

باسمه تعالی

پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	نام و نام خانوادگی :	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۶/۲۳	ساعت شروع: ۸ صبح
سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳	رشته: ریاضی فیزیک	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۱			

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی و رادیکال) مجاز است.

## سؤالات فصل اول

۱	الف) اگر دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2x-1 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ مساوی باشند، آنگاه مقدار X برابر با..... است. ب) اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & m+1 \\ 2n+4 & 5 \end{bmatrix}$ یک ماتریس قطری باشد، با محاسبه m و n ماتریس A + I را بیابید. (I ماتریس همانی مرتبه دو است).	۲
۲	اگر دو ماتریس مربعی A و B به صورت $A = [3i - 2j]_{3 \times 3}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ باشند، الف) ماتریس A را به صورت آرایش مستطیلی بنویسید. ب) ماتریس $B^2$ را محاسبه کنید.	۱
۳	اگر A و B دو ماتریس مربعی مرتبه ۳ و تعویض پذیر باشند، ثابت کنید: $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$	۱
۴	اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ باشد، وارون ماتریس $A - 2I$ را بیابید. (I ماتریس همانی مرتبه دو است).	۱
۵	الف) در دستگاه $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ ، اگر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ آنگاه دستگاه بی شمار جواب دارد. (درست-نادرست) ب) اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $\ A\   A $ را بیابید.	۱

## سؤالات فصل دوم

۶	الف) اگر صفحه P بر محور سطح مخروطی عمود نباشد و با مولد موازی نباشد فقط یکی از دو نیمه سطح مخروطی را قطع کند، در این صورت فصل مشترک صفحه P و سطح مخروطی یک ..... است. ب) سهمی، مکان هندسی نقاطی از یک صفحه است که از یک خط ثابت در آن صفحه و یک نقطه ثابت غیر واقع بر آن خط در آن صفحه به یک فاصله باشد. (درست-نادرست)	۰/۵
۷	دو نقطه A و B و خط d که شامل هیچ یک نیست در صفحه مفروض اند. نقطه ای بیابید که از A و B به یک فاصله بوده و از خط d به فاصله ۳ سانتی متر باشد.	۱/۵

ادامه سؤالات در صفحه دوم

## باسمه تعالی

پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	نام و نام خانوادگی :	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۶/۲۳	ساعت شروع: ۸ صبح
سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳	رشته: ریاضی فیزیک	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۱			

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

۸	الف) حدود $a$ را طوری به دست آورید که $x^2 + y^2 - 4x + 6y + a = 0$ معادله یک دایره باشد. ب) وضعیت خط $x + y = 1$ و دایره $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$ را نسبت به هم مشخص کنید.	۲
۹	اگر $M$ نقطه ای بیرون بیضی باشد، ثابت کنید مجموع فواصل نقطه $M$ از کانونهای $F$ و $F'$ بزرگتر از طول قطر بزرگ بیضی است.	۱/۲۵
۱۰	اگر در یک بیضی طول $AA'$ (قطر بزرگ) برابر با ۱۶ و خروج از مرکز $\frac{3}{4}$ باشد، فاصله راس $A$ تا نزدیکترین کانون را به دست آورید.	۰/۷۵
۱۱	الف) معادله سهمی را بنویسید که $A(2, 3)$ راس آن بوده و معادله خط هادی آن $x = 3$ باشد. ب) مختصات کانون سهمی را بیابید. پ) مختصات نقطه برخورد سهمی با محور طولها را حساب کنید.	۲
سوالات فصل سوم		
۱۲	الف) در فضای سه بعدی، نمودار مربوط به معادلات $\begin{cases} x = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ ، معادله محور ..... است. ب) اگر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ دو بردار دلخواه، $r$ عدد حقیقی و $\vec{b} = r\vec{a}$ آنگاه $ \vec{b}  = r \vec{a} $ (درست - نادرست) پ) شکل کلی (نمودار) مربوط به رابطه $-1 < x \leq 2$ ، $y = x^2$ را در فضای دو بعدی رسم کنید. ت) طول بردار $\vec{a} = (0, -3, 4)$ را به دست آورید.	۱/۷۵
۱۳	مقدار $m$ را چنان بیابید که دو بردار $\vec{a} = (2, m, -1)$ و $\vec{b} = (m+1, 3, 2)$ بر هم عمود باشند.	۱
۱۴	اگر $ \vec{a}  = 3$ و $ \vec{b}  = 5$ و حاصل ضرب داخلی دو بردار $10$ باشد، مساحت مثلثی که توسط دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ تولید می شود چقدر است؟	۲
۱۵	حجم متوازی السطوحی را به دست آورید که توسط سه بردار $\vec{a} = (1, 0, -1)$ و $\vec{b} = (0, 2, 2)$ و $\vec{c} = (2, -3, 0)$ تولید می شود.	۱/۲۵
۲۰	موفق و سربلند باشید	جمع نمره

