

آزمون  
۱۱



پایه  
۱۲

مرکز سنجش آموزش مدارس برتر



دفترچه شماره ۱

۱۴۰۱/۱۲/۱۹

آزمون اختصاصی  
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

تعداد سؤال: ۵۰      مدت پاسخ‌گویی: ۸۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان	۲۰	۱	۲۰	۳۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۵	۲۱	۳۵	۲۵ دقیقه
۳	گسسته	۱۵	۳۶	۵۰	۲۵ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
حسابان	—	—	فصل ۵
هندسه	—	فصل ۳ (درس‌های ۳ و ۴)	فصل ۳ (درس ۲)
گسسته	—	فصل ۲ (درس‌های ۳ و ۴)	فصل ۳ (درس ۲)

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.



سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

۱- تابع  $y = x(x^2 - |x|)$  چند نقطه بحرانی دارد؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۲- ماکزیمم مطلق تابع  $f(x) = x + 9 - 4\sqrt{x+1}$  در بازه  $[-1, 8]$  چند برابر مینیمم مطلق آن در همین بازه است؟

- ۱ (۱)  $\frac{3}{2}$       ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)  $\frac{5}{2}$

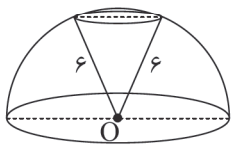
۳- حاصل ضرب مقادیر ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق تابع  $f(x) = \sqrt{x} - 2\sqrt{3-x}$  برابر کدام است؟

- ۱ (۱) -۴      ۲ (۲) -۶      ۳ (۳) -۲      ۴ (۴) -۳

۴- خط  $y = k$  نمودار سهمی  $y = 9 - x^2$  را در نقاط A و B قطع می‌کند. حداکثر مساحت دوزنقه‌ای که دو رأس آن A و B و دو رأس دیگر آن نقاط  $M(3, 0)$  و  $N(-3, 0)$  می‌باشند، چقدر است؟ ( $k > 0$ )

- ۱ (۱) ۳۲      ۲ (۲) ۳۶      ۳ (۳) ۱۸      ۴ (۴) ۴۸

۵- مطابق شکل، ارتفاع مخروطی با بیشترین حجم، محاط درون نیم‌کره‌ای به شعاع ۶ چقدر است؟



- ۱ (۱)  $2\sqrt{2}$

- ۲ (۲)  $3\sqrt{3}$

- ۳ (۳)  $3\sqrt{2}$

- ۴ (۴)  $2\sqrt{3}$

۶- نمودار تابع  $y = \frac{x|x|}{x^2+1}$  در دامنه خود از نظر یکنوایی چگونه است؟

- ۱ (۱) صعودی

- ۲ (۲) نزولی

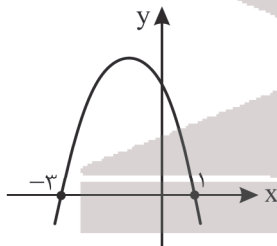
- ۳ (۳) ابتدا صعودی و سپس نزولی

- ۴ (۴) ابتدا نزولی و سپس صعودی

۷- تابع  $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 5x$  را در نظر بگیرید. اگر در بازه  $(a, b)$  هر دو نمودار توابع  $f$  و  $f'$ ، اکیداً صعودی باشند، حداکثر  $b - a$  کدام است؟

- ۱ (۱) ۱      ۲ (۲) ۲      ۳ (۳) ۳      ۴ (۴) ۴

۸- نمودار مشتق تابع  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$  به صورت زیر است. اگر مقدار ماکزیمم نسبی  $f$  برابر ۵ باشد، حاصل  $a + b - c$  کدام است؟



- ۱ (۱) -۵

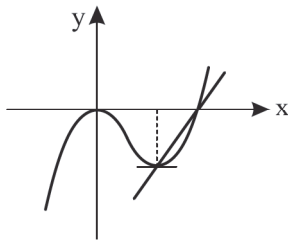
- ۲ (۲) -۱۳

- ۳ (۳) ۷

- ۴ (۴) ۹

محل انجام محاسبه

۹- مطابق شکل زیر، خط  $y = 2x - 3$  از نقطهٔ مینیمم نسبی تابع  $f(x) = x^2(ax + b)$  عبور کرده است. مقدار  $b$  کدام است؟



- (۱) ۱  
(۲) -۱  
(۳) ۳  
(۴) -۳

۱۰- اگر  $A(-1, 9)$  نقطهٔ عطف نمودار تابع  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 2$  باشد، طول نقطه ماکزیمم نسبی آن کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۳ (۳) -۴ (۴) ۲

۱۱- مجانب‌های تابع هموگرافیک  $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$  در نقطهٔ  $W(2, -1)$  متقاطع‌اند. اگر  $f(1) = 0$  باشد، مقدار  $f'(1)$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴) -۱

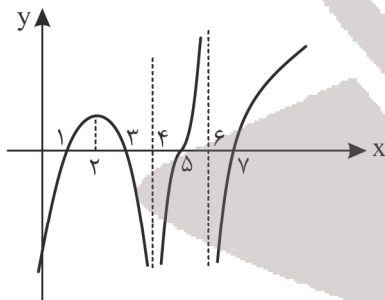
۱۲- در بازهٔ  $(a, b)$  نمودار تابع  $y = x(x - 2|x| + 9)$  صعودی و جهت تقعر آن رو به بالاست. حداکثر  $b - a$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{2}$  (۲) ۳ (۳)  $\frac{4}{5}$  (۴) ۶

۱۳- اگر  $x = 2$  و  $x = -4$  طول نقاط اکسترمم نسبی تابع  $y = x^3 + ax^2 + bx - 2$  باشند نقطهٔ عطف آن در کدام ناحیه قرار دارد؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

۱۴- نمودار مشتق تابع پیوستهٔ  $f$  به صورت زیر است. مجموع طول نقاط مینیمم نسبی و عطف تابع  $f$  کدام است؟



- (۱) ۱۲  
(۲) ۱۴  
(۳) ۱۵  
(۴) ۱۹

۱۵- فرض کنید  $x = a$  مجانب قائم تابع هموگرافیک  $f$  باشد. در این صورت کدام صحیح است؟

- (۱) در بازهٔ  $(a, +\infty)$ ،  $f'$  و  $f''$  هم‌علامت‌اند.  
(۲) در بازهٔ  $(a, +\infty)$ ،  $f'$  و  $f''$  مختلف‌العلامت‌اند.  
(۳) در بازهٔ  $(-\infty, a)$ ،  $f' - f''$  منفی است.  
(۴) در بازهٔ  $(-\infty, a)$ ،  $f' - f''$  مثبت است.

محل انجام محاسبه

۱۶- تابع درجه سوم  $y = mx^3 + 3x^2 - 3x + 2$  اکسترمم نسبی ندارد. حداکثر طول نقطه عطف آن کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $-\frac{1}{3}$

۱۷- نقطه اکسترمم نسبی تابع  $y = \frac{2x+1}{ax^2}$  روی نیمساز ناحیه دوم قرار دارد. مقدار  $a$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

۱۸- تابع  $f(x) = x^3 + (m-3)x^2 + 3x - 1$  در  $\mathbb{R}$  اکیداً صعودی است. طول نقطه عطف تابع در کدام بازه قرار دارد؟

- (۱)  $[-2, 1]$  (۲)  $[-1, 1]$  (۳)  $(1, 2)$  (۴)  $(-1, 1)$

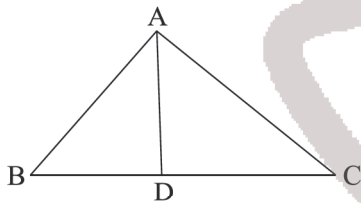
۱۹- تابع  $f(x) = \frac{ax+b}{\sqrt{x}}$  در نقطه  $A(1, 2)$  دارای  $\min$  نسبی است.  $f(4)$  کدام است؟

- (۱)  $1/5$  (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)  $2/5$

۲۰- فرض کنید نقطه  $A(1, 3)$  نقطه عطف تابع  $f(x) = x^3 + ax^2 + b$  باشد. کدام نقطه اکسترمم نسبی تابع  $g(x) = x^3 + ax + b$  است؟

- (۱)  $(-1, -7)$  (۲)  $(1, -3)$  (۳)  $(-1, 7)$  (۴)  $(1, 7)$

۲۱- در مثلث  $ABC$  ( $AB = 5$ ,  $AC = 6$  و  $\hat{B}AD = \hat{C}AD$ )،  $\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ABC}}$  برابر کدام است؟



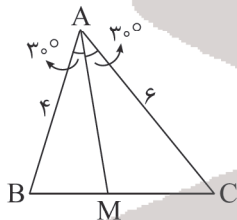
(۱)  $\frac{1}{2}$

(۲)  $\frac{5}{11}$

(۳)  $\frac{5}{6}$

(۴)  $\frac{1}{4}$

۲۲- در شکل زیر، اندازه  $AM$  چند برابر  $\sqrt{3}$  است؟



(۱)  $\frac{6}{5}$

(۲)  $\frac{7}{10}$

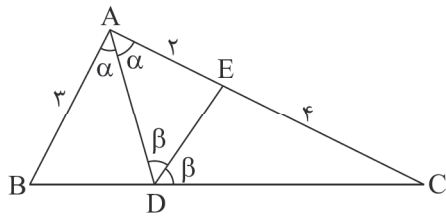
(۳)  $\frac{11}{10}$

(۴)  $\frac{12}{5}$

محل انجام محاسبه



۲۳- در شکل زیر، اندازه  $AD$  برابر کدام است؟



(۱)  $\sqrt{6}$

(۲)  $2\sqrt{3}$

(۳)  $2\sqrt{2}$

(۴)  $\sqrt{3}$

۲۴- در مثلث  $ABC$  ( $AB=6$ ,  $AC=9$ ,  $BC=5$ )، نقطه  $O$  محل هم‌رسی میانه‌های مثلث است. مساحت مثلث  $AOC$  کدام است؟

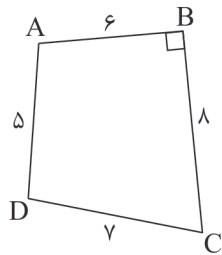
(۴)  $10\sqrt{2}$

(۳)  $\frac{10}{\sqrt{2}}$

(۲)  $\frac{10\sqrt{2}}{3}$

(۱)  $\frac{10}{3\sqrt{2}}$

۲۵- مساحت چهارضلعی  $ABCD$  کدام است؟



(۱)  $24 + \sqrt{66}$

(۲)  $24 + 2\sqrt{66}$

(۳)  $48 + \sqrt{66}$

(۴)  $48 + 2\sqrt{66}$

۲۶- معادله سطح گذرا از انتهای چهار بردار  $\vec{a} = (-2, 1, 6)$ ,  $\vec{b} = (1, -2, m)$ ,  $\vec{c} = (0, 3, n)$  و  $\vec{d} = (m-2, n-4, 6)$  به صورت

$z = 6$  است. حاصل ضرب داخلی  $\vec{a} \cdot \vec{d}$  برابر کدام است؟

(۴)  $-30$

(۳)  $-15$

(۲)  $30$

(۱)  $15$

۲۷- دو بردار  $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$  و  $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$  مفروضند. اگر بردار  $\vec{c} = (m+1, -1, 2m)$  بر بردار  $2\vec{a} - \vec{b}$  عمود باشد آنگاه  $m$  برابر کدام است؟

(۴)  $\frac{5}{7}$

(۳)  $\frac{5}{14}$

(۲)  $-\frac{5}{7}$

(۱)  $-\frac{5}{14}$

۲۸- بردارهای  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  و  $\vec{c}$  با اندازه‌های به ترتیب ۳، ۵ و ۶ در تساوی  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$  صدق می‌کنند. حاصل ضرب داخلی دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  برابر کدام است؟

(۴)  $-\frac{1}{2}$

(۳)  $1$

(۲)  $\frac{1}{2}$

(۱)  $-1$

۲۹- نقاط  $A(-8, -10, 2)$ ,  $B(-2, -10, -4)$  و  $C(-6, -14, -2)$  سه رأس مثلث  $ABC$  هستند. تصویر قائم بردار  $\overline{AB}$  روی

بردار  $\overline{AC}$  کدام است؟

(۴)  $\overline{AC}$

(۳)  $\overline{BC}$

(۲)  $2\overline{BC}$

(۱)  $2\overline{AC}$

محل انجام محاسبه

۳۰- اگر  $\vec{a} = (1, -1, m)$  و  $\vec{b} = 2\vec{j} - \vec{k}$  و تصویر بردار  $\vec{a} \times \vec{b}$  روی محور  $x$ ها برابر ۵- باشد، آنگاه  $m$  برابر کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۲ (۳) ۳ (۴) ۲

۳۱- بردارهای  $\vec{a} = (2, \alpha, -1)$  و  $\vec{b} = (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{-2}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$  در فضا مفروض هستند. اگر بردار  $(\vec{a} \cdot \vec{b})(\vec{a} \times \vec{b})$  موازی بردار  $\vec{c} = \vec{i} - \vec{j} - 3\vec{k}$

باشد، مقدار  $\alpha$  کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) ۵

(۳) ۱ (۴) هیچ مقداری برای  $\alpha$  به دست نمی آید.

