

دفترچه شماره ۱

آزمون شماره ۲۱

جمعه ۱۴۰۲/۰۲/۰۱



آزمون‌های سراسر کنکور

گزینه درستی را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

سوالات آزمون

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۵۰	مدت پاسخگویی: ۷۵ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سوالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سؤال		وضعیت پاسخگویی	تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف
	از	تا				
۷۵ دقیقه	۱۰	۱	اجباری	۱۰	حسابان ۲	۱
	۲۰	۱۱		۱۰	ریاضیات گسسته	
	۳۰	۲۱		۱۰	هندسه ۳	
	۴۰	۳۱		۱۰	هندسه ۱	
	۵۰	۴۱		۱۰	آمار و احتمال	



حسابان (۲)

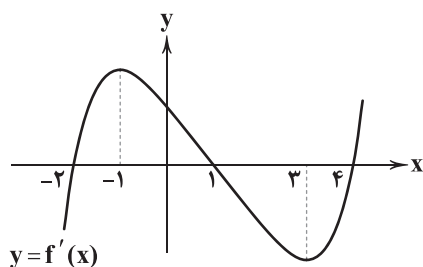
۱- با افزایش x ها در بازه $(0, \frac{\pi}{4})$ در مورد تقعر نمودار تابع $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x$ کدام توصیف درست است؟

- (۱) همواره رو به بالا
(۲) ابتدا رو به بالا، سپس رو به پایین
(۳) همواره رو به پایین
(۴) ابتدا رو به پایین، سپس رو به بالا

۲- اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x^2 - 3x + 2} = 1$ و $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x) - f'(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (\frac{2}{x} - 1)$ آن گاه نمودار تابع $y = f(x)$ در مجاورت نقطه A به طول یک به کدام صورت است؟



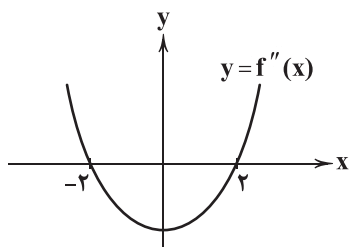
۳- اگر نمودار مشتق تابع $y = f(x)$ به صورت شکل زیر بوده و فاصله بین نقاط عطف تابع برابر $2\sqrt{5}$ باشد، آن گاه قدرمطلق تفاضل عرض های



نقاط عطف تابع برابر است با:

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) $\sqrt{2}$
(۴) $\sqrt{3}$

۴- اگر $f(2) = 0$ ، $f(x) = x^4 + ax^2 + b$ و نمودار مشتق دوم تابع به صورت شکل زیر باشد، مقدار b کدام است؟



- (۱) -۲۴
(۲) ۲۴
(۳) ۸۰
(۴) -۸۰

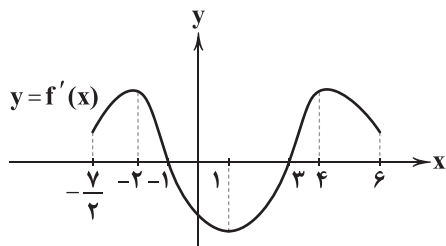
۵- اگر طول های نقاط بحرانی تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ برابر $1 + \sqrt{2}$ و $1 - \sqrt{2}$ باشند، عرض نقطه عطف تابع کدام است؟

- (۱) -۱
(۲) -۲
(۳) -۳
(۴) -۴

محل انجام محاسبات



۶- اگر نمودار مشتق تابع $y=f(x)$ به صورت شکل زیر بوده و «الف» یعنی $f''(1) > f''(3) > f''(5)$ و «ب» یعنی $f''(-\frac{1}{2}) \times f''(\frac{3}{2}) < 0$



آن‌گاه کدام توصیف درست است؟

(۱) «الف» و «ب» هر دو صحیح است.

(۲) فقط «الف» صحیح

(۳) «الف» و «ب» هر دو نادرست

(۴) فقط «ب» صحیح

۷- با افزایش x ها در فاصله‌ای که تابع $f(x) = \sqrt[3]{x^2}(x-5)$ نزولی می‌باشد، وضعیت تقعر تابع f چگونه است؟

(۱) همواره رو به بالا

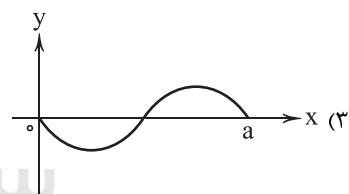
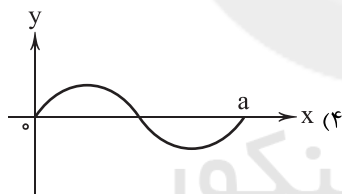
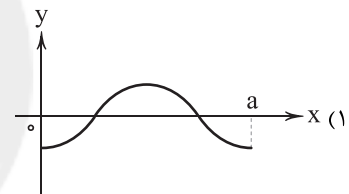
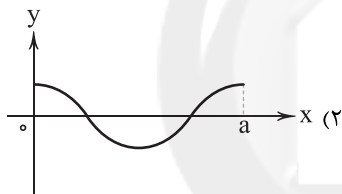
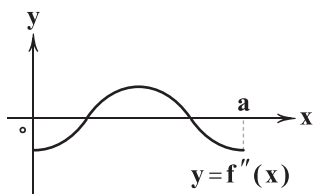
(۲) ابتدا رو به بالا، سپس رو به پایین

(۳) همواره رو به پایین

(۴) ابتدا رو به پایین، سپس رو به بالا

۸- اگر نمودار مشتق دوم تابع $y=f(x)$ در بازه $(0, a)$ به صورت شکل زیر باشد، آن‌گاه نمودار تابع $y=f(x)$ در بازه $(0, a)$ به کدام صورت

زیر می‌تواند باشد؟



۹- اگر دوره تناوب اصلی تابع با ضابطه $f(x) = \tan(\frac{\pi}{4} + x) - \cot(\frac{\pi}{4} + x)$ باشد، این منحنی روی بازه $(\frac{1}{4}T, \frac{3}{4}T)$ چند نقطه عطف دارد؟

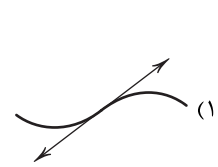
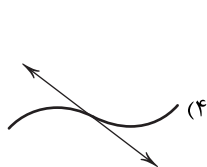
(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۱۰- نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(3-x^2) & x \leq 1 \\ \frac{1}{x} & x > 1 \end{cases}$ در مجاورت نقطه عطف تابع به کدام صورت است؟



محل انجام محاسبات



ریاضیات گسته

- ۱۱- چند عدد طبیعی کوچکتر از ۸۰۰۰ وجود دارد که مجموع ارقام آن ۱۰ باشد؟
 (۱) ۸۴ (۲) ۷۴ (۳) ۲۸۶ (۴) ۲۷۶
- ۱۲- اگر A مربع لاتین چرخشی از مرتبه ۳ باشد، چند مربع لاتین مانند B متعامد با A وجود دارد، به طوری که درایه سطر ۱ و ستون ۳ آن برابر ۳ باشد؟
 (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳
- ۱۳- به چند طریق می توان ۶ جایزه مختلف را بین ۴ نفر تقسیم کرد که جایزه ۱ به نفر اول و جایزه ۲ به نفر دوم برسد و به هر نفر جایزه تعلق بگیرد؟
 (۱) ۱۱۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۱۴۶ (۴) ۱۵۶
- ۱۴- چند عدد ۴ رقمی داریم که مربع کامل باشد اما مکعب کامل نباشد؟
 (۱) ۸۷ (۲) ۶۷ (۳) ۸۹ (۴) ۹۰
- ۱۵- تعداد توابع یک به یک و پوشا از یک مجموع ۵ عضوی به یک مجموعه ۵ عضوی چندتا است؟
 (۱) ۲۴ (۲) ۱۲۰ (۳) ۱۲ (۴) وجود ندارد
- ۱۶- با ارقام {۱, ۲, ۳} چند عدد ۵ رقمی وجود دارد، به طوری که شامل هر سه رقم باشد؟
 (۱) ۲۴۳ (۲) ۱۲۵ (۳) ۱۵۰ (۴) ۱۴۸
- ۱۷- اگر روشنا، هانا و هلنا در یک کلاس باشند و دوستی آن ها دو طرفه باشد، به چند طریق می توانند دوست باشند که هیچ کدام بدون دوست نمانند؟
 (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۲
- ۱۸- تعداد جواب های صحیح و نامنفی $x+y+z+t+w=6$ به طوری که $x > y$ باشد، کدام است؟
 (۱) ۵۰ (۲) ۶۰ (۳) ۷۰ (۴) ۸۰
- ۱۹- در بین اعداد $\{1, 2, 3, \dots, 150\}$ چند عدد وجود دارد که نسبت به عدد ۱۸ اول است؟
 (۱) ۵۰ (۲) ۷۵ (۳) ۸۵ (۴) ۱۰۰
- ۲۰- ۵ روستای دوریجان، دره امیدعلی، آورزمان و دهنو و آبدر را می توان به چند طریق با راه های ارتباطی به هم وصل کرد که روستاهای دوریجان و دهنو بدون ارتباط نباشند؟
 (۱) ۱۲۰ (۲) ۸۲۰ (۳) ۹۰۴ (۴) ۱۰۱۸

هندسه (۲)

- ۲۱- اگر زاویه بین دو بردار \vec{a} و \vec{b} برابر 60° و $|\vec{a} + \vec{b}| = 6$ ، $|\vec{a}| = 3$ باشد. کدام است $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ؟
 (۱) صفر (۲) $3\sqrt{3}$ (۳) $6\sqrt{3}$ (۴) $9\sqrt{3}$
- ۲۲- بردارهای $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 6\vec{k}$ و $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ مفروض هستند. اگر بردار $m\vec{a} + n\vec{b}$ نیمساز زاویه ای باشد که بردارهای \vec{a} و \vec{b} با هم می سازند، $|\frac{m}{n}|$ کدام است؟
 (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{3}{7}$ (۴) $\frac{5}{8}$

محل انجام محاسبات



۲۳- اگر $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=1$, $\vec{a}-\vec{b}=(0, -1, \sqrt{2})$ باشد، زاویه بین دو بردار \vec{a} و \vec{b} چند درجه است؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۴۵ (۳) ۶۰ (۴) ۱۲۰

۲۴- دو نقطه ثابت $A(2, -1, 7)$ و $B(-2, 1, 5)$ مفروض اند. نقطه متغیر M به گونه‌ای است که $\overline{AM} \cdot \overline{BM} = 10$ است. فاصله نقطه M از

نقطه $N(0, 0, 6)$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۲۵- اگر زاویه بین دو بردار $\vec{a}(-1, 0, 4)$ و $\vec{b}(2, 2, 3)$ برابر α باشد، $\tan \alpha$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{17}}{10}$ (۲) $\frac{3\sqrt{17}}{10}$ (۳) $\frac{\sqrt{21}}{10}$ (۴) $\frac{3\sqrt{21}}{10}$

۲۶- اگر $x^2 + 4y^2 + z^2 = 144$ باشد، بیشترین مقدار عبارت $|2x - 4y + z|$ کدام است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۲۴ (۳) ۳۲ (۴) ۳۶

۲۷- اگر \vec{a} و \vec{b} دو بردار عمود بر هم و $\vec{a} + 2\vec{b} = (3, 2m, -1)$ و $5\vec{a} - 2\vec{b} = (m, 6, 4)$ باشد، مقدار m کدام است؟

- (۱) $\pm\sqrt{8}$ (۲) $\pm\sqrt{10}$ (۳) $\pm\sqrt{14}$ (۴) $\pm\sqrt{17}$

۲۸- اگر $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=4$ و $|\vec{c}|=5$ و $\vec{a} + 2\vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ باشد، حاصل $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}$ کدام است؟

- (۱) -۱۷ (۲) -۱۹ (۳) -۲۱ (۴) -۲۵

۲۹- مجموع مؤلفه‌های تصویر بردار $\vec{a}(-1, 1, 1)$ بر روی بردار $\vec{b}(2, 1, 4)$ کدام است؟

- (۱) ۲۱ (۲) ۱۴ (۳) ۷ (۴) ۱

۳۰- اگر تصویر قائم دو بردار \vec{a} و \vec{b} بر امتداد بردار $\vec{c}(-1, 4, 3)$ قرینه هم باشند، آنگاه بردار $\vec{a} + \vec{b}$ کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) $(2, 1, 1)$ (۲) $(10, 1, 2)$ (۳) $(0, 2, 1)$ (۴) $(3, 2, 1)$

هندسه (۱)

۳۱- در رسم مثلث ABC با معلومات $BC=3$ و $\hat{B}=45^\circ$ و $AC=b$ به ازای کدام مقدار b دو جواب متمایز حاصل می‌شود؟

- (۱) ۲ (۲) $\sqrt{5}$ (۳) ۳ (۴) $\sqrt{10}$

۳۲- نقطه M وسط وتر $BC=8$ از مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین ABC قرار دارد. حداکثر چند نقطه روی محیط مثلث وجود دارد که از

نقطه M به فاصله ۳ باشد؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۲

۳۳- پاره خط $AB=6$ مفروض است. نقطه M روی AB و نقاط P و Q در امتداد آن طوری قرار دارند که $\frac{AM}{MB} = \frac{AP}{AB} = \frac{BQ}{BM} = \frac{1}{4}$

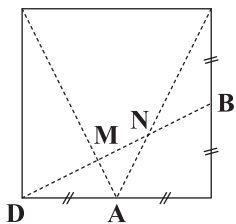
حاصل $QM-PM$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۱

محل انجام محاسبات



۳۴- در شکل زیر اگر A و B وسطهای اضلاع مربعی به مساحت ۲۰ باشند، طول MN چقدر است؟



$$\frac{1}{2} \quad (1) \quad \frac{2}{3} \quad (2)$$

$$1 \quad (3) \quad \frac{4}{3} \quad (4)$$

۳۵- در ۸ ضلعی منتظم ABCDEFGH زاویه بین امتداد قطرهای AC و DG چقدر است؟

$$20 \quad (1) \quad 22/5 \quad (2) \quad 30 \quad (3) \quad 45 \quad (4)$$

۳۶- در یک دوزنقه متساوی الساقین، قاعده بزرگ ۵ برابر قاعده کوچک است و زوایای مجاور به قاعده بزرگ تر 60° است. نسبت مساحت شکل

حاصل از تقاطع نیمسازهای داخلی به مساحت دوزنقه کدام است؟

$$\frac{1}{16} \quad (1) \quad \frac{3}{20} \quad (2) \quad \frac{1}{9} \quad (3) \quad \frac{1}{18} \quad (4)$$

۳۷- در یک مربع شبکه‌ای با ۸ نقطه مرزی، تعداد نقاط درونی کدام نمی‌تواند باشد؟

$$1 \quad (1) \quad 5 \quad (2) \quad 17 \quad (3) \quad 23 \quad (4)$$

۳۸- چند مورد از گزاره‌های زیر درست می‌باشند؟

(الف) اگر خطی در فضا یکی از دو خط متقاطع را قطع کند، دیگری را نیز قطع می‌کند.