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۶/۲۳		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی		دانش آموزان روزانه بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۱	
نمره	راهنمای تصحیح		ردیف
۲	الف) $2x - 1 = 5 \xrightarrow{(+25)} x = 3$ (۰/۲۵) ص ۱۳ ب) $\begin{cases} m+1=0 \\ 2n+4=0 \end{cases} \xrightarrow{(+5)} \begin{cases} m=-1 \\ n=-2 \end{cases}$ (۰/۵) $A+I = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$ (۰/۲۵) ص ۱۹ و ۲۱	۱	
۱	الف) $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 4 & 2 & 0 \\ 7 & 5 & 3 \end{bmatrix}$ (۰/۵) ب) $B^T = B \times B = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 \\ -3 & 7 & 6 \\ -2 & 2 & 7 \end{bmatrix}$ (۰/۵) ص ۲۱	۲	
۱	$(A-B)^T = (A-B)(A-B) = \underbrace{A^T - AB - BA + B^T}_{(0/25)} = \underbrace{A^T - 2AB + B^T}_{(0/25)}$ (۰/۲۵) ص ۲۱	۳	
۱	$A - 2I = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (۰/۲۵) $ A - 2I  = 2$ (۰/۲۵) $\longrightarrow (A - 2I)^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ (۰/۵) ص ۲۳	۴	
۱	$ A  = 2$ (۰/۲۵) $\ A\ A  =  A ^3  A  =  A ^4 = 16$ (۰/۲۵) ب) ص ۲۶ ص ۳۱ و ۲۹	۵	
۰/۵	الف) بیضی (۰/۲۵) ص ۳۵ ب) درست (۰/۲۵) ص ۵۱	۶	
۱/۵	مکان هندسی نقاطی که از دو نقطه A و B به یک فاصله اند عمود منصف پاره خط AB است این خط را رسم می کنیم و نامیم. (۰/۲۵) مکان هندسی نقاطی که از خط d به فاصله ۳ سانتی متر هستند دو خط $d', d''$ می باشند که موازی d هستند. (۰/۲۵) محل برخورد دو خط $d', d''$ با خط l جواب مساله است. الف- اگر خط l دو خط $d', d''$ را قطع کند مسله دو جواب دارد (۰/۲۵) ب- اگر خط l بر یکی از دو خط $d'$ یا $d''$ منطبق باشد مسله بی شمار جواب دارد (۰/۲۵) پ- اگر خط l هیچ یک از دو خط $d', d''$ را قطع نکند مسله جواب ندارد. (۰/۲۵) رسم یک مورد شکل برای مساله الزامی است (۰/۲۵) ص ۳۸	۷	
	« ادامه در صفحه دوم »		

