

دفترچه شماره ۱

آزمون شماره ۱۸

جمعه ۱۴۰۲/۰۱/۱۸



آزمون‌های سراسر کاج

گزینه درستی را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

سوالات آزمون

پایه یازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد کل سؤالات: ۸۰	مدت پاسخگویی: ۱۰۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف
	از	تا			
۴۵ دقیقه	۱۰	۱	۱۰	حسابان ۱	۱ ریاضیات
	۲۰	۱۱	۱۰	آمار و احتمال	
	۳۰	۲۱	۱۰	هندسه ۲	
۳۰ دقیقه	۵۵	۳۱	۲۵	فیزیک ۲	۲
۲۵ دقیقه	۸۰	۵۶	۲۵	شیمی ۲	۳



حسابان (۱)

۱- حاصل عبارت $\frac{\sin(1125^\circ)\sin(174^\circ) + \cos(1215^\circ)\cos(312^\circ)}{\cos(4035^\circ)}$ کدام است؟

- (۱) $-\cot 15^\circ$ (۲) $\cot 15^\circ$ (۳) ۱ (۴) -1

۲- اگر $k = \frac{\sqrt{1+\sin 4^\circ}}{\sin 5^\circ}$ باشد، حاصل $\tan 25^\circ$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{\sqrt{4k^2 - 2}}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{4k^2 - 2}}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{4k^2 + 2}}$ (۴) $\frac{2}{\sqrt{4k^2 + 2}}$

۳- حاصل عبارت $(1 - \tan 10^\circ \times \tan 20^\circ) + \tan(114^\circ)(\tan 10^\circ - \tan 20^\circ)$ کدام است؟ (واحدها درجه‌اند).

- (۱) $2\sqrt{3}\tan 10^\circ$ (۲) $4\sqrt{3}\tan 10^\circ$ (۳) $2\sqrt{3}\tan 20^\circ$ (۴) $4\sqrt{3}\tan 20^\circ$

۴- اگر $\sin x + \cos x = \frac{1}{3}$ باشد، حاصل $\frac{1 + \tan x}{1 - \tan x}$ کدام است؟ $(0 < x < \frac{\pi}{4})$

- (۱) $\frac{2}{\sqrt{17}}$ (۲) $\frac{5}{\sqrt{17}}$ (۳) $\frac{6}{\sqrt{17}}$ (۴) $\frac{1}{\sqrt{17}}$

۵- اگر $\tan x + \cot x = 3$ آن‌گاه حاصل $\tan 2x$ کدام است؟ $(0 < x < \frac{\pi}{4})$

- (۱) $2\sqrt{5}$ (۲) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (۳) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ (۴) $\sqrt{5}$

۶- از رابطه $1 = \cos(x + \frac{\pi}{12}) + \sin(\frac{5\pi}{12} - x)$ حاصل $\cos(x + \frac{\pi}{12})$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) ۱ (۴) صفر

۷- بین دو عدد ۳ و ۳۶، ده عدد را طوری قرار داده‌ایم که تشکیل دنباله حسابی دهند. مجموع این ۱۰ عدد چقدر از قدرنسبت دنباله بیشتر است؟

- (۱) ۱۸۵ (۲) ۱۹۰ (۳) ۱۹۵ (۴) ۱۹۲

۸- اگر برد تابع $f(x) = \log_p(x - 5[\frac{x}{5}])$ برابر $(-\infty, a)$ باشد، آن‌گاه حاصل $10 - \log_p a$ کدام است؟

- (۱) -1 (۲) ۱ (۳) -2 (۴) ۲

۹- اگر $f(x) = \sqrt{x + \frac{1}{4}}$ و $g(x) = x - \sqrt{x}$ باشد، برد تابع $f(g(x))$ کدام گزینه است؟

- (۱) $[\frac{1}{4}, +\infty)$ (۲) $(\frac{1}{4}, +\infty)$ (۳) \mathbb{R} (۴) $[0, +\infty)$

۱۰- معادله $x + \frac{1}{x} - |k-1| = 0$ به‌ازای کدام مجموعه مقادیر k دارای دو جواب است؟

- (۱) $\mathbb{R} - [-1, 3]$ (۲) $\mathbb{R} - (-1, 3)$ (۳) $\mathbb{R} - [-2, 2]$ (۴) $\mathbb{R} - (-2, 2)$

محل انجام محاسبات



آمار و احتمال

۱۱- در مرحله نهایی مسابقات تیراندازی سه نفر به نام‌های A، B و C حضور دارند که احتمال برد A دو برابر احتمال برد B و احتمال برد B سه برابر احتمال برد C است. اگر در این مسابقات فقط یک نفر برنده شود، احتمال برد B کدام است؟

(۱) $\frac{3}{10}$ (۲) $\frac{6}{10}$ (۳) $\frac{1}{10}$ (۴) $\frac{5}{10}$

۱۲- اگر برای دو پیشامد A و B داشته باشیم $P(A) = \frac{1}{5}$ و $P(B|A) = \frac{1}{3}$ و $P(A|B') = \frac{1}{4}$ ، مقدار $P(B)$ کدام است؟

(۱) $\frac{14}{15}$ (۲) $\frac{3}{15}$ (۳) $\frac{11}{15}$ (۴) $\frac{12}{15}$

۱۳- تاس سالمی را دو بار پرتاب می‌کنیم. اگر حاصل جمع اعداد رو شده در این ۲ پرتاب کم‌تر از ۷ باشد، با چه احتمالی ضرب آن‌ها بیشتر از ۷ است؟

(۱) ۲۰٪ (۲) ۳۰٪ (۳) ۴۵٪ (۴) ۴۰٪

۱۴- در یک ظرف ۱۰ تخم‌مرغ قرار دارد که ۴ تای آن‌ها فاسد شده‌اند. به تصادف و متوالیاً این تخم‌مرغ‌ها را از ظرف خارج کرده و تاریخ روی آن‌ها را بررسی می‌کنیم تا اولین تخم‌مرغ فاسد پیدا شود. با چه احتمالی اولین تخم‌مرغ فاسد سومین تخم‌مرغی است که برمی‌داریم؟

(۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{3}{7}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۱۵- تعداد افزاینده روی مجموعه اعداد فرد کوچک‌تر از ۱۰ به طوری که اعداد اول یک رقمی همواره در یک مجموعه باشند، کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۱۵ (۴) ۵۲

۱۶- مجموعه $P(P(P(P(\emptyset))))$ دارای چند زیر مجموعه محض است؟

(۱) $2^4 - 1$ (۲) $2^8 - 1$ (۳) $2^{16} - 1$ (۴) $2^{12} - 1$

۱۷- اگر $A_n = [-\frac{1}{n}, \frac{4-n}{n}]$ باشد، مساحت ناحیه حاصل $A_4 \times A_7$ کدام است؟

(۱) $\frac{3}{8}$ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{4}{5}$

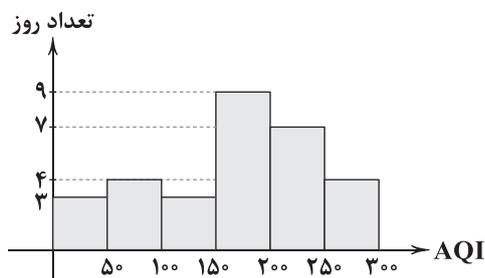
۱۸- اگر ارزش $p \Leftrightarrow q$ درست باشد، ارزش چند گزاره زیر همواره درست است؟

(الف) $(q \Rightarrow p) \vee \sim p$ (ب) $(p \vee q) \vee \sim q$ (ج) $\sim(p \wedge q)$

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) ۲

۱۹- نمودار وضعیت آلودگی شهر تهران با شاخص کیفیت هوا (AQI) به صورت زیر، در ۳۰ روز از یک ماه رسم شده است. چند درصد روزهای این ماه سالم یا پاک بوده است؟

وضعیت	AQI
پاک	۰ - ۵۰
سالم	۵۰ - ۱۰۰
ناسالم برای گروه خاص	۱۰۰ - ۱۵۰
ناسالم	۱۵۰ - ۲۰۰
بسیار ناسالم	۲۰۰ - ۲۵۰
خطرناک	۲۵۰ - ۳۰۰



(۱) ۲۳٪

(۲) ۳۰٪

(۳) ۵۰٪

(۴) ۴۰٪

محل انجام محاسبات

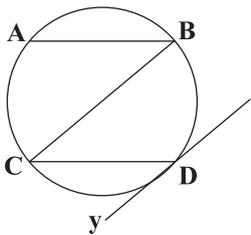


۲۰- کدام گزینه به طور کامل بیانگر داده‌های کمی گسسته است؟

- (۱) نوع آلودگی هوا - میزان آب ذخیره شده در پشت سد
(۲) گروه خونی افراد - کیفیت میوه‌ها در میدان تره‌بار
(۳) تعداد پاسخ‌های درست و غلط و نژده در درس آمار برای یک دانش‌آموز - تعداد متولدین ماه فروردین در یک کلاس
(۴) مراحل رشد - تعداد فرزندان

هندسه (۲)

۲۱- در شکل زیر وتر AB برابر شعاع دایره، مماس Dy موازی BC و $AB \parallel DC$ است. اندازه زاویه CDy کدام است؟

(۱) 40° (۲) 50° (۳) 60° (۴) 70°

۲۲- طول مماس مشترک خارجی دو دایره به شعاع‌های ۴ و ۶ برابر $2\sqrt{35}$ است. کم‌ترین فاصله نقاط این دو دایره از یکدیگر کدام است؟

(۴) $3/5$ (۳) $2/5$

(۲) ۲

(۱) ۱

۲۳- اندازه مماس مشترک‌های داخلی و خارجی دو دایره متخارج به ترتیب ۷ و ۱۱ است. حاصل ضرب شعاع‌های دو دایره کدام است؟

(۴) ۲۰

(۳) ۱۸

(۲) ۱۶

(۱) ۱۴

۲۴- اندازه شعاع دایره محاطی خارجی مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a واحد کدام است؟

(۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ (۳) $4\sqrt{3}a$ (۲) $2\sqrt{3}a$ (۱) $\sqrt{3}a$

۲۵- اگر r_a, r_b, r_c شعاع‌های سه دایره محاطی خارجی مثلث و h_a, h_b, h_c اندازه‌های سه ارتفاع باشند، حاصل $\frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} - \frac{1}{h_a}$ کدام است؟

(۴) $\frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c}$ (۳) $\frac{1}{r_a}$ (۲) $r_c + r_b$ (۱) r_a

۲۶- یک دوزنقه هم محیطی و هم محاطی است. اگر قاعده‌های این دوزنقه برابر ۶ و ۱۰ باشند، مساحت دوزنقه کدام است؟

(۴) $6\sqrt{15}$ (۳) $8\sqrt{15}$ (۲) $16\sqrt{15}$ (۱) $15\sqrt{16}$

۲۷- تحت یک بازتاب نسبت به خط، نقطه $(1, -2)$ روی نقطه $(5, 2)$ تصویر می‌شود. تصویر کدام نقطه تحت این بازتاب نقطه $(4, 3)$ است؟

(۴) $(-1, 0)$ (۳) $(1, 0)$ (۲) $(0, -1)$ (۱) $(0, 1)$

۲۸- مثلث ABC با رئوس $(7, 1)$ ، $(5, 3)$ و $(1, -1)$ مفروض می‌باشد. تصویر این مثلث را تحت تجانس به مرکز مبدأ مختصات و ضریب

تجانس $\sqrt{3}$ یافته و سپس مجانس تصویر را در تجانس با نسبت $k = 3$ می‌یابیم، شکل حاصل دارای چه مساحتی است؟

(۴) ۲۱۶

(۳) $27\sqrt{3}$ (۲) $24\sqrt{3}$ (۱) $\sqrt{2}$

محل انجام محاسبات



۲۹- دو نقطه $A \left(\frac{4}{2} \right)$ و $B \left(\frac{2}{5} \right)$ در دستگاه مختصات مفروضند. اگر بخواهیم از B به نقطه دلخواه روی محور y و سپس به نقطه دلخواه روی محور

x ها و سرانجام به نقطه A برویم، طول کوتاه‌ترین مسیر کدام است؟

۱۳ (۴)

