

دفترچه شماره ۱

آزمون شماره ۱۶

جمعه ۱۴۰۱/۱۱/۲۱



# آزمون‌های سراسر کاج

گزینه درستی را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

## سوالات آزمون

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سوالاتی که باید پاسخ دهید: ۵۰	مدت پاسخگویی: ۷۵ دقیقه

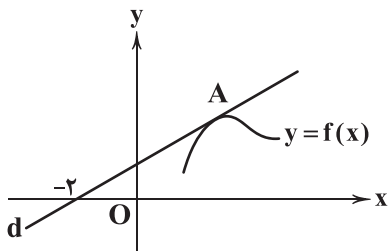
عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سوالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سؤال		وضعیت پاسخگویی	تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف
	تا	از				
۷۵ دقیقه	۱۰	۱	اجباری	۱۰	حسابان ۲	۱
	۲۰	۱۱		۱۰	ریاضیات گسسته	
	۳۰	۲۱		۱۰	هندسه ۳	
	۳۵	۳۱		۵	حسابان ۱	
	۴۵	۳۶		۱۰	هندسه ۲	
	۵۰	۴۶		۵	آمار و احتمال	



## حسابان (۲)

۱- مطابق شکل زیر، اگر نمودار تابع  $y = f(x)$  در نقطه  $A(a, b)$  بر خط مماس بوده و  $f'(x) = (3x-1)f(x)$  باشد، آنگاه مقدار  $a$  کدام است؟



$$\frac{7}{2} \quad (1)$$

$$\frac{5}{2} \quad (2)$$

$$\frac{3}{2} \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \quad (4)$$

۲- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 2|x - 1| - 1}$  برابر است با:

$$-\infty \quad (4)$$

$$+\infty \quad (3)$$

$$-1 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

۳- به ازای چه مقادیری از  $a$  نمودار تابع  $f(x) = \frac{|x| + a}{x - 2}$  در اطراف مجانب قائم آن به صورت زیر است؟ [ ] نماد تابع جزء صحیح است.



$$(-2, -1) \quad (1)$$

$$(1, 2) \quad (2)$$

(۳) هر مقدار  $a$

(۴) هیچ مقدار  $a$

۴- اگر  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{ax} - \sqrt{ax} - \sqrt{x - b}\sqrt{x}) = 5$ ، آنگاه  $a + b$  برابر است با:

$$9 \quad (4)$$

$$10 \quad (3)$$

$$11 \quad (2)$$

$$12 \quad (1)$$

۵- حاصل  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 5x - 1} - \sqrt{9x^2 - 5x + 1}}{(5x - 1)^2 + 3x - 1402}$  برابر است با:

$$-\frac{1}{25} \quad (4)$$

$$-\frac{1}{5} \quad (3)$$

$$\frac{1}{25} \quad (2)$$

$$\frac{1}{5} \quad (1)$$

۶- در تابع  $y = f(x)$  اگر  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x - 3}$  باشد، آنگاه عرض از مبدأ خط مماس بر تابع  $f$  در نقطه  $A(2, 1)$  واقع بر آن

برابر است با:

$$-\frac{1}{2} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$-2 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

محل انجام محاسبات



۷- اگر نقطه تلاقی مجانب‌های افقی و قائم تابع  $f(x) = \frac{(a-1)x^2 + (b-1)x + c-1}{x-c}$  بر نقطه تلاقی مجانب‌های تابع  $g(x) = \frac{x^2 + x + 1}{4x^2 - 4x + 1}$

منطبق باشد، حاصل  $a + 4b - 2c$  برابر است با:

- ۴ (۱)      ۵ (۲)      ۶ (۳)      ۷ (۴)

۸- اگر خط به معادله  $y = ax + a - 4$  در نقطه‌ای به طول یک بر نمودار تابع  $y = f(x)$  مماس بوده و  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2}{x^2 - (b+1)x + b} = 1$  باشد،

مقدار  $a + b$  برابر است با:

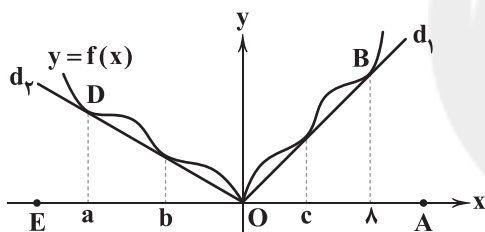
- ۱ (۱)      ۲ (۲)      -۱ (۳)      -۲ (۴)

۹- در تابع  $f(x) = \frac{mx^2 + n}{ax^2 + bx + 1}$ ، اگر  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -\infty$  و  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x) = 2$ ، آنگاه مقادیر  $n$  کدام است؟

- $n < 2$  (۱)       $n > 2$  (۲)       $n < -2$  (۳)       $n > -2$  (۴)

۱۰- اگر نمودار تابع  $y = f(x)$  در نقاطی به طول‌های  $c$  و  $8$  بر خط  $d_1$  و در نقاطی به طول‌های  $a$  و  $b$  بر خط  $d_2$  مماس بوده (مطابق شکل زیر) و

اندازه زوایای DOE و BOA به ترتیب  $\alpha$  و  $2\alpha$  و  $f'(a) = -\frac{5}{6}$  باشد، آنگاه  $f'(8)$  برابر است با:



$$\frac{57}{11} \quad (۱)$$

$$\frac{58}{11} \quad (۲)$$

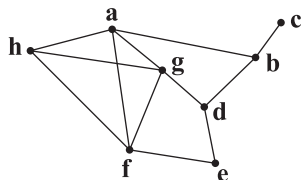
$$\frac{59}{11} \quad (۳)$$

$$\frac{60}{11} \quad (۴)$$

سایت کنکور

### ریاضیات گسسته

۱۱- کدام مجموعه برای گراف G در شکل مقابل احاطه‌گر محسوب نمی‌شود؟



$$\{f, b\} \quad (۱)$$

$$\{a, b, d\} \quad (۲)$$

$$\{g, d, c\} \quad (۳)$$

$$\{a, h, b\} \quad (۴)$$

محل انجام محاسبات



	a	b	c	d	e	f
a	۰	۱۵	۲۳	۳۲	۱۸	۴۰
b	۱۵	۰	۱۰	۴۰	۱۷	۳۵
c	۲۳	۱۰	۰	۳۲	۱۹	۳۰
d	۳۲	۴۰	۳۲	۰	۲۴	۳۲
e	۱۸	۱۷	۱۹	۲۴	۰	۱۷
f	۴۰	۳۵	۳۰	۳۲	۱۷	۰

۱۲- ۶ شهر  $a, b, c, d, e, f$  شهرهای یک استان هستند و فاصله مستقیم شهرها از یکدیگر (برحسب کیلومتر) مطابق جدول مقابل است. می‌خواهیم بیمارستانی در برخی از شهرها ایجاد کنیم به طوری که همه شهرهای استان را پوشش دهد و فاصله هر شهر تا بیمارستان حداکثر  $25\text{km}$  باشد. کم‌ترین تعداد بیمارستانی که باید ایجاد کنیم چقدر است و به چند طریق می‌توانیم این کار را انجام دهیم؟

(۱) ۲ بیمارستان - ۱ طریق (۲) ۲ بیمارستان - ۲ طریق (۳) ۱ بیمارستان - ۱ طریق (۴) ۱ بیمارستان - ۲ طریق

۱۳- در یک گراف همبند فاقد دور از مرتبه  $9, 1 = \gamma(G)$  است. به این گراف چند یال اضافه کنیم تا تبدیل به گراف کامل شود؟

(۱) ۲۸ (۲) ۲۷ (۳) ۲۶ (۴) ۲۵

۱۴- گراف کامل  $K_p$  دارای ۳۵ مجموعه احاطه‌گر ۳ عضوی است. این گراف چند مجموعه احاطه‌گر ۵ عضوی دارد؟

(۱) ۱۸ (۲) ۲۱ (۳) ۲۸ (۴) ۳۲

۱۵- حداکثر عدد احاطه‌گری یک گراف ۲-منتظم از مرتبه ۱۷ کدام است؟

(۱) ۹ (۲) ۸ (۳) ۷ (۴) ۶

۱۶- در یک گراف ساده از مرتبه ۶، به ازای هر  $a$  و  $b$  که متعلق به رئوس این گراف باشد  $N_G[a] = N_G[b]$  است. این گراف چند مجموعه احاطه‌گر دارد؟

(۱) ۳۱ (۲) ۳۲ (۳) ۶۳ (۴) ۶۴

۱۷- عدد احاطه‌گری گراف‌های  $P_n$  و  $C_{n-p}$  برابر ۵ است. عدد احاطه‌گری گراف  $P_{n+5}$  کدام است؟

(۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۱۸- چند گراف با مجموعه رئوس  $V = \{a, b, c, d, e\}$  که دارای ۲ رأس ایزوله و هم‌چنین  $\gamma(G) = 3$  باشد، می‌توان یافت؟

(۱) ۳۰ (۲) ۴۰ (۳) ۵۰ (۴) ۶۰

۱۹- در گراف  $P_{15}$  بزرگترین مجموعه احاطه‌گر مینیمال چند عضو بیشتر از کوچک‌ترین مجموعه احاطه‌گر مینیمال دارد؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

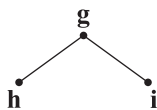
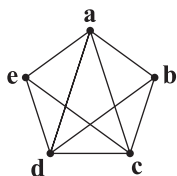
۲۰- گراف شکل مقابل چند مجموعه احاطه‌گر دارد؟

(۱) ۱۲۱

(۲) ۱۲۵

(۳) ۱۳۶

(۴) ۱۴۵



محل انجام محاسبات





## هندسه (۲)

۲۱- اگر دایره  $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$  کوچک ترین دایره‌ای باشد که بر سهمی  $x^2 + 8y - 4x + m = 0$  و خط هادی آن مماس باشد،  $m$  کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) -۴ (۳) ۸ (۴) -۸

۲۲- مجموع طول و عرض کانون سهمی به رأس  $S(2, 1)$  که خط هادی آن محور  $y$ ها است، کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۲۳- به ازای کدام مقدار  $m$  کانون سهمی  $x^2 + 2x - my = 0$  روی محور  $x$ ها واقع است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۲۴- فاصله کانون مقطع مخروطی  $x^2 - 4x - y = 0$  از خط هادی مقطع مخروطی  $(y+1)^2 = -8x$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{5}{2}$  (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۵- اگر رأس یک سهمی روی خط  $y = 2x$  قرار گیرد و محور تقارن آن محور  $x$ ها باشد و سهمی از نقطه  $(-6, 4)$  بگذرد، طول نقطه کانون کدام است؟

- (۱) ۲ (۲)  $\frac{9}{4}$  (۳) -۲ (۴)  $-\frac{9}{4}$

۲۶- اگر معادله خط هادی و محور تقارن سهمی به ترتیب  $y = 1$  و  $x = -2$  و کانون آن روی خط  $x + y = 2$  قرار گیرد، محل تقاطع سهمی با محور  $y$ ها چه عرضی دارد؟

- (۱) ۳ (۲)  $\frac{19}{6}$  (۳)  $\frac{23}{6}$  (۴) ۴

۲۷- چند نقطه روی سهمی  $y^2 - 2y - 8x + 17 = 0$  وجود دارد که از نقاط  $A(6, 1)$  و  $B(-2, 1)$  به یک فاصله باشد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۲۸- معادله خط هادی  $x^2 + (2-a)y^2 + 8ay - 4 = 0$  کدام است؟

- (۱)  $y = \frac{9}{4}$  (۲)  $y = -\frac{9}{4}$  (۳)  $x = 2$  (۴)  $x = -2$

۲۹- اگر نقطه  $A\left(\frac{2}{6}\right)$  روی سهمی با محور تقارن  $y = 2$  و خط هادی  $x = -2$  قرار داشته باشد، فاصله کانون تا خط هادی کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۰

۳۰- محل برخورد محور تقارن و خط هادی سهمی  $x^2 - 4x + 2y - 4 = 0$  در کدام ناحیه محورهای مختصات است؟

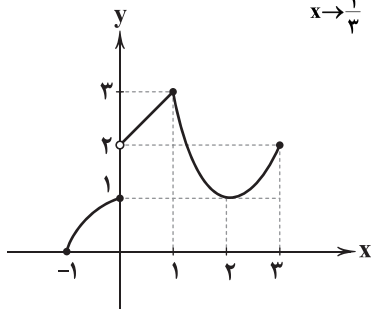
- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

محل انجام محاسبات



## حسابان (۱)

۳۱- اگر نمودار تابع  $f(x)$  به شکل زیر باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}^+} f(1-3x) + [\lim_{x \rightarrow 2} f(\frac{2x-1}{3})] + \lim_{x \rightarrow 2} [f(\frac{2x-1}{3})]$  کدام است؟



(۱) ۵

(۲) ۶

(۳) ۷

(۴) ۸

۳۲- اگر  $f(x) = \begin{cases} [x^3 - x] & x > 0 \\ \sqrt{1 - \cos 2x} & x < 0 \\ x^2 + x & x = 0 \end{cases}$  حاصل  $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x^2 - x^4)$  کدام است؟

(۴) صفر

(۳) -۱

(۲)  $\sqrt{2}$ (۱)  $-\sqrt{2}$ 

۳۳- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} (\frac{x}{2} + [-\frac{x}{2}]) \times \frac{(\sqrt{4+2x} - \sqrt{4-2x})^2}{1 - \cos^2 2x}$  کدام است؟

(۴)  $-\frac{5}{36}$ 

(۳) صفر

(۲)  $-\frac{25}{96}$ (۱)  $\frac{25}{96}$ 

۳۴- اگر  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 + x - 21}{\sqrt{ax+b} - 4} = 52$  مقدار  $a+b$  کدام است؟

(۴) -۱۲

(۳) ۱۲

(۲) -۸

(۱) ۸

۳۵- اگر تابع  $f(x) = (9x-22)[3\sqrt{x+3}]$  در بازه  $[1, k]$  پیوسته باشد، حداکثر مقدار  $k$  چقدر است؟

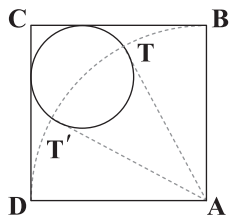
(۴)  $\frac{37}{9}$ (۳)  $\frac{34}{9}$ (۲)  $\frac{22}{9}$ (۱)  $\frac{19}{9}$ 

سایت کنکور

## هندسه (۲)

۳۶- در شکل زیر، مساحت مربع ABCD برابر یک است و از رأس A دو مماس بر دایره کوچک تر رسم شده است. اگر نقاط تماس روی ربع دایره

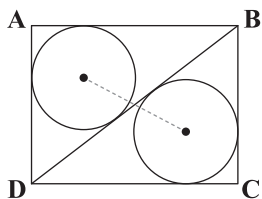
به مرکز A قرار داشته باشد، شعاع دایره کوچک تر چقدر است؟

(۱)  $\sqrt{3} - 1$ (۲)  $2 - \sqrt{3}$ (۳)  $3 - 2\sqrt{2}$ (۴)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 

محل انجام محاسبات



۳۷- در مستطیل شکل زیر، به ابعاد  $3 \times 4$ ، دایره‌های محاطی مثلث‌های  $ABD$  و  $BCD$  رسم شده است. طول خط‌المركزین دو دایره چقدر است؟

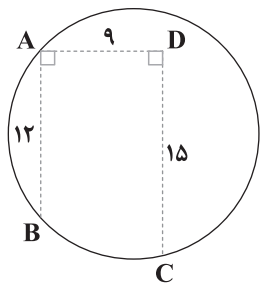


(۱) ۳

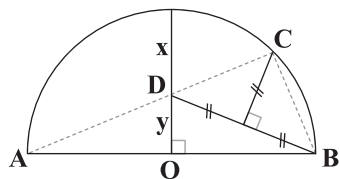
(۲) ۲

(۳)  $\sqrt{6}$ (۴)  $\sqrt{5}$ 

۳۸- در شکل زیر، مساحت دایره چقدر است؟

(۱)  $65\pi$ (۲)  $70\pi$ (۳)  $85\pi$ (۴)  $90\pi$ 

۳۹- در نیم‌دایره شکل زیر به مرکز  $O$ ، نسبت  $\frac{x}{y}$  کدام است؟

(۱)  $\frac{3}{2}$ (۲)  $\sqrt{3}$ (۳)  $\sqrt{3} - 1$ (۴)  $\sqrt{2}$ 

۴۰- در چهارضلعی محیطی ABCD اگر  $AB = BC$ ، آن‌گاه چند نقطه روی قطر BD می‌توان یافت که از دو رأس A و C به یک فاصله باشد؟

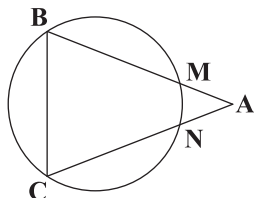
(۴) بی‌شمار

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

۴۱- در شکل زیر،  $AB = AC$  و  $BM = BC$  اگر  $\hat{A} = 20^\circ$ ، آن‌گاه  $\widehat{MN}$  چند درجه است؟



(۱) ۳۰

(۲) ۴۰

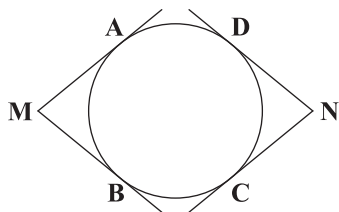
(۳) ۵۰

(۴) ۶۰

محل انجام محاسبات



۴۲- در شکل زیر، اضلاع دو زاویه  $M$  و  $N$  در نقاط  $A, B, C, D$  بر دایره مماس هستند. اگر در مستطیل  $ABCD$  طول ضلع  $AD$  با شعاع دایره



برابر باشد، حاصل  $\hat{M} + \hat{N}$  کدام است؟

(۱)  $60^\circ$

(۲)  $90^\circ$

(۳)  $120^\circ$

(۴)  $180^\circ$

۴۳- مرکزهای ۴ دایره به شعاع ۲، رأس‌های یک مربع به مساحت ۳۶ هستند. اگر این دایره‌ها را به کمک نخ به هم ببندیم، مساحت ناحیه درون

نخ کدام است؟

(۴)  $3(18 + \pi)$

(۳)  $4(19 + \pi)$

(۲)  $4(21 + \pi)$

(۱)  $3(16 + \pi)$

۴۴- در ۹ ضلعی منتظم  $A_1A_2 \dots A_9$  زاویه  $\hat{A}_1A_2A_3$  چقدر است؟

(۴)  $80^\circ$

(۳)  $60^\circ$

(۲)  $40^\circ$

(۱)  $20^\circ$

۴۵- در مثلثی با اضلاع ۵، ۵ و ۸ شعاع بزرگ‌ترین دایره محاطی خارجی کدام است؟

(۴) ۱۲

(۳) ۶

(۲) ۴

(۱) ۳

### آمار و احتمال

۴۶- در یک آزمون با ۵ سؤال ۴ گزینه‌ای احتمال این‌که به همه سوالات پاسخ صحیح بدهند، چقدر است؟

(۴)  $(\frac{1}{5})^4$

(۳)  $(\frac{1}{4})^4$

(۲)  $(\frac{1}{5})^5$

(۱)  $(\frac{1}{4})^5$

۴۷- در پرتاب ۲ سکه و ۲ تاس احتمال این‌که هر دو سکه رو باشد یا هر دو تاس اول باشند، چقدر است؟

(۴)  $\frac{5}{8}$

(۳)  $\frac{3}{8}$

(۲)  $\frac{1}{2}$

(۱)  $\frac{7}{16}$

۴۸- در یک شهر ۵۰٪ افراد بی سواد هستند. از بین ۱۰ نفر که به طور تصادفی انتخاب می‌شوند، چقدر احتمال دارد حداقل یک نفر بی سواد باشد؟

(۴)  $\frac{991}{1024}$

(۳)  $\frac{977}{1024}$

(۲)  $\frac{1023}{1024}$

(۱)  $\frac{1}{1024}$

۴۹- اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد مستقل باشند به طوری که  $P(A \cup B') = \frac{5}{6}$  و  $P(A) = \frac{1}{4}$  باشد،  $P(A' \cup B)$  کدام است؟

(۴)  $\frac{11}{12}$

(۳)  $\frac{3}{4}$

(۲)  $\frac{2}{3}$

(۱)  $\frac{7}{12}$

۵۰- در یک خانواده با ۵ فرزند چقدر احتمال دارد پنجمین فرزند، سومین پسر باشد؟

(۴)  $\frac{3}{16}$

(۳)  $\frac{7}{16}$

(۲)  $\frac{5}{16}$

(۱)  $\frac{1}{2}$

محل انجام محاسبات

دفترچه شماره ۲

آزمون شماره ۱۶

جمعه ۱۴۰۱/۱۱/۲۱



# آزمون‌های سراسر کج

گزینه درستی را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

## سوالات آزمون

### پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سوال: ۶۰	مدت پاسخگویی: ۷۵ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سوالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سوال		وضعیت پاسخگویی	تعداد سوال	مواد امتحانی	ردیف
	از	تا				
۵۰ دقیقه	۷۵	۵۱	اجباری	۲۵	فیزیک ۳	۱
	۸۵	۷۶	زوج کتاب	۱۰	فیزیک ۱	
	۹۵	۸۶		۱۰	فیزیک ۲	
۲۵ دقیقه	۱۱۰	۹۶	اجباری	۱۵	شیمی ۳	۲
	۱۲۰	۱۱۱	زوج کتاب	۱۰	شیمی ۱	
	۱۳۰	۱۲۱		۱۰	شیمی ۲	



## فیزیک

۵۱- آهنگ متوسط انتقال انرژی دو صوت برابر با ۵۰۰ میکرووات است. اگر این دو صوت به سطوحی با مساحت یک و پنج سانتی متر مربع برخورد

کنند، تراز شدت صوت بلندتر چند دسی بل بیشتر از تراز شدت صوت دیگر است؟ ( $\log 2 = 0.3$ )

- (۴) ۳ (۳) ۰.۳ (۲) ۷ (۱) ۰.۷

۵۲- اگر تراز شدت صوتی برابر با ۷۴ دسی بل باشد، شدت این صوت چند میکرووات بر متر مربع است؟ ( $\log 5 = 0.7$ )، ( $I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2}$ )

- (۴) ۱۶ (۳) ۱/۶ (۲) ۲۵ (۱) ۲/۵

۵۳- در فاصله ۱۰ سانتی متری از منبع صوتی، تراز شدت صوت حاصل از این منبع برابر با ۷۰ دسی بل است. در فاصله چند متری از این منبع، تراز

شدت صوت برابر با ۵۳ دسی بل خواهد بود؟ ( $\log 2 = 0.3$ ) و از جذب انرژی صوتی در محیط صرف نظر کنید.

