

$$4a \quad 1ar \quad 14ar^2 \quad (2) - 1$$

$$\begin{cases} 14ar = 4a + 14ar^2 \rightarrow 4r = 1 + 4r^2 \rightarrow r = \frac{1}{4} \\ a^2 + a^2r^2 + a^2r^4 = 4ar \rightarrow (1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16}) a^2 = 12a \end{cases}$$

$$\frac{\cancel{4}1}{14} a = \frac{\cancel{4}}{16} \rightarrow a = \frac{4}{14}$$

$$S = \left(\frac{2}{k}, -\frac{4+4k}{k} \right) \quad - \frac{14+4k}{4k} \quad (4) - 2$$

$$\frac{4+4k}{k} = \frac{1}{k} + 4 \rightarrow \frac{4k-4}{k} = 4 \rightarrow k=2 \rightarrow S = (1, -1)$$

$$((A \cap B)') - (B \cap C) - C = ((A' \cup B) \cap (B' \cup C)) \cap C' \quad (1) - 3$$

$$= (A' \cup B) \cap (B' \cup C) \cap C'$$

$$= (A' \cup B) \cap (B' \cap C')$$

$$= (A' \cup B) \cap B' \cap C'$$

$$= (A' \cap B') \cap C' = A' \cap (B \cup C)' = A' - (B - C)$$

$$[\sim p \wedge (\sim q \wedge r)] \vee (q \wedge r) \vee (p \wedge r) \quad (2) - 4$$

$$\equiv [\sim(q \vee p) \wedge r] \vee [(q \vee p) \wedge r] \equiv [\sim(q \vee p) \vee (q \vee p)] \wedge r$$

$$\equiv T \wedge r \equiv r$$

$$x^2 + 2x - 3m = x^2 + 4x + m$$

(۳) - ۵

$$\leadsto -4x = 4m \leadsto x = -m \rightarrow m^2 - 2m - 3m = 0 \quad \begin{cases} m = 0 \\ m = 5 \end{cases}$$

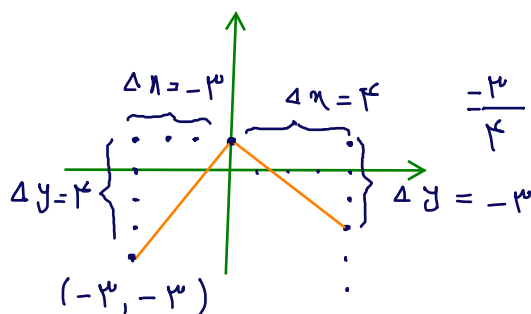
$$\begin{cases} x^2 + 2x - 15 = 0 \leadsto \begin{cases} x = -5 \\ x = 3 \end{cases} \\ x^2 + 4x + 5 = 0 \leadsto \begin{cases} x = -1 \\ x = -5 \end{cases} \end{cases} \quad 3 - (-1) = 4$$

$$0 < \frac{2}{x^2 - 3x + 2} < -2 \quad (x-1)(x-2) > 0 \quad (1) \quad (4) - 4$$

$$\frac{2}{x^2 - 3x + 2} + 2 < 0 \leadsto \frac{2x^2 - 4x + 4}{(x-1)(x-2)} < 0 \leadsto (x-1)(x-2) < 0 \quad (2)$$

هواره مثبت ←

$$(1) \cap (2) \leadsto \emptyset$$



(۳) - ۷

$$g^{-1} \circ f^{-1}(0) = \alpha \leadsto g^{-1}(\underbrace{f^{-1}(0)}_3) = \alpha$$

(۲) - ۸

$$g^{-1}(3) = ? \quad x + \sqrt{2x - 5} = 3 \leadsto 2x - 5 = x^2 - 4x + 9$$

$$\leadsto x^2 - 6x + 14 = 0 \quad \frac{1 \pm 2\sqrt{3}}{2} \leadsto \begin{cases} \alpha = 3 + \sqrt{3} \quad \times \\ \alpha = 3 - \sqrt{3} \quad \checkmark \end{cases}$$

$$g(1) = 4 \leadsto (1, 4) \leadsto \begin{cases} 4 = 2 + 2^{b-a} \\ 1 = 2 + 2^{b+a} \end{cases}$$