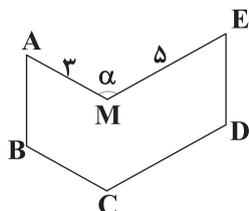
۱۱ (۳)

$\sqrt{۸۵}$ (۲)

$\sqrt{۸۰}$ (۱)

۳۰- یک زمین کشاورزی به صورت شکل زیر را حصار کشیده‌ایم. می‌خواهیم با ثابت نگاه‌داشتن محیط و تعداد اضلاع این زمین، مساحت آن را

افزایش دهیم. میزان افزایش مساحت زمین برابر کدام گزینه است؟ $(\cos \alpha = -\frac{3}{5})$



۸ (۱)

۱۰ (۲)

۱۲ (۳)

۱۴ (۴)



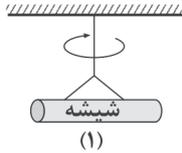
سایت کنکور



DriQ.com

فیزیک

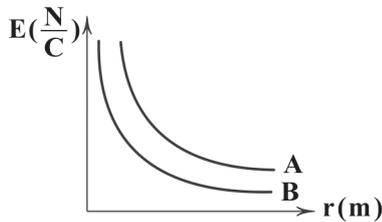
۳۱- در شکل زیر، میله شیشه‌ای که با پارچه ابریشمی مالش داده شده است، از نخ آویزان است. اگر میله (۲) را به آن نزدیک کنیم، نخ در جهت



نشان داده شده می‌چرخد. کدام گزینه در ارتباط با میله (۲) درست است؟

- (۱) میله (۲) می‌تواند از جنس پلاستیک باشد که با پارچه پشمی مالش داده شده است.
- (۲) بار میله (۲) می‌تواند منفی باشد.
- (۳) بار میله (۲) می‌تواند مثبت باشد.
- (۴) بار میله (۲) قطعاً مخالف بار میله شیشه‌ای است.

۳۲- نمودار بزرگی میدان الکتریکی حاصل از هر یک از بارهای A و B برحسب فاصله از آن‌ها مطابق شکل زیر است. با توجه به نمودار کدام



گزینه درست است؟

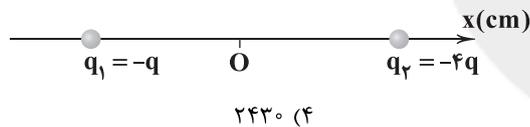
- (۱) $|q_A| > |q_B|$
- (۲) $|q_A| < |q_B|$
- (۳) $|q_A| = |q_B|$

(۴) در خصوص مقدار q_A و q_B نمی‌توان اظهار نظر قطعی کرد.

۳۳- شکل زیر دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 را نشان می‌دهد که هر کدام از آن‌ها در فاصله ۲۰ سانتی‌متری در دو طرف از مبدأ مختصات

(نقطه O) روی محور x ثابت شده‌اند. در نقطه B روی این محور، برابند میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار الکتریکی q_1 و q_2 صفر است.

اگر بار الکتریکی $q_2 = 40 \mu C$ را در نقطه B قرار دهیم، اندازه نیرویی که بار q_1 به بار q_2 وارد می‌کند، چند نیوتون است؟



$$(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}, q = 20 \mu C)$$

(۴) ۲۴۳۰

(۳) ۱۶۲۰

(۲) ۸۱۰

(۱) ۴۰۵

۳۴- در شکل زیر، اگر از نقطه A به نقطه B برویم، در مورد بزرگی برابند میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار کدام گزینه درست است؟



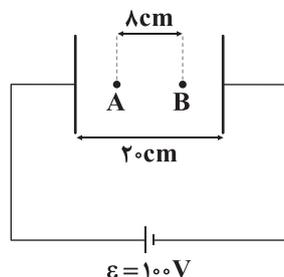
(۱) میدان افزایش می‌یابد.

(۲) میدان ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

(۳) میدان کاهش می‌یابد.

(۴) میدان ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

۳۵- در شکل زیر، صفحات خازن تختی به اختلاف پتانسیل الکتریکی ۱۰۰V وصل هستند. با انتقال بار الکتریکی $q = -4 \mu C$ از نقطه A تا



نقطه B کدام گزینه اتفاق می‌افتد؟

(۱) انرژی پتانسیل الکتریکی بار $2 mJ$ افزایش می‌یابد.

(۲) انرژی پتانسیل الکتریکی بار $12 mJ$ افزایش می‌یابد.

(۳) پتانسیل الکتریکی نقاط میدان $20 V$ کاهش می‌یابد.

(۴) پتانسیل الکتریکی نقاط میدان $40 V$ کاهش می‌یابد.

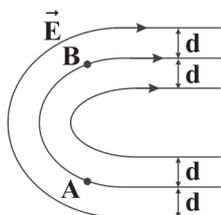
محل انجام محاسبات



۳۶- دو سر خازن تختی با ظرفیت $20 \mu\text{F}$ را که دی‌الکتریک آن هوا است به دو سر یک باتری با اختلاف پتانسیل الکتریکی V وصل می‌کنیم و انرژی ذخیره شده در آن U می‌شود. اگر در حالتی که خازن به باتری وصل است، فاصله بین دو صفحه آن را ۳ برابر کنیم، انرژی آن U' می‌شود و اگر همان خازن اولیه را از باتری جدا کرده و سپس فاصله بین صفحه‌های آن را ۳ برابر کنیم، انرژی آن U'' می‌شود. اگر $U'' - U' = 16 \text{ mJ}$ باشد، U چند میلی‌ژول است؟

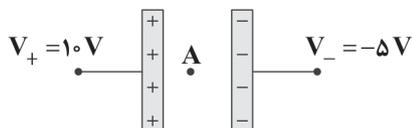
- (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۶

۳۷- در شکل زیر، خطوط میدان الکتریکی در فاصله مساوی از هم قرار دارند. کدام گزینه درست است؟



- (۱) این میدان، یک میدان الکتریکی یکنواخت است.
(۲) پتانسیل الکتریکی نقطه B بیشتر از نقطه A است.
(۳) پتانسیل الکتریکی نقطه B برابر نقطه A است.
(۴) پتانسیل الکتریکی نقطه B کم‌تر از نقطه A است.

۳۸- در شکل زیر، فاصله بین دو صفحه رسانای موازی، ۳ سانتی‌متر است. اگر پتانسیل الکتریکی نقطه A، ۳ ولت باشد، فاصله نقطه A از صفحه منفی چند سانتی‌متر است؟



- (۱) ۰/۰۸ (۲) ۰/۱۶ (۳) ۰/۸ (۴) ۱/۶

۳۹- یک خازن شارژ شده را از مدار جدا می‌کنیم و فاصله بین صفحات را کاهش و مساحت صفحات آن را افزایش می‌دهیم. چه تعداد از عبارات‌های زیر در ارتباط با این خازن درست است؟

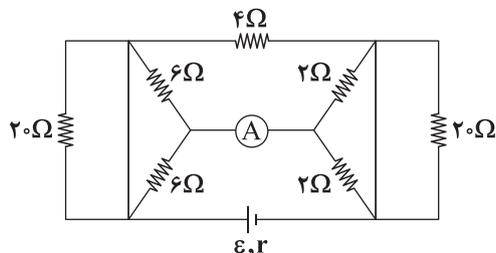
- (الف) بار الکتریکی ذخیره شده بر روی خازن، ثابت است.
(ب) انرژی ذخیره شده در خازن کاهش می‌یابد.
(ج) اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازن کاهش می‌یابد.
(د) ظرفیت خازن، ثابت می‌ماند.

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۴۰- سیم‌های فلزی A، B، C قطر یکسان دارند و به ترتیب از راست به چپ مقاومت ویژه و طول آن‌ها $(\rho, 2L)$ ، $(\rho, 3L)$ و (ρ, L) می‌باشد، کدام رابطه بین مقاومت سیم‌ها (R) درست است؟

- (۱) $R_A = \frac{1}{3}R_B$ ، $R_B = \frac{1}{3}R_C$
(۲) $R_A = R_C$ ، $R_B = 3R_C$
(۳) $R_A = 3R_B$ ، $R_A = \frac{1}{3}R_C$
(۴) $R_A = 3R_B$ ، $R_B = 3R_C$

۴۱- در مدار شکل زیر، انرژی مصرفی مقاومت ۴ اهمی در مدت ۱۰۰ ساعت برابر با ۰/۴ کیلووات ساعت می‌باشد. عدد آمپرسنج برابر چند آمپر است؟

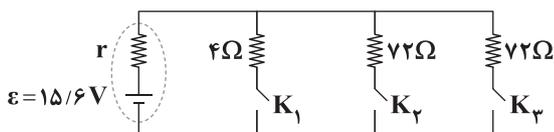


- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۰/۵ (۴) ۴

محل انجام محاسبات



۴۲- در مدار زیر، اگر فقط کلید K_1 را ببندیم و یا اگر فقط کلیدهای K_2 و K_3 را هم‌زمان ببندیم، توان خروجی از باتری، یکسان است. اگر هر



سه کلید را با هم ببندیم، ولتاژ دو سر باتری چند ولت می‌شود؟

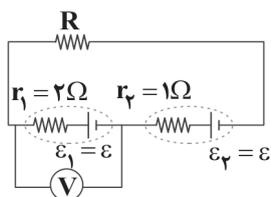
(۱) ۷/۲

(۲) ۳/۶

(۳) ۴/۸

(۴) ۹/۶

۴۳- در مدار شکل زیر، ولت‌سنج آرمانی عدد صفر را نشان می‌دهد، مقاومت R چند اهم است؟



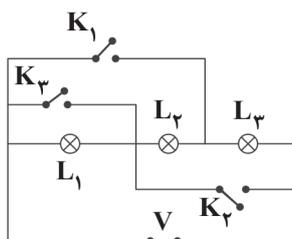
(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

۴۴- مطابق شکل زیر، سه لامپ مشابه به اختلاف پتانسیل الکتریکی ثابت V متصل شده‌اند و هر سه لامپ، روشن هستند. با بستن کدام‌یک از



کلیدها هر سه لامپ خاموش می‌شوند؟ (لامپ‌ها نمی‌سوزند).

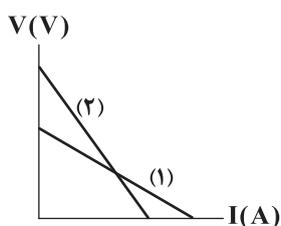
(۱) K_2 و K_3

(۲) K_2 و K_1

(۳) K_2 و K_1

(۴) فقط K_2

۴۵- نمودار اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری‌های (۱) و (۲) برحسب جریان عبوری از آنها، مطابق شکل زیر است. مقاومت درونی باتری



(از مقاومت درونی باتری (۲) و نیروی محرکه باتری (۲) از نیروی محرکه باتری (۱) است.

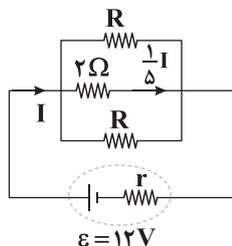
(۱) کوچک‌تر - بزرگ‌تر

(۲) بزرگ‌تر - بزرگ‌تر

(۳) کوچک‌تر - کوچک‌تر

(۴) بزرگ‌تر - کوچک‌تر

۴۶- در مدار شکل زیر، اگر اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری $4V$ باشد، جریان گذرنده از مقاومت R چند آمپر است؟



(۱) ۱۰

(۲) ۸

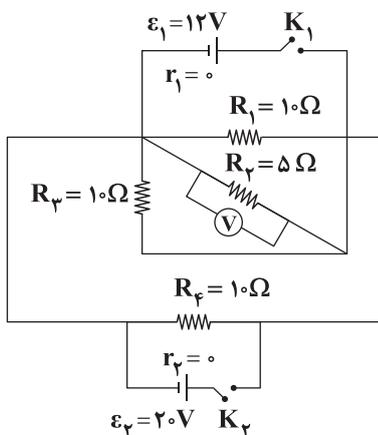
(۳) ۲

(۴) ۴

محل انجام محاسبات



۴۷- در مدار شکل زیر، اگر کلید K_1 بسته و کلید K_2 باز باشد، ولت‌سنج V را نشان می‌دهد و در صورتی که کلید K_2 بسته و کلید K_1 باز باشد، ولت‌سنج V' را نشان می‌دهد. حاصل $\frac{V}{V'}$ برابر کدام گزینه است؟ (ولت‌سنج را آرمانی در نظر بگیرید).