- (۴)  $0.5\sqrt{2}$  (۳) ۵ (۲)  $5\sqrt{2}$  (۱) ۵۰

۵۴- نمودار تراز شدت صوت دریافتی توسط دو شنونده A و B بر حسب شدت آن برای صوتی که از یک چشمه صوتی با توان  $4\pi W$  منتشر

شده است، مطابق شکل زیر است. اگر شنونده‌های A و B به ترتیب در فاصله‌های  $r_1$  و  $r_2$  از چشمه صوت قرار داشته باشند،  $r_1$  چند

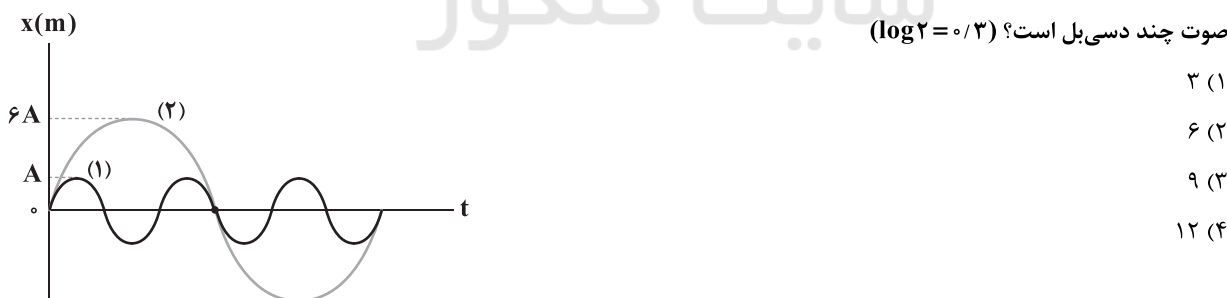
سانتی متر است؟ ( $\pi = 3$ )، صوت به صورت موج‌های کروی شکل در محیط منتشر می‌شود و از جذب انرژی صوتی در محیط صرف نظر کنید.



۵۵- امواج صوتی حاصل از ارتعاشات دو چشمه صوت (۱) و (۲) به نقطه M می‌رسند که فاصله نقطه M از دو چشمه (۱) و (۲) به ترتیب برابر d

و  $4d$  است. اگر نمودارهای نوسان نقطه M تنها تحت اثر مستقل امواج (۱) و (۲) مطابق شکل زیر باشد، در این نقطه اختلاف تراز شدت دو

صوت چند دسی بل است؟ ( $\log 2 = 0.3$ )



۵۶- بسامد یک چشمه صوتی ۱۰۰ Hz است. با ثابت ماندن دامنه چشمه صوت، بسامد آن را چند هرتز افزایش دهیم تا تراز شدت صوت آن در

یک نقطه مشخص نسبت به چشمه ۱۸ دسی بل افزایش یابد؟ ( $\log 2 = 0.3$ )

- (۴) ۵۰۰ (۳) ۶۰۰ (۲) ۷۰۰ (۱) ۸۰۰

محل انجام محاسبات



۵۷- با فرض ثابت ماندن فاصله از چشمه صوتی، اگر بسامد صوتی ۲۰ درصد افزایش و دامنه آن ۲۰ درصد کاهش یابد، در این صورت شدت این صوت تقریباً چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟

(۱) ثابت می‌ماند. (۲) ۹۲ - افزایش (۳) ۸ - کاهش (۴) ۸ - افزایش

۵۸- اگر بخواهیم تراز شدت صوتی ۲/۴ بل افزایش یابد، دامنه این صوت را باید چند برابر کنیم؟ ( $\log 2 = 0.3$ )

(۱) ۲ (۲) ۸ (۳) ۱۶ (۴) ۳۲

۵۹- تراز شدت صوت حاصل از یک چشمه صوتی در یک نقطه معین برابر  $\beta$  است. اگر چهار چشمه صوتی مشابه دیگر در کنار چشمه اول قرار دهیم، تراز شدت صوت در همان نقطه چند دسی بل افزایش می‌یابد؟

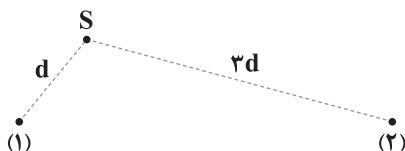
( $\log 2 = 0.3, \log 3 = 0.5, \log 5 = 0.7$ ) و از جذب انرژی صوتی در محیط صرف نظر کنید.)

(۱) ۸ (۲) ۷ (۳) ۴ (۴) ۳

۶۰- آشکارسازی به طور کندشونده در حال دور شدن از یک چشمه موج الکترومغناطیس است. بسامد دریافتی توسط آشکارساز ..... از بسامد واقعی چشمه و در حال ..... است.

(۱) کم‌تر - کاهش (۲) بیشتر - افزایش (۳) کم‌تر - افزایش (۴) بیشتر - کاهش

۶۱- مطابق شکل زیر، چشمه صوت S امواجی کروی در فضا منتشر می‌کند. اگر تراز شدت صوت در نقطه (۱)، ۲۰ دسی بل بیشتر از تراز شدت صوت در نقطه (۲) باشد، آهنگ متوسط انتقال انرژی صوت روی کره‌ای به شعاع  $3d$  چند برابر آهنگ متوسط انتقال انرژی صوت روی کره‌ای به شعاع  $d$  است؟ (از جذب انرژی صوتی در محیط صرف نظر کنید.)



(۱) ۱ (۲)  $\frac{9}{100}$

(۳)  $\frac{100}{9}$  (۴) ۹۰۰

۶۲- دلیل پیدایش امواج الکترومغناطیسی در یک محیط کدام است؟

(۱) ویژگی‌های کشسان محیط

(۲) پدید آمدن میدان الکتریکی به دلیل نوسان‌های میدان مغناطیسی

(۳) پدید آمدن میدان مغناطیسی به دلیل نوسان‌های میدان الکتریکی

(۴) پدید آمدن میدان مغناطیسی و الکتریکی به دلیل نوسان‌های یک‌دیگر

۶۳- صوتی با دوره  $\frac{1}{600}$  s درون لوله‌ای با تندی  $360 \frac{m}{s}$  در حال انتشار است. اگر فشار هوا در نقطه A در داخل لوله بیشینه باشد، کدام یک از

گزینه‌های زیر صحیح است؟

(۱) فشار هوا در فاصله ۱۵ سانتی‌متری نقطه A کمینه است. (۲) فشار هوا در فاصله ۳۰ سانتی‌متری نقطه A بیشینه است.

(۳) فشار هوا در فاصله ۳۰ سانتی‌متری نقطه A برابر فشار عادی هوا است. (۴) فشار هوا در فاصله ۱۵ سانتی‌متری نقطه A برابر فشار عادی هوا است.

۶۴- شدت صوت حاصل از یک چشمه صوتی در فاصله  $d$  از آن برابر با  $5 \frac{W}{m^2}$  است. اگر طول موج این صوت را نصف و دامنه آن را دو برابر کنیم،

در همان محیط، شدت صوت چشمه در فاصله  $d$  از آن چند وات بر متر مربع می‌شود؟

(۱) ۵ (۲) ۲۰ (۳) ۴۰ (۴) ۸۰

محل انجام محاسبات



۶۵- تندی انتشار امواج الکترومغناطیسی در محیطی برابر با  $3 \times 10^8 \frac{m}{s}$  است و دوره تناوب موج الکترومغناطیسی A،  $200 \text{ ns}$  بیشتر از دوره تناوب

موج الکترومغناطیسی B می‌باشد. فاصله بین دو نقطه متوالی که در آن‌ها میدان مغناطیسی صفر است، برای موج الکترومغناطیسی A.....

(۱) ۳۰ متر کم‌تر از موج الکترومغناطیسی B است. (۲) ۳۰ متر بیشتر از موج الکترومغناطیسی B است.

(۳) ۷۵ متر کم‌تر از موج الکترومغناطیسی B است. (۴) ۷۵ متر بیشتر از موج الکترومغناطیسی B است.

۶۶- موج الکترومغناطیسی با طول موج  $900 \text{ km}$  در خلأ منتشر می‌شود. در لحظه  $t_1$  اندازه میدان الکتریکی این موج، بیشینه و در لحظه  $t_2$

میدان مغناطیسی این موج برابر صفر است، حداقل مقدار  $t_2 - t_1$  چند ثانیه است؟ ( $c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$ )

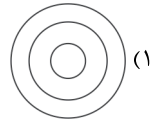
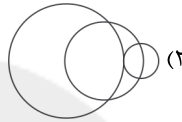
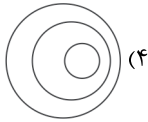
(۴)  $6 \times 10^{-3}$

(۳)  $\frac{3}{4} \times 10^{-3}$

(۲)  $\frac{3}{2} \times 10^{-3}$

(۱)  $3 \times 10^{-2}$

۶۷- در کدام یک از شکل‌های زیر، چشمه صوت با تندی بیشتری نسبت به تندی صوت در محیط حرکت می‌کند؟



۶۸- بردار میدان الکتریکی یک موج الکترومغناطیسی با بسامد  $10^{15} \text{ Hz}$  که در جهت برون‌سو (جهت +z) در خلأ در حال انتشار است. در

لحظه  $t$ ، در جهت مثبت محور x است. جهت بردار میدان مغناطیسی این موج در لحظه  $t + 5 \times 10^{-16}$  در کدام جهت است و موج در این مدت

چند میکرومتر در محیط پیشروی کرده است؟ ( $c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$ )

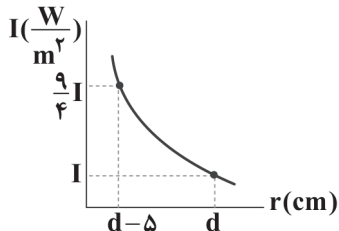
(۴)  $-y$  ،  $0/15$

(۳)  $+y$  ،  $1/5$

(۲)  $+y$  ،  $0/15$

(۱)  $-y$  ،  $1/5$

۶۹- نمودار شدت صوت یک منبع صوتی با دامنه و بسامد ثابت، برحسب فاصله از منبع مطابق شکل زیر است. فاصله  $d$  چند متر است؟



(۱) ۱۵

(۲) ۱/۵

(۳) 0/۱۵

(۴) ۱۰

۷۰- یک دیافراگم را با دو ضربه با شدت متفاوت به ارتعاش در می‌آوریم. کدام گزینه در مورد بسامد و بلندی صداهای به وجود آمده درست است؟

(۱) دو صوت دارای بسامد و بلندی یکسان هستند. (۲) بلندی دو صوت یکسان، اما بسامد آن‌ها متفاوت است.

(۳) بسامد دو صوت یکسان، اما بلندی آن‌ها متفاوت است. (۴) هم بلندی و هم بسامد دو صوت متفاوت است.

۷۱- در انتشار یک موج الکترومغناطیسی، فاصله بین دو جبهه موج متوالی  $40 \text{ cm}$  است و موج در مدت زمان  $10^{-8} \text{ s}$ ، مسافت  $40 \text{ km}$  را طی

می‌کند. بسامد این موج چند تراهرتز است؟

(۴) ۷۵

(۳) ۵۰

(۲) ۲۵

(۱) ۱۰

محل انجام محاسبات





۷۲- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با امواج الکترومغناطیسی درست است؟

(الف) در هر محیطی نور با سرعت  $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$  منتشر می‌شود.

(ب) هر میدان الکتریکی در هر نقطه از فضا میدان مغناطیسی ایجاد می‌کند.

(ج) در نقطه‌ای و در لحظه‌ای که میدان مغناطیسی بیشینه است، میدان الکتریکی صفر است.

(د) میدان الکتریکی عمود بر میدان مغناطیسی موج است.

(ه) طولی است و در خلأ منتشر می‌شود.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۳- یک موج الکترومغناطیسی در خلأ به سمت شرق منتشر می‌شود. اگر در یک نقطه و در یک لحظه مشخص، جهت میدان الکتریکی این موج

برون‌سو باشد، آن‌گاه در این لحظه میدان مغناطیسی این موج در کدام جهت است؟

(۱) بالا (۲) پایین (۳) درون‌سو (۴) غرب

۷۴- دوره تناوب موج الکترومغناطیسی B، ۲ برابر دوره تناوب موج الکترومغناطیسی A است و تفاضل طول موج آن‌ها در خلأ ۶۰۰nm است.

موج A و B به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟

(۱) مرئی - فرابنفش (۲) فرابنفش - مرئی (۳) فروسرخ - مرئی (۴) مرئی - فروسرخ

۷۵- در یک موج الکترومغناطیسی که در خلأ منتشر می‌شود، کدام گزینه صحیح است؟

(۱) میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی هم‌جهت و برهم عمودند.

(۲) میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی برهم عمود هستند و طول موج یکسان دارند.

(۳) میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی هم‌فاز و هم‌اندازه هستند.

(۴) میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی هم‌فاز و هم‌سو هستند.

توجه: داوطلب گرامی، لطفاً از بین سؤالات زوج درس ۱ (فیزیک (۱)، شماره ۷۶ تا ۸۵) و زوج درس ۲ (فیزیک (۲)، شماره ۸۶ تا ۹۵)، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

### زوج درس ۱

### فیزیک ۱ (سؤالات ۷۶ تا ۸۵)

۷۶- یک ماشین مسابقه در مدت ۶۵ دقیقه، ۱۲۵ فرسنگ را طی می‌کند. آهنگ حرکت این ماشین مسابقه چند کیلومتر بر ثانیه است؟

(هر فرسنگ برابر ۶۰۰۰ ذرع و هر ذرع برابر ۱۰۴ سانتی‌متر است.)

(۱) ۰/۱ (۲) ۰/۰۱ (۳) ۰/۲ (۴) ۰/۰۲

۷۷- در داخل یک کره توخالی به شعاع  $6 \times 10^7$  nm، یک مکعب توپر به ضلع  $4 \times 10^{10}$  pm قرار دارد. در کدام گزینه حجم فضای خالی داخل کره

توخالی برحسب میلی‌متر مکعب و به صورت نماد علمی به درستی گزارش شده است؟ ( $\pi = 3$ )

(۱)  $8 \times 10^5$  (۲)  $8/64 \times 10^5$  (۳)  $9/28 \times 10^5$  (۴)  $1/28 \times 10^5$

محل انجام محاسبات

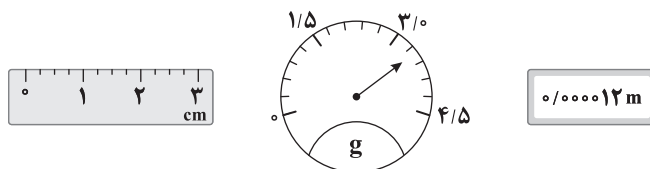


۷۸- شخصی یک جسم را روی سطح افقی که دارای اصطکاک بسیار کم است، هل می‌دهد. در مدل‌سازی حرکت این جسم چه تعداد از موارد زیر را می‌توان نادیده گرفت؟

الف) نیروی دست (ب) نیروی اصطکاک (ج) نیروی مقاومت هوا

ابعاد جسم (ه)	وزن جسم (د)
۱ (۴)	۲ (۲)
۴ (۳)	۳ (۱)

۷۹- با توجه به شکل زیر، چه تعداد از عبارات‌های زیر صحیح است؟



شکل (۱)

شکل (۲)

شکل (۳)

الف) دقت اندازه‌گیری در شکل (۲) برابر ۳۰ میلی‌گرم است.

ب) دقت اندازه‌گیری در شکل (۳) برابر ۱۲ μm است.

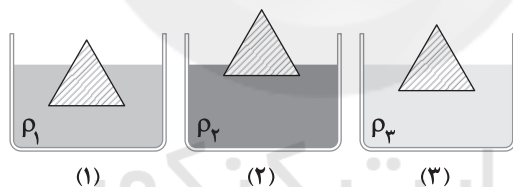
ج) دقت اندازه‌گیری در شکل (۱) برابر ۰/۲۵ mm است.

د) دقت اندازه‌گیری در شکل (۱)، ۰/۲۵ برابر دقت اندازه‌گیری در شکل (۳) است.

۱ (۴)	۳ (۳)	۲ (۲)	۳ (۱)
-------	-------	-------	-------

۸۰- مطابق شکل زیر، سه جسم کاملاً مشابه را در سه ظرف حاوی مایع‌هایی به چگالی‌های  $\rho_1$ ،  $\rho_2$  و  $\rho_3$  قرار می‌دهیم. اگر جرم مساوی از این

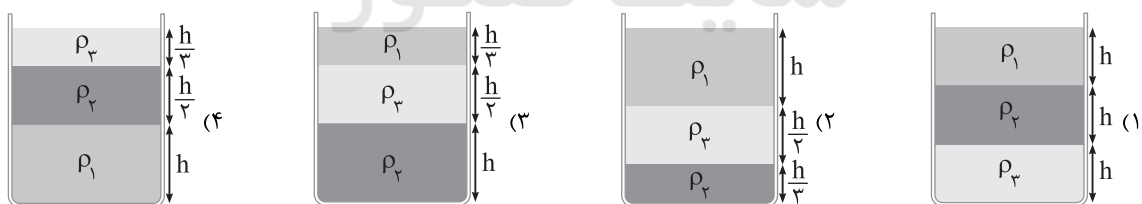
سه مایع مخلوط‌نشده را در یک ظرف استوانه‌ای شکل بریزیم، کدام گزینه شکل درستی از قرارگیری این سه مایع را نشان می‌دهد؟



(۱)

(۲)

(۳)



۸۱- فشار در کف دریاچه‌ای ۲/۴ برابر فشار در سطح این دریاچه است. عمق این دریاچه چند متر است؟

$$(\rho = 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, P_0 = 10^5 \text{ Pa})$$

۲۴ (۴)

۲۴ (۳)

۱۴ (۲)

۴ (۱)

محل انجام محاسبات



۸۲- ظرفی استوانه‌ای شکلی به ارتفاع ۸۰ سانتی‌متر از مایعی به چگالی  $۲ \frac{g}{cm^3}$  پر شده است. اگر فشار در کف ظرف ۱۳۵ kPa باشد، فشار در

عمق ۳۰ سانتی‌متری از سطح آزاد این مایع چند کیلوپاسکال است؟ ( $g = ۱۰ \frac{m}{s^2}$ )

۱۴۱ (۴)

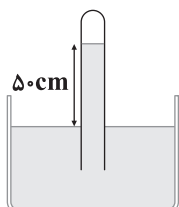
۱۶ (۳)

۶ (۲)

۱۲۵ (۱)

۸۳- مطابق شکل زیر، لوله‌ای با یک انتهای بسته را به صورت وارون درون ظرفی که حاوی مایعی به چگالی  $\frac{g}{cm^3} = ۶/۸$  است، قرار می‌دهیم.

