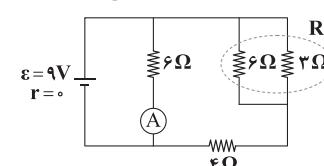


توان خروجی از باتری در مدار شکل فوق برابر است با:

$$P = \varepsilon I - rI^2 \quad (1) \quad \text{می‌دانیم جریان کل عبوری از مدار از رابطه } I = \frac{\varepsilon}{R+r} \text{ قابل محاسبه است، با جایگذاری در رابطه (1) خواهیم داشت:}$$

$$P = \frac{\varepsilon^2}{R+r} - r \times \left(\frac{\varepsilon}{R+r} \right)^2 \Rightarrow P = \frac{R\varepsilon^2}{(R+r)^2} \Rightarrow 64 = \frac{4 \times (24)^2}{(4+r)^2} \Rightarrow 16 = \frac{(24)^2}{(4+r)^2} \xrightarrow{\text{از طریفین معادله جذر می‌گیریم.}} 4 = \frac{24}{(4+r)} \Rightarrow 24 = 4 \times (4+r) \Rightarrow 24 = 16 + 4r \Rightarrow 4r = 24 - 16 = 8 \Rightarrow r = 2\Omega$$

وقتی کلید K باز است، مدار به شکل زیر ساده می‌شود:



در مدار شکل بالا، دو مقاومت 3Ω و 6Ω اهمی نشان داده شده موازی هستند،

بنابراین مقاومت معادل آنها برابر است با:

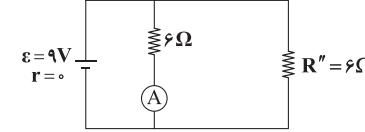
$$R' = \frac{6 \times 3}{6+3} = \frac{18}{9} = 2\Omega$$

مقاومت معادل دو مقاومت 3Ω و 6Ω اهمی که همان R' است، با مقاومت 4Ω

$$R'' = R' + 4 = 2 + 4 = 6\Omega$$

اهمی متواالی خواهد شد، پس داریم:

با اعمال تغییرات فوق مدار به شکل زیر ساده می‌شود:





۱۰۰ می‌دانیم در نمودار اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری بر حسب جریان عبوری از آن‌ها، شیب نمودار با اندازه مقاومت درونی باتری، رابطه مستقیم دارد، یعنی هرچه شیب نمودار بیشتر باشد، اندازه مقاومت درونی باتری، بزرگ‌تر است، پس داریم:

$$\text{شیب نمودار (۱)} > \text{شیب نمودار (۲)}$$

از آن‌جا که محل تقاطع نمودار اختلاف پتانسیل الکتریکی بر حسب جریان ($V - I$) با محور V (اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری) برابر با نیروی محرکه باتری است، پس هر چه محل تقاطع، بالاتر باشد، نیروی محرکه باتری، بزرگ‌تر است، پس طبق نمودار داده شده در سؤال > 6 می‌باشد.

شیمی

۱۰۱ به جز عبارت دوم سایر عبارت‌ها درست هستند. رسوب تشکیل شده بر روی دیواره کتری، لوله‌ها، آبراه‌ها و دیگر های بخار آن چنان به این سطح‌ها می‌جذبند که با صابون و پاک‌کننده‌های غیرصابونی زدوده نمی‌شوند.

$$4 \quad 102$$

$$[\text{H}^+] = \alpha \cdot M = 0.25 \times 0.4 = 0.1 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$K_a = \frac{\alpha^2 \cdot M}{1-\alpha} = \frac{(0.25)^2 \times 0.4}{1-0.25} = \frac{1}{3} \times 10^{-1}$$

$$\begin{aligned} \text{pH} &= 2 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1} \\ \Rightarrow [\text{A}^-] &= 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1} \end{aligned}$$

$$K_a = \frac{[\text{H}^+][\text{A}^-]}{[\text{HA}]} \Rightarrow \frac{1}{3} \times 10^{-1} = \frac{(10^{-2})(10^{-2})}{M - 0.1}$$

$$\Rightarrow M = 0.13 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$M_1 V_1 = M_2 V_2 \Rightarrow 0.13 \times 2 = 0.13 \times V_2 \Rightarrow V_2 = 6/15 \text{ L}$$

بنابراین حجم محلول از $6/15$ لیتر باید به $6/15$ لیتر برسد و برای این کار به $5/95$ L آب خالص نیاز است.

$$103 \quad 1 \quad \text{فقط عبارت سوم درست است.}$$

بررسی عبارت‌های نادرست:

- در زندگی روزانه با انواع اسیدها سر و کار داریم که برحی قوی و اغلب آن‌ها ضعیف هستند.