۳۲- مساحت متوازی الاضلاعی که روی بردارهای  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  ساخته شده است برابر با  $2\sqrt{3}$  است. مساحت مثلثی که دو ضلع آن بردارهای

$2\vec{a} - 3\vec{b}$  و  $\vec{a} + 2\vec{b}$  است، کدام می باشد؟

- (۱)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۲)  $\sqrt{3}$  (۳)  $4\sqrt{3}$  (۴)  $7\sqrt{3}$

۳۳- اگر  $\vec{b}$  بردار یکه،  $\vec{a} \cdot \vec{c} = 3$  و  $2\vec{a} \times \vec{b} = 3\vec{c} - \vec{a}$  باشد، آنگاه اندازه بردار  $\vec{a}$  برابر کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{2}$  (۲)  $\sqrt{3}$  (۳) ۲ (۴) ۳

۳۴- بردارهای  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  مفروض هستند. اگر  $|\vec{a}| = 3$ ،  $|\vec{a} \times \vec{b}| = 3\sqrt{3}$  و  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -2$  باشد، آنگاه  $|\vec{b}|$  چند برابر  $\sqrt{31}$  است؟

- (۱) ۳ (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳) ۲ (۴)  $\frac{1}{3}$

۳۵- اگر  $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 4$ ، آنگاه حجم متوازی السطوحی که بردارهای  $\vec{c} + 2\vec{a}$ ،  $\vec{c} - \vec{b}$  و  $\vec{a} + \vec{b}$  سه یال همرس آن باشند، کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{2}$  (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۸

۳۶- یک زیر مجموعه از اعداد طبیعی با حداقل تعداد اعضا انتخاب کرده ایم. تعداد اعضا چقدر باشد تا دست کم ۳ عدد یافت شوند که

باقی مانده تقسیم آنها بر ۹ رقم یکان آنها یکسان باشد؟

- (۱) ۱۶۳ (۲) ۱۸۱ (۳) ۹۱ (۴) ۱۶۲

۳۷- حداقل چند زیرمجموعه از مجموعه  $\{1, 2, 3, \dots, 9\}$  انتخاب کنیم تا مطمئن شویم دو زیر مجموعه مجزا (بدون اشتراک) در آنها

وجود دارد؟

- (۱) ۱۲۹ (۲) ۲۵۷ (۳) ۳۷۱ (۴) ۷۳

۳۸- اگر مجموعه  $\{85, 81, 77, \dots, 13, 9, 5, 1\}$  را در نظر بگیریم از این مجموعه حداقل چند عضو انتخاب کنیم که مطمئن باشیم

حداقل ۲ عضو وجود دارد که مجموعشان ۹۰ است؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴) ۱۴

محل انجام محاسبه

۳۹- در کیسه‌ای ۵۰ کارت با شماره‌های ۱ تا ۵۰ وجود دارد. حداقل چند کارت از کیسه خارج کنیم تا مطمئن باشیم حاصل ضرب عددهای خارج شده مضرب ۴ است؟

(۱) ۲۴ (۲) ۲۵ (۳) ۲۶ (۴) ۲۷

۴۰- چه تعداد از عضوهای مجموعه  $\{1, 2, 3, \dots, 300\}$  مضرب ۳ هستند ولی نه مضرب ۴ و نه مضرب ۷ هستند؟

(۱) ۸۸ (۲) ۶۴ (۳) ۷۵ (۴) ۶۷

۴۱- رمز یک قفل عددی سه رقمی است که در آن هر یک از رقم‌های ۲ و ۵ حداقل یک بار ظاهر شده است. اگر حداکثر زمان لازم برای باز شدن قفل ۱۳ دقیقه باشد امتحان کردن هر رمز چند ثانیه طول می‌کشد؟

(۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۱۴ (۴) ۱۵

۴۲- به چند حالت ۴ جایزه متفاوت را بین ۷ نفر می‌توان توزیع کرد به طوری که به هر نفر حداکثر یک جایزه برسد؟

(۱) ۳۵ (۲) ۸۴۰ (۳) ۲۱۰ (۴) ۳۵۰

۴۳- ۵ فیلم را به چند حالت می‌توانیم به ۳ داور (۱) و (۲) و (۳) برای بررسی واگذار کنیم به طوری که به نفرات (۱) و (۲) حداقل یک فیلم واگذار شده باشد؟

(۱) ۱۸۰ (۲) ۱۵۰ (۳) ۲۱۰ (۴) ۱۲۰

۴۴- درون جعبه‌ای ۲۴ سیب قرمز و ۱۸ سیب زرد وجود دارد. اگر ۱۶ سیب قرمز سالم باشد تعداد سیب‌های زرد معیوب چندتا باشد تا زرد بودن و معیوب بودن مستقل باشند؟

(۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۱۲ (۴) ۱۰

۴۵- مردی به احتمال  $\frac{۷۵}{۱۰۰}$  در مسابقه‌ای برنده می‌شود. احتمال اینکه پسر او در مسابقه برنده شود  $\frac{۶}{۱۰۰}$  و احتمال اینکه پدر در مسابقه‌ای که پسرش برنده شده است، برنده شود برابر  $\frac{۶۵}{۱۰۰}$  است. احتمال اینکه پدر و پسر هیچکدام در این مسابقات برنده نشوند چقدر است؟

(۱)  $\frac{۳۵}{۱۰۰}$  (۲)  $\frac{۸}{۱۰۰}$  (۳)  $\frac{۴}{۱۰۰}$  (۴)  $\frac{۲}{۱۰۰}$

۴۶- دو کیسه داریم که کیسه اول شامل ۴ مهره سبز و ۲ مهره سیاه و دومی شامل ۴ سبز و ۴ سیاه است. از یکی از این دو کیسه به تصادف مهره‌ای برداشته و در کیسه دیگر می‌گذاریم و سپس از کیسه اخیر مهره‌ای خارج می‌کنیم. احتمال آنکه هر دو مهره خارج شده سبز باشند کدام است؟

(۱)  $\frac{۵۵}{۷۵۶}$  (۲)  $\frac{۲۷۵}{۷۵۶}$  (۳)  $\frac{۴۸}{۵۷}$  (۴)  $\frac{۱۶}{۵۷}$

محل انجام محاسبه

۴۷- سؤالات یک آزمون از سه کتاب A و B و C به ترتیب به میزان ۶۰، ۳۰، ۱۰ درصد تهیه می‌شود. معمولاً سؤالات انتخابی از کتاب‌های A، B و C به ترتیب ۴٪، M درصد و ۱۰ درصد آسان هستند. اگر در این آزمون معمولاً ۴/۹ درصد سؤالات آسان باشد M کدام است؟

- (۱)  $\frac{8}{3}$  (۲) ۲ (۳) ۵ (۴) ۲۵

۴۸- در ظرفی ۴ مهره سبز و ۵ مهره آبی وجود دارد. مهره‌ای از آن خارج کرده، رنگ آن را مشاهده می‌کنیم و مجدداً آن را به ظرف برمی‌گردانیم. سپس مهره دیگری از ظرف خارج می‌کنیم. احتمال آنکه فقط یک بار مهره سبز خارج شده باشد کدام است؟

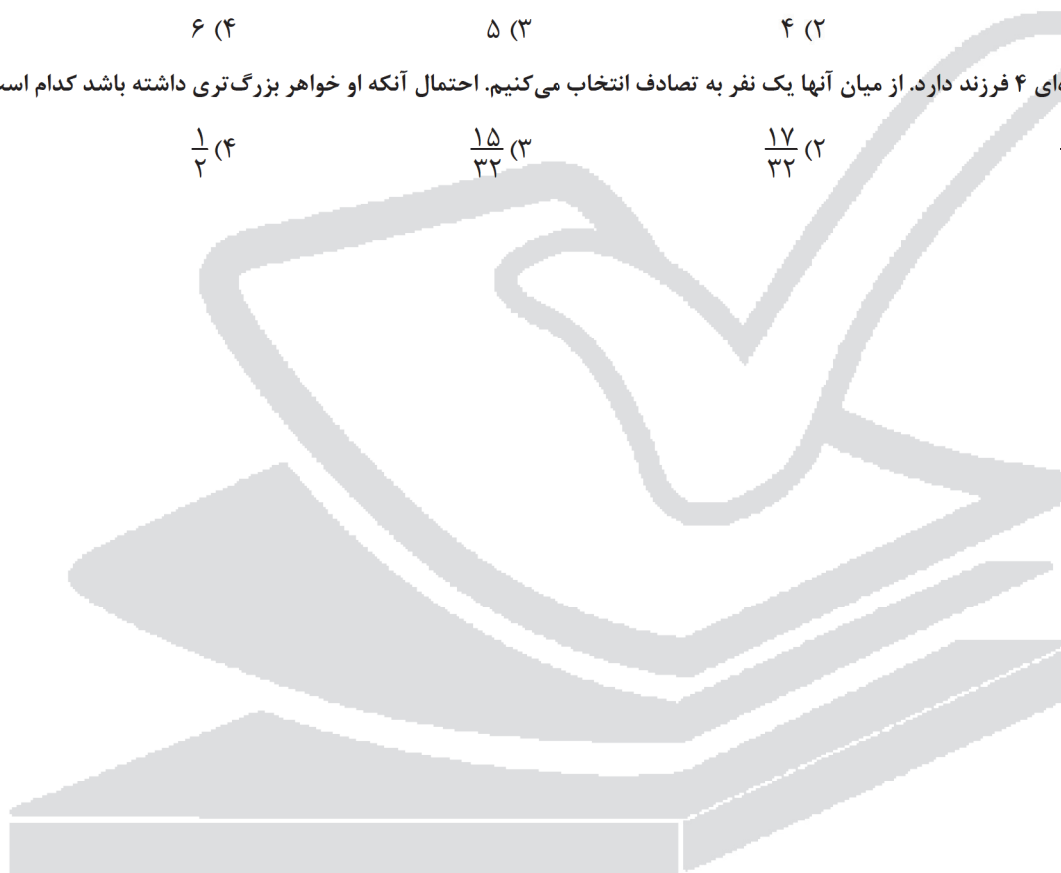
- (۱)  $\frac{5}{9}$  (۲)  $\frac{40}{81}$  (۳)  $\frac{5}{12}$  (۴)  $\frac{10}{27}$

۴۹- دو ظرف داریم، اولی شامل ۵ مهره سفید، ۳ مهره سیاه و دومی شامل ۶ مهره سفید و ۴ مهره سیاه است. یکی از ظرف‌ها را به تصادف انتخاب کرده و مهره‌ای از آن خارج می‌کنیم. اگر بخواهیم احتمال سیاه یا سفید بودن مهره یکسان باشد، چند مهره سیاه باید به ظرف دوم اضافه کنیم؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۵۰- خانواده‌ای ۴ فرزند دارد. از میان آنها یک نفر به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آنکه او خواهر بزرگ‌تری داشته باشد کدام است؟

- (۱)  $\frac{31}{32}$  (۲)  $\frac{17}{32}$  (۳)  $\frac{15}{32}$  (۴)  $\frac{1}{2}$



آزمون  
۱۱



پایه  
۱۲

مرکز سنجش آموزش مدارس برتر



آزمون شماره ۱۱ پایه دوازدهم

دفترچه شماره ۲

۱۴۰۱/۱۲/۱۹

آزمون اختصاصی  
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۵۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	فیزیک	۲۵	۵۱	۷۵	۳۵ دقیقه
۲	شیمی	۲۰	۷۶	۹۵	۲۰ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
فیزیک	—	فصل ۲	فصل‌های ۵ و ۶
شیمی	—	فصل ۳	فصل ۴

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.



سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

۵۱- توان تابشی یک لامپ لیزر با طول موج  $640$  نانومتر برابر با  $10\text{ W}$  است. در مدت یک دقیقه چند فوتون از این لامپ تابش می‌شود؟

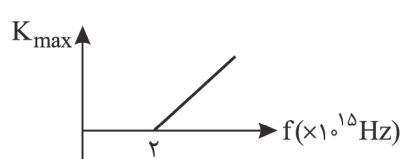
$$(h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J.s}, C = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})$$

(۱)  $2 \times 10^{21}$  (۲)  $2 \times 10^{19}$  (۳)  $4 \times 10^{21}$  (۴)  $4 \times 10^{19}$

۵۲- نمودار بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها برحسب بسامد نور فرودی یک فلز مطابق شکل زیر است. اگر نوری با طول موج  $60$

نانومتر بر این فلز بتابانیم، بیشینه تندی فوتوالکترون‌ها در هنگام خروج از سطح فلز چند  $\frac{\text{m}}{\text{s}}$  می‌شود؟

$$(h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV.s}, C = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}, m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}, e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C})$$



(۱)  $2 \times 10^6$

(۲)  $2\sqrt{2} \times 10^6$

(۳)  $2 \times 10^5$

(۴)  $2\sqrt{2} \times 10^5$

۵۳- طیف جذبی بخار عناصر رقیق یک طیف ..... بوده و منحصر به فرد ..... .

(۱) پیوسته - است (۲) گسسته - است (۳) پیوسته - نیست (۴) گسسته - نیست

۵۴- اختلاف بین بلندترین طول موج سری بالمر ( $n' = 2$ ) و کوتاه‌ترین طول موج سری پاشن ( $n' = 3$ ) چند نانومتر است؟

$$(R = 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1})$$

(۱)  $720$  (۲)  $410$  (۳)  $90$  (۴)  $180$

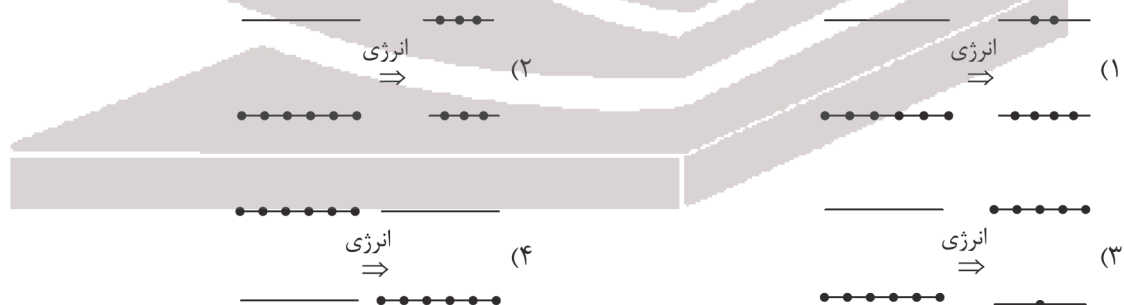
۵۵- در اتم هیدروژن در کدام گذار، فوتونی با بسامد  $\frac{25}{6}$  تراز  $n = 2$  به تراز  $n = 4$  می‌شود؟ ( $R = 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ ,  $C = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ )

(۱)  $2 \rightarrow 1$  (۲)  $5 \rightarrow 1$  (۳)  $3 \rightarrow 2$  (۴)  $4 \rightarrow 2$

۵۶- در مدل اتمی بور، برای اتم هیدروژن چند الکترون ولت، انرژی لازم است تا الکترون از تراز  $n = 2$  به تراز  $n = 4$  برسد؟ ( $E_R = 13.6 \text{ eV}$ )

(۱)  $3/4$  (۲)  $2/55$  (۳)  $0.85$  (۴)  $1/55$

۵۷- کدام گزینه فرایند وارونی جمعیت را در لیزر به درستی نشان می‌دهد؟



۵۸- با تبدیل  $3$  گرم از یک ماده به انرژی می‌توان چند میلیون لامپ  $100$  واتی را به مدت نصف شبانه‌روز روشن نگاه داریم؟ ( $C = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ )

(۱)  $12/5$  (۲)  $625$  (۳)  $125$  (۴)  $62/5$

۵۹- نیروی هسته‌ای ناشی از ..... است.

