

۱- با ضرب سه جمله متوالی یک دنباله هندسی به ترتیب در ۴، ۸ و ۱۶، یک دنباله حسابی به دست می آید. اگر مجموع مربعات سه جمله هندسی برابر مجموع جملات حسابی باشد، جمله اول دنباله هندسی کدام است؟

$$\frac{48}{5} \quad (4)$$

$$\frac{24}{5} \quad (3)$$

$$\frac{64}{7} \quad (2) \quad \checkmark$$

$$\frac{32}{7} \quad (1)$$

دنباله حسابی $\Rightarrow \varepsilon a, 18aq, 192aq^2$ $\Rightarrow a, aq, aq^2$ \Rightarrow جهت دنباله هندسی

$$\Rightarrow 2(18aq) = \varepsilon a + 192aq^2 \Rightarrow 192q = \varepsilon + 192q^2 \Rightarrow 192q^2 - 192q + \varepsilon = 0 \Rightarrow (192q - \varepsilon)^2 = 0$$

$$\Rightarrow q = \frac{1}{4}$$

مجموع مربعات جهت هندسی $a^2 + a^2q^2 + a^2q^4 = \varepsilon a + 18aq + 192aq^2$

$$q = \frac{1}{4} \Rightarrow a^2 + a^2 \frac{1}{16} + a^2 \frac{1}{64} = \varepsilon a + \varepsilon a + \varepsilon a \rightarrow \frac{21a^2}{16} = 3\varepsilon a \Rightarrow \frac{21a^2}{16} - 3\varepsilon a = 0$$

$$\Rightarrow a \left(\frac{21}{16} a - 3\varepsilon \right) = 0 \Rightarrow a = \frac{3 \times 16}{21} = \frac{48}{7}$$

۲- رأس سهمی $y = kx^2 - 4x - 6$ روی خط $y = -4x - 4$ قرار دارد. عرض رأس سهمی کدام است؟

$$-8 \quad (4) \quad \checkmark$$

$$-4 \quad (3)$$

$$6 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} x = -\frac{b}{2a} \quad x = \frac{\varepsilon}{2k} = \frac{2}{k} \Rightarrow y = k \left(\frac{2}{k} \right)^2 - 4 \left(\frac{2}{k} \right) - 6 \\ y = -4 \left(\frac{2}{k} \right) - 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\varepsilon}{k} - \frac{8}{k} - 6 = -\frac{8}{k} - 4$$

$$\Rightarrow \frac{\varepsilon}{k} = 2 \Rightarrow \underline{\underline{k = 2}}$$

$$k = 2 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = -4(1) - 4 = -8$$

۳- اگر A، B و C سه مجموعه ناتمامی از مجموعه مرجع U باشند، مجموعه $((A-B)' - (B-C)) - C$ با کدام مجموعه برابر است؟

$$(A' \cup B') - C \quad (4)$$

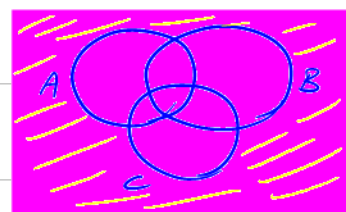
$$C - (A \cup B) \quad (3)$$

$$B - (A \cup C) \quad (2)$$

$$A' - (B \cup C) \quad (1) \quad \checkmark$$

$$(A-B)' = (A \cap B')' = (A' \cup B) \quad (B-C) = B \cap C'$$

$$(A' \cup B) - (B \cap C) = (A' \cup B) \cap (B' \cup C')$$



در نهایت با حذف C می‌زنند ۱ $\leftarrow A' - (B \cup C)$ خواهیم رسید.

۴- کدام گزاره زیر، هم‌ارز منطقی گزاره $(\sim p \wedge (\sim q \wedge r)) \vee (q \wedge r) \vee (p \wedge r)$ است؟

- ۱) q ۲) r ۳) $r \vee p$ ۴) $p \vee q$

۵- معادله‌های $x^2 + 6x + m = 0$ و $x^2 + 2x - 3m = 0$ یک ریشه مشترک غیرصفر دارند. اختلاف ریشه‌های غیرمشترک کدام است؟

- ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۷

$$x^2 + 2x - 3m = 0 \Rightarrow x^2 + 2x + m = 0 \Rightarrow 2x = -2m \Rightarrow x = -m$$

$$\Rightarrow (-m)^2 + 2(-m) + m = 0 \Rightarrow m^2 - 2m + m = 0 \Rightarrow m^2 - m = 0 \Rightarrow m(m-1) = 0$$

