

مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

آزمون شماره ۹ پایه دوازدهم

دفترچه شماره ۱

۱۴۰۱/۱۰/۱۵

آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۸۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۵۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سوالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان	۲۰	۱	۲۰	۳۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۵	۲۱	۳۵	۲۵ دقیقه
۳	گستاخ	۱۵	۳۶	۵۰	۲۵ دقیقه

مواد امتحانی	سrfصل دهم	سrfصل نهم	سrfصل هشتم
حسابان	—	—	—
هندسه	—	—	—
گستاخ	—	—	—

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.

سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

ریاضیات

- ۱ نمودار تابع $f(x) = 6x^3 - x$ را در امتداد محور x ها، ۲ واحد به سمت راست انتقال داده و سپس نسبت به محور y ها، قرینه می کنیم.
نمودار حاصل، نمودار $(x)f$ را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می کند؟

-۴ (۴) -۳ (۳) -۲ (۲) -۱ (۱)

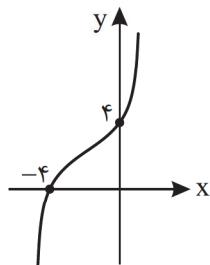
- ۲ نمودار تابع $y = \sqrt{2x + 16}$ مفروض است. اگر نمودار تابع $y = a + f(x+a)$ از ناحیه دوم عبور نکند، a کدام می تواند باشد؟

۲ (۴) ۱ (۳) -۲ (۲) -۱ (۱)

- ۳ نمودار تابع $f(x) = \frac{x}{\sqrt{|x|}}$ را واحد به راست و a واحد به بالا انتقال داده ایم. به ازای کدام مقدار a ، نمودار جدید، خط $y = 4$ را در نقطه‌ای به طول ۱۰ قطع می کند؟

۶ (۴) ۱ (۳) ۲ (۲) -۱ (۱)

- ۴ نمودار تابع $f(x) = a(bx + 2)$ شکل زیر است. نمودار تابع $g(x) = b(2 - ax)$ در کدام گزینه صدق می کند؟



۱) تابعی صعودی است که از ناحیه دوم عبور نمی کند.

۲) تابعی صعودی است که از مبدأ مختصات عبور می کند.

۳) تابعی نزولی است که از ناحیه سوم عبور نمی کند.

۴) تابعی نزولی است که از مبدأ مختصات عبور می کند.

- ۵ یکنواختی تابع $f(x) = x^3 - 4x - 10$ در بازه $(-2, 2)$ چگونه است؟

۱) صعودی ۲) نزولی

۳) ابتدا صعودی و سپس نزولی ۴) ابتدا نزولی و سپس صعودی

- ۶ چندجمله‌ای $f(x) = x^3 + 2x^2 + ax - 5$ بر $x+1$ بخشیدیم است. باقیمانده تقسیم $f(x)$ بر $4x - a$ چقدر است؟

۵ (۴) -۵ (۳) -۱ (۲) ۱ (۱)

- ۷ باقیمانده تقسیم چندجمله‌ای $f(x) = x^3 + mx + n$ بر $x-a$ هر دو برابر a است. مقدار a کدام نمی تواند باشد؟

۴) صفر -۱ (۳) -۳ (۲) ۱ (۱)

محل انجام محاسبه

-۸ ماکریم تابع $f(x) = a \sin^2 \frac{x}{a} \cos^2 \frac{x}{a}$ کدام است؟

۲π (۴) ۶π (۳) ۴π (۲) ۸π (۱)

-۹ نمودار تابع $f(x) = a - b \cos\left(\frac{bx}{a}\right)$ در یک دوره تناوب به صورت زیر است. مقدار $\frac{7\pi}{6}$ کدام می‌تواند باشد؟

۳ (۱) ۳/۵ (۲) ۴ (۳) ۴/۵ (۴)

-۱۰ قسمتی از نمودار $y = a - b \sin^2 \frac{ax}{3}$ به صورت زیر است. حداکثر مقدار تابع کدام است؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

-۱۱ اگر دو خط $x = y$ و $y = 3x$ با یکدیگر زاویه α بسازند، مقدار $\tan 2\alpha$ کدام است؟

$\frac{4}{3} (۴)$ $\frac{3}{4} (۳)$ $\frac{1}{2} (۲)$ ۲ (۱)

-۱۲ قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a - \tan(bx + \frac{\pi}{6})$ شکل زیر است. مقدار $a - b - a$ کدام است؟

-۳/۵ (۱) -۴ (۲) -۳ (۳) -۲/۵ (۴)

-۱۳ جواب کلی معادله مثلثاتی $\cos 3x \cdot \tan(x - \frac{\pi}{4}) = \sin 3x$ کدام است؟

$\frac{k\pi}{2} \pm \frac{\pi}{8} (۴)$ $k\pi \pm \frac{\pi}{8} (۳)$ $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8} (۲)$ $\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8} (۱)$

محل انجام محاسبه

-۱۴- مجموع جواب‌های معادله مثلثاتی $\sin x = 1 - 3 \cos 2x$ در بازه $(0^\circ, 2\pi)$ چه عددی است؟

۴ π (۴)۶ π (۳)۳ π (۲)۵ π (۱)

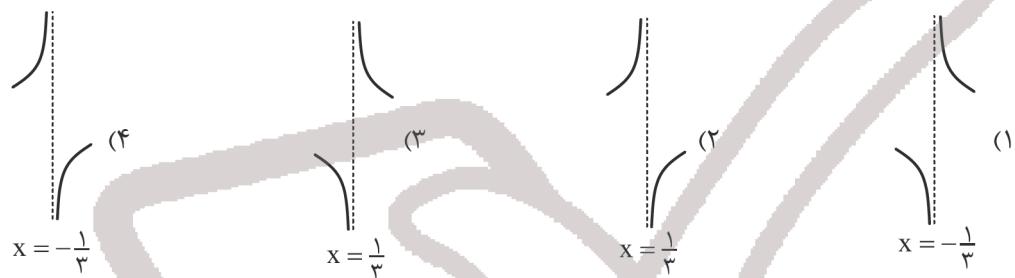
-۱۵- تابع $f(x) = \frac{9x+1}{ax+\sqrt{x^2+9}}$ باشد، کدام خط زیر، مجانب قائم f است؟

 $x = \sqrt{5}$ (۴) $x = \frac{\sqrt{15}}{3}$ (۳) $x = \sqrt{3}$ (۲) $x = \frac{\sqrt{15}}{5}$ (۱)

-۱۶- اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x+[-2x]}{f(x)} = +\infty$ باشد، ضابطه تابع f کدام می‌تواند باشد؟

 $-(x-1)^2$ (۴) $(x-1)^2$ (۳) $1-x$ (۲) $x-1$ (۱)

-۱۷- تابع f با دامنه \mathbb{R} اکیداً صعودی و $f(3) = 3$ است. نمودار تابع $y = \frac{1}{a+f(3+ax)}$ در اطراف مجانب قائم خود چگونه است؟



-۱۸- اگر $A(3, -1)$ تنها نقطه تلاقی مجانب‌های $y = \frac{ax^2+bx+2}{cx^2-6x-9}$ باشد مقدار b کدام است؟

۱ (۴)

-۱ (۳)

۲ (۲)

-۲ (۱)



-۲۰- هرگاه $x = a$ مجانب قائم تابع f باشد به طوری که $x = 3 + 2a$ مجانب قائم $y = f(2 - \frac{x}{3})$ باشد، مقدار a کدام است؟

 $a = \frac{1}{3}$ (۴) $a = \frac{5}{3}$ (۳) $a = -\frac{1}{6}$ (۲) $a = -\frac{1}{3}$ (۱)

محل انجام محاسبه

-۲۱- ماتریس‌های $B_{n \times m}$ و $A_{m \times n}$ مفروض هستند. کدام گزینه قابل محاسبه و تعریف است؟

$$A + AB \quad (4)$$

$$|AB| + |BA| \quad (3)$$

$$AB + BA \quad (2)$$

$$(A + B)^T \quad (1)$$

-۲۲- ماتریس A ، ماتریس اسکالر از مرتبه ۲ است. اگر $2A^3 - A - 3I = \bar{O}$ باشد، آنگاه بیشترین حاصل ضرب درایه‌های قطر اصلی A برابر کدام است؟

$$-\frac{9}{4} \quad (4)$$

$$\frac{9}{4} \quad (3)$$

$$-1 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

-۲۳- $A = \begin{bmatrix} \frac{3}{4} & -1 \\ \frac{25}{16} & -\frac{3}{4} \end{bmatrix}$ اگر A^{1402} برابر کدام است؟ A ، آنگاه مجموع درایه‌های ماتریس

$$1 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$-1 \quad (2)$$

$$-2 \quad (1)$$

-۲۴- دستگاه معادلات $\begin{cases} (m-1)x + 2y = m+7 \\ 2x + (m-1)y = 6 \end{cases}$ کدام است؟ ($m < 0$)

$$4) \text{ صفر}$$

$$\frac{3}{2} \quad (3)$$

$$1 \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 2m-1 \\ 1 & -m & m-\frac{1}{2} \\ m^2+1 & 7 & 4 \end{bmatrix} \quad \text{برابر کدام است؟}$$

$$-4 \quad (3)$$

$$1 \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$

-۲۵- ماتریس $\begin{bmatrix} 2 & m \\ -1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ وارون پذیر نیست. حاصل دترمینان ماتریس

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 2 & m & -1 \\ -1 & 1 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{کدام است؟}$$

$$-1 \quad (4)$$

$$-4 \quad (3)$$

$$1 \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$

-۲۶- به درایه سطر دوم ستون سوم ماتریس $\begin{bmatrix} 3 & -1 & 5 \\ -2 & 2 & -1 \\ m & 1 & -4 \end{bmatrix}$ سه واحد اضافه می‌کنیم. اگر به مقدار دترمینان آن دو واحد اضافه شود،

$$-\frac{1}{3} \quad (4)$$

$$-2 \quad (3)$$

$$-3 \quad (2)$$

$$-\frac{11}{3} \quad (1)$$

-۲۷- اگر $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} |B| & |A| \\ |B^{-1}| & |A^{-1}| \end{bmatrix}$ ، آنگاه $| -B |$ برابر کدام می‌تواند باشد؟

$$-\frac{2}{3} \quad (4)$$

$$\frac{3}{2} \quad (3)$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (2)$$

$$\frac{2}{\sqrt{3}} \quad (1)$$

محل انجام محاسبه

- ۲۸- دایره $C(O, R)$ مفروض است. مکان هندسی مرکز دایره هایی به شعاع ثابت R' که بر دایره C مماس خارج هستند، کدام است؟

(۱) دو خط موازی
(۲) دو خط عمود بر هم

$$|R' - R| = \text{شعاع}$$

(۳) دایره به شعاع $R + R'$

- ۲۹- نقطه M روی خط d در یک صفحه قرار دارد. مکان هندسی مجموعه نقاطی از صفحه که از M به فاصله ۳ واحد و از خط d به فاصله ۲ واحد هستند را در نظر بگیرید. مساحت چندضلعی محاسبی که با نقاط این مجموعه ایجاد می شود، کدام است؟

$$4\sqrt{3} \quad (۴)$$

$$4\sqrt{5} \quad (۳)$$

$$2\sqrt{3} \quad (۲)$$

$$8\sqrt{5} \quad (۱)$$

- ۳۰- به ازای کدام مقدار k ، اندازه قطر دایره $x^2 + (y-2)^2 = k$ برابر ۸ است؟

$$\pm 16 \quad (۴)$$

$$\pm 8 \quad (۳)$$

$$\pm 12 \quad (۲)$$

$$\pm 6 \quad (۱)$$

- ۳۱- کدام گزینه معادله دایره به مرکز $(-1, 2)$ است؟

$$2x^2 + 2y^2 + 4x - 8y + 10 = 0 \quad (۲)$$

$$x^2 + y^2 + 2x - 4y + 10 = 0 \quad (۱)$$

$$x^2 + y^2 + 2x - 4y - \sqrt{10} = 0 \quad (۴)$$

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0 \quad (۳)$$

- ۳۲- از بین دایره های گذرنده از نقطه $A(-4, 1)$ و مماس بر خط های $4x + 3y = 0$ و محور y ، بزرگ ترین شعاع دایره کدام است؟

$$\frac{22}{9} \quad (۴)$$

$$\frac{7}{3} \quad (۳)$$

$$\frac{17}{9} \quad (۲)$$

$$\frac{5}{3} \quad (۱)$$

- ۳۳- دورترین نقطه دایره $x^2 + y^2 = 5$ از نقطه $(-4, -2)$ کدام است؟

$$(2, -1) \quad (۴)$$

$$(2, 1) \quad (۳)$$

$$(-2, 1) \quad (۲)$$

$$(-2, -1) \quad (۱)$$

- ۳۴- فاصله نقطه $(2, 1)$ روی خط مرکzin دو دایره به مرکز $(2, -1)$ و $(1, 2)$ و به شعاع مساوی ۲ واحد از وتر مشترک دو دایره کدام است؟

$$\frac{\lambda}{\sqrt{13}} \quad (۴)$$

$$\frac{7}{\sqrt{13}} \quad (۳)$$

$$\frac{4}{\sqrt{5}} \quad (۲)$$

$$\frac{\sqrt{10}}{2} \quad (۱)$$

- ۳۵- دو دایره هم مرکز C' : $x^2 + y^2 - 2x + ny = 11$ و C : $x^2 + y^2 + mx + 4y = 4$ مفروض هستند. مکان هندسی مرکز دایره هایی با

کوچک ترین شعاع ممکن که بر این دو دایره مماس هستند، کدام است؟

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4 \quad (۲)$$

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 16 \quad (۱)$$

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 = \frac{7}{2} \quad (۴)$$

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 = \frac{49}{4} \quad (۳)$$

محل انجام محاسبه

- ۳۶ - کدام گزینه نادرست است؟

۱) حاصل ضرب عدد گویای مخالف صفر در هر عدد گنگ، گنگ است.

۲) جمع دو عدد گنگ، می‌تواند گویا باشد.

۳) اگر x و y دو عدد گنگ باشند، حاصل x^y هیچ‌گاه عدد طبیعی نمی‌شود.

۴) جمع دو عدد گویا همواره گویا است.

- ۳۷ - کدام عدد کلیت حکم «بهازای هر عدد اول p ، عدد $1 - 2^p$ عددی اول است.» را نقض می‌کند؟

۷ (۴)

۱۱ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)

- ۳۸ - چند نقطه با مختصات صحیح روی منحنی $3xy - y + 5x - 8 = 0$ وجود دارد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

- ۳۹ - اگر $a \in \mathbb{Z}$ و $7a \equiv 2 \pmod{13}$ باشد، باقیمانده a^{100} بر عدد ۱۳ کدام است؟

۴ (۴)

۹ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)

- ۴۰ - حاصل $(a, b \in \mathbb{N}) [a, (a, b)] \times (b, [a, b])$ کدام است؟

$a^{\overline{b}}$ (۴)

$[a, b]$ (۳)

(a, b) (۲)

ab (۱)

- ۴۱ - اگر $\overline{x \circ xy} \equiv \overline{xy \circ y}$ برقرار باشد، اختلاف حداقل و حداکثر مقدار عدد دو رقمی \overline{xy} کدام است؟

۲۹ (۴)

۳۷ (۳)

۶۳ (۲)

۴۵ (۱)

- ۴۲ - در تقسیم a بر b ، خارج قسمت برابر ۳۵ و باقیمانده ۲۰ است. اگر باقیمانده a بر ۷ نیز برابر ۳ باشد، آنگاه مجموع ارقام کمترین مقدار

صحیح a چقدر است؟

۱۳ (۴)

۱۲ (۳)

۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

- ۴۳ - باقیمانده تقسیم a بر ۵، ۳ و ۷ به ترتیب ۱ و ۲ و ۳ می‌باشد. باقیمانده تقسیم اولین عدد ۴ رقمی a بر ۱۱ کدام است؟

۱۰ (۴)

۸ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

- ۴۴ - اگر $17x + 11y = 21$ باشد، مقدار $x + y$ کدام می‌تواند باشد؟

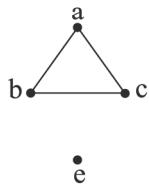
۱۰ (۴)

۹ (۳)

۸ (۲)

۷ (۱)

محل انجام محاسبه



- ۴۵ - گراف G یک گراف ۳-منتظم است و مکمل گراف G , G' یال دارد. مرتبه گراف G کدام است؟

۱۴ (۴)

۱۰ (۳)

۱۲ (۲)

۸ (۱)

- ۴۶ - گراف زیر چند زیرگراف مرتبه ۳ دارد؟

۶ (۱)

۸ (۲)

۱۴ (۳)

۲۰ (۴)

- ۴۷ - در مکمل گراف P_5 , چند دور وجود دارد؟

۱ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

- ۴۸ - در گراف G از مرتبه $p = 6$, حاصل ضرب درجه تمام رئوس 400 می باشد. اندازه گراف G کدام است؟

۷ (۴)

۱۰ (۳)

۸ (۲)

۹ (۱)

- ۴۹ - چند گراف مختلف از مرتبه ۵ و اندازه ۷ وجود دارد؟ (رؤس ها نامگذاری نشده‌اند).