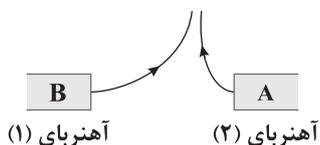
$$\frac{10}{3} \quad (1)$$

$$\frac{3}{10} \quad (2)$$

$$\frac{3}{5} \quad (3)$$

$$\frac{5}{3} \quad (4)$$

۴۸- در شکل زیر A و B قطب‌های دو آهنربای میله‌ای هستند. A و B قطب‌های هستند و آهنربای (۱) از آهنربای (۲) است.



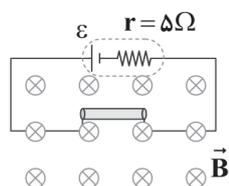
(۲) همانم - ضعیف‌تر

(۱) همانم - قوی‌تر

(۴) ناهمنام - ضعیف‌تر

(۳) ناهمنام - قوی‌تر

۴۹- مانند شکل زیر، یک میلهٔ رسانا به طول 40 cm و جرم 40 g بر روی دو پایهٔ رسانا به صورت آزاد در یک میدان مغناطیسی یکنواخت به بزرگی 0.05 T قرار گرفته است. اگر مقاومت الکتریکی این میلهٔ رسانا $10\ \Omega$ باشد، بیشترین نیروی محرکه‌ای که باتری می‌تواند بدون قطع شدن جریان داشته باشد، چند ولت است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



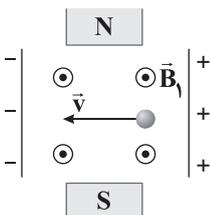
$$60 \quad (2)$$

$$30 \quad (1)$$

$$600 \quad (4)$$

$$300 \quad (3)$$

۵۰- در شکل زیر، بزرگی میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B}_1 برابر 6 G ، بزرگی میدان مغناطیسی بین دو قطب آهنربا برابر 10 G و بزرگی میدان الکتریکی بین دو صفحهٔ باردار موازی برابر $800 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ است. اگر بار الکتریکی $q = -4\ \mu\text{C}$ با تندی $2 \times 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ در جهت نشان داده‌شده حرکت کند، اندازهٔ نیروی خالص وارد بر آن میلی‌نیوتون است؟ (از وزن بار و نیروهای اتلافی صرف نظر شود).



$$1/6\sqrt{13} \quad (2)$$

$$1/6\sqrt{38} \quad (1)$$

$$4/8 \quad (4)$$

$$3/2 \quad (3)$$

۵۱- سیمی حامل جریان الکتریکی 3 A عمود بر میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B} = \alpha\vec{i} + 12\vec{j}$ در دستگاه SI قرار گرفته است و نیرویی به بزرگی 45 N از طرف میدان به هر متر از آن وارد می‌شود. اگر ذره‌ای با بار الکتریکی $-2\ \mu\text{C}$ با سرعت $\vec{v} = 10^3\vec{j}$ در دستگاه SI وارد این میدان مغناطیسی شود، بزرگی نیروی مغناطیسی واردشده به آن از طرف میدان چند میلی‌نیوتون است؟ (از نیروی وزن سیم و ذره صرف نظر کنید).

$$30 \quad (4)$$

$$18 \quad (3)$$

$$24 \quad (2)$$

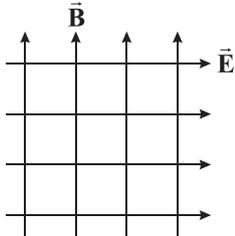
$$12 \quad (1)$$

محل انجام محاسبات



۵۲- در شکل زیر، میدان الکتریکی \vec{E} به بزرگی $20000 \frac{V}{m}$ و میدان مغناطیسی \vec{B} به بزرگی $500 G$ نشان داده شده‌اند. اگر یک ذره آلفا با تندی $3 \times 10^5 \frac{m}{s}$ در خلاف جهت میدان الکتریکی پرتاب شود، اندازه شتاب آن چند برابر حالتی است که این ذره با همان تندی در خلاف جهت میدان مغناطیسی پرتاب شود؟

($e = 1.6 \times 10^{-19} C$ ، α از جنس هسته اتم هلیم است، یعنی از دو پروتون و دو نوترون تشکیل شده است، جرم ذره آلفا برابر 6.4×10^{-27}) فرض شود و از وزن آن صرف نظر کنید.



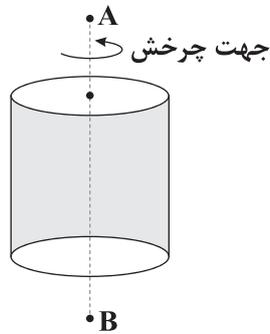
۱/۲۵ (۱)

۰/۸ (۲)

۱/۲ (۳)

۱ (۴)

۵۳- مطابق شکل زیر، یک استوانه فلزی که دارای بار الکتریکی مثبت است، با تندی ثابت حول محور خود می‌چرخد. کدام گزینه در این باره صحیح است؟



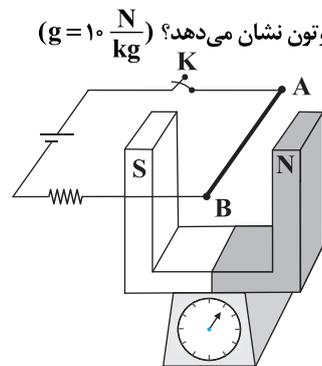
(۱) جهت میدان مغناطیسی در نقطه A به سمت پایین است.

(۲) در نقطه B میدان مغناطیسی ایجاد نمی‌شود.

(۳) هر چه تندی چرخش استوانه بیشتر باشد، شدت میدان مغناطیسی در نقطه A بیشتر می‌شود.

(۴) جهت میدان مغناطیسی در A به سمت چپ است.

۵۴- در شکل زیر، یک آهن‌ربا به جرم 500 گرم روی یک ترازو قرار گرفته است و بزرگی میدان مغناطیسی بین دو قطب آن برابر 0.1 تسلا است. اگر با وصل کردن کلید K، در سیم AB به طول 2 متر، جریان 5 آمپر ایجاد شود، در این حالت ترازو چه عددی را برحسب نیوتون نشان می‌دهد؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)



۴ (۱)

۵ (۲)

۶ (۳)

۶/۵ (۴)

۵۵- از سیمی به طول یک متر حلقه‌ای ساخته‌ایم و از آن جریان $3 A$ عبور می‌دهیم. اگر بار الکتریکی $q = 5 \mu C$ با تندی $6 \times 10^4 \frac{m}{s}$ از مرکز حلقه و عمود بر خطوط میدان مغناطیسی حاصل از جریان حلقه عبور کند، اندازه نیروی وارد بر آن از طرف میدان حلقه چند میلی‌نیوتون

است؟ ($\pi^2 = 10$)، $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$ ۶ $\times 10^{-4}$ (۴)۳۶ $\times 10^{-4}$ (۳)۶ $\times 10^{-7}$ (۲)۳۶ $\times 10^{-7}$ (۱)

محل انجام محاسبات



۵۶- در دوره سوم جدول تناوبی، شمار عنصرهای گازی شکل، شمار عنصرهای با سطح صیقلی و براق و شمار عنصرهایی که جریان الکتریکی را از خود عبور می‌دهند در کدام گزینه به درستی آمده است؟ (گزینه‌ها را به ترتیب از راست به چپ بخوانید.)

(۱) ۳، ۴، ۱ (۲) ۴، ۴، ۲ (۳) ۳، ۳، ۱ (۴) ۴، ۳، ۲

۵۷- هر کدام از عنصرهای زیر متعلق به دوره سوم جدول تناوبی هستند. مقایسه شعاع اتمی آن‌ها به کدام صورت درست است؟

A: جامدی زردرنگ است که نمونه‌هایی از آن به حالت آزاد در طبیعت یافت شده است.

X: جامدی شکننده است که رسانای گرما به شمار می‌رود.

D: جامدی است که از آن در ساخت لوازم آشپزخانه استفاده می‌شود.

(۱) $D < X < A$ (۲) $X < D < A$ (۳) $A < X < D$ (۴) $A < D < X$

۵۸- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

• بازده درصدی یک واکنش، کمیتی است که کارآیی آن واکنش را نشان می‌دهد.

• بازده واکنش‌هایی که برگشت پذیرند و به طور کامل انجام نمی‌شوند، کم‌تر از ۱۰۰ درصد است.

• ممکن است یک واکنش با واکنش‌دهنده‌های خالص به طور کامل انجام شود و بازده آن کم‌تر از ۱۰۰ درصد باشد.

• اگر درصد خلوص ماده‌ای در یک نمونه ناخالص برابر ۲۵ باشد، معنی آن این است که جرم ناخالصی‌های آن، ۳ برابر جرم ماده خالص است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۵۹- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با عنصر بیست و پنجم جدول دوره‌ای درست است؟

• در دما و فشار اتاق به حالت جامد یافت می‌شود.

• جزو فلزهای واسطه بوده و آرایش الکترونی اتم آن همانند عنصر بیستم جدول به $4s^2$ ختم می‌شود.

• از نظر شمار الکترون‌های با $I=2$ در جدول تناوبی منحصر به فرد است.

• مجموع شماره گروه و دوره آن با مجموع شماره دوره و گروه عنصر چهل و دوم جدول برابر است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶۰- برای تهیه $14/6$ گرم گاز هیدروژن کلرید به چند گرم SO_2Cl_2 ناخالص با خلوص 80% نیاز است؟ (بازده واکنش 75% است.)

($Cl=35/5, O=16, H=1, S=32: g.mol^{-1}$)

(موازنه شود) $SO_2Cl_2 + HI \rightarrow H_2S + H_2O + HCl + I_2$

(۱) $11/25$ (۲) $22/5$ (۳) ۴۵ (۴) ۹۰

محل انجام محاسبات



۶۸- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) یکی از مشکلات زغال سنگ، شرایط دشوار استخراج آن است و جایگزینی نفت با آن، موجب تشدید اثر گلخانه‌ای می‌شود.
 (۲) برای تولید سوخت هواپیما، نفت برنت دریای شمال و نفت سبک کشورهای عربی به یک میزان اهمیت و کارایی دارند.
 (۳) نقطه جوش ۱، ۲- دی‌برمو اتان بالاتر از نقطه جوش بوتان است.
 (۴) شمار اتم‌های کربن می‌تواند رفتار هیدروکربن‌ها را از نظر نوع نیروی بین مولکولی، نقطه جوش و ... تغییر دهد.

۶۹- چه تعداد از موارد پیشنهادشده جمله زیر را به درستی کامل می‌کنند؟ ($C=12, H=1; \text{g.mol}^{-1}$)

«امکان ندارد جرم مولی یک و یک با هم برابر باشد.»

- | | | | |
|----------------|----------------|-----------------|------------------------------|
| • آلکان - آلکن | • آلکن - آلکین | • آلکان - آلکین | • آلکان - هیدروکربن آروماتیک |
| ۱ (۱) | ۲ (۲) | ۳ (۳) | ۴ (۴) |

۷۰- ۲ ساعت پس از تخمیر بی‌هوازی گلوکز، مقداری الکل تولید می‌شود که بر اثر سوختن کامل (با بازده ۸۰٪) در مجموع ۱۷/۰۴ گرم فرآورده تولید می‌کند.