- اسیدهای قوی را می‌توان محلولی شامل یون‌های آب پوشیده دانست. به طوری که در آن‌ها تقریباً مولکول‌های یونیده نشده یافت نمی‌شود.

- بازها در سطح پوست همانند صابون، احساس لیزی ایجاد می‌کنند اما به آن نیز آسیب می‌رسانند.

$$2 \quad 104 \quad \text{شمار مول‌های H}^+ \text{ موجود در pH} \text{‌های } 3/1 \text{ و } 3/7 \text{ از HCl}$$

را به دست می‌آوریم:

$$\text{pH} = 3/7 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-3/7} = 10^{-0.4} = 2 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{pH} = 3/1 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-3/1} = 10^{-0.9} = 8 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

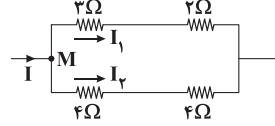
$$? \text{ mol H}^+ = 2L \times 2 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1} = 4 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

$$? \text{ mol H}^+ = 2L \times 8 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1} = 16 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

تفاوت مول‌های H^+ در این دو حالت برابر است با:

وظیفه ضد اسید این است همین تعداد مول H^+ را مصرف کند.

۹۸ با توجه به این‌که توان مصرفی مقاومت ۳ اهمی برابر ۱۲ وات است، داریم:



$$P_1 = RI_1^2 \quad \frac{P_1 = 12W}{R = 3\Omega} \rightarrow 12 = 3I_1^2 \Rightarrow I_1 = \frac{12}{3} = 4 \Rightarrow I_1 = 2A$$

در شاخه بالایی، دو مقاومت ۳ اهمی و ۲ اهمی متوالی هستند، در نتیجه مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$R' = 3 + 2 = 5\Omega$$

پس اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت معادل مقاومت‌های ۳ و ۲ اهمی برابر است با:

$$V = I_1 R' \quad \frac{I_1 = 2A}{R' = 5\Omega} \rightarrow V = 2 \times 5 = 10V$$

در شاخه پایینی نیز دو مقاومت ۴ اهمی با هم متوالی هستند، بنابراین مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$R'' = 4 + 4 = 8\Omega$$

دو مقاومت R' و R'' مواردی هستند، پس اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر آن‌ها با هم برابر است، در نتیجه داریم:

$$V = I_2 R'' \quad \frac{V = 10V}{R'' = 8\Omega} \rightarrow 10 = I_2 \times 8 \Rightarrow I_2 = 1/25A$$

مجموع جریان واردشده به شاخه بالایی و پایینی باید برابر جریان کل ورودی به گره M باشد، پس داریم:

$$I = I_1 + I_2 = 2 + 1/25 = 3/25A$$

از طرفی مقاومت معادل برابر است با:

$$R_{eq} = \frac{R' \times R''}{R' + R''} = \frac{5 \times 8}{5 + 8} = \frac{40}{13}\Omega$$

توان مصرفی کل مقاومت‌ها برابر است با:

$$P_t = R_{eq} I^2 \Rightarrow P_t = \frac{40}{13} \times (3/25)^2 = 32/5W$$

۹۹ می‌دانیم جریان کل گذرنده از هر مداری از رابطه

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \quad \text{قابل محاسبه است که در آن } R_{eq} \text{ همان مقاومت معادل تمامی مقاومت‌های خارجی مدار است.}$$

وقتی دو سر باتری به صورت مستقیم با یک سیم بدون مقاومت به هم وصل بشوند، عملأ هیچ مقاومت خارجی وجود ندارد و در این حالت، جریان گذرنده از پاتری همان جریان بیشینه است و داریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \quad \frac{\varepsilon = 26V}{R_{eq} = 0, r = 7/5\Omega} \rightarrow I = \frac{26}{0 + 7/5} = \frac{26}{7/5} = 4/8A$$

در این حالت، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری برابر است با:

$$\Delta V = \varepsilon - rI = \varepsilon - r \times \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \varepsilon - \varepsilon = 0$$

توان خروجی باتری ($P_{\text{خروجی}}$) برابر است با حاصل ضرب جریان کل گذرنده از

مدار در اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری که برابر است با:

$$P_{\text{خروجی}} = I \Delta V \quad \frac{I = 4/8A}{\Delta V = 0} \rightarrow P_{\text{خروجی}} = 4/8 \times 0 = 0$$