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

- ۵۰ - در گراف ناتهی G , تمام رئوس با هم مجاور هستند و رابطه $2(p + \delta) = q + 2$ برقرار است. حاصل Δ کدام است؟

۹ (۴)

۶ (۳)

۷ (۲)

۸ (۱)

محل انجام محاسبه



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر



دفترچه شماره ۲۵

۱۴۰۱/۱۰/۱۵

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۵۵

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سوالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	فیزیک	۳۰	۵۱	۸۰	۴۵ دقیقه
۲	شیمی	۲۵	۸۱	۱۰۵	۲۵ دقیقه

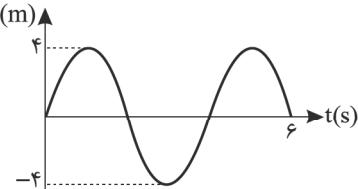
مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل بازدهم	سرفصل دوازدهم
فیزیک	—	—	نیمسال اول
شیمی	—	—	نیمسال اول

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.



-۵۱- معادله سرعت - زمان متحرکی در حرکت روی خط راست در SI به صورت $v = -2t + 6$ داده شده است. مقدار تندی متوسط در ۴ ثانیه اول چند برابر اندازه سرعت متوسط در این مدت است؟

-۵۲- نمودار مکان - زمان ذرهای که روی خط راست حرکت می‌کند مطابق شکل، یکتابع سینوسی است. چه تعداد از جمله‌های زیر در حرکت این ذره درست است؟



۱/۵ (۳)

۱/۲۵ (۲)

(الف) در بازه زمانی دو بار تغییر جهت متواالی بردار مکان، شتاب حرکت در جهت منفی محور مکان است.

(ب) در بازه ۱۸ تا ۳۸، شتاب متوسط صفر است.

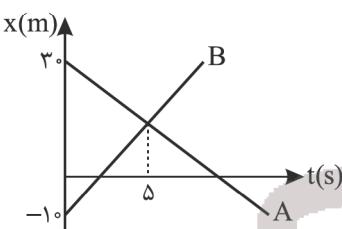
(ج) تندی متوسط در بازه صفر تا ۶۸ برابر $\frac{4}{8} \text{ m/s}$ است.

(د) در ۶ ثانیه اول، ۳ بار جهت سرعت و ۲ بار جهت شتاب حرکت تغییر می‌کند.

۳ (۳)

۱ (۲)

-۵۳- نمودار مکان - زمان دو ذره A و B در حرکت روی خط راست مطابق شکل است. در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه، فاصله دو متحرک از یکدیگر 120 m متر می‌شود؟



۱۰ (۱)

۱۲ (۲)

۱۵ (۳)

۲۰ (۴)

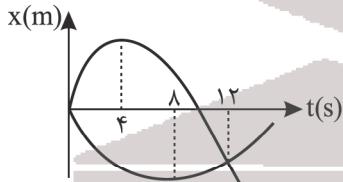
-۵۴- در حرکت روی خط راست دو متحرک A و B با تندی ثابت $v_A = 4\text{ m/s}$ و $v_B = 20\text{ m/s}$ هم‌زمان از مکان‌های $x_A = 4\text{ m}$ و $x_B = -10\text{ m}$ به سمت هم حرکت کرده و در مکان $x = 8\text{ m}$ به هم می‌رسند. اگر این دو متحرک از همان مکان‌های قبلی و با همان تندی‌های قبلی به سمت مبدأ مکان حرکت کنند، در چه مکانی بر حسب متر به هم می‌رسند؟

(۱) صفر (۲) -2 m (۳) -4 m (۴) -6 m

-۵۵- ذرهای که روی خط راست حرکت می‌کند، در یک لحظه تندی خود را با شتاب ثابت کم کرده و پس از مدت زمان ۱۰ ثانیه متوقف می‌شود. جایه‌جایی ذره در ۴ ثانیه دوم حرکت چند برابر جایه‌جایی آن در ۲ ثانیه اول حرکت است؟

(۱) $\frac{4}{9}$ (۲) $\frac{9}{4}$ (۳) $\frac{9}{8}$ (۴) $\frac{8}{9}$

-۵۶- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که با شتاب ثابت روی خط راست حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه تندی حرکت دو متحرک یکسان می‌شود؟



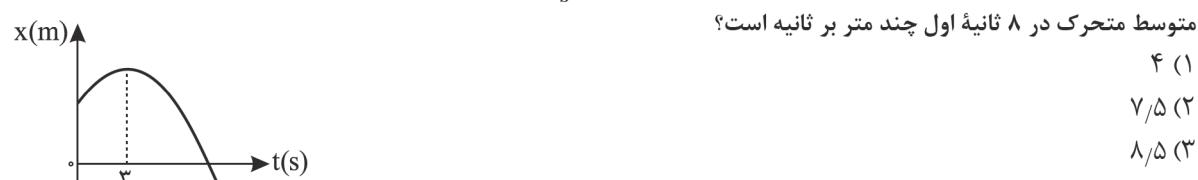
۱۰ (۱)

۸ (۲)

۶ (۳)

۴ (۴)

-۵۷- سهمی شکل زیر، نمودار مکان - زمان ذرهای که با اندازه شتاب ثابت $\frac{4}{3}\text{ m/s}^2$ روی خط راست حرکت می‌کند، را نشان می‌دهد. تندی متوسط متحرک در ۸ ثانیه اول چند متر بر ثانیه است؟



۴ (۱)

۷/۵ (۲)

۸/۵ (۳)

۹/۵ (۴)

-۵۸- ذرهای از حال سکون با شتاب ثابت a بر خط راست به حرکت درمی‌آید و پس از مدتی که تندی آن به ۷ رسید، با شتاب ثابت $2a$ سرعتش را کم می‌کند تا متوقف شود. اگر زمان حرکت تندشونده ۴۸ و سرعت متوسط متحرک در مدت زمان کل حرکت برابر باشد، مقدار a چند متر بر مجدور ثانیه است؟

(۱) ۱۸ (۲) ۱۲ (۳) ۶ (۴) ۳

۵۹- گلوله‌ای در شرایط خلا رها می‌شود و بعد از مدتی به زمین می‌خورد و در مدت زمان ۳ ثانیه آخر حرکت، مسافت ۱۵۰ متر را طی می‌کند

$$(g = 10 \frac{m}{s^2}) \text{ است؟}$$

- ۳۵) ۴ ۷۵) ۳ ۶۵) ۲ ۵۵) ۱

۶۰- گلوله‌ای در شرایط خلا رها می‌شود. ۲ ثانیه بعد گلوله‌ای دیگر از همان نقطه به دنباله گلوله اول رها می‌شود. اگر حداکثر فاصله دو

$$(g = 10 \frac{m}{s^2}) \text{ گلوله از هم در مدت سقوط ۱۰۰ متر باشد، گلوله‌ها ابتدا از چه ارتفاعی رها شده‌اند؟}$$

- ۱۸۰) ۴ ۱۶۰) ۳ ۱۲۰) ۲ ۱۰۰) ۱

۶۱- جسمی از فاصله R_e از سطح زمین رها می‌شود. اگر بزرگی مقاومت هوا بر روی جسم ناچیز فرض شود، حرکت جسم تا رسیدن به

$$(g = 10 \frac{m}{s^2}) \text{ زمین چگونه است؟ (شتاب گرانشی در نزدیکی سطح زمین ۱۰ \frac{m}{s^2} \text{ است.)}}$$

- ۱) حرکت با شتاب ثابت و تندشونده است.

$$2) \text{ حرکت تندشونده است و بزرگی شتاب آن به صورت خطی از } \frac{2}{5} \frac{m}{s^2} \text{ به } 10 \frac{m}{s^2} \text{ می‌رسد.}$$

$$3) \text{ حرکت تندشونده است و بزرگی شتاب آن به صورت غیرخطی از } \frac{2}{5} \frac{m}{s^2} \text{ به } 10 \frac{m}{s^2} \text{ می‌رسد.}$$

- ۴) حرکت ابتدا تندشونده با شتاب متغیر و سپس با سرعت ثابت است.

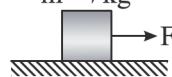
۶۲- نمودار سرعت - زمان یک جسم کروی توپر با چگالی $\frac{g}{cm^3}$ و شعاع ۵ cm که در هوا سقوط می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر در

$$(\pi = 3, g = 10 \frac{m}{s^2}) \text{ یک لحظه شیب نمودار برابر ۶ واحد SI باشد، در این لحظه بزرگی مقاومت هوا چند نیوتون است؟}$$



۶۳- مطابق شکل به جسم ساکن روی سطح افقی، نیروی افقی $80N$ را وارد می‌کنیم و جسم در آستانه حرکت است. نیرویی که سطح افقی

به جسم وارد می‌کند نیوتون و ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح است. $(g = 10 \frac{N}{kg})$

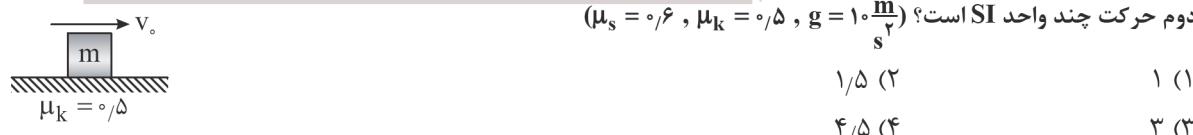


$$(g = 10 \frac{N}{kg}) \text{ است.}$$

$$1) \frac{3}{4} \quad 2) \frac{4}{3} \quad 3) \frac{3}{4} \quad 4) \frac{4}{3}$$

۶۴- جعبه‌ای به جرم ۲۰۰ گرم بر روی سطح افقی دارای اصطکاک با تندی اولیه $40 \frac{m}{s}$ پرتاب می‌شود. بزرگی تغییر تکانه جسم در ۳ ثانیه

$$(\mu_s = 0.6, \mu_k = 0.5, g = 10 \frac{m}{s^2}) \text{ دوم حرکت چند واحد SI است؟}$$



$$1) 5/2 \quad 2) 1/1$$

$$3) 4/5 \quad 4) 3/4$$

۶۵- در شکل زیر، نیروی قائم F' چند نیوتون باشد تا جسم $4 kg$ روی دیوار قائم در آستانه حرکت به سمت بالا قرار گیرد؟ $(\mu_s = 0.3, g = 10 \frac{N}{kg})$



$$1) 40$$

$$2) 60$$

$$3) 80$$

$$4) 100$$

- ۶۶- جسمی روی نیروسنج درون آسانسور قرار دارد. آسانسور یک بار به صورت تندشونده، رو به بالا و بار دیگر به صورت تندشونده پایین می‌رود. اگر عددی که نیروسنج در هنگام بالا رفتن نشان می‌دهد، ۳ برابر عددی باشد که در حرکت رو به پایین نشان می‌دهد و شتاب رو

$$(g = 10 \frac{m}{s^2}) \text{ است؟}$$

۲) ۴

۳) ۳

۴) ۲

۵) ۱

- ۶۷- جسمی در روی سطح زمین قرار دارد. اگر جسم به اندازه ۳ برابر شعاع کره زمین از سطح زمین دور شود، نیروی گرانشی که زمین به جسم وارد می‌کند، چند درصد کم می‌شود؟

۸۷/۵) ۴

۱۲/۵) ۳

۹۳/۷۵) ۲

۶/۲۵) ۱

- ۶۸- دو ماهواره در فاصله‌های R و $2R$ از سطح زمین در حال دوران به دور زمین هستند. اگر ماهواره دورتر جرمی ۲ برابر جرم ماهواره نزدیک‌تر داشته باشد، انرژی جنبشی ماهواره دورتر چند برابر انرژی جنبشی ماهواره نزدیک‌تر است؟

۴) ۴

۱/۳

۳/۴) ۲

۳) ۱

- ۶۹- در یک حرکت دایره‌ای یکنواخت اندازه شتاب و سرعت به ترتیب 16π و 2 واحد SI داده شده‌اند. این جسم در هر دقیقه چند مرتبه محیط دایره را طی می‌کند؟

۳۰) ۴

۶۰) ۳

۱۲۰) ۲

۲۴۰) ۱

- ۷۰- ذره‌ای به جرم 200 گرم را به انتهای فنر سبکی به طول 20 سانتی‌متر بسته و آن را در مسیر دایره‌ای روی سطح افقی با اصطکاک ناچیز حول سر دیگر فنر می‌چرخانیم اگر هنگام چرخاندن طول فنر برابر 25 سانتی‌متر و دوره حرکت 2 ثانیه شود، ثابت فنر بر حسب یکای کدام است؟ ($\pi^2 = 10$) SI

۱۰) ۴

۲۰) ۳

۲۵) ۲

۴۰) ۱

- ۷۱- معادله مکان - زمان نوسانگ هماهنگ ساده در SI به صورت $x = 2\cos(10\pi t)$ داده شده است. در بازه $t \leq 100$ س، چند ثانیه سرعت و شتاب هم‌جهت هستند؟

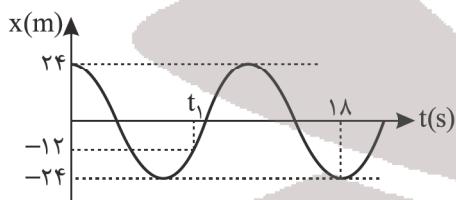
۱/۴۰) ۴

۱/۲۰۰) ۳

۱/۵) ۲

۱/۱۰۰) ۱

- ۷۲- نمودار مکان - زمان ذره‌ای که حرکت هماهنگ ساده دارد مطابق شکل است. در بازه زمانی صفر تا t_1 تندی متوسط حرکت چند متر بر ثانیه است؟



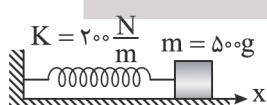
۵/۵) ۱

۵) ۲

۷/۵) ۳

۸) ۴

- ۷۳- مطابق شکل وزن متصول به فنر را از حالت تعادل به اندازه 30 cm به طرف راست کشیده و سپس رها می‌کنیم. اگر اصطکاک سطح با جسم ناچیز باشد بزرگی شتاب متوسط حرکت در بازه زمانی که دو بار متوالی شتاب آن صفر می‌شود چند متر بر مذبور ثانیه است؟ ($\pi = 3$)



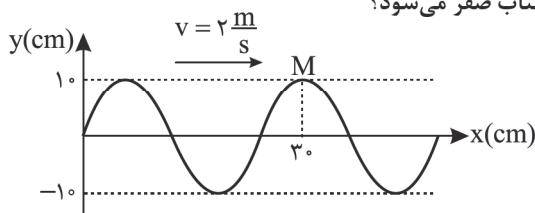
۴۰) ۱

۶۰) ۲

۸۰) ۳

۱۰۰) ۴

- ۷۴- شکل زیر نقش موج عرضی در لحظه $t = 0$ را نشان می‌دهد که در یک طناب کشیده افقی منتشر می‌شود پس از چه مدت زمان بر حسب ثانیه از لحظه $t = 0$ برای اولین بار شتاب حرکت در نقطه M روی طناب صفر می‌شود؟