سرعت متوسط تولید فرآورده گازی شکل واکنش تخمیر بی‌هوازی چند مول بر دقیقه است؟ ($C=12, H=1, O=16; \text{g.mol}^{-1}$)

- | | | | |
|-----------------------|-----------------------|--------------------------|-------------------------|
| ۱) 2×10^{-3} | ۲) 4×10^{-3} | ۳) $1/25 \times 10^{-3}$ | ۴) $2/5 \times 10^{-3}$ |
|-----------------------|-----------------------|--------------------------|-------------------------|

۷۱- در با افزایش شمار اتم‌های کربن، اندازه آنتالپی سوختن، و ارزش سوختی می‌یابد.

- | | |
|--------------------------------|-----------------------------|
| (۱) آلکان‌ها - افزایش - افزایش | (۲) آلکن‌ها - افزایش - کاهش |
| (۳) آلکان‌ها - کاهش - کاهش | (۴) آلکن‌ها - کاهش - افزایش |

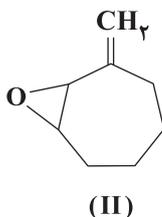
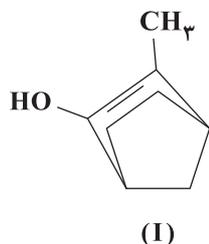
۷۲- کدام عبارت‌های زیر درست است؟

- (آ) گرمای حاصل از سوختن یک مول اتان بیشتر از یک مول اتانول است.
 (ب) گرمای حاصل از سوختن یک گرم اتان بیشتر از یک گرم اتانول است.
 (پ) جرم کربن دی‌اکسید حاصل از سوختن یک مول اتان بیشتر از یک مول اتانول است.
 (ت) جرم کربن دی‌اکسید حاصل از سوختن یک گرم اتان بیشتر از یک گرم اتانول است.
- (۱) «آ»، «ت» (۲) «آ»، «ب» و «ت» (۳) «ب»، «پ» (۴) «آ»، «ب»، «پ»

۷۳- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با ترکیب‌های I و II درست است؟

- با یک‌دیگر ایزومر (همپار) هستند.
- بوی راز یانه به طور عمده وابسته به گروه عاملی اکسیژن‌دار موجود در ساختار (II) است.
- بوی گشنیز به طور عمده وابسته به گروه عاملی اکسیژن‌دار موجود در ساختار (I) است.

• شمار پیوندهای C—H در دو ترکیب با هم برابر است.



- ۱ (۱)
 ۲ (۲)
 ۳ (۳)
 ۴ (۴)

محل انجام محاسبات



۷۴- بر اثر سوختن کامل نمونه‌ای از گاز بنزن به جرم یک گرم و تولید کربن دی‌اکسید و بخار آب، مطابق داده‌های جدول زیر چند کیلوژول گرما

پیوند	C—C	C—H	C=C	O—H	C=O	O=O
$\Delta H(\text{kJ}\cdot\text{mol}^{-1})$	۳۵۰	۴۱۵	۶۲۰	۴۶۵	۸۰۰	۵۰۰

آزاد می‌شود؟ ($\text{C}=12, \text{H}=1: \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$)

۴۱/۵ (۱)

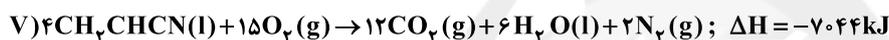
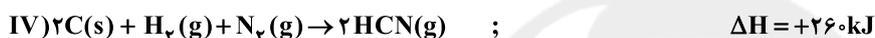
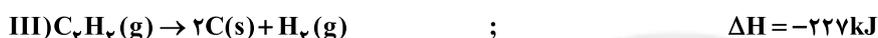
۲۸/۵ (۲)

۴۹/۵ (۳)

۵۶/۵ (۴)

۷۵- از واکنش میان گازهای اتین و هیدروژن سیانید، می‌توان سیانواتن (CH_2CHCN) به حالت مایع تولید کرد. اگر در این واکنش یک مول از

مجموع واکنش دهنده‌ها مصرف شود، چند کیلو ژول گرما آزاد می‌شود؟



۲۰۷ (۴)

۲۱۱ (۳)

۴۲۲ (۲)

۱۰۳/۵ (۱)

۷۶- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

• در خاک باغچه کاتالیزگر مناسبی برای واکنش سوختن قند وجود دارد.

• الیاف آهن داغ و سرخ‌شده در ارلن پر از اکسیژن برخلاف هوای آزاد می‌سوزد.

• فلز قلیایی پتاسیم برخلاف سدیم با آب سرد به شدت واکنش می‌دهد.

• اگر دو قطره محلول KI به محلول هیدروژن پراکسید اضافه کنیم به سرعت تجزیه شده و گاز هیدروژن تولید می‌کند.

۴ (۴)

۳ (۳)

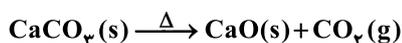
۲ (۲)

۱ (۱)

۷۷- مخلوطی از ترکیب‌های یونی پتاسیم پرمنگنات و کلسیم کربنات به جرم 510g را با گرما تجزیه می‌کنیم و پس از گذشت ۴ دقیقه، جرم مواد

جامد بر جای مانده در ظرف برابر 420g اندازه‌گیری شده است. اگر ۲۰ درصد مخلوط جامد باقیمانده را کلسیم اکسید تشکیل دهد، سرعت

متوسط مصرف پتاسیم پرمنگنات چند مول بر دقیقه است؟ ($\text{K}=39, \text{Mn}=55, \text{Ca}=40, \text{C}=12, \text{O}=16: \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$)



۰/۳۷۵ (۴)

۰/۴۷۵ (۳)

۰/۷۵۰ (۲)

۰/۹۵۰ (۱)

۷۸- در واکنش سوختن کامل آلدهید موجود در بادام، سرعت متوسط مصرف اکسیژن، چند برابر سرعت متوسط تولید بخار آب است؟

$\frac{17}{6}$ (۴)

$\frac{8}{3}$ (۳)

$\frac{33}{14}$ (۲)

۵ (۱)

محل انجام محاسبات



۷۹- کدام یک از مطالب زیر در ارتباط با لیکوپین نادرست است؟

(۱) نوعی هیدروکربن شاخه‌دار است.

(۲) این ترکیب آلی را می‌توان در هندوانه و گوجه‌فرنگی یافت.

(۳) در ساختار آن چهار نوع پیوند کووالانسی وجود دارد.

(۴) مصرف خوراکی‌های محتوی لیکوپین موجب کاهش فعالیت رادیکال‌ها می‌شود.

۸۰- اگر ۲/۲۴ گرم آهن در مدت ۴ دقیقه در ۲ لیتر محلول ۵٪ مولار هیدروکلریک اسید به طور کامل حل شود، سرعت متوسط تولید گاز

هیدروژن با فرض شرایط STP چند میلی‌لیتر بر ساعت است؟ ($\text{Fe} = 56 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

هیدروژن + آهن (II) کلرید → هیدروکلریک اسید + آهن

۴۴۸۰ (۴)

۸۹۶۰ (۳)

۶۷۲۰ (۲)

۱۳۴۴۰ (۱)



دفترچه شماره ۲

آزمون شماره ۱۸

جمعه ۱۴۰۲/۰۱/۱۸



آزمون‌های سراسر کاج

گزینه درسدرا انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

پاسخ‌های تشریحی

پایه یازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۸۰	مدت پاسخگویی: ۱۰۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف
	از	تا			
۴۵ دقیقه	۱۰	۱	۱۰	حسابان ۱	۱ ریاضیات
	۲۰	۱۱	۱۰	آمار و احتمال	
	۳۰	۲۱	۱۰	هندسه ۲	
۳۰ دقیقه	۵۵	۳۱	۲۵	فیزیک ۲	۲
۲۵ دقیقه	۸۰	۵۶	۲۵	شیمی ۲	۳



$$f(g(x)) = \sqrt{(\sqrt{x} - \frac{1}{x})^2} = |\sqrt{x} - \frac{1}{x}|$$

$$D_{f(g(x))} : x \geq 0 \Rightarrow R_{f(x)} = [0, +\infty)$$

۴ ۹

$$|k-1| > 2 \Rightarrow \begin{cases} k-1 > 2 \\ k-1 < -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k > 3 \\ k < -1 \end{cases}$$

۱ ۱۰

۱ ۱۱

$$\begin{cases} P(A) = 2P(B) & P(C) = x \\ P(B) = 2P(C) \Rightarrow P(B) = 2x \\ P(C) = x & P(A) = 6x \end{cases}$$

$$P(A) + P(B) + P(C) = 1$$

$$\Rightarrow 6x + 2x + x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{9} \Rightarrow P(B) = 2 \times \frac{1}{9} = \frac{2}{9}$$

۳ ۱۲

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{P(A \cap B)}{\frac{1}{5}} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{15}$$

$$P(A \cap B') = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{1}{5} - \frac{1}{15} = \frac{2}{15}$$

$$P(A|B') = \frac{P(A \cap B')}{P(B')} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{P(A \cap B')}{P(B')} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{\frac{2}{15}}{P(B')}$$

$$\Rightarrow P(B') = \frac{4}{15} \Rightarrow P(B) = 1 - P(B') = \frac{11}{15}$$

ضرب ۲ عدد روشده بیشتر از ۷ باشد A =

$$\{(2, 4), (4, 2), (2, 5), (5, 2), (2, 6), (6, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 3), (3, 5), (5, 3), (3, 6), (6, 3), (4, 5), (5, 4), (4, 6), (6, 4), (5, 6), (6, 5)\}$$

جمع ۲ عدد روشده کم‌تر از ۷ باشد B =

$$\{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (4, 1), (4, 2), (5, 1)\}$$

$$A \cap B = \{(2, 4), (4, 2), (3, 3)\}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{3}{36}}{\frac{15}{36}} = \frac{3}{15} = 20\%$$

۱ ۱۳

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A) \quad \text{قانون ضرب احتمالات} \quad ۱ \quad ۱۴$$

طبق این قانون باید تخم‌مرغ‌های اول و دوم سالم باشند و سومین تخم‌مرغ فاسد باشد:

$$\frac{6}{10} \times \frac{5}{9} \times \frac{4}{8} = \frac{1}{6}$$

$$۱۰ = \{1, 3, 5, 7, 9\} \quad ۲ \quad ۱۵$$

$$\text{اعداد اول یک‌رقمی} = \{3, 5, 7\}$$

$$\{1, 9, a\} = \text{این اعداد را یک عضو مثل } a \text{ در نظر می‌گیریم}$$

پس با یک مجموعه سه عضوی روبه‌رو هستیم و تعداد افزای روی این مجموعه برابر ۵ حالت خواهد بود.

$$\text{مجموعه } \emptyset \text{ دارای صفر عضو است پس مجموعه توانی آن} \quad ۳ \quad ۱۶$$

یعنی $P(\emptyset)$ دارای ۱ عضو است و $P(P(\emptyset))$ دارای ۲ عضو استو $P(P(P(\emptyset)))$ دارای ۴ عضو است و به همین ترتیب $P(P(P(P(\emptyset))))$ دارای ۱۶ عضو است. حال تعداد زیرمجموعه‌های اینمجموعه ۲^{16} و تعداد زیرمجموعه‌های محض آن $۲^{16} - 1$ می‌باشد.