(ب) فصل مشترک هر صفحه با دو صفحه متقاطع P و Q، همواره دو خط متقاطع است.

(ج) اگر خطی بر دو خط متقاطع از یک صفحه عمود باشد، بر آن صفحه عمود است.

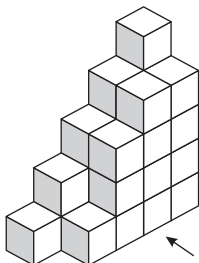
$$3 \quad (1) \quad 2 \quad (2) \quad 1 \quad (3) \quad \text{هیچ‌کدام} \quad (4)$$

۳۹- در یک مکعب برشی با یک صفحه، بزرگ‌ترین مثلث متساوی‌الاضلاع را به وجود آورده است. نسبت مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع، به

مساحت یک وجه مکعب چقدر است؟

$$\frac{2\sqrt{3}}{3} \quad (1) \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (2) \quad \sqrt{3} \quad (3) \quad \frac{3\sqrt{3}}{2} \quad (4)$$

۴۰- از شکل زیر که از ۲۷ مکعب کوچک به یال واحد ساخته شده، حداقل چند مکعب برداریم تا نمای بالای آن به صورت  باشد؟



$$10 \quad (1)$$

$$15 \quad (2)$$

$$17 \quad (3)$$

(۴) چنین چیزی ممکن نیست

محل انجام محاسبات



آمار و احتمال

۴۱- مراحل علم آمار کدام است؟

- (۱) تحلیل و تفسیر داده‌ها - جمع‌آوری اعداد و ارقام - سازماندهی و نمایش - نتیجه‌گیری و پیش‌بینی
 (۲) جمع‌آوری اعداد و ارقام - سازماندهی و نمایش - تحلیل و تفسیر داده‌ها - نتیجه‌گیری و پیش‌بینی
 (۳) تحلیل و تفسیر داده‌ها - جمع‌آوری اعداد و ارقام - نتیجه‌گیری و پیش‌بینی - سازماندهی و نمایش
 (۴) جمع‌آوری اعداد و ارقام - تحلیل و تفسیر داده‌ها - سازماندهی و نمایش - نتیجه‌گیری و پیش‌بینی

۴۲- نوع متغیرهای «وزن افراد - نوع آلاینده‌گی هوا - سرعت اتومبیل - مراحل تحصیل افراد» به ترتیب کدام است؟

- (۱) کمی گسسته - کیفی اسمی - کمی پیوسته - کیفی ترتیبی
 (۲) کمی پیوسته - کمی پیوسته - کمی گسسته - کیفی ترتیبی
 (۳) کمی گسسته - کیفی اسمی - کمی گسسته - کیفی اسمی
 (۴) کمی پیوسته - کیفی اسمی - کمی پیوسته - کیفی ترتیبی

۴۳- در مدرسه‌ای ۷۰۰ دانش‌آموز وجود دارد که با شماره‌های ۱ تا ۷۰۰ مشخص شده‌اند. می‌خواهیم یک نمونه‌ای ۲۵ نفری را به روش سامانمند

انتخاب کنیم. اگر سومین فرد انتخابی شماره‌اش ۶۰ باشد، شماره نفر دهم انتخابی کدام است؟

- (۱) ۲۱۶ (۲) ۲۴۰ (۳) ۲۵۶ (۴) ۲۸۹

۴۴- کدام نمونه‌گیری آریب است؟

- (۱) انتخاب ۵ معلم از هر شهر
 (۲) انتخاب تصادفی تعدادی پمپ بنزین در یک شهر و بررسی سالم بودن دستگاه‌ها
 (۳) نمونه‌گیری از دانش‌آموزان برای بررسی این‌که در کلاس آن‌ها چند نفر حضور دارند.
 (۴) انتخاب تصادفی تعدادی لاستیک از یک کارخانه لاستیک‌سازی به صورت ماهیانه جهت بررسی کیفیت آن‌ها

۴۵- در یک مدرسه ۶ کلاس دوازدهم وجود دارد. تعداد افرادی که از این کلاس‌ها در کنکور سراسری پذیرفته شده‌اند به صورت ۶, ۸, ۲, ۱۰, ۴, ۶

می‌باشد. اگر یک نمونه دو عضوی از میان این افراد انتخاب کنیم، با چه احتمالی میانگین جامعه و نمونه یکسان است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{2}{25}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{3}{35}$

۴۶- در روش نمونه‌گیری تصادفی ساده می‌خواهیم احتمال انتخاب نمونه‌ای دو عضوی از یک مجموعه ۵ عضوی را محاسبه کنیم. این احتمال در

حالت با جایگذاری چند برابر حالت بدون جایگذاری است؟

- (۱) $\frac{1}{7}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{2}{7}$ (۴) $\frac{2}{5}$

۴۷- در جامعه‌ای با ۷ عضو ۱۲, ۱۴, ۱۰, ۷, ۱۳, ۱۱, ۵، احتمال آن‌که نمونه‌ای ۳ عضوی میانه را برابر ۱۰ برآورد کند، کدام است؟

- (۱) $\frac{8}{35}$ (۲) $\frac{9}{35}$ (۳) $\frac{11}{35}$ (۴) $\frac{12}{35}$

محل انجام محاسبات



۴۸- انحراف معیار برآورد میانگین جامعه‌ای توسط دو نمونه مختلف از این جامعه محاسبه شده است. اگر تعداد اعضای نمونه دوم ۱۴۰ واحد بیشتر از

نمونه اول و انحراف معیار برآورد میانگین توسط نمونه دوم ۷۵ درصد نمونه اول باشد، آنگاه مجموع تعداد اعضای دو نمونه کدام است؟

- (۱) ۳۲۰ (۲) ۴۶۰ (۳) ۵۰۰ (۴) ۶۴۰

۴۹- میانگین یک نمونه ۱۵ تایی برابر ۶ است. اگر حد بالای فاصله اطمینان ۹۵ درصدی برای میانگین ۵ برابر حد پایین آن باشد، واریانس جامعه کدام است؟

- (۱) ۵۶ (۲) ۶۰ (۳) ۶۴ (۴) ۷۲

۵۰- در یک نمونه تصادفی ۱۰۰ عضوی از یک جامعه، میانگین و انحراف معیار داده‌ها به ترتیب ۵۲ و ۳ است. اگر انحراف معیار جامعه برابر ۴ باشد،

بازه اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین جامعه کدام است؟

- (۱) $[51/2, 52/8]$ (۲) $[51/5, 52/5]$ (۳) $[51, 53]$ (۴) $[51/4, 52/6]$



سایت کنکور

دفترچه شماره ۲

آزمون شماره ۲۱

جمعه ۱۴۰۲/۰۲/۰۱



آزمون‌های سراسر گاج

گزینه درستی را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

سوالات آزمون

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

شماره داوطلبی:	نام و نام خانوادگی:
مدت پاسخگویی: ۷۵ دقیقه	تعداد سوال: ۶۰

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سوالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سوال		وضعیت پاسخگویی	تعداد سوال	مواد امتحانی	ردیف
	از	تا				
۵۰ دقیقه	۷۵	۵۱	اجباری	۲۵	فیزیک ۳	۱
	۸۵	۷۶	زوج کتاب	۱۰	فیزیک ۱	
	۹۵	۸۶		۱۰	فیزیک ۲	
۲۵ دقیقه	۱۱۰	۹۶	اجباری	۱۵	شیمی ۳	۲
	۱۲۰	۱۱۱	زوج کتاب	۱۰	شیمی ۱	
	۱۳۰	۱۲۱		۱۰	شیمی ۲	



۵۱- وقتی گالن پر از آبی را خالی می‌کنیم، صدایی تولید می‌شود که با خالی شدن تدریجی گالن، این صدا می‌شود. هم‌چنین وقتی آب را درون ظرفی با دیواره‌های قائم مثل پارچ می‌ریزیم، طول لوله صوتی در مدل‌سازی فیزیکی این پدیده می‌یابد. در پدیده اول، بسامد و در پدیده دوم می‌یابد.

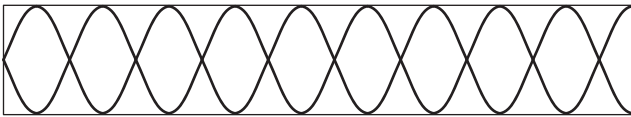
(۱) زیرتر - کاهش - کاهش - افزایش

(۲) بم‌تر - کاهش - کاهش - افزایش

(۳) زیرتر - افزایش - افزایش - کاهش

(۴) بم‌تر - کاهش - افزایش - افزایش

۵۲- در یک لوله صوتی به طول ۲۰۹ سانتی‌متر، امواج ایستاده‌ای به شکل زیر تشکیل شده است. در این لوله فاصله یک گره از شکم مجاور آن چند سانتی‌متر است؟



(۱) ۸

(۲) ۹

(۳) ۱۰

(۴) ۱۱

۵۳- جرم سیم گیتاری به طول ۰/۴ متر، برابر ۳ گرم است. اگر اندازه نیروی کشش این سیم برابر با ۵۸۸ نیوتون باشد، بسامد هماهنگ اصلی این سیم چند هرتز است؟

(۱) ۳۰۰ (۲) ۳۵۰ (۳) ۴۰۰ (۴) ۴۵۰

۵۴- در یک طناب به طول ۸۰ سانتی‌متر، موج ایستاده تشکیل می‌شود. با فرض ثابت بودن دو سر طناب، بسامد هماهنگ ششم در حالتی که تندی موج عرضی در این طناب برابر $42 \frac{m}{s}$ باشد، چند هرتز است؟

(۱) ۱۵۷/۵ (۲) ۱۳۱/۲۵ (۳) ۳۱۵ (۴) ۲۶۲/۵

۵۵- سیمی با چگالی $6 \frac{g}{cm^3}$ و مساحت سطح مقطع $4 mm^2$ را با نیرویی به بزرگی $86/4 N$ می‌کشیم. یک سر این سیم با بسامد ۴۰ هرتز به نوسان واداشته می‌شود و در طول آن موج ایستاده تشکیل می‌گردد. در این موج ایستاده، فاصله بین دو گره متوالی چند سانتی‌متر است؟

(۱) ۰/۷۵ (۲) ۷۵ (۳) ۱۵۰ (۴) ۱/۵

۵۶- تندی انتشار موج در یک تار دو سر بسته، $7 \frac{m}{s}$ است. اگر در یک سر این تار، با بسامد $200 Hz$ نوسان ایجاد کنیم، در تار، موج ایستاده تشکیل خواهد شد. فاصله یک شکم تا یک گره در این موج ایستاده چند متر می‌تواند باشد؟

(۱) ۰/۸۷۵ (۲) ۱/۰۵ (۳) ۰/۹۶۲۵ (۴) ۱/۲۲۵

۵۷- در موج ایستاده، نوسان همه نقاط با هم برابر است.