۰/۱۵) ۱

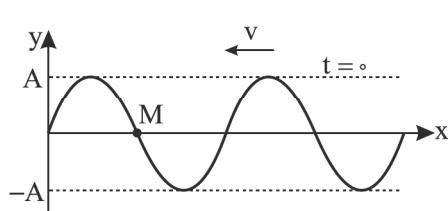
۰/۰۳) ۲

۰/۱۶) ۳

۰/۱۲) ۴

محل انجام محاسبه

۷۵- شکل زیر نقش موج عرضی پیش رونده در یک طناب را در $t = 0$ نشان می‌دهد که در خلاف جهت محور x ها در حال انتشار است. کدام یک از نمودارهای زیر به ترتیب از راست به چپ می‌تواند سرعت نوسان نقطه M و شتاب نقطه M واقع بر طناب بر حسب زمان باشد؟



(۴) ب و د

(۳) الف و ج

(۲) ج و د

(۱) الف و ب

۷۶- در یک سیم افقی با چگالی $4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و مساحت سطح مقطع $4 \times 5 \text{ mm}^2$ موج عرضی با دامنه 4 cm انتشار می‌یابد. اگر نیروی کشش سیم 20 نیوتون باشد و یک ذره سیم در مدت زمان یک ثانیه در اثر نوسان، مسافت 40 cm را طی کند، طول موج انتشار یافته در ریسمان چند متر است؟

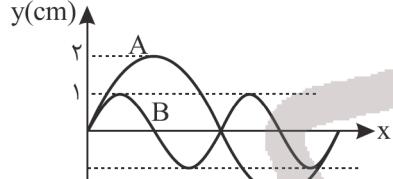
(۴) ۱۶۰

(۳) ۱۲۰

(۲) ۸۰

(۱) ۴۰

۷۷- شکل زیر نقش موج دو موج عرضی A و B را نشان می‌دهد که در یک ریسمان منتشر شده‌اند؛ انرژی موج A چند برابر انرژی موج B می‌باشد؟



۷۸- اگر 1 m ثابت تراوایی مغناطیسی خلا و 4 m ثابت گذردهی خلا باشد، یکای کدام یک از گزینه‌های زیر معادل یکای کیلوگرم ژول است؟

(۴) $\frac{1}{4} (\text{E.E})$ (۳) $\frac{1}{3} (\text{E.E})$ (۲) $\frac{1}{2} (\text{E.E})$ (۱) 1 E.E

۷۹- در یک موج الکترومغناطیسی، اگر جهت میدان مغناطیسی در جهت شمال و جهت انتشار موج در جهت غرب باشد میدان الکتریکی ایجاد کننده امواج الکترومغناطیسی در چه جهتی است؟

(۴) غرب

(۳) پایین

(۲) بالا

(۱) شرق

۸۰- بسامد نور تکرنگی در شیشه 450 nm تراهازت است. بسامد این نور در آب چند تراهازت است؟ (سرعت نور در شیشه و آب به ترتیب

 $2 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ و $2.25 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است).

(۴) ۳۶۰

(۳) ۵۰۶/۲۵

(۲) ۴۰۰

(۱) ۴۵۰

۸۱- کدام گزینه نادرست است؟

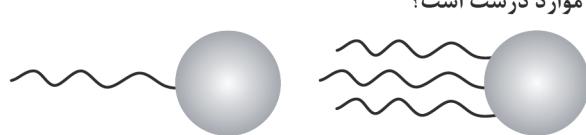
(۱) شاخص امید به زندگی، میانگین عمر انسان‌ها با توجه به خطرات موجود را نشان می‌دهد.

(۲) عسل در ساختار خود شمار زیادی گروه هیدروکسیل دارد.

(۳) اتیلن گلیکول و اوره هر دو در آب محلول بوده و شمار اتم‌های هیدروژن در ساختار آنها برابر است.

(۴) خاکستر حاوی موادی است که برای زدودن چربی‌ها مناسب است.

۸۲- با توجه به شکل‌های زیر که نمایشی از مولکول‌های چربی است، کدام موارد درست است؟



(۱)

(۲)

(آ) هر دو ترکیب در ساختار خود دارای بخش‌های قطبی و ناقطبی می‌باشند.

(ب) نیروی بین مولکولی غالب در دو ترکیب داده شده متفاوت است.

(پ) مولکول (۲) را می‌توان از واکنش مقدار کافی از مولکول (۱) با یک الکل 3 عاملی به دست آورد.

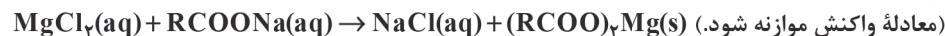
(ت) ترکیب (۱) نوعی کربوکسیلیک اسید بوده و در نتیجه برخلاف ترکیب (۲) محلول در آب است.

(۴) آ، پ و ت

(۳) آ، ب و ت

(۲) آ و پ

-۸۳ از واکنش $\frac{1}{4}$ مول صابون با مقدار کافی محلول منیزیم کلرید مقدار $\frac{1}{2}$ گرم رسوب تولید شده است. جرم مولی اسید چرب به کار ($H = 1$, $C = 12$, $O = 16$, $Mg = 24$: g.mol $^{-1}$) رفته در تولید این صابون کدام است؟



۲۸۲ (۴)

۲۷۰ (۳)

۲۸۴ (۲)

۲۶۸ (۱)

-۸۴ در ارتباط با ترکیب داده شده، همه گزینه های زیر درست است، به جزء.....

(۱) از مواد پتروشیمیایی طی واکنش های پیچیده در صنعت تولید می شود.

(۲) دو اتم کربن در ساختار آن به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیستند.

(۳) بخش قطبی آن دارای ۶ جفت الکترون ناپیوندی است.

(۴) با یون های Mg^{2+} و Ca^{2+} تشکیل رسوب نمی دهد.

-۸۵ چند مورد از عبارت های زیر درست است؟

(آ) مسیر عبور نور در کلوبیدها برخلاف سوسپانسیون ها قابل مشاهده است.

(ب) افزون بر دما، نوع پارچه و نوع آب نیز بر قدرت پاک کنندگی صابون تأثیرگذار است.

(پ) حضور ماده شیمیایی کلردار در صابون، سبب افزایش خاصیت ضد عفونی کنندگی آن می شود.

(ت) رنگ کاغذ pH در محلول جوهernمک و صابون یکسان است.

(ث) برای کاهش میزان اسیدی بودن خاک، به آن اکسید سومین فلز قلیایی خاکی را می افزایند.

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

-۸۶ کدام گزینه نادرست است؟

(۱) حل شدن انواع اسیدها در آب، سبب افزایش مقدار یون های موجود در آب می شود.

(۲) شمار یون های حاصل از اتحال یک مول N_2O_5 و یک مول BaO در آب یکسان است.

(۳) ورود فاضلاب های صنعتی به محیط زیست، سبب تغییر $[H^+]$ می شود.

(۴) به کمک مدل آرنیوس نمی توان میزان اسیدی یا بازی بودن یک محلول را تعیین کرد.

-۸۷ اگر در محلول 2 مولار باز ضعیف $B(OH)_2$ ، پس از یونش، غلظت گونه ها $\frac{1}{5}$ برابر شود، درجه یونش و ثابت یونش باز به ترتیب از راست به چپ برابر کدام است؟

۱/۳ و ۱/۴

۱/۲ و ۱/۶

۱/۲ و ۱/۳

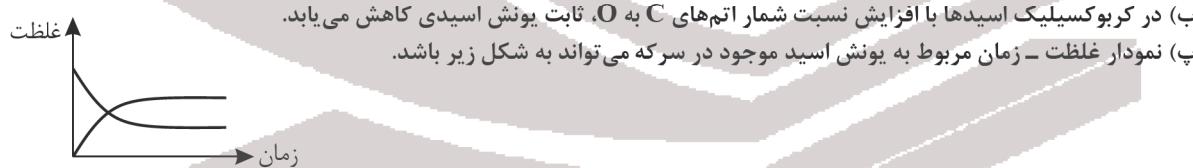
۱/۴ و ۱/۶

-۸۸ چند مورد از عبارت های زیر نادرست است؟

(آ) رسانایی الکتریکی محلول اسید قوی قطعاً از رسانایی الکتریکی محلول اسید ضعیف بیشتر است.

(ب) در کربوکسیلیک اسیدها با افزایش نسبت شمار اتم های C به O، ثابت یونش اسیدی کاهش می یابد.

(پ) نمودار غلظت - زمان مربوط به یونش اسید موجود در سرکه می تواند به شکل زیر باشد.



ت) در اثر واکنش 3 لیتر محلول 1 مولار از هر یک از اسیدهای HCl و HF با فلز منیزیم، در مجموع $\frac{1}{2} 67$ لیتر گاز H_2 در شرایط STP تولید می شود.

ث) همه اکسیدها با آب واکنش داده و سبب تغییر pH آن می شوند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

-۸۹ کدام موارد از عبارت های زیر نادرست است؟

(آ) در دمای اتاق، محلول 5 مولار HCl نسبت به محلول 0.5 مولار آن، ثابت یونش بزرگ تری دارد.

(ب) $[H^+]$ و $[OH^-]$ در آب خالص و در هر دمایی برابر است.

(پ) برای محلول های آبی و در دمای اتاق، بیشترین غلظت یون هیدرونیوم برابر یک مولار است.

(ت) pH محلول مولار هیدروکسید فلزات قلیایی در دمای اتاق برابر 14 است.

۴ ب و ت

۳ آ و پ

۲ آ و ب

۱ فقط آ

-۹۰ نسبت غلظت یون هیدروکسید در محلول اسیدی با $pH = 4/7$ به غلظت یون هیدرونیوم در محلول بازی با $pH = 11/4$ ، در دمای اتاق برابر کدام است؟ ($\log 2 = 0.3$)

۱۲۵ (۴)

۱۵۰ (۳)

۲۰۰ (۲)

۱۷۵ (۱)

-۹۱ m گرم باریم اکسید 50 درصد خالص را در 2000 میلی لیتر آب حل می کنیم. اگر pH محلول نهایی برابر $13/4$ باشد، m برابر کدام است و برای $1/0$ واحد کاهش pH محلول، چند گرم نیتریک اسید خالص لازم است؟ (گزینه ها را از راست به چپ بخوانید).

$$(N = 14, H = 1, Ba = 137, O = 16 : g \cdot mol^{-1})$$

$$6/3 - 153 \quad 12/6 - 76/5(3) \quad 12/6 - 153 \quad 6/5 - 76/5(2)$$

-۹۲

مطلوب ذکر شده در کدام گزینه نادرست است؟

۱) در محلول شیشه پاک کن، یون های آمونیوم و هیدروکسید وجود دارد.

۲) در واکنش خنثی شدن اسید - باز، کاتیون باز و آنیون اسید دست نخورده باقی میماند.

۳) اغلب اسیدهای شناخته شده، الکترولیت قوی به شمار می روند.

۴) در اثر واکنش هیدروکلریک اسید با رسوب روی دیواره لوله ها، فراورده های محلول در آب و یا گازی تولید می شود.

-۹۳

کدام موارد از عبارت های زیر نادرست است؟

آ) در معادله موازن شده واکنش جوش شیرین با اسید معده، مجموع ضرایب استوکیومتری مواد برابر 5 است. (فراورده های واکنش، یک ترکیب یونی، آب و کربن دی اکسید است).

ب) در نمونه ای خاک که غلظت یون هیدرونیوم آن $3 \times 10^{-6} mol \cdot L^{-1}$ است، گل ادریسی به رنگ قرمز شکوفا می شود.

پ) در شرایط یکسان، هرچه K_b بازی کوچک تر باشد، pH آن نیز کمتر است.

ت) ماده مؤثر در تمامی ضد اسیدها در ساختار خود دارای یون هیدروکسید است.

۱) ب و ت \quad ۲) ب و پ \quad ۳) آ و پ

-۹۴

کدام یک از گزینه های زیر نادرست است؟

۱) واکنش های همراه با داد و ستد الکترون، مبنای تولید انرژی الکتریکی هستند.

۲) پر کاربرد ترین شکل انرژی در به کار گیری فناوری ها، انرژی الکتریکی است.

۳) واکنش انجام شده در بازی سلول های خورشیدی، برگشت ناپذیر است.

۴) به کمک الکتروشیمی می توان از کیفیت فراورده های دارویی، آرایشی و بهداشتی تولید شده اطمینان حاصل کرد.

-۹۵

چند مورد از عبارت های زیر درست است؟

آ) باتری مولدی است که در آن با جایه جایی الکترون یک واکنش شیمیابی انجام می شود.

ب) در واکنش میان فلزات و نافلزات، فراورده های حاصل به آرایش الکترونی گاز نجیب می رسند.

پ) Pt و Au برخلاف اغلب فلزات اکسید نمی شوند.

ت) همه نیم واکنش ها باید از لحاظ جرم و بار الکتریکی موازن هنگام باشند.

ث) در واکنش اکسید شدن فلز روی، گاز اکسیژن نقش اکسنده را دارد.

۱) ۲ \quad ۳ \quad ۴

-۹۶

کدام موارد از عبارت های زیر درست است؟

آ) در واکنش $Fe(s)$ با $CuSO_4(aq)$ ، فلز Fe سبب کاهش اتم های Cu می شود.

ب) در واکنش میان فلز با قدرت کاهنده بالا و کاتیون های فلزی، سامانه بخشی از انرژی خود را به شکل گرما به محیط می دهد.

پ) در واکنش فلز آلومینیم با کاتیون های مس، به ازای مصرف 1 مول گونه کاهنده، 6 مول الکترون مبادله می شود.

ت) فلز Au با محلول حاوی کاتیون مس واکنش نمی دهد، زیرا قدرت کاهنده Au آن از فلز Cu کمتر است.

۱) آ، ب و ت \quad ۲) آ، پ و ت \quad ۳) ب، پ و ت \quad ۴) ب و ت

-۹۷

با توجه به معادله واکنش های داده شده، قوی ترین کاهنده و دومین اکسنده قوی به ترتیب از راست به چپ کدام هستند؟



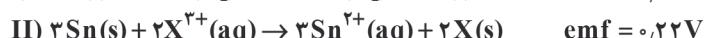
۱)

-۹۸ شمار الکترون های مبادله شده در اثر قرار دادن تیغه ای از جنس روی درون محلول $CuSO_4$ با شمار الکترون های مبادله شده در سلول گالوانی (SHE - Ag) برابر است. اگر در اثر واکنش انجام شده جرم تیغه روی به اندازه $9/2$ گرم تغییر کند، جرم تیغه کاتدی در سلول گالوانی چند گرم افزایش می یابد؟ (فرض کنید 80% فلز مس بر روی تیغه روی قرار می گیرد).

$$(Zn = 65, Cu = 64, Ag = 108 : g \cdot mol^{-1}, E^\circ(Ag^+/Ag) = 0.8 V)$$

$$182(4) \quad 156(3) \quad 108(2) \quad 144(1)$$

- ۹۹- با توجه به اطلاعات داده شده، E° نیم‌سلول X برابر کدام است؟ $E^\circ(\text{Mn}^{r+}/\text{Mn}) = -1.18 \text{ V}$



(۴)

(۳)

(۲)

۰/۱۸

(۲)

۰/۳۶

- ۱۰۰- چند مورد از عبارت‌های زیر نادرست است؟

آ) سلول‌های گالوانی می‌توانند به عنوان باتری، منبع تولید انرژی الکتریکی باشند.

ب) اگر E° نیم‌سلول فلز Y منفی باشد، فلز Y کاهنده‌تر از کاتیون‌های H^+ است.

پ) در هنگام کار سلول‌های گالوانی، محلول‌های الکتروولیت موجود در دو ظرف از نظر بار الکتریکی خنثی هستند.

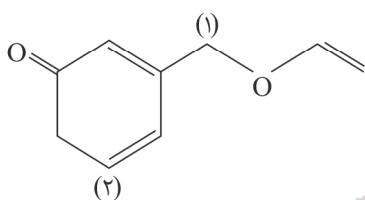
ت) واکنش گازهای H_2 و O_2 در سلول سوختی کنترل شده بوده و از این رو بازده تبدیل انرژی در آن نسبت به موتور درون‌سوز، بیشتر است.ث) مقدار عددی emf را در ترین سلول سوختی برابر با E° نیم‌سلول آندی آن است.

(۴)

(۳)

(۲)

(۱)



- ۱۰۱- مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن مشخص شده در ترکیب زیر برابر با کدام است؟

(۱) صفر

(۲) +۱

(۳) +۲

(۴) -۲

- ۱۰۲- کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

۱) نخستین فلز قلیایی، در میان فلزها، کمترین چکالی و کمترین E° را دارد.

۲) سلول سوختی نوعی سلول گالوانی است که منبع انرژی سبز به شمار می‌رود.