ریاضیات

$$\frac{\sin(6 \times 18^\circ + 45^\circ) \sin(19 \times 9^\circ + 3^\circ)}{\cos(45 \times 9^\circ - 15^\circ)}$$

۴ ۱

$$+ \frac{\cos(7 \times 18^\circ - 45^\circ) \cos(35 \times 9^\circ - 3^\circ)}{\cos(45 \times 9^\circ - 15^\circ)}$$

$$= \frac{\sin 45^\circ \times (-\cos 3^\circ) + (-\cos 45^\circ) (-\sin 3^\circ)}{\sin 15^\circ}$$

$$= -\frac{\sin(45^\circ - 3^\circ)}{\sin 15^\circ} = -\frac{\sin 15^\circ}{\sin 15^\circ} = -1$$

۲ ۲

$$\frac{\sqrt{1 + \cos 5^\circ}}{\sin 5^\circ} = \frac{\sqrt{2} \cos 2.5^\circ}{2 \sin 2.5^\circ \cos 2.5^\circ} = k \Rightarrow \sin 2.5^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2k}$$

$$\Rightarrow \tan 2.5^\circ = \frac{\sin 2.5^\circ}{\cos 2.5^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2k}}{\sqrt{1 - \frac{2}{4k^2}}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{4k^2 - 2}}$$

$$\tan(1^\circ + 2^\circ) = \frac{\tan 1^\circ + \tan 2^\circ}{1 - \tan 1^\circ \tan 2^\circ}$$

۱ ۳

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\tan 1^\circ + \tan 2^\circ}{1 - \tan 1^\circ \tan 2^\circ}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3}(\tan 1^\circ + \tan 2^\circ) = 1 - \tan 1^\circ \tan 2^\circ$$

$$\sqrt{3}(\tan 1^\circ + \tan 2^\circ) + (\tan 6^\circ)(\tan 1^\circ - \tan 2^\circ) = 2\sqrt{3} \tan 1^\circ$$

۴ ۴

$$\sin x + \cos x = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \sin(x + \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{3\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \cos(x + \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{17}}{3\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{1 + \tan x}{1 - \tan x} = \tan(x + \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{\sqrt{17}}$$

$$\frac{2}{\sin 2x} = 3 \Rightarrow \sin 2x = \frac{2}{3} \Rightarrow \tan 2x = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

۳ ۵

$$x + \frac{\pi}{12} + \frac{5\pi}{12} - x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin(\frac{5\pi}{12} - x) = \cos(x + \frac{\pi}{12})$$

۱ ۶

$$\Rightarrow 2 \cos(x + \frac{\pi}{12}) = 1 \Rightarrow \cos(x + \frac{\pi}{12}) = \frac{1}{2}$$

$$\underbrace{3 \dots \dots \dots 36}_{\text{عدد } 10}$$

۴ ۷

$$\Rightarrow d = \frac{36 - 3}{11} = 3$$

$$S_{\text{عدد } 10} = \frac{10}{2} [6 + 33] = 195 \Rightarrow S - d = 195 - 3 = 192$$

$$f(x) = \log_5 \left(\frac{x}{5} - \left[\frac{x}{5} \right] \right)$$

۱ ۸

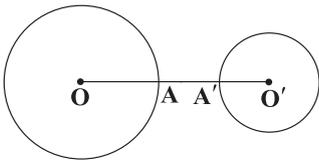
$$0 \leq \frac{x}{5} - \left[\frac{x}{5} \right] < 1 \Rightarrow 0 \leq x - 5 \left[\frac{x}{5} \right] < 5$$

$$R_{f(x)} = (-\infty, \underbrace{\log_5 a}_a)$$

$$\Rightarrow a - \log_5 10 = \log_5 5 - \log_5 10 = \log_5 \frac{5}{10} = -1$$



$$AA' = d - (R + R') = 12 - (6 + 4) = 2$$



$$\text{اندازه مماس مشترک داخلی} = \sqrt{d^2 - (R + R')^2}$$

$$\Rightarrow 2 = \sqrt{d^2 - (R + R')^2}$$

$$\text{اندازه مماس مشترک خارجی} = \sqrt{d^2 - (R - R')^2}$$

$$\Rightarrow 11 = \sqrt{d^2 - (R - R')^2} \Rightarrow \begin{cases} 121 = d^2 - (R - R')^2 \\ 49 = d^2 - (R + R')^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 121 - 49 = d^2 - (R - R')^2 - d^2 + (R + R')^2$$

$$\Rightarrow 72 = -R^2 + 2RR' - R'^2 + R^2 + 2RR' + R'^2$$

$$\Rightarrow 4RR' = 72 \Rightarrow RR' = 18$$

۳ ۲۳

$$\left. \begin{aligned} r_a &= \frac{S}{p-a} \\ r_b &= \frac{S}{p-b} \\ r_c &= \frac{S}{p-c} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{در مثلث متساوی الاضلاع: } p = \frac{3a}{2} \\ \text{مساحت مثلث متساوی الاضلاع: } S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \end{array}$$

$$r_a = r_b = r_c = \frac{S}{p-a} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} a^2}{\frac{3a}{2} - a} = \frac{\sqrt{3}}{2} a \quad \text{چون } a = b = c \text{ است، بنابراین:}$$

۴ ۲۴

۳ ۲۵ نکته: در مثلث ABC همواره داریم:

$$S = \frac{1}{2} a \cdot h_a = \frac{1}{2} b \cdot h_b = \frac{1}{2} c \cdot h_c$$

$$h_a = \frac{2S}{a}, h_b = \frac{2S}{b}, h_c = \frac{2S}{c}$$

بنابراین داریم:

$$\frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} - \frac{1}{h_a} = \frac{1}{\frac{2S}{b}} + \frac{1}{\frac{2S}{c}} - \frac{1}{\frac{2S}{a}} = \frac{b}{2S} + \frac{c}{2S} - \frac{a}{2S} \\ = \frac{b+c+a-2a}{2S} = \frac{2p-2a}{2S} = \frac{p-a}{S} = \frac{1}{r_a}$$

۲ ۲۶ می‌دانید که: مساحت دوزنقه‌ای که هم‌محیطی و هم‌محاطی باشد، برابر است با حاصل ضرب میانگین حسابی دو قاعده آن در میانگین هندسی آن‌ها.

$$10 \text{ و } 6 \text{ میانگین حسابی} = \frac{6+10}{2} = 8$$

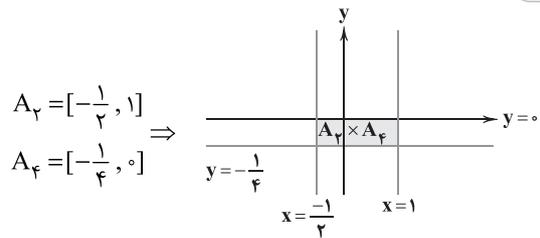
$$10 \text{ و } 6 \text{ میانگین هندسی} = \sqrt{6 \times 10} = 2\sqrt{15}$$

$$\text{مساحت دوزنقه} = 8 \times 2\sqrt{15} = 16\sqrt{15}$$

۴ ۲۷ چون بازتاب تبدیلی ایزومتري است، پس فاصله نقطه (۲، ۵)

از نقطه (۳، ۴) با فاصله نقطه (۱، -۲) از نقطه‌ای که تصویرش (۳، ۴)

است، باید برابر باشد که این موضوع فقط در گزینه (۴) اتفاق می‌افتد.



$$A_p \times A_q = \{(x, y) \mid x \in [-\frac{1}{3}, 1] \wedge y \in [-\frac{1}{4}, 0]\}$$

$$\text{مساحت شکل حاصل} = \frac{3}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$$

۴ ۱۸ زمانی که $p \Leftrightarrow q$ ارزشی درست داشته باشد بدین معنی است که گزاره‌های p و q هر دو درست یا هر دو نادرست هستند:

$$\text{حالت اول: بررسی (الف)} \quad p, q \equiv T: (T \Rightarrow T) \vee \sim(T) \equiv T$$

$$\text{حالت دوم: } p, q \equiv F: (F \Rightarrow F) \vee \sim(F) \equiv T$$

\Rightarrow همواره درست است.

$$\text{حالت اول: بررسی (ب)} \quad p, q \equiv T: (T \vee T) \vee \sim T \equiv T$$

$$\text{حالت دوم: } p, q \equiv F: (F \vee F) \vee \sim F \equiv T$$

\Rightarrow همواره درست است.

$$\text{حالت اول: بررسی (ج)} \quad p, q \equiv T: \sim(T \wedge T) \equiv F$$

پس مورد (الف) و (ب) همواره درست است.

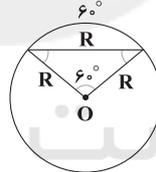
۱ ۱۹

$$4 = \text{تعداد روزهای سالم} \Rightarrow \text{درصد روزهای سالم یا پاک} = \frac{4}{3} = \frac{4}{3} \times 100\% = 133.\bar{3}\%$$

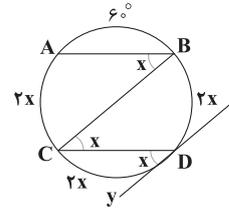
$$3 = \text{تعداد روزهای پاک}$$

۳ ۲۰

۲ ۲۱ نکته: اگر اندازه وترى از دایره برابر شعاع باشد، آن‌گاه کمان محصور به آن وتر برابر 60° است.



فرض می‌کنیم $\widehat{CDy} = x$ باشد.



$$\left. \begin{array}{l} Dy \parallel BC \\ DC \text{ مورب} \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{CDy} = \widehat{DCB} = x \xrightarrow{\text{زاویه محاطی}} \widehat{BD} = 2x$$

$$AB \parallel CD \Rightarrow \widehat{BD} = \widehat{AC} = 2x$$

$$\widehat{AB} + \widehat{BD} + \widehat{DC} + \widehat{CA} = 360^\circ \Rightarrow 60^\circ + 2x + 2x + 2x = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 6x = 300^\circ \Rightarrow x = 50^\circ$$

۲ ۲۲ با توجه به شکل، مطلوب مسئله فاصله AA' است.

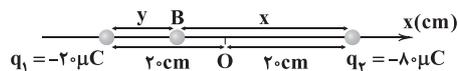
$$\text{طول مماس مشترک خارجی} = \sqrt{d^2 - (R - R')^2}$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{35} = \sqrt{d^2 - (6 - 4)^2}$$

$$\Rightarrow 140 = d^2 - 4 \Rightarrow 144 = d^2 \Rightarrow d = 12$$



۳۳ ابتدا مکان نقطه B را تعیین می‌کنیم. می‌دانیم چون دو بار q_1 و q_2 همنام هستند، نقطه مورد نظر بین دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر است.



در نقطه B، میدان الکتریکی حاصل از بارها هم‌اندازه و در خلاف جهت هم هستند، بنابراین:

$$E_2 = E_1 \Rightarrow \frac{k|q_1|}{y^2} = \frac{k|q_2|}{x^2} \Rightarrow \frac{20}{y^2} = \frac{80}{x^2} \Rightarrow \frac{1}{y^2} = \frac{4}{x^2}$$

$$\Rightarrow 4y^2 = x^2 \Rightarrow x = 2y \quad (1)$$

$$x + y = 40 \text{ cm} \quad (2)$$

از طرفی داریم:

با توجه به روابط (1) و (2) داریم:

$$\begin{cases} x = 2y \\ x + y = 40 \end{cases} \Rightarrow 2y + y = 40 \Rightarrow 3y = 40 \Rightarrow y = \frac{40}{3} \text{ cm}$$

اگر بار $q_3 = 40 \mu\text{C}$ را در نقطه B قرار دهیم، آن‌گاه اندازه نیرویی که بار q_1 به بار q_3 وارد می‌کند، برابر است با:

$$F_{13} = k \frac{|q_1||q_3|}{r_{13}^2} = 9 \times 10^9 \times 20 \times 10^{-6} \times 40 \times 10^{-6} \div \left(\frac{40}{3} \times 10^{-2}\right)^2 = 40.5 \text{ N}$$

۳۴ دو بار، همنام هستند، پس نقطه‌ای بین دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر (q_1) وجود دارد که برآیند میدان‌های الکتریکی در آن صفر است. در نتیجه با حرکت از نقطه A تا نقطه B ابتدا میدان کاهش می‌یابد تا به صفر برسد و با دور شدن از نقطه‌ای که برآیند صفر است، افزایش می‌یابد.

۳۵ ابتدا تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی بار را در انتقال از نقطه A تا نقطه B محاسبه می‌کنیم:

$$E = \frac{|\Delta V|}{d} = \frac{100}{0.2} = 500 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

$$\Delta U_E = -|q|Ed \cos \theta = -4 \times 10^{-6} \times 500 \times 0.8 \times 10^{-2} \times (-1)$$

$$\Rightarrow \Delta U_E = 0.16 \times 10^{-3} \text{ J} = 0.16 \text{ mJ}$$

انرژی پتانسیل الکتریکی ذره 0.16 mJ افزایش می‌یابد.