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۶/۲۳		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
دانش آموزان روزانه بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۱			
نمره	راهنمای تصحیح		ردیف
۲	۴۶ ص	الف) $a^2 + b^2 > 4c \xrightarrow{(\cdot/25)} 16 + 36 > 4a \rightarrow a < 13$ (۰/۲۵) ب)	۸
		$(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4, O = (1,1), r = 2$ (۰/۵), $d = \frac{ 1+1-1 }{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (۰/۵) $d < r$ (۰/۲۵) خط و دایره در دو نقطه متقاطع هستند. (۰/۲۵)	
۱/۲۵		از نقطه M به کانونهای بیضی وصل می کنیم تا بیضی را در نقطه D قطع کند، نقطه D روی بیضی قرار دارد بنا بر تعریف بیضی: $DF + DF' = 2a$ (۰/۲۵) بنا بر نامساوی مثلثی در مثلث MDF' داریم: $\underbrace{MD + MF'}_{(0/25)} > DF' \xrightarrow{+DF}$ $DF + MD + MF' > DF + DF' \xrightarrow{(0/25)}$ $\underbrace{MF + MF'}_{(0/25)} > 2a$	۹
	۴۷ ص	تکمیل شکل (۰/۲۵)	
۰/۷۵	۴۹ ص	$\frac{c}{a} = \frac{3}{4}$ (۰/۲۵) $\xrightarrow{a=4} c=6$ (۰/۲۵) $\rightarrow AF = a - c = 2$ (۰/۲۵)	۱۰
۲	۵۴، ۵۸ ص	الف) با توجه به جایگاه راس و معادله خط هادی، سهمی افقی و دهانه آن به سمت چپ می باشد. (۰/۲۵) در این سهمی $a = 1$ (۰/۲۵) و معادله آن برابر است با: $(y-3)^2 = -4(x-2)$ (۰/۵) ب) مختصات کانون سهمی $F(-a+h, k) = (-1+2, 3) = (1, 3)$ (۰/۲۵) پ) مختصات محل برخورد با محور طول ها برابر است با: $(\frac{-1}{4}, 0)$ (۰/۲۵), $(\frac{-1}{4}, 0)$ (۰/۲۵), $y=0 \rightarrow x = \frac{-1}{4}$ (۰/۲۵)	۱۱
		«ادامه در صفحه سوم»	

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۶/۲۳		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
دانش آموزان روزانه بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۱			
نمره	راهنمای تصحیح		ردیف
۱/۷۵	الف) عرض ها یا محور لایها (۰/۲۵) ص ۶۷ ب- درست (۰/۲۵) ص ۷۵ پ) رسم نمودار ( به طوری که نقطه توپر و توخالی مشخص باشد) (۰/۷۵) ص ۶۳ ت) (۰/۲۵) ص ۷۳ $ \vec{a}  = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = 5$ (۰/۲۵)		۱۲
۱	ص ۷۹ $\vec{a} \perp \vec{b} \rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \xrightarrow{(۰/۲۵)} 2(m+1) + 3m - 2 = 0 \xrightarrow{(۰/۵)} m = 0$ (۰/۲۵)		۱۳
۲	$\underbrace{\vec{a} \cdot \vec{b} =  \vec{a}   \vec{b}  \cos \theta}_{(۰/۲۵)} \rightarrow \underbrace{10 = 3 \times 5 \cos \theta}_{(۰/۲۵)} \rightarrow \underbrace{\cos \theta = \frac{2}{3}}_{(۰/۲۵)}, \sin \theta = \frac{\sqrt{5}}{3} \quad (۰/۲۵)$ $\underbrace{ \vec{a} \times \vec{b}  =  \vec{a}   \vec{b}  \sin \theta = 5\sqrt{5}}_{(۰/۲۵)} \rightarrow \underbrace{s_{\Delta} = \frac{1}{2}  \vec{a} \times \vec{b}  = \frac{5\sqrt{5}}{2}}_{(۰/۲۵)} \quad (۰/۲۵)$		۱۴
اگر دانش آموز با استفاده از اتحاد لاگرانژ هم مساله را حل کند در صورت درست بودن راه حل نمره کامل داده شود.			
۱/۲۵	$(\vec{b} \times \vec{c}) = (6, 4, -4)$ (۰/۵) $v =  \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})  =  (1, 0, 1) \cdot (6, 4, -4)  = 10$ (۰/۲۵) ص ۸۳		۱۵
اگر دانش آموز به صورت زیر حل کند نمره کامل داده شود:			
$\underbrace{v =  \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) }_{(۰/۲۵)} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & 0 \end{vmatrix} = 10 \quad (۰/۷۵)$			
۲۰	"مصحح گرامی، به راه حل های درست و منطبق بر کتاب درسی بارم به تناسب منظور شود"		