کدام گزینه در ارتباط با فشار گاز محبوس شده در انتهای لوله درست است؟ ( $P_0 = ۷۵ \text{ cmHg}$ ,  $\rho_{\text{جیوه}} = ۱۳/۶ \frac{g}{cm^3}$ )



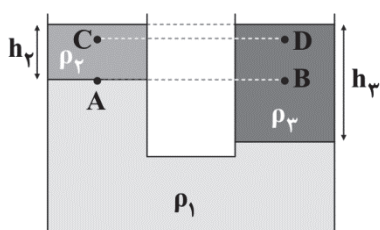
(۱) فشار گاز در انتهای لوله ۲۵ cmHg است.

(۲) فشار پیمانه‌ای گاز در انتهای لوله ۵۰ cmHg است.

(۳) فشار گاز در انتهای لوله صفر است.

(۴) فشار گاز در انتهای لوله ۵۰ cmHg است.

۸۴- در لوله U شکل زیر، سه مایع مخلوط‌نشدنی با چگالی‌های  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  و  $\rho_3$  در حال تعادل‌اند. کدام یک از عبارات زیر نادرست است؟



(۱)  $\rho_2 h_2 > \rho_3 h_3$

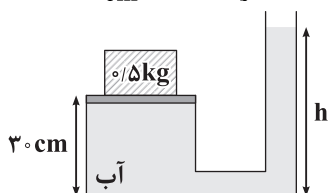
(۲)  $\rho_2 > \rho_3$

(۳)  $P_A < P_B$

(۴)  $P_D > P_C$

۸۵- در شکل زیر، جسمی به جرم  $۰/۵ \text{ kg}$  را روی یک پیستون بدون جرم قرار داده‌ایم. اگر مساحت قاعده لوله سمت چپ  $۲۰ \text{ cm}^2$  و مساحت قاعده

لوله سمت راست  $۵ \text{ cm}^2$  باشد. ارتفاع آب درون لوله سمت راست (h) چند سانتی‌متر است؟ ( $\rho_{\text{آب}} = ۱ \frac{g}{cm^3}$ ,  $g = ۱۰ \frac{m}{s^2}$ ,  $P_0 = ۱۰۰ \text{ kPa}$ )



۲۵ (۱)

۵۵ (۲)

۵۰ (۳)

۸۰ (۴)

## زوج درس ۲

## فیزیک ۲ (سوالات ۸۶ تا ۹۵)

۸۶- نسبت بار الکتریکی یون فرضی  $X^{۴-}$  چند برابر بار الکترون‌های یون  $C^{۱۲-}$  می‌باشد؟

$-\frac{۷}{۴}$  (۴)

$\frac{۷}{۴}$  (۳)

$+\frac{۴}{۷}$  (۲)

$-\frac{۴}{۷}$  (۱)

۸۷- خازن تختی را که فاصله بین صفحات آن هوا است، پس از شارژ شدن از باتری جدا می‌کنیم و بین صفحات آن دی‌الکتریک با ثابت  $\kappa$  قرار می‌دهیم. اندازه میدان الکتریکی بین صفحات این خازن چند برابر می‌شود؟

$\frac{۱}{\kappa^2}$  (۴)

$\kappa^2$  (۳)

$\kappa$  (۲)

$\frac{۱}{\kappa}$  (۱)

محل انجام محاسبات



۸۸- در یک میدان الکتریکی یکنواخت، بار الکتریکی نقطه‌ای  $q = -2 \times 10^{-12} \text{ C}$  با سرعت ثابت، از نقطه A با پتانسیل الکتریکی  $120 \text{ V}$  به نقطه B می‌رود. اگر در این جابه‌جایی، کار انجام شده توسط میدان الکتریکی بر روی بار برابر با  $J = -12 \times 10^{-10}$  باشد، پتانسیل الکتریکی نقطه B برابر چند ولت است؟

- (۱) ۶۰۰ (۲) -۶۰۰ (۳) -۴۸۰ (۴) ۴۸۰

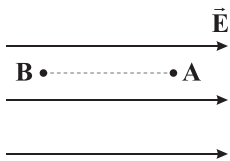
۸۹- دو صفحه خازن تختی را که فاصله بین صفحات آن با ماده‌ای با ثابت دی‌الکتریک ۱۲ به طور کامل پر شده است، به دو سر مولدی  $60\sqrt{3}$  ولتی وصل می‌کنیم. اگر در این حالت، دی‌الکتریک را از بین صفحات خازن خارج کنیم، ولتاژ دو سر مولد باید چند ولت شود تا انرژی ذخیره شده در خازن تغییری نکند؟

- (۱)  $60\sqrt{3}$  (۲) ۱۲۰ (۳) ۳۶۰ (۴) ۲۴۰

۹۰- یک کره رسانا به شعاع  $r$  دارای چگالی سطحی بار  $\frac{\mu\text{C}}{\text{m}^2}$  است. چند درصد شعاع آن کاهش یابد تا چگالی سطحی بار آن به  $160 \frac{\mu\text{C}}{\text{m}^2}$  برسد؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۵۰ (۳) ۷۵ (۴) ۱۵

۹۱- مطابق شکل زیر، در میدان الکتریکی یکنواخت  $\vec{E}$ ، الکترونی در نقطه A رها شده و تا نقطه B جابه‌جا می‌شود. اگر تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی الکترون برابر با  $\Delta U$ ، تغییر انرژی جنبشی آن برابر  $\Delta K$  و کار میدان الکتریکی بر روی الکترون در این جابه‌جایی برابر  $W$  باشد،



کدام گزینه صحیح است؟

(۱)  $\Delta K = \Delta U = W$

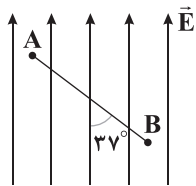
(۲)  $\Delta K = -\Delta U = W$

(۳)  $\Delta K = -\Delta U = -W$

(۴)  $\Delta K = \Delta U = -W$

۹۲- مطابق شکل زیر، بار الکتریکی  $q = +16 \mu\text{C}$  در میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی  $4 \times 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}}$  از نقطه B تا نقطه A جابه‌جا می‌شود. در

طی این جابه‌جایی، انرژی پتانسیل الکتریکی این بار چند میکروژول تغییر می‌کند؟ ( $\sin 37^\circ = 0.6$ ,  $\sin 53^\circ = 0.8$ ,  $AB = 6 \text{ cm}$ )



(۱)  $-3.072 \times 10^{-3}$

(۲)  $-3.072$

(۳)  $3.072 \times 10^{-3}$

(۴)  $3.072$

۹۳- دو بار الکتریکی نقطه‌ای  $q_1$  و  $q_2$  در فاصله  $r$  از یک‌دیگر قرار دارند. فاصله بین دو بار را تقریباً چند درصد کاهش دهیم تا اندازه نیروی بین دو بار ۶۹ درصد افزایش یابد؟

- (۱) ۲۳ (۲) ۷۷ (۳) ۴۶ (۴) ۶۹

محل انجام محاسبات



۹۴- شکل زیر دو بار الکتریکی نقطه‌ای  $q_1$  و  $q_2$  را نشان می‌دهد که هر کدام از آن‌ها در فاصله  $20$  سانتی‌متری در دو طرف از مبدأ مختصات (نقطه  $O$ ) روی محور  $x$  ثابت شده‌اند. در نقطه  $B$  روی این محور، برابند میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار الکتریکی  $q_1$  و  $q_2$  صفر است. اگر بار الکتریکی  $q_2 = 40 \mu\text{C}$  را در نقطه  $B$  قرار دهیم، اندازه نیرویی که بار  $q_1$  به بار  $q_2$  وارد می‌کند، چند نیوتون است؟



۲۴۳۰ (۴)

۱۶۲۰ (۳)

۸۱۰ (۲)

۴۰۵ (۱)

۹۵- در صفحه مختصات، بارهای الکتریکی نقطه‌ای  $q_A = 10 \text{nC}$  و  $q_B = -8 \text{nC}$  به ترتیب در نقاط  $A(0, 3 \text{m})$  و  $B(4 \text{m}, 0)$  قرار گرفته‌اند. بردار

برابند میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار در نقطه  $C(4 \text{m}, 3 \text{m})$  بر حسب واحد SI در کدام گزینه به درستی آمده است؟  $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$

$$-\frac{45}{8} \vec{i} + 8 \vec{j} \text{ (۴)}$$

$$\frac{45}{8} \vec{i} - 8 \vec{j} \text{ (۳)}$$

$$-\frac{45}{8} \vec{i} - 8 \vec{j} \text{ (۲)}$$

$$\frac{45}{8} \vec{i} + 8 \vec{j} \text{ (۱)}$$

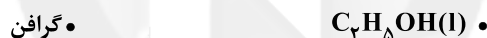


DriQ.com

شیمی



۹۶- واژه‌های شیمیایی رایج مانند فرمول مولکولی و نیروهای بین مولکولی را برای توصیف چه تعداد از مواد زیر می‌توان به کار برد و برای چه تعداد از موارد زیر می‌توان هر گونه را یک مولکول غول آسا در نظر گرفت؟ (گزینه‌ها را به ترتیب از راست به چپ بخوانید.)



۲, ۵ (۴)

۳, ۵ (۳)

۲, ۶ (۲)

۳, ۶ (۱)

۹۷- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

• سرخ فام بودن برخی از انواع خاک رس را می‌توان به وجود آهن (II) اکسید نسبت داد.

• درصد جرمی هر ماده در نمونه، گرم آن ماده را در مقایسه با صد گرم از سایر اجزای نمونه نشان می‌دهد.

• در برخی از انواع خاک رس موادی وجود دارد که ارزش اقتصادی بالایی دارند.

• سیلیسیم دی‌اکسید یکی از سازنده‌های اصلی بسیاری از سنگ‌ها، صخره‌ها و نیز شن و ماسه است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۹۸- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

• در ساختار کوارتز، هر اتم بزرگ‌تر با چهار پیوند کووالانسی به چهار اتم دیگر (کوچک‌تر) متصل شده است.

• سیلیسیم خالص به دلیل داشتن خواص نوری ویژه در ساخت منشورها و عدسی‌ها به کار می‌رود.

• بر اثر پختن سفالینه‌های تهیه‌شده از خاک رس، جرم اکسیدهای فلزی ثابت اما درصد جرمی آن‌ها افزایش می‌یابد.

• آنتالپی پیوند موجود در سیلیس بیشتر از آنتالپی پیوند موجود در سیلیسیم است.

۴ (۴)

۳ (۳)

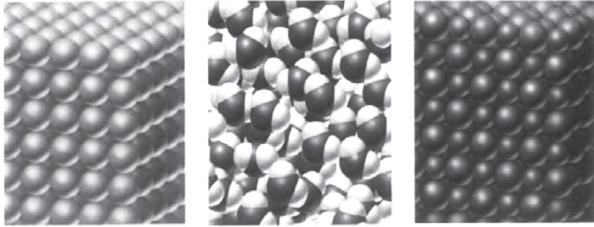
۲ (۲)

۱ (۱)

محل انجام محاسبات



۹۹- ساختار چه تعداد از گونه‌های زیر در حالت خالص و جامد به ترتیب با الگوهای (آ)، (ب) و (پ) هم‌خوانی دارد؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید).



(پ) (ب) (آ)

۲, ۲, ۲ (۱)  
 ۲, ۳, ۱ (۲)  
 ۳, ۲, ۲ (۳)  
 ۳, ۳, ۱ (۴)

۱۰۰- جدول زیر درصد جرمی مواد سازنده نوعی خاک رس را نشان می‌دهد. اگر درصد جرمی  $\text{H}_2\text{O}$  در نمونه‌ای از این خاک، با جذب مقداری آب به ۲۰ برسد، مجموع درصد جرمی اکسیدهای یونی در این خاک به تقریب به چه عددی می‌رسد؟

ماده	$\text{SiO}_2$	$\text{Al}_2\text{O}_3$	$\text{H}_2\text{O}$	$\text{Na}_2\text{O}$	$\text{Fe}_2\text{O}_3$	$\text{MgO}$	Au و دیگر مواد
درصد جرمی	۴۶/۲۰	۳۷/۷۴	۱۳/۳۲	۱/۲۴	۰/۹۶	۰/۴۴	۰/۱

۳۷/۲۶ (۱)  
 ۴۰/۹۱ (۲)  
 ۳۳/۹۴ (۳)  
 ۴۴/۷۳ (۴)

۱۰۱- اگر شمار پیوندها در نمونه‌ای از الماس و گرافیت با هم برابر باشد، جرم نمونه الماس چند برابر جرم نمونه گرافیت است؟ (پیوندهای چندگانه را در شمارش مانند پیوندهای یگانه در نظر بگیرید).

$\frac{3}{4}$  (۱)       $\frac{4}{3}$  (۲)      ۱ (۳)       $\frac{4}{5}$  (۴)

۱۰۲- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با سیلیسیم درست است؟

- سیلیسیم و اکسیژن به ترتیب فراوان‌ترین عنصرها در پوسته جامد زمین هستند.
- سیلیسیم در طبیعت به طور عمده به شکل سیلیس یافت می‌شود و مقدار ناچیزی از آن به حالت خالص وجود دارد.
- اتم سیلیسیم تنها با تشکیل پیوندهای اشتراکی به آرایش الکترونی هشت تایی می‌رسند.
- ساختار آن همانند ساختار پایدارترین دگرشکل کربن است.

۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۱۰۳- کدام مطالب زیر درست‌اند؟

- (آ) میانگین آنتالپی پیوند در الماس، کم‌تر از میانگین آنتالپی پیوند در سیلیسیم است.
- (ب) آرایش الکترونی کربن در هر ترکیب خنثی، مشابه آرایش الکترونی گاز نجیب دوره پس از آن است.
- (پ) ضخامت گرافن به اندازه یک اتم کربن است.
- (ت) در سیلیس هر اتم اکسیژن به دو اتم دیگر متصل است.

(۱) «آ»، «ب»      (۲) «آ»، «ت»      (۳) «پ»، «ت»      (۴) «ب»، «پ»

محل انجام محاسبات





۱۱۰- چه تعداد از عبارتهای زیر نادرست است؟

- پختن نان سنگک بر روی دانههای درشت سنگ را می توان نشانه‌ای از مقاومت گرمایی سیلیسیم دانست.
- ترکیب‌های دوتایی عنصرهای هشتم و چهاردهم جدول بیش از ۹۰٪ پوسته جامد زمین را تشکیل می‌دهند.
- عنصرهای اصلی سازنده جامدهای کووالانسی در طبیعت، دو عنصر نخست گروه چهاردهم جدول دوره‌ای هستند.
- ماسه از جمله نمونه‌های ناخالص سیلیس است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

توجه: داوطلب گرامی، لطفاً از بین سؤالات زوج درس ۱ (شیمی (۱)، شماره ۱۱۱ تا ۱۲۰) و زوج درس ۲ (شیمی (۲)، شماره ۱۲۱ تا ۱۳۰)، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

## زوج درس ۱

## شیمی (۱) (سؤالات ۱۱۱ تا ۱۲۰)

۱۱۱- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- ۱) از لایه الکترونی دوم به بعد، برخلاف لایه الکترونی اول، لایه‌ها یکپارچه نیستند و از چند بخش تشکیل شده‌اند.
  - ۲) در نتیجه جابه‌جایی الکترون بین لایه‌ها همواره انرژی با طول موج معین نشر می‌شود.
  - ۳) شیمی‌دان‌ها با دادن انرژی به اتم، پرتوهای گسیل شده از اتم آن را دریافت و مشاهده کرده و از درون آن باخبر می‌شوند.
  - ۴) براساس مدل کوانتومی، الکترون‌ها در هر لایه، آرایش و انرژی معینی دارند و اتم از پایداری نسبی برخوردار است.
- ۱۱۲- چند عنصر در جدول دوره‌ای وجود دارد که شمار الکترون‌های با  $I=2$  آن‌ها برابر با مجموع شمار الکترون‌های با  $I=0$  است؟ (حداکثر عدد اتمی را ۵۴ در نظر بگیرید.)

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۱۱۳- با توجه به جدول زیر کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

۱								۱۸
	۲		۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	
A	D		E	X	G	J	L	
M	Q		R	T	W	Z	B	
V	P						C	

- ۱) سه عنصر D، E و X یون تک‌اتمی پایدار تشکیل نمی‌دهند.
  - ۲) G و J برخلاف B از مولکول‌های دواتمی بی‌رنگ تشکیل شده‌اند.
  - ۳) شمار کاتیون‌های پایدار با آرایش هشت‌تایی برابر با شمار آنیون‌های پایدار با آرایش هشت‌تایی است.
  - ۴) در آرایش الکترون - نقطه‌ای اتم‌های Q و Z شمار الکترون‌های جفت‌نشده با هم برابر است.
- ۱۱۴- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با نخستین عنصری که بیشترین تعداد ممکن از الکترون‌ها را در زیرلایه‌هایی با  $n+l=5$  دارد، درست است؟
- تفاوت شماره گروه و دوره این عنصر برابر با عدد اتمی نخستین فلز جدول دوره‌ای است.
  - در آرایش الکترونی اتم این عنصر تفاوت شمار زیرلایه‌های ۶ و ۲ الکترونی برابر با ۲ است.
  - شمار یون‌های هر واحد فرمولی از فلئوئورید این عنصر، بیشتر از شمار یون‌های هر واحد فرمولی از سولفید آن است.
  - عدد اتمی این عنصر، دو واحد بیشتر از شمار عنصرهای دسته p جدول دوره‌ای است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

محل انجام محاسبات







۱۲۰- از هوای مایع به ترتیب گازهای A، B و C جدا می‌شود. چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با آنها درست است؟

• فراوانی گاز A در لایهٔ تروپوسفر، بیشتر از دو گاز دیگر است.

• گازهای A و B در دو گروه متوالی از جدول دوره‌ای جای دارند.

• واکنش پذیری گاز A از گاز C کم‌تر و از گاز B بیشتر است.

• تفاوت نقطهٔ جوش گازهای A و B، کم‌تر از تفاوت نقطهٔ جوش گازهای B و C است.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

## زوج درس ۲

## شیمی (۲) (سوالات ۱۲۱ تا ۱۳۰)

۱۲۱- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

• حدود ۸۰ لیتر از حجم هر بشکه نفت خام به عنوان سوخت در وسایل نقلیه استفاده می‌شود.

• نسبت شمار پیوندهای دوگانه به شمار پیوندهای یگانه در بنزن، ۱/۲ برابر همین نسبت در نفتالن است.

• در فرمول پیوند - خط بنزن و سیکلو هگزان به ترتیب از ۹ و ۶ خط استفاده می‌شود.

• اگر درصد جرمی کربن در آلکان مایع A بیشتر از آلکان مایع B باشد، گرانیوی آلکان B بیشتر است.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۱۲۲- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

• از نظر درصد بنزین و خوراک پتروشیمی، نفت سبک کشورهای عربی و نفت سنگین ایران، شبیه هم هستند.

• نفت سفید شامل هیدروکربن‌های مختلف (سیرشده و سیرنشده) با ۱۰ تا ۱۵ کربن است.

• آلکان‌ها بخش عمدهٔ هیدروکربن‌های موجود در نفت خام را تشکیل می‌دهند و تنها به عنوان سوخت به کار می‌روند.

• نفت به عنوان ماده‌ای که اقتصاد جهان را دگرگون ساخت، شناخته می‌شود.