برای محاسبه اختلاف پتانسیل الکتریکی بین نقاط A و B داریم:

$$V_A - V_B = Ed_{AB} \Rightarrow V_A - V_B = 500 \times 0.08 = 40 \text{ V}$$

بنابراین با حرکت از نقطه A تا نقطه B، پتانسیل الکتریکی نقاط میدان 40 V کاهش می‌یابد و گزینه (4) صحیح است.

۳۶ با 3 برابر کردن فاصله بین صفحه‌ها، ظرفیت خازن، $\frac{1}{3}$ برابر می‌شود.

در حالتی که خازن به باتری متصل است، ولتاژ آن ثابت است و می‌توان نوشت:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \xrightarrow{\text{ثابت } V} \frac{U'}{U} = \frac{C'}{C} = \frac{1}{3} \Rightarrow U' = \frac{1}{3} U$$

در حالتی که خازن از باتری جدا شده باشد، بار آن ثابت می‌ماند و داریم:

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \xrightarrow{\text{ثابت } Q} \frac{U''}{U} = \frac{C}{C''} = 3 \Rightarrow U'' = 3U$$

در نهایت با توجه به اطلاعات سؤال داریم:

$$U'' - U' = 16 \text{ mJ} \Rightarrow 3U - \frac{1}{3}U = 16 \text{ mJ}$$

$$\Rightarrow \frac{8}{3}U = 16 \text{ mJ} \Rightarrow U = 6 \text{ mJ}$$

۳۷ برای این‌که میدان الکتریکی یکنواخت باشد، باید خطوط میدان موازی، هم فاصله و مستقیم باشند، پس این میدان، یک میدان الکتریکی غیریکنواخت است.

برای رسیدن از نقطه A به نقطه B باید در جهت میدان الکتریکی حرکت کنیم، بنابراین پتانسیل الکتریکی نقطه B کم‌تر از پتانسیل الکتریکی نقطه A است.

۲۸ ابتدا طول اضلاع مثلث ABC را می‌یابیم.

$$A = (7, 1) \quad AB = \sqrt{4+4} = \sqrt{8}$$

$$B = (5, 3) \Rightarrow AC = \sqrt{36+4} = \sqrt{40}$$

$$C = (1, -1) \quad BC = \sqrt{16+16} = \sqrt{32}$$

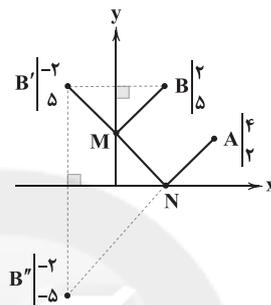
مثلث قائم‌الزاویه است. $\Rightarrow AC^2 = AB^2 + BC^2$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \times \sqrt{8} \times \sqrt{32} = 8$$

از طرفی می‌دانیم در تجانس به نسبت k، مساحت هر شکل k^2 برابر می‌شود. بنابراین مساحت شکل تصویر در اثر دو تجانس یکی با $k_1 = \sqrt{3}$ و دیگری با

$$S' = (\sqrt{3})^2 \times (3)^2 \times S_{ABC} = 3 \times 9 \times 8 = 216 \quad k_2 = 3 \text{ برابر است با:}$$

۲۹



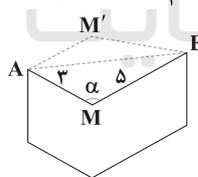
$$\text{مسیر } BMNA = BM + MN + NA \quad \underline{BM = B'M} \quad \underline{B'M + MN + NA = B''N}$$

$$B''N + NA = B''A = \sqrt{(4+2)^2 + (2+5)^2} = \sqrt{36+49} = \sqrt{85}$$

۳۰ کافی است بازتاب نقطه M را نسبت به پاره خط AE بیابیم و آن را M' بنامیم. چون بازتاب طولی است پس دو مثلث AM'E و AME هم‌نهشت و در نتیجه هم‌مساحت هستند. پس طبق قضیه هم‌پیرامونی، به زمین اولیه مساحت چهارضلعی AMEM' اضافه می‌شود.

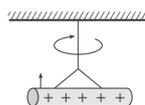
$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \left(-\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{4}{5}$$

$$S_{AMEM'} = 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 5 \times \sin \alpha\right) = 12$$



فیزیک

۳۱ وقتی میله شیشه‌ای را با پارچه ابریشمی مالش می‌دهیم، میله شیشه‌ای، بار مثبت پیدا می‌کند. از جهت چرخش نخ مشخص است که با نزدیک شدن میله (2) به میله شیشه‌ای، نیروی رانشی بین میله‌ها ایجاد شده است، پس بار میله (2) می‌تواند مثبت باشد.



۳۲ با توجه به شکل سؤال برای هر r یکسان دلخواه، مقدار E_A بیشتر از E_B است، در نتیجه:

$$E_A > E_B \Rightarrow \frac{k|q_A|}{r^2} > \frac{k|q_B|}{r^2} \Rightarrow |q_A| > |q_B|$$

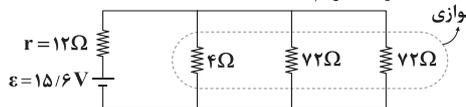


بنابراین می توان نوشت:

$$\begin{cases} K_1 \text{ بستن: } R_{T_1} = 4\Omega \\ K_3 \text{ و } K_2 \text{ بستن: } R_{T_2} = \frac{12}{2} = 36\Omega \end{cases}$$

$$\Rightarrow R_{T_1} R_{T_2} = r^2 \Rightarrow 4 \times 36 = r^2 \Rightarrow r = 12\Omega$$

حال اگر هر سه کلید بسته شوند، داریم:



$$R_{eq} = \frac{4 \times 36}{4 + 36} = \frac{144}{40} = 3.6\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{15/6}{12 + 3.6} = \frac{15/6}{15.6} = 1A$$

پس اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری برابر است با:

$$V = R_{eq} I = 3.6 \times 1 = 3.6V$$

ولت سنج، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری را نمایش

$$V = \varepsilon_1 - I r_1 \Rightarrow 0 = \varepsilon - 2I \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{2}$$

می دهد، بنابراین:

از طرفی:

$$I = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{r_1 + r_2 + R} \Rightarrow \frac{\varepsilon}{2} = \frac{2\varepsilon}{2 + 1 + R} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{2}{3 + R} \Rightarrow R = 1\Omega$$

وضعیت روشن بودن هر یک از لامپ ها را در هر گزینه

مشخص می کنیم:

(۱) هر سه لامپ خاموش می شوند. (۲) L_3 روشن می ماند.(۳) هر سه لامپ روشن می مانند. (۴) L_1 روشن می ماند.

می دانیم در نمودار اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری

بر حسب جریان عبوری از آن ها، شیب نمودار با اندازه مقاومت درونی باتری، رابطه مستقیم دارد، یعنی هرچه شیب نمودار بیشتر باشد، اندازه مقاومت درونی باتری، بزرگ تر است، پس داریم: $r_2 > r_1 \Rightarrow$ شیب نمودار (۱) $>$ شیب نمودار (۲) از آن جا که محل تقاطع نمودار اختلاف پتانسیل الکتریکی بر حسب جریان $(V-I)$ با محور V (اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری)، برابر با نیروی محرکه باتری است، پس هر چه محل تقاطع، بالاتر باشد، نیروی محرکه باتری، بزرگ تر است، پس طبق نمودار داده شده در سؤال $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$ می باشد.

با توجه به آن که جریان $\frac{1}{5}$ از مقاومت ۲ اهمی می گذرد،جریان $\frac{4I}{5}$ از مقاومت های R می گذرد. از آن جا که این دو مقاومت مشابه اند،پس از هر یک از مقاومت ها جریان $\frac{2I}{5}$ می گذرد. می بینیم جریان گذرنده از

مقاومت R ، دو برابر جریان گذرنده از مقاومت ۲ اهمی است. این نشان می دهد که مقاومت R نصف مقاومت ۲ اهمی است، یعنی $R = 1\Omega$. مقاومت معادل دو مقاومت موازی ۱ اهمی برابر 0.5Ω می شود و مقاومت معادل آن ها با

$$R_{eq} = \frac{2 \times 0.5}{2 + 0.5} = 0.4\Omega$$

مقاومت ۲ اهمی برابر است با:

اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری ۴V است، پس داریم:

$$\varepsilon - rI = 4 \Rightarrow 12 - rI = 4 \Rightarrow rI = 8 \quad (*)$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow I = \frac{12}{0.4 + r}$$

از طرفی جریان اصلی مدار برابر است با:

$$\Rightarrow 0.4I + rI = 12 \xrightarrow{(*)} 0.4I + 8 = 12 \Rightarrow 0.4I = 4 \Rightarrow I = 10A$$

$$\frac{2I}{5} = \frac{2 \times 10}{5} = 4A$$

بنابراین جریان گذرنده از مقاومت R برابر است با:

از رابطه بین اختلاف پتانسیل الکتریکی و میدان الکتریکی داریم:

$$|\Delta V| = Ed \Rightarrow E = \frac{|\Delta V|}{d} \Rightarrow E = \frac{10 - (-5)}{3 \times 10^{-2}} = 500 \frac{V}{m}$$

محاسبه فاصله نقطه A از صفحه منفی هم با استفاده از رابطه بالا انجام می شود:

$$|\Delta V| = Ed \Rightarrow |V_A - V_-| = Ed \Rightarrow d = \frac{|V_A - V_-|}{E}$$

$$\Rightarrow d = \frac{|2 - (-5)|}{500} = \frac{7}{500} = 0.014m = 1.4cm$$

با توجه به رابطه $C = \kappa \varepsilon_0 \frac{A}{d}$ با افزایش A و کاهش d، می توان

نتیجه گرفت که C افزایش می یابد (نادرستی عبارت «د»). از طرفی خازن از مدار جدا شده است، پس بار الکتریکی ذخیره شده در آن ثابت است (درستی عبارت

«الف»). با استفاده از رابطه $V = \frac{Q}{C}$ و ثابت بودن Q و افزایش C می توان نتیجه

گرفت که V کاهش پیدا می کند (درستی عبارت «ج») و در نهایت با توجه به

رابطه $U = \frac{Q^2}{2C}$ و افزایش C، کاهش می یابد (درستی عبارت «ب»).

با توجه به رابطه مقاومت در دمای ثابت داریم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \xrightarrow{\text{مساحت سطح مقطع یکسان} \Rightarrow \text{قطر یکسان}}$$

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow R_A = \frac{1}{3} R_B$$

$$\frac{R_A}{R_C} = \frac{\rho_A}{\rho_C} \times \frac{L_A}{L_C} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{2} = 1 \Rightarrow R_A = R_C$$

$$\frac{R_B}{R_C} = \frac{\rho_B}{\rho_C} \times \frac{L_B}{L_C} = \frac{2}{2} \times \frac{2}{2} = 2 \Rightarrow R_B = 2R_C$$

دقت کنید: آیا لازم بود هر سه نسبت را محاسبه کنیم یا نسبت $\frac{R_B}{R_C}$ را

می شد از راه دیگری به دست آورد؟

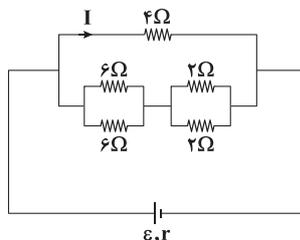
برای درک بهتر این مدار، آرایش مقاومت های مدار در شکل

زیر به صورت ساده تری نشان داده شده است. توجه شود که مقاومت های ۲۰

اهمی در چپ و راست، اتصال کوتاه می شوند (چرا؟):

$$U = Pt \Rightarrow 0.4 = P \times 100$$

$$\Rightarrow P = 0.004kW = 4W \xrightarrow{P = RI^2} RI^2 = 4 \Rightarrow 4I^2 = 4 \Rightarrow I = 1A$$

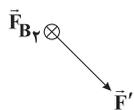


از طرفی مقاومت معادل شاخه پایین برابر 4Ω بوده و با توجه به یکسان بودن مقاومت معادل شاخه پایین با مقاومت شاخه بالا، از شاخه پایینی نیز جریان یک آمپر عبور کرده و آمپرسنج نیز همین عدد را نشان می دهد.