(۱) نیروی جاذبه الکتروستاتیکی نوکلئون‌ها (۲) نیروی جاذبه بین پروتون‌ها در هسته

(۳) نیروی جاذبه بین نوکلئون‌های مجاور هم در هسته (۴) نیروی جاذبه بین نوترون‌های هسته

۶۰- تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های هسته یک اتم به ترتیب ۹۲ و ۱۴۶ واحد است. اگر از این هسته یک ذره آلفا و یک پوزیترون تابش شود، هسته دختر در این واکنش هسته‌ای کدام است؟

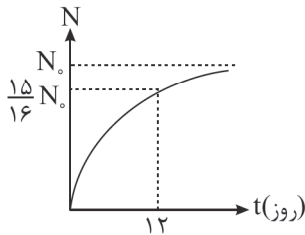


۶۱- کدام موارد زیر درست است؟

- (الف) در واپاشی  $\beta^-$  یک نوترون به یک پروتون و یک الکترون تبدیل می‌شود.  
 (ب) در واپاشی  $\beta^+$  یک نوترون به یک پروتون و یک پوزیترون تبدیل می‌شود.  
 (ج) پس از واپاشی  $\alpha$  و  $\beta$  هسته ناپایدار به حالت پایدار می‌رسد.  
 (د) در واپاشی  $\gamma$  عدد جرمی و عدد اتمی هر دو ثابت می‌ماند.

- (۱) الف و ب (۲) الف، ج و د (۳) الف و د (۴) الف، ب و ج

۶۲- نمودار تعداد ذره‌های واپاشی شده، در یک ماده پرتوزا برحسب زمان مطابق شکل زیر است. بعد از چند روز از شروع واپاشی ( $t=0$ )، ۲۵ درصد تعداد ذرات اولیه این ماده باقی می‌ماند؟



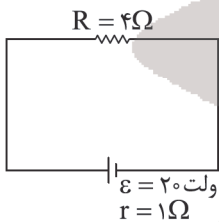
- (۱) ۱۰  
 (۲) ۸  
 (۳) ۶  
 (۴) ۴

۶۳- چندتا از عبارتهای زیر درست است؟

- (الف) آب معمولی، آب سنگین و گرافیت از جمله مواد کندکننده نوترون است.  
 (ب) در همجوشی هسته‌ای دوتریم و تریتم، بخش عمده انرژی آزاد شده به صورت انرژی جنبشی نوترون‌های ایجاد شده است.  
 (ج) در گداخت هسته‌ای دوتریم و تریتم تعداد ۳ نوترون آزاد می‌شود.  
 (د) برای نیروگاه‌های تولید برق با شکافت هسته‌ای، اورانیوم ۲۳۸ با درصد خلوص ۳ درصد کافی است.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶۴- در مدار شکل زیر، در مدت یک دقیقه چند الکترون از یک مقطع مقاومت  $4\Omega$  عبور می‌کند؟ ( $e = 1.6 \times 10^{-19} C$ )



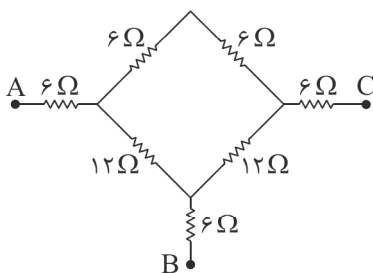
- (۱)  $1.5 \times 10^{20}$   
 (۲)  $1.5 \times 10^{21}$   
 (۳)  $3 \times 10^{20}$   
 (۴)  $3 \times 10^{21}$

۶۵- چگالی یک رسانای استوانه‌ای شکل توپر  $6 \frac{g}{cm^3}$  و جرم آن  $10g$  و طول آن  $10m$  است. اگر مقاومت ویژه رسانا  $10^{-8} \Omega m$  باشد

مقاومت رسانا چند اهم است؟

- (۱)  $0.6$  (۲) ۶ (۳)  $1/8$  (۴) ۱۸

۶۶- در شکل زیر مقاومت معادل بین دو نقطه A و B چند برابر مقاومت معادل بین دو نقطه A و C است؟



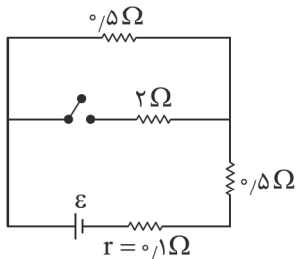
- (۱)  $\frac{1}{4}$   
 (۲)  $\frac{3}{4}$   
 (۳)  $\frac{1}{2}$   
 (۴) ۱

محل انجام محاسبه

۶۷- در دزدگیرها از ..... و در مدارهای زنگ خطر آتش از ..... استفاده می‌شود.

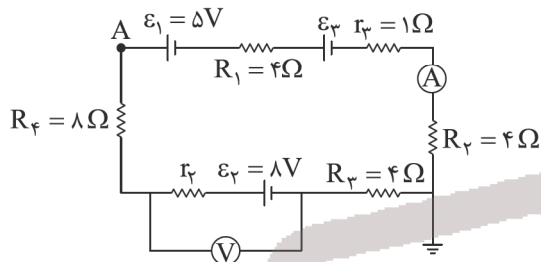
- (۱) ترمیستور - مقاومت‌های نوری  
 (۲) مقاومت نوری - دیودهای نور گسیل (LED)  
 (۳) دیودهای نور گسیل (LED) - ترمیستور  
 (۴) مقاومت نوری - ترمیستور

۶۸- در شکل زیر اگر کلید بسته شود، توان تلف‌شده در مولد چند درصد تغییر می‌کند؟



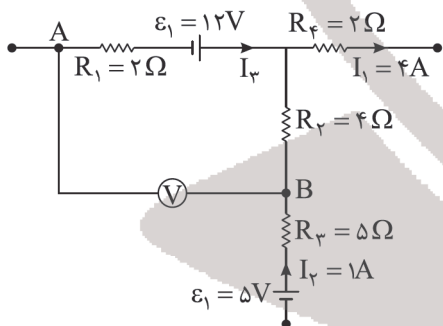
- (۱) ۱۱  
 (۲) ۱۱۱  
 (۳) ۲۱  
 (۴) ۱۲۱

۶۹- در شکل زیر ولت‌سنج و آمپرسنج ایده‌آل به ترتیب ۱۰V و ۲A را نشان می‌دهند. پتانسیل الکتریکی A چند ولت است؟



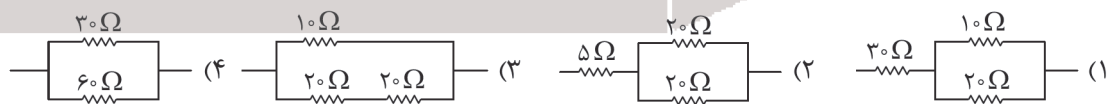
- (۱) ۱۴  
 (۲) ۲۶  
 (۳) ۳۲  
 (۴) ۳۴

۷۰- در شکل زیر بخشی از یک مدار الکتریکی رسم شده است. ولت‌سنج ایده‌آل چند ولت را نشان می‌دهد؟

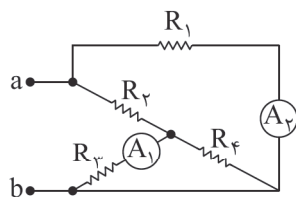


- (۱) ۲  
 (۲) ۱۰  
 (۳) ۱۴  
 (۴) ۱۶

۷۱- در مدار شکل مقابل اختلاف پتانسیل دو سر جعبه X که بخشی از مدار الکتریکی است، برابر با ۱۰۰V و شدت جریان عبوری از آن ۴A است. کدام گزینه را می‌توان به جای جعبه X قرار داد؟



۷۲- شکل زیر قسمتی از یک مدار الکتریکی را نشان می‌دهد. اگر مقاومت‌های مدار یکسان بوده و آمپرسنج A₁ جریان ۳A را نشان دهد، آمپرسنج A₂ جریان چند آمپر را نشان می‌دهد؟



- (۱) ۳  
 (۲) ۶  
 (۳) ۹  
 (۴) ۱۲

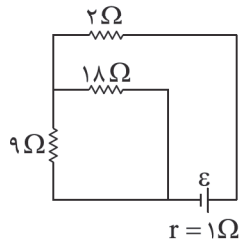
محل انجام محاسبه



۷۳- بر روی یک لامپ که رسانای آن اهمی می باشد، اعداد (۲۰۰V, ۱۰۰W) حک شده است. اگر این لامپ به ولتاژ ۵۰V متصل شود، توان مصرفی لامپ چند وات می شود؟ (تغییرات مقاومت با دما ناچیز فرض شود).

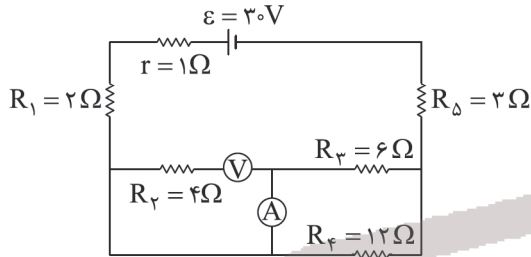
- (۱) ۲۵ (۲) ۱۲/۵ (۳) ۶/۲۵ (۴) ۳/۱۲۵

۷۴- در شکل زیر توان مصرفی مقاومت ۱۸ اهمی ۴/۵ وات است. نیروی محرکه مولد چند ولت است؟



- (۱) ۹  
(۲) ۱۰/۵  
(۳) ۱۲  
(۴) ۱۳/۵

۷۵- در شکل زیر ولت سنج و آمپرسنج که هر دو آرمانی فرض می شوند، به ترتیب از راست به چپ چه اعدادی را در SI نشان می دهند؟



- (۱) صفر - ۳  
(۲) صفر - ۲  
(۳) ۲ - ۸  
(۴) ۳ - ۱۲

## شیمی

۷۶- کدام موارد از عبارتهای زیر درست است؟

- (آ) الیاف ساختگی بر پایه نفت، امروزه بخش عمده پوشاک را تشکیل می دهد.  
(ب) حدود نیمی از الیاف تولیدی در جهان، از پنبه تهیه می شود.  
(پ) واحدهای سازنده مولکولهای سلولز و نشاسته گندم یکسان است اما نحوه اتصال آنها در این دو مولکول متفاوت است.  
(ت) مولکولهای پلی اتن، انسولین و روغن زیتون از اتصال شمار زیادی اتم به یکدیگر تشکیل شده اند و پلیمر محسوب می شوند.  
(۱) (آ)، (ب) و (پ) (۲) (آ) و (پ) (۳) (ب) و (ت) (۴) همه موارد

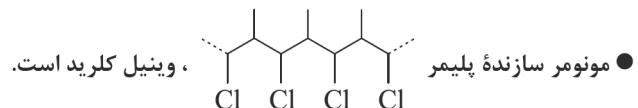
۷۷- چند مورد از عبارتهای زیر نادرست است؟

- اگر گاز اتن را در فشار بالا گرما دهیم، فرآوردهای سیر شده حاصل می شود.
- برخلاف تعداد مونومرهای شرکت کننده در یک واکنش پلیمری شدن، می توان فرمول مولکولی پلیمر را به طور دقیق تعیین کرد.
- همه ترکیبات آلی دارای پیوند C = C در زنجیر کربنی، می توانند در واکنش پلیمری شدن شرکت کنند.
- واکنش پلیمری شدن گاز اتن با کاهش حجم همراه است.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۸- چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟

- مونومر سازنده پلی استیرن ترکیبی آروماتیک بوده و شمار اتمهای C و H در فرمول مولکولی آن برابر است.



- در ساختار هر واحد تکرارشونده پلیمر تفلون، ۱۲ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.

- $(-C_7H_9N)_n$  پلیمری سیر شده بوده و از آن در ساخت پتو استفاده می شود.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۹- با توجه به ساختارهای داده شده که مربوط به دو نوع پلی اتن است، عبارت بیان شده در کدام گزینه نادرست است؟



(۱) نیروی بین مولکولی در هر دو از نوع وان دروالسی است اما قدرت آن در B از A بیشتر است.

(۲) مولکول A برخلاف B شفاف بوده و از آن برای ساخت کیسه‌های پلاستیکی استفاده می‌شود.

(۳) مولکول B استحکام بیشتری دارد و برخلاف مولکول A در آب فرو می‌رود.

(۴) در مولکول B، هر اتم کربن حداکثر به ۲ اتم کربن دیگر متصل است.

۸۰- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) الکل‌های دارای ۱ تا ۵ اتم کربن در آب محلول هستند.

(۲) واکنش استری شدن در حضور کاتالیزگر  $H_2SO_4$  انجام می‌شود.

(۳) الکل‌ها و کربوکسیلیک اسیدها دارای دو بخش قطبی و ناقطبی هستند.

(۴) از واکنش میان بوتانول و اتانویک اسید می‌توان استر عامل بوی آناناس را تولید کرد.

۸۱- کدام موارد از عبارت‌های زیر درست است؟

(آ) واکنش شیمیایی تبدیل نشاسته به مونومرهای سازنده آن با سرعت کم انجام می‌شود.

(ب) واکنش میان گازهای اتن و کلر با کاهش سطح انرژی مواد همراه است.

(پ) پوشاک تهیه شده بر پایه دانش و فناوری‌های نو، از بدن در برابر مواد شیمیایی مانند اسیدها برخلاف پرتوها محافظت می‌کند.

(ت) اگر در ساختار اتن، به جای یکی از اتم‌های هیدروژن گروه متیل قرار دهیم، مونومر سازنده پلیمر مورد استفاده در کیسه خون به دست می‌آید.

(۱) (آ)، (ب) و (ت) (۲) (ب) و (ت) (۳) (پ) و (ت) (۴) (آ) و (ب)

۸۲- همه گزینه‌های زیر درست‌اند، به جز .....

(۱) پلی تترافلورواتن در دسته مواد پلیمری قرار می‌گیرد که در حلال‌های آلی حل نمی‌شوند.

(۲) با توجه به قانون پایستگی جرم، جرم استر تولید شده در واکنش استری شدن برابر با مجموع جرم واکنش‌دهنده‌ها است.

(۳) در ساختار هر واحد تکرار شونده پلی‌آمیدها، دو پیوند دوگانه میان اتم‌های کربن و اکسیژن وجود دارد.

(۴) امکان برقراری پیوند هیدروژنی در میان مولکول‌های پلی‌آمید برخلاف پلی‌استر وجود دارد.

۸۳- کدام موارد از عبارت‌های زیر درست هستند؟

(آ) نیروی بین مولکولی غالب در الکل سازنده استر اتیل پروپانوات، پیوند هیدروژنی است.

(ب) در ساختار ترکیب حاصل از واکنش یک مولکول از اسید دو عاملی و یک مولکول از الکل دو عاملی، ۳ نوع گروه عاملی وجود دارد.

(پ) فرمول مولکولی عمومی آمین‌هایی که تنها یک گروه هیدروکربنی (سیر شده) در ساختار خود دارند، به صورت  $C_nH_{2n+2}N$  می‌باشد.

(ت) یکی از معروف‌ترین پلی‌آمیدها کولار است که از فولاد هم‌حجم خود پنج برابر مقاوم‌تر است.