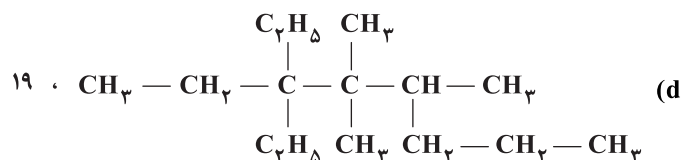
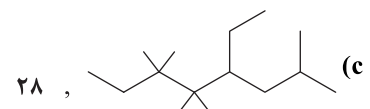
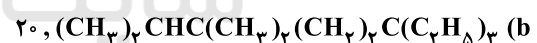
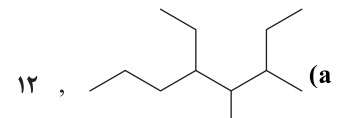
۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۱۲۳- مجموع شماره‌های شاخه‌های فرعی در نام‌گذاری چه تعداد از آلکان‌های زیر براساس قواعد آیوپاک درست است؟



۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

محل انجام محاسبات

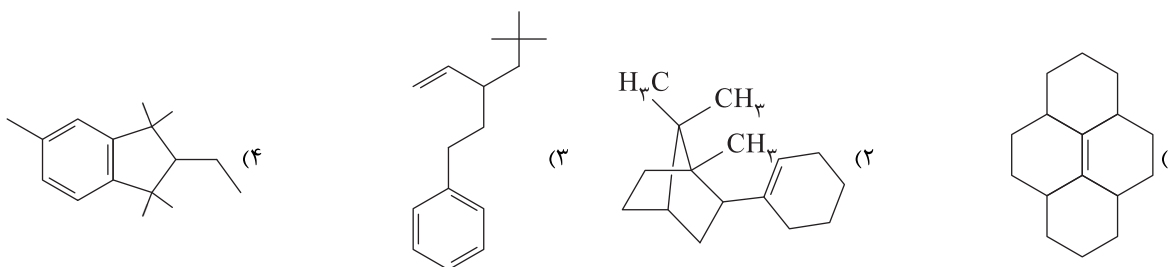


۱۲۴- از سوختن کامل ۴۶ گرم از هیدروکربن A، حجم گاز تولیدشده در شرایط STP برابر  $78/4L$  اندازه‌گیری شده است. کدام یک از گزینه‌ها

می‌تواند توضیحی برای هیدروکربن A باشد؟ ( $C=12, H=1: g.mol^{-1}$ )

- (۱) سرگروه خانواده آروماتیک‌ها است.  
(۲) هیدروکربنی حلقوی و سیرشده است.  
(۳) هیدروکربنی آروماتیک و شاخه‌دار است.  
(۴) مدت‌ها به عنوان ضد بید کاربرد داشته است.

۱۲۵- فرمول مولکولی کدام ساختار با بقیه متفاوت است؟



۱۲۶- هر مولکول از هیدروکربن حلقوی که فرمول آن  $C_aH_{a+2}$  است شامل ۲۱ جفت الکترون پیوندی است. چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط

با آن همواره درست است؟ (این هیدروکربن فاقد پیوند سه‌گانه بوده و در ساختار آن فقط یک حلقه وجود دارد).

- شمار پیوندهای کربن - هیدروژن مولکول آن برابر ۱۰ است.
- تفاوت شمار پیوندهای  $C=C$  و  $C-C$  آن برابر ۲ است.
- شمار اتم‌های کربنی که تنها با یک اتم کربن پیوند دارند برابر ۲ است.
- تفاوت مجموع ضرایب واکنش دهنده‌ها و فراورده‌ها در معادله واکنش سوختن کامل یک مول از این هیدروکربن برابر  $\frac{a-2}{4}$  است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۲۷- نمونه‌ای از گاز اتن در واکنش با مقدار کافی آب و سولفوریک اسید با بازده ۷۵٪، مایعی بی‌رنگ و فرار به جرم  $18/4$  گرم تولید می‌کند.

همان نمونه از گاز اتن برای تبدیل شدن به ۱، ۲- دی برمواتان به چه تعداد مولکول برم نیاز دارد؟ ( $C=12, H=1, O=16: g.mol^{-1}$ )

(۱)  $3/21 \times 10^{23}$  (۲)  $2/40 \times 10^{23}$  (۳)  $1/80 \times 10^{23}$  (۴)  $1/60 \times 10^{23}$

۱۲۸- کدام مطالب زیر نادرست‌اند؟

- (آ) مجموع انرژی جنبشی ذره‌های سازنده یک ماده، مبنایی برای میزان گرمی و سردی آن ماده است.  
(ب) دمای یک نمونه ماده مستقل از جرم ماده بوده و برخلاف گرما می‌توان برای توصیف ماده از آن استفاده کرد.  
(پ) انرژی گرمایی ۲۰ گرم آب  $30^\circ C$  برابر با انرژی گرمایی ۱۰ گرم آب  $30^\circ C$  است.  
(ت) اگر به جرم‌های یکسانی از آب و نقره، مقدار یکسانی گرما داده شود، افزایش دمای نقره بیشتر خواهد بود.

(۱) «آ»، «ب» (۲) «آ»، «پ» (۳) «پ»، «ت» (۴) «ب»، «ت»

محل انجام محاسبات



۱۲۹- با توجه به شکل‌های زیر، ظرفیت گرمایی ۱۲ گرم روغن زیتون برابر با ظرفیت گرمایی چند گرم آب بوده و برای افزایش دمای مخلوطی

شامل ۲/۵ مول آب و ۰/۲۵ مول روغن زیتون از دمای  $35^{\circ}\text{C}$  به  $45^{\circ}\text{C}$  به چند کالری گرما نیاز است؟ (فرمول مولکولی روغن

زیتون  $\text{C}_{57}\text{H}_{104}\text{O}_6$  است و  $1\text{ mol}^{-1} : \text{C}=12, \text{H}=1, \text{O}=16$ )



$200\text{g}$  روغن زیتون ( $75^{\circ}\text{C}$ )  $\xrightarrow{19700\text{J}}$   $200\text{g}$  روغن زیتون ( $25^{\circ}\text{C}$ )

$200\text{g}$  آب ( $75^{\circ}\text{C}$ )  $\xrightarrow{41800\text{J}}$   $200\text{g}$  آب ( $25^{\circ}\text{C}$ )

۱۴۹۱, ۴/۹۲ (۲)

۱۴۹۱, ۵/۶۵ (۱)

۱۹۴۱, ۴/۹۲ (۴)

۱۹۴۱, ۵/۶۵ (۳)

۱۳۰- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- یکی از راههای آزادشدن انرژی مواد، سوزاندن آنها است.
- در ساختار مولکولهای روغن در مقایسه با چربی، پیوندهای دوگانه بیشتری وجود داشته و واکنش پذیری آن از چربی نیز بیشتر است.
- اگر تکه‌ای نان و تکه‌ای سیب‌زمینی را با جرم و سطح یکسان (دمای  $60^{\circ}\text{C}$ ) در محیطی با دمای  $20^{\circ}\text{C}$  قرار دهیم، سیب‌زمینی زودتر با محیط هم‌دما می‌شود.

• با قراردادن یک استکان چای ( $90^{\circ}\text{C}$ ) درون اتاقی با دمای  $25^{\circ}\text{C}$ ، با گذشت زمان دما و انرژی گرمایی آن کاهش می‌یابد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

سایت کنکور



# آزمون‌های سراسر کاج

گزینه‌درسدرا انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

دفترچه شماره ۳

آزمون شماره ۱۶

جمعه ۱۴۰۱/۱۱/۲۱

## پاسخ‌های تشریحی

### پایه دوازدهم ریاضی

#### دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سوال: ۱۱۰	مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سوال		تعداد سوال	مواد امتحانی	ردیف
	از	تا			
۷۵ دقیقه	۱۰	۱	۱۰	حسابان ۲	۱
	۲۰	۱۱	۱۰	ریاضیات گسسته	
	۳۰	۲۱	۱۰	هندسه ۳	
	۳۵	۳۱	۵	حسابان ۱	
	۴۵	۳۶	۱۰	هندسه ۲	
	۵۰	۴۶	۵	آمار و احتمال	
۵۰ دقیقه	۷۵	۵۱	۲۵	فیزیک ۳	۲
	۸۵	۷۶	۱۰	فیزیک ۱	
	۹۵	۸۶	۱۰	فیزیک ۲	
۲۵ دقیقه	۱۱۰	۹۶	۱۵	شیمی ۳	۳
	۱۲۰	۱۱۱	۱۰	شیمی ۱	
	۱۳۰	۱۲۱	۱۰	شیمی ۲	

# آزمون‌های سراسر گاج

دروس	طراحان	ویراستاران علمی
ریاضیات	حسابان (۲)	سیروس نصیری حسین نادری
	حسابان (۱)	سیروس نصیری محمدرضا سیاح
	گسسته	مجید فرهمندپور
	هندسه (۳)	علی ایمانی
	هندسه (۲)	سیدمحمدرضا حسینی فرد
	آمار و احتمال	علی ایمانی
فیزیک	ارسلان رحمانی امیررضا خوینی‌ها رضا کریم‌زاده - حسین شهبازی مسعود قره‌خانی - شهاب نصیری	مرورید شاه‌حسینی سارا دانایی کجانی حمیدرضا شیخ‌حسینی
		ایمان زارعی - میلاد عزیزی رضیه قربانی
شیمی	پویا الفتی	



فروشگاه مرکزی گاج: تهران - خیابان انقلاب  
نیش بازارچه کتاب

اطلاع‌رسانی و ثبت نام ۰۲۱-۶۴۲۰

نشانی اینترنتی www.gaj.ir



## آماده‌سازی آزمون

مدیریت آزمون: ابوالفضل مزرعتی

بازبینی و نظارت نهایی: سارا نظری

برنامه‌ریزی و هماهنگی: سارا نظری - مینا نظری

بازبینی دفترچه: بهاره سلیمی - عطیه خادمی

ویراستاران فنی: ساناز فالاحی - مرورید شاه‌حسینی - مریم پارسائیان - سپیده‌سادات شریفی - عاطفه دستخوش

سرپرست واحد فنی: سعیده قاسمی

صفحه‌آرا: فرهاد عبدی

طراح شکل: آرزو گلفر

حروف‌نگاران: مینا عباسی - مهناز کاظمی - فرزانه رجبی - ربابه الطافی - حدیث فیض‌الهی



۶ ۳ طبق تعریف مشتق می‌دانیم:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = f'(2)$$

در نتیجه داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1-4}{(x-3)(\sqrt{x+1}+2)} = \frac{1}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x - 3} \Rightarrow f'(2) = \frac{1}{4}$$

شیب خط مماس بر تابع  $f$  در نقطه‌ای به طول ۲ برابر  $\frac{1}{4}$  می‌باشد. در نتیجه معادله خط مماس بر تابع  $f$  در نقطه  $A(2, 1)$  واقع بر آن به صورت زیر است:

$$y - 1 = \frac{1}{4}(x - 2) \xrightarrow{x=0} y - 1 = -\frac{1}{4} \Rightarrow y = \frac{1}{4} \quad (\text{عرض از مبدأ})$$

۷ ۲ چون تابع  $f(x) = \frac{(a-1)x^2 + (b-1)x + c - 1}{x - c}$  باید

مجانب افقی داشته باشد، پس  $a - 1 = 0$  است و در این صورت

$$y = b - 1 \text{ و } x = c \text{ دارای مجانب‌های } f(x) = \frac{(b-1)x + c - 1}{x - c}$$

خواهد بود. در نتیجه نقطه تلاقی آن‌ها به مختصات  $(c, b - 1)$  می‌شود.

$$y = \frac{1}{4} \text{ و } x = \frac{1}{4} \text{ دارای دو مجانب به معادلات } g(x) = \frac{x^2 + x + 1}{4x^2 - 4x + 1}$$

است و نقطه تلاقی آن‌ها به مختصات  $(\frac{1}{4}, \frac{1}{4})$  می‌شود، پس  $c = \frac{1}{4}$

و  $b - 1 = \frac{1}{4}$  در نتیجه:

$$(a = 1, b = \frac{5}{4}, c = \frac{1}{4}) \Rightarrow a + 4b - 2c = 1 + 5 - 1 = 5$$

۸ ۱

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2}{x^2 - (b+1)x + b} = 1 \Rightarrow \frac{f(1) - 2}{1 - (b+1) + b} = 1 \Rightarrow f(1) - 2 = 0 \Rightarrow f(1) = 2$$

$$A(1, 2) \in \text{خط مماس} \Rightarrow 2 = a + a - 4 \Rightarrow a = 3$$

$$\Rightarrow \text{شیب خط مماس} = 3 \Rightarrow f'(1) = 3 \Rightarrow \text{خط مماس: } y = 3x - 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2}{x^2 - (b+1)x + b} = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{(x-1)(x-b)} = 1$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} \times \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x - b} = 1 \Rightarrow f'(1) \times \frac{1}{1 - b} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{3}{1 - b} = 1 \Rightarrow b = -2 \Rightarrow a + b = 1$$

$$9 \quad \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x) = -\infty \Rightarrow ax^2 + bx + 1 = a(x - \frac{1}{2})^2$$

$$\Rightarrow ax^2 + bx + 1 = ax^2 - ax + \frac{a}{4}$$

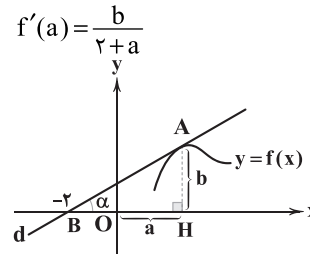
$$\Rightarrow \frac{a}{4} = 1 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow f(x) = \frac{mx^2 + n}{(2x - 1)^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 2 \Rightarrow \frac{m}{4} = 2 \Rightarrow m = 8 \Rightarrow f(x) = \frac{8x^2 + n}{(2x - 1)^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x) = -\infty \Rightarrow \frac{2+n}{0^+} = -\infty \Rightarrow 2+n < 0 \Rightarrow n < -2$$

۱ ۳ با توجه به شکل زیر، در مثلث BHA،  $\tan \alpha = \frac{HA}{BH}$

پس  $\tan \alpha = \frac{b}{2+a}$  و همچنین همان شیب خط  $d$  و در نتیجه شیب خط مماس بر تابع  $f$  در نقطه‌ای به طول  $a$  است، یعنی:



اکنون در رابطه  $f'(x) = (3x - 1)f(x)$  به جای  $x$  عدد  $a$  قرار می‌دهیم، پس:

$$f'(a) = (3a - 1)f'(a) \xrightarrow{\frac{A}{b} \in f} \frac{b}{f(a) = b} \rightarrow b = (3a - 1) \times \frac{b}{2+a}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{3a - 1}{2+a} \Rightarrow 2 + a = 3a - 1 \Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

۲ ۳

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 2|x - 1| - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 2x + 2 - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 1}{(x - 1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x + 1}{x - 1} = \frac{2}{0^+} = +\infty$$

۳ ۱

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = +\infty \Rightarrow \frac{1+a}{0^-} = +\infty \Rightarrow 1+a < 0 \Rightarrow a < -1 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty \Rightarrow \frac{2+a}{0^+} = +\infty \Rightarrow 2+a > 0 \Rightarrow a > -2 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow -2 < a < -1$$

۴ ۱

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{ax} - \sqrt{ax} - \sqrt{x - b\sqrt{x}}) = 5$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax - \sqrt{ax} - x + b\sqrt{x}}{(\sqrt{ax} - \sqrt{ax} + \sqrt{x - b\sqrt{x}})} = 5$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a-1)x + (b-\sqrt{a})\sqrt{x}}{(\sqrt{a}+1)\sqrt{x}} = 5$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1 \\ \frac{b - \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1} = 5 \Rightarrow b = 11 \end{cases} \Rightarrow a + b = 12$$

۵ ۴

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^4 + 5x - 1} - \sqrt{9x^4 - 5x + 1}}{(\Delta x - 1)^2 + 3x - 1402}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^4} - \sqrt{9x^4}}{(\Delta x)^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - 3x^2}{25x^2} = -\frac{1}{25}$$





۱۶ ۳ زمانی در یک گراف به ازای هر  $a$  و  $b$  که متعلق به رئوس گراف باشند،  $N_G[a] = N_G[b]$  برقرار است که گراف کامل باشد.  
هر زیرمجموعه غیرتهی از مجموعه رئوس یک گراف کامل یک مجموعه احاطه‌گر می‌باشد.

$$۲^p - 1 = 2^6 - 1 = 63$$

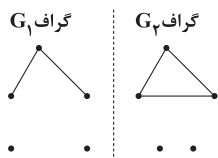
۱۷ ۲ در گراف‌های  $C_n$  و  $P_n$  عدد احاطه‌گری برابر  $\left\lfloor \frac{n}{3} \right\rfloor$  است.

$$\left\{ \begin{array}{l} \left\lfloor \frac{n}{3} \right\rfloor = 5 \Rightarrow 4 < \frac{n}{3} \leq 5 \Rightarrow 12 < n \leq 15 \\ \left\lfloor \frac{n-2}{3} \right\rfloor = 5 \Rightarrow 4 < \frac{n-2}{3} \leq 5 \Rightarrow 14 < n \leq 17 \end{array} \right\} \Rightarrow n = 15$$

حالا باید عدد احاطه‌گری  $P_p$  را به دست آوریم.

$$\gamma(P_p) = \left\lfloor \frac{p}{3} \right\rfloor = 7$$

۱۸ ۲ شکل گراف به یکی از دو صورت زیر است:



$$G_1 \text{ تعداد گراف های } = \binom{5}{2} \binom{3}{1} \binom{2}{2} = 10 \times 3 \times 1 = 30$$

$$G_2 \text{ تعداد گراف های } = \binom{5}{2} \binom{3}{3} = 10 \times 1 = 10$$

$$\text{تعداد کل گراف ها} = 30 + 10 = 40$$

۱۹ ۴ شکل گراف  $P_{15}$  به صورت زیر است:



هر مجموعه احاطه‌گر مینیمم، حتما مینیمال است و کم‌ترین عضو را دارد.

$$\gamma(P_n) = \left\lfloor \frac{n}{3} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{15}{3} \right\rfloor = 5$$

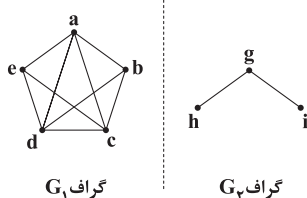
کم‌ترین تعداد عضو مجموعه احاطه‌گر مینیمال ۵ عضو است.

مجموعه احاطه‌گر مینیمال با بیشترین تعداد عضو

$$= \{v_1, v_3, v_5, v_7, v_9, v_{11}, v_{13}, v_{15}\}$$

$$\Rightarrow 15 - 5 = 10$$

۲۰ ۴ گراف را به ۲ بخش  $G_1$  و  $G_2$  تقسیم می‌کنیم.



گراف  $G_1$  یک گرافی است که تنها یال  $eb$  را کم دارد تا گراف کامل شود. می‌دانیم در گراف کامل هر زیرمجموعه غیرتهی از آن یک مجموعه احاطه‌گر است، پس گراف  $K_5$ ،  $(5-1=4)$  مجموعه احاطه‌گر دارد.

در گراف  $G_2$ ، مجموعه  $\{e\}$  و  $\{b\}$  احاطه‌گر نیست پس گراف  $G_2$ ، ۲ مجموعه احاطه‌گر دارد.

گراف  $G_2$ ، یک مجموعه احاطه‌گر ۱ عضوی  $\{g\}$  و ۳ مجموعه احاطه‌گر ۲ عضوی و یک مجموعه احاطه‌گر ۳ عضوی دارد پس جمعاً ۵ مجموعه احاطه‌گر دارد.  
تعداد کل مجموعه‌های احاطه‌گر  $= 29 \times 5 = 145$

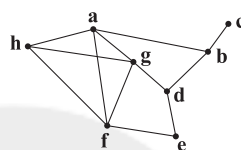
۱۰ ۴ می‌دانیم مقدار عددی مشتق تابع در هر نقطه برابر با شیب خط مماس بر تابع در آن نقطه است، بنابراین:

$$f'(a) = -\frac{5}{6} \Rightarrow \text{شیب خط } d_p = -\frac{5}{6} \Rightarrow \tan(\pi - \alpha) = -\frac{5}{6} \\ \Rightarrow \tan \alpha = \frac{5}{6}$$

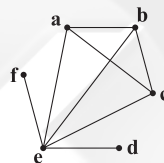
$$f'(\lambda) = d_p \Rightarrow \text{شیب خط } d_p \Rightarrow f'(\lambda) = \tan \alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

$$\Rightarrow f'(\lambda) = \frac{2 \times \frac{5}{6}}{1 - (\frac{5}{6})^2} \Rightarrow f'(\lambda) = \frac{60}{11}$$

۱۱ ۴ مجموعه  $\{a, h, b\}$  احاطه‌گر نیست زیرا رأس  $e$  را احاطه نمی‌کند.