۳) در همه باتری‌ها با انجام نیم‌واکنش‌های آندی و کاتدی، جریان الکتریکی در مدار درونی برقرار می‌شود.

۴) جهت حرکت الکترون‌ها و یون‌های هیدرونیوم در سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن یکسان است.

- ۱۰۳- کدام موارد از عبارت‌های زیر درست است؟

آ) در فرایند برگرافت آب، اطراف کاتد محیط بازی بوده و گاز O_2 نیز تولید می‌شود.

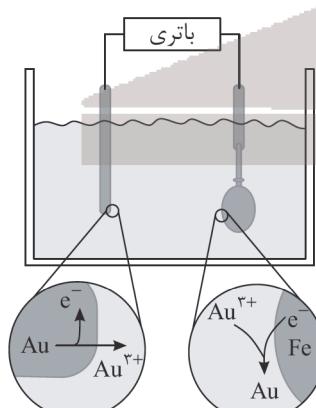
ب) پرمصرف‌ترین فلز جهان، عنصری واسطه متعلق به دوره ۴ و گروه ۸ جدول تناوبی است.

پ) در سلول‌های الکتروولیتی با اعمال یک ولتاژ معین، یون‌ها به سوی الکترود با بار ناهم‌نام حرکت می‌کنند.

ت) ضریب الکترون در معادله موازن شده نیم‌واکنش کاهش سلول سوختی نیم‌واکنش اکسایش برگرافت آب نابرابر است.

(۱) آ، ب و ت (۲) پ و ت (۳) ب و پ (۴) آ، ب و پ

- ۱۰۴- با توجه به شکل زیر که آبکاری یک قاشق فولادی با فلز طلا را نشان می‌دهد، چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟

 $(\text{Au} = 197 \text{ g.mol}^{-1})$ 

آ) سلول مورد استفاده الکتروولیتی است و الکترودهای آندی و کاتدی در آن بی‌اثر هستند.

ب) به ازای میادله 9.0×10^{23} الکترون، جرم قاشق 295.5 g افزایش می‌یابد.

پ) قطب منفی باتری به فلز طلا و قطب مثبت آن به قاشق فولادی متصل است.

ت) الکتروولیت به کار رفته در این سلول باید حاوی یون‌های Au^{r+} باشد.

(۱)

(۲)

(۳)

(۴)

- ۱۰۵- همه گزینه‌های زیر درست هستند، به جز.....

۱) در فرایند آبکاری، کاتد حتماً باید رسانای جریان برق باشد.

۲) در فرایند هال تیغه‌های گرافیتی آند در فرایند اکسایش شرکت می‌کنند.

۳) در شرایط یکسان، غلظت یون هیدرونیوم محیط تأثیری در میزان خوردگی آهن ندارد.

۴) فراورده نهایی خوردگی، زنگ آهن است که در آن نسبت شمار آنیون به کاتیون برابر ۳ است.



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

آزمون شماره ۹
۱۴۰۱ هی ۱۵



پاسخنامه ریاضی - فیزیک

ردیف	نام درس	سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران
۱	حسابات	حسین گلزاری - مهرداد کیوان	حسین شفیعزاده - مهرداد کیوان	داریوش امیری - سینا پرهیزکار
۲	هندسه	مهریار راشدی	علیرضا شیرازی - حسن محمدبیگی	داریوش امیری - مهدیار شریف
۳	گسسته	رضا توکلی	رضا توکلی - کیوان دارابی	داریوش امیری - نیکا موسوی
۴	فیزیک	جواد قزوینیان	مجتبی دانایی - مرتضی میرخانی	امیرعلی قزوینیان - محمد رضا خادمی
۵	شیمی	مسعود جعفری	محبوبه بیک محمدی - محمد عظیمیان زواره	ترنم توکلی - کارو محمدی

گروه تایپ و ویراستاری (به ترتیب حروف الفبا)

زهرا احدی - رقیه اسدیان - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - زهرا پروین - معین الدین تقیزاده - مهرداد شمسی

برای اطلاع از اخبار مرکز سنجش آموزش مدارس برتر، به کanal تلگرام [@taraaznet](https://t.me/taraaznet) مراجعه نمایید.



گزینه ۳ صحیح است.

$$f(-1) = 0 \Rightarrow -1 + 2 - a - 5 = 0 \Rightarrow a = -4$$

$$\Rightarrow f(x) = x^3 + 2x^2 - 4x - 5$$

$$4x - a = 4x + 4 = 0 \Rightarrow x = -1$$

$$R = f \circ f(-1) \Rightarrow f(-1) = 0$$

$$\Rightarrow R = f(0) = -5$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۹)

گزینه ۲ صحیح است.

برای یافتن باقی مانده f بر $x^3 - 1$ کافی است قرار دهیم $1 = x^3$

$$\Rightarrow R(x) = x^3 \cdot x + mx + n = (m+1)x + n$$

چون باقی مانده f بر $x^3 - 1$ و $x - a$ با هم برابر است پس باید $(x-a)$ یک عدد باشد یعنی $m+1=0$ یعنی $m=-1$ از طرفی:

$$R(x) = n \Leftarrow x^3 - 1 = a^3 \Rightarrow a^3 - a = 0$$

$$R' = f(a) = a^3 - a + n = a^3 - a \Rightarrow a^3 - a = 0$$

$$\Rightarrow a^3 = a \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = -1 \\ a = 0 \end{cases}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه های ۱۸ و ۱۹)

گزینه ۲ صحیح است.

$$f(x) = \frac{a}{\pi} \sin^{\frac{1}{2}} \frac{x}{a} \Rightarrow \begin{cases} \text{Max} = \frac{|a|}{\pi} \\ T = \frac{\pi}{\frac{1}{2}} = \frac{\pi |a|}{2} \end{cases}$$

$$\frac{|a|}{\pi} = 2 \Rightarrow |a| = \pi \Rightarrow T = 4\pi$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۲۷)

گزینه ۳ صحیح است.

چون تابع دارای Max روی محور عرضها است پس $b < 0$ یعنی $a > 0$
 $\text{Max} = 6 \Rightarrow a + |b| = 6$

$$T = \pi \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = \pi \Rightarrow \left| \frac{a}{b} \right| = \frac{1}{2} \Rightarrow 2|a| = |b|$$

$$a + |b| = 6 \Rightarrow a + 2|a| = 6 \quad \text{از طرفی:}$$

$$1 : a > 0 \Rightarrow 3a = 6 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow b = -4$$

$$2 : a < 0 \Rightarrow -a = 6 \Rightarrow a = -6 \Rightarrow b = -12$$

$$1 : f(x) = 2 + 4 \cos 2x \Rightarrow f\left(\frac{7\pi}{6}\right) = 2 + 4 \times \frac{1}{2} = 4$$

$$2 : f(x) = -6 + 12 \cos 2x \Rightarrow f\left(\frac{7\pi}{6}\right) = -6 + 12 \times \frac{1}{2} = 0$$

با توجه به گزینه های موجود، گزینه ۳ صحیح است.

(حسابان دوازدهم، صفحه های ۲۱ و ۲۷)

گزینه ۳ صحیح است.

$$A\left(\frac{3}{2}, 1\right) \Rightarrow \begin{cases} f\left(\frac{3}{2}\right) = 1 \\ \frac{3T}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow T = 1 \Rightarrow \frac{\pi}{|a\pi|} = 1 \Rightarrow |a| = 3 \\ \text{Min} = -1 \end{cases}$$

دقست کنید $f(\cdot) = a$ پس $a > 0$ یعنی $a = 3$
 $f(x) = 3 - b \sin^{\frac{1}{2}} \pi x$

$$f\left(\frac{3}{2}\right) = 1 \Rightarrow 3 - b \times 1 = 1 \Rightarrow b = 2 \Rightarrow f(x) = 3 - 2 \sin^{\frac{1}{2}} \pi x$$

$$\Rightarrow \text{Max} = 3$$

(حسابان دوازدهم، صفحه های ۲۱ و ۲۷)

گزینه ۱ صحیح است.

$$f(x) \xrightarrow{\text{و یک واحد به راست انتقال}} y = 6(x-2) - (x-2)^3$$

$$\Rightarrow y = 6x - 12 - (x^3 - 4x^2 + 4) = -x^3 + 10x - 16$$

حال نسبت به y ها قرینه کنیم $x \rightarrow -x$ تبدیل می شود.

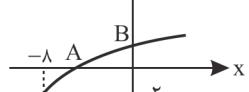
$$= -x^3 - 10x - 16 = \text{شكل حاصل}$$

قرار است نمودار به دست آمده f را قطع کند پس:

$$-x^3 - 10x - 16 = 6x - x^3 \Rightarrow 16x = -16 \Rightarrow x = -1$$

(حسابان دوازدهم، صفحه های ۹ و ۱۰)

گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا f را رسم می کنیم.

$$f = 0 \Rightarrow \sqrt{2x + 16} = 2 \Rightarrow 2x + 16 = 4 \Rightarrow x = -6$$

$$A \left| -6 \right.$$

برای آنکه نمودار تابع $y = f(x+a) + a$ از ناحیه دوم عبور نکند، اگر $y > 0$ محال است از ناحیه دوم عبور نکند یعنی همیشه از ناحیه دوم می گذرد.اما اگر $y < 0$ آنگاه با فرض $-2 \leq a < 0$ آنگاه نمودار از ناحیه دوم عبور نمی کند.

(حسابان دوازدهم، صفحه ۳)

گزینه ۳ صحیح است.

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{|x|}} \xrightarrow{x > 0} y = \frac{x-a}{\sqrt{x-a}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x-a} + a = 4 \Rightarrow \sqrt{x-a} = 4 - a$$

$$\Rightarrow \sqrt{16-a} = 4 - a \Rightarrow a^2 - 8a + 16 = 16 - a$$

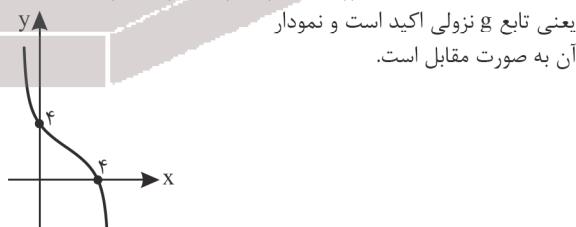
$$a^2 - 7a + 8 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = 8 \end{cases}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۳)

گزینه ۳ صحیح است.

$$y = a(bx+2)^3 \Rightarrow \begin{cases} f(0) = 4 \Rightarrow a \times 0 = 4 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \\ f(-4) = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}(-4b+2)^3 = 0 \Rightarrow b = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow g(x) = \frac{1}{2} \left(x - \frac{2}{2} \right)^3 = \frac{1}{2} \left(\frac{4-x}{2} \right)^3 = \frac{-1}{16}(x-4)^3$$

برای تابع g نزولی اکید است و نمودار آن به صورت مقابل است.نمودار g یک تابع نزولی اکید است و از ناحیه سوم عبور نمی کند.

(حسابان دوازدهم، صفحه های ۱۶ و ۱۷)

گزینه ۳ صحیح است.

$$x > 0 : f(x) = x^3 - 14x \quad 0 < x < 2$$

$$x \leq 0 : f(x) = x^3 + 6x \quad -2 < x \leq 0$$

نمودار f را رسم می کنیم.

پس ابتدا تابع صعودی و سپس نزولی است.



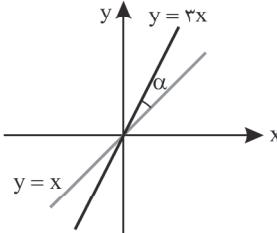
(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۶)



۱۱. گزینه ۴ صحیح است.

$$y = x \Rightarrow m = 1 \Rightarrow m = \tan \theta \Rightarrow \tan \theta = 1$$

$$y = 3x \Rightarrow m' = 3 \Rightarrow m' = \tan \beta \Rightarrow \tan \beta = 3$$



زاویه بین ۲ خط است که

$$\tan \alpha = \left| \frac{m - m'}{1 + mm'} \right| = \left| \frac{3 - 1}{1 + 3} \right| = \frac{1}{2}$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{1}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{4}{3}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۳۶)

۱۲. گزینه ۱ صحیح است.

$$f(x) = -2 \Rightarrow a - \tan \frac{\pi}{4} = -2 \Rightarrow a = -1$$

از طرفی $x = \frac{\pi}{4}$ اولین مجانب قائم تابع با طول مثبت است. از آنجایی

که تابع صعودی اکید است پس $b < 0$

$$\Rightarrow b(\frac{\pi}{6}) + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow b = -\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \Rightarrow b = -\frac{3}{4} \Rightarrow b = -\frac{9}{6}$$

$$b - a = -\frac{9}{6} + 1 = -\frac{7}{6}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۳۶)

۱۳. گزینه ۱ صحیح است.

$$\tan(x - \frac{\pi}{4}) = \frac{\sin 3x}{\cos 3x}$$

$$\tan(x - \frac{\pi}{4}) = \tan 3x \Rightarrow 3x = k\pi + x - \frac{\pi}{4}$$

$$x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}$$

در بین جواب‌های به دست آمده همه شرط $\cos 3x \neq 0$ صدق می‌کند.

(حسابان دوازدهم، صفحه ۴۲)

۱۴. گزینه ۴ صحیح است.

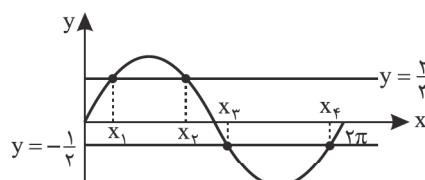
$$\sin x = 1 - 3(1 - 2 \sin^2 x)$$

$$\Rightarrow \sin x = 1 - 3 + 6 \sin^2 x \Rightarrow 6 \sin^2 x - \sin x - 2 = 0$$

$$\sin x = \frac{1 \pm \sqrt{1+48}}{12} = \frac{1 \pm 7}{12}$$

با توجه به نمودار تابع $y = \sin x$ در بازه $(0, 2\pi)$ و رسم ۲ خط

$$y = -\frac{1}{2} \text{ و } y = \frac{2}{3}$$



$$\frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow x_1 + x_2 = \pi$$

$$\frac{x_3 + x_4}{2} = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow x_3 + x_4 = 3\pi$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4\pi$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۴۲)

۱۵. گزینه ۲ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{6x+1}{ax+|x|} = \frac{6}{a-1} = -2 \Rightarrow a-1 = -3 \Rightarrow a = -2$$

$$-2x + \sqrt{x^2 + 9} = 0 \Rightarrow x^2 + 9 = 4x^2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3}$$

غیر

۱۶. گزینه ۴ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} 2x + [-2x] = 2 - 2 = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} 2x + [-2x] = 2 - 2 = -$$

پس می‌توانیم تابع را با ضابطه $(x-1)^2$ در نظر بگیریم تا

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x + [-2x]}{-(x-1)^2} = +\infty$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۵۳)

۱۷. گزینه ۲ صحیح است.

چون f با دامنه \mathbb{R} اکیداً صعودی است و $f(2) = 3$ پس می‌توانیم به ۲ روش عمل کنیم یا $f(x) = x+1$ و با این تابع حرکت کنیم یا آنکه نمودار f را به صورت مقابل فرض کنیم.

البته $f = 0$ حداکثر یک ریشه دارد.

برای آنکه تابع $y = \frac{1}{a+f(3+ax)}$ مجانب قائم داشته باشد آنگاه باید

$$3+ax=2 \Rightarrow x=\frac{-1}{a} \Rightarrow x=\frac{1}{a}$$

و به این ترتیب داریم: $a=-3$ و با توجه به آنکه $(3-3x)+f(3-3x)=3+f(3-3x)$ تابعی نزولی اکید است پس y اطراف مجانب قائم صعودی اکید می‌شود.

(حسابان دوازدهم، صفحه ۵۶)

۱۸. گزینه ۳ صحیح است.

$x = 3 \Rightarrow 90 - 18 - 9 = 0 \Rightarrow c = 3$ مجانب قائم

$$y = -1 \Rightarrow \frac{a}{c} = -1 \Rightarrow a = -c \Rightarrow a = -3$$

$$y = \frac{-3x^2 + bx + 2}{3x^2 - 6x - 9} = \frac{-3x^2 + bx + 2}{(x-3)(2x+3)}$$

نمی‌تواند مجانب قائم باشد پس باید ریشه صورت باشد.

$$-3 - b + 2 = 0 \Rightarrow b = -1$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۶۹)

۱۹. گزینه ۱ صحیح است.