(۱) (آ)، (ب) و (ت) (۲) (آ) و (پ) (۳) (آ) و (ب) (۴) همه موارد

۸۴- عبارت بیان شده در کدام گزینه نادرست است؟

(۱) در واکنش آبکافت پلی‌آمیدها و پلی‌استرها، کربوکسیلیک اسید دو عاملی تولید می‌شود.

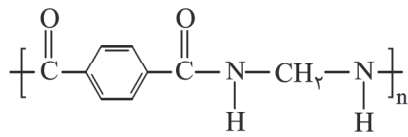
(۲) فراورده حاصل از تجزیه مواد زیست‌تخریب‌پذیر، مولکول‌هایی مانند کربن دی‌اکسید، متان و آب است.

(۳) ویتامین K دو گروه عاملی کتونی در ساختار خود داشته و محلول در چربی است.

(۴) پلی‌لاکتیک اسید پلیمری است که می‌توان آن را طی یک مرحله از نشاسته تولید کرد.

۸۵- تفاوت جرم فراورده‌های حاصل از آبکافت ۳۵۲ گرم از پلی آمید زیر با خلوص ۷۵٪، برابر با چند گرم است؟

( $H = 1, C = 12, N = 14, O = 16 : g.mol^{-1}$ )



(۱) ۱۲۰

(۲) ۱۵۴

(۳) ۱۸۰

(۴) ۱۶۸

۸۶- عبارت بیان شده در کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) فناوری تولید مبدل‌های کاتالیستی، آلودگی ناشی از مصرف بنزین را کاهش می‌دهد.
- (۲) یکی از چالش‌های مهم در جهان امروز، داشتن هوای پاک است.
- (۳) پوشش‌های دوستدار محیط زیست، پس از کودهای شیمیایی مورد استفاده قرار گرفته‌اند.
- (۴) گازهای سازنده هوای پاک و خشک به طور ناهمگون در آن توزیع شده‌اند.

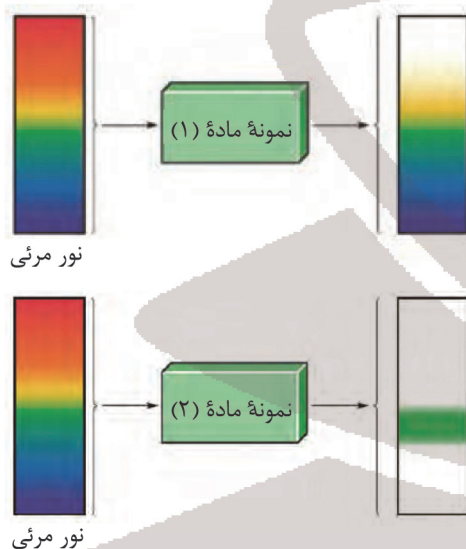
۸۷- کدام موارد از عبارت‌های زیر نادرست است؟

- (آ) وجود گاز کربن مونوکسید در خروجی اگزوز خودروها، به دلیل سوختن ناقص هیدروکربن‌ها است.
- (ب) مقدار گاز اکسیژن مصرفی در تولید یک مول از آلاینده‌های  $NO$  و  $SO_2$  در موتور خودرو یکسان است.
- (پ) در آلاینده‌های خروجی از اگزوز خودرو، درصد جرمی هیدروکربن‌ها نسبت به  $CO$  بیشتر است.
- (ت) با کاهش مقدار گاز آلاینده  $NO_2$  در هواکره، مقدار گاز  $O_3$  افزایش می‌یابد.

(۱) (ب) و (پ) (۲) فقط (پ) (۳) (آ) و (ت) (۴) (ب) و (ت)

۸۸- چند مورد از عبارت‌های داده شده درست است؟

- وجود آلاینده‌های هوا به آسانی قابل تشخیص نیست، زیرا این مواد همگی بی‌رنگ هستند.
- با توجه به شکل روبه‌رو، درصد پرتوهای مرئی جذب شده در ماده (۲) بیشتر از ماده (۱) است.
- تفاوت در شمار و نوع اتم‌های سازنده هر گروه عاملی، اساس کار طیف‌سنجی فرسرخ است.
- پرتوهای مرئی و فرسرخ برخلاف پرتوهای فرابنفش با ماده برهم‌کنش دارند.



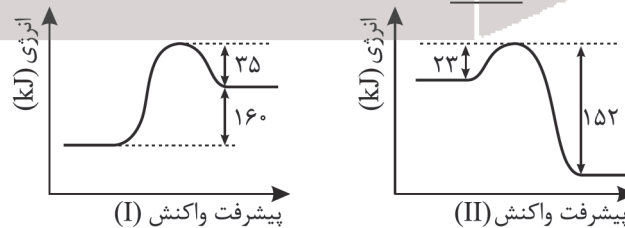
(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۸۹- با توجه به نمودارهای داده شده، کدام گزینه نادرست است؟



(I) پیشرفت واکنش

(II) پیشرفت واکنش

- (۱) حداقل انرژی لازم برای شروع واکنش (I) برابر  $195 kJ$  است.
- (۲) در شرایط یکسان واکنش (II) نسبت به واکنش (I) با سرعت بیشتری انجام می‌شود.
- (۳) واکنش (II) گرماده بوده و  $\Delta H$  آن برابر  $-175 kJ$  است.
- (۴) واکنش (I) در جهت برگشت در مقایسه با جهت رفت با سرعت بیشتری انجام می‌شود.

محل انجام محاسبه

۹۰- در یک واکنش گرماده که در آن اختلاف سطح انرژی واکنش دهنده‌ها و فراورده‌ها برابر  $۷۶\text{kJ}$  است، اگر در حضور کاتالیزگر مقدار  $E_a$  (رفت) به اندازه ۲۵ درصد کاهش یابد، مقدار (برگشت)  $E_a$  در حضور کاتالیزگر برحسب  $\text{kJ}$  کدام است؟ (مقدار رفت)  $E_a$  در غیاب کاتالیزگر برابر  $۴۸\text{kJ}$  است.)

(۱) ۱۱۲ (۲) ۹۳ (۳) ۱۲۴ (۴) ۸۴

۹۱- عبارت کدام گزینه درست است؟

- (۱) روی سطح مبدل کاتالیستی فلزهای رودیم (Rb)، پالادیم (Pd) و پلاتین (Pt) نشانده شده است.
- (۲) در مبدل کاتالیستی خودروهای دیزلی برای تبدیل گازهای NO و  $\text{NO}_2$  به نیتروژن، از آمونیاک استفاده می‌شود.
- (۳) مبدل کاتالیستی آلاینده‌های خروجی از اگزوز خودروها را به طور کامل حذف می‌کند.
- (۴) یک کاتالیزگر مناسب می‌تواند به همه واکنش‌ها سرعت ببخشد.

۹۲- همه گزینه‌های زیر درست هستند، به جز .....

- (۱) اگر مقداری از کلسیم کربنات را از تعادل:  $\text{CaCO}_3(\text{s}) \rightleftharpoons \text{CaO}(\text{s}) + \text{CO}_2(\text{g})$  خارج کنیم، تعادل جابه‌جا نمی‌شود.
- (۲) با افزودن مقداری  $\text{CuSO}_4$  به تعادل:  $\text{Zn}(\text{s}) + \text{Cu}^{2+}(\text{aq}) \rightleftharpoons \text{Zn}^{2+}(\text{aq}) + \text{Cu}(\text{s})$ ، واکنش در جهت رفت جابه‌جا می‌شود.

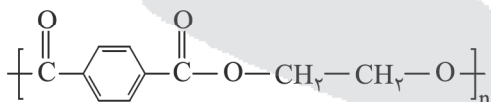
(۳) در لحظه کاهش حجم ظرف در تعادل:  $\text{A}(\text{g}) + \text{B}(\text{g}) \rightleftharpoons \text{C}(\text{g})$ ، تنها سرعت واکنش رفت افزایش می‌یابد.

(۴) اگر در یک واکنش فرضی با افزایش دما، مقدار K افزایش یابد، واکنش موردنظر گرماگیر است.

۹۳- کدام گزینه مطلب نادرستی را بیان می‌کند؟

- (۱) خام‌فروشی برای نفت، منابع معدنی و حتی منابع کشاورزی صادق است.
- (۲) حلال چسب از واکنش میان اتانول و اسید موجود در سرکه تهیه می‌شود.
- (۳) در شرایط مناسب می‌توان الکل را به آلدهید، آمین و یا کربوکسیلیک اسید تبدیل کرد.
- (۴) از واکنش میان گازهای  $\text{C}_2\text{H}_4$  و  $\text{Cl}_2$  می‌توان افشانه بی‌حس‌کننده موضعی تهیه کرد.

۹۴- با توجه به فرمول ساختاری داده شده کدام مورد نادرست است؟



(۱) نام ترکیب داده شده، پلی اتیلن ترفتالات است.

(۲) از این ترکیب (PET) در ساخت بطری آب استفاده می‌شود.

(۳) فرمول مولکولی مونومرهای سازنده آن  $\text{C}_8\text{H}_6\text{O}_4$  و  $\text{C}_2\text{H}_4\text{O}_2$  است.

(۴) مونومرهای پلی‌استر داده شده در نفت خام وجود دارند.

۹۵- در واکنش تعادلی میان گازهای  $\text{PCl}_3$  و  $\text{Cl}_2$  که به تولید  $\text{PCl}_5$  می‌انجامد، در ابتدا مقدار ۵ مول از هر یک از واکنش دهنده‌ها را وارد یک ظرف ۱۰ لیتری می‌کنیم تا تعادل برقرار شود. یک مول از فراورده تولیدی را خارج کرده و پس از برقراری دوره تعادل، غلظت

$\text{PCl}_5(\text{g})$  به  $۰.۲\text{mol.L}^{-1}$  می‌رسد. ثابت تعادل این واکنش برحسب  $\text{L.mol}^{-1}$  برابر با کدام است؟

(۱) ۰/۲ (۲) ۲/۵ (۳) ۵ (۴) ۰/۵



# مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

آزمون شماره ۱۱  
۱۹ اسفند ۱۴۰۱



## پاسخنامه ریاضی - فیزیک

ردیف	نام درس	سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران
۱	حسابان		حسین شفیعزاده - مهرداد کیوان	داریوش امیری - سینا پرهیزکار
۲	هندسه	مهریار راشدی	علیرضا شیرازی - حسن محمدیگی	مهديار شريف - داریوش امیری
۳	گسسته	رضا توکلی	امیر هوشنگ خمسه - سوگند روشنی	داریوش امیری - سینا پرهیزکار
۴	فیزیک	جواد قزوینیان	نصرالله افاضل - مجتبی دانایی	امیر علی قزوینیان - محمدرضا خادمی
۵	شیمی	مسعود جعفری	محبوبه بیگ محمدی - میر حسن حسینی	محبوبه بیگ محمدی - کارو محمدی

گروه تایپ و ویراستاری (به ترتیب حروف الفبا)
زهرا احدی - رقیه اسدیان - امیر علی الماسی - مبینا بهرامی - معین الدین تقی زاده - مهرداد شمسی

برای اطلاع از اخبار مرکز سنجش آموزش مدارس برتر، به کانال تلگرام @taraaznet مراجعه نمایید.



## حسابان

گزینه ۳ صحیح است.

$$x \geq 0 \Rightarrow y = x^2 - x^2 \Rightarrow y' = 2x^2 - 2x \xrightarrow{y'=0} x = 0, \frac{2}{3}$$

$$x < 0 \Rightarrow y = x^2 + x^2 \Rightarrow y' = 2x^2 + 2x \xrightarrow{y'=0} x = -\frac{2}{3}$$

سه نقطه بحرانی دارد.

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۱۷)

گزینه ۲ صحیح است.

نقاط بحرانی را محاسبه می‌کنیم:

$$f'(x) = 1 - \frac{2}{\sqrt{x+1}} \xrightarrow{f'=0} \sqrt{x+1} = 2 \Rightarrow x = 3$$

$$\begin{cases} x = 3 \Rightarrow y = 4 \text{ min} \\ x = -1 \Rightarrow y = 8 \text{ max} \Rightarrow \begin{matrix} \max \\ \min \end{matrix} = 2 \\ x = 8 \Rightarrow y = 5 \end{cases}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۸)

گزینه ۲ صحیح است.

$$D_f = [0, 3]$$

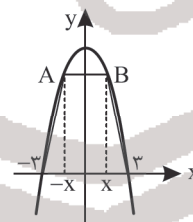
$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{-1}{\sqrt{3-x}} = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{3-x}}$$

 $f'$  همواره مثبت است.

$$\begin{aligned} \min = f(0) &= -2\sqrt{3} \\ \max = f(3) &= \sqrt{3} \Rightarrow \max \times \min = -6 \end{aligned}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۸)

گزینه ۱ صحیح است.



$$S = \frac{AB + \epsilon}{2} \times y_B = \frac{2x + \epsilon}{2} \times (9 - x^2)$$

$$= (x + \epsilon)^2 (3 - x)$$

$$S' = 2(x + \epsilon)(3 - x) - (x + \epsilon)^2$$

$$= (x + \epsilon)(6 - 2x - x - \epsilon)$$

$$= (x + \epsilon)(3 - 2x)$$

$$S' = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow S = 32$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۱۹)

گزینه ۴ صحیح است.

ارتفاع مخروط را  $h$  و شعاع قاعده آن را  $r$  فرض کنید.

$$V = \frac{1}{3} h \pi r^2 = \frac{\pi}{3} h (36 - h^2) = \frac{\pi}{3} (36h - h^3)$$

$$V' = \frac{\pi}{3} (36 - 3h^2) = 0 \Rightarrow h = 2\sqrt{3}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۱۹)

گزینه ۱ صحیح است.

$$y = \frac{x^2}{x^2 + 1} \Rightarrow y' = \frac{2x(x^2 + 1) - 2x^2}{(x^2 + 1)^2} = \frac{2x}{(x^2 + 1)^2}$$

$$y' = \begin{cases} \frac{-2x}{(x^2 + 1)^2} & x < 0 \\ \frac{2x}{(x^2 + 1)^2} & x \geq 0 \end{cases} \quad \begin{array}{c|c|c} x & 0 & \\ \hline y' & + & + \\ \hline y & \nearrow & \nearrow \end{array}$$

تابع در دامنه خود اکیداً صعودی است.

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۲۱)

گزینه ۳ صحیح است.

در بازه موردنظر باید  $f'$  و  $f''$  مثبت باشند.

$$f' = -x^2 - 4x + 5 = -(x-1)(x+5)$$

$$f'' = -2x - 4$$

x	-5	-2	1	
f'	-	+	+	-
f''	+	+	-	-

جواب

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۲۱)

گزینه ۲ صحیح است.