$m=0$ یا $m=1$

برای $m=0$: $x^2 + 2x + 0 = 0 \Rightarrow (x+1)(x+0) = 0 \Rightarrow x = -1$ یا $x = 0$

$$\Rightarrow (-m)^2 + 2(-m) - 3m = 0 \Rightarrow m^2 - 2m - 3m = 0 \Rightarrow m^2 - 5m = 0 \Rightarrow m(m-5) = 0$$

$m=0$ یا $m=5$

برای $m=5$: $x^2 + 2x - 15 = 0 \Rightarrow (x+5)(x-3) = 0 \Rightarrow x = -5$ یا $x = 3$

$$\Delta = 3 - (-1) = 4$$

۶- نمودار تابع $y = \frac{2}{x^2 - 3x + 2}$ ، به ازای چند مقدار صحیح بین دو خط افقی $y = -2$ و $y = 0$ واقع می‌شود؟

- ۱) ۱ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) صفر

$$y = \frac{2}{(x-2)(x-1)}$$

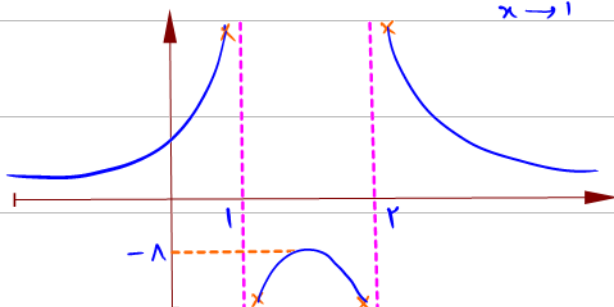
روش اول: ابتدا نمودار تابع را رسم می‌کنیم

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2}{(x-2)(x-1)} = \frac{2}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2}{(x-2)(x-1)} = \frac{2}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2}{(x-2)(x-1)} = \frac{2}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2}{(x-2)(x-1)} = \frac{2}{0^+} = +\infty$$



$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2}{(x-2)(x-1)} = 0$$

$$\text{ریشه دوم} \Rightarrow -2 < \frac{2}{x^2 - 3x + 2} < 0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{2}{x^2 - 3x + 2} < 0 \Rightarrow x^2 - 3x + 2 < 0 \Rightarrow 1 < x < 2 \quad (1) \\ \frac{2}{x^2 - 3x + 2} > -2 \Rightarrow \frac{x^2 - 3x + 2}{2} < -\frac{1}{2} \Rightarrow x^2 - 3x + 2 < -1 \end{cases}$$

$$(2) \quad x \in \emptyset \quad \Delta < 0 \leftarrow x^2 - 3x + 2 < 0$$

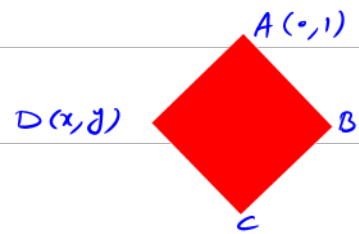
(1), (2) \Rightarrow هیچ جواب ندارد.

-۷ نقاط $A(0,1)$ و $B(4,-2)$ دو رأس مجاور مربع $ABCD$ هستند. طول مختصات نقطه D در ربع سوم، کدام است؟

- ۴ (۴) -۳ (۳) ✓ -۲ (۲) -۱ (۱)

$$AB \text{ شیب} = \frac{1 - (-2)}{0 - 4} = -\frac{3}{4} \quad y = -\frac{3}{4}x + b$$

$$y_{AB} = -\frac{3}{4}x + 1$$



$$AD \text{ شیب} = \frac{4}{3} \quad y = \frac{4}{3}x + d \xrightarrow{A(0,1)} y = \frac{4}{3}x + 1$$

$$\text{طول مربع} \quad AB = \sqrt{(4-0)^2 + (-2-1)^2} = 5 = AD = \sqrt{(x-0)^2 + (y-1)^2} = \sqrt{x^2 + (\frac{4}{3}x)^2}$$

$$\Rightarrow 25 = x^2 + \frac{16}{9}x^2 \Rightarrow \frac{25}{9}x^2 = 25 \Rightarrow x = -3$$