مجانب افقی $y = 1$

$$y = \log_2 \frac{2x}{x+1} \text{ تابعی تک‌تکه صعودی اکید است پس}$$

تابعی صعودی اکید خواهد بود پس گزینه ۱ صحیح است.

(حسابان دوازدهم، صفحه ۶۷)

۲۰. گزینه ۲ صحیح است.

مجانب قائم f است. پس با قرار دادن $a = \frac{x}{3} - 2$ مجانب قائم

تابع به دست می‌آید لذا:

$$\frac{x}{3} = 2 - a \Rightarrow x = 6 - 3a$$

از طرفی $3+2a = 6-3a$ مجانب قائم تابع است پس:

$$\Rightarrow 5a = 3 \Rightarrow a = \frac{3}{5}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۵۵ و ۵۶)





۲۱. گزینه ۳ صحیح است.

ماتریس وارون پذیر نیست، هرگاه دترمینان آن صفر باشد.
بنابراین:

$$\begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 2 & m & -1 \\ 2 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2-m & 3m-3 \end{vmatrix} = 0.$$

$$\Rightarrow 2m-3+2-m=0 \Rightarrow 2m=1 \Rightarrow m=\frac{1}{2}$$

پس:

$$\begin{vmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ \frac{5}{4} & 2 & 4 \end{vmatrix} \text{ ماتریس} \quad \begin{vmatrix} m & 0 & 2m-1 \\ 1 & -m & m-\frac{1}{2} \\ m^2+1 & 2 & 4 \end{vmatrix} \text{ برابر است.}$$

$$\begin{vmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ \frac{5}{4} & 2 & 4 \end{vmatrix} = \left(\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)(4) = -1$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۷)

۲۶. گزینه ۱ صحیح است.

است و باید حاصل عبارت
بنابر فرض ماتریس جدید
زیر را به دست آوریم.

$$\begin{vmatrix} 3 & -1 & 5 \\ -2 & 2 & 2 \\ m & 1 & -4 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 3 & -1 & 5 \\ -2 & 2 & -1 \\ m & 1 & -4 \end{vmatrix} = 2$$

اکنون هر دو دترمینان را برحسب سطر دوم به دست می آوریم. در این صورت داریم:

$$\begin{vmatrix} 3 & -1 & 5 \\ -2 & 2 & 2 \\ m & 1 & -4 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 3 & -1 & 5 \\ -2 & 2 & -1 \\ m & 1 & -4 \end{vmatrix} = (2+1)(-1)^5 \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ m & 1 \end{vmatrix} = 2$$

$$\Rightarrow -3(3+m) = 2 \Rightarrow -9-3m = 2 \Rightarrow m = -\frac{11}{3}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۰)

۲۷. گزینه ۱ صحیح است.

مقدار $|A|$ برابر ۲ است.پس $|A|^{-1} = -\frac{1}{2}$ است و داریم:

$$B = \begin{bmatrix} |B| & |A| \\ |B|^{-1} & |A|^{-1} \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{دترمینان می گزینیم}} |B| = \begin{vmatrix} |B| & -2 \\ \frac{1}{|B|} & -\frac{1}{2} \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow |B| = -\frac{|B|}{2} + \frac{1}{|B|} \Rightarrow 2|B|^2 = -|B|^2 + 4 \Rightarrow 2|B|^2 = 4$$

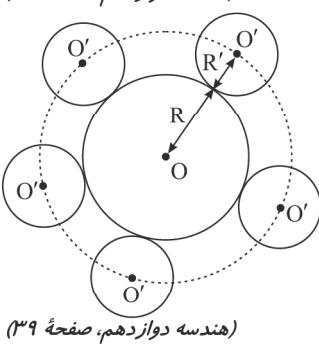
$$\Rightarrow |B|^2 = \frac{4}{3} \Rightarrow |B| = \pm \sqrt{\frac{4}{3}}$$

$$|-B| = (-)^2 |B| = |B| = \pm \frac{2}{\sqrt{3}}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۳)

۲۸. گزینه ۳ صحیح است.

مرکز دایره به شعاع R' که
بر دایرة $C(O, R)$ مماس
است، از مرکز O به فاصله
 $R + R'$ است. پس مکان
هندسی مورد نظر، دایره‌ای
به مرکز O و شعاع $R + R'$
است.



۲۱. گزینه ۳ صحیح است.

می‌دانیم ماتریس‌های هم مرتبه قابل جمع هستند، پس گزینه‌های (۱)، (۲) و (۴) نادرست هستند. در ضمن دترمینان ماتریس مربعی قابل تعریف است و ماتریس‌های AB و BA به ترتیب دارای مرتبه $n \times n$ و $n \times n$ هستند، پس $|BA|$ و $|AB|$ قابل محاسبه و تعریف است.
(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۹)

۲۲. گزینه ۳ صحیح است.

فرض کنیم $A = \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix}$ ماتریس اسکالر مورد نظر باشد. داریم:

$$2A^2 - A - 3I = 0 \Rightarrow 2 \begin{bmatrix} k^2 & 0 \\ 0 & k^2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$2k^2 - k - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} k = -1 \\ k = \frac{3}{2} \end{cases}$$

بنابراین:

$$\text{اگر } k = -1, \text{ آنگاه } A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \text{ و حاصل ضرب درایه‌های قطر اصلی, ۱ است.}$$

$$\text{اگر } k = \frac{3}{2}, \text{ آنگاه } A = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} \end{bmatrix} \text{ و حاصل ضرب درایه‌های قطر اصلی } \frac{9}{4} \text{ است. چون } 1 < \frac{9}{4}, \text{ پس جواب سوال } \frac{9}{4} \text{ است.}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۱۱)

۲۳. گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا ماتریس A^2 را به دست می آوریم.

$$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} \frac{3}{4} & -1 \\ \frac{25}{16} & -\frac{3}{4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{3}{4} & -1 \\ \frac{25}{16} & -\frac{3}{4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = -I$$

$$A^{14 \times 2} = (A^2)^{7 \times 1} = (-I)^{7 \times 1} = -I = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

پس مجموع درایه‌های ماتریس $A^{14 \times 2}$ برابر ۲ است.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۰)

۲۴. گزینه ۲ صحیح است.

شرط جواب ناششن دستگاه معادلات:
 $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ به صورت زیر است:

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'} \Rightarrow \frac{m-1}{2} = \frac{2}{m-1} \neq \frac{m+7}{6}$$

$$\frac{m-1}{2} = \frac{2}{m-1} \Rightarrow m^2 + 1 - 2m = 4 \Rightarrow m^2 - 2m - 3 = 0$$

$$\Rightarrow (m-3)(m+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = -1 \end{cases}$$

چون $m < -1$ ، پس $m = -1$ قابل قبول است.

بنابراین:

$$A = \begin{bmatrix} m+1 & 1-m \\ 1 & m^2+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{-2} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{3}{2} & 1 \\ \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

پس:

بزرگ‌ترین درایه قطر فرعی ماتریس A^{-1} برابر ۱ است.
(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۶)

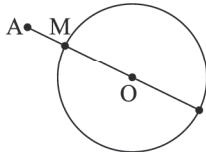


$$\text{توان ۲} \rightarrow \alpha^2 = 10\alpha^2 - 26\alpha + 17 \Rightarrow 9\alpha^2 - 26\alpha + 17 = 0$$

$$\Rightarrow (9\alpha - 17)(\alpha - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1 \\ \alpha = \frac{17}{9} \end{cases}$$

بزرگ‌ترین شعاع دایره برابر $\frac{17}{9}$ است.

(سوال ۱۳۴ کنکور سراسری ۹۹)



۳۳. گزینه ۴ صحیح است.

$$\text{نقطه } A(-4, 2) \text{ بیرون دایره: } x^2 + y^2 - 5 = 0$$

دورترین نقطه دایره از A , نقطه N است.
روی خط گذرنده از A و O قرار دارد.
باید معادله خط گذرنده از A و O را بنویسیم.

$$\begin{cases} O(0, 0) \\ A(-4, 2) \end{cases} \Rightarrow O = y = \frac{2}{-4}x \text{ یا } 2y = -x$$

معادله خط $-x - 2y = 0$ را با دایره قطع می‌دهیم (یه با جای x در معادله دایره $-2y = 0$ قرار می‌دهیم) تا نقاط M و N مشخص شوند.

$$(-2y)^2 + y^2 = 5 \Rightarrow 4y^2 + y^2 = 5$$

$$\Rightarrow y^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} y = 1 \\ y = -1 \end{cases}$$

با قرار دادن مقادیر y در معادله خط، x پیدا می‌شود.

$$\begin{cases} y = 1 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow M(-2, 1) \\ y = -1 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow N(2, -1) \end{cases}$$

فاصله M و N از A به ترتیب $\sqrt{5}$ و $3\sqrt{5}$ است. بنابراین دورترین نقطه دایره از A , نقطه $(2, -1)$ است.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۶)

۳۴. گزینه ۱ صحیح است.

معادله خط گذرنده از مرکز دو دایره عبارت است از:

$$y - 1 = \frac{-1 - 1}{-1 - 2}(x - 2) \rightarrow 3y + x = 5$$

نقطه (a) روی خط فوق قرار دارد، بنابراین:

$$2(2) + a = 5 \Rightarrow a = -1$$

باید معادله دو دایره را در دستگاه حل کنیم تا معادله وتر مشترک را بیابیم.

$$\begin{cases} (x+1)^2 + (y-2)^2 = 2^2 \\ (x-2)^2 + (y-1)^2 = 2^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + 2x - 4y + 5 = 4 \\ x^2 + y^2 - 4x - 2y + 5 = 4 \end{cases} \rightarrow$$

$6x - 2y = 0$ یا $3x - y = 0$.

باید فاصله نقطه (a) از خط $3x - y = 0$ را به دست آوریم. این فاصله عبارت است از:

$$\frac{|3(-1) - 2|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}} = \frac{5}{\sqrt{10}} \times \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}} = \frac{5\sqrt{10}}{10} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۳۶ و ۳۷)

۳۵. گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا مختصات مرکز دو دایره را پیدا کرده، مساوی هم قرار می‌دهیم.

$$\begin{aligned} O(-\frac{a}{r}, -\frac{b}{r}) &= (-\frac{m}{r}, -2) \\ O' = (1, -\frac{n}{r}) &\quad \left\{ \begin{array}{l} -\frac{m}{r} = 1 \Rightarrow m = -r \\ -\frac{n}{r} = -2 \Rightarrow n = 2r \end{array} \right. \end{aligned}$$

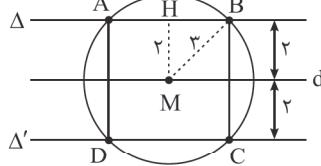
بنابراین:

$$C: x^2 + y^2 - 2x + 4y = 4 \Rightarrow R = \sqrt{4+16+16} = 4$$

$$C': x^2 + y^2 - 2x + 4y = 11 \Rightarrow R' = \sqrt{4+16+44} = 4$$

۲۹. گزینه ۱ صحیح است.

مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط d به فاصله ۲ واحد هستند، دو خط Δ و Δ' موازی با d است و مکان هندسی نقاطی که از M به d و مکان هندسی نقاطی که از M به Δ و Δ' واحد هستند، دایره به مرکز M و شعاع ۳ واحد است.



تلaci این دو مکان نقاط A , C , B و D است. پس باید مساحت مستطیل $ABCD$ را به دست آوریم. مطابق شکل عمود MH ضلع AB را نصف می‌کند. داریم:

$$\begin{aligned} \Delta BMH : BH^2 &= MB^2 - MH^2 \xrightarrow{MB=3, MH=2} BH^2 = 9 - 4 = 5 \\ \Rightarrow BH &= \sqrt{5} \Rightarrow AB = 2BH = 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

بنابراین:

$$S_{ABCD} = AB \times BC = 2\sqrt{5} \times 4 = 8\sqrt{5}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۹)

۳۰. گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا معادله دایره را به صورت استاندارد می‌نویسیم.

$$9(x-2)^2 + (-3y)^2 = k^2 \Rightarrow 9(x-2)^2 + (-3(y-\frac{1}{3}))^2 = k^2$$

$$\xrightarrow{+9} (x-2)^2 + (y-\frac{1}{3})^2 = \frac{k^2}{9}$$

پس $\frac{k^2}{9} = R^2$ است. بنابراین $R = 2$ و $R = 4$ است. داریم:

$$16 = \frac{k^2}{9} \Rightarrow k^2 = 9 \times 16 \Rightarrow k = \pm(3 \times 4) = \pm 12$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۰)

۳۱. گزینه ۴ صحیح است.

معادله دایره را به صورت استاندارد می‌نویسیم:

$$a^2 + b^2 - 4c = 0 \quad \text{معادله دایره نیست، زیرا:}$$

پس تهی است و گزینه (۱) نادرست است.

معادله دایره $2x^2 + 2y^2 + 4x - 8y + 10 = 0$ به صورت زیر است:

$$x^2 + y^2 + 2x - 4y + 5 = 0$$

و در آن $a^2 + b^2 = 0$ است، پس دایره نیست. در نتیجه گزینه (۲) نادرست است.

معادله دایره $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ دایره به مرکز $(-1, 2)$ است، پس

گزینه (۳) هم نادرست است.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۲)

۳۲. گزینه ۲ صحیح است.

فرض می‌کنیم مرکز دایره، نقطه $O(\alpha, \beta)$ باشد، داریم:

$$OB = OA = OH = R$$

$$OH = OB \Rightarrow \frac{|4\alpha + 2\beta|}{\sqrt{4^2 + 2^2}} = |\alpha|$$

$$\Rightarrow |4\alpha + 2\beta| = \alpha \Rightarrow \begin{cases} 4\alpha + 2\beta = \alpha \Rightarrow \alpha = 2\beta \\ -4\alpha - 2\beta = \alpha \Rightarrow \beta = -3\alpha \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\alpha > 0, \beta < 0} \beta = -3\alpha$$

با توجه به روابط $OB = OA$ و $\beta = -3\alpha$ داریم:
 $\alpha = \sqrt{(\alpha - 1)^2 + (\beta + 2)^2} \xrightarrow{\beta = -3\alpha} \alpha = \sqrt{(\alpha - 1)^2 + (-3\alpha + 2)^2}$



۴۱. گزینه ۲ صحیح است.

$$\overline{xy} \equiv xy \Rightarrow y - x + \dots - x \equiv y - \dots + y - x \Rightarrow y + x \equiv$$

مقادیر x و y مطابق جدول زیر می‌باشد.

x	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
y	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲

حداکثر مقدار \overline{xy} و حداقل مقدار آن ۲۹ می‌باشد که اختلاف آنها ۶۳ است.

(ریاضیات گستاخ، صفحه ۲۳)

۴۲. گزینه ۳ صحیح است.

$$a = b \times 25 + 20, r < b \Rightarrow 20 < b \Rightarrow 21 \leq b$$

$$a \stackrel{?}{=} 3 \Rightarrow 25b + 20 \stackrel{?}{=} 3 \Rightarrow 25b \stackrel{?}{=} -17 \Rightarrow -3b \stackrel{?}{=} -24 \Rightarrow b \stackrel{?}{=} 8 \stackrel{?}{=} 1$$

$$\Rightarrow b = 8k + 1$$

از طرفی $b \leq 21$ ، بنابراین:

$$b_{\min} = 7 \times 3 + 1 = 22 \Rightarrow a_{\min} = 22 \times 25 + 20 = 570$$

$$\Rightarrow 5 + 7 + \dots + 12 = 5 + 7 + \dots + 12$$

(ریاضیات گستاخ، صفحه های ۲۵ و ۲۶)

۴۳. گزینه ۱ صحیح است.

$$\begin{aligned} a \stackrel{?}{=} 1 \stackrel{?}{=} -4 \\ a \stackrel{?}{=} 2 \stackrel{?}{=} -4 \\ a \stackrel{?}{=} 3 \stackrel{?}{=} -4 \\ \Rightarrow a = 10 \stackrel{?}{=} q - 4 \xrightarrow{\text{اولین چهار رقمی}} a = 10 \stackrel{?}{=} 46 \\ \Rightarrow a \stackrel{?}{=} 6 \stackrel{?}{=} 4 + 0 - 1 \stackrel{?}{=} 1 \end{aligned}$$

پس باقی مانده $a = 10 \stackrel{?}{=} 46$ بر ۱۱ برابر ۱ می‌باشد.