۱۲ ۳ گراف این مسئله را رسم کنیم مطابق شکل زیر است.



در این گراف  $\gamma(G) = 1$  است و تنها مجموعه احاطه‌گر مینیمم، مجموعه  $\{e\}$  می‌باشد.

۱۳ ۱ در این گراف یک رأس از درجه ۸ داریم و باقی درجات رئوس ۱ هستند.

۱، ۱، ۱، ۱، ۱، ۱، ۱، ۱، ۸

$$\sum_{i=1}^p \deg v_i = 2q \Rightarrow 16 = 2q \Rightarrow q = 8$$

در گراف کامل  $q = \frac{p(p-1)}{2}$  است.

$$q = \frac{9 \times 8}{2} = 36$$

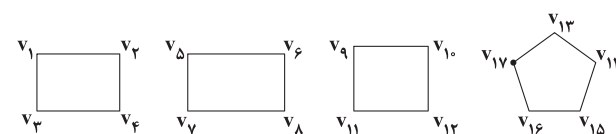
تعداد یال‌های که باید اضافه شود  $= 36 - 8 = 28$

۱۴ ۲ تمامی زیرمجموعه‌های غیرتهی از مجموعه رئوس یک گراف کامل، یک مجموعه احاطه‌گر است پس:

$$\binom{p}{2} = 35 \Rightarrow p = 7$$

پس تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر ۵ عضوی این گراف ۲۱ است.

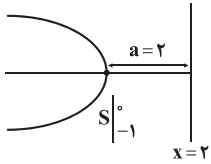
۱۵ ۲ برای آن‌که در یک گراف ۲-منتظم، عدد احاطه‌گری بیشینه شود، تا حد امکان باید در این گراف ۴ ضلعی وجود داشته باشد.



$$\{v_1, v_4, v_5, v_8, v_9, v_{12}, v_{13}, v_{15}\} = \text{مجموعه احاطه‌گر مینیمم}$$

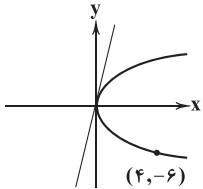
$$\Rightarrow \gamma(G) = 8$$





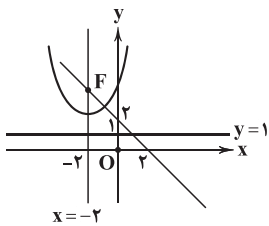
فاصله  $\frac{1}{4} \frac{y^2}{a}$  از خط  $x=2$  برابر ۲ واحد است.

۲۵ با توجه به شکل معادله سهمی به صورت  $y^2 = 4ax$  خواهد بود:



$$36 = 16a \Rightarrow a = \frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow F \left| \frac{h+a}{k} \right| \Rightarrow F \left| \frac{0+\frac{9}{4}}{-6} \right| \Rightarrow \text{طول کانون} = \frac{9}{4}$$



محل تقاطع خط  $x+y=2$  و  $x=-2$  نقطه کانون است.

$$-2+y=2 \Rightarrow y=4$$

$$\Rightarrow F \left| \frac{-2}{4} \right|, y=1 \text{ هادی} \Rightarrow 2a=4-1=3 \Rightarrow a=\frac{3}{2}$$

$$S(-2, 4-\frac{3}{2}) = (-2, \frac{5}{2}) \Rightarrow (x+2)^2 = 6(y-\frac{5}{2})$$

$$x=0 \Rightarrow 4=6y-15 \Rightarrow 19=6y \Rightarrow y=\frac{19}{6}$$

۲۷ خواسته مسئله محل برخورد عمودمنصف پاره خط AB با نمودار سهمی است.

$$y^2 - 2y = \lambda x - 17 \Rightarrow (y-1)^2 = \lambda x - 16 = \lambda(x-2)$$

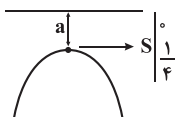
$$\Rightarrow (y-1)^2 = \lambda(x-2) \Rightarrow S \left| \frac{y}{\lambda} \right|, 4a=\lambda \Rightarrow a=2$$

اگر M وسط AB باشد  $M=(2, 1)$  که همان رأس سهمی است. بنابراین محل برخورد ۱ نقطه است.

۲۸

$$2-a=0 \Rightarrow a=2 \Rightarrow 2x^2 + 16y - 4 = 0 \xrightarrow{\div 2} x^2 + 8y - 2 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 = -8y + 2 = -8(y - \frac{1}{4}), 4a=8 \Rightarrow a=2$$



$$\text{خط هادی: } y = \frac{1}{4} + 2 = \frac{9}{4}$$

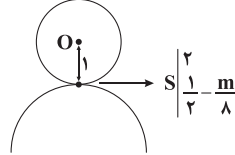
$$x^2 - 4x + 8y + m = 0$$

$$\Rightarrow (x-2)^2 - 4 + 8y + m = 0$$

$$\Rightarrow (x-2)^2 = -8y + 4 - m = -8(y - \frac{1}{2} + \frac{m}{8})$$

$$\Rightarrow (x-2)^2 = -8(y - \frac{1}{2} + \frac{m}{8}) \Rightarrow S = (2, \frac{1}{2} - \frac{m}{8})$$

$$4a=8 \Rightarrow a=2$$

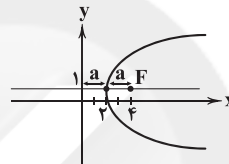


$$x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0 \quad O(2, 1)$$

$$r = \frac{1}{2} \sqrt{16 + 4 - 16} = 1$$

$$\Rightarrow 1-1 = \frac{1}{2} - \frac{m}{8} \Rightarrow \frac{m}{8} = \frac{1}{2} \Rightarrow m=4$$

۲۲ با توجه به شکل خواهیم داشت:



$$a=2$$

$$\Rightarrow F \left| \frac{2+2}{1} \right| = \left| \frac{4}{1} \right| \Rightarrow \text{مجموع طول و عرض کانون} = 5$$

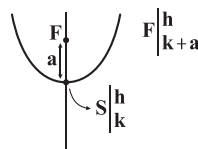
۲۳

$$x^2 + 2x - my = 0 \Rightarrow (x+1)^2 - 1 - my = 0$$

$$\Rightarrow (x+1)^2 = my + 1 = m(y + \frac{1}{m})$$

با توجه گزینه‌ها ( $m > 0$ ) پس سهمی قائم روبه بالا است.

$$4a=m \Rightarrow a = \frac{m}{4}, S \left| \frac{-1=h}{-\frac{1}{m}=k} \right|$$

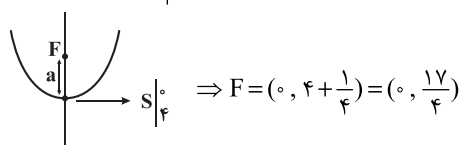


$$F \Rightarrow k+a=0 \Rightarrow -\frac{1}{m} + \frac{m}{4} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{m} = \frac{m}{4} \Rightarrow m^2 = 4 \xrightarrow{m>0} m=2$$

$$(x+2)^2 - 4x - y = 0 \Rightarrow x^2 + 4x + 4 - 4x - y = 0$$

$$x^2 = y - 4 \Rightarrow S \left| \frac{y}{4} \right|, 4a=1 \Rightarrow a=\frac{1}{4}$$



$$(y+1)^2 = -8x \Rightarrow S \left| \frac{y}{-1} \right|, 4a=8 \Rightarrow a=2$$



۲ ۳۳ حد تابع  $[\frac{x}{y}] + [-\frac{x}{y}]$  در همه نقاط برابر -۱ است. بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow 0} ([\frac{x}{y}] + [-\frac{x}{y}]) = -1$$

برای ساده‌سازی تابع  $1 - \cos^3 2x$  می‌توان از دو روش زیر استفاده کرد:

$$1 - \cos^3 2x = (1 - \cos 2x)(1 + \cos 2x + \cos^2 2x)$$

روش اول:

$$= 2 \sin^2 x (1 + \cos 2x + \cos^2 2x) \xrightarrow{x \rightarrow 0} 2 \sin^2 x (1 + 1 + 1) = 6 \sin^2 x$$

روش دوم: از هم‌ارزی  $1 - \cos^m u \xrightarrow{u \rightarrow 0} \frac{mu^m}{m}$  داریم:

$$1 - \cos^3 2x \xrightarrow{u \rightarrow 0} \frac{3(2x)^3}{3} = 6x^2$$

اگر عبارت  $(\sqrt{4+2x} - \sqrt{4-3x})^2$  را در مزدوج عبارت ضرب و تقسیم کنیم، داریم:

$$\begin{aligned} & (\sqrt{4+2x} - \sqrt{4-3x})^2 \times \frac{(\sqrt{4+2x} + \sqrt{4-3x})^2}{(\sqrt{4+2x} + \sqrt{4-3x})^2} \\ &= \frac{(4+2x-4+3x)^2}{(\sqrt{4+2x} + \sqrt{4-3x})^2} \xrightarrow{x \rightarrow 0} \frac{25x^2}{(2+2)^2} = \frac{25}{16} x^2 \end{aligned}$$

بنابراین حاصل حد عبارت اصلی برابر است با:

$$\lim_{x \rightarrow 0} (-1) \times \frac{25}{16} x^2 = -\frac{25}{16} \lim_{x \rightarrow 0} (\frac{x}{\sin x})^2 = -\frac{25}{16} \times 1 = -\frac{25}{16}$$

۳ ۳۴ صورت کسر برابر صفر است. پس برای آن که پاسخ حد عدد ۵۲

باشد، مخرج کسر نیز باید به صفر میل کند. داریم:

$$\sqrt{3a+b} - 4 = 0 \Rightarrow 3a+b = 16 \Rightarrow b = -3a + 16 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 + x - 21}{\sqrt{ax+b} - 4} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\lambda(x-3)(2x+7)}{ax+b-16}$$

$$\stackrel{(1)}{=} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\lambda(x-3)(2x+7)}{ax-3a} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\lambda(x-3)(2x+7)}{a(x-3)}$$

$$= \frac{104}{a} = 52 \Rightarrow a = 2 \stackrel{(1)}{\Rightarrow} b = 10 \Rightarrow a+b = 12$$

۴ ۳۵ تابع  $[3\sqrt{x+3}]$  در نقاطی که  $3\sqrt{x+3}$  عددی صحیح باشد، ناپیوسته است.

در نقاطی که تابع  $[3\sqrt{x+3}]$  ناپیوسته است در این حالت تابع  $g(x) = 3\sqrt{x+3}$  به شرطی پیوسته است که در آن نقطه  $g(x) = 0$  باشد.

حال به بررسی تابع  $f(x)$  می‌پردازیم:

$$x \geq 1 \Rightarrow x+3 \geq 4 \Rightarrow \sqrt{x+3} \geq 2 \Rightarrow 3\sqrt{x+3} \geq 6$$

با توجه به محدوده عبارت  $3\sqrt{x+3}$  برای یافتن اولین نقطه بعد از  $x=1$  در بازه  $[1, k)$  که عبارت  $3\sqrt{x+3}$  عددی صحیح بشود، داریم:

$$3\sqrt{x+3} = 7 \Rightarrow \sqrt{x+3} = \frac{7}{3} \Rightarrow x+3 = \frac{49}{9} \Rightarrow x = \frac{22}{9}$$

در  $x = \frac{22}{9}$  عبارت  $(9x-22)$  برابر صفر شده بنابراین تابع  $f(x)$  پیوسته است.

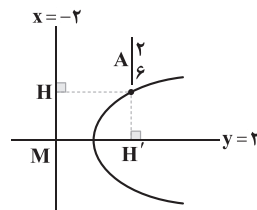
برای یافتن نقطه بعدی که عبارت  $3\sqrt{x+3}$  عددی صحیح شود داریم:

$$3\sqrt{x+3} = 8 \Rightarrow \sqrt{x+3} = \frac{8}{3} \Rightarrow x+3 = \frac{64}{9} \Rightarrow x = \frac{37}{9}$$

بنابراین تابع  $f(x)$  در بازه  $[1, \frac{37}{9})$  پیوسته است و بیشترین مقدار برای  $k$

عدد  $\frac{37}{9}$  است.

۱ ۲۹



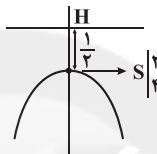
$$AH' = 6 - 2 = 4 \quad AH = 2 - (-2) = 4$$

$$\Rightarrow H' = F \Rightarrow H' = \left| \frac{2}{y} \right|, \quad 2a = AH = MH' = 4$$

$$(x-2)^2 - 4 = -2y + 4$$

$$\Rightarrow (x-2)^2 = -2y + 8 = -2(y-4)$$

$$\Rightarrow (x-2)^2 = -2(y-4) \Rightarrow S \left| \frac{2}{4} \right|, \quad 4a = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$



محور تقارن  $x=2$

$$H \left| \frac{2}{9} \right| \Rightarrow \text{در ربع اول قرار دارد.}$$

۱ ۳۰

۲ ۳۱

$$x \rightarrow \frac{1}{3}^+ \Rightarrow 3x \rightarrow 1^+ \Rightarrow -3x \rightarrow (-1)^- \Rightarrow 1-3x \rightarrow 0^-$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}^+} (1-3x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 1$$

$$x \rightarrow 2 \Rightarrow \frac{2x-1}{3} \rightarrow 1 \Rightarrow f\left(\frac{2x-1}{3}\right) \rightarrow 3^-$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f\left(\frac{2x-1}{3}\right) = 3 \Rightarrow \left[ \lim_{x \rightarrow 2} f\left(\frac{2x-1}{3}\right) \right] = [3] = 3$$

توجه شود که  $f\left(\frac{2x-1}{3}\right)$  به عدد ۳ میل می‌کند ولی  $\lim_{x \rightarrow 2} f\left(\frac{2x-1}{3}\right)$  عدد ۳ به طور مطلق است.

$$x \rightarrow 2 \Rightarrow \frac{2x-1}{3} \rightarrow 1 \Rightarrow f\left(\frac{2x-1}{3}\right) \rightarrow 3^- \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \left[ f\left(\frac{2x-1}{3}\right) \right] = 2$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$A = 1 + 3 + 2 = 6$$

۱ ۳۲

$$x \rightarrow (-1)^- \Rightarrow x^2 \rightarrow 1^+ \Rightarrow -x^2 \rightarrow (-1)^- \Rightarrow 1-x^2 \rightarrow 0^-$$

$$\Rightarrow x^2(1-x^2) \rightarrow 0^- \Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-1)^-} (x^2 - x^4) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$$

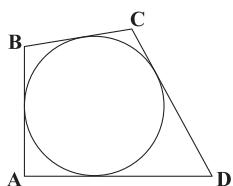
از رابطه  $1 - \cos 2x = 2 \sin^2 x$  داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1 - \cos 2x}}{x^2 + x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{2} \sin^2 x}{x(x+1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{2} |\sin x|}{x(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left( -\frac{\sin x}{x} \times \frac{\sqrt{2}}{x+1} \right) = (-1) \times \sqrt{2} = -\sqrt{2}$$



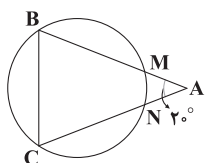
۴۰ ۴ در چهارضلعی محیطی مجموع اضلاع روبه‌رو با هم برابر است:



$$AB + CD = AD + BC \xrightarrow{AB=BC} CD = AD$$

بنابراین قطر BD عمود منصف قطر AC است و هر نقطه روی BD از A و C به یک فاصله است.

۴۱ ۴ کمان‌های  $\widehat{BM}$ ،  $\widehat{BC}$  و  $\widehat{CN}$  برابرند، پس:



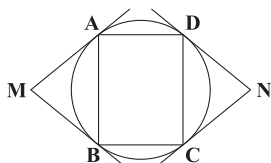
$$\widehat{BM} = \widehat{BC} = \widehat{CN} = x \text{ و } \widehat{MN} = y$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x + y = 36^\circ \\ \frac{x - y}{2} = 20^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 10^\circ \\ y = 6^\circ \end{cases}$$

۴۲ ۳ با توجه به مستطیل بودن ABCD و  $AD = R$

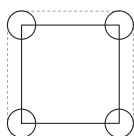
پس  $\widehat{AD} = 6^\circ$  بنابراین:

$$\widehat{AB} = \widehat{CD} = 12^\circ$$



$$\Rightarrow \begin{cases} \hat{M} = \frac{\widehat{ADCB} - \widehat{AB}}{2} = 6^\circ \\ \hat{N} = \frac{\widehat{DABC} - \widehat{DC}}{2} = 6^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{M} + \hat{N} = 12^\circ$$

۴۳ ۲ مساحت ناحیه درون نخ عبارت است از:

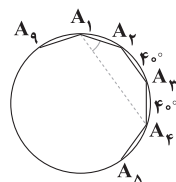


(محیط مربع  $\times$  شعاع دایره) + (مساحت) + (مساحت مربع) = مساحت یک دایره

$$= 36 + 4\pi + 24 \times 2 = 84 + 4\pi = 4(21 + \pi)$$

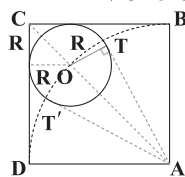
۴۴ ۲ اگر ۹ ضلعی منتظم را محاط در دایره رسم کنیم کمان‌های

ایجاد شده هر کدام  $\frac{36^\circ}{9} = 4^\circ$  هستند و داریم:



$$A_4 \hat{A}_1 A_2 = \frac{1^\circ}{2} = 4^\circ$$

۳۶ ۲ قطر AC از مرکز دایره کوچک‌تر می‌گذرد و داریم:



$$AT = AB = 1 \Rightarrow AO = \sqrt{1 + R^2} \text{ و } CO = R\sqrt{2}$$

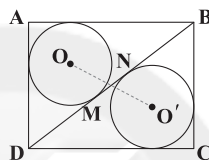
$$\Rightarrow AC = AO + OC \Rightarrow \sqrt{2} = \sqrt{1 + R^2} + R\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2}(1 - R) = \sqrt{1 + R^2} \Rightarrow 2(1 + R^2 - 2R) = 1 + R^2$$

$$\Rightarrow R^2 - 4R + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} R = 2 - \sqrt{3} \\ R = 2 + \sqrt{3} \end{cases} \text{ غ ق}$$

۳۷ ۴ در مثلثی با اضلاع ۳، ۴ و ۵ شعاع دایره محیطی

داخلی  $r = \frac{S}{p} = 1$  به دست می‌آید و داریم:

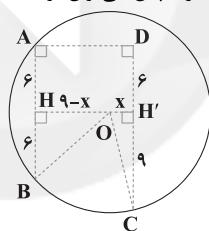


$$DM = 2 \text{ و } DN = 3 \Rightarrow MN = 1$$

یعنی طول مماس مشترک داخلی دو دایره برابر ۱ است، پس:

$$MN = \sqrt{(OO')^2 - (r + r)^2} \Rightarrow 1 = \sqrt{(OO')^2 - (2)^2} \Rightarrow OO' = \sqrt{5}$$

۳۸ ۳ عمود منصف هر وتر از مرکز دایره می‌گذرد، پس می‌توان نوشت:



$$AH = BH = 6 \Rightarrow DH' = 6 \text{ و } CH' = 9$$

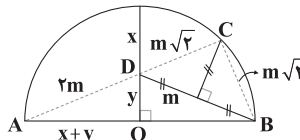
از فیثاغورس در مثلث‌های  $\triangle BOH$  و  $\triangle COH'$  داریم:

$$\begin{cases} R^2 = 6^2 + (9 - x)^2 \Rightarrow 36 + (81 - 18x + x^2) = 81 + x^2 \Rightarrow x = 2 \\ R^2 = 9^2 + x^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{9^2 + 2^2} = \sqrt{85} \Rightarrow S = \pi R^2 = 85\pi$$