(۱) دامنه (۲) بسامد (۳) انرژی (۴) دامنه، فاز و بسامد

۵۸- فاصله دو گره مجاور موج ایستاده‌ای در یک سیم، ۱۲ cm است. ذره‌ای واقع در یک شکم این موج، حرکت هماهنگ ساده‌ای با دوره تناوب ۰/۲ s انجام می‌دهد. اگر دامنه نوسانی ذره در شکم این موج ۶ cm باشد، نسبت بیشینه سرعت ارتعاشی ذره واقع بر شکم به سرعت انتشار موج چقدر است؟ ($\pi = 3$)

(۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) ۲

محل انجام محاسبات



۵۹- در یک تار با طول ۱۵۶ سانتی متر که دو سر آن بسته می باشد، موج ایستاده ای با طول موج ۳۹ سانتی متر تشکیل می گردد. تعداد شکمها و تعداد گره های تشکیل شده در این تار به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه به درستی آمده اند؟

- (۱) ۸ و ۹ (۲) ۴ و ۵ (۳) ۵ و ۴ (۴) ۹ و ۸

۶۰- تار را بین دو نقطه محکم می بندیم. در این تار، موج ایستاده تشکیل می گردد. اگر طول موج در این تار ۲۲ سانتی متر باشد، طول این تار چند سانتی متر می تواند باشد؟

- (۱) ۸۹ (۲) ۱۳۲ (۳) ۱۶۴ (۴) ۹۸

۶۱- انرژی هر فوتون از یک موج الکترومغناطیسی $eV \times 10^{-7} \times 8$ است. این موج در کدام ناحیه از طیف امواج الکترومغناطیسی قرار دارد؟

$$(h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J.s}, c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}, e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C})$$

- (۱) فرسرخ (۲) رادیویی (۳) فرابنفش (۴) پرتو X

۶۲- یک لامپ با توان ۴۰۰ W، نوری با طول موج $396/8 \text{ nm}$ گسیل می کند. تعداد فوتون های تابشی توسط این لامپ در مدت زمان ۱۰ دقیقه در

کدام گزینه به درستی آمده است؟ ($hc = 1240 \text{ eV.nm}$, $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

- (۱) $2/4 \times 10^{23}$ (۲) $2/4 \times 10^{21}$ (۳) $4/8 \times 10^{21}$ (۴) $4/8 \times 10^{23}$

۶۳- در یک اتم فرضی، مقدار انرژی الکترون در حالت پایه برابر با ۱۲ eV است. به وسیله دو تیغه باردار الکتریکی به فاصله ۴ mm از یکدیگر، این الکترون را یونیده می کنیم. شدت میدان الکتریکی بین این دو صفحه چند کیلوولت بر متر است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۶

۶۴- رابطه ریبرگ برای محاسبه بلندترین طول موج فرابنفش تابش شده از گاز هیدروژن اتمی به صورت $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right)$ می باشد.

حاصل $n' \times n$ در کدام گزینه به درستی آمده است؟

- (۱) ۷ (۲) ۱۴ (۳) ۱۶ (۴) ۹

۶۵- در یک آزمایش فوتوالکتریک، ورقه های برق نما دارای $60 \mu\text{C}$ بار الکتریکی هستند. اگر فوتون توسط نوری با بسامد مناسب به کلاهک برق نما برخورد کند، بار الکتریکی آن به چند میکروکولن می رسد؟

- (۱) +۳۲ (۲) +۲۸ (۳) -۲۸ (۴) -۳۲

۶۶- در اتم هیدروژن، کوتاه ترین طول موج تابشی ممکن چند برابر کوتاه ترین طول موج تابشی در ناحیه فرسرخ است؟ ($R = 0.01 \text{ (nm)}^{-1}$)

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{9}$ (۳) ۹ (۴) ۳

۶۷- در اتم هیدروژن، هنگام انتقال الکترون از تراز $n = 3$ به تراز $n = 6$ ، طول موجی برابر با نانومتر می شود. ($R = 0.01 \text{ (nm)}^{-1}$)

- (۱) ۱۲۰۰ - جذب (۲) ۸۰۰ - جذب (۳) ۱۲۰۰ - گسیل (۴) ۸۰۰ - گسیل

۶۸- نور تک رنگی با طول موج ۷۹۲ nm به محیطی می تابد و به طور کامل جذب آن محیط می شود. اگر افزایش انرژی محیط در اثر این

تابش نور برابر با ۲۱۰ J باشد، چند فوتون جذب محیط شده است؟ ($c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J.s}$)

- (۱) $4/2 \times 10^{20}$ (۲) $4/2 \times 10^{21}$ (۳) $8/4 \times 10^{20}$ (۴) $8/4 \times 10^{21}$

محل انجام محاسبات



۶۹- اگر بسامد پرتو فرودی به سطح فلزی، $\frac{4}{2}$ برابر بسامد آستانه آن فلز باشد، نسبت تابع کار فلز به انرژی سریع ترین فوتوالکترون گسیل شده از سطح آن در کدام گزینه به درستی آمده است؟

(۱) $\frac{4}{5}$ (۲) $\frac{5}{4}$ (۳) $\frac{16}{5}$ (۴) $\frac{5}{16}$

۷۰- الکترون A در تراز $n=3$ و الکترون B در تراز $n=4$ قرار دارند. اگر بلندترین طول موج تابشی ممکن توسط الکترون B را با λ_B و کوتاه ترین طول موج تابشی ممکن توسط الکترون A را با λ_A نشان دهیم، نسبت $\frac{\lambda_A}{\lambda_B}$ در کدام گزینه به درستی آمده است؟ (هر دو الکترون مربوط به اتم هیدروژن می باشند).

(۱) $\frac{7}{128}$ (۲) $\frac{4}{27}$ (۳) $\frac{128}{7}$ (۴) $\frac{27}{4}$

۷۱- یکای ثابت ریذبرگ (R) از جنس و اندازه تقریبی آن برحسب \AA^{-1} برابر با است.

(۱) وارون یکای طول - 10^{-3} (۲) یکای طول - 10^{-12} (۳) یکای انرژی - 10^{-3} (۴) وارون یکای طول - 10^{-12}

۷۲- چه تعداد از عبارتهای زیر در مورد پدیده فوتوالکترونیک درست است؟

الف) در صورت وقوع پدیده فوتوالکترونیک، با افزایش بسامد آستانه فلز مورد آزمایش (تغییر فلز)، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترونها افزایش می یابد.

ب) در صورت وقوع پدیده فوتوالکترونیک، با افزایش طول موج نور فرودی، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترونها افزایش می یابد.

ج) در صورت وقوع پدیده فوتوالکترونیک، با افزایش بسامد نور فرودی، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترونها افزایش می یابد.

د) در صورت وقوع پدیده فوتوالکترونیک، با افزایش شدت نور فرودی، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترونها افزایش می یابد.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۷۳- چه تعداد از عبارتهای زیر در رابطه با طیف گسیلی از اجسام صحیح است؟

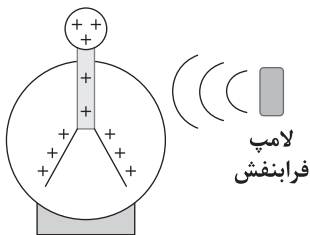
الف) طیف خطی ایجاد شده و نور گسیل شده، از نوع گاز درون لامپ مستقل است.

ب) طیف گسیلی از گازهای کم فشار و رقیق، شامل طول موجهای معینی است.

ج) طیف گسیلی از یک جسم جامد، شامل گستره ای از طول موجها است.

(۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۱

۷۴- مطابق شکل زیر، بر کلاهک برق نمایی که بار مثبت دارد، نور فرابنفش تابیده می شود. اگر طول موج نور تابیده شده کوچک تر از طول موج



آستانه فلز کلاهک برق نما باشد، کدام یک از گزینههای زیر صحیح است؟

(۱) پدیده فوتوالکترونیک رخ نمی دهد، بنابراین فاصله ورقهها تغییر نمی کند.

(۲) پدیده فوتوالکترونیک رخ می دهد و ورقهها پیوسته از هم دور می شوند.

(۳) پدیده فوتوالکترونیک رخ می دهد و ورقهها پیوسته به هم نزدیک می شوند.

(۴) پدیده فوتوالکترونیک رخ می دهد و ورقهها در ابتدا به هم نزدیک و سپس از هم دور می شوند.

۷۵- در پدیده فوتوالکترونیک، چگونه بیشینه تندی فوتوالکترونها گسیل شده از سطح فلز افزایش می یابد؟

(۱) در بسامد ثابت، شدت نور فرودی را افزایش دهیم.

(۲) از نوری با طول موج بلندتر استفاده کنیم.

(۳) بسامد نور تابشی را کاهش دهیم.

(۴) از فلزهایی با رسانایی بیشتر استفاده کنیم.

محل انجام محاسبات



توجه: داوطلب گرامی، لطفاً از بین سؤالات زوج درس ۱ (فیزیک ۱)، شماره ۷۶ تا ۸۵ و زوج درس ۲ (فیزیک ۲)، شماره ۸۶ تا ۹۵، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

زوج درس ۱

فیزیک ۱ (سؤالات ۷۶ تا ۸۵)

۷۶- کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

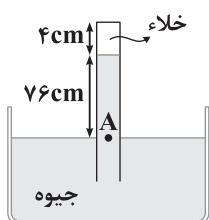
$$(۲) \quad ۱۰ \frac{\text{km}}{\text{h}} > ۴۰۰ \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

$$(۱) \quad ۱۰۰ \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} > ۰/۳۶ \frac{\text{m}^3}{\text{min}}$$

$$(۴) \quad ۱ \frac{\text{g}}{\text{L}} > ۱ \frac{\text{kg}}{\text{cm}^3}$$

$$(۳) \quad ۵۰ \frac{\text{N}}{\text{g}} < ۱ \frac{\text{m}}{(\text{ms})^2}$$

۷۷- مطابق شکل زیر، لوله‌ای باریک با سطح مقطع ۲cm^2 ، به صورت قائم درون ظرفی حاوی جیوه در حالت تعادل قرار دارد. اگر لوله را ۶۰ درجه حول نقطه A در جهت حرکت عقربه‌های ساعت بچرخانیم، اندازه نیروی وارد بر انتهای لوله از طرف جیوه تقریباً چند نیوتون می‌شود؟ ($g = ۱۰ \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ ، $\rho_{\text{جیوه}} = ۱۳۶۰۰ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$)



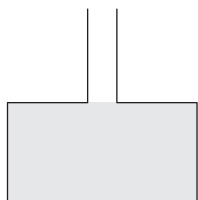
(۱) صفر

(۲) ۴/۹

(۳) ۱۰/۸

(۴) ۹/۸

۷۸- در شکل زیر، مساحت قاعده کف ظرف (A_۲)، ۱۲ برابر مساحت مقطع قسمت باریک بالای ظرف (A_۱) است. اگر ۱kg از مایعی با چگالی نامعلوم را از قسمت بالای ظرف به مایع موجود در ظرف اضافه کنیم، اندازه نیروی وارد بر کف ظرف چند نیوتون افزایش می‌یابد؟ ($g = ۱۰ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)



(۱) ۱۲

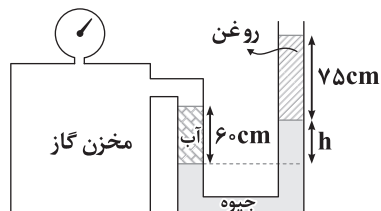
(۲) ۱۲۰

(۳) ۱۲۰۰

(۴) چگالی مایع باید مشخص باشد.

۷۹- در شکل زیر، مایع‌ها در تعادل هستند. فشارسنج ۶۵kPa را نشان می‌دهد. h چند سانتی‌متر است؟

$$(P_0 = ۱۰۴\text{kPa}, \rho_{\text{جیوه}} = ۱۳ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_{\text{روغن}} = ۰/۸ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_{\text{آب}} = ۱ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, g = ۱۰ \frac{\text{N}}{\text{kg}})$$



(۱) ۰/۵

(۲) ۳۰

(۳) ۰/۳

(۴) ۵۰

محل انجام محاسبات



۸۰- در شرایط خلأ، گلوله‌ای از سطح زمین و با تندی اولیه $30 \frac{m}{s}$ در امتداد قائم به سمت بالا پرتاب می‌شود. در چند متری از سطح زمین، انرژی جنبشی گلوله، $\frac{4}{5}$ انرژی پتانسیل گرانشی آن می‌شود؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

- (۱) ۱۲/۵ (۲) ۲۵ (۳) ۳۷/۵ (۴) ۵۰

۸۱- هواپیمایی به جرم ۸۰ تن از حال سکون شروع به حرکت می‌کند و با تندی $540 \frac{km}{h}$ از سطح زمین بلند می‌شود و در ارتفاع ۸۰۰ متری سطح زمین تندی آن به $720 \frac{km}{h}$ می‌رسد. کار کل نیروهای وارد بر هواپیما از لحظه‌ای که هواپیما از سطح زمین بلند می‌شود تا لحظه‌ای که تندی آن به $720 \frac{km}{h}$ می‌رسد، چند گیگاژول است؟

- (۱) ۰/۶ (۲) ۰/۷ (۳) ۶ (۴) ۷

۸۲- طول یک میله آهنی در دمای صفر درجه سلسیوس ۹ cm بیشتر از طول یک میله مسی در همان دما است. طول اولیه میله مسی در دمای صفر درجه سلسیوس چند سانتی‌متر باشد تا طول آن در دمای $40^\circ C$ ، ۳ cm بیشتر از طول میله آهنی در این دما باشد؟

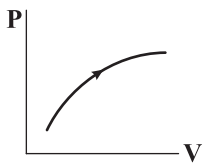
$$(\alpha_{\text{مس}} = 1/8 \times 10^{-5} K^{-1}, \alpha_{\text{آهن}} = 1/2 \times 10^{-5} K^{-1})$$

- (۱) ۵۰۰۱۸ (۲) ۵۰۰۲۴ (۳) ۵۰۰۰ (۴) ۲۰۱۶

۸۳- یک قطعه فلز با ظرفیت گرمایی ویژه $600 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C}$ و جرم $5 kg$ را درون گرمکنی با توان ثابت $3 kW$ قرار می‌دهیم. اگر آهنگ افزایش دمای فلز $4^\circ C/s$ باشد، چند درصد گرمای داده شده توسط گرمکن به فلز نمی‌رسد؟

- (۱) ۴ (۲) ۴۰ (۳) ۶ (۴) ۶۰

۸۴- نمودار $P-V$ گاز کاملی به صورت زیر است. کدام گزینه در مورد این نمودار درست است؟ (Q گرمای مبادله شده و W کار انجام شده روی گاز است.)