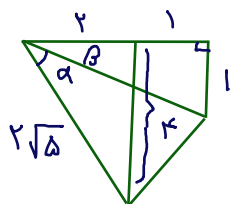
(1) - 9

$$\begin{cases} b - a = 1 \\ b + a = 3 \end{cases} \leadsto \begin{cases} b = 2 \\ a = 1 \end{cases} \leadsto 2b - a = 3$$

$$\frac{x^2 - 2x + 4 - 4x^2 - 12x}{(x+2)(x^2 - 2x + 4)} = \frac{x^2 - 9x - 2}{x^3 + 8} \quad (4) - 10$$

$$\leadsto 4x^2 + 5x - 4 = 0 \leadsto \frac{1}{4}(4x+9)(4x-4) = 0 \quad \begin{cases} x = \frac{1}{4} \checkmark \\ x = -\frac{9}{4} \checkmark \end{cases}$$

$\frac{C}{a} < 0 \leadsto \text{مشتق}$



$$\cos \alpha = \cos((\alpha + \beta) - \beta)$$

$$= \cos(\alpha + \beta) \cos \beta + \sin(\alpha + \beta) \sin \beta$$

$$= \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)\left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right) + \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right) = \frac{5}{\sqrt{50}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(2) - 11

$$T = 2\pi \leadsto C = 1 \quad (0,0) \leadsto 0 = a + \frac{b}{2} \quad (1)$$

$$\left(\frac{\pi}{2}, 1\right) \leadsto 1 = a + b \quad (2) \quad (2), (1) \leadsto \begin{cases} b = 2 \\ a = -1 \end{cases}$$

$$b(c-a) = 2(1 - (-1)) = 4$$

(3) - 12

$$\cos\left(2\pi + \frac{\pi}{\lambda} + x\right) \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{\lambda} - x\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

(4) - 13

$$\cos\left(\frac{\pi}{\lambda} + x\right) \sin\left(\frac{\pi}{\lambda} + x\right) = \frac{1}{4} \leadsto \frac{1}{2} \sin\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) = \frac{1}{4}$$

$$\leadsto \sin\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) = \frac{1}{2} \quad \begin{cases} \frac{\pi}{2} + 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ \frac{\pi}{2} + 2x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = k\pi - \frac{\pi}{12} \\ x = k\pi + \frac{5\pi}{12} \end{cases}$$

$$\left\{ -\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12} \right\}$$

$$\text{مجموع: } \frac{\pi}{4}$$

$$g(\underbrace{f(g(x+2))}_2) = 0 \rightarrow \underbrace{f(g(x+2))}_2 = 2 \quad (2) - 14$$

$$\left| \frac{1}{2}x - 1 \right| = 2 \rightarrow \begin{cases} x = 4 \rightarrow g(x+2) = 4 \rightarrow \text{کب } 0 \\ x = -2 \rightarrow g(x+2) = -2 \rightarrow \text{کب } 0 \end{cases}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{\pi}{m} x + \pi \rightarrow f(x) = \frac{m}{\pi} (x - \pi)$$

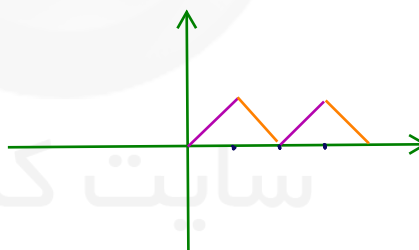
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f^{-1}(x)}{f(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{\pi}{m} x}{\frac{m}{\pi} x} = \frac{\pi^2}{m^2} = \pi \rightarrow m^2 = \pi$$

$$m = -\sqrt{\pi}$$

$$f(x) = \begin{cases} |x - [x]| & \text{زوج } [x] \\ |x - [x-a]| & \text{فرد } [x] \end{cases}$$