-۸ توابع $f(x) = \log(2x-5)$ و $g(x) = x + \sqrt{2x-4}$ را در نظر بگیرید. اگر نمودار $y = g^{-1} \circ f^{-1}(x)$ محور y ها را

در α قطع کند، مقدار α کدام است؟

- $4 + \sqrt{2}$ (۴) $4 + \sqrt{2}$ (۳) $4 - \sqrt{2}$ (۲) ✓ $4 - \sqrt{2}$ (۱)

$$g^{-1} \circ f^{-1}(0) = \alpha \Rightarrow (f \circ g)^{-1}(0) = \alpha \Rightarrow f \circ g(\alpha) = 0 \Rightarrow f(g(\alpha)) = 0$$

$$2x - 5 = 1 \rightarrow x = 3$$

$$f(3) = 0 \Rightarrow g(\alpha) = 3 \Rightarrow 3 = \alpha + \sqrt{2\alpha - 4}$$

$$\Rightarrow (3 - \alpha) = \sqrt{2\alpha - 4} \quad (\alpha < 3) \Rightarrow 9 + \alpha^2 - 6\alpha = 2\alpha - 4 \Rightarrow \alpha^2 - 8\alpha + 13 = 0$$

$$\Delta = 64 - 4(13) = 12 \Rightarrow \alpha = \frac{8 \pm \sqrt{12}}{2} = 4 \pm \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 4 - \sqrt{3}$$

۹- نمودار $f(x) = 2 + 2^{b-ax}$ نمودار تابع $g(x) = -x^2 - 3x + 8$ را در نقطه‌ای به طول ۱ قطع می‌کند. اگر $f^{-1}(10) = -1$ باشد، مقدار $2b - a$ کدام است؟

- ۱ (۱) ✓ ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

$$x=1 \Rightarrow 2 + 2^{b-a} = 4 \Rightarrow 2^{b-a} = 2 \Rightarrow b-a=1 \quad (1)$$

$$f^{-1}(10) = -1 \Rightarrow f(-1) = 10 \Rightarrow 2 + 2^{b+a} = 10 \Rightarrow 2^{b+a} = 8 = 2^3 \Rightarrow b+a=3 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \underline{b=2}, \underline{a=1} \quad \underline{2b-a=3}$$

۱۰- معادله $\frac{1}{x+2} - \frac{x^2-9x-2}{x^2+8} = \frac{6x}{x^2-2x+4}$ دارای چند جواب مثبت است؟

- ۱ (۴) ✓ ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱) صفر

نخستین مرتبه را به صورت x^2+8 بنویسیم

$$\frac{x^2-2x+2}{x^2+8} - \frac{x^2-9x-2}{x^2+8} = \frac{6x}{x^2-2x+4} \Rightarrow \frac{7x+4}{x^2+8} = \frac{6x}{x^2-2x+4} \Rightarrow 7x+4 = \frac{6x(x^2+8)}{x^2-2x+4}$$

$$\Rightarrow x = -\frac{4}{7}, \quad x = \frac{4}{7}$$

۱۱- در شکل زیر، مقدار $\cos \alpha$ چقدر است؟

$$\cos \beta = \frac{3}{\sqrt{11}}, \quad \sin \beta = \frac{1}{\sqrt{11}}$$

$$\cos(\alpha+\beta) = \frac{1}{2\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{3}{\sqrt{11}} \cos \alpha - \frac{1}{\sqrt{11}} \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}} \quad (1)$$

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{3}{\sqrt{11}} \sin \alpha + \frac{1}{\sqrt{11}} \cos \alpha \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

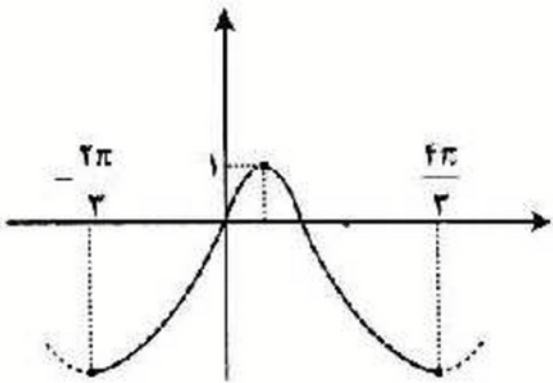
$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (2) \checkmark$$

$$\frac{\sqrt{3}}{10} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{10} \quad (4)$$