۳۹ ۴ اگر  $BD = 2m$ ، داریم:

$$CD = BC = m\sqrt{2}$$



هم‌چنین شعاع نیم‌دایره برابر  $x + y$  است و با توجه به اندازه‌های برابر و تشابه

در مثلث‌های  $\triangle ABC$  و  $\triangle ADO$  داریم:

$$\triangle ABC \sim \triangle ADO \Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AO} = \frac{BC}{DO}$$

$$\Rightarrow \frac{2m + m\sqrt{2}}{x + y} = \frac{m\sqrt{2}}{y} \Rightarrow \frac{2 + \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{x + y}{y} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$



۲ ۵۲ با توجه به رابطه تراز شدت صوت داریم:

$$\beta = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \Rightarrow 74 = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \Rightarrow \log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 7/4$$

$$\Rightarrow \frac{I}{I_0} = 10^{7/4} = 10^6 \times 10^{0.7} \times 10^{0.7} \xrightarrow{\log 5 = 0.7} 10^{0.7} = 5$$

$$I = 10^{-12} \times 10^6 \times 5 \times 5 = 25 \times 10^{-6} \frac{W}{m^2} = 25 \frac{\mu W}{m^2}$$

۴ ۵۳ اختلاف تراز شدت صوت در فواصل  $d_1$  و  $d_2$  از یک منبع صوت برابر است با:

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2$$

$$\Rightarrow 10 \log\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = 70 - 53 = 17 \Rightarrow \log\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = 1.7 \Rightarrow \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = 10^{1.7}$$

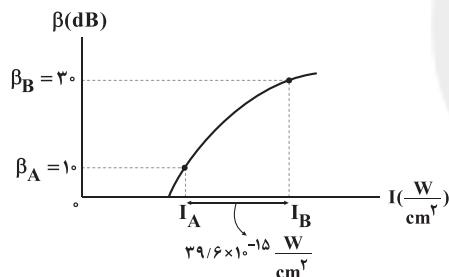
$$\Rightarrow \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = 10^2 \div 10^{0.3}$$

$$\xrightarrow{\log 2 = 0.3} 10^{0.3} = 2 \rightarrow \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = 100 \div 2 = 50$$

$$\Rightarrow \frac{d_1}{d_2} = \sqrt{50} \Rightarrow d_1 = \sqrt{50} d_2$$

$$\xrightarrow{d_2 = 0.1m} d_1 = \sqrt{50} \times 0.1 = 0.707m$$

۳ ۵۴ با توجه به نمودار می توان نتیجه گرفت که:



$$\Delta\beta = \beta_B - \beta_A \xrightarrow{\beta_A = 10 \text{ dB}, \beta_B = 30 \text{ dB}} \Delta\beta = 30 - 10 = 20 \text{ dB}$$

بنابراین:

$$\Delta\beta = 10 \log\left(\frac{I_B}{I_A}\right) \Rightarrow 20 = 10 \log\left(\frac{I_B}{I_A}\right) \Rightarrow 2 = \log\left(\frac{I_B}{I_A}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{I_B}{I_A} = 10^2 \Rightarrow I_B = 10^2 I_A \Rightarrow I_B = 100 I_A$$

به کمک نمودار محور I متوجه می شویم که:

$$I_B - I_A = 39/6 \times 10^{-15} \frac{W}{cm^2} \xrightarrow{I_B = 100 I_A}$$

$$100 I_A - I_A = 39/6 \times 10^{-15}$$

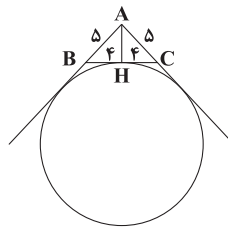
$$\Rightarrow 99 I_A = 39/6 \times 10^{-15} \Rightarrow I_A = 4 \times 10^{-16} \frac{W}{cm^2} = 4 \times 10^{-12} \frac{W}{m^2}$$

حال به کمک رابطه  $I = \frac{P}{A}$  و با توجه به این که صوت به صورت کروی در فضا منتشر می شود ( $A = 4\pi r^2$ )، مقدار r را به دست می آوریم:

$$I_A = \frac{P}{A} = \frac{P}{4\pi r^2} \xrightarrow{I_A = 4 \times 10^{-12} \frac{W}{m^2} \text{ و } P = 0.48 \pi W}$$

$$4 \times 10^{-12} = \frac{0.48 \times 10^{-14}}{4 \times \pi \times r^2} \Rightarrow r^2 = 0.01 \Rightarrow r = 0.1m = 10 \text{ cm}$$

۴ ۴۵ بزرگ ترین دایره محاطی خارجی، روبه رو به بزرگ ترین زاویه است:



$$AH = 3 \text{ و } S = \frac{3 \times 8}{2} = 12$$

$$r_a = \frac{S}{p-a} = \frac{12}{9-8} = 12$$

۲ ۴۶ هر سؤال ۴ گزینه دارد و یک حالت هم حالتی است که به سوال جواب ندهند، پس هر سؤال ۵ حالت دارد که احتمال انتخاب صحیح  $\frac{1}{5}$  است.

$P = \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \left(\frac{1}{5}\right)^5$

$$P = \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \left(\frac{1}{5}\right)^5$$

۱ ۴۷ احتمال هر دو سکه رو:  $P(A) = \frac{1}{4}$  و احتمال اول آمدن هر دو تاس  $P(B) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$

$$P(B) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{16} - \frac{1}{4} \times \frac{1}{16} = \frac{2}{4} - \frac{1}{64} = \frac{31}{64}$$

۲ ۴۸

$P$  (همه با سواد باشند)  $1 - P$  (حداقل ۱ نفر بی سواد باشد)

$$= 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

۲ ۴۹

$$P(A \cup B') = P(A) + P(B') - P(A) \cdot P(B') = \frac{5}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} + P(B') - \frac{1}{2} P(B') = \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{1}{2} P(B') = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow P(B') = \frac{1}{3} \Rightarrow P(B) = \frac{2}{3}$$

$$P(A' \cup B) = P(A') + P(B) - P(A') \cdot P(B)$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{5}{6} - \frac{1}{3} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

۴ ۵۰ برای این که پنجمین فرزند، سومین پسر باشد باید در ۴ فرزند اول ۲ پسر به دنیا آمده باشد. و پنجمین فرزند هم پسر باشد. بنابراین خواهیم داشت.

$$\left(\frac{4}{2}\right) \left(\frac{1}{2}\right)^4 \times \frac{1}{2} = 6 \times \frac{1}{32} = \frac{3}{16}$$

## فیزیک

۲ ۵۱ ابتدا شدت دو موج صوتی را محاسبه می کنیم:

$$I_1 = \frac{P_{av}}{A_1} = \frac{50 \times 10^{-6}}{1 \times 10^{-4}} = 5 \frac{W}{m^2}$$

$$I_2 = \frac{P_{av}}{A_2} = \frac{50 \times 10^{-6}}{5 \times 10^{-4}} = 1 \frac{W}{m^2}$$

اختلاف تراز شدت دو صوت برابر است با:

$$\Delta\beta = \beta_1 - \beta_2 = 10 \log\left(\frac{I_1}{I_2}\right) = 10 \log\left(\frac{5}{1}\right) = 10 \log 5$$

$$\Rightarrow \Delta\beta = 10(\log 5 - \log 1) = 7 \text{ dB}$$



۵۸ ۳ تراز شدت صوت ۲/۴ بل افزایش یافته است، بنابراین:

$$\Delta\beta = \log\left(\frac{I_2}{I_1}\right) \xrightarrow{\Delta\beta=2/4\text{dB}} 2/4 = \log\left(\frac{I_2}{I_1}\right) \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 10^{2/4}$$

$$\frac{I_2}{I_1} = (10^{0/3})^8 \xrightarrow{\log 2 = 0/3 \Rightarrow 10^{0/3} = 2} \frac{I_2}{I_1} = 2^8$$

به کمک نسبت شدت صوت، نسبت شدت دامنه را به دست می آوریم:

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \xrightarrow{\frac{I_2}{I_1} = 2^8} 2^8 = \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{A_2}{A_1} = 2^4 = 16$$

۵۹ ۲ اگر چهار چشمه صوتی مشابه دیگر در کنار چشمه صوت اولی قرار گیرند، در این صورت شدت صوت در نقطه مورد نظر ۵ برابر خواهد شد، بنابراین:

$$\frac{I_2}{I_1} = 5$$

بنابراین تغییرات تراز شدت صوت برابر است با:

$$\Delta\beta = 10 \log \frac{I_2}{I_1} = 10 \log 5 = 10 \times 0/7 = 7 \text{dB}$$

۶۰ ۳ آشکارساز در حال دور شدن از چشمه است. طبق اثر دوپلر در امواج

الکترومغناطیسی، فرکانس دریافتی توسط آشکارساز کمتر از بسامد واقعی چشمه است. هر چه گیرنده صوت از چشمه فاصله بگیرد، سرعتش کاسته می شود و به سمت توقف کامل پیش می رود. برای درک رخداد اتفاق افتاده فرض کنید، در نهایت گیرنده موج بایستد، در این صورت فرکانس دریافتی با فرکانس واقعی چشمه برابر خواهد بود، یعنی فرکانس کمتر از فرکانس واقعی بوده، اما رو به افزایش است.

۶۱ ۲ تراز شدت صوت در نقطه (۱)، ۲۰dB بیشتر از نقطه (۲)

است، بنابراین:

$$\beta_1 - \beta_2 = 20 \text{dB} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = -20 \text{dB} \Rightarrow \Delta\beta = -20 \text{dB}$$

ابتدا به کمک اختلاف تراز شدت صوت، نسبت  $\frac{I_2}{I_1}$  را به دست می آوریم:

$$\Delta\beta = 10 \log\left(\frac{I_2}{I_1}\right) \xrightarrow{\Delta\beta = -20 \text{dB}} -20 = 10 \log\left(\frac{I_2}{I_1}\right)$$

$$\Rightarrow -2 = \log\left(\frac{I_2}{I_1}\right) \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 10^{-2}$$

با توجه به رابطه  $I = \frac{P_{av}}{4\pi r^2}$  می توان گفت شدت صوت با آهنگ متوسط انتقال

انرژی، رابطه مستقیم و با مجذور فاصله از منبع صوت رابطه عکس دارد، بنابراین:

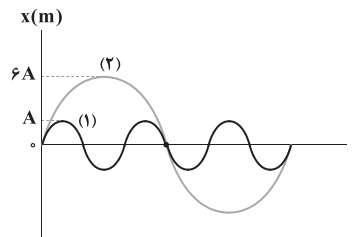
$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{P_2}{P_1} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \xrightarrow{\frac{I_2}{I_1} = 10^{-2}, r_1 = d} 10^{-2} = \frac{P_2}{P_1} \times \left(\frac{d}{3d}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{100} = \frac{P_2}{P_1} \times \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{9}{100}$$

۶۲ ۴ دلیل پدید آمدن امواج الکترومغناطیسی در یک محیط این

است که وقتی میدان الکتریکی در حال نوسان باشد، میدان مغناطیسی به وجود می آید و وقتی میدان مغناطیسی در حال نوسان باشد، میدان الکتریکی ایجاد می شود. یادتان باشد که اگر فقط یکی از این اتفاق ها بیفتد، موج الکترومغناطیسی به وجود نمی آید.

۵۵ ۲ با توجه به نمودار می توان رابطه بین طول موج ها را به دست آورد:



$$\frac{3T_1}{2} = \frac{T_2}{2} \Rightarrow T_2 = 3T_1 \xrightarrow{\lambda = vT \text{ ثابت}} \lambda_2 = 3\lambda_1$$

چون هر دو صوت در یک محیط قرار دارند، پس سرعت هایشان برابر است، بنابراین:

$$\lambda = \frac{v}{f} \xrightarrow{\text{ثابت } v} \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{f_1}{f_2} \Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = 3 \Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = \frac{1}{3}$$

نسبت شدت صوت ها را به دست می آوریم:

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \times \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \xrightarrow{A_2 = 6A, A_1 = A, \frac{f_2}{f_1} = \frac{1}{3}} \frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{6A}{A}\right)^2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \left(\frac{d}{4d}\right)^2 = \frac{1}{4} = 2^{-2} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 2^2$$

اختلاف تراز شدت صوت ها در نقطه M برابر است با:

$$\Delta\beta = 10 \log\left(\frac{I_2}{I_1}\right) = 10 \log(2^2) = 20 \log 2 \xrightarrow{\log 2 = 0/3} \Delta\beta = 20 \times 0/3 = 6 \text{dB}$$

۵۶ ۲ چون تراز شدت صوت ۱۵dB افزایش یافته، بنابراین:

$$\Delta\beta = 10 \log\left(\frac{I_2}{I_1}\right) \xrightarrow{\Delta\beta = 15 \text{dB}} 15 = 10 \log\left(\frac{I_2}{I_1}\right)$$

$$\Rightarrow 1/8 = \log\left(\frac{I_2}{I_1}\right) \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 10^{1/8}$$

$$\xrightarrow{\log 2 = 0/3 \Rightarrow 10^{0/3} = 2} \frac{I_2}{I_1} = (10^{0/3})^6 = 2^6 = 64$$

دامنه چشمه صوت، ثابت ولی بسامد آن تغییر کرده است، بنابراین:

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \xrightarrow{\frac{I_2}{I_1} = 64} 64 = \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = 8 \Rightarrow f_2 = 8f_1$$

$$\xrightarrow{f_1 = 100 \text{ Hz}} f_2 = 800 \text{ Hz}$$

در نتیجه افزایش بسامد برابر است با:

$$\Delta f = f_2 - f_1 \xrightarrow{f_1 = 100 \text{ Hz}, f_2 = 800 \text{ Hz}} \Delta f = 800 - 100 = 700 \text{ Hz}$$

۵۷ ۳ چون بسامد ۲۰ درصد افزایش و دامنه ۲۰ درصد کاهش یافته، داریم:

$$f_2 = f_1 + \frac{20}{100} f_1 = \frac{120}{100} f_1 \Rightarrow f_2 = 1/2 f_1$$

$$A_2 = A_1 - \frac{20}{100} A_1 = \frac{80}{100} A_1 \Rightarrow A_2 = 0/8 A_1$$

نسبت شدت صوت را به دست می آوریم:

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \times \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \xrightarrow{\frac{f_2}{f_1} = 1/2 \text{ و } \frac{A_2}{A_1} = 0/8} \frac{I_2}{I_1} = (1/2)^2 \times (0/8)^2$$

$$\Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 1/44 \times 0/64 = 0/92 \xrightarrow{\times 100} 9/2$$

مقدار ۹/۲٪ به دست آمده، یعنی شدت صوت تقریباً ۸٪ کاهش

یافته است.



$$\lambda = vT \Rightarrow 900 \times 10^3 = 3 \times 10^8 \times T$$

$$\Rightarrow T = 3 \times 10^{-3} \text{ s}$$

$$t_2 - t_1 = \frac{T}{4} = \frac{3}{4} \times 10^{-3} \text{ s} \quad \text{بنابراین حداقل مقدار } t_2 - t_1 \text{ برابر است با:}$$

۶۷ اگر تندی چشمه صوت بیشتر از تندی صوت باشد، جبهه‌های موج یکدیگر را قطع می‌کنند.

۶۸ دوره تناوب موج برابر است با: ۴

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{10^{15}} = 10^{-15} \text{ s}$$

جهت میدان مغناطیسی را با استفاده از قاعده دست راست در لحظه  $t$  تعیین می‌کنیم. طبق این قاعده جهت میدان مغناطیسی در لحظه  $t$  در جهت  $+y$  است. پس از گذشت  $\Delta t = 5 \times 10^{-16} = \frac{T}{2}$  جهت هر دو میدان قرینه می‌شود، پس جهت

میدان مغناطیسی در لحظه  $t + 5 \times 10^{-16} \text{ s}$  جهت  $-y$  است.

طبق رابطه  $I = v\Delta t$  پیشروی موج در این مدت برابر است با:

$$I = v\Delta t = c\Delta t = 3 \times 10^8 \times 5 \times 10^{-16} = 15 \times 10^{-8} \text{ m} = 0.15 \mu\text{m}$$

با استفاده از نمودار داده شده در سؤال داریم: ۳ ۶۹

$$\begin{cases} I_1 = \frac{9}{4} I \\ r_1 = d - 5 \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} I_2 = I \\ r_2 = d \end{cases}$$

شدت یک موج صوتی در یک سطح از رابطه  $I = \frac{P_{av}}{A}$  به دست می‌آید.

همچنین توان متوسط انرژی از رابطه  $P_{av} = \frac{E}{t}$  محاسبه می‌شود. در نتیجه

$$I = \frac{E}{At} \quad \text{خواهیم داشت:}$$

می‌دانیم  $E \propto A^2 I^2$  که  $A$  دامنه منبع صوت و  $f$  فرکانس این منبع است،

$$\frac{I_2}{I_1} = \left( \frac{A_2}{A_1} \times \frac{f_2}{f_1} \times \frac{r_1}{r_2} \right)^2 \quad \text{بنابراین:}$$

با توجه به صورت سؤال  $f_1 = f_2$  و  $A_2 = A_1$ ، پس:

$$\frac{I}{\frac{9}{4} I} = \left( 1 \times 1 \times \frac{d-5}{d} \right)^2 \Rightarrow \frac{4}{9} = \left( \frac{d-5}{d} \right)^2 \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{2}{3} = \frac{d-5}{d}$$

$$\Rightarrow 2d = 3d - 15 \Rightarrow d = 15 \text{ cm} = 0.15 \text{ m}$$

۷۰ از آنجایی که بسامد دیپازون مورد نظر ثابت است، بسامد

صوت‌های شنیده شده یکسان می‌باشد، از طرف دیگر چون دیپازون با ضربه‌هایی با شدت متفاوت به ارتعاش درآمده است، صداهای شنیده شده دارای بلندی‌های متفاوت خواهند بود.

۷۱ فاصله دو جبهه موج متوالی برابر با طول موج است، بنابراین:

$$\lambda = 40 \text{ cm}$$

تندی انتشار این موج برابر است با:

$$v = \frac{1}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{40 \times 10^3}{10^{-8}} = 4 \times 10^{12} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

بنابراین:

$$v = \lambda f \xrightarrow{\lambda = 0.4 \text{ m}} 4 \times 10^{12} = 4 \times 10^{-1} \times f$$

$$\Rightarrow f = 10^{13} \text{ Hz} = 10 \text{ THz}$$

۶۳ ابتدا طول موج صوت منتشر شده در لوله را محاسبه می‌کنیم. ۴

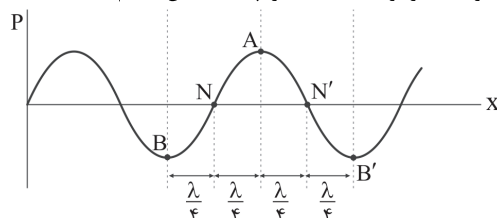
$$\lambda = vT \Rightarrow \lambda = 360 \times \frac{1}{600} = 0.6 \text{ m} = 60 \text{ cm}$$

در گزینه‌ها با فاصله‌های ۱۵ و ۳۰ سانتی‌متری نقطه  $A$  سر و کار داریم. دقت

کنید که با توجه به مقدار طول موج، ۱۵ cm معادل  $\frac{\lambda}{4}$  و ۳۰ cm معادل  $\frac{\lambda}{2}$

است، پس می‌توانیم نقطه  $A$  و نقاطی به فاصله‌های  $\frac{\lambda}{4}$  و  $\frac{\lambda}{2}$  از آن را به شکل

زیر در نمودار تغییرات فشار بر حسب فاصله از چشمه نشان دهیم.



همان‌طور که می‌بینید در نقاط  $N$  و  $N'$  که در فاصله ۱۵ سانتی‌متری نقطه  $A$  قرار دارند، فشار هوا با فشار عادی جو برابر است و در نقاط  $B$  و  $B'$  که در فاصله ۳۰ سانتی‌متری نقطه  $A$  قرار دارند، فشار هوا کمینه است.