انجام شده روی گاز است.)

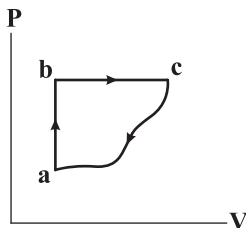
(۱) الزاماً $Q > 0$

(۲) الزاماً $Q < 0$

(۳) $|\Delta U| > |Q|$

(۴) $|Q| < |W|$

۸۵- در چرخه زیر، اگر دستگاه در مسیر abc، ۱۱۰ J گرما گرفته و ۴۰ J نیز کار انجام دهد، تغییرات انرژی درونی در مسیر ca چند ژول است؟



(۱) -۷۰

(۲) ۷۰

(۳) -۱۵۰

(۴) ۱۵۰

محل انجام محاسبات



زوج درس ۲

فیزیک ۲ (سوالات ۸۶ تا ۹۵)

۸۶- مطابق شکل زیر، در یک استوانه عایق، دو گلوله باردار A و B به جرم‌های $m_A = 600\text{g}$ و $m_B = 900\text{g}$ و در فاصله‌ای از هم به حال تعادل قرار گرفته‌اند. اندازه نیروی عمودی تکیه‌گاه (\vec{F}_N) که از طرف ته استوانه به گلوله A وارد می‌شود، چند نیوتون است؟ (از اصطکاک صرف نظر کنید و $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



۳ (۱)

۶ (۲)

۹ (۳)

۱۵ (۴)

۸۷- خازن تختی را که ثابت دی‌الکتریک ماده عایق بین صفحات آن K_1 است را از باتری جدا کرده و دی‌الکتریک آن را با ماده‌ای با ثابت دی‌الکتریک K_2 جایگزین می‌کنیم. نسبت بزرگی میدان الکتریکی بین صفحات خازن اولیه به بزرگی میدان الکتریکی بین صفحات خازن جدید در کدام گزینه به درستی آمده است؟

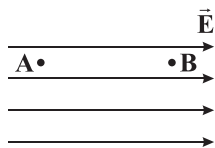
$$K_1 + K_2 \quad (۴)$$

$$K_1 K_2 \quad (۳)$$

$$\frac{K_1}{K_2} \quad (۲)$$

$$\frac{K_2}{K_1} \quad (۱)$$

۸۸- مطابق شکل زیر، ذره بارداری با بار $q = -4\mu\text{C}$ و به جرم 4mg از نقطه A در جهت خطوط میدان الکتریکی \vec{E} به بزرگی $2 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ با تندی $100 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ پرتاب می‌گردد و در نقطه B، تندی ذره به $50 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ می‌رسد. فاصله نقطه A تا نقطه B برابر چند سانتی‌متر است؟ (تنها نیروی وارد بر ذره، نیروی الکتریکی است.)



$$1/875 \times 10^{-2} \quad (۱)$$

$$1/875 \quad (۲)$$

$$3/75 \quad (۳)$$

$$3/75 \times 10^{-2} \quad (۴)$$

۸۹- طول یک سیم فلزی 30cm و شعاع مقطع آن 1mm است. اگر با تغییر شکل سیم و بدون تغییر جرم آن، مقاومت الکتریکی آن 256 برابر شود، شعاع مقطع سیم چند میلی‌متر شده است؟ (سیم را در هر دو حالت به شکل استوانه طویلی در نظر بگیرید.)

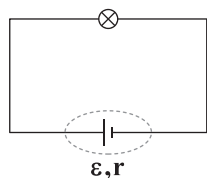
$$4 \quad (۴)$$

$$3 \quad (۳)$$

$$2 \quad (۲)$$

$$1 \quad (۱)$$

۹۰- مطابق شکل زیر، لامپی به مقاومت R و ولتاژ اسمی 20V و توان اسمی P_S را به یک باتری با نیروی محرکه $\mathcal{E} = 20\text{V}$ و مقاومت درونی r متصل کرده‌ایم. اگر توان مصرفی لامپ نسبت به توان اسمی آن به اندازه 51% درصد کاهش یافته باشد، نسبت $\frac{r}{R}$ در کدام گزینه به درستی آمده است؟ (از تغییرات مقاومت لامپ در اثر تغییر دما صرف نظر شود.)



$$\frac{3}{14} \quad (۲)$$

$$\frac{3}{7} \quad (۱)$$

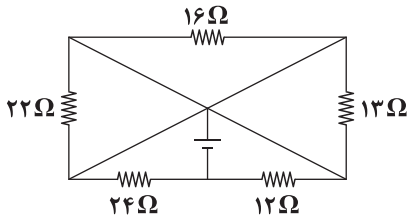
$$\frac{7}{3} \quad (۴)$$

$$\frac{14}{3} \quad (۳)$$

محل انجام محاسبات



۹۱- تعدادی مقاومت در مدار شکل زیر به یک باتری با نیروی محرکه ۲۴ ولت متصل شده‌اند. جریان عبوری از مقاومت ۱۲ اهمی چند آمپر است؟ ($r=0$)



- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۶

۹۲- ذره آلفا (هسته ${}^4_2\text{He}^{2+}$) عمود بر خطوط میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی ۳ T حرکت می‌کند. اگر اندازه شتاب حرکت ذره برابر با $\frac{m}{s^2}$ 6×10^9 باشد، تندی آن چند متر بر ثانیه خواهد بود؟ ($m_\alpha = 6/4 \times 10^{-27} \text{ kg}$ ، $e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$ و از نیروی وزن ذره صرف نظر کنید).

- (۱) ۸۰ (۲) ۴۰۰ (۳) ۴۰ (۴) ۸۰۰

۹۳- چه تعداد از عبارتهای زیر نادرست است؟

(الف) از مس در ساخت آهنربای موقت استفاده می‌شود.

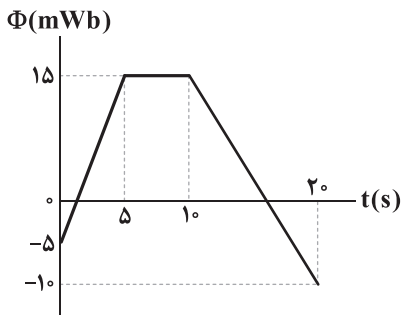
(ب) فولاد دارای حوزه‌های مغناطیسی است که در حضور میدان مغناطیسی به سختی حجم حوزه‌های هم‌جهت آن افزایش می‌یابد.

(ج) مواد پارامغناطیسی، دوقطبی مغناطیسی دارند، اما حوزه مغناطیسی ندارند.

(د) هیچ‌یک از اتم‌های مواد دیامغناطیسی دارای دوقطبی‌های مغناطیسی خالصی نیستند.

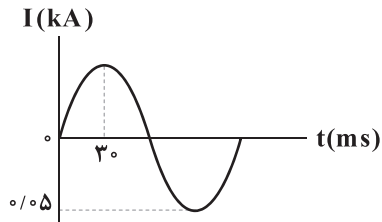
- (۱) ۳ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲

۹۴- در شکل زیر، نمودار شار مغناطیسی عبوری از یک حلقه رسانا برحسب زمان نشان داده شده است. اختلاف اندازه نیروی محرکه القایی متوسط در این حلقه در ۴ ثانیه اول و سه ثانیه پنجم چند میلی‌ولت است؟



- (۱) ۴
(۲) ۲/۵
(۳) ۱/۵
(۴) ۶/۵

۹۵- نمودار جریان برحسب زمان یک مولد جریان متناوب، مطابق شکل زیر است. معادله جریان برحسب زمان در SI در کدام گزینه به درستی آمده است؟



- (۱) $I = 50 \sin\left(\frac{\pi}{60} t\right)$
(۲) $I = 5 \sin\left(\frac{\pi}{60} t\right)$
(۳) $I = 50 \sin\left(\frac{50\pi}{3} t\right)$
(۴) $I = 5 \sin\left(\frac{100\pi}{6} t\right)$

محل انجام محاسبات



۹۶- آهن (III) اکسید، کدام محدوده از طول موجها (برحسب نانومتر) را از خود عبور می دهد؟

- (۱) ۴۰۰ تا ۵۰۰ (۲) ۵۰۰ تا ۶۰۰ (۳) ۶۰۰ تا ۷۰۰ (۴) ۴۰۰ تا ۶۰۰

۹۷- چه تعداد از ویژگی های زیر در ارتباط با فولاد و تیتانیوم به تقریب یکسان بوده و تفاوت ناچیزی با هم دارند؟

- چگالی
• مقاومت در برابر سایش
• واکنش با ذره های موجود در آب دریا
• مقاومت در برابر خوردگی

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۸- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

(آ) نیتینول به فلز هوشمند معروف است.

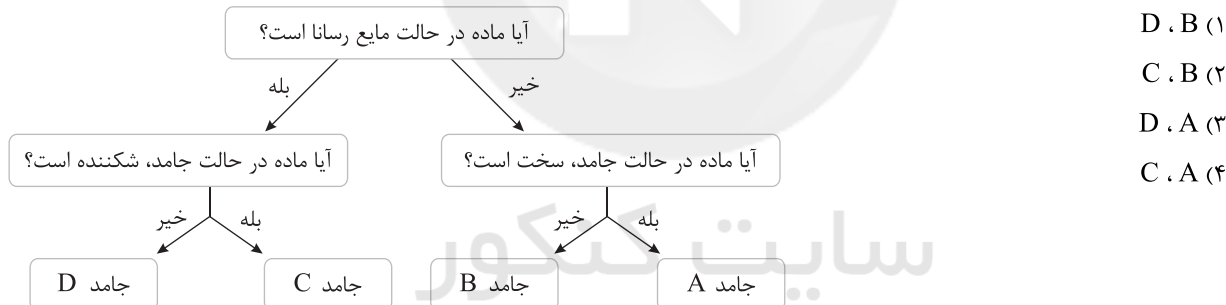
(ب) هر فلز افزون بر رفتارهای مشترک با دیگر فلزها، رفتارهای ویژه خود را نیز دارد.

(پ) در گذشته، یکی از منابع تهیه رنگدانه ها، نفت خام بود.

(ت) فلزها افزون بر رفتارهای مشابه، تفاوت های آشکاری در برخی رفتارها نشان می دهند.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۹- مطابق نمودار زیر، سیلیسیم کربید و سدیم سیلیکات به ترتیب جزو کدام دسته از جامدها هستند؟ (گزینه ها را از راست به چپ بخوانید.)



۱۰۰- محلولی از نمک وانادیم که زرد رنگ است با چه تعداد از گونه های زیر نمی تواند واکنش دهد؟

- Sn(s) • $\text{NO}_3^-(\text{aq})$ • Zn(s) • $\text{SO}_4^{2-}(\text{aq})$ • $\text{PO}_4^{3-}(\text{aq})$ •
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۰۱- جرم یک کره توپر از جنس نیتینول و به قطر ۴ cm برابر با ۱۷۴/۴ گرم است. درصد جرمی تقریبی نیکل در این آلیاژ کدام است؟ (π را برابر

با ۳ در نظر بگیرید.) ($d_{\text{Ni}} = 8/9$, $d_{\text{Ti}} = 4/45 \text{ g.cm}^{-3}$)

- (۱) ۲۰ (۲) ۳۷ (۳) ۶۳ (۴) ۸۰

محل انجام محاسبات



۱۰۲- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- مدل دریای الکترونی فلزها برای توجیه جلای فلزی و سطح براق و درخشندگی آنها مناسب نیست.
- حالت فیزیکی دی‌متیل اتر و پروپان در دما و فشار اتاق، یکسان است.
- تنوع و شمار مواد مولکولی بیشتر از مواد یونی است.
- هر ماده‌ای که در دما و فشار اتاق به حالت مایع باشد، جزو مواد مولکولی است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۰۳- چه تعداد از موارد زیر جزو کاربردهای طیف‌سنجی فرسرخ است؟

- شناسایی آلایندگی CO در هواکره
- شناسایی تمامی مولکول‌ها در فضای بین ستاره‌ای
- ام. آر. آی (MRI) در علم پزشکی
- شناسایی اکسیدهای نیتروژن در هواکره

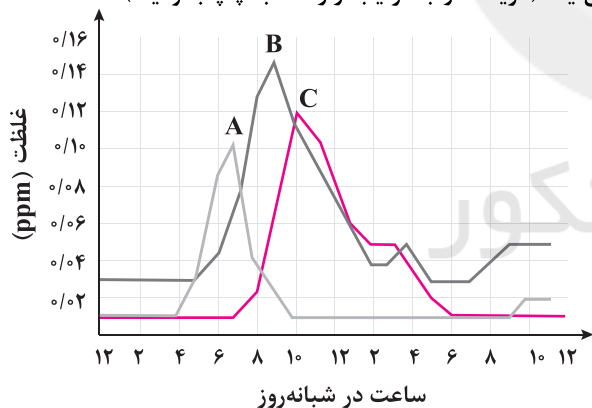
۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۰۴- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با مبدل کاتالیستی خودروهای بنزینی و دیزلی و واکنش‌های مربوط به حذف آلایندگی‌ها درست است؟

- (آ) در هر کدام از واکنش‌هایی که کربن حضور دارد، این عنصر نقش کاهنده را دارد.
- (ب) در هر دو مبدل، اکسید(های) نیتروژن به گاز نیتروژن کاهش می‌یابند.
- (پ) شمار فراورده‌های ناشی از واکنش‌های انجام شده در مبدل خودروی بنزینی، بیشتر از مبدل خودروی دیزلی است.
- (ت) در هر کدام از واکنش‌های انجام شده در دو مبدل، عدد اکسایش اکسیژن تغییر می‌کند.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۰۵- نمودار زیر غلظت سه آلایندگی NO_3 ، O_3 و NO_2 را در نمونه‌ای از هوای یک شهر بزرگ نشان می‌دهد. کدام یک به رنگ قهوه‌ای روشن دیده می‌شود و کدام یک در لایه استراتوسفر، جزو آلایندگی‌ها به حساب نمی‌آید؟ (گزینه‌ها را به ترتیب از راست به چپ بخوانید.)