۱۲- شکل زیر. قسمتی از نمودار $y = a + b \cos(cx - \frac{\pi}{4})$ را نشان می دهد. مقدار $b(c-a)$ کدام است؟



$$y = a + b \cos(cx - \frac{\pi}{4})$$

۲ (۱)

۳ (۲)

۴ (۳) ✓

۶ (۴)

$$T = 2\pi = \frac{2\pi}{|c|} \Rightarrow |c| = 1 \Rightarrow c = \pm 1$$

$$(0,0) \Rightarrow a + \frac{b}{4} = 0 \rightarrow b = -4a$$

$$y_{max} = 1 = a + |b| \Rightarrow a + b = 1 \rightarrow$$

$$c = 1$$

$$b > 0$$

$$a = -1$$

$$b = 2$$

$$b(c-a) = 2(1+1) = 4$$

پس $b, c > 0$ فرد است $y' = -bc \sin(cx - \frac{\pi}{4}) \Rightarrow y'(0) = \sqrt{\frac{2}{4}} bc > 0 \Rightarrow bc > 0$

۱۳- مجموع جواب های معادله مثلثاتی $\cos(\frac{17\pi}{8} + x) \cos(\frac{3\pi}{8} - x) = \cos^2(\frac{\pi}{4})$ در بازه $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$ کدام است؟

$$\frac{\pi}{4} \quad (۴) \quad \checkmark$$

$$\frac{2\pi}{3} \quad (۳)$$

$$\frac{\pi}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{\pi}{2} \quad (۱)$$

$$\cos(\frac{17\pi}{8} + x) = \cos(2\pi + \frac{\pi}{8} + x) = \cos(\frac{\pi}{8} + x) \quad (\frac{\pi}{8} + x) + (\frac{3\pi}{8} - x) = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \text{فرد است}$$

$$\cos(x + \frac{\pi}{8}) \cos(\frac{3\pi}{8} - x) = \frac{1}{4} \Rightarrow \cos(x + \frac{\pi}{8}) \sin(x + \frac{\pi}{8}) = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{4} \sin 2(x + \frac{\pi}{8}) = \frac{1}{2}$$

$$\sin(2x + \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2} = \sin(\frac{\pi}{6}) \Rightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{12} \\ 2x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow 2x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = k\pi + \frac{5\pi}{12} \end{cases}$$

$$x = k\pi - \frac{\pi}{12}$$

k	x
-1	$-\frac{13\pi}{12}$ X
0	$-\frac{\pi}{12}$ ✓
1	$\frac{11\pi}{12}$ X

$$x = k\pi + \frac{5\pi}{12}$$

k	x
-1	$-\frac{17\pi}{12}$ X
0	$\frac{5\pi}{12}$ ✓
1	$\frac{25\pi}{12}$ X

$$-\frac{\pi}{12} + \frac{5\pi}{12} = \frac{4\pi}{12} = \frac{\pi}{3}$$

۱۴- اگر $f(x) = \left| \frac{1}{2}x - 1 \right|$ و شکل زیر نمودار تابع $g(x)$ باشد، معادله $g(f(g(x+2))) = 0$ چند ریشه دارد؟



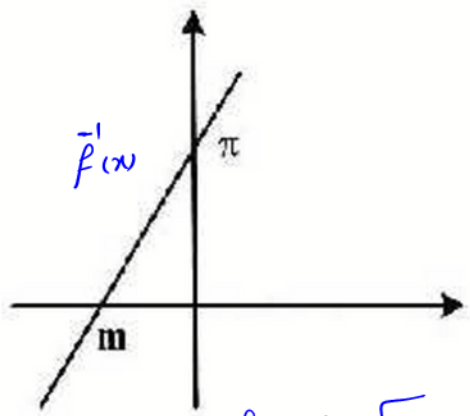
- ۱ (۱)
- ۲ (۲) ✓
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

$$g(f(g(x+2))) = 0 \Rightarrow f(g(x+2)) = 2 \quad \left(\frac{1}{2}x - 1 = 2 \Rightarrow \frac{1}{2}x - 1 = \pm 2 \right)$$

$$x = 6, \quad x = -2$$

$$\begin{cases} g(x+2) = 6 \Rightarrow \dots \\ g(x+2) = -2 \Rightarrow \dots \end{cases}$$

۱۵- شکل زیر، نمودار تابع f^{-1} را نشان می‌دهد. اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f^{-1}(x)}{f(x)} = \pi$ باشد، مقدار m کدام است؟