بررسی عبارت‌های نادرست:

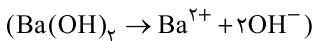
- اگر درجه یونش هر کدام از اسیدها را ناچیز در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$\frac{[H^+]}{[H^+]} = \frac{\text{فورمیک اسید}}{\text{استیک اسید}} = \frac{\sqrt{M \cdot K_a}}{\sqrt{M \cdot K_a}} = \sqrt{1}$$

- فقط سرعت گاز H_2 تولید شده در ظرف فورمیک اسید بیشتر است.
- مجموع غلظت مولی گونه‌ها در ظرف حاوی فورمیک اسید که اسید قوی‌تری است، بیشتر خواهد بود.

۱۰۸ بررسی موارد:

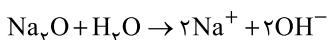
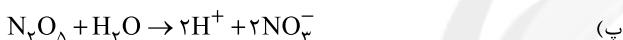
- (آ) باریم هیدروکسید ($\text{Ba}(\text{OH})_2$) یک باز قوی دو ظرفیتی بوده و هر مول از آن در آب ۳ مول یون تولید می‌کند.



بنابراین مجموع غلظت مولی یون‌ها در محلول مولار آن برابر ۳ مولار در محلول ۲ مولار KOH برابر ۴ مولار است.

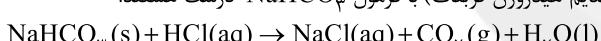
- (ب) غلظت مولی H^+ در محلول ۱٪ مولار HCN با $\alpha = ۰\%$ برابر است با: $[H^+] = \alpha \cdot M = ۱ \cdot ۱0^{-۳} \text{ mol.L}^{-1}$

در صورتی که غلظت مولی H^+ در محلول HNO_3 با $pH = ۳/۷$ برابر $pH = ۳/۷$ است که از $۱0^{-۳}$ کوچک‌تر است.



(ت) هر چند درجه یونش با غلظت رابطه وارونه دارد، اما مشکل این عبارت در این است که درجه یونش اثانول برابر صفر است.

- (۴) هر چهار عبارت پیشنهادشده در ارتباط با جوش شیرین (سدیم هیدروژن کربنات) با فرمول NaHCO_3 درست هستند.



$$\text{?mol H}^+ = (۰/۰\lambda \times ۱0^{-۲/۴}) + (۰/۰۲ \times ۰/۰۰۵) \quad ۱ \quad ۱۱۰$$

$$= (۰/۰\lambda \times ۱0^{-۳+۰/۳-۳}) + (۱ \times ۱0^{-۴}) = (۰/۰\lambda \times ۲ \times ۲ \times ۱0^{-۳})$$

$$+ (۱ \times ۱0^{-۴}) = ۴۲ \times ۱0^{-۵} \text{ mol H}^+$$

شمار مول OH^- حاصل از KOH برابر است با:

$$\text{?mol OH}^- = (۰/۰۲۵ \times ۰/۰۰۰\lambda) = ۲ \times ۱0^{-۵} \text{ mol OH}^-$$

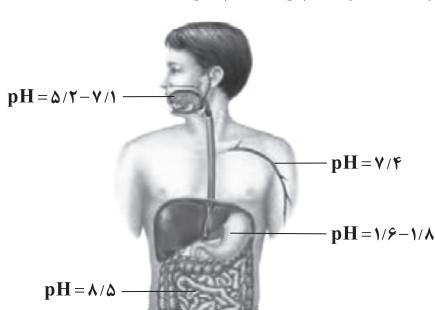
$$\text{?mol H}^+ = (۰/۰\lambda \times ۱0^{-۳+۰/۳-۳}) - (۲ \times ۱0^{-۵}) = (۴۲ \times ۱0^{-۵}) - (۲ \times ۱0^{-۵})$$

$$= ۴ \times ۱0^{-۴} \text{ mol H}^+$$

$$[H^+] = \frac{۴ \times ۱0^{-۴} \text{ mol}}{(۸۰+۲۰+۲۵) \times ۱0^{-۳} \text{ L}} = ۳۲ \times ۱0^{-۴} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$pH = -\log(۳۲ \times ۱0^{-۴}) = -[\log ۳۲ - ۴] = -(۵(۰/۳) - ۴) = ۲/۵$$

- (۵) هر چه pH یک سامانه به منطقه خنثی نزدیک‌تر باشد، غلظت یون‌های OH^- و H^+ تفاوت کمتری با هم دارد.