- ۱ (A, B)
- ۲ (B, C)
- ۳ (A, C)
- ۴ (B, C)

۱۰۶- داده‌های جدول زیر مربوط به چهار واکنش فرضی است. در کدام واکنش، کاتالیزگر نمی‌تواند انرژی فعال‌سازی واکنش برگشت را ۶۰٪ کاهش دهد؟

واکنش	I	II	III	IV
E_a	۲۴kcal	۹۰kJ	۹۰kcal	۷۲kJ
ΔH	-۳۰kJ	+۱۲kcal	+۶۲kJ	-۲۰kcal

- ۱ (I)
- ۲ (II)
- ۳ (III)
- ۴ (IV)

محل انجام محاسبات



۱۰۷- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با واکنش میان گازهای هیدروژن و اکسیژن درست است؟

- این واکنش در دمای اتاق بدون حضور کاتالیزگر انجام نمی‌شود.
- سرعت انجام این واکنش در حضور توری پلاتینی بیشتر از حالتی است که از پودر روی به عنوان کاتالیزگر استفاده می‌شود.
- با ایجاد جرقه در مخلوط واکنش دهنده‌ها، واکنش به حالت انفجاری انجام می‌شود.
- ایجاد جرقه در مخلوط واکنش دهنده‌ها در مقایسه با استفاده از پودر روی به عنوان کاتالیزگر، انرژی فعال‌سازی را به میزان بیشتری کاهش می‌دهد.

۱ (۲) ۳ (۲) ۴ (۳) ۱ (۴)

۱۰۸- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با انرژی فعال‌سازی واکنش درست است؟

- برای آغاز هر واکنش شیمیایی مقدار معینی از انرژی لازم است که به آن انرژی فعال‌سازی واکنش می‌گویند.
- واکنش‌های شیمیایی صرف‌نظر از این‌که گرماده یا گرماگیر باشند، برای آغاز شدن به انرژی فعال‌سازی نیاز دارند.
- در واکنش سوختن متان، مقدار عددی آنتالپی، بزرگ‌تر از انرژی فعال‌سازی واکنش است.
- با مقایسه انرژی فعال‌سازی واکنش‌ها می‌توان در بازه شرایط آغاز آن‌ها و سرعت آن‌ها به صورت کمی اظهار نظر کرد.

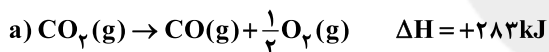
۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

۱۰۹- داده‌های جدول زیر مربوط به یک واکنش در دما و غلظت یکسان با کاتالیزگرهای متفاوت است. حاصل $b + c$ کدام است؟

کاتالیزگر	انرژی فعال‌سازی رفت (kJ)	انرژی فعال‌سازی برگشت (kJ)
I	۱۶۰	a
II	b	۱۰۹
III	۲۳۰	c

۱ (۲۸۹) ۲ (۳۲۱) ۳ (۳۳۹) ۴ (۲۷۱)

۱۱۰- اگر در واکنش $2CO(g) + 2NO(g) \rightarrow 2CO_2(g) + N_2(g)$ مجموع انرژی فعال‌سازی واکنش رفت و برگشت برابر ۲۱۹۱ کیلوژول باشد، با توجه به واکنش‌های a و b و آنتالپی آن‌ها، انرژی فعال‌سازی رفت واکنش فوق چند کیلوژول خواهد بود؟



۱ (۸۶۳) ۲ (۸۳۳) ۳ (۷۷۲) ۴ (۷۲۲)

توجه: داوطلب گرامی، لطفاً از بین سؤالات زوج درس ۱ (شیمی ۱)، شماره ۱۱۱ تا ۱۲۰ و زوج درس ۲ (شیمی ۲)، شماره ۱۲۱ تا ۱۳۰، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

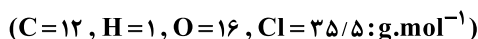
زوج درس ۱

شیمی (۱) (سؤالات ۱۱۱ تا ۱۲۰)

۱۱۱- در یک روز مطبوع بهاری ($25^\circ C$)، بر روی یک کشتی باری در بندر چابهار، یک کانتینر خالی به ابعاد $7 \times 2 \times 2$ قرار دارد. تعداد کل اتم‌های تشکیل‌دهنده هوای داخل این کانتینر به تقریب کدام است؟

۱ (۶/۹ × ۱۰^{۲۶}) ۲ (۶/۹ × ۱۰^{۲۳}) ۳ (۱/۴ × ۱۰^{۲۷}) ۴ (۱/۴ × ۱۰^{۲۴})

۱۱۲- شمار اتم‌های کربن موجود در ۱۱۴ گرم ساکارز، چند برابر شمار مولکول‌های موجود در ۹۵/۶ گرم کلروفرم است؟



۱ (۶/۴) ۲ (۳/۲) ۳ (۲/۵) ۴ (۵)

محل انجام محاسبات



۱۱۳- شمار زیرلایه‌های اشغال‌شده از الکترون در اتم A برابر با ۷ و شمار زیرلایه‌های پرشده از الکترون در اتم X برابر با ۱۱ است. چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با عنصرهای A و X همواره درست است؟

- عنصرهای A و X به ترتیب در دوره‌های چهارم و پنجم جدول جای دارند.
- تفاوت شماره گروه A و X حداکثر برابر با ۱۴ است.
- عنصر A در دما و فشار اتاق به حالت جامد است.
- A و X با هم واکنش شیمیایی نمی‌دهند.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۱۴- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با واکنش داده‌شده، پس از موازنه با کوچک‌ترین اعداد صحیح، درست است؟



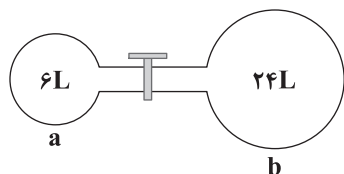
- مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها برابر با ضریب گاز هیدروژن است.
- ضریب یکی از واکنش‌دهنده‌ها برابر با ضریب یکی از فراورده‌ها است.
- مجموع ضرایب ترکیب‌های یونی برابر با ۶ است.
- تفاوت مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها و مجموع ضرایب فراورده‌ها برابر با ضریب یکی از واکنش‌دهنده‌ها است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۱۵- در ساختار لوویس چه تعداد از گونه‌های زیر، شمار جفت الکترون‌های پیوندی کم‌تر از شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی لایه ظرفیت همه اتم‌های سازنده آن گونه است؟



۱۱۶- هنگامی که شیر بین دو ظرف بسته است، مقداری گاز هلیوم در ظرف a می‌ریزیم. فشار ظرف a در دمای 227°C برابر $3/6 \text{ atm}$ است. اگر



شیر را باز کنیم، فشار نهایی دو ظرف در دمای 177°C برابر چند اتمسفر می‌شود؟

(۱) $1/2$

(۲) ۱

(۳) $8/1$

(۴) $6/48$

۱۱۷- با توجه به شکل زیر که مربوط به دستگاه گلوکومتر است، برای اکسایش گلوکز موجود در ۴ لیتر از خون این فرد به چند لیتر اکسیژن در



شرایط استاندارد نیاز است؟ ($\text{C}=12, \text{H}=1, \text{O}=16: \text{g.mol}^{-1}$)

(۱) $4/3$

(۲) ۴۳

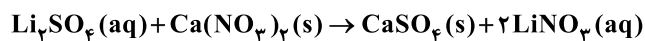
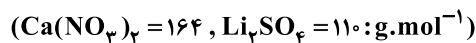
(۳) $2/9$

(۴) ۲۹

محل انجام محاسبات



۱۱۸- انحلال پذیری لیتیم سولفات در آب در دماهای 10°C و 70°C به ترتیب برابر با ۳۵ و ۲۵ گرم است. اگر انحلال پذیری این نمک در آب برحسب دما (در مقیاس درجه سلسیوس) به صورت یک خط راست باشد، به تقریب در چه دمایی ($^{\circ}\text{C}$) محلول سیرشده‌ای از این نمک که شامل ۱۰ گرم آب است، می‌تواند با $3/28$ گرم کلسیم نیترات به طور کامل واکنش دهد؟



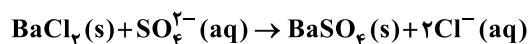
۶۷ (۴)

۷۷ (۳)

۹۸ (۲)

۸۸ (۱)

۱۱۹- اگر غلظت یون سولفات در نمونه‌ای از آب دریا برابر 2400 ppm باشد، به تقریب چند مول باریم کلرید به ۵ کیلوگرم آب دریا اضافه کنیم تا تمام یون‌های سولفات به صورت باریم سولفات رسوب کند؟ ($\text{S} = 32, \text{O} = 16: \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



۱/۲۵ (۴)

۰/۱۲۵ (۳)

۲/۵ (۲)

۰/۲۵ (۱)

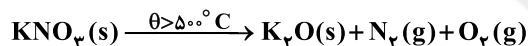
۱۲۰- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) هگزان، حلال مواد ناقطبی و رقیق‌کننده رنگ بوده و چگالی آن اندکی بیشتر از چگالی آب است.
- (۲) با افزایش دما، انحلال پذیری نمک‌هایی مانند پتاسیم نیترات و لیتیم سولفات در آب افزایش می‌یابد.
- (۳) میزان قطبیت مولکول‌های آب و قدرت نیروهای بین مولکولی آن نزدیک به دو برابر مولکول‌های هیدروژن سولفید است.
- (۴) در ساختار یخ، آرایش مولکول‌های آب به گونه‌ای است که در آن، اتم‌های هیدروژن در رأس حلقه‌های شش‌ضلعی قرار دارند.

زوج درس ۲

شیمی (۲) (سوالات ۱۲۱ تا ۱۳۰)

۱۲۱- مطابق معادله واکنش زیر چند گرم پتاسیم نیترات در دمای بالاتر از 50°C باید تجزیه شود تا اکسیژن آزاد شده از آن بتواند با $48/8$ گرم بنزنوئیک اسید به طور کامل واکنش دهد؟ (بازده واکنش تجزیه پتاسیم نیترات ۶۰٪ است.)



۳۰۳ (۴)

۶۰۶ (۳)

۲۰۲ (۲)

۴۰۴ (۱)

۱۲۲- چه جرمی از کریولیت (Na_3AlF_6) با خلوص ۹۰٪ برحسب گرم برداریم تا جرم آلومینیم موجود در آن، دو برابر جرم آلومینیم موجود در ۱۱۴ گرم آلومینیم سولفات با خلوص ۶۰٪ باشد؟ (ناخالصی‌ها فاقد آلومینیم هستند.)



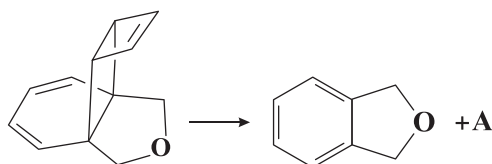
۲۵۶/۶۶ (۴)

۲۱۲/۲۲ (۳)

۱۸۶/۶۶ (۲)

۱۴۳/۳۳ (۱)

۱۲۳- در واکنش موازنه‌شده زیر A کدام است؟


 (۱)

 (۲)

 (۳)

 (۴)

محل انجام محاسبات



۱۲۴- برای ترکیبی با فرمول مولکولی C_7H_8O چند ساختار می توان رسم کرد که دارای گروه عاملی آلدهیدی باشد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۲۵- اگر در معادله سوختن کامل لیکوپن، سرعت متوسط تولید H_2O و CO_2 به ترتیب $8/4 \text{ mol.s}^{-1}$ و 720 mol.min^{-1} باشد، سرعت

متوسط مصرف اکسیژن در شرایط استاندارد چند $m^3.h^{-1}$ است؟ (شمار اتم‌های کربن مولکول لیکوپن، دو برابر شمار اتم‌های هیدروژن مولکول $C_{40}H_{56}$ ، تری متیل هگزان است.)