خطی $f^{-1}(x) = ax + b$
 شیب $= \frac{\pi}{m}$
 $f^{-1}(x) = \frac{\pi}{m}x + m$

- $-\sqrt{\pi}$ (۱) ✓
- $-\frac{1}{\sqrt{\pi}}$ (۲)
- $-\frac{1}{\pi}$ (۳)
- $-\pi\sqrt{\pi}$ (۴)

برای آوردن تابع f : $x = \frac{\pi}{m}y + m \Rightarrow y = \frac{x-m}{\frac{\pi}{m}} = \frac{m}{\pi}x - \frac{m^2}{\pi} = f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{\pi}{m}x + m}{\frac{m}{\pi}x - \frac{m^2}{\pi}} = \frac{\frac{\pi}{m}}{\frac{m}{\pi}} = \frac{\pi^2}{m^2} = \pi \Rightarrow m^2\pi = \pi^2 \Rightarrow m^2 = \pi \Rightarrow m = -\sqrt{\pi}$$

۱۶- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} |x - |x|| & \text{زوج } [x] \\ |x - |x - a|| & \text{فرد } [x] \end{cases}$ در \mathbb{R} پیوسته باشد. مجموعه مقادیر $|a|$ شامل چند عضو است؟

$(a < -1)$

۳ (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱) صفر ✓

تابع در اعداد غیر صحیح پیوسته نیست، بنابراین در اعداد صحیح باید پیوسته بررسی شود.

∴ $f(x) = f(k) \quad (k \in \mathbb{Z})$
 $x \rightarrow k$ $k > 0$ زوج

∴ $|x - [x]| = k - k = 0$
 $x \rightarrow k^+$

$\Rightarrow [k - a] = k$

∴ $|x - [x - a]| = |k - [k - a]| \Rightarrow k \leq k - a < k + 1$
 $x \rightarrow k^-$

$0 \leq -a < 1$

∴ $-1 < a \leq 0$ \leftarrow فرض است که $a < -1$ باشد، بنابراین هیچ عضوی ندارد.

۱۷- تابع $f(x) = \frac{x}{1 - x|x|}$ چند نقطه بحرانی دارد؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲) ✓

۱ (۱) صفر

$D_f(x) \Rightarrow 1 - x|x| = 0 \Rightarrow x|x| = 1 \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = 1 \quad \checkmark \\ x < 0 \rightarrow -x^2 = 1 \rightarrow x^2 = -1 \quad \times \end{cases}$

$D_f = \mathbb{R} - \{1\}$

غیر $f'(x) = \frac{1(1 - x^2) - (-2x)x}{(1 - x^2)^2} = \frac{x^2 + 1}{(1 - x^2)^2} \Rightarrow x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \quad \checkmark$
 $x > 0 \rightarrow$

$x < 0 \rightarrow f'(x) = \frac{1(1 + x^2) - 2x(x)}{(1 + x^2)^2} = \frac{1 - x^2}{(1 + x^2)^2} \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = -1 \quad \checkmark$

۱۸- به ازای کدام مقدار a ، اختلاف شیب نیم‌خط‌های مماس چپ و راست بر منحنی تابع $f(x) = |4x - 3|\sqrt{ax}$ در

نقطه $x = \frac{3}{4}$ برابر $2\sqrt{6}$ می‌شود؟

$\frac{1}{8}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳) ✓

۸ (۲)

۲ (۱)

$x \rightarrow \frac{3}{4}^+ \Rightarrow f(x) = (4x - 3)\sqrt{ax} \Rightarrow f'(x) = 4\sqrt{ax}$ *شیب‌های منفی*

$\Rightarrow f'_+(\frac{3}{4}) = 4\sqrt{\frac{3}{4}a}$

$x \rightarrow \frac{3}{4}^- \Rightarrow f(x) = (3 - 4x)\sqrt{ax} \Rightarrow f'(x) = (-4\sqrt{ax})$ *شیب‌های منفی*

$\Rightarrow f'_-(\frac{3}{4}) = -4\sqrt{\frac{3}{4}a}$

$\otimes \Rightarrow f'_+(\frac{3}{4}) - f'_-(\frac{3}{4}) = 8\sqrt{\frac{3}{4}a} = 2\sqrt{6} \Rightarrow \sqrt{\frac{3}{4}a} = \frac{\sqrt{6}}{4}$