مطلوب داده‌های سؤال هر 10° گرم از ضد اسید شامل 16 گرم ناخالصی و ۸۴ گرم Mg(OH)_2 و Al(OH)_3 است که نسبت مولی آن‌ها ۳ به ۱ است. اگر جرم Mg(OH)_2 و Al(OH)_3 را به ترتیب با a و b نشان دهیم $a + b = ۸۴$ (*) می‌توان نوشت:

$$\frac{a}{58} = \frac{۳}{۱} \Rightarrow \frac{۷۸a}{۵۸b} = ۳ \Rightarrow ۲۶a = ۵۸b \quad (**)$$

با توجه به این‌که جمع ۵۸ و ۲۶ برابر ۸۴ است به راحتی می‌توان از معادله‌های (*) و (**) نتیجه گرفت که $a = ۵۸$ و $b = ۲۶$ است.

$$\text{?mol Mg(OH)}_2 = ۵۸ \text{ g} \times \frac{۱ \text{ mol}}{۵۸ \text{ g}} = ۱ \text{ mol Mg(OH)}_2$$

$$\text{?mol Al(OH)}_3 = ۲۶ \text{ g} \times \frac{۱ \text{ mol}}{۷۸ \text{ g}} = \frac{۱}{۳} \text{ mol Al(OH)}_3$$

• هر مول Mg(OH)_2 با ۲ مول HCl خنثی می‌شود.

• هر مول Al(OH)_3 با ۳ مول HCl خنثی می‌شود.

$$\text{HCl} + (۳ \times \frac{۱}{۳} \text{ mol HCl}) = ۳ \text{ mol HCl}$$

اکنون از یک تناسب ساده استفاده می‌کنیم:

$$\left[\begin{array}{cc} \text{mol H}^+ & \text{گرم ضد اسید} \\ ۳ & ۱۰۰ \\ ۱۲ \times ۱0^{-۴} & x \end{array} \right] \Rightarrow x = ۰/۰۴ \text{ g} = ۴ \text{ mg}$$

۱۰۵

$$\frac{K_b(\text{AOH})}{K_b(\text{XOH})} = \frac{[\text{OH}^-]^2}{[\text{AOH}]^2} \Rightarrow ۲۴۵ = \frac{[\text{OH}^-]_{\text{AOH}}^2}{[\text{OH}^-]_{\text{XOH}}^2} \times \frac{۰/۵}{۰/۴}$$

$$\Rightarrow \frac{[\text{OH}^-]_{\text{AOH}}}{[\text{OH}^-]_{\text{XOH}}} = ۱۹۶ \Rightarrow \frac{[\text{OH}^-]_{\text{AOH}}}{[\text{OH}^-]_{\text{XOH}}} = ۱۴$$

$$\Rightarrow \frac{[\text{H}^+]_{\text{AOH}}}{[\text{H}^+]_{\text{XOH}}} = \frac{۱}{۱۴}$$

$$-\log \frac{[\text{H}^+]_{\text{AOH}}}{[\text{H}^+]_{\text{XOH}}} = -\log \frac{۱}{۱۴}$$

$$\Rightarrow \text{pH}_{\text{AOH}} - \text{pH}_{\text{XOH}} = \log ۱۴$$

$$= \log(۲ \times ۷) = \log ۲ + \log ۷ = ۰/۳ + ۰/۸۵ = ۱/۱۵$$

(۶) عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

• محیط اسیدی درون معده برخی از فلزها مانند روی را می‌تواند در خود حل کند.

• این عبارت هنگامی درست است که دما 25°C باشد. البته برای دماهای بالاتر از 25°C نیز درست است، اما برای دماهای پایین‌تر از 25°C چنین نتیجه‌ای نمی‌توان گرفت.

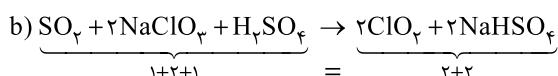
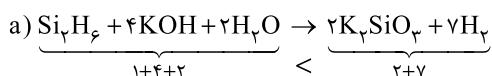
۱۰۷ فورمیک اسید (HCOOH) در مقایسه با استیک

اسید (CH_3COOH), اسید قوی‌تری است.

عبارت‌های سوم و پنجم درست هستند.