- (۱) ۱۳۰۶ (۲) ۶۹۲ (۳) ۸۱۲ (۴) ۱۲۷۴

۱۲۶- با توجه به داده‌های زیر آنتالپی واکنش تجزیه ساده‌ترین الکل و تبدیل آن به ساده‌ترین آلدهید و گاز هیدروژن، چند کیلوژول بر مول است؟
• آنتالپی واکنش هابر به‌ازای تولید یک مول فراورده، -46 kJ است.

• آنتالپی واکنش تولید یک مول آمونیاک از هیدرازین و هیدروژن برابر -92 kJ است.

• آنتالپی واکنش میان هیدرازین و ساده‌ترین الکل و تولید گازهای نیتروژن و هیدروژن به همراه ساده‌ترین آلدهید، به‌ازای تولید یک مول گاز هیدروژن برابر -12 kJ است.

- (۱) ۵۶ (۲) -۵۶ (۳) ۱۰۶ (۴) -۱۰۶

۱۲۷- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با واکنش کامل میان $2/6$ گرم تیغه روی با مقداری محلول $0/2$ مولار مس (II) سولفات که در مدت ۷۵ دقیقه انجام می‌شود، درست است؟ ($Zn = 65 \text{ g.mol}^{-1}$)

• با فرض این‌که تمام روی مصرف شود، سرعت متوسط تولید فلز مس $0/32 \text{ mol.h}^{-1}$ است.

• برای مصرف شدن تمام تیغه روی حداقل به 200 میلی‌لیتر محلول مس (II) سولفات نیاز است.

• سرعت متوسط مصرف مس (II) سولفات برابر با سرعت متوسط مصرف فلز روی است.

• این واکنش نشان می‌دهد که فلز روی در مقایسه با مس، واکنش‌پذیری بیشتری دارد.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۲۸- برای ساخت سرنگ از یک پلیمر استفاده می‌شود. تفاوت شمار اتم‌های هیدروژن و کربن مونومر سازنده این پلیمر کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) ۲

۱۲۹- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

• کلسترول همانند ویتامین A یک الکل سیرنشده محسوب شده و هیچ‌کدام در آب حل نمی‌شوند.

• تفاوت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در گروه‌های عاملی آمیدی و استری برابر یا یک جفت است.

• الکل راست‌زنجیر و سیرشده‌ای که شمار اتم‌های هیدروژن مولکول آن برابر با اتم‌های هیدروژن مولکول پروپان است به هر نسبتی در آب حل می‌شود.

• از واکنش هر آمین با یک کربوکسیلیک اسید می‌توان یک آمید تولید کرد.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۳۰- اگر نمونه‌ای از ترکیب زیر که جرم هیدروژن موجود در آن برابر $2/4$ گرم است در واکنش پلیمری شدن شرکت کند، با فرض بازده 80% چند

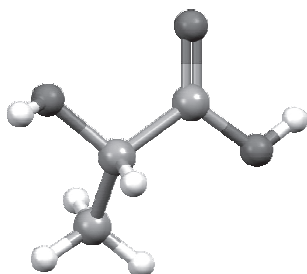
گرم پلیمر تولید می‌شود؟ ($C = 12, H = 1, O = 16 : \text{g.mol}^{-1}$)

- (۱) ۲۷

- (۲) ۳۶

- (۳) $23/04$

- (۴) $17/28$





آزمون‌های سراسر کاج

گزینه‌درا انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

دفترچه شماره ۳

آزمون شماره ۲۱

جمعه ۱۴۰۲/۰۲/۰۱

پاسخ‌های تشریحی

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۱۱۰	مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف
	از	تا			
۷۵ دقیقه	۱۰	۱	۱۰	حسابان ۲	۱
	۲۰	۱۱	۱۰	ریاضیات گسسته	
	۳۰	۲۱	۱۰	هندسه ۳	
	۴۰	۳۱	۵	هندسه ۱	
	۵۰	۴۱	۱۰	آمار و احتمال	
۵۰ دقیقه	۷۵	۵۱	۲۵	فیزیک ۳	۲
	۸۵	۷۶	۱۰	فیزیک ۱	
	۹۵	۸۶	۱۰	فیزیک ۲	
۲۵ دقیقه	۱۱۰	۹۶	۱۵	شیمی ۳	۳
	۱۲۰	۱۱۱	۱۰	شیمی ۱	
	۱۳۰	۱۲۱	۱۰	شیمی ۲	

آزمون‌های سراسر گاج

دروس	طراحان	ویراستاران علمی
ریاضیات	حسابان (۲)	سیروس نصیری حسین نادری
	گسسته	علی ایمانی
	هندسه (۳)	مجید فرهمندپور
	هندسه (۱)	سید محمدرضا حسینی فرد
	آمار و احتمال	مجید فرهمندپور
فیزیک	ارسلان رحمانی امیررضا خوینی‌ها رضا کریم‌زاده - حسین شهبازی مسعود قره‌خانی - شهاب نصیری	مروارید شاه‌حسینی سارا دانایی کجانی حمیدرضا شیخ‌حسینی
	شیمی	پویا الفتی - میلاد عزیزی
		ایمان زارعی - رضیه قربانی



فروشگاه مرکزی گاج: تهران - خیابان انقلاب
نیش بازارچه کتاب

اطلاع‌رسانی و ثبت نام
۰۲۱-۶۴۲۰

نشانی اینترنتی
www.gaj.ir

آماده‌سازی آزمون

مدیریت آزمون: ابوالفضل مزرعتی

بازبینی و نظارت نهایی: سارا نظری

برنامه‌ریزی و هماهنگی: سارا نظری - مینا نظری

بازبینی دفترچه: بهاره سلیمی - عطیه خادمی

ویراستاران فنی: ساناز فلاحی - مروارید شاه‌حسینی - مریم پارسائیان - سپیده‌سادات شریفی - عاطفه دستخوش

سرپرست واحد فنی: سعیده قاسمی

صفحه‌آرا: فرهاد عبدی

طراح شکل: آرزو گلفر

حروف‌نگاران: مینا عباسی - مهناز کاظمی - فرزانه رجبی - ربابه الطافی - حدیث فیض‌الهی



به نام خدا

حقوق دانش‌آموزان در آزمون‌های سراسری گاج

داوطلب گرامی؛ با سلام در اینجا شما را با بخشی از حقوق خود در آزمون‌های سراسری گاج آشنا می‌نمایم:

۱- اطلاعات شناسنامه‌ای و آموزشی شما مانند نام، نام خانوادگی، جنسیت و گروه آزمایشی بایستی به صورت صحیح در بالای پاسخ‌برگ درج شده باشد.

۲- آزمون‌های سراسری گاج باید راس ساعت اعلام شده در دفترچه، شروع و خاتمه یابد.

۳- محل برگزاری آزمون باید از لحاظ سرمایش و گرمایش، نور کافی، نظافت و سایر موارد در حد مطلوب و استاندارد باشد.

۴- سؤالات آزمون‌های سراسری گاج بایستی نزدیک‌ترین سؤالات به کنکور سراسری باشد و عاری از هرگونه اشکال علمی و تایپی باشد.

۵- بعد از هر آزمون و به هنگام خروج از جلسه آزمون بایستی پاسخ‌نامه‌ی تشریحی هر آزمون را دریافت نمایید.

۶- کارنامه‌ی هر آزمون بایستی در همان روز آزمون به روش‌های ذیل تحویل شما گردد:

• مراجعه به سایت گاج به نشانی www.gaj.ir

• مراجعه به نمایندگی.

۷- خدمات مشاوره‌ای رایگانی که در طی ۱ مرحله آزمون (ویژه داوطلبان آزاد) ارائه می‌گردد شامل:

• برگزاری جلسه مشاوره حداقل یکبار در طی هر آزمون توسط رابط تحصیلی.

• تماس تلفنی حداقل ۱ بار در طی هر آزمون توسط رابط تحصیلی.

• تماس تلفنی با اولیا حداقل یکبار در هر فاز [آزمون‌های سراسری گاج در چهار فاز تابستانه، ترم اول، ترم دوم و جامع برگزار می‌گردد].

• بررسی کارنامه آزمون توسط رابط تحصیلی در هر آزمون.

چنانچه در هر یک از موارد فوق کمبود و یا نقصی مشاهده نمودید لطفاً بلافاصله با تلفن ۰۲۱-۶۴۲۰ تماس حاصل نموده و مراتب را اطلاع دهید.



در گاج، بهترین صدا،

صدای دانش‌آموز است.



$$f(x) = \sqrt[3]{x^2}(x-5) \Rightarrow f'(x) = \frac{2(x-5)}{3\sqrt[3]{x}} + \sqrt[3]{x^2} \quad \text{۱} \quad \text{۷}$$

$$f'(x) = \frac{\Delta}{3} \times \frac{x-2}{\sqrt[3]{x}} \Rightarrow f''(x) = \frac{1}{9} \times \frac{x+1}{\sqrt[3]{x^4}}$$

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$
f'(x)	+	+	0	-	+
f''(x)	-	0	+	+	+

تابع f در بازه (0, 2) نزولی و در این بازه تقعر تابع رو به بالا است.

نمودار تابع در بازه (0, a) دارای دو نقطه عطف است. پس

گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست می‌باشند.

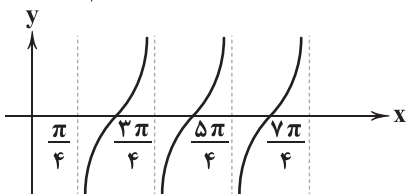
در ابتدای بازه، $f''(x) < 0$ است، پس باید تقعر f(x) رو به پایین باشد در نتیجه گزینه (۱) نادرست است.

پس گزینه (۲) می‌تواند جواب تست باشد.

۳ ۹

$$f(x) = \tan\left(\frac{\pi}{4} + x\right) - \cot\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = -2\cot\left(\frac{\pi}{4} + 2x\right) = 2\tan 2x$$

$$\Rightarrow T = \frac{\pi}{2}$$



سه نقطه عطف دارد.

۴ ۱۰

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(3-x^2) & x \leq 1 \\ \frac{1}{x} & x > 1 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} -x & x \leq 1 \\ -\frac{1}{x^2} & x > 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f''(x) = \begin{cases} -1 & x < 1 \\ \frac{2}{x^3} & x > 1 \end{cases}$$

$x = 1$ طول نقطه عطف تابع $f'(x) = -1$ و اگر $x < 1$ آن گاه $f''(x) < 0$ و

اگر $x > 1$ آن گاه $f''(x) > 0$ پس گزینه (۴) درست است.

اگر اعداد مورد نظر را به صورت XYZt در نظر بگیریم، تعداد

اعداد مدنظر برابر است با تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی:

$$x + y + z + t = 10$$

$$x \leq 7$$

اگر تعداد جواب‌های معادله $x + y + z + t = 10$ که $\binom{13}{3} = 286$ است را

حالت‌های کل در نظر بگیریم، حالت‌های نامطلوب تعداد جواب‌های

$$\text{معادله} \begin{cases} x + y + z + t = 10 \\ x \geq 8 \end{cases} \text{ است که برابر } \binom{5}{3} = 10 \text{ پس تعداد جواب‌های}$$

$$286 - 10 = 276$$

مطلوب:

مربع‌های B_1 , B_2 مد نظر است. ۳ ۱۲

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

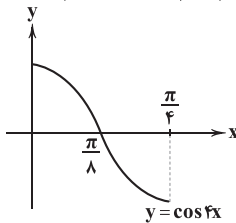
$$B_1 = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

ریاضیات

$$f(x) = \sin^2 x + \cos^2 x = 1 - 2\sin^2 x \cos^2 x \quad \text{۴} \quad \text{۱}$$

$$= 1 - \frac{1}{2}\sin^2 2x = \frac{3}{4} + \frac{1}{4}\cos 4x$$



در بازه $(0, \frac{\pi}{4})$ ابتدا تقعر رو به پایین و سپس رو به بالا است و در

$x = \frac{\pi}{8}$ سوی تقعر عوض می‌شود.

دقت کنید که تقعر تابع $\cos 4x$ و تابع $\frac{3}{4} + \frac{1}{4}\cos 4x$ یکسان است.

۳ ۲

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{(x-1)(x-2)} = 1 \Rightarrow -f'(1) = 1 \Rightarrow f'(1) = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x) - f'(1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{2}{x} - 1\right) \Rightarrow f''(1) = -1$$

بنابراین در همسایگی $x = 1$ تابع $f(x)$ نزولی‌اکید و تقعر آن رو به پایین است.