(1) - 14

$$0 < |x - [x-a]| \leq 1$$



$$0 \leq x - [x] < 1$$

$$-1 < -x + [x] \leq 0$$

$$0 < 1 - x + [x] \leq 1$$

بآنجایی که نمودار فقط زمانی به ج 0 می‌رسد

است که $a = -1$ و چون $a < -1$

لذا گزینه 1 پاسخ درست خواهد بود

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1-x^2} & x \geq 0 \\ \frac{x}{1+x^2} & x < 0 \end{cases} \quad f'(x) = \begin{cases} \frac{1-x^2+2x^2}{(1-x^2)^2} & x \geq 0 \\ \frac{1+x^2-2x^2}{(1+x^2)^2} & x < 0 \end{cases} \quad (2) - 17$$

$$f'(x) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -1 \quad \checkmark \\ x = 1 \quad \times \end{cases}$$

- به جز در $x=0$ مشتق پذیر است و $f'(0) = 1$ لذا $x=0$ بحرانی نیست.

(۳) - ۱۸

$$f'(x) = \begin{cases} \sqrt{ax} + (x-3) \frac{a}{\sqrt{ax}} & x > \frac{3}{4} \\ -\sqrt{ax} + (-x+4) \frac{a}{\sqrt{ax}} & x < \frac{3}{4} \end{cases}$$

$$\rightarrow f'_+\left(\frac{3}{4}\right) - f'_-\left(\frac{3}{4}\right) = 1 \sqrt{\frac{3}{4}a} = 2\sqrt{4} \rightarrow 4\left(\frac{3}{4}a\right) = 4$$

$$\rightarrow a = \frac{1}{4}$$

(۳) - ۱۹

$$S = \frac{m-2}{m^2-1} \rightarrow S' = \frac{m^2-1-2m^2+4m}{(m^2-1)^2}$$

$$S' = 0 \rightarrow -m^2 + 4m - 1 = 0 \rightarrow \begin{matrix} - & 2-\sqrt{3} & + & 2+\sqrt{3} & - \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \text{max} \\ \text{min} \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} m = 2 + \sqrt{3} & \Delta < 0 \\ m = 2 - \sqrt{3} & \Delta < 0 \end{matrix} \right. \quad \begin{matrix} m = 2 + \sqrt{5} & \Delta < 0 \\ m = 2 - \sqrt{5} & \checkmark \end{matrix}$$

(۲) - ۲۰

$$—, \boxed{A, B}, —, — \quad 4! \times 2! = 48$$

(۲) - ۲۱

$$m^2 - 4n > 0 \rightarrow m^2 > 4n$$

$$\begin{cases} m=3 \\ n=1, 2 \end{cases} \quad \begin{cases} m=4 \\ n=1, 2, 3 \end{cases} \quad \begin{cases} m=5 \\ n=1, 2, 3, 4, 5, 6 \end{cases} \quad \begin{cases} m=6 \\ n=1, \dots, 4 \end{cases}$$

$$P(A) = \frac{17}{34}$$

(۱) - ۲۲

$$P(B'|A') = \frac{P(B' \cap A')}{P(A')} = \frac{1 - P(A \cup B)}{\frac{5}{4}} = \frac{1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{4}}{\frac{5}{4}} = \frac{1}{5}$$

$$\{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$\{2, 4, 6, 8\}$$

(۳) - ۲۳

$$CV = \frac{a}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{14+9+9+14}}{5} = \frac{2\sqrt{10}}{5} \quad CV = \frac{\sqrt{9+1+1+9}}{5} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \rightarrow \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = \sqrt{2}$$