$\Rightarrow \frac{3}{4}a = \frac{6}{16} \Rightarrow a = \frac{1}{4}$

۱۹- نمودار تابع $f(x) = (m^2 - 1)x^2 + (2 - m)x + 5$ محور x ها را در α و β قطع می‌کند. اگر مجموع α و β

بیشترین مقدار باشد، m کدام است؟

$2 - \sqrt{3}$ (۴)

$2 - \sqrt{5}$ (۳)

$2 + \sqrt{3}$ (۲)

$2 + \sqrt{5}$ (۱)

$S = \alpha + \beta = \frac{m-2}{m^2-1} \Rightarrow S' = \frac{1(m^2-1) - 2m(m-2)}{(m^2-1)^2} = \frac{-m^2 + 4m - 1}{(m^2-1)^2}$

$\Rightarrow m^2 - 4m + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 16 - 4 = 12 \Rightarrow m = \frac{4 \pm 2\sqrt{3}}{2} = 2 \pm \sqrt{3}$

\otimes اما با توجه به اینکه $\Delta > 0$ باشد برای تعداد بیش از دو جواب m ، این تناقض نمی‌آید و سوال نادرست است.

$\Delta = (2-m)^2 - 4(m^2-1)(5) = 4 + m^2 - 4m - 20m^2 + 20 = -19m^2 - 4m + 24 > 0$

۲۰- ۵ نفر قرار است در یک جلسه سخنرانی کنند. در چند حالت، دو نفر خاص پشت سر هم سخنرانی می کنند؟
 (۱) ۲۴ (۲) ۴۸ (۳) ۷۲ (۴) ۹۶

$(AB)CDE \quad \underline{5! \times 2! = 240}$

۲۱- در پرتاب همزمان دو تاس، اعداد روشده III و II هستند. با کدام احتمال، معادله $x^2 - IIIx + II = 0$ دارای دو ریشه حقیقی و متمایز است؟
 (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{5}{6}$ (۴) $\frac{4}{9}$

$\Delta > 0 \Rightarrow (-m)^2 - 4(1)(n) > 0 \Rightarrow m^2 - 4n > 0 \Rightarrow m^2 > 4n$

if $m=1 \rightarrow 1 > 4n \quad n \rightarrow$ هیچ عددی

if $m=2 \rightarrow 4 > 4n \quad n \rightarrow$ هیچ عددی

if $m=3 \rightarrow 9 > 4n \quad n=1,2 \quad \text{if } m=4 \rightarrow 16 > 4n \quad n=1,2,3,4,5,6$

if $m=5 \rightarrow 25 > 4n \quad n=1,2,3,4,5,6,7 \quad \text{if } m=6 \rightarrow 36 > 4n \quad n=1,2,3,4,5,6,7,8,9$

$P(A) = \frac{17}{34}$

۲۲- پیشامدهای ناسازگاز A و B از فضای نمونه‌ای S هستند. اگر $P(A) = \frac{1}{6}$ و $P(B) = \frac{1}{4}$ باشد، مقدار $P(B'|A')$ کدام است؟
 (۱) $\frac{5}{7}$ (۲) $\frac{5}{8}$ (۳) $\frac{5}{55}$ (۴) $\frac{5}{75}$

$P(A \cap B) = 0$

$P(B'|A') = \frac{P(B' \cap A')}{P(A')} = \frac{1 - P(A \cup B)}{P(A')} = \frac{1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B)}{P(A')}$

$P(B'|A') = \frac{1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{6} + 0}{\frac{5}{6}} = \frac{\frac{1}{12}}{\frac{5}{6}} = \frac{1}{10}$

۲۳- در یک دسته از اعداد، چهار عدد فرد یک رقمی در اختیار داریم. دوتای آنها را با کوچکترین عدد زوج بعد از خود و دوتای دیگر را با بزرگترین عدد زوج قبل از خود جایگزین می‌کنیم به طوری که اعداد در دسته دوم (دسته جدید) تک رقمی و غیر تکراری باشند. نسبت ضریب تغییرات دسته اول به دسته دوم کدام است؟

- (۱) $0,2\sqrt{5}$ (۲) $0,4\sqrt{10}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $1,25$

$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \rightarrow 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$

$\bar{x}_1 = 5 \Rightarrow \sigma = \sqrt{10}$ $\bar{x}_2 = 5 \Rightarrow \sigma_r = \sqrt{5}$