۳ ۱۱۷ معادله موازن شده هر دو واکنش در زیر آمده است:



۴ ۱۱۸ در ساختار لوویس تمامی گونه‌ها به جز NOCl تمامی

پیوندهای یگانه است:



۲ ۱۱۹ بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) هیدروژن از هر کدام از سوخت‌های فسیلی قیمت بالاتری دارد.

۳) زغال سنگ در مقایسه با بنزین و گاز طبیعی، آلیندگی بیشتری ایجاد می‌کند.

۴) گرمای آزاد شده از سوختن یک گرم هیدروژن از هر کدام از سوخت‌های فسیلی بیشتر است.

۲ ۱۲۰ لایه اوزون به منطقه مشخصی از استراتوسفر گفته می‌شود که بیشترین مقدار اوزون در آن محدوده قرار دارد.

۲ ۱۲۱ عبارت‌های اول و سوم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

• سوخت سبز توسط جانداران ذره‌بینی به مواد ساده‌تر تجزیه می‌شوند.

• لایه‌هواکره سبب گرم شدن کره زمین می‌شود.

۲ ۱۲۲ به جز عبارت دوم سایر عبارت‌ها نادرست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

• اغلب فلزها در شرایط مناسب با گاز اکسیژن می‌سوزند.

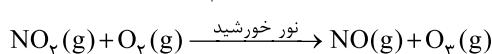
• باران اسیدی شامل H_2SO_4 و HNO_3 هستند.• گوگرد در اثر سوختن به SO_2 تبدیل می‌شود.

۴ ۱۲۳ هر چهار مورد پیشنهاد شده، عبارت مورد نظر را به درستی کامل می‌کنند.

۳ ۱۲۴ عبارت‌های دوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

• بیماری‌های عصبی از عوارض تنفس اوزون تروپوسفری نیست.

• مطابق واکنش زیر با تولید اوزون تروپوسفری، گاز NO_2 مصرف می‌شود:۱ ۱۱۲ برای محلول‌های آبی بسیار رقیق ($d = 1\text{ g.mL}^{-1}$). ppmمی‌توان میلی‌گرم حل شونده در یک لیتر محلول تعریف کرد. بنابراین اگر حجم محلول HI را در یک لیتر در نظر بگیریم، این محلول شامل 10.24 mg حل شونده خواهد بود.

$$[\text{HI}] = \frac{10.24 \times 10^{-3} \text{ g} \times \frac{1\text{ mol}}{128\text{ g}}}{1\text{ L}} = 8 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{H}^+] = [\text{HI}] = 8 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+] = -\log(8 \times 10^{-3}) = -[\log 8 + \log 10^{-3}] = -[3\log 2 - 3] = -[3(0/3) - 3] = 2/1$$

۴ ۱۱۳ نسبت غلظت تعادلی اسید HX به اسید HY معادل نسبت

مولکول‌های بونیده‌نشده این دو اسید است:

$$M(1-\alpha) = \text{غلظت تعادلی}$$

غلظت اولیه

$$\text{HX : pH} = 1/7 \Rightarrow [\text{H}^+] = \alpha \cdot M \Rightarrow 10^{-\text{pH}} = \alpha \cdot M$$

$$\Rightarrow 10^{-1/7} = 0/2\text{ M} \Rightarrow 10^{0/2-2} = 0/2\text{ M} \Rightarrow 2 \times 10^{-2} = 0/2\text{ M}$$

$$\Rightarrow M = 0/1$$

$$\text{HY : pH} = 1/1 \Rightarrow [\text{H}^+] = \alpha \cdot M \Rightarrow 10^{-1/1} = \alpha \cdot M$$

$$\Rightarrow 10^{0/(0/3)-2} = 0/25\text{ M} \Rightarrow 8 \times 10^{-2} = 0/25\text{ M} \Rightarrow M = 0/32$$

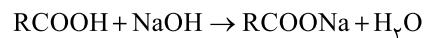
$$\frac{M(1-\alpha) \text{ HX}}{M(1-\alpha) \text{ HY}} = \frac{0/1(1-0/2)}{0/32(1-0/25)} = \frac{0/1 \times 0/8}{0/32 \times 0/75} = \frac{1}{3}$$

۱ ۱۱۴ برای اسید خیلی ضعیف HA می‌توان نوشت:

$$K_a = \frac{[\text{H}^+]}{M}$$

که در آن، M غلظت اولیه اسید است. با توجه به این‌که مقدار K_a ثابت است،برای این‌که غلظت H^+ به یک چهارم مقدار اولیه برسد، باید غلظت محلول $(\frac{1}{4})$ یعنی $\frac{1}{16}$ برابر شود. به عبارتی باید حجم محلول ۱۶ برابر شده و از ۲۰ میلی‌لیتر به ۳۲۰ میلی‌لیتر برسد. بنابراین باید ۳۰۰ میلی‌لیتر آب خالص به آن اضافه کرد.

