

پاسخ تشریحی درس ریاضی کنکور تجربی ۱۴۰۱/۱۰/۲۹ وحید حسین طلایی دبیر دبیرستان های شهرستان دلفان

۱۱۱- محور تقارن سهمی های $y = x^2 + ax - 2$ و $y = -x^2 - 2x + b$ مشترک هستند. اگر از دو نقطه با عرض یکسان روی دو سهمی خط $y=1$ رسم شود، مقدار ab چقدر است؟

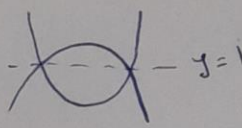
۴ (۴) محدوده (۱) ۸ (۱) ۴ (۲) ۸ (۲)

$\frac{1}{a} = -1 \rightarrow a = -1$

$x^2 + 2x - 2 = 1 \rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$

$-x^2 - 2x + b = 1 \rightarrow x^2 + 2x + 1 - b = 0$

$\Rightarrow b = 4$



۱۱۲- در بازه (a, b) عبارت $15x^2 + 72x + 14$ منفی و عبارت $|\frac{x-1}{2} - 1|$ بزرگتر از سه است. بیشترین مقدار $b-a$ کدام است؟

$15x^2 + 72x + 14 < 0 \rightarrow -\frac{14}{15} < x < -\frac{2}{5}$

$\Rightarrow -\frac{14}{15} < x < -\frac{2}{5} \quad * \quad \frac{4}{15} < x < \frac{23}{3}$

$|\frac{x-1}{2} - 1| > 3 \Rightarrow \begin{cases} \frac{x-1}{2} - 1 > 3 \rightarrow x > 9 \\ \frac{x-1}{2} - 1 < -3 \rightarrow x < -3 \end{cases}$

$** \Rightarrow * \cap ** = -\frac{14}{15} < x < -\frac{2}{5} \Rightarrow b-a = \frac{8}{15}$

۱۱۳- تابع $f(x) = mx^2 - nx - k$ در هر بازه، هم صعودی و هم نزولی است. اگر مجموعه زیر، تابع باشد، مقدار

$\{(m, n-1), (0, k), (n-1, m^2 + 2m-1), (2k+2, 2k+1)\}$

$\sqrt{5}$ (۴) 1 (۳) $-\sqrt{5}$ (۲) -1 (۱)

$f(x) = -k \leftarrow m=n=0$ تابع ثابت است

$(0, -1) = (0, k) \Rightarrow k = -1 \Rightarrow f(x) = 1$

۱۱۴- نمودار $\frac{1}{|f|}$ را در امتداد محور x ها، a واحد در جهت مثبت انتقال داده و آن را g می نامیم. سپس تابع $|g|$ را در

امتداد محور y ها، 2 واحد در جهت منفی انتقال می دهیم. طول نقطه برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع $\frac{1}{|f|}$

برابر $\frac{\sqrt{2}}{2}$ است. اگر f تابع همانی باشد، اختلاف مقادیر در تساوی $f(x+a) = 2$ کدام است؟

$\sqrt{2}$ (۴) $2 - \sqrt{2}$ (۳) 2 (۲) $2 + \sqrt{2}$ (۱)

$f(x) = x$

$\Rightarrow g(x) = \frac{1}{x-a} \Rightarrow |g(x)| - 2 = \frac{1}{|x-a|} - 2 = \frac{1}{|x|}$

$x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{1}{|\frac{\sqrt{2}}{2} - a|} = \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} + 2 \Rightarrow |\frac{\sqrt{2}}{2} - a| = \frac{1}{2 + \sqrt{2}} = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}$

$\frac{\sqrt{2}}{2} - a = \frac{2 - \sqrt{2}}{2} \rightarrow a = \sqrt{2} - 1$ (مقدار)

$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} - a = \frac{\sqrt{2} - 2}{2} \rightarrow a = 1$ (مقدار)

پاسخ تشریحی درس ریاضی کنکور تجربی ۱۴۰۱/۱۰/۲۹ وحید حسین طلایی دبیر دبیرستان های شهرستان دلفان

۱۱۵ - α و β ریشه های معادله $ax^2 - 8x + 4 = 0$ است. اگر مجموع و حاصل ضرب ریشه های معادله ای با ریشه های

$\alpha^2\beta$ و $\alpha\beta^2$ برابر باشند، مقدار $\log_{\sqrt{a}} a$ کدام است؟ ($a > 0$)

۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

$$\alpha^2\beta + \alpha\beta^2 = (\alpha\beta)^2 \rightarrow \alpha + \beta = \alpha\beta^2 \Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{14}{a^2} \Rightarrow a = 2$$

$$\log_{\sqrt{2}} 2 = 2$$

۱۱۶ - معادله $\sqrt{2x-3} = \sqrt{x+\sqrt{x-2}} - \sqrt{2-x}$ چند ریشه حقیقی دارد؟

۱ (۳) ۲ (۲) ۳ (۱)

صفر (۴)

$$2-x \geq 0 \rightarrow x \leq 2$$

$$x-2 \geq 0 \rightarrow x \geq 2$$

$$x=2$$

$$\sqrt{1} \neq \sqrt{2+0} \dots$$

۱۱۷ - اگر $g(x)$ وارون تابع $f(x) = 1+x-2\sqrt{x}$ ، $x \geq 1$ باشد، $(g \circ g)(1)$ کدام است؟

صفر (۴)

$$g \circ g(1) = g(g(1)) = g(4) = 9$$

$$1+x-2\sqrt{x} = 4 \rightarrow x-2\sqrt{x} = 3 \rightarrow x=9$$

$$g(1) \Rightarrow f(x) = 1 \rightarrow 1+x-2\sqrt{x} = 1$$

$$x-2\sqrt{x} = 0 \rightarrow x=0 \text{ یا } x=4$$

۱۱۸ - دامنه $f(x) = \sqrt{\frac{x}{\log_2 x}}$ شامل چند عدد صحیح است؟

صفر (۱)

$$\frac{x}{2} \geq 0$$

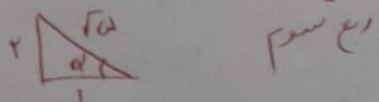
$$x > 0$$

$$D_f = (0, 1)$$

۱۱۹ - اگر $\sin \alpha = 2 \cos \alpha$ و انتهای کمان α در ربع سوم مثلثاتی باشد، مقدار $\cos \alpha$ کدام است؟

$\frac{\sqrt{5}}{5}$ (۴) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ (۳) $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ (۲) $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ (۱)

$$\tan \alpha = 2 \rightarrow \cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}} = -\frac{\sqrt{5}}{5}$$



پاسخ تشریحی درس ریاضی کنکور تجربی ۱۴۰۱/۱۰/۲۹ وحید حسین طلایی دبیر دبیرستان های شهرستان دلفان

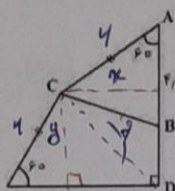
۱۲۰- خط $2mx + (m^2 - 1)y = 2$ به ازای دو مقدار m با جهت مثبت محور x زاویه 60 درجه می سازد. اختلاف مقادیر m کدام است؟

$\frac{4}{\sqrt{3}}$ (۴) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (۳) $4\sqrt{3}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۱)

$$\tan \theta = \frac{-2m}{m^2 - 1} = \sqrt{3} \rightarrow \sqrt{3}m^2 + 2m - \sqrt{3} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

۱۲۱- در شکل زیر، مساحت مثلث ABC برابر $2\sqrt{3}$ است. فاصله D از C کدام است؟



$$2\sqrt{3} = \frac{1}{2} AC \times AB \times \sin 60$$

$$\Rightarrow AC = 4$$

$$\sin 60 = \frac{x}{4} \Rightarrow x = 2\sqrt{3}$$

$$\sin 60 = \frac{y}{4} \Rightarrow y = 2\sqrt{3}$$

- ۶√۶ (۱)
- ۳√۶ (۲)
- ۲√۲ (۳)
- √۲ (۴)

$$\text{مساحت} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

۱۲۲- کمترین فاصله بین دو مقدار از جواب های معادله $\frac{\cos x}{1 + \sin x} = \frac{1 + \sin x}{\cos x}$ کدام است؟

$\frac{\pi}{3}$ (۴) $\frac{\pi}{2}$ (۳) π (۲) 2π (۱)

$$\frac{\cos x}{1 + \sin x} \times \frac{1 - \sin x}{1 - \sin x} \Rightarrow \frac{1 - \sin x}{\cos x} = \frac{1 + \sin x}{\cos x} \Rightarrow \sin x = 0 \rightarrow x = k\pi$$

پس لطاف برابر π

۱۲۳- مقدار $\log_n^m = a$ و مقدار $\log_{mn}^{m^2n} = b$ است. اگر $a > 0$ باشد، حاصل $|b|$ چقدر است؟

- ۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

$$\log_n^m = a \rightarrow m = n^a$$

$$\Rightarrow \log_n^{n^{a+1}} = b \Rightarrow b = \frac{a+1}{a+1}$$

$$\left[\frac{a+1}{a+1} \right] = \left[\frac{1}{1} \right] = 1$$

باسخ تشریحی درس ریاضی کنکور تجربی ۱۴۰۱/۱۰/۲۹ وحید حسین طلایی دبیر دبیرستان های شهرستان دلفان

۱۲۴- کوچک ترین ضریب تغییرات دسته های سه تایی از اعداد زوج متوالی دورقمی با رقم دهگان یکسان، کدام است؟

$$CV = \frac{6}{\bar{x}}$$

$$\bar{x} = 94, 6 = \frac{1}{3} \Rightarrow CV_{min} = \frac{\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}}{94} = \frac{\sqrt{2}}{41\sqrt{3}} = \frac{1}{24\sqrt{4}}$$

(۱) $\sqrt{\frac{2}{3}}$ (۲) $\frac{1}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}$ (۳) $\frac{1}{12\sqrt{6}}$ (۴) $\frac{1}{24\sqrt{6}}$

برابر است ضریب تغییرات کمترین با بزرگترین (معادله سه تایی)

۱۲۵- اگر در ریشه های از معادله $\Delta x^2 - ax + b = 0$ حد تابع $f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x-1}$ موجود بوده و تابع f در آن پیوسته

نباشد، مقدار $|\frac{b-2a}{3}|$ کدام است؟

(۱) -3 (۲) -2 (۳) 1 (۴) 0

$x=1 \rightarrow 0 = -a+b$

$\Rightarrow \begin{cases} -a+b = -5 \\ a+b = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \end{cases} \Rightarrow \left[\frac{-3}{3} \right] = -1$

$1+a+b=0$

۱۲۶- $f(x)$ روی بازه $[1, 5]$ پیوسته است. مقدار ab کدام است؟

$$f(x) = \begin{cases} \tan \frac{(2x+1)\pi}{4} & x \leq 1 \\ \frac{|x^2+x-2|}{a(1-x)} & 1 < x < 5 \\ b(x-|-x|) & x \geq 5 \end{cases}$$

$\Rightarrow f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \Rightarrow \tan \frac{3\pi}{4} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(x+2)}{a(1-x)}$

$-1 = \frac{2}{-a} \Rightarrow a = 2$

$f(5) = \lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) \Rightarrow b(5 - (-5)) = \frac{25}{-4a} \Rightarrow 10b = -\frac{25}{4} \Rightarrow b = -\frac{5}{8}$

$ab = -\frac{5}{4}$

۱۲۷- اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{ax+b}{x + a \cos x - \sin x} = -\infty$ باشد، کمترین مقدار صحیح b کدام است؟

(۱) -4 (۲) -3 (۳) -2 (۴) -1

چون $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} (x + a \cos x - \sin x) = 0$ پس باید $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} (ax+b) > 0$

$\frac{a}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} > 0 \Rightarrow a > \sqrt{3}$

$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} (ax+b) > 0 \Rightarrow \text{مخرج} = 0 \Rightarrow \text{صورت} > 0$

$\sqrt{3} \times \frac{\pi}{2} + b > 0 \Rightarrow b > -\frac{\sqrt{3}\pi}{2} \Rightarrow b = -1$

بانسخ تشریحی درس ریاضی کنکور تجربی ۱۴۰۱/۱۰/۲۹ وحید حسین طلایی دبیر دبیرستان های شهرستان دلفان

۱۲۸- حاصل ضرب بیشترین و کمترین مقدار تابع $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{a-2x}$ برابر $\sqrt{12}$ است. اگر $a > 0$ باشد، مقدار $|a|$ کدام است؟

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{-2}{2\sqrt{a-2x}} \stackrel{12}{=} 0 \rightarrow \sqrt{a-2x} = 2\sqrt{x} \rightarrow a-2x = 4x \rightarrow x = \frac{a}{4}$$

$$f(0) = \sqrt{a}, f\left(\frac{a}{4}\right) = \sqrt{\frac{a}{4}}, f\left(\frac{a}{4}\right) = \frac{3}{\sqrt{4}} \sqrt{a} \Rightarrow \frac{2\sqrt{a}}{2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3} \Rightarrow a = 12$$