۶۴ با توجه به رابطه  $\lambda = \frac{v}{f}$  داریم: ۴

$$\lambda = \frac{v}{f} \xrightarrow{\text{ثابت } v} \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{f_1}{f_2} \Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = 2$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \left( \frac{f_2}{f_1} \times \frac{A_2}{A_1} \times \frac{r_1}{r_2} \right)^2 \quad \text{با توجه به رابطه شدت صوت داریم:}$$

$$\Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 2^2 \times 2^2 \times 1^2 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 16 \Rightarrow I_2 = 16 \times \frac{W}{m^2}$$

۶۵ با توجه به رابطه  $\lambda = vT$  برای دو موج می‌توان نوشت: ۲

$$\begin{cases} T_A - T_B = 200 \text{ ns} = 2 \times 10^{-7} \text{ s} \\ v = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ \lambda_A = vT_A \\ \lambda_B = vT_B \end{cases}$$

$$\Rightarrow \lambda_A - \lambda_B = vT_A - vT_B = v(T_A - T_B)$$

$$\Rightarrow \lambda_A - \lambda_B = 3 \times 10^8 \times 2 \times 10^{-7} = 60 \text{ m}$$

بنابراین طول موج  $A$ ،  $60 \text{ m}$  بیشتر از طول موج  $B$  می‌باشد. از طرفی می‌دانیم فاصله بین دو نقطه متوالی که میدان مغناطیسی در آن‌ها برابر صفر

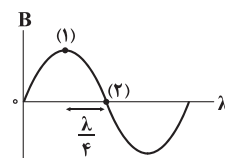
است، برابر  $\frac{\lambda}{2}$  می‌باشد، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{\lambda_A}{2} - \frac{\lambda_B}{2} = \frac{1}{2}(\lambda_A - \lambda_B) = 30 \text{ m}$$

۶۶ چون میدان الکتریکی و مغناطیسی همگام هستند، پس در

لحظه  $t_1$  میدان الکتریکی هم صفر است و حداقل فاصله آن‌ها با توجه به

نمودار  $\frac{\lambda}{4}$  است که هم‌ارز با  $\frac{T}{4}$  می‌باشد، بنابراین:





۱ ۷۲

تنها عبارت «د» درست است.

**بررسی عبارت‌هاک نادرست:**

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

به دست می‌آید

ب) هر تغییری در میدان الکتریکی در هر نقطه از فضا، میدان مغناطیسی متغیری ایجاد می‌کند و این میدان مغناطیسی متغیر، خود میدان الکتریکی متغیری ایجاد می‌کند.

ج) میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی همگام با یکدیگر تغییر می‌کنند.

ه) موج الکترومغناطیسی، یک موج عرضی است.

۲ ۷۳

با استفاده از قاعده دست راست، جهت میدان مغناطیسی رو

به پایین است.

**دقت کنید:** در امواج الکترومغناطیسی، جهت انتشار، جهت الکتریکی و میدان مغناطیسی برهم عمود هستند و گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست هستند.

۴ ۷۴

طبق اطلاعات داده شده در سؤال داریم:

$$T_B = 2T_A \xrightarrow{f = \frac{1}{T}} f_A = 2f_B \xrightarrow{\lambda = \frac{c}{f}} \lambda_B = 2\lambda_A (*)$$

بنابراین:

$$\lambda_B - \lambda_A = 600 \text{ nm} \xrightarrow{(*)} 2\lambda_A - \lambda_A = 600$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda_A = 600 \text{ nm} \\ \lambda_B = 1200 \text{ nm} \end{cases}$$

بنابراین موج A یک نور مرئی و موج B یک موج فرسوخ است.

**بررسی سایر گزینه‌ها:**

(۱) میدان‌های  $\vec{E}$  و  $\vec{B}$  هم جهت نیستند.

(۳) میدان‌های  $\vec{E}$  و  $\vec{B}$  هم اندازه نیستند.

(۴) میدان‌های  $\vec{E}$  و  $\vec{B}$  هم سو نیستند.

۳ ۷۶

با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$125 \text{ فرسنگ} \times \frac{6000 \text{ ذرع}}{1 \text{ فرسنگ}} \times \frac{104 \text{ cm}}{1 \text{ ذرع}} \times \frac{1 \text{ m}}{10^2 \text{ cm}} \times \frac{1 \text{ km}}{10^3 \text{ m}} = 780 \text{ km}$$

آهنگ حرکت این ماشین مسابقه برابر است با:

$$\text{آهنگ حرکت} = \frac{780 \text{ km}}{65 \text{ min}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 0.2 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

۱ ۷۷

ابتدا همه یکاها را به میلی متر تبدیل می‌کنیم:

$$6 \times 10^7 \text{ nm} \xrightarrow{\times 10^{-6}} 60 \text{ mm}$$

$$4 \times 10^9 \text{ pm} \xrightarrow{\times 10^{-9}} 40 \text{ mm}$$

حجم کره و مکعب برابر است با:

$$V_{\text{کره}} = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3 \times (60)^3 = 4 \times 60 \times 60 \times 60 \text{ mm}^3$$

$$\Rightarrow V_{\text{کره}} = 864 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

$$V_{\text{مکعب}} = a^3 = (40)^3 = 64 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

حجم فضای خالی داخل کره برابر است با:

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{کره}} - V_{\text{مکعب}} = 864 \times 10^3 - 64 \times 10^3 = 800 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

$$\xrightarrow{\text{نماد علمی}} V_{\text{حفره}} = 8 \times 10^2 \times 10^3 = 8 \times 10^5 \text{ mm}^3$$

۱ ۷۸ هنگام مدل‌سازی یک پدیده فیزیکی، باید اثرهای جزئی‌تر را

نادیده بگیریم نه اثرهای مهم و تعیین‌کننده را. در مدل‌سازی حرکت این جسم می‌توان نیروی اصطکاک، نیروی مقاومت هوا و ابعاد جسم را نادیده گرفت.

**بررسی عبارت‌ها:**

الف) (x)  $\frac{1}{5} = 0.3 \text{ g} \times 10^3 = 300 \text{ mg}$  (دقت اندازه‌گیری در شکل (۲))

ب) (x)  $1 \mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m} \times 10^6 = 1 \text{ m}$  (دقت اندازه‌گیری در شکل (۳))

ج) (x)  $2/5 \text{ mm} = 0.25 \text{ cm} \times 10 = 2.5 \text{ mm}$  (دقت اندازه‌گیری در شکل (۱))

د)  $\frac{0.25 \text{ cm}}{10^{-6} \text{ m}} = 250000$  (دقت اندازه‌گیری در شکل (۳))

$$= \frac{25 \times 10^{-4} \text{ m}}{10^{-6} \text{ m}} = 2500 \text{ (x)}$$

۲ ۸۰

هر سه جسم کاملاً مشابه هستند، بنابراین هرچه قدر جسم در

مایع بیشتر فرو رود، آن مایع چگالی کم‌تری دارد. در نتیجه با توجه به

$$\rho_4 > \rho_3 > \rho_1$$

شکل‌های داده شده در سؤال داریم:

هرچه مایعی چگالی بیشتری داشته باشد، درون یک ظرف پایین‌تر قرار

می‌گیرد، بنابراین در ظرف استوانه‌ای شکل از پایین به بالا به ترتیب مایع (۲)،

سپس مایع (۳) و در آخر مایع (۱) قرار می‌گیرد.

با توجه به یکسان بودن جرم این سه مایع و تفاوت چگالی آن‌ها می‌توان نتیجه گرفت که:

$$\rho_1 < \rho_2 < \rho_3 \xrightarrow{\text{ثابت: } m} V_1 > V_2 > V_3 \xrightarrow{\text{ثابت: } A} h_1 > h_2 > h_3$$

بنابراین شکل داده شده در گزینه (۲) می‌تواند نحوه قرارگیری این سه مایع در ظرف استوانه‌ای شکل باشد.

۲ ۸۱

فشار در سطح دریاچه همان فشار هوا ( $P_0$ ) است.

فشار در کف دریاچه برابر است با:

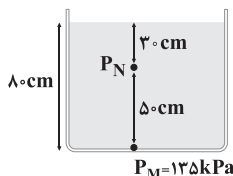
$$\begin{cases} P_{\text{کف دریاچه}} = P_0 + \rho gh \\ P_{\text{کف دریاچه}} = 2/4 P_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2/4 P_0 = P_0 + 10^3 \times 10 \times h \Rightarrow 2/4 P_0 - P_0 = 10^4 h$$

$$\Rightarrow 1/4 P_0 = 10^4 h \xrightarrow{P_0 = 10^5 \text{ Pa}} 1/4 \times 10^5 = 10^4 h \Rightarrow h = 14 \text{ m}$$

۱ ۸۲

طبق اطلاعات داده شده در سؤال داریم:



$$P_M = P_N + \rho gh \Rightarrow 125000 = P_N + (2000 \times 10 \times 0.5)$$

$$\Rightarrow 125000 = P_N + 10000 \Rightarrow P_N = 125000 \text{ Pa} = 125 \text{ kPa}$$

۴ ۸۳ ابتدا فشار حاصل از ستون ۵۰ سانتی‌متری مایع را برحسب

سانتی‌متر جیوه به دست می‌آوریم.

$$\rho_{\text{مایع}} gh_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جیوه}} gh_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow 6/8 \times 50 = 13/6 \times h_{\text{جیوه}} \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 25 \text{ cm} \Rightarrow P_{\text{مایع}} = 25 \text{ cmHg}$$





۸۷ ۱ ابتدا نسبت  $\frac{C_2}{C_1}$  را محاسبه می‌کنیم:

$$c = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \times \frac{A_2}{A_1} \times \frac{d_1}{d_2}$$

$$\Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \kappa \quad (1)$$

خازن را پس از شارژ شدن از باتری جدا می‌کنیم، بنابراین بار ذخیره‌شده در خازن ثابت می‌ماند، در نتیجه داریم:

$$C = \frac{Q}{V} \xrightarrow{\text{ثابت: } Q} \frac{C_2}{C_1} = \frac{V_1}{V_2} \quad (1) \rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{\kappa} \quad (2)$$

در آخر به کمک رابطه  $E = \frac{V}{d}$ ، داریم:

$$E = \frac{V}{d} \xrightarrow{\text{ثابت: } d} \frac{E_2}{E_1} = \frac{V_2}{V_1} \quad (2) \rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{1}{\kappa}$$

۸۸ ۳ چون کاری که میدان الکتریکی بر روی بار انجام می‌دهد، برابر

با  $J \cdot 10^{-12}$  می‌باشد، بنابراین با توجه به این‌که سرعت ثابت است، تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار  $q$  در انتقال از نقطه  $A$  تا نقطه  $B$  برابر با  $J \cdot 10^{-12}$  است، یعنی داریم:

$$\Delta U_E = -W_E = 12 \times 10^{-12} \text{ J}$$

به کمک رابطه اختلاف پتانسیل الکتریکی برحسب انرژی پتانسیل الکتریکی و بار الکتریکی داریم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q} \xrightarrow{\frac{\Delta U_E = 12 \times 10^{-12} \text{ J}}{q = -2 \times 10^{-12} \text{ C}}} \Delta V = \frac{12 \times 10^{-12}}{-2 \times 10^{-12}}$$

$$\frac{\Delta V = V_B - V_A}{V_A = 120 \text{ V}} \rightarrow V_B - 120 = \frac{12 \times 10^{-12}}{-2 \times 10^{-12}}$$

$$\Rightarrow V_B - 120 = -600 \Rightarrow V_B = -480 \text{ V}$$

۸۹ ۳ ابتدا به کمک رابطه ظرفیت خازن تخت می‌توان نوشت:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \frac{\kappa_1 = 12}{\kappa_2 = 1} \rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{1}{12} \quad (*)$$

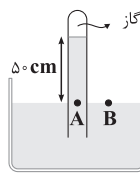
می‌دانیم انرژی ذخیره‌شده در خازن از رابطه  $U = \frac{1}{2} CV^2$  قابل محاسبه است، بنابراین:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_2}{C_1} \times \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2$$

باید ولتاژ دو سر مولد آن قدر تغییر کند تا انرژی ذخیره‌شده در خازن ثابت بماند، یعنی:

$$1 = \frac{C_2}{C_1} \times \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 \xrightarrow{(*)} 1 = \frac{1}{12} \times \left(\frac{V_2}{60\sqrt{3}}\right)^2$$

$$\Rightarrow 12 = \frac{V_2^2}{10800} \Rightarrow V_2^2 = 129600 \Rightarrow V_2 = 360 \text{ V}$$



با توجه به نقاط هم‌تراز  $A$  و  $B$  داریم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} + P_{\text{مایع}} = P_0$$

$$\Rightarrow P_{\text{گاز}} + 25 = 75$$

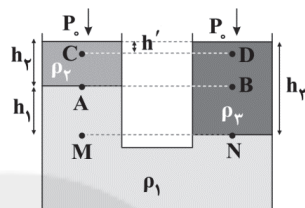
$$\Rightarrow P_{\text{گاز}} = 50 \text{ cmHg}$$

فشار پیمانه‌ای گاز در انتهای لوله برابر است با:

$$P_{\text{گاز}} - P_0 = -25 \text{ cmHg}$$

۸۴ ۲ در لوله‌های  $U$  شکل، همواره مایع زیرین چگال‌ترین مایع

است و بنابراین در شکل زیر  $\rho_1$  از  $\rho_2$  و  $\rho_3$  بزرگ‌تر است. همچنین، فشار در دو نقطه  $M$  و  $N$  با هم برابر است. در نتیجه:



$$P_M = P_N \Rightarrow P_0 + \rho_2 g h_2 + \rho_1 g h_1 = P_0 + \rho_2 g h_2$$

$$\Rightarrow \rho_2 h_2 + \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 \Rightarrow \rho_2 h_2 > \rho_2 h_2 \rightarrow \text{گزینه (۱) درست است.}$$

$$P_M = P_N \Rightarrow P_A + \rho_1 g h_1 = P_B + \rho_2 g h_2$$

$$\xrightarrow{\rho_1 > \rho_2} P_A < P_B \rightarrow \text{گزینه (۳) درست است.}$$

$$\begin{cases} P_A = P_0 + \rho_2 g h_2 \\ P_B = P_0 + \rho_2 g h_2 \end{cases} \xrightarrow{P_A < P_B} \rho_2 h_2 < \rho_2 h_2$$

$$\Rightarrow \rho_2 < \rho_2 \rightarrow \text{گزینه (۲) نادرست است.}$$

$$\begin{cases} P_C = P_0 + \rho_2 g h_3 \\ P_D = P_0 + \rho_2 g h_3 \end{cases} \xrightarrow{\rho_2 < \rho_3} P_C < P_D \rightarrow \text{گزینه (۴) درست است.}$$

بنابراین گزینه (۲) پاسخ سؤال است.

۸۵ ۲ با توجه به نقاط هم‌تراز  $A$  و  $B$  داریم:

$$P_A = P_B$$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow \frac{mg}{A} + \rho' = \rho' + \rho g h' \\ &\Rightarrow \frac{0.5 \times 10}{20 \times 10^{-4}} = 10^3 \times 10 \times h' \\ &\Rightarrow \frac{1}{4} \times 10^4 = 10^4 h' \Rightarrow h' = \frac{1}{4} m = 25 \text{ cm} \end{aligned}$$

بنابراین ارتفاع آب درون لوله سمت راست برابر است با:

$$h = h' + 30 \Rightarrow h = 25 + 30 = 55 \text{ cm}$$

۸۶ ۲ بار یون  $X^{4-}$  برابر است با:

$$q_1 = (-4) \times \text{بار یک الکترون} \Rightarrow q_1 = -4e$$

بار الکترون‌های یون  $^{12}C^-$  برابر است با:

$$q_2 = -7 \times e = -7e$$

بنابراین نسبت خواسته‌شده برابر است با:

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{-4e}{-7e} = \frac{4}{7}$$





۹۴ ۱ ابتدا مکان نقطه B را تعیین می‌کنیم. می‌دانیم چون دو بار  $q_1$  و  $q_2$  همنام هستند، نقطه مورد نظر بین دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر است.



در نقطه B، میدان الکتریکی حاصل از بارها هم‌اندازه و در خلاف جهت هم هستند، بنابراین:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{k|q_1|}{y^2} = \frac{k|q_2|}{x^2} \Rightarrow \frac{20}{y^2} = \frac{80}{x^2} \Rightarrow \frac{1}{y^2} = \frac{4}{x^2}$$

$$\Rightarrow 4y^2 = x^2 \Rightarrow x = 2y \quad (1)$$

$$x + y = 40 \text{ cm} \quad (2)$$

از طرفی داریم:

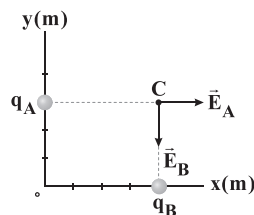
با توجه به روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{cases} x = 2y \\ x + y = 40 \end{cases} \Rightarrow 2y + y = 40 \Rightarrow 3y = 40 \Rightarrow y = \frac{40}{3} \text{ cm}$$

اگر بار  $q_3 = 40 \mu\text{C}$  را در نقطه B قرار دهیم، آن‌گاه اندازه نیرویی که بار  $q_1$  به بار  $q_3$  وارد می‌کند، برابر است با:

$$F_{13} = k \frac{|q_1||q_3|}{r_{13}^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 20 \times 10^{-6} \times 40 \times 10^{-6}}{(\frac{40}{3} \times 10^{-2})^2} = 40.5 \text{ N}$$

۹۵ ۳ ابتدا شکلی از شرایط سؤال را روی صفحه مختصات رسم می‌کنیم:



اندازه میدان الکتریکی حاصل از بار  $q_A$  در نقطه C برابر است با:

$$E_A = k \frac{|q_A|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{10 \times 10^{-9}}{4^2} = \frac{9 \times 10^0}{16} = \frac{45}{8} \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$\Rightarrow \vec{E}_A = +\frac{45}{8} \vec{i} \left( \frac{\text{N}}{\text{C}} \right)$$

اندازه میدان الکتریکی حاصل از بار  $q_B$  در نقطه C برابر است با:

$$E_B = k \frac{|q_B|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{8 \times 10^{-9}}{3^2} = 8 \frac{\text{N}}{\text{C}} \Rightarrow \vec{E}_B = -8 \vec{j} \left( \frac{\text{N}}{\text{C}} \right)$$

برایند میدان‌های حاصل از بارهای  $q_B$  و  $q_A$  در نقطه C برابر است با:

$$\vec{E} = \frac{45}{8} \vec{i} - 8 \vec{j} \left( \frac{\text{N}}{\text{C}} \right)$$

### شیمی

۹۶ ۱ • HF(g)، لیکوین،  $\text{Cl}_2(\text{g})$ ، هیدرازین،  $\text{C}_10\text{H}_8(\text{s})$  و  $\text{C}_7\text{H}_8\text{OH}(\text{l})$  جزو مواد مولکولی هستند.

• سیلیس، سیلیسیم و گرافن جزو جامدهای کووالانسی هستند و می‌توان هر کدام از آن‌ها را یک مولکول غول‌آسا در نظر گرفت.

۹۷ ۲ عبارتهای سوم و چهارم درست هستند.

**بررسی عبارتهای نادرست:**

• سرخ‌فام بودن برخی از انواع خاک رس را می‌توان به وجود آهن (III) اکسید نسبت داد.

• درصد جرمی هر ماده در نمونه، گرم آن ماده را در مقایسه با صد گرم از نمونه نشان می‌دهد.

۹۰ ۲ با توجه به چگالی سطحی بار داریم:

$$\sigma = \frac{Q}{A} \text{ ثابت } Q \rightarrow$$

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{A_2}{A_1} \quad A = 4\pi r^2 \rightarrow \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$$

$$\frac{\sigma_1 = 40 \frac{\mu\text{C}}{\text{m}^2}}{\sigma_2 = 160 \frac{\mu\text{C}}{\text{m}^2}} \rightarrow \frac{40}{160} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$$

$$\Rightarrow \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 = \frac{1}{4} \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{r_2}{r_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow r_1 = 2r_2$$

درصد تغییرات شعاع برابر است با:

$$\frac{\Delta r}{r_1} \times 100 = \frac{r_2 - r_1}{r_1} \times 100 = \frac{\frac{1}{2}r_1 - r_1}{r_1} \times 100 = -\frac{1}{2} \times 100 = -50\%$$

بنابراین شعاع کره باید ۵۰ درصد کاهش یابد.