هم کوی ها
قرنر

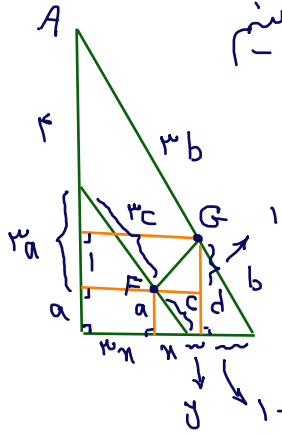
$$P(A|B) = \frac{P(A)}{P(B)} \cdot P(B|A) = \frac{\frac{1}{3}}{(\frac{1}{3})(0+1+\frac{2}{10})} \cdot (1) = \frac{5}{4}$$

(۴) - ۲۴

(۲) - ۲۵

مطابق داده های مسئله شکل داده را باز نویسی می کنیم

طبق قضیه تالس تعیین آن :



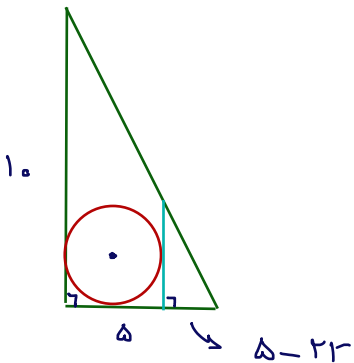
$$\frac{1-y}{4x+y} = \frac{1}{3} \rightarrow 3-3y = 4x+y \rightarrow x+y = \frac{3}{4}$$

$$\frac{d}{4a+4} = \frac{1}{4} \rightarrow d = a+1$$

$$FG = \sqrt{1^2 + (\frac{3}{4})^2} = \sqrt{1 + \frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{5}{4} = 1,25$$

فصلی غرض

(۱) - ۲۶



$$\frac{5-2r}{5} = \frac{2r}{10} \rightarrow 50-20r = 10r$$

$$\rightarrow r = \frac{5}{3}$$

$$S = \pi r^2 = \frac{25}{9} \pi$$

(۲) - ۲۷

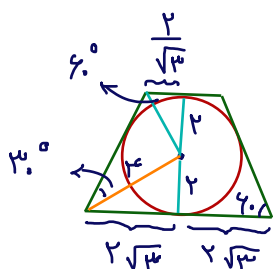
$$\frac{n(n-3)}{2} - \frac{(n-1)(n-4)}{2} = 14$$

$$\cancel{n^2} - 3n - \cancel{n^2} + 5n - 4 = 32 \rightarrow 2n = 36 \rightarrow n = 18$$

$$\frac{18(15)}{2} - \frac{14(13)}{2} = 135 - 91 = 44$$

۲۸ - (۴)

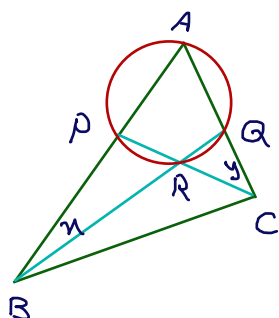
چون خط d خط l را در یک نقطه قطع می‌کند پس منطبق بر آن نیست لذا خط d با خط l نمی‌تواند موازی باشد.



۲۹ - (۴)

$$S = \frac{\left(\frac{4\sqrt{3}}{3} + 4\sqrt{3}\right) 4}{2} = \frac{32\sqrt{3}}{3}$$

۳۰ - (۳)



$$\hat{A} = 110^\circ - (2x + 2y)$$

$$x = \frac{\widehat{AQ} - \widehat{PR}}{2}, \quad y = \frac{\widehat{AP} - \widehat{QR}}{2}$$

$$2x + 2y = \frac{(\widehat{AQ} + \widehat{AP}) - (\widehat{PR} + \widehat{QR})}{2} = \frac{2(110^\circ - A) - 2A}{2}$$