۱۲۹- خط l در نقطه $(-1, 5)$ بر نمودار تابع f مماس است. اگر شیب خط l برابر $-\frac{1}{3}$ و $g(x) = \sqrt{x} f(x)$ باشد، مقدار $g'(-1)$ کدام است؟

$$f'(-1) = -\frac{1}{3}, f(-1) = 5 \quad \frac{5}{3} \quad -\frac{1}{3} \quad -\frac{1}{3}$$

$$g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} f(x) + f'(x)\sqrt{x} \rightarrow g'(-1) = \frac{1}{2} \times 5 + \left(-\frac{1}{3}\right) \times 5 = \frac{13}{4}$$

۱۳۰- سه عدد را به طور متوالی و بدون جایگذاری از میان اعداد ۱ تا n انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه عدد سوم ۱۰ باشد، برابر $\frac{1}{15}$ است. در انتخاب تصادفی سه عدد و بدون جایگذاری از میان همین اعداد، با کدام احتمال فقط عدد سوم مضرب ۳ است؟

$$P(\text{عدد سوم } = 10) = \frac{1}{15} = \frac{1}{n} \times \frac{10}{15} \Rightarrow n = 15$$

$$\Rightarrow \frac{10}{15} \times \frac{9}{14} \times \frac{8}{13} = \frac{16}{91}$$

۱۳۱- احتمال اینکه یک کشتی گیر رقیب اصلی خود را ببرد $\frac{1}{5}$ و احتمال کسب مدال طلا برای او $\frac{1}{4}$ بوده و در صورتی که اصلی‌ترین رقیب خود را ببرد به $\frac{1}{3}$ افزایش خواهد یافت. با کدام احتمال، این کشتی‌گیر قهرمان می‌شود یا رقیب اصلی خود را می‌برد؟

$$\frac{1}{5} \quad \frac{13}{30} \quad \frac{11}{30} \quad \frac{4}{15}$$

$$P(A) = \frac{1}{5}$$

$$P(B) = \frac{1}{3}$$

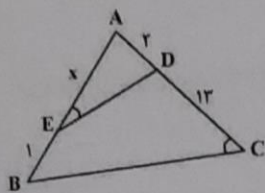
$$P(B|A) = \frac{1}{4} = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1}{5} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{10}$$

$$P(A \cup B) = \frac{1}{5} + \frac{1}{3} - \frac{1}{10} = \frac{13}{30}$$

پاسخ تشریحی درس ریاضی کنکور تجربی ۱۴۰۱/۱۰/۲۹ وحید حسین طلایی دبیر دبیرستان های شهرستان دلفان

۱۳۲- سه ظرف یکسان داریم که هر کدام به ترتیب حاوی ۱۶، ۱۵ و ۱۴ مهره هستند. تعداد مهره های قرمز سه ظرف، به ترتیب ۴، ۶ و ۵ مهره است. احتمال انتخاب هر ظرف متناسب با تعداد مهره های آن ظرف است. یکی از طرف ها را انتخاب کرده و مهره ای بیرون می کشیم. با کدام احتمال، مهره انتخابی قرمز است؟

$$\frac{14}{45} \times \frac{4}{14} + \frac{15}{45} \times \frac{6}{15} + \frac{16}{45} \times \frac{5}{16} = \frac{1}{3}$$



۱۳۳- در شکل زیر، $\triangle AED = \triangle ACB$ است. مقدار x کدام است؟

$$\frac{x}{15} = \frac{2}{x+1}$$

$$x(x+1) = 30 \Rightarrow x = 5$$

۱۳۴- دو ضلع مقابل به هم یک مستطیل روی خطوط به معادله $y - ax = 1$ و $ay - x = a - 1$ واقع هستند. اگر قطر

مستطیل برابر ۵ و نقطه $(1, 2)$ یک رأس از مستطیل باشد، مساحت مستطیل کدام است؟

$$y = x + 1$$

$$y = x$$

$$\frac{2\sqrt{46}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

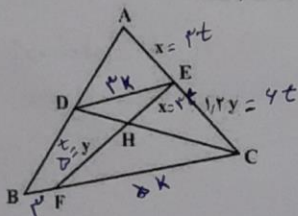
$$\text{طول} = \frac{5}{\sqrt{2}}$$

$$S = \frac{v}{r} = 2, 5$$

$$a = 1 \rightarrow y = x, z = x + 1$$

$$a = -1 \rightarrow y = -x + 2, z = -x + 1$$

۱۳۵- در شکل زیر، $DE \parallel BC$ و $2y = 5x$ است. اگر $BF = 2$ باشد، اندازه BC کدام است؟



$$\frac{y}{x} = \frac{5}{2} \rightarrow y = 2, 5$$

$$\frac{y}{x} = \frac{5}{2} \rightarrow x = 2, 5$$

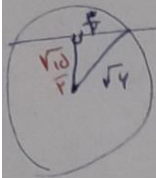
$$5, 7, 5$$

$$5, 2, 5$$

$$\frac{2k}{2+5k} = \frac{2t}{2t} = \frac{1}{2} \Rightarrow k = \frac{2}{5} \Rightarrow BC = 2 + 5 \times \frac{2}{5} = 4, 7, 5$$