۹۱ ۲ با توجه به ثابت ماندن انرژی مکانیکی، تغییر انرژی پتانسیل،

قرینه تغییرات انرژی جنبشی می‌باشد و داریم:

$$\Delta K = -\Delta U \quad (1)$$

از سوی دیگر، تغییر انرژی پتانسیل الکترون، قرینه کار نیروی میدان الکتریکی بوده و در نهایت می‌توان نوشت:

$$\Delta U = -W \quad (2)$$

بنابراین با توجه به روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\Delta K = -\Delta U = W$$

۹۲ ۲ تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی بار در این جابه‌جایی برابر

است با:

$$\Delta U_E = -E|q|d \cos \theta = -E|q|d \cos 37^\circ$$

$$\frac{\cos 37^\circ = \sin 53^\circ = 0.8, q = 16 \times 10^{-6} \text{ C}}{E = 4000 \frac{\text{N}}{\text{C}}, d = 6 \text{ cm} = 0.06 \text{ m}}$$

$$\Delta U_E = -4 \times 10^3 \times 16 \times 10^{-6} \times 0.8 \times 0.06 = -3.072 \text{ J}$$

$$\Rightarrow \Delta U_E = -3.072 \times 10^{-3} \text{ J} = -3.072 \mu\text{J}$$

۹۳ ۱ می‌دانیم اندازه نیروی بین دو بار الکتریکی نقطه‌ای از قانون کولن

به دست می‌آید:

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

با ثابت ماندن اندازه بارها، بزرگی نیروی بین دو بار، با مربع فاصله آن‌ها از یکدیگر نسبت عکس دارد، پس می‌توان نوشت:

$$\frac{F'}{F} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{F + 0.69F}{F} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{1.69F}{F} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2$$

$$\Rightarrow \left(\frac{r}{r'}\right)^2 = 1.69 \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{r}{r'} = \frac{13}{10} \Rightarrow 13r' = 10r \Rightarrow r' = \frac{10}{13}r$$

درصد تغییرات فاصله بین دو بار برابر است با:

$$\frac{r' - r}{r} \times 100 = \frac{\frac{10}{13}r - r}{r} \times 100 = -\frac{3}{13} \times 100 = -23\%$$



۹۸ ۳ به جز عبارت دوم سایر عبارتها درست هستند.

### بررسی عبارتها:

- در ساختار کوارتز (سیلیس خالص)، هر اتم Si (اتم بزرگتر) با چهار پیوند کووالانسی به چهار اتم O (اتم کوچکتر) متصل شده است.
- سیلیس خالص به دلیل داشتن خواص نوری ویژه در ساخت منشورها و عدسیها به کار می‌رود.
- بر اثر پختن سفالینه‌های تهیه شده از خاک رس، جرم و درصد جرمی  $H_2O$  کاهش و در نتیجه درصد جرمی اکسیدهای فلزی افزایش می‌یابد.
- آنتالپی پیوند  $Si-O$  بیشتر از پیوند  $Si-Si$  است.

۹۹ ۲

- ساختار (آ) نشان دهنده جامد یونی است مانند:  $Al_2O_3$
- ساختار (ب) نشان دهنده ماده مولکولی است مانند:  $CS_2$ ,  $C_2H_4$ ,  $F_2$
- ساختار (پ) نشان دهنده جامد فلزی است مانند:  $Cr$ ,  $K$

۱۰۰ ۱

- منظور از اکسیدهای یونی،  $Na_2O$ ,  $Fe_2O_3$ ,  $MgO$  و  $Al_2O_3$  است که مجموع درصد جرمی آنها قبل از جذب آب برابر است با:  $44\% + 96\% + 24\% + 37\% = 40\%$
- فرض کنیم  $100g$  از این خاک رس، مقدار  $m$  گرم آب جذب کند. در این صورت می‌توان نوشت:

$$\frac{13/32+m}{100+m} \times 100 = 20$$

$$\Rightarrow 1332 + 100m = 2000 + 20m \Rightarrow 668 = 80m$$

$$\Rightarrow m = 8/35g$$

$$\frac{40/38}{100+8/35} \times 100 \approx 37/26\%$$

درصد جرمی اکسیدهای یونی

۱۰۱ ۱

- در گرافیت هر اتم کربن با ۳ پیوند (دو پیوند یگانه و یک پیوند دوگانه) به چهار اتم کربن دیگر متصل است.
- در الماس هر اتم کربن با ۴ پیوند (یگانه) به چهار اتم کربن دیگر متصل است.
- بنابراین اگر شمار پیوندها در دو نمونه با هم برابر است، باید جرم الماس،  $\frac{3}{4}$  جرم گرافیت باشد.

۱۰۲ ۱

### بررسی عبارتهاک نادرست:

- اکسیژن و سیلیسیم به ترتیب فراوانترین عنصرها در پوسته جامد زمین هستند.
- سیلیسیم در طبیعت به حالت خالص یافت نشده و به طور عمده به شکل سیلیس یافت می‌شود.
- ساختار سیلیسیم همانند ساختار الماس بوده، در حالی که پایدارترین دگرشکل کربن، گرافیت است.

۱۰۳ ۳

### بررسی عبارتهاک نادرست:

- میانگین آنتالپی پیوند در الماس، بیشتر از میانگین آنتالپی پیوند در سیلیسیم است.
- (ب) آرایش الکترونی کربن در هر ترکیب خنثی، مشابه آرایش الکترونی گاز نجیب هم‌دوره آن است.

### بررسی عبارتها:

- میانگین آنتالپی پیوند کربن - کربن در گرافیت بیشتر از الماس است، در حالی که سختی الماس بیشتر از گرافیت است.
- در گرافیت بین لایه‌ها نیروی جاذبه ضعیف وان‌دروالسی وجود دارد.
- گرافیت همانند الماس در آب غوطه‌ور می‌شود، زیرا چگالی هر کدام از آنها بیشتر از چگالی آب است.
- در الماس همانند گرافیت، هر اتم کربن، چهار پیوند کووالانسی تشکیل داده است.

۱۰۵ ۲

### بررسی عبارتها:

- $H_2O(s)$  و  $CO_2(s)$  هر دو جزو جامدهای مولکولی هستند، زیرا در ساختار خود مولکول‌های مجزا دارند.
- نیروی جاذبه بین ذره‌ای در یخ از نوع پیوند هیدروژنی و در یخ خشک از نوع وان‌دروالسی است.
- در هر مولکول از  $CO_2$  و  $H_2O$  به ترتیب ۴ و ۲ جفت الکترون پیوندی وجود دارد.
- در رأس حلقه‌های شش‌ضلعی موجود در ساختار یخ، اتم اکسیژن وجود دارد که در مقایسه با اتم هیدروژن، شعاع بزرگتری دارد.
- سختی سیلیس بیشتر از یخ خشک است.

۱۰۶ ۴

- فرض می‌کنیم مخلوط مورد نظر در مجموع شامل  $100$  مول اوره ( $CO(NH_2)_2$ ) و اتانول ( $C_2H_5OH$ ) است. مطابق داده‌های سؤال شمار مول‌های اوره در این مخلوط برابر  $40$  است. واضح است که شمار مول‌های اتانول برابر با  $60$  خواهد بود.

$$?g CO(NH_2)_2 = 40 \text{ mol} \times \frac{60g}{1 \text{ mol}} = 2400g CO(NH_2)_2$$

$$?g C_2H_5OH = 60 \text{ mol} \times \frac{46g}{1 \text{ mol}} = 2760g C_2H_5OH$$

$$\frac{2400g}{(2400+2760)g} \times 100 = 46/5\%$$

درصد جرمی اوره

۱۰۷ ۲

- فرض می‌کنیم  $100g$  از این مخلوط در دسترس باشد.

$$?g (NH_4)_2CO_3 = 100g \text{ مخلوط} \times \frac{3g C}{100g \text{ مخلوط}} \times \frac{1 \text{ mol } C}{12g C}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } (NH_4)_2CO_3}{1 \text{ mol } C} \times \frac{96g (NH_4)_2CO_3}{1 \text{ mol } (NH_4)_2CO_3}$$

$$= 24g (NH_4)_2CO_3$$

$$?g K_2SO_4 = 100 - 24 = 76g K_2SO_4$$

$$?g K^+ = 76g K_2SO_4 \times \frac{1 \text{ mol } K_2SO_4}{174g K_2SO_4} \times \frac{2 \text{ mol } K^+}{1 \text{ mol } K_2SO_4}$$

$$\times \frac{39g K^+}{1 \text{ mol } K^+} \approx 34g K^+$$

۱۰۸ ۲

- اغلب ترکیب‌های آلی جزو مواد مولکولی هستند، نه همه آنها!

۱۰۹ ۳

- به جز عبارت دوم سایر عبارتها درست هستند. مقاومت کششی گرافن حدود  $100$  برابر فولاد است.



۱۱۰ عبارتهای اول و دوم نادرست هستند.

### بررسی عبارتهای نادرست:

• پختن نان سنگک بر روی دانههای درشت سنگ را می توان نشانه‌ای از مقاومت گرمایی سیلیس است.

• ترکیبهای گوناگون عنصرهای O و Si بیش از ۹۰٪ پوسته جامد زمین را تشکیل می‌دهند.

۱۱۱ در نتیجه جابه‌جایی الکترون بین لایه‌ها همواره انرژی با طول موج معین جذب یا نشر می‌شود.

۱۱۲ در عنصرهای Ni و Sr شمار الکترون‌های با  $I=2$  برابر با مجموع شمار الکترون‌های با  $I=0$  است.

### ۱۱۳ بررسی گزینه‌ها:

(۱) عنصرهای D, E, X همان عنصرهای Be, B, C هستند که یون تک‌اتمی پایدار تشکیل نمی‌دهند.

(۲) G و J همان عنصرهای نیتروژن و اکسیژن هستند که برخلاف B (کلر) از مولکول‌های دو اتمی بی‌رنگ تشکیل شده‌اند.

کلر گازی زرد مایل به سبز است.

(۳) شمار کاتیون‌های پایدار با آرایش هشت‌تایی ( $A^+, M^+, V^+, Q^{2+}$ ,  $R^{3+}$  و  $P^{2+}$ ) کم‌تر از شمار آنیون‌های پایدار با آرایش هشت‌تایی ( $G^{3-}$ ,  $W^{3-}$ ,  $J^{2-}$ ,  $Z^{2-}$ ,  $L^-, B^-, C^-$ ) است.

(۴) آرایش الکترون - نقطه‌ای اتم‌های Q و Z به صورت زیر است:



۱۱۴ هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند.

منظور از زیرلایه‌هایی با  $n+l=5$ ,  $5s$ ,  $4p$  و  $3d$  است که نخستین عنصری که بیشترین تعداد ممکن از الکترون‌ها را در این زیرلایه دارد  $38Sr$  است.

### بررسی عبارتهای:

• عنصر  $38Sr$  در دوره پنجم و گروه ۲ جدول تناوبی جای دارد. عدد اتمی نخستین فلز جدول دوره‌ای برابر با ۳ است:

$$5-2=3$$

• در آرایش الکترونی اتم  $38Sr$ ، شمار زیرلایه‌های ۶ الکترونی (زیرلایه p) و ۲ الکترونی (زیرلایه s) به ترتیب برابر ۳ و ۵ است.

• شمار یون‌های هر واحد از  $SrF_2$  و  $SrS$  به ترتیب برابر با ۳ و ۲ یون است.

• شمار عنصرهای دسته p جدول دوره‌ای برابر با ۳۶ عنصر است.

۱۱۵ هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند.

### بررسی عبارتهای:

• دو عنصر نخست جدول دوره‌ای که آرایش الکترونی اتم آن‌ها از قاعده آقا پیروی نمی‌کند عبارتند از  $24Cr$  و  $29Cu$

• عنصرهای با عدد اتمی ۴۸ و ۸۰ متعلق به گروه ۱۲ جدول دوره‌ای هستند.

• گنجایش لایه چهارم برابر با ۳۲ الکترون است:

$$2n^2 = 2(4)^2 = 32$$

دوره ششم جدول تناوبی نیز شامل ۳۲ عنصر است.

• عنصرهای با عدد اتمی ۶۰ و ۹۰ متعلق به دسته f جدول تناوبی هستند.

۱۱۶ به هر کاتیون یا آنیونی که تنها از یک اتم تشکیل شده باشد، یون تک‌اتمی می‌گویند.

۱۱۷ عبارتهای اول و دوم درست هستند.

### بررسی عبارتهای نادرست:

• گیاهان با بهره‌گیری از نور خورشید و مصرف کربن دی‌اکسید هواکره، اکسیژن مورد نیاز جانداران را تولید می‌کنند.

• یافته‌های تجربی نشان می‌دهد که حدود ۷ درصد حجمی از مخلوط گاز طبیعی را هلیوم تشکیل می‌دهد.

۱۱۸ هر چهار عبارت پیشنهاد شده در ارتباط با گازهای Ar و He درست‌اند.

در ارتباط با عبارت سوم باید گفت که هر دو عنصر متعلق به گروه ۱۸ جدول تناوبی هستند اما شمار الکترون‌های ظرفیتی هلیوم برخلاف سایر گازهای نجیب برابر با ۲ الکترون است.

۱۱۹ سبک‌ترین گاز نجیب، هلیوم است.

• برای پرکردن بالن‌های هواشناسی، در جوشکاری و کپسول غواصی از هلیوم استفاده می‌شود.

• برای نگهداری نمونه‌های بیولوژیک در پزشکی از گاز نیتروژن استفاده می‌شود.

• برای خنک کردن قطعات الکترونیکی در دستگاه‌های تصویربرداری مانند MRI نیز از هلیوم استفاده می‌شود.

۱۲۰ عبارتهای اول و سوم درست هستند.

گازهای A, B, C به ترتیب  $N_2$ , Ar, O<sub>2</sub> هستند.

### بررسی عبارتهای:

• فراوانی گاز  $N_2$  در لایه تروپوسفر بیشتر از هر گاز دیگری است.

• عنصرهای نیتروژن و اکسیژن (A, C) در دو گروه متوالی (۱۵ و ۱۶) جدول دوره‌ای جای دارند.

• گاز نیتروژن در مقایسه با اکسیژن واکنش‌پذیری کم‌تری دارد، اما واکنش‌پذیری آن بیشتر از گاز نجیب آرگون است.

• تفاوت نقطه جوش گازهای Ar و O<sub>2</sub> بسیار کم بوده (در حدود ۳°C) و به همین علت، تهیه O<sub>2</sub> صد درصد خالص در این فرایند دشوار است.

۱۲۱ عبارتهای اول و سوم درست هستند.

### بررسی عبارتهای نادرست:

• نسبت شمار پیوندهای دوگانه به شمار پیوندهای یگانه در نفتالن و بنزن به ترتیب برابر با  $\frac{5}{14}$  و  $\frac{3}{9}$  است:

$$\frac{\frac{3}{9}}{\frac{5}{14}} = 0.933$$

• اگر درصد جرمی کربن در آلکان مایع A بیشتر از آلکان مایع B باشد معنی آن این است که آلکان مایع A از مولکول‌های بزرگ‌تری تشکیل شده و گرانشی آن بیشتر است.

۱۲۲ عبارتهای اول و آخر درست هستند.

### بررسی عبارتهای نادرست:

• نفت سفید شامل آلکان‌هایی با ۱۰ تا ۱۵ کربن است.

• آلکان‌ها بخش عمده هیدروکربن‌های موجود در نفت خام را تشکیل می‌دهند و اغلب به عنوان سوخت به کار می‌روند.



## ۲ ۱۲۸ بررسی عبارت‌هاک نادرست:

(آ) میانگین انرژی جنبشی ذره‌های سازنده یک ماده، مبنایی برای میزان گرمی و سردی آن ماده است.

(ب) انرژی گرمایی علاوه بر دمای ماده، به جرم ماده نیز بستگی دارد.

۱ ۱۲۹ مطابق شکل داده شده گرمای ویژه روغن زیتون و آب به صورت

زیر به دست می‌آید:

$$Q = mc\Delta\theta$$

$$c_{oil} = \frac{19700J}{200g \times 5^\circ C} = 197J.g^{-1}.^\circ C^{-1}$$

$$c_{H_2O} = \frac{41800J}{200g \times 5^\circ C} = 418J.g^{-1}.^\circ C^{-1}$$

$$12 \times 197 = m \times 418 \Rightarrow m = 5.65g H_2O$$

$$Q = [(2/5 \times 18 \times 418) + (0.25 \times 18 \times 418)] \times 10 = 6235J$$

$$?cal = 6235J \times \frac{1cal}{4.18J} \approx 1491cal$$

۳ ۱۳۰ به جز عبارت سوم سایر عبارت‌ها درست هستند.

اگر تکه‌ای نان و تکه‌ای سیب‌زمینی را با جرم و سطح یکسان (دمای  $6^\circ C$ )

در محیطی با دمای  $2^\circ C$  قرار دهیم، نان زودتر با محیط هم‌دما می‌شود زیرا مقدار آب آن کم‌تر است.

۴ ۱۲۳ نام درست هر کدام از آلکان‌ها در زیر آمده است:

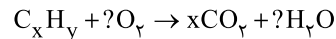
(a) ۵-اتیل، ۳ و ۴-دی متیل اوکتان ( $5+3+4=12$ )

(b) ۶-دی اتیل، ۲، ۳، ۳-تری متیل اوکتان ( $6+6+2+3+3=20$ )

(c) ۴-اتیل، ۲، ۵، ۵، ۶ و ۶-پنتامتیل اوکتان ( $4+2+5+5+6+6=28$ )

(d) ۳، ۳-دی اتیل، ۴، ۴، ۵-تری متیل اوکتان ( $3+3+4+4+5=19$ )

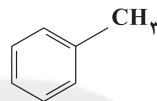
۳ ۱۲۴ فرمول هیدروکربن A را  $C_xH_y$  در نظر می‌گیریم.



در شرایط STP، فقط  $CO_2$  تولید شده به حالت گاز است.

$$\frac{46g C_xH_y}{12x+y} = \frac{78/4L CO_2}{x \times 22/4} \Rightarrow 7y = 8x$$

بنابراین فرمول A را می‌توان به صورت  $C_7H_8$  و با ساختار زیر در نظر گرفت:



۲ ۱۲۵ فرمول مولکولی ساختار گزینه (۲) به صورت  $C_{16}H_{16}$  بوده،

در حالی که فرمول مولکولی مربوط به سایر گزینه‌ها  $C_{16}H_{14}$  است.

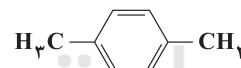
۳ ۱۲۶ مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت.

$$\frac{4(a) + (a+2)}{2} = 21 \Rightarrow a = 8 \Rightarrow \text{فرمول هیدروکربن: } C_8H_{10}$$

## بررسی عبارت‌ها:

• شمار پیوندهای کربن - هیدروژن در تمامی هیدروکربن‌ها برابر با شمار اتم‌های هیدروژن آن است.

• با توجه به ساختار حلقوی این هیدروکربن، (چه شاخه‌دار و چه بدون شاخه)، شمار پیوندهای  $C=C$  و  $C-C$  آن به ترتیب برابر با ۵ و ۳ پیوند است:



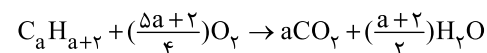
(A)



(B)

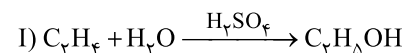
• در ساختار (B) تمامی اتم‌های کربن با دو اتم کربن دیگر پیوند دارند.

• معادله موازنه شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



$$\text{تفاوت مجموع ضرایب} = [(a) + \left(\frac{a+2}{2}\right)] - [1 + \left(\frac{5a+2}{4}\right)] = \frac{a-2}{4}$$

۱ ۱۲۷ معادله واکنش‌های مورد نظر به صورت زیر است:



می‌توان تناسب زیر را نتیجه گرفت:



$$\frac{18/4g C_7H_7OH \times \frac{100}{75}}{1 \times 46} = \frac{x \text{ molecule } Br_2}{1 \times 6/02 \times 10^{23}}$$

$$\Rightarrow x = 3/2 \times 10^{23} \text{ molecule } Br_2$$