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$f'(1) = 0 \Rightarrow 3a + 2b + c = 0$$

$$f'(-3) = 0 \Rightarrow 27a - 6b + c = 0$$

در  $x=1$  علامت  $f'$  از + به - تغییر کرده پس در این نقطه ماکزیمم نسبی دارد.

$$f(1) = 5 \Rightarrow a + b + c = 5$$

$$\begin{cases} 3a + 2b + c = 0 \\ 27a - 6b + c = 0 \\ a + b + c = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -3 \\ c = 9 \end{cases}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۲۳)

گزینه ۴ صحیح است.

$$1) f\left(\frac{3}{4}\right) = 0 \Rightarrow \frac{9}{16}(3a + b) = 0 \Rightarrow 3a + 2b = 0 \Rightarrow \frac{b}{a} = -\frac{3}{2}$$

$$2) f'(x) = 3ax^2 + 2bx$$

$$f' = 0 \Rightarrow x = 0, x = -\frac{2b}{3a}$$

$$x = -\frac{2b}{3a} \Rightarrow y = \frac{4b^2}{9a^2} \left(-\frac{2b}{3} + b\right) = \frac{4b^2}{27a^2}$$

نقطه اکسترمم در معادله خط صدق می‌کند.

$$\frac{4b^2}{27a^2} = \frac{-4b}{3a} - 3 \Rightarrow \frac{4}{27} \times \frac{9}{4} b = -\frac{4}{3} \left(-\frac{3}{2}\right) - 3$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} b = -1 \Rightarrow b = -3$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۲۳)

گزینه ۲ صحیح است.

$$\begin{cases} f'(x) = 3x^2 + 2ax + b \\ f''(x) = 6x + 2a \end{cases}$$

$$f''(-1) = 0 \Rightarrow -6 + 2a = 0 \Rightarrow a = 3$$

$$f(-1) = 9 \Rightarrow -1 + a - b - 2 = 9 \Rightarrow b = -9$$

$$f'(x) = 3x^2 + 6x - 9 = 3(x-1)(x+3)$$

طول ماکزیمم  $x = -3$ 

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۳۱)

گزینه ۱ صحیح است.

$$\begin{cases} cx + d = 0 \Rightarrow x = -\frac{d}{c} = 2 \Rightarrow d = -2c \\ y = \frac{a}{c} = -1 \Rightarrow a = -c \end{cases}$$

$$f(1) = 0 \Rightarrow \frac{a+b}{c+d} = 0 \Rightarrow a+b=0 \Rightarrow b=-a=c$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{-cx+c}{cx-2c} = \frac{-x+1}{x-2}$$

$$f'(x) = \frac{1}{(x-2)^2} \Rightarrow f'(1) = 1$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۴۱)





۱۲. گزینه ۱ صحیح است.

$$y = \begin{cases} -x^2 + 9x & x \geq 0 \\ 3x^2 + 9x & x < 0 \end{cases}$$

$$y' = \begin{cases} -2x + 9 & x \geq 0 \\ 6x + 9 & x < 0 \end{cases} \xrightarrow{y'=0} x = \frac{9}{2}, -\frac{3}{2}$$

$$y'' = \begin{cases} -2 & x > 0 \\ 6 & x < 0 \end{cases}$$

x	$-\frac{3}{2}$	0	$\frac{9}{2}$	
y'	-	+	+	-
y''	+	+	-	-
y		جواب		

بازه  $(-\frac{3}{2}, 0)$  جواب است.

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۲۹)

۱۳. گزینه ۲ صحیح است.

$$y' = 3x^2 + 2ax + b$$

$$\begin{cases} y'(2) = 0 \\ y'(-4) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12 + 4a + b = 0 \\ 48 - 4a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -24 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = x^3 + 3x^2 - 24x - 2$$

$$\Rightarrow y'' = 6x + 6$$

$$y'' = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow y = 24$$

نقطه  $(-1, 24)$  در ناحیه دوم قرار دارد.

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۳۱)

۱۴. گزینه ۴ صحیح است.

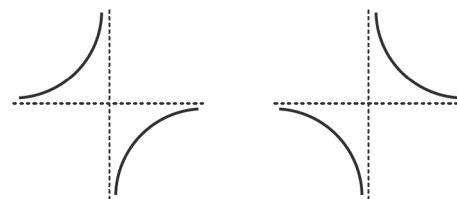
نقاط به طول ۱، ۵، ۷ و نقاط مینیمم نسبی و نقاط به طول ۲ و ۴ نقاط عطفی اند.

$$S = 1 + 5 + 7 + 2 + 4 = 19$$

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۱۳۵ و ۱۳۶)

۱۵. گزینه ۲ صحیح است.

نمودار تابع هموگرافیک f به یکی از دو صورت زیر است:



	a	
f'	+	+
f''	+	-

	a	
f'	-	-
f''	-	+

در هر دو حالت در سمت راست مجانب قائم  $f'$  و  $f''$  و مختلف‌العلامت‌اند.

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۴۱)

۱۶. گزینه ۱ صحیح است.

$$y' = 3mx^2 + 6x - 3$$

$$\begin{cases} y' = 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases} \Rightarrow 36 + 36m \leq 0 \Rightarrow m \leq -1$$

$$\begin{cases} y'' = 6mx + 6 \\ y'' = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{m} \end{cases} \xrightarrow{m \leq -1} -\frac{1}{m} \leq 1$$

پس حداکثر طول نقطه عطف برابر  $x = 1$  است.

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۳۱)

۱۷. گزینه ۲ صحیح است.

$$y' = \frac{2ax^2 - 2ax(2x+1)}{(ax^2)^2} = \frac{2ax(x-2x-1)}{a^2x^4} = \frac{-2(x+1)}{ax^3}$$

$$y' = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow y = \frac{-1}{a}$$

نقطه  $A(-1, -\frac{1}{a})$  روی خط  $y = -x$  قرار دارد پس  $-\frac{1}{a} = 1$  و در نتیجه  $a = -1$  است.

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۲۳)

۱۸. گزینه ۲ صحیح است.

$$f' = 3x^2 + 2(m-3)x + 3$$

$$f' \geq 0 \Rightarrow \Delta \leq 0 \Rightarrow 4(m-3)^2 - 36 \leq 0$$

$$\Rightarrow (m-3)^2 \leq 9$$

$$\Rightarrow -3 \leq m-3 \leq 3$$

$$f''(x) = 6x + 2(m-3)$$

$$f''(x) = 0 \Rightarrow x = -\frac{m-3}{3}$$

$$-3 \leq m-3 \leq 3 \Rightarrow -1 \leq -\frac{m-3}{3} \leq 1$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۳۱)

۱۹. گزینه ۴ صحیح است.

$$f'(x) = \frac{a\sqrt{x} - ax + b}{2\sqrt{x}} = \frac{ax - b}{2x\sqrt{x}}$$

$$f'(1) = 0 \Rightarrow a - b = 0 \Rightarrow a = b$$

$$f(1) = 2 \Rightarrow \frac{a+b}{1} = 2 \Rightarrow a = b = 1$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x}} \Rightarrow f(4) = 2.5$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۲۳)

۲۰. گزینه ۳ صحیح است.

$$\begin{cases} f'(x) = 3x^2 + 2ax \\ f''(x) = 6x + 2a \end{cases}$$

$$\begin{cases} f''(1) = 0 \\ f(1) = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6 + 2a = 0 \\ 1 + a + b = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow g(x) = x^3 - 3x + 5$$

$$g'(x) = 3x^2 - 3$$

$$g'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = 3 \\ x = -1 \Rightarrow y = 7 \end{cases}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۳۱)



## هندسه

## ۲۱. گزینه ۲ صحیح است.

با استفاده از قضیه نیمساز می نویسیم:

$$AD \Rightarrow \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{5}{6} \rightarrow \frac{BD}{BC} = \frac{5}{11} \quad (1)$$

از طرف دیگر دو مثلث ABD و ABC دارای ارتفاع مشترک از رأس A هستند پس نسبت مساحت‌های این دو مثلث برابر با نسبت قاعده‌های نظیرشان است.

$$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{BD}{BC} \xrightarrow{(1)} \frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{5}{11}$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۷۰)

## ۲۲. گزینه ۴ صحیح است.

پاره خط AM نیمساز زاویه A است. با استفاده از قضیه محاسبه طول نیمساز زاویه داخلی داریم:

$$AM = \frac{2bc}{b+c} \cos \frac{\hat{A}}{2} \quad b=6, c=4 \rightarrow AM = \frac{2(6)(4)}{6+4} \cos 30^\circ$$

$$\Rightarrow AM = \frac{2(6)(4)}{10} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{12\sqrt{3}}{5}$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۷۶)

## ۲۳. گزینه ۱ صحیح است.

با فرض  $AD = x$  و با استفاده از قضیه نیمساز زاویه داخلی می نویسیم:

$$ADC: \text{نیمساز } DE \Rightarrow \frac{AE}{EC} = \frac{AD}{DC} \Rightarrow \frac{2}{4} = \frac{x}{DC} \Rightarrow DC = 2x$$

$$ABC: \text{نیمساز } AD \Rightarrow \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{BD}{2x} = \frac{3}{6} \Rightarrow BD = x$$

اکنون با استفاده از رابطه طول نیمساز داخلی داریم:

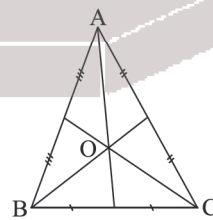
$$AD^2 = AB \times AC - BD \times DC \Rightarrow x^2 = 3 \times 6 - x \times 2x$$

$$\Rightarrow x^2 = 18 - 2x^2 \Rightarrow 3x^2 = 18 \Rightarrow x^2 = 6 \Rightarrow x = \sqrt{6}$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۷۱)

## ۲۴. گزینه ۲ صحیح است.

با رسم سه میانه مثلث، این مثلث به ۶ مثلث هم‌مساحت تقسیم می‌شود؛ پس مساحت مثلث AOC،  $\frac{1}{3}$  مساحت مثلث ABC است. کافی است مساحت مثلث ABC را به کمک قضیه هرون به دست آوریم.



$$P = \frac{5+6+9}{2} = 10$$

$$S_{\triangle ABC} = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = \sqrt{10(10-5)(10-9)(10-6)}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \sqrt{10 \times 5 \times 1 \times 4} = \sqrt{2 \times 5 \times 5 \times 1 \times 4} = 10\sqrt{2}$$

بنابراین:

$$S_{\triangle AOC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} = \frac{10\sqrt{2}}{3}$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۷۵)

## ۲۵. گزینه ۲ صحیح است.

با رسم قطر AC چهارضلعی ABCD به دو مثلث ABC و ADC تقسیم می‌شود.

$$\triangle ABC: AC^2 = AB^2 + BC^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \Rightarrow AC = 10$$

اکنون مساحت هر دو مثلث ABC و ADC را پیدا می‌کنیم.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \times BC = \frac{1}{2} (6)(8) = 24$$

$$S_{\triangle ADC} = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$$

$$P = \frac{5+7+10}{2} = 11 \rightarrow S_{\triangle ADC} = \sqrt{11(11-5)(11-7)(11-10)}$$

$$= \sqrt{11 \times 6 \times 4 \times 1} = 2\sqrt{66}$$

بنابراین:

$$S_{ABCD} = S_{\triangle ADC} + S_{\triangle ABC} = 24 + 2\sqrt{66}$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۷۴)

## ۲۶. گزینه ۲ صحیح است.

از آنجا که انتهای چهار بردار روی صفحه  $Z = 6$  قرار دارند پس ارتفاع هر چهار بردار برابر ۶ است بنابراین  $m = n = 6$  در نتیجه:

$$\vec{d} = (m-2, n-4, 6) = (4, 2, 6)$$

بنابراین:

$$\vec{a} \cdot \vec{d} = (-2, 1, 6) \cdot (4, 2, 6) = -8 + 2 + 36 = 30$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۷۸)

## ۲۷. گزینه ۱ صحیح است.

می‌دانیم حاصل ضرب داخلی دو بردار عمود بر هم صفر است. بنابراین:

$$2\vec{a} - \vec{b} = 2(\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}) - (2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}) = -5\vec{j} + 7\vec{k}$$

$$\vec{c} \perp (2\vec{a} - \vec{b}) \Rightarrow \vec{c} \cdot (2\vec{a} - \vec{b}) = 0 \Rightarrow (m+1, -1, 2m) \cdot (0, -5, 7) = 0$$

$$\Rightarrow 5 + 14m = 0 \Rightarrow m = -\frac{5}{14}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۷۹)

## ۲۸. گزینه ۳ صحیح است.

برای محاسبه  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  به صورت زیر عمل می‌کنیم.

$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0} \Rightarrow \vec{a} + \vec{b} = -\vec{c} \Rightarrow (\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = (-\vec{c}) \cdot (-\vec{c})$$

$$\Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{a} + \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{a} + \vec{b} \cdot \vec{b} = \vec{c} \cdot \vec{c} \Rightarrow |\vec{a}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2 = |\vec{c}|^2$$

$$\Rightarrow 9 + 2a \cdot b + 25 = 36 \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 1$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۷۹)

## ۲۹. گزینه ۴ صحیح است.

می‌دانیم اگر  $\vec{a}'$  تصویر قائم  $\vec{a}$  روی بردار  $\vec{b}$  باشد آنگاه  $\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|} \vec{b}$

پس ابتدا بردارهای  $\vec{AB}$  و  $\vec{AC}$  را به دست می‌آوریم.

$$\vec{AB} = B - A = (-2, -10, -4) - (-8, -10, 2) = (6, 0, -6)$$

$$\vec{AC} = C - A = (-6, -14, -2) - (-8, -10, 2) = (2, -4, -4)$$

بنابراین:

$$\vec{AB}' = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{|\vec{AC}|} \vec{AC} = \frac{12 + 0 + 24}{\sqrt{2^2 + 4^2 + 4^2}} (2, -4, -4)$$

$$\vec{AB}' = \frac{36}{\sqrt{36}} (2, -4, -4) = (2, -4, -4)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۸۰)





۳۴. گزینه ۴ صحیح است.

اگر  $\theta$  زاویه بین دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  باشد آنگاه می‌دانیم:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta \quad \text{و} \quad |\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta$$

در نتیجه:

$$\begin{cases} |\vec{a} \times \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2 \sin^2 \theta \\ (a \cdot b)^2 = |\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2 \cos^2 \theta \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{جمع می‌کنیم}} |\vec{a} \times \vec{b}|^2 + (a \cdot b)^2 = |\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2$$

بنابراین:

$$(3\sqrt{3})^2 + (-2)^2 = 3^2 |\vec{b}|^2 \Rightarrow 27 + 4 = 9 |\vec{b}|^2$$

$$\Rightarrow |\vec{b}|^2 = \frac{31}{9} \Rightarrow |\vec{b}| = \frac{\sqrt{31}}{3}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۱۴)

۳۵. گزینه ۳ صحیح است.