پاسخ تشریحی درس ریاضی کنکور تجربی ۱۴۰۱/۱۰/۲۹ وحید حسین طلایی دبیر دبیرستان های شهرستان دلفان

۱۲۶- طول وتری از دایره $x^2 + y^2 - 4x + 2y = 1$ که روی خط $2y + x = 11$ قرار دارد، برابر ۳ است. اختلاف عقادیر a چقدر است؟ $O = (2, -1)$ $r = \sqrt{4}$



$2y + x = 11$ $5\sqrt{5}$ (۲) $3\sqrt{6}$ (۳) $\sqrt{48}$ (۴) $\sqrt{45}$ (۱)

$$\Rightarrow \frac{|-2+2-11|}{\sqrt{5}} = \frac{11}{\sqrt{5}} \Rightarrow |a| = \frac{5\sqrt{5}}{2} \rightarrow \text{اختلاف} = 5\sqrt{5}$$

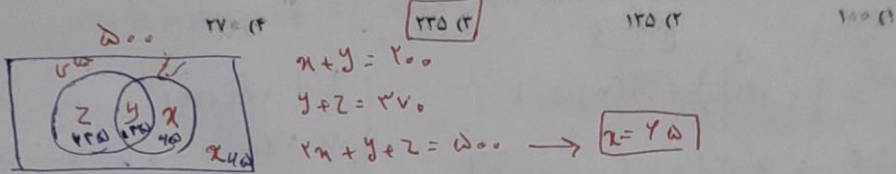
۱۲۷- ریشه هفتم عدد مثبت a ، مساوی ۲۷ برابر عدد b با توان $\frac{15}{y}$ است. $(\frac{1}{a} - 3)$ چند برابر $(1 + \sqrt{3})$ است؟

$6 + 2\sqrt{3}$ (۴) 6 (۳) 3 (۲) $6 - 2\sqrt{3}$ (۱)

$$\sqrt[7]{a} = 27 \sqrt[7]{a^{\frac{15}{y}}} \rightarrow 27 a^{\frac{15}{7y}} = 1 \rightarrow a = \frac{1}{27^{\frac{7y}{15}}} = \frac{1}{a} = 3\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \frac{3\sqrt{3} - 3}{1 + \sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} - 1} = \frac{3(\sqrt{3} - 1)^2}{2} = 4 - 2\sqrt{3}$$

۱۲۸- در بررسی ۵۰۰ کشاورز، ۳۷۰ نفر دارای مزرعه چای و ۲۰۰ نفر دارای شالیزار هستند. تعداد آنهایی که نه مزرعه چای و نه شالیزار دارند، برابر تعداد کشاورزانی است که فقط شالیزار دارند. چند کشاورز فقط مزرعه چای دارند؟ (کشاورزان فقط چای و برنج برداشت می کنند).



۱۳- جمله های چهارم و هشتم یک دنباله حسابی به ترتیب جمله دوم و هفتم یک الگوی خطی هستند. اگر صفر، جمله دهم الگوی خطی باشد، جمله پانزدهم الگو، چند برابر قدرنسبت دنباله حسابی است؟

$t_1 + rd, t_1 + vd$ (۴) (۳) $\frac{1}{a}$ (۲) $\frac{6}{a}$ (۱)

$$a_{10} = a_1 + 9a \frac{rd}{d} = 0 \rightarrow a_1 = -\frac{9rd}{d}$$

$$\frac{a_{15}}{d} = \frac{-\frac{9rd}{d} + 14rd}{d} = \frac{5rd}{d} = 5r = f$$

۱۴- بزرگترین عضو مجموعه $\{x^m + x^n \mid x \in \mathbb{R}, x > 1, m, n \in \mathbb{N}\}$ کدام است؟

2 (۴) 5 (۳) 9 (۲) 12 (۱)

$$x^{-2m} \times x^{-2n} + x^{-2m} \times x^{-2n} > x^{-2}$$

$$2x^{-2m-2n} > x^{-2} \rightarrow -2m-2n+1 > -2$$

$$\rightarrow m+n < \frac{3}{2} \rightarrow m+n=1$$