ملاحظه: $2A$

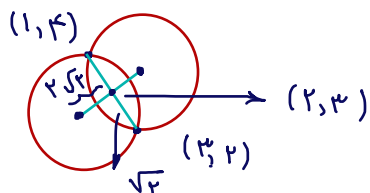
$$2x + 2y = 110^\circ - 4A$$

$$\Rightarrow A = 110^\circ - 110^\circ + 4A \Rightarrow A = 4^\circ$$

۳۱ - (۲)

$$r = \sqrt{4 + 4} = 2\sqrt{2}$$

$$OO' = 4\sqrt{2}$$



$$r = \sqrt{10} \quad (x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = 10$$

$$\begin{cases} (1 - \alpha)^2 + (4 - \beta)^2 = 10 \\ (4 - \alpha)^2 + (5 - \beta)^2 = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha - 8\beta = -7 \\ \alpha^2 + \beta^2 - 8\alpha - 10\beta = -13 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 6\alpha - 2\beta &= -6 \\ \beta &= \alpha + 1 \end{aligned}$$

$$\alpha^2 + \alpha^2 + 2\alpha + 1 - 8\alpha - 10\alpha - 10 = -13$$

$$2\alpha^2 - 16\alpha - 9 = 0 \quad \begin{cases} \alpha = 0 \\ \alpha = 4 \end{cases} \quad O(0, 1) \quad O'(4, 5)$$

$$\begin{cases} x^2 + (y-1)^2 = 1. \\ (x-4)^2 + (y-5)^2 = 1. \end{cases} \rightsquigarrow y=0 \rightsquigarrow x^2=9 \rightarrow x=\pm 3$$

- تقاطع: 4

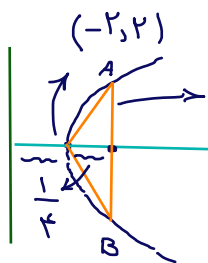
$$\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \cdot \vec{b} = \frac{2+3a}{a^2+1} \cdot (1, 0, a) = \left(\frac{2+3a}{a^2+1}, 0, \frac{a(3a+2)}{a^2+1} \right) \quad (4) - 32$$

$$\sqrt{\frac{(3a+2)^2}{(a^2+1)^2} + \frac{a^2(3a+2)^2}{(a^2+1)^2}} = \sqrt{\frac{(3a+2)^2(a^2+1)}{(a^2+1)^2}} = \frac{3a+2}{\sqrt{a^2+1}} = \frac{5}{\sqrt{2}}$$

$$5\sqrt{a^2+1} = \sqrt{2}(3a+2) \rightsquigarrow 25(a^2+1) = 2(9a^2+12a+4)$$

$$\rightsquigarrow 16a^2 - 24a + 17 = 0 \quad \begin{cases} a=1 \\ a=\frac{17}{16} \end{cases} \quad \frac{17}{16} - 1 = \frac{1}{16}$$

$$(y-2)^2 = 4\left(\frac{1}{4}\right)(x+2) \quad (3) - 33$$



$$x = -2 + \frac{1}{4} = -\frac{7}{4}$$

$$x = -\frac{7}{4} \rightsquigarrow (y-2)^2 = \frac{1}{4} \rightsquigarrow \begin{cases} y-2 = \frac{1}{2} \\ y-2 = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2 + \frac{1}{2} \\ y = 2 - \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\rightarrow AB = 1$$

$$S = \frac{1}{4} (1) \left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{16}$$

(11) - 34

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & x & -1 \\ 1 & 1 & x \\ x & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & x+1 & x-1 \\ x & -x+2 & -2x+1 \\ -2-x & -3 & -2x+1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 5+x & x+1 \\ & 2x-1 \\ -7-2x & -3 \end{bmatrix} \leadsto 4x+1 = 2x-7 \leadsto x = -4$$