حجم متوازی‌السطوحی که بردارهای  $\vec{c}$ ،  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  از  $\vec{c}$ ،  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  سه یال هم‌رس آن باشند به صورت زیر به دست می‌آید.

$$\text{حجم} = |(\vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}))|$$

از طرف دیگر همواره  $\vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = 0$  است و ضرب داخلی و خارجی روی جمع و تفریق بردارها خاصیت پخشی دارد.

بنابراین:

$$\text{حجم} = |(\vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}))|$$

$$= |(\vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}))|$$

$$= |(\vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}))|$$

$$= |\vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) - \vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) + \vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})|$$

$$= |\vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) - \vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) + \vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})|$$

$$= |\vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) - \vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) + \vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})|$$

$$= |\vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) - \vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) + \vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})|$$

$$= |\vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})| = 4$$

توجه کنید!

$$\vec{c} \cdot (\vec{b} \times \vec{a}) = -\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) \quad \text{و} \quad \vec{a} \cdot (\vec{c} \times \vec{b}) = -\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۱۳)

### ریاضیات گسسته

۳۶. گزینه ۲ صحیح است.

تعداد باقی‌مانده در تقسیم بر ۹ برابر ۹ و تعداد ارقام یکان برابر ۱۰ است و طبق اصل ضرب، (لانه مرکب)  $9 \times 10 = 90$  لانه داریم. پس باید  $181 = 2 \times 90 + 1$  کبوتر (عدد متمایز) داشته باشیم تا در یک لانه حداقل ۳ کبوتر قرار گیرد.

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۴)

۳۷. گزینه ۲ صحیح است.

این مجموعه  $512 = 2^9$  زیرمجموعه دارد که دو به دو مجزا هستند. بنابراین می‌توان این زیرمجموعه‌ها را به ۲۵۶ گروه دوتایی تقسیم کرد. حال اگر طبق اصل لانه کبوتری ۲۵۷ زیرمجموعه انتخاب کنیم. حداقل ۲ زیرمجموعه مجزا در انتخاب‌های ما وجود دارد.

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۷۹ و ۸۰)

۳۰. گزینه ۳ صحیح است.

تصویر بردار  $\vec{a} \times \vec{b}$  روی محور  $x$ ها همان مختص  $x$  این بردار است.

پس  $\vec{a} \times \vec{b}$  را به دست می‌آوریم.

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -1 & m \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} = (1-m)\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$$

بنابر فرض، تصویر  $\vec{a} \times \vec{b}$  روی محور  $x$ ها برابر ۵- است، پس:

$$1-m = -5 \Rightarrow -m = -6 \Rightarrow m = 6$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۸۱)

۳۱. گزینه ۲ صحیح است.

می‌دانیم  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  یک عدد حقیقی است. بنابراین اگر بردار  $(\vec{a} \cdot \vec{b})(\vec{a} \times \vec{b})$  موازی بردار  $\vec{c}$  باشد یعنی  $\vec{a} \times \vec{b}$  هم موازی بردار  $\vec{c}$  است پس نیازی نیست  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  را محاسبه کنیم.

در ضمن به جای بردار  $\vec{b} = (\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{-2}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}})$  از بردار  $\vec{v} = (1, -2, 1)$  استفاده می‌کنیم چون اگر برداری با  $\vec{c}$  موازی باشد مضرب غیر صفر آن نیز با  $\vec{c}$  موازی است. پس مناسب‌تر است شرط موازی بردار  $\vec{v} \cdot \vec{a} \times \vec{b}$  را با  $\vec{c}$  بررسی کنیم.

$$\vec{v} \cdot \vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \cdot (\vec{v} \times \vec{b}) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & \alpha & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix} = (\alpha-2)\vec{i} - 3\vec{j} + (-4-\alpha)\vec{k}$$

چون  $\vec{v} \cdot \vec{a} \times \vec{b}$  با  $\vec{c}$  موازی است پس مختصات آن‌ها نظیر به نظیر متناسب هستند.

$$(\vec{v} \cdot \vec{a} \times \vec{b}) \parallel \vec{c} \Rightarrow \frac{\alpha-2}{1} = \frac{-3}{-1} = \frac{-4-\alpha}{-3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\alpha-2}{1} = \frac{-3}{-1} \Rightarrow \alpha = 5 \\ \frac{-3}{-1} = \frac{-4-\alpha}{-3} \Rightarrow \alpha = 5 \end{cases}$$

بنابراین  $\alpha = 5$  جواب این سؤال است.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۸۲)

۳۲. گزینه ۴ صحیح است.

مساحت متوازی‌الاضلاعی که روی بردارهای  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  ساخته می‌شود برابر  $|\vec{a} \times \vec{b}|$  است.

$$\text{پس } |\vec{a} \times \vec{b}| = 2\sqrt{3}$$

از طرف دیگر مساحت مثلثی که دو ضلع آن بردارهای  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  و  $\vec{a} + 2\vec{b}$  است به صورت زیر تعیین می‌شود.

$$S = \frac{1}{2} |(\vec{a} + 2\vec{b}) \times (\vec{a} - 2\vec{b})| = \frac{1}{2} |\vec{a} \times \vec{a} - 4\vec{a} \times \vec{b} + 2\vec{b} \times \vec{a} - 4\vec{b} \times \vec{b}|$$

$$= \frac{1}{2} |4\vec{b} \times \vec{a} + 4\vec{b} \times \vec{a}| = \frac{1}{2} |8\vec{b} \times \vec{a}| = \frac{1}{2} \times 8 \times 2\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۸۱)

۳۳. گزینه ۴ صحیح است.

طرفین تساوی  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3\vec{c} - \vec{a}$  را در  $\vec{a}$  ضرب داخلی می‌کنیم می‌دانیم  $\vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = 0$  بنابراین داریم:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 3\vec{c} - \vec{a} \Rightarrow \vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = \vec{a} \cdot (3\vec{c} - \vec{a})$$

$$\Rightarrow 0 = 3\vec{a} \cdot \vec{c} - \vec{a} \cdot \vec{a} \xrightarrow{\vec{a} \cdot \vec{c} = 2} 0 = 9 - |\vec{a}|^2 \Rightarrow |\vec{a}|^2 = 9 \Rightarrow |\vec{a}| = 3$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۸۲)



۳۸. گزینه ۳ صحیح است.

اگر اعدادی که مجموعشان ۹۰ است را مرتب کنیم خواهیم داشت:

$$\{45\} \{41, 49\} \dots \{13, 77\} \{9, 81\} \{5, 85\}$$

$$a_n = 1 + (n-1) \times 4 = 4n - 3$$

که همان طور که می بینیم تعداد لانه ها ۱۲ = ۱ + ۱ + ۱ + ۱ = ۱۰ + ۱ + ۱ = ۱۲

تا است. در نتیجه طبق اصل لانه کبوتری اگر ۱۳ عدد انتخاب کنیم مطمئن هستیم که حداقل ۲ عضو وجود دارد که مجموعشان ۹۰ است.

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۷۹ و ۸۰)

۳۹. گزینه ۴ صحیح است.

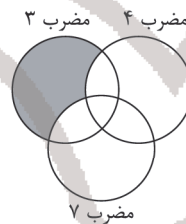
بدترین حالت ممکن خارج کردن عددهای فرد است که ۲۵ عدد است و اگر ۲ عدد دیگر خارج کنیم قطعاً ۲ عدد زوج خارج شده و حاصل ضرب بر ۴ بخش پذیر است.

$$25 + 2 = 27$$

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۸۱ تا ۸۴)

۴۰. گزینه ۲ صحیح است.

اگر نمودار ون مربوط به سؤال را رسم کنیم ناحیه مورد نظر قسمت هاشور خورده است.



بنابراین کافی است تعداد اعداد مضرب ۳، مضرب ۱۲، مضرب ۲۱، مضرب ۲۸ و مضرب ۸۴ را به دست آوریم.

$$\left[ \frac{300}{3} \right] = 100, \left[ \frac{300}{12} \right] = 25, \left[ \frac{300}{21} \right] = 14, \left[ \frac{300}{84} \right] = 3, \left[ \frac{300}{28} \right] = 10$$



(ریاضیات گسسته، صفحه های ۷۳ تا ۷۶)

۴۱. گزینه ۴ صحیح است.

x: زمان امتحان کردن هر قفل

A: اعداد سه رقمی بدون ۲

B: اعداد سه رقمی بدون ۵

$$|A' \cap B'| = |U| - |A| - |B| + |A \cap B|$$

$$900 - 648 - 648 + 448 = 52$$

$$|U| = 9 \times 10 \times 10 = 900$$

$$|A| = 8 \times 9 \times 9$$

$$|B| = 8 \times 9 \times 9$$

$$|A \cap B| = 7 \times 8 \times 8$$

$$\frac{52 \times x}{60} = 13 \Rightarrow x = \frac{60 \times 13}{52} = 15$$

۴۲. گزینه ۲ صحیح است.

باید تعداد توابع یک به یک از یک مجموعه ۴ عضوی به یک مجموعه ۷ عضوی را به دست آوریم.

$$7 \times 6 \times 5 \times 4 = 840$$

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۷۷ و ۷۸)

۴۳. گزینه ۱ صحیح است.

دو حالت را بررسی می کنیم:

(۱) حالتی که به نفر سوم فیلم نرسد و ۵ فیلم را برای داوری به نفر (۱) و (۲) بدهیم:

$$3^5 - 1 - 1 = 3^5$$

(۲) حالتی که به نفر (۳) نیز حداقل یک فیلم داده شود.

$$15^0 = 3 + 3 \times 2^5 - 3^5 = 15^0$$

$$\Rightarrow 180 = 150 + 30 = 180$$

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۷۷ و ۷۸)

۴۴. گزینه ۲ صحیح است.

تعداد سیب معیوب زرد را x می نامیم.

$$\left. \begin{aligned} \text{احتمال زرد بودن} &= \frac{1A}{44} \\ \text{احتمال معیوب بودن} &= \frac{A+x}{44} \\ \text{احتمال زرد و معیوب بودن} &= \frac{x}{44} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{x}{44} = \frac{A+x}{44} \times \frac{1A}{44}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{44} = \frac{A+x}{44} \times \frac{1A}{44}$$

$$x = (x + A) \left( \frac{1}{44} \right)$$

$$7x = 3x + 24 \Rightarrow x = 6$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه های ۶۷ تا ۶۹)

۴۵. گزینه ۳ صحیح است.

$$P(A) = 0.75 \text{ پدر } A$$

$$P(B) = 0.6 \text{ پسر } B$$

$$P(A|B) = 0.65$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$\Rightarrow 0.65 = \frac{P(A \cap B)}{0.6} \Rightarrow P(A \cap B) = 0.39$$

$$P(A \cap B') = 1 - P(A \cup B) = 1 - \{0.75 + 0.6 - 0.39\} = 0.4$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه های ۵۲ تا ۵۶)

۴۶. گزینه ۲ صحیح است.

احتمال انتخاب مهره سبز از کیسه اول  $\frac{4}{6}$  و از کیسه دوم  $\frac{4}{8}$  است. در نتیجه خواهیم داشت:

$$P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{4}{6} \times \frac{5}{9} + \frac{1}{2} \times \frac{4}{8} \times \frac{5}{7} = \frac{5}{27} + \frac{5}{28} = \frac{275}{756}$$

کیسه اول انتخاب شود

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه های ۵۲ تا ۵۶)

۴۷. گزینه ۳ صحیح است.

$$\frac{6}{10} \times \frac{4}{100} + \frac{30}{100} \times \frac{M}{100} + \frac{10}{100} \times \frac{10}{100} = \frac{49}{100}$$

$$2/4 + 0.3M + 1 = 4/9 \Rightarrow 0.3M = 1/5 \Rightarrow M = 5$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه های ۵۸ تا ۶۰)



۴۸. گزینه ۲ صحیح است.

هنگامی که فقط یک بار مهره سبز خارج شده است، یعنی یا بار اول مهره سبز بوده و بار دوم آبی و یا برعکس.

$$\frac{4}{9} \times \frac{5}{9} + \frac{5}{9} \times \frac{4}{9} = \frac{40}{81}$$

$\downarrow$  سبز     $\downarrow$  آبی     $\downarrow$  آبی     $\downarrow$  سبز

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۶۹ تا ۷۲)

۴۹. گزینه ۴ صحیح است.

سفید ۶ سیاه ۴ + x دوم	سفید ۵ سیاه ۳ اول
-----------------------------	-------------------------

$$P(\text{سفید}) = P(\text{سیاه}) = \frac{1}{2}$$

$$P(\text{سفید}) = \frac{1}{2} \times \frac{5}{8} + \frac{1}{2} \times \frac{6}{10+x} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{8} + \frac{6}{10+x} = 1 \Rightarrow \frac{6}{10+x} = \frac{3}{8}$$

$$\Rightarrow 30 + 3x = 48 \Rightarrow 3x = 18 \Rightarrow x = 6$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

۵۰. گزینه ۲ صحیح است.

با توجه به اینکه کدام فرزند خانواده انتخاب شود، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} & \begin{array}{l} \text{اول} \rightarrow \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \\ \text{دوم} \rightarrow \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \\ \text{سوم} \rightarrow \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \\ \text{چهارم} \rightarrow \frac{1}{4} \times \frac{1}{8} \end{array} \\ & \Rightarrow \frac{4+6+7}{32} = \frac{17}{32} \end{aligned}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

## فیزیک

۵۱. گزینه ۱ صحیح است.

$$E = P \times t = 10 \times 60 = 600 \text{ J}$$

$$E = \frac{nhc}{\lambda} \Rightarrow n = \frac{E\lambda}{hc} = \frac{6 \times 10^2 \times 640 \times 10^{-9}}{6.4 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}$$

$$n = \frac{2 \times 10^{-6}}{10^{-27}} = 2 \times 10^{21}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۱۶ و ۱۱۷)

۵۲. گزینه ۱ صحیح است.

با توجه به شکل، بسامد آستانه این فلز  $f_0 = 2 \times 10^{15}$  هرتز است و از رابطه  $\frac{1}{2}mv_m^2 = \frac{hc}{\lambda} - hf_0$  استفاده می‌کنیم و بیشینه تندی فوتوالکترون‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\frac{1}{2} \times 9.6 \times 10^{-31} v_m^2 = 4 \times 10^{-15} \left( \frac{3 \times 10^8}{6.0 \times 10^{-9}} - 2 \times 10^{15} \right) \times 1.6 \times 10^{-19}$$

$$\frac{1}{2} \times 9.6 \times 10^{-31} v_m^2 = 4 \times 3 \times 1.6 \times 10^{-19} \Rightarrow v_m^2 = 4 \times 10^{12}$$

$$\Rightarrow v_m = 2 \times 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۸)

۵۳. گزینه ۲ صحیح است.