می دانیم اگر به ازای دو مقاومت معادل R_{T_1} و R_{T_2} ، توانخروجی از باتری، یکسان باشد، آن گاه رابطه $R_{T_1} R_{T_2} = r^2$ در مدار برقرار است.



حال برابری \vec{F}' و $\vec{F}_{B\gamma}$ را محاسبه می‌کنیم:



$$F_t = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \Rightarrow F_t = \sqrt{(1.6\sqrt{13} \times 10^{-4})^2 + (8.0 \times 10^{-4})^2}$$

$$\Rightarrow F_t = \sqrt{(1.6 \times 10^{-4})^2 \times ((\sqrt{13})^2 + 5^2)}$$

$$\Rightarrow F_t = 1.6 \times 10^{-4} \times \sqrt{38} \text{ N} \xrightarrow{\times 10^3} 1.6\sqrt{38} \text{ mN}$$

اندازه میدان مغناطیسی وارد شده به سیم مورد نظر را به دست می‌آوریم:

$$F = BIl \sin \alpha \xrightarrow{\frac{l=1\text{m}}{\sin \alpha=1}} 45 = B \times 3 \times 1 \times 1 \Rightarrow B = 15 \text{ T}$$

در رابطه $\vec{B} = \alpha \vec{i} + 12 \vec{j}$ مقدار α را به دست می‌آوریم:

$$|\vec{B}| = 15 \Rightarrow \sqrt{\alpha^2 + 12^2} = 15 \Rightarrow \alpha = \pm 9$$

بار الکتریکی مورد نظر در جهت محور y با سرعت $\vec{v} = 10^3 \vec{j}$ در دستگاه SI در حال حرکت است، بنابراین از طرف مولفه y میدان مغناطیسی نیرویی به آن وارد نمی‌شود و فقط مؤلفه x میدان مغناطیسی به آن نیرو وارد می‌کند و داریم:

$$F = |q| v B \sin \alpha$$

$$\xrightarrow{\sin \alpha=1} F = 2 \times 10^{-6} \times 10^3 \times 9 \times 1 = 18 \times 10^{-3} \text{ N} = 18 \text{ mN}$$

۵۲ حالت اول: با توجه به این که بار ذره α ، مثبت است، بنابراین نیروی الکتریکی وارد بر ذره آلفا در جهت میدان الکتریکی و به سمت راست است. اندازه این نیرو برابر است با:

$$F_E = |q| E = 2 \times 10^{-6} \times 3 \times 10^6 = 6 \times 10^{-15} \text{ N}$$

نیروی مغناطیسی وارد بر ذره آلفا مطابق قاعده دست راست، عمود بر صفحه به سمت داخل آن است. اندازه این نیرو برابر است با:

$$F_B = |q| v B = 2 \times 10^{-6} \times 3 \times 10^6 \times 5.0 \times 10^{-4}$$

$$\Rightarrow F_B = 4.8 \times 10^{-15} \text{ N}$$

اندازه نیروی کل وارد بر ذره، مطابق قاعده فیثاغورس محاسبه می‌شود:

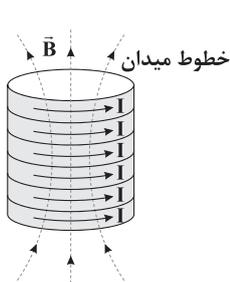
$$F_{\text{کل}} = \sqrt{F_E^2 + F_B^2} = 10^{-15} \sqrt{6^2 + 4.8^2} = 8 \times 10^{-15} \text{ N}$$

حالت دوم: اگر ذره در خلاف جهت میدان مغناطیسی شلیک شود، نیروی \vec{F}_B برابر صفر بوده ($\sin \alpha = 0$) و تنها نیروی $F_E = Eq$ بر ذره وارد می‌شود.

$$F_{\text{کل}} = F_E = |q| E = 6 \times 10^{-15} \text{ N}$$

بنابراین با توجه به قانون دوم نیوتون، نسبت خواسته شده برابر است با:

$$F = ma \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{F_{\text{کل}1}}{F_{\text{کل}2}} = \frac{8 \times 10^{-15}}{6 \times 10^{-15}} = 1.25$$



۵۳ با چرخش استوانه، بارهای مثبت روی آن به حرکت درمی‌آیند و به عبارتی جریان الکتریکی ایجاد می‌شود. می‌توانیم مانند شکل زیر، استوانه را به عنوان تعدادی حلقه حامل جریان در نظر بگیریم، در این صورت با افزایش تندی چرخش، بارها سریع‌تر حرکت می‌کنند، جریان بیشتر می‌شود و در نتیجه شدت میدان مغناطیسی در نقاط A و B بیشتر می‌شود. دقت کنید که جهت میدان در نقاط A و B طبق قاعده دست راست به سمت بالاست.

۴۷ باتری‌ها آرمانی هستند، بنابراین اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر هر یک از باتری‌ها پس از ورود به مدار با نیروی محرکه آن باتری برابر است:

$$V = \mathcal{E} - Ir \xrightarrow{I=0} V = \mathcal{E}$$

همچنین هر یک از آن‌ها پس از ورود به مدار با مقاومت‌های مجموعه موازی هستند. اگر کلید K_1 بسته و کلید K_2 باز باشد، باتری با نیروی محرکه \mathcal{E}_1 در مدار قرار دارد و اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت R_1 (عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد) برابر $\mathcal{E}_1 = 12 \text{ V}$ خواهد بود.

اگر کلید K_2 بسته و کلید K_1 باز شود، باتری با نیروی محرکه \mathcal{E}_2 در مدار قرار می‌گیرد و اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت R_2 برابر $\mathcal{E}_2 = 20 \text{ V}$ خواهد شد.

$$\frac{V}{V'} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

۴۸ چون خطوط میدان مغناطیسی از هر دو آهنربا خارج شده‌اند، بنابراین قطب‌ها همنام هستند و هر دو قطب N هستند.

چون خط میدان مغناطیسی آهنربای (۲) خمیدگی بیشتری دارد می‌توان فهمید که آهنربای (۱) قوی‌تر است.

۴۹ به میله رسانا نیروی مغناطیسی و نیروی وزن وارد می‌شوند. تا زمانی که نیروی مغناطیسی کوچک‌تر یا برابر با نیروی وزن باشد، میله روی پایه‌ها باقی مانده و جریان برقرار است، پس حداکثر نیروی مغناطیسی که باعث قطع جریان نمی‌شود، برابر با نیروی وزن است، بنابراین:

$$F_B = mg \Rightarrow I l B \sin \theta = mg$$

$$\Rightarrow I \times 0.4 \times 0.5 \times 0.5 \times 1 = 0.04 \times 10$$

$$\Rightarrow 0.1 I = 0.4 \times 10 \Rightarrow I = \frac{0.4}{0.1} = 4 \text{ A}$$

برای محاسبه نیروی محرکه داریم: $I = \frac{\mathcal{E}}{R+r} \Rightarrow 4 = \frac{\mathcal{E}}{10+5} \Rightarrow \mathcal{E} = 30 \text{ V}$

۵۰ نیروی وارد بر بار از طرف میدان الکتریکی برابر است با:

$$F_E = E |q|$$

$$\Rightarrow F_E = 8.0 \times 4 \times 10^{-6} = 32 \times 10^{-4} \text{ N}$$

نیروی وارد بر بار از طرف میدان مغناطیسی \vec{B}_1 برابر است با:

$$F_{B1} = |q| v B_1 \sin 90^\circ$$

$$= 4 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^6 \times 6 \times 10^{-4} \times 1$$

$$\Rightarrow F_{B1} = 48 \times 10^{-4} \text{ N}$$

نیروی وارد بر بار از طرف میدان مغناطیسی آهنربا برابر است با:

$$F_{B2} = |q| v B_2 \sin 90^\circ$$

$$= 4 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^6 \times 10 \times 10^{-4} \times 1$$

$$\Rightarrow F_{B2} = 80 \times 10^{-4} \text{ N}$$

ابتدا برابری نیروهای \vec{F}_E و \vec{F}_{B1} را به دست می‌آوریم:

$$F' = \sqrt{F_{B1}^2 + F_E^2} \Rightarrow F' = \sqrt{(48 \times 10^{-4})^2 + (32 \times 10^{-4})^2}$$

$$\Rightarrow F' = \sqrt{(16 \times 10^{-4})^2 \times (3^2 + 2^2)} \Rightarrow F' = 16\sqrt{13} \times 10^{-4} \text{ N}$$



طرف دوم تساوی (II)، چهار برابر طرف دوم (سمت راست) تساوی (I) است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت:

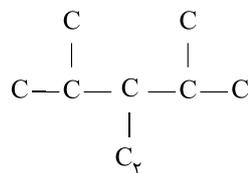
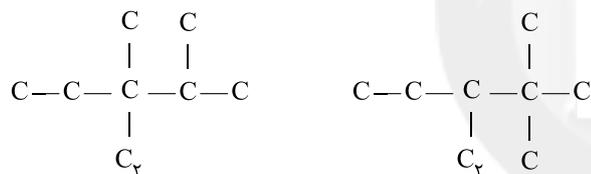
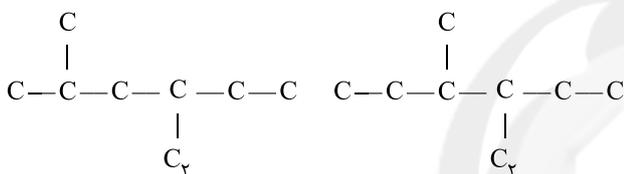
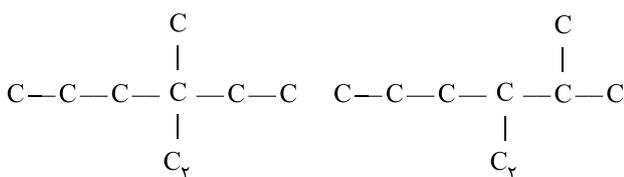
$$\frac{2000 \times \frac{70}{100} \times \frac{R_1}{100}}{2 \times 160} = \frac{1}{4} \left(\frac{1890 \times \frac{100}{100}}{2 \times 27} \right) \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = 0/5$$

۶۲ فقط عبارت دوم درست است.

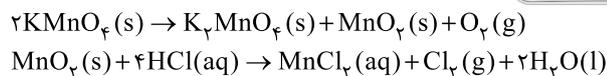
بررسی عبارتهای نادرست:

- اتن در مخلوط آب و اسید (H_2SO_4) به اتانول تبدیل می‌شود.
- اتن در مجاورت هیدروژن و کاتالیزگر نیکل به اتان تبدیل می‌شود.

۶۳ ۴ آلکان مورد نظر C_4H_{10} است. در زیر تمام ساختارهای شاخه‌دار این آلکان با هر دو نوع شاخه متیل و اتیل آورده شده است.



۶۴ معادله موازنه‌شده واکنش‌ها به صورت زیر است:



از آنجا که ضریب MnO_2 (ماده مشترک دو واکنش) یکسان است، می‌توان تناسب‌های مقابل را نتیجه گرفت: $2KMnO_4 \sim O_2 \sim MnO_2 \sim Cl_2$ مطابق تناسب فوق حجم گازهای O_2 و Cl_2 با هم برابر است.

۶۵ ۳ با توجه به فرمول مولکولی نفتان ($C_{11}H_{24}$) و هگزن (C_6H_{14})، فرمول مولکولی هیدروکربن A به صورت C_8H_{18} است.

فرمول مولکولی ساختارهای گزینه‌های (۱) تا (۴) به ترتیب به صورت C_8H_{18} ، C_9H_{20} ، C_8H_{18} ، C_9H_{20} است.

۶۶ ۱ از پروپن در صنعت پلیمر استفاده می‌شود.