دو نقطه به طول‌های -1 و 3 نقاط عطف تابع اند بنابراین:

۲ ۳

$$A \begin{bmatrix} -1 \\ y_A \end{bmatrix}, B \begin{bmatrix} 3 \\ y_B \end{bmatrix} \xrightarrow{AB=2\sqrt{5}} 2\sqrt{5} = \sqrt{(-1-3)^2 + (y_A - y_B)^2}$$

$$\Rightarrow 20 = 16 + (y_A - y_B)^2 \Rightarrow |y_A - y_B| = 2$$

طول‌های نقاط عطف تابع برابر 2 و -2 می‌باشد، بنابراین:

۳ ۴

$$f'(x) = 4x^2 + 2ax \Rightarrow f''(x) = 12x^2 + 2a \Rightarrow 12(2)^2 + 2a = 0$$

$$\Rightarrow a = -24$$

$$f(2) = 0 \Rightarrow 2^4 - 24(2)^2 + b = 0 \Rightarrow b = 80$$

۴ ۵

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (1+\sqrt{2}) + (1-\sqrt{2}) = -\frac{2a}{3} \Rightarrow a = -3 \\ (1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2}) = \frac{b}{3} \Rightarrow b = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = x^3 - 3x^2 - 2x + 1 \Rightarrow \text{عطف } x = 1 \Rightarrow \text{عطف } y = -4$$

۱ ۶

$$-\frac{7}{3} < x < -2 \Rightarrow f'(x) \text{ صعودی} \Rightarrow f''(x) > 0 \Rightarrow f''(-2) > 0$$

$$4 < x < 6 \Rightarrow \text{نزولی } f'(x) \Rightarrow f''(x) < 0 \Rightarrow f''(5) < 0$$

$$f''(-3) > f''(1) = 0 > f''(5) \Rightarrow \text{الف) صحیح می‌باشد.}$$

$$-1 < x < 1 \Rightarrow \text{نزولی } f'(x) \Rightarrow f''(x) < 0 \Rightarrow f''\left(-\frac{1}{3}\right) < 0$$

$$1 < x < 3 \Rightarrow \text{صعودی } f'(x) \Rightarrow f''(x) > 0 \Rightarrow f''\left(\frac{3}{2}\right) > 0$$

$$\Rightarrow f''\left(-\frac{1}{3}\right)f''\left(\frac{3}{2}\right) < 0 \Rightarrow \text{ب) صحیح می‌باشد.}$$



۲۰ ۳ اگر این ۵ روستا را ۵ رأس یک گراف در نظر بگیریم:

تعداد حالت‌هایی که دوریجان بدون ارتباط است: $|a|$

تعداد حالت‌هایی که دهنو بدون ارتباط است: $|b|$

$$|a \cup b| = |a| + |b| - |a \cap b|$$

$$\Rightarrow |a \cup b| = \binom{4}{2} + \binom{4}{2} - \binom{3}{2} = 2^6 + 2^6 - 2^3 = 120$$

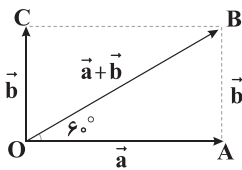
$$\text{تعداد کل حالت‌ها} = 2^{\binom{5}{2}} = 2^{10} = 1024$$

$$\Rightarrow \text{تعداد حالت‌های مطلوب} = 1024 - 120 = 904$$

۲۱ ۱ در مثلث OAB بنا به قضیهٔ cos داریم:

$$|b|^2 = |a|^2 + |\vec{a} + \vec{b}|^2 - 2|a||\vec{a} + \vec{b}| \cos \theta$$

$$|b|^2 = 9 + 36 - 2 \times 3 \times 6 \times \frac{1}{2} = 27 \Rightarrow |b| = 3\sqrt{3}$$



در مثلث OAB طبق قضیهٔ sin داریم:

$$\frac{b}{\sin 60^\circ} = \frac{a+b}{\sin A} \Rightarrow \frac{3\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{6}{\sin A} \Rightarrow \sin A = 1 \Rightarrow \hat{A} = 90^\circ$$

یعنی دو بردار \vec{a} و \vec{b} بر هم عمودند پس $a \cdot b = 0$ است.

۲۲ ۳

$$\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 6\vec{k} = (3, -2, 6) \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{9+4+36} \Rightarrow |\vec{a}| = 7$$

$$\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k} = (2, -1, 2) \Rightarrow |\vec{b}| = \sqrt{4+1+4} \Rightarrow |\vec{b}| = 3$$

بردار $|\vec{b}||\vec{a} + \vec{b}|$ نیمساز زاویهٔ بین بردارهای \vec{a} و \vec{b} است پس

یا $3k\vec{a} + 7k\vec{b}$ بردار نیمساز می‌باشد یعنی $m = 3k$ و $n = 7k$

$$\left| \frac{m}{n} \right| = \frac{3}{7}$$

۲۳ ۳

$$|\vec{a} - \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2|\vec{a}||\vec{b}| \cos \alpha$$

$$\Rightarrow 3 = 4 + 1 - 2(2)(1) \cos \alpha \Rightarrow 4 \cos \alpha = 2$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

۲۴ ۳ اگر $M(x, y, z)$ باشد، داریم:

$$\overline{AM} = (x-2, y+1, z-7)$$

$$\overline{BM} = (x+2, y-1, z-5)$$

$$\overline{AM} \cdot \overline{BM} = 10$$

$$\Rightarrow (x-2)(x+2) + (y+1)(y-1) + (z-7)(z-5) = 10$$

$$\Rightarrow x^2 - 4 + y^2 - 1 + z^2 - 12z + 35 = 10$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 12z + 36 = 16 \Rightarrow x^2 + y^2 + (z-6)^2 = 16$$

$$MN = \sqrt{x^2 + y^2 + (z-6)^2} = \sqrt{16} = 4$$

۲۵ ۴ نکته (۱):

$$\cos \alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$$

۱۳ ۱ تعداد جواب‌ها برابر تعداد توابع پوشا مانند

$$f: \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \rightarrow \{a, b, c, d\} \text{ که } f(1) = a \text{ و } f(2) = b.$$

حالت‌هایی که به c یا d جایزه تعلق نمی‌گیرد، برابر است با:

$$|\overline{c \cup d}| = |\overline{c}| + |\overline{d}| - |\overline{c \cap d}|$$

$$= 3^4 + 3^4 - 2^4 = 146$$

$$\text{حالت‌های کل: } 4^4 = 256$$

$$\text{حالت‌های مطلوب} = 256 - 146 = 110$$

۱۴ ۲

$$|A| = 68 \Rightarrow A: \{33^2, 33^3, \dots, 99^2\}$$

$$|A \cap B| = 1 \Rightarrow A \cap B = \{4^6\}$$

$$|A - B| = |A| - |A \cap B| = 68 - 1 = 67$$

۱۵ ۲ تعداد توابع پوشا و ۱-۱ از یک مجموعهٔ n عضوی به یک

مجموعهٔ n عضوی برابر n! است.

۱۶ ۳

$$243 = 3^5 = \text{کل حالات}$$

$$|\overline{1 \cup 2 \cup 3}| = \text{تعداد حالت‌های نامطلوب}$$

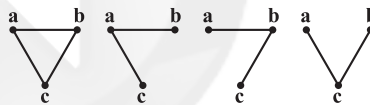
تعداد حالت‌هایی که ۱ یا ۲ یا ۳ را ندارد.

$$|\overline{1}| + |\overline{2}| + |\overline{3}| - |\overline{1 \cap 2}| - |\overline{1 \cap 3}| - |\overline{2 \cap 3}| + |\overline{1 \cap 2 \cap 3}|$$

$$= 2^5 \times 3 - 1^5 \times 3 + 0 = 93$$

$$\Rightarrow \text{حالت‌های مطلوب} = 243 - 93 = 150$$

۱۷ ۳ تعداد حالت‌های مطلوب به صورت زیر است:



$$x + y + z + t + w = 6 \Rightarrow \binom{10}{4} = 210$$

۱۸ ۴

$$x = y \Rightarrow 2x + z + t + w = 6$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x=0 \Rightarrow z+t+w=6 \Rightarrow \binom{8}{2} = 28 \\ x=1 \Rightarrow z+t+w=4 \Rightarrow \binom{6}{2} = 15 \\ x=2 \Rightarrow z+t+w=2 \Rightarrow \binom{4}{2} = 6 \\ x=3 \Rightarrow z+t+w=0 \Rightarrow \binom{2}{2} = 1 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \text{تعداد حالت‌های } (x=y) = 50$$

$$\text{سایر حالت‌ها} = 210 - 50 = 160$$

$$\text{در نصف حالات } x > y \text{ است یعنی } 80 \text{ حالت.}$$

$$\Rightarrow \text{تعداد حالت‌های } x > y = 80$$

$$\text{تعداد مطلوب اعدادی هستند که بر ۲ و ۳ بخش پذیر نیستند.}$$

۱۹ ۱

$$2 \text{ مضرب } = |2| = \left[\frac{150}{2} \right] = 75$$

$$3 \text{ مضرب } = |3| = \left[\frac{150}{3} \right] = 50$$

$$6 \text{ مضرب } = |2 \cap 3| = \left[\frac{150}{6} \right] = 25$$

$$|\overline{2 \cap 3}| = |\overline{2 \cup 3}| = \text{حالت‌های کل} - |2| - |3| + |2 \cap 3|$$

$$= 150 - 75 - 50 + 25 = 50$$



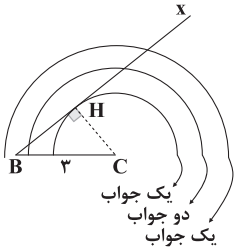
نکته (۲):

۳۱ ۲ ابتدا $BC=3$ و زاویه $B=45^\circ$ را رسم می‌کنیم. سپس به مرکز C و شعاع $AC=b$ کمانی رسم می‌کنیم که باید نیم‌خط Bx را دو بار قطع کند. بنابراین با توجه به $CH=BC\sin 45^\circ = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ داریم:

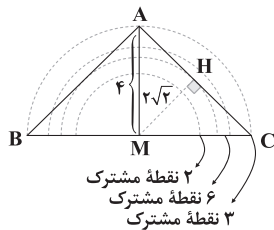
اگر $b = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ یا $b > 3$ مسئله یک جواب دارد.

به ازای $3 < b < \frac{3\sqrt{2}}{2}$ مسئله دو جواب دارد.

به ازای $b < \frac{3\sqrt{2}}{2}$ مسئله جواب ندارد.



۳۲ ۳ مطابق شکل اگر کمانی به مرکز M و شعاع x رسم کنیم، به ازای $x < 2\sqrt{2}$ دقیقاً ۲ نقطه مشترک با محیط مثلث دارد، به ازای $x = 2\sqrt{2}$ دارای ۴ نقطه مشترک، به ازای $2\sqrt{2} < x < 4$ دارای ۶ نقطه مشترک و به ازای $x = 4$ دارای ۳ نقطه مشترک با محیط مثلث است هم‌چنین اگر $x > 4$ باشد، آن‌گاه کمان رسم شده هیچ نقطه مشترکی با محیط مثلث ندارد.

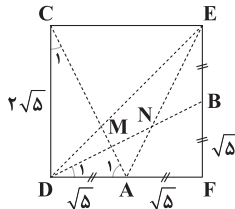


۳۳ ۴ مطابق شکل اندازه‌های $AP=3$ و $AM=2$ و $BQ=2$ به دست می‌آید پس:

$$Q \quad B \quad M \quad A \quad P \quad QM - PM = 6 - 5 = 1$$

۳۴ ۴ در مثلث DEF میانه‌های BD و AE در N هم‌رساند پس N نقطه هم‌رسی میانه‌های مثلث DEF است و می‌توان نوشت:

$$DN = \frac{2}{3} DB$$



اگر مساحت مربع $S=20$ باشد، طول ضلع آن $DF=2\sqrt{5}$ است و با توجه به هم‌نهشتی مثلث‌های ACD و BDF داریم:

$$\triangle ACD \cong \triangle BDF \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{C}_1 = 90^\circ - \hat{A}_1$$

$$\Rightarrow \hat{AMD} = 90^\circ$$

$$\cos \hat{C}_1 = \cos \hat{D}_1 \Rightarrow \frac{CD}{AC} = \frac{DM}{AD} \Rightarrow \frac{2\sqrt{5}}{5} = \frac{DM}{\sqrt{5}} \Rightarrow DM = 2$$

$$DN = \frac{2}{3} DB = \frac{2}{3} \times 5 = \frac{10}{3} \Rightarrow MN = \frac{10}{3} - 2 = \frac{4}{3}$$

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{1+0+16} = \sqrt{17}$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{4+4+9} = \sqrt{17}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = -2+0+12=10$$

$$\cos \alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{10}{17} \quad (\alpha \text{ حاده است})$$

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \tan^2 \alpha = \frac{289}{100}$$

$$\Rightarrow \tan^2 \alpha = \frac{189}{100} \xrightarrow{\alpha \text{ حاده است}} \tan \alpha = \frac{3\sqrt{21}}{10}$$

۲۶ ۴ بنا به رابطه کوشی - شوارتز داریم:

$$|\vec{u} \cdot \vec{v}| \leq \|\vec{u}\| \|\vec{v}\|$$

با فرض $\vec{v}(2, -2, 1)$, $\vec{u}(x, 2y, z)$ داریم:

$$|\vec{u} \cdot \vec{v}| \leq \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \Rightarrow |2x - 4y + z| \leq \sqrt{x^2 + 4y^2 + z^2} \times \sqrt{4+4+1}$$

$$\Rightarrow |2x - 4y + z| \leq 3\sqrt{4}$$

۲۷ ۳ اگر دو بردار \vec{a} و \vec{b} بر هم عمود باشند، اندازه تمامی بردارها به صورت $m\vec{a} - n\vec{b}$ و $m\vec{a} + n\vec{b}$ با هم برابرند:

$$|\delta\vec{a} + 2\vec{b}| = |\delta\vec{a} - 2\vec{b}| \Rightarrow \sqrt{9+4m^2+1} = \sqrt{m^2+36+16}$$

$$\Rightarrow 4m^2 + 10 = m^2 + 52$$

$$\Rightarrow 3m^2 = 42 \Rightarrow m^2 = 14 \Rightarrow m = \pm\sqrt{14}$$

۲۸ ۱

$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = -\vec{b} \Rightarrow |\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|^2 = |\vec{b}|^2$$

$$\Rightarrow |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + |\vec{c}|^2 + 2(\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}) = |\vec{b}|^2$$

$$\Rightarrow 9 + 25 + 2(\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}) = 0 \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c} = -17$$