۴ ۱۱۵



$$\frac{119/2\text{ g RCOOH}}{1 \times M} = \frac{21/23\text{ g NaOH} \times \frac{75}{100}}{1 \times 40} \Rightarrow M = 298\text{ g.mol}^{-1}$$

$$\text{C}_n\text{H}_{2n+1}\text{COOH} : 298\text{ g.mol}^{-1} \Rightarrow 12n + 2n + 1 + 12 + 32 + 1 = 298$$

$$\Rightarrow n = 18$$

$$\% \text{ C} = \frac{(18+1) \times 12}{298} \times 100 \approx 76/51$$

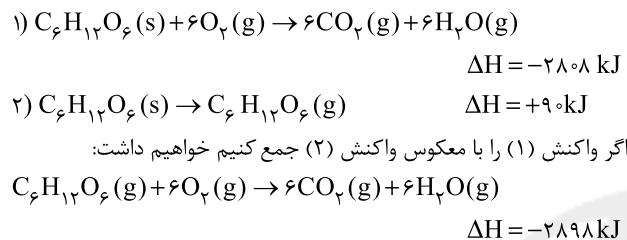
۱ ۱۱۶ فقط مورد آخر درست است.

• N_2O : دی‌نیتروژن مونواکسید• ZnO : روی اکسید• SiBr_4 : سیلیسیم ترا برمید• Co_2N_2 : کالت (II) نیترید



- ۱ ۱۳۱** با توجه به این‌که تفاوت فرمول مولکولی متان (CH_4) و اتان (C_2H_6) همانند تفاوت فرمول مولکولی اتان و پروپان (C_3H_8) در یک گروه $-\text{CH}_3$ است، به تقریب می‌توان تفاوت آنتالپی سوختن متان و اتان را معادل تفاوت آنتالپی سوختن اتان و پروپان در نظر گرفت:
- $$\Delta H = -223 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}} = -223^{\circ} \text{kJ.mol}^{-1}$$
- $\frac{-223^{\circ} \text{kJ.mol}^{-1}}{44 \text{g.mol}^{-1}} = 5^{\circ}/7 \text{kJ.g}^{-1}$ ارزش سوختی پروپان

- ۴ ۱۳۲** با توجه به داده‌های سؤال، واکنش‌های زیر و آنتالپی آن‌ها در دسترس است:



مجموع آنتالپی‌های پیوند در یک مول ($\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$) را با A نشان داده و از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$\Delta H = \left[\text{مجموع آنتالپی پیوندهای فراورده‌ها} - \left[\text{مجموع آنتالپی واکنش‌دهنده‌ها} \right] \right]_{(واکنش)}$$

$$-2898 = [A + 6\Delta H(\text{O} = \text{O})]$$

$$\begin{aligned} -[12\Delta H(\text{C} = \text{O}) + 12\Delta H(\text{O} - \text{H})] \\ -2898 = [A + 6(500)] - [12(800 + 465)] \Rightarrow A = 9282 \text{ kJ} \end{aligned}$$

- ۱ ۱۳۳** مقایسه میان گرمای سوختن مولی ترکیب‌های مورد نظر به صورت زیر است:

$$\text{استیلن} > \text{اتانول} > \text{اتیلن} > \text{اتان}: \text{گرمای سوختن} (kJ.mol^{-1})$$

- ۳ ۱۳۴** به جز عبارت آخر، سایر عبارت‌ها درست هستند.
- طعم و بوی رازیانه به طور عمدۀ واپسی به وجود ترکیبی با گروه عاملی اتری است.
- ۱ ۱۳۵** تهیۀ آمونیاک به روش هابر از گازهای نیتروژن و هیدروژن (واکنش a) یک واکنش گرماده ($\Delta H < 0$) و دو مرحله‌ای بوده که مرحلۀ اول آن (واکنش b) یک واکنش گرمایی ($\Delta H > 0$) و مرحلۀ دوم آن (واکنش c) یک واکنش گرماده ($\Delta H < 0$) است.
- در واکنش‌های گرمایی، سطح انرژی فراورده‌ها، بالاتر از سطح انرژی واکنش‌دهنده‌هاست.