(هر مول پروپن با یک مول H_2 سیر می‌شود): $C_3H_6 + H_2 \rightarrow C_3H_8$ پروپن

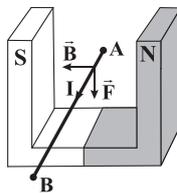
پروپین: $C_3H_4 + 2H_2 \rightarrow C_3H_8$

(هر مول پروپین با ۲ مول H_2 سیر می‌شود)

۸۹/۶ لیتر گاز در شرایط STP معادل ۴ مول گاز است:

$$89/6 L \times \frac{1 \text{ mol gas}}{22/4 L} = 4 \text{ mol gas}$$

۵۴ ۱ ابتدا توجه کنید که مطابق قاعده دست راست، نیروی مغناطیسی وارد بر سیم به سمت پایین است و در نتیجه مطابق قانون سوم نیوتون، عکس‌العمل این نیرو به طرف بالا وارد می‌شود و باعث می‌شود که عدد ترازو به اندازه این نیرو کاهش بیابد.



$$F = BIl \sin \theta = 0/1 \times 5 \times 2 \times 1 = 1 N$$

ترازو در ابتدا وزن آهن‌ریا که برابر ۵ نیوتون است را نشان می‌دهد و پس از وصل کردن کلید K، این عدد به اندازه $F = 1 N$ کاهش می‌یابد و به ۴ نیوتون می‌رسد.

۵۵ ۳ طول سیم برابر محیط دایره (حلقه) است:

$$2\pi R = 1 \Rightarrow 2R = \frac{1}{\pi} \quad (*)$$

اندازه میدان مغناطیسی در مرکز حلقه برابر است با:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} \xrightarrow{(*)} B = \mu_0 \pi I = 4\pi \times 10^{-7} \times \pi \times 3 = 12 \times 10^{-6} T$$

اندازه نیروی وارد بر بار از طرف میدان مغناطیسی حلقه برابر است با:

$$F_B = |q| v B \sin 90^\circ = 5 \times 10^{-6} \times 6 \times 10^4 \times 12 \times 10^{-6} \times 1$$

$$\Rightarrow F_B = 360 \times 10^{-8} N \xrightarrow{\times 10^2} F_B = 36 \times 10^{-4} mN$$

شیمی

۵۶ ۲ در دوره سوم جدول تناوبی:

- دو عنصر گازی شکل وجود دارد: $_{18}Ar$ ، $_{17}Cl$
- چهار عنصر نخست ($_{11}Na$ ، $_{12}Mg$ ، $_{13}Al$ ، $_{14}Si$) دارای سطح سیقلی بوده و جریان الکتریکی را از خود عبور می‌دهند.

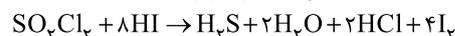
۵۷ ۳ عنصرهای A، X و D به ترتیب S، Si و Al هستند. در یک دوره از جدول از چپ به راست با افزایش عدد اتمی، شعاع اتمی کاهش می‌یابد.

۵۸ ۴ هر چهار عبارت پیشنهادشده درست هستند.

۵۹ ۳ به جز عبارت سوم، سایر عبارتها درست هستند.

اتم هر کدام از عنصرهای Cr و Mn دارای ۲۵ الکترون یا $Z = 25$ (زیرلایه d) هستند.

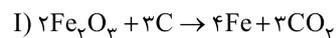
۶۰ ۳ معادله موازنه‌شده واکنش به صورت زیر است:



$$\frac{x \text{ g } SO_2Cl_2 (\text{ناخالص}) \times \frac{100}{100} \times \frac{75}{100}}{1 \times 135} = \frac{14/6 \text{ g } HCl}{2 \times 36/5}$$

$$\Rightarrow x = 45 \text{ g } SO_2Cl_2 (\text{ناخالص})$$

۶۱ ۴ معادله موازنه‌شده واکنش‌های مورد نظر به صورت زیر است:



مطابق داده‌های سؤال اگر جرم آهن تولیدشده در واکنش ترمیت (واکنش II) را $2m$ در نظر بگیریم، جرم آهن تولیدشده در واکنش اول برابر با m خواهد بود:

$$I) \frac{2000 \text{ kg } Fe_2O_3 \times \frac{70}{100} \times \frac{R_1}{100}}{2 \times 160} = \frac{m}{4 \times 56}$$

$$II) \frac{1890 \text{ kg } Al \times \frac{R_2}{100}}{2 \times 27} = \frac{2m}{2 \times 56}$$



از طرفی ۱۳ گرم هیدروژن معادل ۶/۵ مول گاز H_2 است:

$$13 \text{ g } H_2 \times \frac{1 \text{ mol } H_2}{2 \text{ g } H_2} = 6.5 \text{ mol } H_2$$

اگر شمار مول‌های پروپین و پروپین را به ترتیب با a و b نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} a + b = 4 \\ a + 2b = 6.5 \end{cases} \Rightarrow a = 1.5, b = 2.5$$

$$\text{درصد مولی پروپین} = \frac{1.5}{4} \times 100 = 37.5\%$$

۶۷ عنصر مورد نظر کربن (گرافیت) است: C

عنصرهای با عدد اتمی ۱۴، ۳۲ و ۸۲ به ترتیب سیلیسیم، ژرمانیم و سرب هستند که هر سه رسانای گرما به شمار می‌آیند.

۶۸ شمار اتم‌های کربن بر روی نیروی بین مولکولی هیدروکربن‌ها اثرگذار است و می‌تواند موجب افزایش یا کاهش نیروی بین مولکولی هستند. اما نوع نیروی بین مولکولی هیدروکربن‌ها صرف نظر از شمار اتم‌های کربن، وان‌دروالسی است.

۶۹ به‌جز مورد آخر سایر موارد برای پرکردن جمله مورد نظر مناسب هستند.

جرم مولی نونان (C_9H_{20}) و هیدروکربن آروماتیک نفتالن ($C_{10}H_8$) با هم برابر است ($128 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$).

۷۰ معادله واکنش تخمیر بی‌هوازی گلوکز به صورت زیر است:



الکل تولیدشده همان اتانول است که معادله واکنش سوختن کامل آن به صورت مقابل است:



$$\frac{x \text{ mol } C_2H_5OH \times \frac{1}{100}}{1} = \frac{17.04 \text{ g}}{(2 \times 44) + (3 \times 18)}$$

$$\Rightarrow x = 0.15 \text{ mol } C_2H_5OH$$

واضح است که سرعت متوسط تولید فراورده گازی شکل واکنش تخمیر بی‌هوازی (CO_2) برابر با سرعت متوسط تولید اتانول است:

$$\bar{R}_{CO_2} = \frac{0.15 \text{ mol}}{(2 \times 60) \text{ min}} = 1.25 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

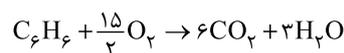
۷۱ در آلکان‌ها، آلکن‌ها و آلکین‌ها، با افزایش شمار اتم‌های کربن، اندازه آنتالپی سوختن، افزایش و ارزش سوختی کاهش می‌یابد.

۷۲ جرم کربن دی‌اکسید حاصل از سوختن یک مول اتان (C_2H_6) برابر با یک مول اتانول (C_2H_5OH) است.

۷۳ به‌جز عبارت آخر، سایر عبارات‌ها درست هستند.

فرمول مولکولی هر کدام از دو ترکیب، $C_8H_{16}O$ بوده و در نتیجه با یکدیگر ایزومر هستند.

به دلیل وجود پیوند $O-H$ در ساختار (I)، شمار پیوندهای $C-H$ در این ساختار، یک واحد کم‌تر از ساختار (II) است.



$$\Delta H(\text{واکنش}) = \left[\text{مجموع آنتالپی پیوندهای} \right] - \left[\text{مجموع آنتالپی پیوندهای فراورده‌ها} \right]$$

$$\Delta H(\text{واکنش}) = [3\Delta H(C-C) + 3\Delta H(C=C) + 6\Delta H(C-H)]$$

$$+ 7.5\Delta H(O=O)] - [12\Delta H(C=O) + 6\Delta H(O-H)]$$

$$= [3(350) + 3(620) + 6(415) + 7.5(500)] - [12(800)$$

$$+ 6(465)] = [9150] - [12390] = -3240 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$? \text{ kJ} = 1 \text{ g } C_2H_6 \times \frac{1 \text{ mol } C_2H_6}{78 \text{ g } C_2H_6} \times \frac{3240 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } C_2H_6} = 41.5 \text{ kJ}$$

۷۵ ۱

معادله واکنش هدف به صورت زیر است:



برای رسیدن به واکنش هدف باید تغییرات زیر را بر روی واکنش‌های کمکی اعمال کرد:

✓ واکنش (IV) را وارونه و ضرایب آن را در $\frac{1}{4}$ ضرب کرد.

✓ واکنش (III) را به همان صورت نوشت.

✓ واکنش (V) را وارونه و ضرایب آن را در $\frac{1}{4}$ ضرب کرد.

✓ ضرایب واکنش (II) را در عدد ۳ ضرب کنیم.

✓ واکنش (I) را وارونه و ضرایب آن را در $\frac{3}{4}$ ضرب کرد.

سپس این واکنش‌ها را با هم جمع کنیم.

$$\begin{aligned} \Delta H(\text{هدف}) &= (-\frac{1}{4}\Delta H_{IV}) + \Delta H_{III} + (-\frac{1}{4}\Delta H_V) + 3\Delta H_{II} + (-\frac{3}{4}\Delta H_I) \\ &= \frac{-260}{4} - 227 + \frac{7 \cdot 44}{4} + 3(-394) + (-\frac{3}{4})(572) = -207 \text{ kJ} \end{aligned}$$

در صورتی که یک مول از مجموع واکنش‌دهنده‌ها مصرف شود، نصف این مقدار (103.5 kJ) گرما آزاد می‌شود.

۷۶ ۲

عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

بررسی عبارت‌هاک نادرست:

• هر دو فلز قلیایی K و Na با آب سرد به شدت واکنش می‌دهند.

• بر اثر تجزیه محلول هیدروژن پراکسید، گاز اکسیژن تولید می‌شود.

۷۷ ۴

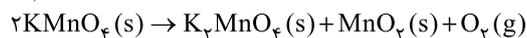
$\Delta H = 510 - 420 = 90 \text{ g}$ جرم گازهای خارج شده

$$\text{جرم } CaO = \frac{2}{100} \times 420 = 84 \text{ g}$$



$$\frac{84 \text{ g } CaO}{1 \times 56} = \frac{x \text{ g } CO_2}{1 \times 44} \Rightarrow x = 66 \text{ g } CO_2$$

$$O_2 \text{ جرم} = 90 - 66 = 24 \text{ g}$$

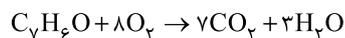


$$\frac{y \text{ mol } KMnO_4}{2} = \frac{24 \text{ g } O_2}{1 \times 32} \Rightarrow y = 1.5 \text{ mol } KMnO_4$$

$$\bar{R}_{KMnO_4} = \frac{1.5 \text{ mol}}{4 \text{ min}} = 0.375 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

۷۸ ۳

معادله موازنه‌شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



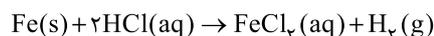
$$\frac{\bar{R}_{O_2}}{\bar{R}_{H_2O}} = \frac{\text{ضریب } O_2}{\text{ضریب } H_2O} = \frac{16}{3}$$

۷۹ ۳ در ساختار لیکوپین سه نوع پیوند کووالانسی $C-C$

و $C-H$ وجود دارد.

۸۰ ۱

معادله موازنه‌شده واکنش به صورت زیر است:



$$\bar{R}_{Fe} = \frac{2/24 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol}}{56 \text{ g}}}{(\frac{4}{60}) \text{ h}} = 0.6 \text{ mol} \cdot \text{h}^{-1}$$

$$\bar{R}_{Fe} = \bar{R}_{H_2} \Rightarrow \bar{R}_{H_2} = 0.6 \text{ mol} \cdot \text{h}^{-1}$$

$$0.6 \frac{\text{mol}}{\text{h}} \times \frac{22400 \text{ mL}}{1 \text{ mol}} = 13440 \text{ mL} \cdot \text{h}^{-1}$$