(2) - 35

$$|A| = 1(1-4) + 3(3-4) = 2-3 = -1$$

$$||A| A| = |A|^3 |A| = |A|^4 = |-1|^4 = 1$$

(3) - 36

$$24 \equiv 1$$

$$24 \equiv 2 \leadsto 24^2 \equiv 2^2 \equiv -1 \leadsto 24^{21} \equiv -1$$

$$21 \equiv 0$$

$$24^{23} \equiv -2 \equiv 5$$

$$21 \equiv -3 \leadsto 21^2 \equiv 9 \equiv 1 \leadsto 21^{22} \equiv 1 \leadsto$$

$$21^{23} \equiv 21 \equiv 5$$

$$\begin{cases} 24^{23} - 21^{23} \equiv -5 \equiv 3 \\ 24^{23} - 21^{23} \equiv 5 \end{cases} \leadsto \begin{cases} (24^{23} - 21^{23}) 9 \equiv 27 \equiv 3 \\ (24^{23} - 21^{23}) 9 \equiv 45 \equiv 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (24^{23} - 21^{23}) 9 \equiv 3$$

(3) - 37

$$17x + 18y = 987 \leadsto 17x \equiv 987$$

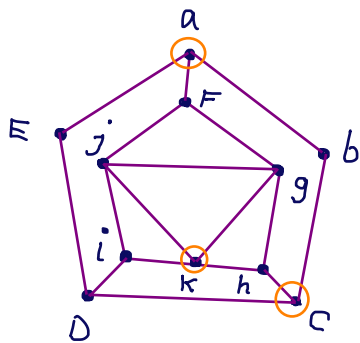
$$17x \equiv 987 - 18 \leadsto x \equiv 57 \leadsto x = 18k + 57$$

$$17(18k + 57) + 18y = 917 \leadsto 18y = 18 - 3.4k$$

$$\leadsto y = 1 - 17k$$

$$k = -3, -2, -1, 0$$

۴ جواب طبیعی دارد.



$$P = 11$$

$$\Delta = 4$$

$$\chi(G) \geq \left\lceil \frac{P}{\Delta + 1} \right\rceil = \left\lceil \frac{11}{5} \right\rceil = 3$$

در این مجموعه رئوس $\{a, c, k\}$ یک مجموعه

حالت گرفته است لذا $\chi(G) = 3$

۳۸ - (۲)

$$A = \{12, 13, 14, \dots, m\}$$

۳۹ - (۴)

در مسائل لانه بوتر معمولاً بدترین حالت را در نظر می‌گیریم تا به حداقل تعدادی که ناگزیر

شرایط مطلوب را دارد برسیم:

$$12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23$$

$$35, 34, 33, 32, 31, 30, 29, 28, 27, 26, 25, 24$$

بدترین حالت زمانی است که در زیر مجموعه‌ها ۱۲ انتخاب شده و ۳۵ انتخاب نشود یا بالعکس با درامه

این روند یک زیر مجموعه ۱۲ عضوی داریم که مجموع هیچ دو عضو آن برابر ۴۷ نیست. اما من توانم اعداد
این روند یک زیر مجموعه ۱۲ عضوی داریم که مجموع هیچ دو عضو آن برابر ۴۷ نیست. اما من توانم اعداد
این روند یک زیر مجموعه ۱۲ عضوی داریم که مجموع هیچ دو عضو آن برابر ۴۷ نیست. اما من توانم اعداد

آن ۴۷ نباشد اگر کمترین ۴۲ باشد کمترین هجتم عدد بیستم را از اعداد انتخاب نشده قبلی

انتخاب کنیم. یعنی هرگاه ۴۲ بیشترین عدد ۴۲ باشد هر زیر مجموعه حداقل ۲۰ عضوی (بدترین حالت)

$$P = 18, \quad \Delta = 1, \quad S = 3 \quad \text{۴. - (۳)}$$

چون تعداد رئوس ۴ درجه فرد، عددی زوج است لذا :

$$\max: \quad q = \frac{14 \times 1 + 1 + 3}{2} = 9$$

$$\min: \quad q = \frac{14 \times 3 + 1 + 1}{2} = 3. \quad 9 - 3 = 6$$



سایت کنکور

Konkur.in