طیف نشری و جذبی بخار عناصر رقیق گسسته بوده و مانند اثرانگشت افراد منحصر به فرد است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۲۱)

۵۴. گزینه ۴ صحیح است.

بلندترین طول موج بالمر هنگامی است که الکترون از تراز  $n = 3$  به  $n' = 2$  برود و کوتاه‌ترین طول موج پاشن مربوط به گذار الکترون از تراز  $n = \infty$  به تراز  $n = 3$  است.

$$\frac{1}{\lambda_1} = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) = \frac{1}{100} \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{9} \right) = \frac{5}{3600} \Rightarrow \lambda_1 = 720 \text{ nm}$$

$$\frac{1}{\lambda_2} = R \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{\infty^2} \right) = \frac{1}{100} \left( \frac{1}{9} - 0 \right) = \frac{1}{900} \Rightarrow \lambda_2 = 900 \text{ nm}$$

$$\lambda_2 - \lambda_1 = 180 \text{ nm}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۲۳)

۵۵. گزینه ۳ صحیح است.

$$\lambda = \frac{c}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{3 \times 10^8}{\frac{2500 \times 10^{12}}{6}} = \frac{1\lambda}{25} \times 10^{-6} \text{ m} = \frac{1\lambda \times 10^6}{25} \text{ nm} = 720 \text{ nm}$$

از رابطه ریذبرگ استفاده می‌کنیم:

$$\frac{1}{720} = 10^{-2} \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right)$$

چون  $720 \text{ nm}$  در محدوده نور مرئی (سرخ) است و مربوط به رشته بالمر یعنی  $n' = 2$  می‌شود. از این رو با قرار دادن  $n' = 2$  مقدار  $n$  را حساب می‌کنیم:

$$\frac{1}{720} = 10^{-2} \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{2^2} \right) \Rightarrow \frac{10^2}{720} = \frac{1}{n^2} - \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{n^2} = \frac{1}{4} + \frac{10^2}{720}$$

$$\frac{1}{n^2} = \frac{18-10}{72} = \frac{1}{9} \Rightarrow n = 3$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۲۳ و ۱۲۴)

۵۶. گزینه ۲ صحیح است.

$$\begin{cases} E_R = -\frac{E_R}{n^2} = -\frac{12/6}{2^2} = -3/2 \text{ eV} \\ E_F = -\frac{E_R}{n^2} = -\frac{12/6}{4^2} = -0.88 \text{ eV} \end{cases}$$

$$\Delta E = E_F - E_R = -0.88 - (-3/2) = 3/4 - 0.88 = 2.55 \text{ eV}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۲۸)

۵۷. گزینه ۳ صحیح است.

شرط وارونی جمعیت در لیزر آن است که تعداد الکترون‌ها در ترازهای بالاتر شبه پایدار بیشتر از تراز پایین باشند.

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۲۳)

۵۸. گزینه ۴ صحیح است.

اگر  $n$  لامپ روشن شود، انرژی لازم برای روشن کردن آنها  $E = nPt$  است.

$$E = nPt = mc^2$$

$$(n) \cdot 0.0 \times 12 \times 3600 = 3 \times 10^{-3} \times 9 \times 10^{16}$$

$$n = \frac{27 \times 10^{12}}{36 \times 12 \times 10^4} = \frac{3 \times 10^9}{4 \times 12} = \frac{1}{16} \times 10^8 \times 10^6 = 62.5 \times 10^6 = 62.5 \text{ M}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۴۱)



۵۹. گزینه ۳ صحیح است.

همه نولکتون‌های مجاور درون هسته بر هم نیروی هسته‌ای به صورت جاذبه وارد می‌کنند.

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۴۰)

۶۰. گزینه ۲ صحیح است.

برای این واپاشی می‌توان رابطه زیر را نوشت:

$${}_{92}^{238}\text{X} \rightarrow {}_{Z}^A\text{Y} + {}_2^4\alpha + {}_{+1}^0\beta$$

$$92 = Z + 2 + 1 \Rightarrow Z = 89$$

$$238 = A + 4 + 0 \Rightarrow A = 234$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۴۳ و ۱۴۵)

۶۱. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه به متن کتاب درسی گزینه ۳ درست است. اغلب هسته‌ها پس از گسیل  $\alpha$  و  $\beta$  ناپایدارند و با گسیل  $\gamma$  پایدار می‌شوند. در واپاشی  $\beta^+$  یک پروتون به یک نوترون و یک پوزیترون تبدیل می‌شود.

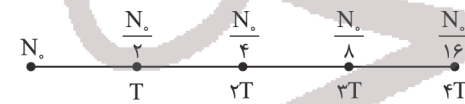
(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۴۳)

۶۲. گزینه ۳ صحیح است.

چون پس از ۱۲ روز  $\frac{15}{16}$  از ماده اولیه تجزیه شده است، پس  $\frac{1}{16}$  از ماده اولیه باقی مانده و با توجه به نمودار زیر می‌توان نتیجه گرفت مدت ۱۲ روز معادل ۴ نیمه‌عمر است، پس مدت‌زمان نیمه‌عمر برابر  $T = \frac{12}{4} = 3$

روز است و پس از دو نیمه‌عمر  $\frac{1}{4}$  ماده اولیه که معادل ۲۵٪ از ماده اولیه است باقی می‌ماند، پس باید مدت‌زمان  $2 \times 3 = 6$  روز گذشته باشد.

روز است و پس از دو نیمه‌عمر  $\frac{1}{4}$  ماده اولیه که معادل ۲۵٪ از ماده اولیه است باقی می‌ماند، پس باید مدت‌زمان  $2 \times 3 = 6$  روز گذشته باشد.



(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۴۶)

۶۳. گزینه ۲ صحیح است.

موارد (الف) و (ب) درست و موارد (ج) و (د) نادرست است. در گداخت هسته‌ای ذکرشده تنها یک نوترون آزاد می‌شود و در نیروگاه‌های تولید برق از اورانیوم ۲۳۵ با درصد خلوص ۳ درصد استفاده می‌شود.

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۴۸)

۶۴. گزینه ۲ صحیح است.

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R+r} = \frac{20}{4+1} = 4A$$

$$q = It = 4 \times 60 = 240C$$

$$n = \frac{q}{e} = \frac{240}{1.6 \times 10^{-19}} = \frac{24}{1.6} \times 10^{21} = 1.5 \times 10^{21}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

۶۵. گزینه ۱ صحیح است.

از رابطه  $R = \rho \frac{l}{A}$  و  $\rho_{\text{گالی}} = \frac{m}{V}$  استفاده می‌کنیم و چون حجم استوانه برابر  $V = Al$  است می‌توان نوشت:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 6 = \frac{10}{V} \Rightarrow V = \frac{10}{6} \text{ cm}^3$$

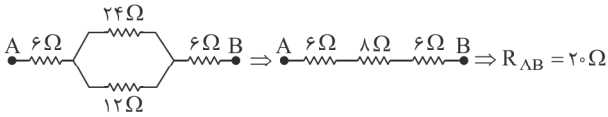
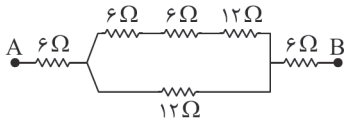
$$V = Al \Rightarrow \frac{10}{6} \times 10^{-6} = 10 \times A \Rightarrow A = \frac{1}{6} \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$R = \rho \frac{l}{A} = \frac{10^{-8} \times 10}{\frac{1}{6} \times 10^{-6}} = 0.6 \Omega$$

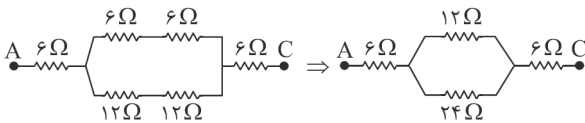
(فیزیک دوازدهم، صفحه ۵۲)

۶۶. گزینه ۴ صحیح است.

گام اول: مقاومت دو نقطه A و B را حساب می‌کنیم.



گام دوم: مقاومت معادل دو نقطه A و C را حساب می‌کنیم:



$$\Rightarrow \text{Circuit with } 6\Omega, 8\Omega, 6\Omega \text{ in series} \Rightarrow R_{AC} = 20\Omega$$

گام سوم:

$$\frac{R_{AB}}{R_{AC}} = \frac{20}{20} = 1$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

۶۷. گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به متن کتاب درسی

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۵۶ تا ۶۰)

۶۸. گزینه ۳ صحیح است.

گام اول: در حالتی که کلید باز است مقاومت معادل را حساب می‌کنیم

و از رابطه  $P = I^2 R$  توان مصرفی مولد را به دست می‌آوریم:

$$R_{eq} = 0.5 + 0.5 = 1\Omega$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R+r} = \frac{\mathcal{E}}{1.1}$$

$$P_t = I^2 R = r \times \left(\frac{\mathcal{E}}{1.1}\right)^2$$

گام دوم: در حالتی که کلید بسته است نیز مطابق گام اول عمل می‌کنیم:

$$R'_{eq} = \frac{2 \times 0.5}{(2 + 0.5)} + 0.5 = 0.9$$

$$I' = \frac{\mathcal{E}}{R'+r} = \frac{\mathcal{E}}{0.9+0.1} = \mathcal{E}$$

$$P'_t = r \times (\mathcal{E})^2$$

گام سوم: نسبت  $\frac{P'_t}{P_t}$  را حساب می‌کنیم:

$$\frac{P'_t}{P_t} = \frac{r \times \mathcal{E}^2}{\frac{\mathcal{E}^2}{1.21}} = 1.21$$

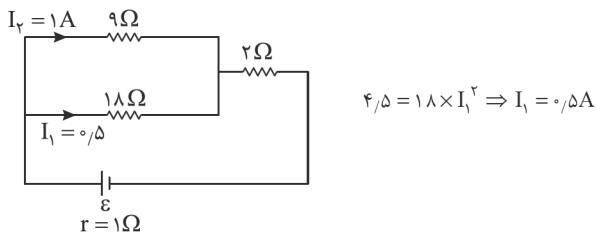
بنابراین توان مصرفی مولد ۲۱ درصد زیاد می‌شود.

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۷۴ تا ۷۶)



۷۴. گزینه ۴ صحیح است.

شکل ساده‌تری از مدار را رسم می‌کنیم. با استفاده از رابطه  $P = RI^2$  جریان گذرنده از مقاومت ۱۸ اهمی را حساب می‌کنیم.



گام دوم: چون مقاومت  $9\Omega$  با مقاومت  $18$  اهم موازی است. بنابر رابطه تقسیم جریان در مقاومت‌های موازی جریان گذرنده از  $R_{3,6} = 9\Omega$  را حساب می‌کنیم:

$$\frac{I_r}{I_1} = \frac{R_{18}}{R_{3,6}} \Rightarrow \frac{I_r}{I_1} = \frac{18}{9} \Rightarrow I_r = 1A$$

گام سوم: جریان کل مدار را حساب کرده و از رابطه  $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$  نیروی محرکه باتری را به دست می‌آوریم:

$$I = I_r + I_1 = 1.5A$$

$$R_a = \frac{18 \times 9}{18 + 9} + 2 = 6\Omega \Rightarrow R_{eq} = 6 + 2 = 8\Omega$$

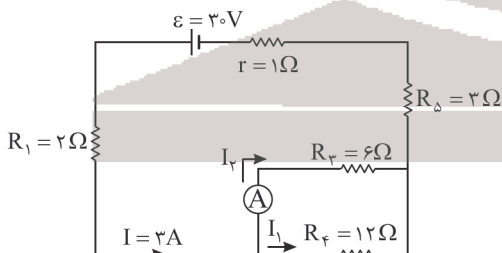
$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow 1.5 = \frac{\varepsilon}{8 + 1} \Rightarrow \varepsilon = 1.5 \times 9 = 13.5V$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۷۵ تا ۷۸)

۷۵. گزینه ۲ صحیح است.

گام اول: ولت‌سنج با مقاومت  $R_p$  به صورت متوالی بسته شده است پس از  $R_p$  جریان الکتریکی عبور نمی‌کند و آن را از مدار حذف و جایگزین آن سیم در نظر می‌گیریم و چون دو سر ولت‌سنج نیز به یک سیم وصل است ولتاژی که نشان می‌دهد صفر است.

گام دوم: بنابراین مدار به شکل زیر درمی‌آید و مقاومت‌های  $R_3$  و  $R_4$  موازی‌اند و با بقیه مدار متوالی هستند. برای محاسبه جریان مدار مقاومت معادل را حساب می‌کنیم:



$$R_{eq} = 2 + \frac{6 \times 12}{6 + 12} + 3 \Rightarrow R_{eq} = 9\Omega$$

گام سوم: جریان مدار را از رابطه  $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$  حساب می‌کنیم:

$$I = \frac{30}{9 + 1} = 3A$$

گام چهارم: آمپرسنج جریان گذرنده از  $R_3$  را نشان می‌دهد و با توجه به رابطه تقسیم جریان در مقاومت‌های موازی، باید  $3A$  را به نسبت  $6\Omega$  و  $12\Omega$  یعنی  $1$  و  $2$  تقسیم کنیم:

$$\frac{I_r}{I_1} = \frac{R_4}{R_3} \Rightarrow \frac{I_r}{I_1} = \frac{12}{6} \xrightarrow{I_1 + I_r = 3} \begin{matrix} I_r = 2A \\ I_1 = 1A \end{matrix}$$

پس آمپرسنج جریان  $2A$  را نشان می‌دهد.

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۷۶ تا ۷۹)

۶۹. گزینه ۴ صحیح است.

گام اول: ولت‌سنج به دو سر باتری بسته شده است و چون بیشتر از نیروی محرکه آن را نشان می‌دهد، نتیجه می‌گیریم که جریان مدار از قطب مثبت باتری به آن وارد می‌شود و در مدار پادساعتگرد است. گام دوم: از نقطه  $A$  در جهت جریان به طرف نقطه اتصال به زمین حرکت می‌کنیم و مجموع جبری اختلاف پتانسیل‌های اجزای مدار را حساب می‌کنیم:

$$I = 2A$$

$$V_A - 2 \times 8 - 10 - 2 \times 4 = 0$$

$$V_A = 34V$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۷۴ و ۷۵)

۷۰. گزینه ۲ صحیح است.

در محل گره  $C$  جریان  $I_3 = 3A$  از مولد  $12$  ولتی عبور می‌کند با حرکت از نقطه  $A$  و  $B$  اختلاف پتانسیل دو سر مولد به دست می‌آید.

$$V_A - 2 \times 3 + 12 + 4 \times 1 = V_B$$

$$V_B - V_A = 10V$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۷۵ تا ۷۷)

۷۱. گزینه ۲ صحیح است.