(ریاضیات گستاخ، صفحه ۱۳)

۴۴. گزینه ۳ صحیح است.

$$17x + 11y = 21 \Rightarrow 17x \stackrel{?}{=} 21 \Rightarrow -5x \stackrel{?}{=} 10 \Rightarrow x \stackrel{?}{=} -2$$

$$\Rightarrow x = -2 + 11q, q \in \mathbb{Z}$$

حال y را محاسبه می‌کنیم:

$$17(-2 + 11q) + 11y = 21 \Rightarrow y = 5 - 17q, q \in \mathbb{Z}$$

پس $q = -1$ باشد. اگر $q = -1$ باشد، $x + y = 3 - 6q = 3 - 6(-1) = 9$ می‌شود.

(ریاضیات گستاخ، صفحه های ۲۶ و ۲۷)

۴۵. گزینه ۲ صحیح است.

فرض کنید مرتبه گراف G , p باشد. چون G , p -منتظم است، پس مکمل آن $4-p$ منتظم است. در گراف T , p -منتظم رابطه $q = \frac{10}{7}$ برقرار است.

پس داریم:

$$q = 4 - p = \frac{p(p-4)}{7} \Rightarrow p^2 - 4p - 96 = 0 \Rightarrow (p-12)(p+8) = 0$$

$$\Rightarrow p = 12$$

(ریاضیات گستاخ، صفحه های ۳۱ و ۳۵)

۴۶. گزینه ۳ صحیح است.

اگر ۳ رأس انتخاب شده a , b و c باشند، آنگاه λ زیرگراف ساخته می‌شود.

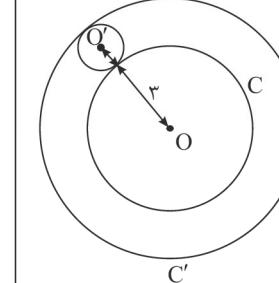


$$2 \times 2 \times 2 = 8$$

اگر یکی از رأس‌های انتخاب شده، e باشد، آنگاه λ زیرگراف ساخته می‌شود. مثلثاً حالت انتخاب e , a و b را در نظر بگیرید:

تعداد زیرگراف‌ها $= 2$

۶



مطابق شکل مرکز دایره‌هایی که به دو دایره C و C' مماس هستند، از مرکز O به فاصله $\frac{3}{5}$ قرار دارند. پس مکان هندسی مرکز این دایره‌ها، دایره‌ای به مرکز O و شعاع $\frac{7}{2}$ است.

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 = \frac{49}{4}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۳)

ریاضیات گستاخ

۴۶. گزینه ۳ صحیح است.

گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

(۱) در کتاب درسی درستی این قضیه اثبات شده است.

(۲) اگر $x = 1 - \sqrt{3}$ و $y = 1 + \sqrt{3}$ باشند، آنگاه x و y گنج و ۲ گویا می‌باشد.(۳) اگر $x = \sqrt{3}$ و $y = \log_{\sqrt{3}} 2$ باشند، آنگاه $x^y = 2$ است که y و x گنجاما $x^y = 2$ عدد طبیعی می‌باشد.

(۴) در کتاب درسی اثبات شده است.

(ریاضیات گستاخ، صفحه های ۲۶ و ۲۷)

۴۷. گزینه ۳ صحیح است.

مثال نقض مناسب، عدد اول مانند p است که $1 - 2^p$ اول نباشد. اگر $p = 11$ باشد، داریم:

(ریاضیات گستاخ، صفحه های ۲ و ۳)

۴۸. گزینه ۲ صحیح است.

$$y(3x-1) + 5x - 8 = 0 \Rightarrow y(3x-1) = -5x + 8 \Rightarrow y = \frac{-5x+8}{3x-1}$$

$$x, y \in \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{-5x+8}{3x-1} \in \mathbb{Z} \Rightarrow 3x-1 \mid -5x+8$$

حال از رابطه بدیهی $-1 \mid 3x-1 \mid -5x+8$ به عنوان رابطه کمکی استفاده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} 3x-1 \mid -5x+8 &\Rightarrow 3x-1 \mid -15x+24 \Rightarrow 3x-1 \mid 19 \\ 3x-1 \mid 3x-1 &\Rightarrow 3x-1 \mid 15x-5 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 3x-1 = -1 \Rightarrow x = 0 \in \mathbb{Z}, y = -8 \\ 3x-1 = 1 \Rightarrow x \notin \mathbb{Z} \\ 3x-1 = -19 \Rightarrow x = -6 \in \mathbb{Z}, y = -2 \\ 3x-1 = 19 \Rightarrow x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

(ریاضیات گستاخ، صفحه های ۹ و ۱۰)

۴۹. گزینه ۳ صحیح است.

$$7a \stackrel{?}{=} 2 \Rightarrow 7a \stackrel{?}{=} 2 + 2 \times 13 \stackrel{?}{=} 28 \Rightarrow a \stackrel{?}{=} 4$$

۵۰. گزینه ۱ صحیح است.

می‌دانیم: $4^3 \equiv 64 \equiv -1$

$$a \stackrel{?}{=} 64 \stackrel{?}{=} -1 \xrightarrow{\text{توان ۳}} \begin{cases} a^{9913} \stackrel{?}{=} -1 \Rightarrow a^{10013} \stackrel{?}{=} -4 \stackrel{?}{=} 9 \\ a^{13} \stackrel{?}{=} 4 \end{cases}$$

(ریاضیات گستاخ، صفحه های ۲۵ و ۲۶)

۵۱. گزینه ۱ صحیح است.

$$(a, b) | a \Rightarrow [a, (a, b)] = |a|$$

$$b | [a, b] \Rightarrow (b, [a, b]) = |b|$$

بنابراین:

$$[a, (a, b)] \times (b, [a, b]) = |ab| \stackrel{a, b \in \mathbb{N}}{=} ab$$

(ریاضیات گستاخ، صفحه های ۱۲ و ۱۳)

مرکز نجاش آموزش مدارس برتر



پایه دوازدهم . آزمون ۹ . پاسخنامه ریاضی فیزیک

$$2(p+\delta) = q+2 \Rightarrow 2(p+p-1) = \binom{p}{2} + 2$$

پس داریم:

$$4p - 2 = \frac{p(p-1)}{2} + 2 \Rightarrow p^2 - 6p + 8 = 0 \Rightarrow p = 8 \text{ یا } p = 1$$

چون G ناتھی است، پس $p \neq 1$ است و $p-1=7$ می باشد.

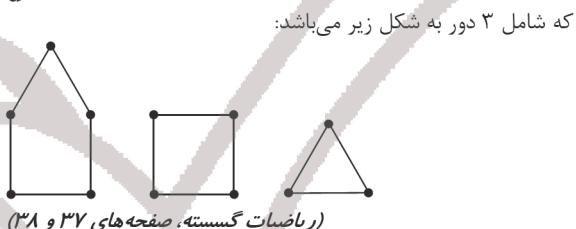
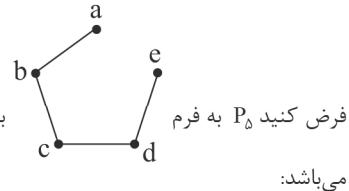
(ریاضیات گسسته، صفحه های ۳۱ و ۳۵)

همین شرایط برای وقتی که غیر از a, e و c انتخاب شوند یا غیر از a, b و c انتخاب شوند، نیز برقرار است. بنابراین:

$$2^3 + 3 \times 2^1 = 8 + 6 = 14$$

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۳۷ تا ۴۲)

۴۷. گزینه ۳ صحیح است.



۴۸. گزینه ۱ صحیح است.

در گراف مرتبه $\Delta \leq 5$ است. پس باید 400 را به حاصل ضرب 6 عدد طبیعی که حداقل 5 هستند تجزیه کنیم.

حالات اول: دنباله درجات $1, 2, 4, 5$ باشد. چون تعداد رئوس فرد است، گراف قابل رسم نیست.

حالات دوم: دنباله درجات $1, 4, 5$ باشد. در این حالت چون دو رأس درجه 5 داریم، پس دو رأس به تمام رئوس وصل هستند و 1 امکان پذیر نیست.

حالات سوم: دنباله درجات $2, 2, 5$ باشد. گراف به شکل مقابل قابل رسم است و $q=9$ می باشد.

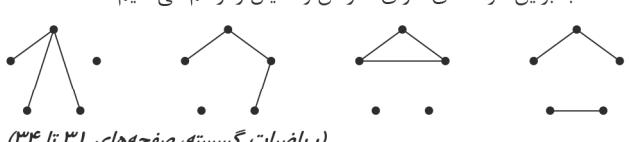
(ریاضیات گسسته، صفحه های ۳۹ و ۴۰)

۴۹. گزینه ۱ صحیح است.

شمردن تعداد ریختهای گراف مکمل ساده‌تر است، پس آنها را می شماریم:

$$q(\bar{G}) = \binom{p}{2} - q(G) = \binom{5}{2} - 7 = 3$$

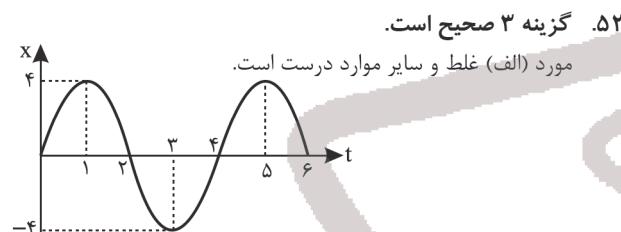
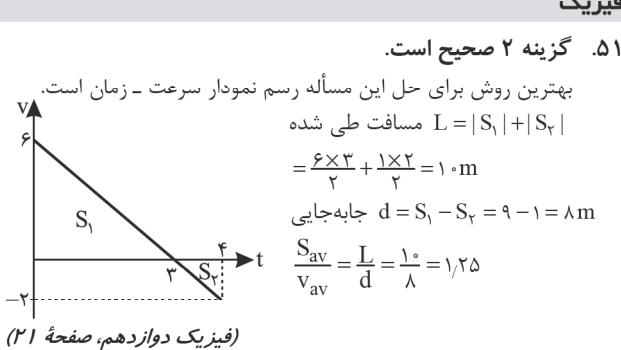
بنابراین گرافهای دارای ۵ رأس و ۳ یال را رسم می کنیم.



۵۰. گزینه ۲ صحیح است.

گرافی که تمام رئوس آن مجاور هستند، گراف k_p می باشد.

$$q(k_p) = \binom{p}{2}, \delta = \Delta = p-1$$



الف) بردار مکان در $t=2s$ و $t=4s$ دو بار به طور متواالی عوض شده و در این بازه شتاب حرکت مشبت است. زیرا تغیر منحنی رو به بالاست.

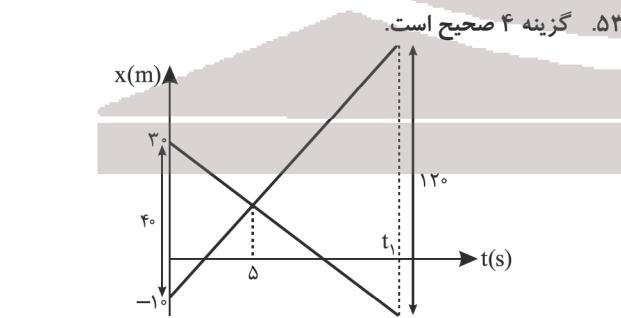
ب) سرعت صفر است و از رابطه $\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ شتاب متوسط هم صفر است.

$$S_{av} = \frac{4+8+8+4}{6} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(ج)

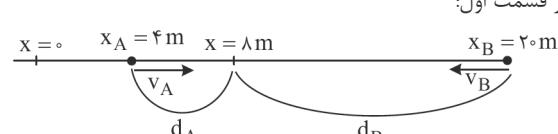
د) در لحظات $t=1s$ و $t=3s$ و $t=5s$ جهت حرکت عوض شده و در لحظات $t=2s$ و $t=4s$ علامت شتاب عوض می شود.

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۳۱ تا ۳۴)



۵۴. گزینه ۳ صحیح است.

در قسمت اول:



$$\begin{cases} |d_A| = v_A \times t \rightarrow |8-4| = |v_A| \times t \\ |d_B| = v_B \times t \rightarrow |8-20| = |v_B| \times t \end{cases} \Rightarrow \frac{|v_A|}{|v_B|} = \frac{1}{3}$$



بنابراین چون در مرحله دوم بزرگی شتاب دو برابر مرحله اول است بنابراین مدت زمان حرکت کندشونده نصف مدت زمان حرکت تندشونده است.

$$\Delta t_2 = \frac{\Delta t_1}{2} = \frac{4}{2} = 2\text{s}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{S_{v-t}}{\Delta t} \Rightarrow 24 = \frac{\frac{v \times 6}{2}}{2} = \frac{v}{2} \Rightarrow v = 48 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{48 - 0}{4} = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۵ و ۳۷)

۵۹. گزینه ۲ صحیح است.

می دانیم در حرکت با شتاب ثابت و سقوط آزاد در هر ثانیه $\frac{m}{s}$ به تندی قبلی افزوده می شود. اگر تندی برخورد به زمین v باشد، تندی $3s$ قل از برخورد به زمین $v - 30^\circ$ است.

$$\Delta y = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t \Rightarrow 150 = \frac{v - 30 + v}{2} \times 3 \Rightarrow v = 65 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۲۳)

۶۰. گزینه ۴ صحیح است.

اگر زمان حرکت گلوله اول t باشد، زمان حرکت گلوله دوم $t - 2$ است.

$$\Delta y_1 = -\frac{1}{2}gt^2 = -5t^2 \quad \text{با استفاده از معادلات حرکت داریم:}$$

$$\Delta y_2 = -\frac{1}{2}g(t-2)^2 = -5(t-2)^2$$

$$|\Delta y_2 - \Delta y_1| = 100 \Rightarrow 5t^2 - 5(t-2)^2 = 100 \Rightarrow t^2 - (t-2)^2 = 20 \Rightarrow t = 6\text{s}$$

$$\Delta y_1 = -\frac{1}{2}gt^2 = -5 \times 6^2 = -180\text{m} \Rightarrow y_1 = 180\text{m}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۲۳)

۶۱. گزینه ۳ صحیح است.

چون مقاومت هوا ناچیز است حرکت با شتاب گرانشی و تندشونده صورت می گیرد و شتاب گرانشی تابع عکس مجذور فاصله از مرکز زمین است.

$$g_r = G \frac{M_e}{r^2}$$

$$g_r = G \frac{M_e}{(2R_e)^2} = \frac{1}{4}g$$

$$\text{بنابراین شتاب از } \frac{m}{s^2} \text{ به صورت غیرخطی به } g = 1.0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{ می رسد.}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۵ و ۳۶)

۶۲. گزینه ۴ صحیح است.

شیب نمودار در هر لحظه برابر شتاب حرکت است در لحظه $t = 0$ مقاومت هوا صفر است و شیب نمودار برابر شتاب گرانش یعنی

$$mg - f_D = ma \quad g = 1.0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$f_D = m(g - a) \Rightarrow f_D = m(1.0 - 8) = 4\text{m}$$

$$f_D = 4\rho V = 5 \times \rho \times \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$f_D = 4 \times 8000 \times 4 \times 125 \times 10^{-6} = 16\text{N}$$

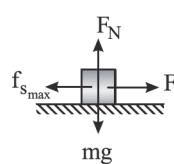
(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۵ و ۳۶)

۶۳. گزینه ۳ صحیح است.

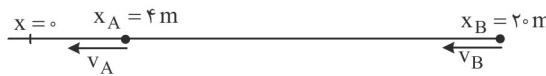
چون جسم در آستانه حرکت قرار دارد:

$$F = f_{s_{max}} = \mu_s F_N = \mu_s mg$$

$$80 = \mu_s \times 80 \Rightarrow \mu_s = \frac{4}{3}$$



در قسمت دوم اگر فرض کنیم دو متوجه در مکان x به هم برستند، داریم:



$$\begin{cases} x - 4 = v_A \times t \\ x - 20 = v_B \times t \end{cases} \Rightarrow \frac{x - 4}{x - 20} = \frac{v_A}{v_B} = \frac{1}{3}$$

$$3x - 12 = x - 20 \Rightarrow 2x = -8 \Rightarrow x = -4\text{m}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۳ و ۱۵)

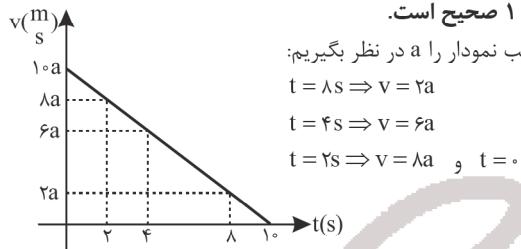
۵۵. گزینه ۱ صحیح است.