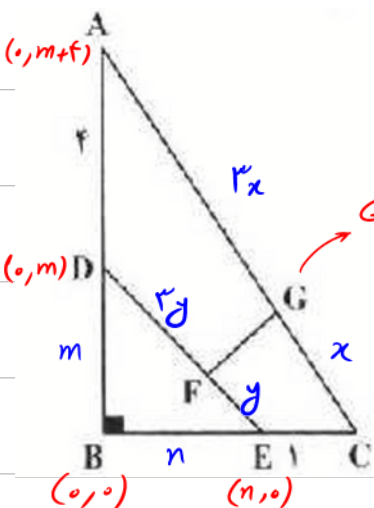
$\frac{CV_1}{CV_2} = \frac{\frac{\sigma_1}{\bar{x}_1}}{\frac{\sigma_2}{\bar{x}_2}} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = \sqrt{2}$

۲۴- سه کیسه یکسان، هر کدام شامل ۱۰ گوی در اختیار داریم. کیسه اول دارای گوی‌های سبز، کیسه دوم دارای گوی‌های قرمز و کیسه سوم دارای ۲ گوی قرمز و ۸ گوی سبز است. کیسه‌ای به تصادف انتخاب کرده، یک گوی خارج می‌کنیم و می‌بینیم که قرمز است. با کدام احتمال همه گوی‌های آن کیسه قرمز است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{5}{6}$



$P(A) = \frac{10}{0+10+2} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$



۲۵- در شکل زیر، اگر $\frac{AC}{CG} = \frac{DE}{EF} = 4$ باشد، اندازه FG کدام است؟

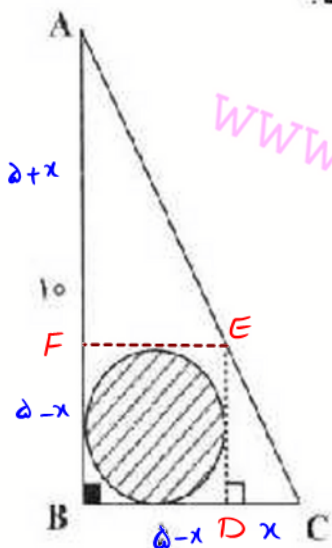
- (۱) 1 (۲) $1,25$ (۳) $1,5$ (۴) $1,75$

$G(\frac{r(n+r)}{f}, \frac{m+r}{f})$ $F(\frac{rn}{f}, \frac{m}{f})$

طول $GF = \sqrt{(\frac{r(n+r)}{f} - \frac{rn}{f})^2 + (\frac{m+r}{f} - \frac{m}{f})^2}$

$GF = \sqrt{(\frac{r}{f})^2 + (1)^2} = \frac{5}{4} = 1,25$

۲۶- اگر اندازه اضلاع قائمه مثلث ABC، ۵ و ۱۰ باشد، مساحت ناحیه هاشور خورده، کدام است؟



$$EF \parallel BC \Rightarrow \frac{AF}{AB} = \frac{EF}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{5+x}{10} = \frac{5-x}{5} \Rightarrow 5+x = 10-2x \Rightarrow x = \frac{5}{3}$$

$$2r = 5-x = 5 - \frac{5}{3} = \frac{10}{3} \rightarrow r = \frac{5}{3}$$

$$S = \pi r^2 = \frac{25}{9} \pi$$

$$\frac{25}{9} \pi \quad (1) \quad \checkmark$$

$$\frac{16}{9} \pi \quad (2)$$

$$\frac{9}{4} \pi \quad (3)$$

$$\frac{5}{4} \pi \quad (4)$$

۲۷- در یک n ضلعی، با کم شدن یک ضلع، ۱۶ قطر از تعداد قطرهای آن کم می شود. اگر دو ضلع کم شود، چند قطر از تعداد قطرهای آن کم می شود؟

$$22 \quad (1)$$

$$22 \quad (2)$$

$$31 \quad (3) \quad \checkmark$$

$$30 \quad (4)$$

$$\frac{n(n-3)}{2} - \frac{(n-1)(n-4)}{2} = 16 \Rightarrow n = 18$$

$$\frac{18 \times 15}{2} - \frac{17 \times 14}{2} = 135 - 104 = 31$$

(علی آزاد)

با ارزوی موفقیت برای شما