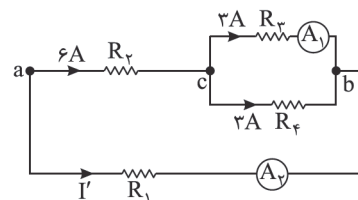
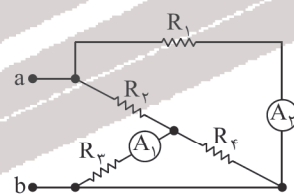
با توجه به اعداد  $R_{eq} = \frac{V}{I} = \frac{10}{4} = 2.5\Omega$  است پس چون مقاومت  $10$  اهمی را در مدار داریم باید مقاومت معادل جعبه  $X$  مقدار  $15$  اهم باشد و در گزینه  $2$  مقدار مقاومت  $15$  اهم است.

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۷۴ تا ۷۷)

۷۲. گزینه ۳ صحیح است.

اگر هر یک از مقاومت‌ها را  $R$  فرض کنیم، مقاومت شاخه بالایی  $\frac{3R}{4}$  و شاخه پایینی  $R$  است و ولتاژ این دو شاخه برابر است:

$$6 \times \frac{3R}{4} = RI' \Rightarrow I' = 9A$$



(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۷۱ تا ۷۴)

۷۳. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه به رابطه  $P = \frac{V^2}{R}$  و چون مقدار  $R$  ثابت است، داریم:

$$\frac{P_r}{P_1} = \left(\frac{V_r}{V_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{P_r}{100} = \left(\frac{50}{100}\right)^2 \Rightarrow P_r = \frac{100}{16} = \frac{25}{4} = 6.25W$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)





## شیمی

## ۷۶. گزینه ۲ صحیح است.

موارد (آ) و (ب) درست هستند.  
بررسی موارد نادرست:

(ب) حدود نیمی از لباس‌های تولیدی در جهان از پنبه تهیه می‌شود.  
(ت) روغن زیتون پلیمر محسوب نمی‌شود. دقت کنید که هر پلیمری یک درشت‌مولکول است، اما هر درشت‌مولکولی پلیمر نیست.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۲)

## ۷۷. گزینه ۱ صحیح است.

تنها مورد دوم نادرست است.  
بررسی موارد:

مورد دوم: تعیین تعداد دقیق مونومرهای شرکت‌کننده در یک واکنش پلیمری شدن ممکن نیست و به همین دلیل برای پلیمرها نمی‌توان فرمول مولکولی دقیقی نوشت.

مورد چهارم: با توجه به معادله واکنش زیر، در واکنش پلیمری شدن گاز اتن،  $n$  مول مولکول گازی به ۱ مول مولکول جامد تبدیل می‌شود.

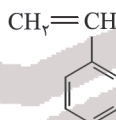


(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۴)

## ۷۸. گزینه ۲ صحیح است.

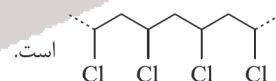
موارد اول و سوم صحیح هستند.  
بررسی موارد:

مورد اول: مونومر مورد نظر استیرن با ساختار



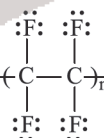
است.

مورد دوم: ساختار پلی وینیل کلراید به صورت



است.

مورد سوم: ساختار تفلون به صورت



است و هر واحد

تکرار شونده آن دارای ۱۲ جفت الکترون ناپیوندی است.

مورد چهارم: پلی سیانواتن دارای پیوند  $\text{C}\equiv\text{N}$  بوده و از این رو پلیمری سیر نشده محسوب می‌شود.

(شیمی یازدهم، صفحه ۱۰۴)

## ۷۹. گزینه ۳ صحیح است.

A پلی اتن سبک و B پلی اتن سنگین است. مولکول B برخلاف مولکول A کدر بوده و استحکام بیشتری دارد. اما چگالی هر دو مولکول از آب کمتر بوده و در نتیجه روی آب شناور باقی می‌مانند.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۱۰۶ و ۱۰۷)

## ۸۰. گزینه ۴ صحیح است.

بو و طعم آناناس به دلیل وجود اتیل بوتانات در آن است. این استر را می‌توان از واکنش میان اتانول و بوتانوئیک اسید تهیه کرد.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۳)

## ۸۱. گزینه ۴ صحیح است.

عبارت‌های (آ) و (ب) صحیح است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(پ) پوشاک تهیه شده بر پایه دانش و فناوری‌های نو، از بدن در برابر مواد شیمیایی مانند اسیدها، سموم، پرتوها، آلودگی‌های عفونی و ... محافظت می‌کند.

(ت) مونومر حاصل پروپن ( $\text{CH}_2=\text{CH}-\text{CH}_3$ ) است که پلیمر ساخته شده



از آن در تهیه سرنگ به کار می‌رود.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۹۸، ۱۰۴، ۱۱۶ و ۱۲۱)

## ۸۲. گزینه ۲ صحیح است.

الکل‌ها و کربوکسیلیک اسیدها در شرایط مناسب واکنش می‌دهند و با از دست دادن آب، به استر تبدیل می‌شوند. در نتیجه جرم استر حاصل به اندازه جرم آب تولید شده، از مجموع جرم واکنش‌دهنده‌ها کمتر است.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۱۰۵، ۱۱۲، ۱۱۴ و ۱۱۵)

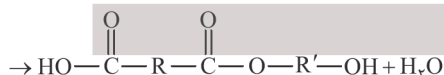
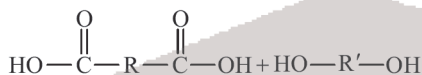
## ۸۳. گزینه ۳ صحیح است.

عبارت‌های (آ) و (ب) درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

(آ) الکل سازنده این استر اتانول ( $\text{CH}_3\text{CH}_2-\text{OH}$ ) است که نیروی بین مولکولی غالب در آن از نوع پیوند هیدروژنی است.

(ب) معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



در ساختار فرآورده حاصل گروه عاملی کربوکسیل، هیدروکسیل و استری وجود دارد.

(پ) فرمول مولکولی آمین‌های ذکر شده به صورت  $\text{C}_n\text{H}_{2n+1}-\text{NH}_2$  است.

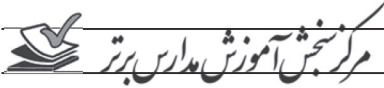
(ت) کولار از فولاد هم‌جرم خود پنج برابر مقاوم‌تر است.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۵)

## ۸۴. گزینه ۴ صحیح است.

برای تهیه پلی لاکتیک اسید، ابتدا نشاسته موجود در فرآورده‌های کشاورزی را به لاکتیک اسید تبدیل کرده و سپس از واکنش پلیمری شدن آن در شرایط مناسب، پلی لاکتیک اسید تولید می‌کنند.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۱۱۳، ۱۱۷ و ۱۱۹)



۸۹. گزینه ۳ صحیح است.

$$\Delta H = E_{a(\text{رفت})} - E_{a(\text{برگشت})} \Rightarrow 160 = E_{a(\text{رفت})} - 35$$

$$\Rightarrow E_{a(\text{رفت})} = 195 \text{ kJ}$$

$$\text{(II)} \Delta H = E_{a(\text{رفت})} - E_{a(\text{برگشت})}$$

$$\Rightarrow \Delta H = 23 - 152 = -129 \text{ kJ}$$

هر چه انرژی فعال سازی واکنشی بیشتر باشد، سرعت آن کمتر است.

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۹۴ تا ۹۶)

۹۰. گزینه ۱ صحیح است.

در غیاب کاتالیزگر:

$$\Delta H = E_{a(\text{رفت})} - E_{a(\text{برگشت})}$$

$$\Rightarrow -76 = 48 - E_{a(\text{برگشت})} \Rightarrow E_{a(\text{برگشت})} = 124 \text{ kJ}$$

در حضور کاتالیزگر:

$$E_{a(\text{برگشت})} = 48 \times \frac{75}{100} = 36 \text{ kJ}$$

با توجه به اینکه میزان کاهش  $E_{a(\text{رفت})}$  و  $E_{a(\text{برگشت})}$  در حضور کاتالیزگر برابر است، می توانیم بیان کنیم:

$$E_{a(\text{برگشت})} = 124 - 12 = 112 \text{ kJ}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۹۶ و ۹۷)

۹۱. گزینه ۲ صحیح است.

بررسی گزینه های نادرست:

(۱) نماد فلز رودیم به صورت «Rh» است.

(۲) مبدل کاتالیستی می تواند باعث حذف یا کاهش آلاینده ها شود.

(۴) هر کاتالیزگر به شمار معدودی واکنش سرعت می بخشد.

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۹۸ تا ۱۰۰)

۹۲. گزینه ۳ صحیح است.

با کاهش حجم ظرف، غلظت تمام مواد گازی شکل افزایش می یابد.

بنابراین سرعت های رفت و برگشت هر دو افزایش می یابد. اما میزان

افزایش سرعت واکنش رفت بیشتر است.

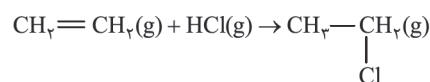
(شیمی دوازدهم، صفحه های ۱۰۲ تا ۱۰۶)

۹۳. گزینه ۴ صحیح است.

از واکنش میان گاز اتن ( $C_2H_4$ ) و گاز هیدروژن کلرید ( $HCl$ ),

کلرواتان سنتز می شود که به عنوان افشانه بی حس کننده موضعی مورد

استفاده قرار می گیرد.



(شیمی دوازدهم، صفحه های ۱۰۹ تا ۱۱۳)

۹۴. گزینه ۴ صحیح است.

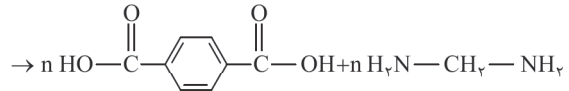
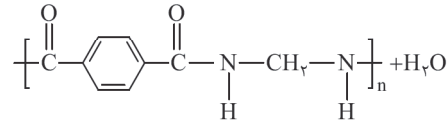
مورد چهارم نادرست است. مونومرهای سازنده پلی استر داده شده در

نفت خام وجود ندارد. اما با بهره گیری از دانش شیمی می توان این مواد

را با استفاده از مواد خام و اولیه موجود در نفت خام سنتز کرد.

۸۵. گزینه ۳ صحیح است.

معادله واکنش آبکافت پلی آمید داده شده به صورت زیر است:



با توجه به واکنش داده شده، از آبکافت یک مول پلی آمید،  $n$  مول

دی اسید با جرم مولی  $166 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$  و  $n$  مول دی آمین با جرم مولی

$46 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$  حاصل می شود؛ بنابراین اختلاف جرم فرآورده های تولیدی

برابر است با:

$$\text{اختلاف جرم} = 166n - 46n = 120n \text{ g}$$

حال اختلاف جرم فرآورده های حاصل به ازای مصرف  $352$  گرم

پلی آمید با خلوص  $75\%$  را محاسبه می کنیم:

$$\frac{\text{پلی آمید}}{\text{پلی آمید}} \times \frac{75}{100} \times \frac{1 \text{ mol}}{176 \text{ ng}} = \frac{352 \text{ g}}{\text{اختلاف جرم}} \text{ g}$$

$$\times \frac{120n \text{ g}}{\text{اختلاف جرم}} = 18 \text{ g}$$

(شیمی یازدهم، صفحه ۱۱۷)

۸۶. گزینه ۴ صحیح است.

هوای خشک و پاک مخلوطی از گازهای گوناگون است که به طور

یکنواخت در هواکره پخش شده اند.

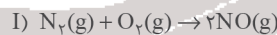
(شیمی دوازدهم، صفحه های ۹۰ تا ۹۲)

۸۷. گزینه ۱ صحیح است.

عبارت های (ب) و (پ) نادرست است.

بررسی عبارت های نادرست:

(ب) معادله واکنش های انجام شده به صورت زیر است:



برای تولید یک مول گاز آلاینده، در واکنش (I)،  $50\%$  مول و در

واکنش (II)، یک مول گاز اکسیژن مصرف می شود.

(پ) در آلاینده های خروجی از آگزوز خودروها، جرم CO نسبت به

$C_xH_y$  بیشتر است.

(شیمی دوازدهم، صفحه ۹۲)

۸۸. گزینه ۲ صحیح است.

موارد دوم و سوم صحیح هستند.

بررسی موارد نادرست:

مورد اول: آلاینده های هوا اغلب بی رنگ هستند.

مورد چهارم: پرتوهای فرابنفش نیز همانند پرتوهای مرئی و فروسرخ با

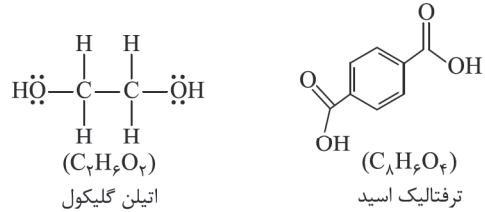
ماده بر هم کنش دارند.

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۹۲ تا ۹۴)



بررسی بقیه گزینه‌ها:

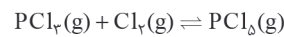
بطری آب از پلیمری به نام پلی اتیلن ترفتالات (PET) ساخته می‌شود. مونومرهای سازنده این پلیمر، یک اسید دو عاملی (ترفتالیک اسید) و یک الکل دو عاملی (اتیلن گلیکول) است.



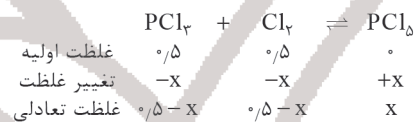
(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۱۳ و ۱۱۴)

۹۵. گزینه ۳ صحیح است.

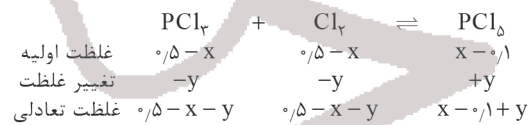
معادله واکنش تعادلی انجام شده به صورت زیر است:



غلظت اولیه هر یک از واکنش دهنده‌ها برابر  $0.5 \text{ mol L}^{-1}$  بوده و جدول تغییر غلظت به شکل زیر است:



با خارج کردن یک مول از فرآورده تولیدی، غلظت آن  $x - 0.1$  مولار شده و تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود:



$$[\text{PCl}_6]_{\text{تعادلی}} = 0.2 \text{ mol L}^{-1} \Rightarrow x - 0.1 + y = 0.2 \text{ mol L}^{-1} \Rightarrow x + y = 0.3$$

$$[\text{Cl}_2]_{\text{تعادلی}} = [\text{PCl}_5]_{\text{تعادلی}} = 0.5 - (x + y) = 0.2 \text{ mol L}^{-1}$$

$$K = \frac{[\text{PCl}_6]}{[\text{PCl}_5][\text{Cl}_2]} = \frac{0.2}{(0.2)(0.2)} = 5 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۰۲ و ۱۰۳)