اگر شیب نمودار را a در نظر بگیریم:

$$t = 8\text{s} \Rightarrow v = 2a$$

$$t = 4\text{s} \Rightarrow v = 6a$$

$$t = 2\text{s} \Rightarrow v = 18a \quad \text{و} \quad t = 0 \Rightarrow v = 10a$$



$$\therefore < t < 2 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{(10a + 6a)}{2} \times 2 = 18a$$

$$4 < t < 8 \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{(6a + 2a)}{2} \times 4 = 16a$$

$$\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = \frac{16a}{18a} = \frac{16}{18} = \frac{8}{9}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۵ و ۱۶)

۵۶. گزینه ۳ صحیح است.

دو متوجه هر دو از مکان $x = 0$ در لحظه $t = 0$ به حرکت درآمدند و در لحظه $t = 12\text{s}$ به هم رسیده اند بنابراین جایه جایی دو متوجه در

این مدت زمان برابر یکدیگر است. با توجه به رابطه $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ برای سرعت متوسط دو متوجه در مدت 0 تا 12s باید باشد و سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت برابر سرعت وسط بازه است. بنابراین سرعت متوسط آنها برابر سرعت آنها در لحظه $t = 6\text{s}$ است. در نتیجه شیب نمودار آنها در این لحظه برابر با یکدیگر است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۵ تا ۱۷)

۵۷. گزینه ۳ صحیح است.

کافی است از روی نمودار مکان - زمان نمودار سرعت - زمان رارسم کنیم، در $t = 3\text{s}$ سرعت صفر شده و جهت حرکت عوض می شود.

$$t = 0 \Rightarrow v = 3 \times 4 = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$t = 8\text{s} \Rightarrow v = 5 \times 4 = -20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta x_1 = \frac{3 \times 12}{2} = 18\text{m}$$

$$\Delta x_2 = \frac{(-20)}{2} = -10\text{m}$$

$$L = |S_1| + |S_2| = 68\text{m}$$

$$S_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{68}{8} = 8.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

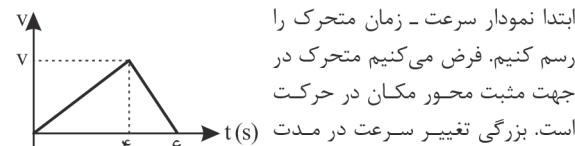
(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۵ تا ۱۷)

۵۸. گزینه ۳ صحیح است.

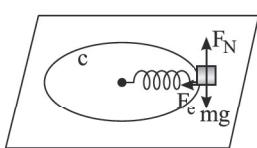
ابتدا نمودار سرعت - زمان متوجه را رسم کنیم. فرض می کنیم متوجه در

جهت مشتبه محور مکان در حرکت است. بزرگی تغییر سرعت در مدت زمان حرکت تندشونده و کندشونده

برابر یکدیگر است. $\Delta v = a\Delta t$



مرکز نجیب آموزش مدارس برتر



۷۰. گزینه ۴ صحیح است.

$$\begin{aligned} F_e &= F_c = \frac{mv^2}{r}, v = \frac{\pi r}{T} \\ k\Delta x &= \frac{m}{r} \times \frac{\pi^2 r^2}{T^2} \\ \Rightarrow k\Delta x &= \frac{\pi^2 m r}{T^2} \end{aligned}$$

$$k \times \frac{\Delta}{100} = \frac{4 \times 10 \times 1/2 \times \frac{1}{4}}{4}$$

$$k \times \frac{\Delta}{100} = \frac{1}{2} \Rightarrow 1 \cdot k = 100 \Rightarrow k = 100 \text{ N/m}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۳۶ و ۳۷)

۷۱. گزینه ۳ صحیح است.

(۱) برای حل این مسائل ابتدا دوره تناوب را محاسبه می کنیم:

$$T = \frac{7\pi}{100\pi} = \frac{7}{100} \text{ s}$$

(۲) با مقایسه زمان مسئله معین می شود که $\frac{1}{100}$ نصف دوره تناوب است یعنی $\frac{T}{2}$ پس در نصف دوره تناوب $\frac{T}{2}$ حرکت تندشونده است، بنابراین مدت $\frac{1}{200} \text{ s}$ حرکت تندشونده است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۳۶)

۷۲. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه به نمودار مکان - زمان داده شده داریم:

$$T + \frac{T}{2} = 18 \Rightarrow \frac{3T}{2} = 18 \Rightarrow T = 12 \text{ s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{6} \text{ rad/s}$$

$$x = A \cos(\omega t) \Rightarrow x = 24 \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right) \Rightarrow -12 = 24 \cos\left(\frac{\pi}{6}t_1\right)$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{6}t_1\right) = -\frac{1}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, t_1 = \frac{4\pi}{3}$$

$$\frac{\pi}{6}t_1 = \frac{4\pi}{3} \Rightarrow t_1 = 8 \text{ s}$$

$$S_{av} = \frac{1}{\Delta t} = \frac{24+24+12}{8} = \frac{60}{8} = 7.5 \text{ m}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۳۶)

۷۳. گزینه ۳ صحیح است.

هنگامی که شتاب حرکت صفر است نوسانگر از مرکز نوسان می گذرد و در بازه $\frac{T}{2}$ دو بار متواالی از مرکز نوسان می گذرد و در مرکز نوسان سرعت نوسانگر $\pm A\omega$ است.

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{200}{0.5}} = \sqrt{400} = 20 \text{ rad/s}$$

$$v_{max} = A\omega = 0.3 \times 20 = 6 \text{ m/s}$$

$$a_1 v_1 = -6 \text{ m/s} \Rightarrow v_2 = +6 \text{ m/s} \Rightarrow \Delta v = v_2 - v_1 = 6 - (-6) = 12 \text{ m/s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{0.15} = \frac{\pi}{0.15} \text{ s} \Rightarrow \frac{T}{2} = \frac{\pi}{2} = \frac{3}{2} = 1.5 \text{ s}$$

$$|a_{av}| = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{12}{1.5} = \frac{12}{1.5} = 8 \text{ m/s}^2$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۳۶ و ۳۷)

۷۴. گزینه ۲ صحیح است.

با توجه به نمودار داده شده:

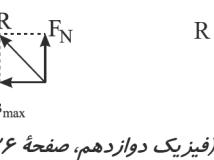
$$\lambda + \frac{\lambda}{4} = 30 \Rightarrow \frac{5\lambda}{4} = 30 \Rightarrow \lambda = \frac{120}{5} = 24 \text{ cm} = 0.24 \text{ m}$$

$$\lambda = VT \Rightarrow T = \frac{\lambda}{V} = \frac{0.24}{0.12} = 2 \text{ s}$$

ذره M در مکان $x = +A$ قرار دارد و برای اینکه برای اولین بار شتاب حرکت آن صفر شود، باید ذره M به مرکز نوسان خودش برسد که این زمان معادل $\frac{T}{4}$ است.

$$\Delta t = \frac{T}{4} = \frac{0.12}{4} = 0.3 \text{ s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۳۶ و ۳۷)



$$R = \sqrt{F_N^2 + f_s^2} = \sqrt{60^2 + 80^2} = 100 \text{ N}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۳۶)

حرکت

$$\begin{aligned} F_{net} &= ma \Rightarrow -f_k = ma \\ F_{net} &= (F_{net})_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow \Delta P = F_{net} \cdot \Delta t \\ \Delta P &= -f_k \times 3 = -\mu_k mg \times 3 \\ &= -0.5 \times 0.2 \times 10 \times 3 = 3 \text{ N.s} \end{aligned}$$

توجه کنید جسم پس از ۳ ثانیه از حرکت در آمدن متوقف می شود.

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۳۶ و ۳۷)

۶۴. گزینه ۳ صحیح است.

چون جسم در آستانه حرکت رو به بالاست، f_s باید به سمت پایین باشد.

$$\begin{aligned} F' &\uparrow \\ F &= 20 \text{ N} & F_N &= F = 20 \text{ N} \\ F_N &\rightarrow \\ \Rightarrow f_{smax} &= \mu_s F_N = 0.2 \times 20 = 4 \text{ N} \\ F' &= mg + f_{smax} = 40 + 4 = 100 \text{ N} \end{aligned}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۳۶)

۶۵. گزینه ۴ صحیح است.

می دانیم که وزن ظاهری (عددی که نیروسنگ نشان می دهد)، از رابطه

$$F_p = 3F \quad F = m(g \pm a)$$

$$m(g + 2a) = 3(m)(g - a) \Rightarrow g + 2a = 2g - 3a \Rightarrow 5a = 2g \Rightarrow a = \frac{2}{5}g$$

$$\Rightarrow a = \frac{2}{5} \times 10 = 4 \text{ m/s}^2$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۳۶)

۶۶. گزینه ۲ صحیح است.

می دانیم که وزن ظاهری (عددی که نیروسنگ نشان می دهد)، از رابطه

$$F_p = 3F \quad F = m(g \pm a)$$

$$m(g + 2a) = 3(m)(g - a) \Rightarrow g + 2a = 2g - 3a \Rightarrow 5a = 2g \Rightarrow a = \frac{2}{5}g$$

$$\Rightarrow a = \frac{2}{5} \times 10 = 4 \text{ m/s}^2$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۳۶)

۶۷. گزینه ۲ صحیح است.

اگر شتاب گرانش در سطح زمین g_h باشد و در ارتفاع h باشد

$$\frac{g_h}{g_e} = \left(\frac{R_e}{R_e+h}\right)^2 = \left(\frac{R_e}{4R_e}\right)^2 = \frac{1}{16} = \frac{W_h}{W_e} \Rightarrow W_h = \frac{1}{16} W_e$$

$$\Rightarrow \frac{1}{16} \times 100 = 6.25 \text{ N} \quad \text{تفصیلات در صد}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۳۶)

۶۸. گزینه ۴ صحیح است.

در حرکت ماهواره ها نیروی مرکزگرا نیروی گرانش است.

$$F = \frac{G_m M_e}{r^2} = m \frac{V}{r} \Rightarrow V = \sqrt{\frac{GM_e}{r}}$$

اگر ماهواره نزدیک را (۱) و ماهواره دورتر را (۲) فرض کنیم

$$\frac{V_2}{V_1} = \sqrt{\frac{r_1}{r_2}} = \sqrt{\frac{R_e + R_e}{R_e + 2R_e}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\frac{k_2}{k_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 = 2 \times \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۳۶)

۶۹. گزینه ۱ صحیح است.

$$a = \frac{V}{r} \Rightarrow 16\pi = \frac{4}{r} \Rightarrow r = \frac{1}{4\pi}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \times \frac{1}{4\pi}}{\frac{1}{4}} = \frac{2\pi \times 4}{1} = 8\pi$$

$$T = \frac{t}{n} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{60}{n} \Rightarrow n = 240$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۳۶ تا ۴۹)



۷۵. گزینه ۱ صحیح است.

نقطه M در لحظه $t = 0$ در مرکز نوسان است و شتاب حرکت آن صفر است و بزرگی سرعت بیشینه است. در لحظه $t = \infty$ نقطه M در جهت منفی محور y در حرکت است. بنابراین سرعت آن بیشینه و منفی است و شتاب در ابتدا خلاف جهت محور y است. بنابراین گزینه (b) نمودار سرعت - زمان و نمودار گزینه (b) نمودار شتاب - زمان می‌توان باشد.

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۷۳ و ۷۴)

۷۶. گزینه ۱ صحیح است.

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}, \mu = \rho A$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} = \sqrt{\frac{20}{4 \times 10^3 \times (0.5 \times 10^{-6})}} = \sqrt{10 \times 10^3} = 10 \text{ m/s}$$

ذره در هر دوره مسافتی برابر A را طی می‌کند بنابراین داریم:

$$L = n \times 4A \Rightarrow 40 = n \times 16 \Rightarrow n = 2.5$$

$$T = \frac{t}{n} \Rightarrow T = \frac{1}{\frac{40}{2.5}} = \frac{2.5}{4} = 0.625 \text{ s}$$

$$\lambda = VT = 0.625 \times 100 = 62.5 \text{ m}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۷۳ و ۷۴)

۷۷. گزینه ۱ صحیح است.

می‌دانیم انرژی موج با مجدوّر دامنه و مجدوّر بسامد متناسب است $P \propto A^2 f^2$ می‌باشد یعنی:

$$\frac{E_A}{E_B} = \left(\frac{A_A}{A_B}\right)^2 \times \left(\frac{f_A}{f_B}\right)^2$$

با توجه به شکل $A_A = 2\text{cm}$ و $A_B = 1\text{cm}$ است $\lambda_A = 2\lambda_B$ است از طرفی چون در یک محیط می‌باشد پس سرعتها برابر است.

$$\lambda_A = 2\lambda_B \Rightarrow \frac{V}{f_A} = \frac{2V}{f_B} \Rightarrow f_B = 2f_A$$

$$\frac{E_A}{E_B} = \left(\frac{2}{1}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۶۸)

۷۸. گزینه ۲ صحیح است.

$$\frac{J}{kg} = \frac{kg \frac{m^2}{s^2}}{kg} = \frac{m^2}{s^2}$$

بنابراین یکای $\frac{J}{kg}$ همان یکای $\frac{m^2}{s^2}$ است.

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \Rightarrow c^2 = \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0}$$

$$چون \mu_0 \epsilon_0 \text{ دارای واحد } \frac{S}{m^2} \text{ است، پس } \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0} \text{ همان یکای } \frac{1}{m^2} \text{ است.}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۷۵)

۷۹. گزینه ۲ صحیح است.

با توجه به قاعده دست راست در امواج الکترومغناطیسی می‌توان گفت که میدان الکتریکی در جهت رو به بالا است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۶۹)

۸۰. گزینه ۱ صحیح است.

می‌دانیم با تغییر محیط بسامد موج تغییر نمی‌کند. پس بسامد این نور در تمام محیط‌ها همان 45 THz است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۰ تا ۱۱)

شیمی

۸۱. گزینه ۳ صحیح است.

اتیلن گلیکول ($C_2H_6O_2$) و اوره ($CO(NH_2)_2$) هر دو قطبی هستند و در آب محلول می‌باشند. اما شمار اتم‌های هیدروژن در آنها برابر نیست.

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۲ تا ۵)

۸۲. گزینه ۱ صحیح است.

عبارت‌های (آ) و (پ) درست است.
 بررسی عبارت‌ها:

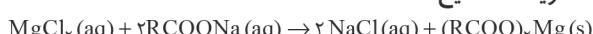
آ) شکل‌های (۱) و (۲) به ترتیب نشان دهنده اسید چرب و استر بلندزنگیر بوده که هر دو ترکیب در ساختار خود دارای بخش‌های قطبی و ناقطبی می‌باشند.

ب و ت) در هر دو ترکیب بخش ناقطبی به بخش قطبی غلبه داشته و نیروی بین مولکولی غالب در آنها از نوع واندروالسی است و در نتیجه هر دو در آب نامحلول هستند.

پ) در اثر واکنش ۱ مول الكل ۳ عاملی با ۲ مول از مولکول (۱) می‌توان ۱ مول استر بلندزنگیر (مولکول (۲)) را به دست آورد.

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۵ و ۶)

۸۳. گزینه ۴ صحیح است.



$$117/2g = 58.5 \text{ mol} \times \frac{1 \text{ mol}(RCOO)_2Mg}{2 \text{ mol RCOONa}}$$

$$\times \frac{x \text{ g}}{1 \text{ mol}(RCOO)_2Mg} \Rightarrow x = 58.5 \text{ g}$$

$$(RCOO)_2Mg = 58.5 \Rightarrow 2RCOO = 58.5 - 24 = 56.2 \Rightarrow RCOO = 28.1$$

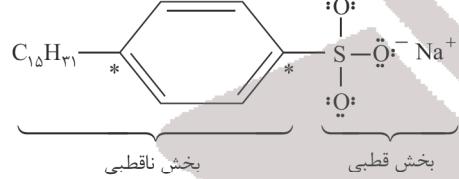
$$\Rightarrow RCOOH = 28.1 \text{ g/mol}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه ۹)

۸۴. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه به ساختار زیر، بخش قطبی در این پاک‌کننده دارای ۹ جفت الکترون ناپیوندی است.

اتم‌های کربن که با علامت (*) مشخص شده‌اند، به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیستند.



(شیمی دوازدهم، صفحه های ۱۰ و ۱۱)

۸۵. گزینه ۲ صحیح است.

مواد (ب)، (پ) و (ث) صحیح است.

بررسی مواد نادرست:

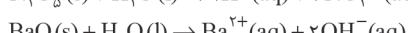
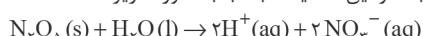
آ) کلوریدها همانند سوپراسیون‌ها نور را پخش می‌کنند و در نتیجه مسیر عبور نور در آنها قابل مشاهده است.

ت) رنگ کاغذ pH در محلول جوهننمک (HCl) و صابون به ترتیب قرمز و آبی است.

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۷، ۹ و ۱۲)

۸۶. گزینه ۲ صحیح است.

معادله واکنش هر یک از این اکسیدها با آب به صورت زیر است:



(شیمی دوازدهم، صفحه های ۱۴ و ۱۵)

۸۷. گزینه ۴ صحیح است.

اگر غلظت باز یونیده شده را برابر x مول بر لیتر در نظر بگیریم، خواهیم داشت:



$$2 \text{ غلظت قبل از یونش} \\ 2-x \text{ غلظت پس از یونش}$$

با توجه به اطلاعات سوال داریم:

$$\frac{2+2x}{2} = 1/5 \Rightarrow x = 0.5 \text{ mol/L}$$



مرکز پنج آموزش مدارس برتر

$$\text{BaO} = 2 \text{L} \times \frac{0.25 \text{ mol OH}^-}{\text{Mحلول}} \times \frac{1 \text{ mol BaO}}{2 \text{ mol OH}^-} \times \frac{153 \text{ g BaO}}{1 \text{ mol BaO}}$$

$$\times \frac{100 \text{ g}}{\text{نالخلص}} = 76.5 \text{ g BaO}$$

با توجه به اطلاعات سوال، pH محلول نهایی برابر $\frac{13}{3}$ است.

$$\text{pH} = \frac{13}{3} \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-1.3} = 10^{-1.4} \text{ mol L}^{-1}$$

$$\Rightarrow [\text{OH}^-] = 0.2 \text{ mol L}^{-1}$$

$$\text{مول OH}^- - \text{مول H}^+ = \frac{0.25 \times 2}{2} = 0.2 \text{ mol}$$

$$\Rightarrow \text{مول H}^+ = 0.1 \text{ mol}$$

اکنون با توجه به اینکه شمار مول های H^+ اسید برابر 0.1 است، جرم HNO_3 لازم را محاسبه می کنیم:

$$\text{BaO} = 2 \text{L} \times \frac{0.25 \text{ mol OH}^-}{\text{Mحلول}} \times \frac{1 \text{ mol HNO}_3}{2 \text{ mol OH}^-} \times \frac{63 \text{ g HNO}_3}{1 \text{ mol HNO}_3} = 6.3 \text{ g}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۳۰ و ۳۱)

۹۲. گزینه ۳ صحیح است.

اغلب اسیدهای شناخته شده ضعیف هستند و از این رو الکترولیت ضعیف به شمار می روند.

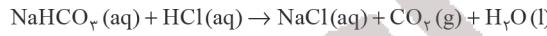
(شیمی دوازدهم، صفحه های ۱۷ تا ۱۹ و ۲۹ تا ۳۱)

۹۳. گزینه ۱ صحیح است.

عبارت های (ب) و (ت) نادرست هستند.

بررسی عبارت ها:

(آ) معادله موازن شده واکنش انجام شده به صورت زیر است:



(ب) با توجه به $[\text{H}^+]$ ، این نمونه خاک اسیدی بوده و گل ادریسی در آن به رنگ آبی شکوفا می شود.

(پ) هرچه K_b باز کوچکتر باشد، به میزان کمتری یونیده شده و $[\text{OH}^-]$ در محلول آن کمتر است.

(ت) ماده مؤثر در نوعی ضد اسید می تواند تنها NaHCO_3 باشد که در ساختار خود یون هیدروکسید دارد.

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۳۲ و ۳۴)

۹۴. گزینه ۳ صحیح است.

چراغ خورشیدی یک ابزار روشناکی است که با تری مورد استفاده در آن قابل شارژ است، بنابراین در آن یک واکنش برگشت پذیر انجام می شود.

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۳۷ تا ۳۹)

۹۵. گزینه ۳ صحیح است.

تنها مورد (ب) نادرست است. در این واکنش ها لزوماً فراورده های حاصل به آرایش الکترونی گاز نجیب دست نمی یابند.

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۳۹ و ۴۰)

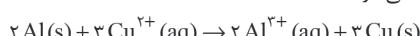
۹۶. گزینه ۴ صحیح است.

عبارت های (ب) و (ت) صحیح است.

بررسی عبارت های نادرست:

(آ) در این واکنش کاتیون های مس (Cu^{2+}) کاهش می یابند.

(پ) در این واکنش به ازای مصرف ۲ مول گونه کاهنده (فلز Al)، ۶ مول الکترون مبادله می شود.



(شیمی دوازدهم، صفحه های ۴۳ تا ۴۴)

حال α و K_b را محاسبه می کنیم:

$$\alpha = \frac{X}{2} = \frac{0.5}{2} = \frac{1}{4}$$

$$K_b = \frac{[\text{B}^{3+}][\text{OH}^-]^2}{[\text{B}(\text{OH})_2]} = \frac{(0.5)(0)}{(1/5)} = \frac{1}{3}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۱۹ و ۲۹)

۸۸. گزینه ۳ صحیح است.

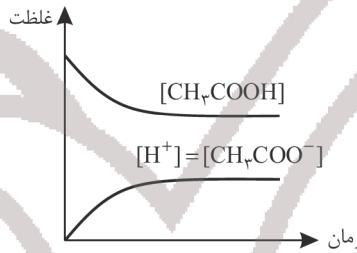
موارد (آ)، (پ) و (ث) نادرست هستند.

بررسی موارد:

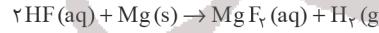
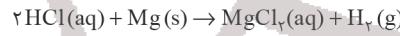
(آ) رسانایی الکتریکی محلول اسیدها به غلظت اولیه آنها نیز بستگی دارد.

(ب) در کربوکسیلیک اسیدها، با افزایش شمار اتم های C، قدرت اسیدی کاهش می یابد.

(پ) اسید موجود در سرمه اسیدیک اسید با فرمول CH_3COOH است که ضعیف بوده و در محلول آن شمار یون ها ناچیز است؛ بنابراین نمودار مربوط می تواند به شکل زیر باشد:



(ت) معادله واکنش های انجام شده به صورت زیر است:



$$\text{LH}_2 = 3 \text{ L} \times \frac{1 \text{ mol H}_2}{1 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ mol H}_2}{2 \text{ mol HCl}} \times \frac{22/4 \text{ L H}_2}{1 \text{ mol H}_2} = 33/6 \text{ L H}_2$$

حجم H_2 حاصل از هر دو واکنش یکسان است، در نتیجه مجموع

حجم H_2 تولیدی برابر $= 67/2 = 33/6 \times 2$ است.

(ث) برخی اکسیدها با آب واکنش می دهند.

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۱۶ تا ۱۹ و ۲۳ و ۲۴)

۸۹. گزینه ۱ صحیح است.

فقط عبارت (آ) نادرست است؛ ثابت یونش یک اسید تنها به دما بستگی داشته و با تغییر غلظت اسید تغییر نمی کند.

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۲۱ و ۲۶)

۹۰. گزینه ۴ صحیح است.

$$\text{pH} = 4/7 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-4/7} = 10^{-0.57} \times 10^{-0.3} = 2 \times 10^{-0.57} \text{ mol L}^{-1}$$

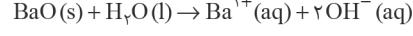
$$[\text{H}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14} \Rightarrow [\text{OH}^-] = \frac{10^{-14}}{2 \times 10^{-0.57}} = 5 \times 10^{-14.57} \text{ mol L}^{-1}$$

$$\text{pH} = 11/4 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-11/4} = 10^{-2.75} \times 10^{-0.3} = 4 \times 10^{-2.75} \text{ mol L}^{-1}$$

$$= \frac{5 \times 10^{-1.0}}{4 \times 10^{-2.75}} = 125 \text{ نسبت خواسته شده}$$

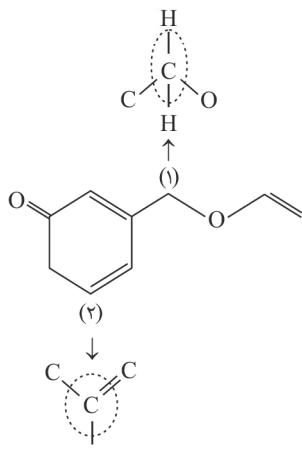
(شیمی دوازدهم، صفحه های ۲۵ و ۲۶)

۹۱. گزینه ۱ صحیح است.



$$\text{pH} = 17/4 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-17/4} = 10^{-4.25} \times 10^{-0.3} = 4 \times 10^{-4.25} \text{ mol L}^{-1}$$

$$\Rightarrow [\text{OH}^-] = 0.25 \text{ mol L}^{-1}$$



۱۰. گزینه ۴ صحیح است.

$$\begin{aligned} & 4 - (2+2+1) = -1 \\ & 4 - (1+1+1+2) = -1 \\ & \text{مجموع عددهای اکسایش} \Rightarrow -2 \\ & (\text{شیمی دوازدهم، صفحه ۵۲}) \end{aligned}$$

۱۰۲. گزینه ۳ صحیح است.

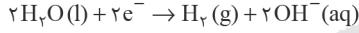
در همه باتری‌ها با انجام نیم واکنش‌ها، جریان الکتریکی در مدار بیرونی برقرار می‌شود.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۵۱ تا ۵۹)

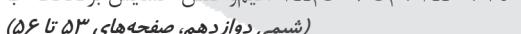
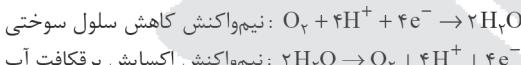
۱۰۳. گزینه ۳ صحیح است.

عبارت‌های (ب) و (پ) صحیح است.
بررسی عبارت‌های نادرست:

(آ) نیم واکنش کاتدی در فرایند برقکافت آب به صورت زیر است:



به دلیل تولید یون OH^- ، اطراف کاتد بازی است.
ت) نیم واکنش‌های انجام شده به صورت زیر است:



(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۵۱ تا ۵۳)

۱۰۴. گزینه ۱ صحیح است.

تنها مورد (ت) صحیح است.
بررسی موارد نادرست:

(آ) الکترود آندی فلز طلا است که در نیم واکنش اکسایش شرکت می‌کند.
(ب) نیم واکنش کاهش انجام شده به صورت زیر است:

بنابراین می‌توان جرم فلز طلای تولید شده که بر روی قاشق قرار
می‌گیرد را محاسبه نمود:

$$?g Au = 9/0.3 \times 10^{-3} e \times \frac{1 mol e}{6.02 \times 10^{23} e} \times \frac{1 mol Au}{3 mol e} \times \frac{197 g Au}{1 mol Au} = 98.5 g$$

(پ) قطب مثبت باتری به آند (فلز طلا) و قطب منفی باتری به کاتد
(قاشق فولادی) متصل است.

(شیمی دوازدهم، صفحه ۶۰)

۱۰۵. گزینه ۳ صحیح است.

بررسی گزینه‌ها:

(۲) در فرایند هال، آند گرافیتی اکسایش یافته و به CO_2 تبدیل می‌شود.
(۳) در شرایط یکسان، خودگی آهن در محیط اسیدی به میزان بیشتری رخ می‌دهد، زیرا E° نیم واکنش کاهش در محیط اسیدی بیشتر است.

(۴) فراورده نهایی $Fe(OH)_3$ است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۵۷، ۵۸ و ۵۹)

۹۷. گزینه ۳ صحیح است.

اگر واکنش به صورت طبیعی انجام شود، یعنی واکنش دهنده‌ها و واکنش پذیری بیشتری نسبت به فراورده‌ها دارند.

قدرت کاهندگی $A > B$ → واکنش (I) انجام پذیر است.
قدرت اکسندگی $B^{2+} > A^{2+}$

قدرت کاهندگی $B > C^{2+}$ → واکنش (II) انجام پذیر است.
قدرت اکسندگی $C^{3+} > B^{2+}$

قدرت کاهندگی $B > D$ → واکنش (III) انجام پذیر است.
قدرت اکسندگی $D^{2+} > B^{2+}$

قدرت کاهندگی $C^{2+} > D$ → واکنش (IV) انجام پذیر است.
قدرت اکسندگی $D^{2+} > C^{2+}$

$A > B > C^{2+} > D$: مقایسه قدرت کاهندگی

$D^{2+} > C^{2+} > B^{2+} > A^{2+}$: مقایسه قدرت اکسندگی

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۴۳ تا ۴۶)

۹۸. گزینه ۱ صحیح است.

معادله واکنش انجام شده میان تینک روی و محلول $CuSO_4$ به صورت $Zn(s) + CuSO_4(aq) \rightarrow Cu(s) + ZnSO_4(aq)$ مقابله است:

در این واکنش به ازای مصرف ۱ مول فلز روی، ۶۵ گرم از جرم تینک کاسته شده و با تولید ۱ مول فلز مس، $= \frac{64}{65} \times 51/2 = 51\frac{1}{2}$ گرم به جرم تینک افزوده می‌شود؛ بنابراین طبق معادله واکنش و به ازای مبادله ۲ مول الکترون تغییر جرم تینک برابر است با:

$13/8g = 51/2 = 13/8g$ = تغییر جرم تینک

اکنون شمار مول الکترون‌های مبادله شده به ازای $9/2$ گرم تغییر جرم

تینک را به دست می‌آوریم.

$\frac{2 mole^-}{3} \times \frac{2 mole^-}{3} \times \frac{9/2 g}{13/8 g}$ = تغییر جرم تینک

واکنش انجام شده در سلول گالوانی (SHE - Ag) به صورت زیر است.



حال به ازای مبادله $\frac{4}{3} mole^-$ ، افزایش جرم تینک نقره را محاسبه می‌کنیم.

$$?g Ag = \frac{4}{3} mol e^- \times \frac{2 mol Ag}{2 mole^-} \times \frac{1.08 g Ag}{1 mol Ag} = 144 g Ag$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۴۱ و ۴۲ تا ۴۶)

۹۹. گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به واکنش (I) داریم:

$$emf = E^\circ(Au) - E^\circ(Sn^{2+}/Sn) = E^\circ(Sn^{2+}/Sn) - E^\circ(Mn^{2+}/Mn)$$

$$\Rightarrow 1/0.4 = E^\circ(Sn^{2+}/Sn) - (-1/18) \Rightarrow E^\circ(Sn^{2+}/Sn) = -0.14 V$$

حال به کمک معادله واکنش (II) می‌توانیم E° نیم سلول x را به دست آوریم:

$$emf = E^\circ(X^{2+}/X) - E^\circ(Sn^{2+}/Sn)$$

$$\Rightarrow 0.22 = E^\circ(X^{2+}/X) - (-0.14) \Rightarrow E^\circ(X^{2+}/X) = 0.36 V$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

۱۰۰. گزینه ۳ صحیح است.

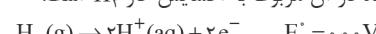
عبارت‌های (ب) و (ث) نادرست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(ب) در این صورت می‌توان گفت فلز Y کاهنده‌تر از H_2 است.

(ث) راجع ترین سلول سوختی، سلول هیدروژن - اکسیژن است که

نیم واکنش آندی انجام شده در آن مربوط به اکسایش گاز H_2 است:

در نتیجه برای محاسبه emf سلول داریم:

$$emf = E^\circ(Au) - E^\circ(Y)$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)