۲۹ ۴ تصویر قائم \vec{a} بر روی (با امتداد) بردار \vec{b} را با \vec{a}' نشان

می‌دهیم که:

$$\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = -2+1+4=3$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{4+1+16} = \sqrt{21}$$

$$\vec{a}' = \frac{1}{\sqrt{21}}(2, 1, 4)$$

$$\text{مجموع مولفه‌ها} = \frac{1}{\sqrt{21}}(2+1+4) = 1$$

۳۰ ۲ اگر تصویر بردارهای \vec{a} و \vec{b} بر بردار \vec{c} را به ترتیب \vec{a}' و \vec{b}' بنامیم:

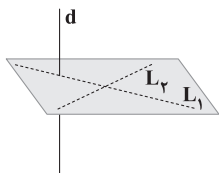
$$\vec{b}' = \frac{\vec{b} \cdot \vec{c}}{|\vec{c}|^2} \vec{c}, \quad \vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{c}}{|\vec{c}|^2} \vec{c}$$

$$\vec{a}' = -\vec{b}' \Rightarrow \vec{a}' + \vec{b}' = \vec{0} \Rightarrow \frac{\vec{a} \cdot \vec{c}}{|\vec{c}|^2} \vec{c} + \frac{\vec{b} \cdot \vec{c}}{|\vec{c}|^2} \vec{c} = \vec{0} \Rightarrow \frac{(\vec{c} \cdot (\vec{a} + \vec{b}))}{|\vec{c}|^2} \vec{c} = \vec{0}$$

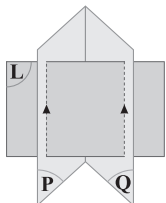
بنابراین یا $\vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$ است و یا $\vec{a} + \vec{b}$ بر \vec{c} عمود است که در بین گزینه‌ها فقط گزینه (۲) بر بردار \vec{c} عمود است.



۳۸ ۳ گزاره (الف) نادرست است در شکل زیر خط d یکی از دو خط متقاطع L_1, L_2 را قطع کرده ولی دیگری را قطع نمی‌کند.

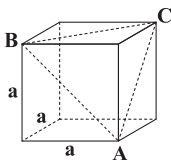


گزاره (ب) نادرست است. در شکل زیر صفحه L دو صفحه P و Q را قطع کرده و فصل مشترک‌های ایجاد شده دو خط موازی است.



گزاره (ج) درست است و شرط عمود بودن خط بر صفحه می‌باشد.

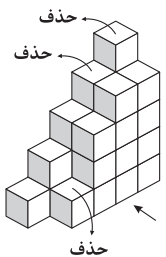
۳۹ ۲ مطابق شکل، صفحه شامل بزرگ‌ترین مثلث متساوی‌الاضلاع، از سه رأس A, B, C می‌گذرد. اگر یال مکعب را a در نظر بگیریم آن‌گاه:



$$AB = AC = BC = \sqrt{2}a$$

$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} AB^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} (\sqrt{2}a)^2 \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{\text{مربع}}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 2a^2}{a^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

۴۰ ۱ باید مطابق شکل ستون‌های مشخص شده را حذف کنیم پس ۱۰ مکعب حذف می‌شود.



۴۱ ۲ علم آمار مجموعه روش‌هایی است که شامل جمع‌آوری اعداد و ارقام، سازماندهی و نمایش، تحلیل و تفسیر داده‌ها و در نهایت نتیجه‌گیری، قضاوت و پیش‌بینی مناسب در مورد پدیده‌ها و آزمایش‌های تصادفی می‌شود.

۴۲ ۴ وزن افراد و سرعت اتومبیل متغیرهای کمی پیوسته هستند و نوع آلاینده‌ها متغیر کیفی اسمی است و مراحل تحصیل افراد متغیر کیفی ترتیبی است.

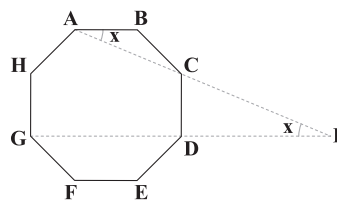
۴۳ ۳ ۲۵ طبقه داریم و در هر طبقه $\frac{700}{25} = 28$ نفر حضور دارند که

شماره افراد انتخاب شده یک دنباله حسابی با قدرنسبت ۲۸ است که جمله سوم آن ۶۰ است.

$$t_3 = a + 2d \Rightarrow 60 = a + 56 \Rightarrow a = 4$$

$$t_{10} = a + 9d = 4 + 252 = 256$$

۳۵ ۲ مطابق شکل قطر GD با ضلع AB موازی است پس $\hat{B}AC = \hat{A}IG = x$ از طرفی مثلث ABC متساوی‌الساقین است و زاویه \hat{B} همان زاویه داخلی ۸ ضلعی منتظم است:

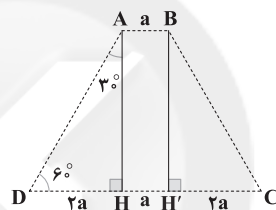


$$\hat{B} = \frac{(8-2) \times 18^\circ}{8} = 135^\circ \Rightarrow x = \frac{180 - 135}{2} = 22.5^\circ$$

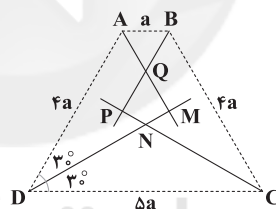
۳۶ ۴ ابتدا ارتفاع‌های دوزنقه را رسم می‌کنیم اگر قاعده‌ها برابر a و Δa باشد آن‌گاه:

$$HH' = AB = a \Rightarrow DH = CH' = \frac{1}{2}a \Rightarrow AD = BC = \frac{3}{2}a, AH = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = (a + \Delta a) \times \frac{\sqrt{3}a}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$$



اگر نیمسازهای دوزنقه را رسم کنیم:



$$\hat{M} = \hat{P} = 90^\circ, \hat{N} = 120^\circ, \hat{Q} = 60^\circ$$

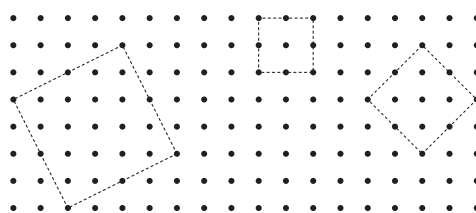
$$\Rightarrow AQ = AB = a, AM = AD \cdot \sin 30^\circ = \frac{1}{2}a \Rightarrow QM = \frac{1}{2}a$$

$$\left. \begin{aligned} DM &= AD \cdot \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}a \\ DN &= \frac{5\sqrt{3}}{3}a \end{aligned} \right\} \Rightarrow MN = \frac{\sqrt{3}}{3}a$$

$$\Rightarrow S_{MNPQ} = MN \cdot MQ = \frac{\sqrt{3}}{3}a^2$$

$$\Rightarrow \frac{S_{MNPQ}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}a^2}{\frac{3\sqrt{3}}{2}a^2} = \frac{1}{18}$$

۳۷ ۴ مطابق شکل می‌تواند ۱ یا ۵ یا ۱۷ نقطه درونی داشته باشد.





$$\text{کران پایین} = \bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} = 52 - \frac{2(4)}{\sqrt{100}} = 51.2$$

$$\text{کران بالا} = \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} = 52 + \frac{2(4)}{\sqrt{100}} = 52.8$$

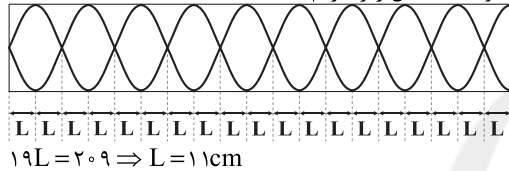
در نتیجه بازه اطمینان مورد نظر [51.2, 52.8] است.

فیزیک

۵۱) ۲) با خالی شدن تدریجی یک گالن پر از آب، طول لوله صوتی درون گالن افزایش پیدا می‌کند، بنابراین طول موج امواج ایستاده تشکیل شده در آن افزایش یافته و بسامد صوت تولیدشده کم‌تر می‌شود، پس صدای تولیدشده به مرور زمان بم‌تر می‌شود.

با ریختن آب درون پارچه، به مرور زمان طول لوله صوتی درون آن کم‌تر می‌شود. پس طول موج امواج صوتی ایستاده در آن کاهش می‌یابد. از آنجایی که طول موج با بسامد رابطه عکس دارد ($\lambda = \frac{v}{f}$)، بسامد صدای تولیدشده افزایش می‌یابد.

۵۲) ۴) در شکل زیر، فاصله یک گره از شکم مجاورش را برابر L در نظر گرفته‌ایم. با توجه به شکل زیر داریم:



$$19L = 20\lambda \Rightarrow L = 1\text{ cm}$$

۵۳) ۲) تندی انتشار امواج عرضی در این سیم برابر است با:

$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} = \sqrt{\frac{588 \times 0.4}{3 \times 10^{-3}}} = \sqrt{96 \times 4 \times 10^2} = 14 \times 2 \times 10 = 280 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

بسامد هماهنگ اصلی این سیم برابر است با:

$$f_n = \frac{nv}{2L} \xrightarrow{n=1} f_1 = \frac{1 \times 280}{2 \times 0.4} = 350 \text{ Hz}$$

۵۴) ۱) با توجه به رابطه $f_n = \frac{nv}{2L}$ می‌توان نوشت:

$$f_n = \frac{nv}{2L} \xrightarrow{v=42 \frac{\text{m}}{\text{s}}, n=6, L=80 \text{ cm}} f_6 = \frac{6 \times 42}{2 \times 0.8} = 157.5 \text{ Hz}$$

۵۵) ۲) تندی انتشار این موج ایستاده در این سیم برابر است با:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{86/4}{(6 \times 10^{-3}) \times (4 \times 10^{-6})}} = \sqrt{3600} = 60 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

حال می‌توان طول موج را محاسبه کرد: فاصله بین دو گره متوالی برابر نصف طول موج است، بنابراین:

$$\text{فاصله دو گره متوالی} = \frac{\lambda}{2} = \frac{1.5}{2} = 0.75 \text{ m} = 75 \text{ cm}$$

۵۶) ۳) طول موج این موج ایستاده برابر است با:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{60}{200} = 0.3 \text{ m} = 30 \text{ cm}$$

می‌دانیم فاصله یک گره تا یک شکم باید مضرب فردی از $\frac{\lambda}{4}$ ، یعنی $8/75 \text{ cm}$ باشد.

بررسی گزینه‌ها:

۱) $(2n-1) = \frac{87/5}{8/75} = 10 \Rightarrow \frac{\lambda}{4}$ مضرب زوج است. (*)

۲) $(2n-1) = \frac{105}{8/75} = 12 \Rightarrow \frac{\lambda}{4}$ مضرب زوج است. (*)

۳) $(2n-1) = \frac{96/25}{8/75} = 11 \Rightarrow \frac{\lambda}{4}$ مضرب فرد است. (✓)

۴) $(2n-1) = \frac{122/5}{8/75} = 14 \Rightarrow \frac{\lambda}{4}$ مضرب زوج است. (*)

۴۴) ۳) در گزینه (۳) اگر مثلاً کلاسی ۲۰ دانش‌آموز داشته باشد در واقعیت فقط یک کلاس وجود دارد ولی اگر مثلاً ۷ دانش‌آموز از این کلاس در نمونه حضور داشته باشند در نتیجه کلاس آن‌ها به جای ۱ بار، ۷ بار شمارش می‌شود و دارای انحراف خواهد بود.

۴۵) ۱) میانگین واقعی افراد پذیرفته‌شده در کنکور سراسری در هر کلاس برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{6+8+2+10+4+6}{6} = 6$$

مجموعه‌هایی دوعضوی که میانگین اعضای آن‌ها برابر ۶ باشد، عبارتند از:

$$n(A) = 3 \quad \{10, 2\}, \{8, 4\}, \{6, 6\}$$

$$\text{و تعداد کل پیشامدهای دوعضوی} = \binom{6}{2} = 15 \text{ است. } n(S)$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{15} = 0.2$$

$$P_1 = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25} \text{ احتمال با جایگذاری}$$

$$P_2 = \frac{1}{\binom{5}{2}} = \frac{1}{10} \text{ احتمال بدون جایگذاری}$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{1/25}{1/10} = \frac{10}{25} = \frac{2}{5}$$

$$n(S) = \binom{7}{3} = 35 \text{ تعداد کل نمونه‌های ۳ عضوی}$$

در نمونه‌های ۳ عضوی که یک عضو کم‌تر از ۱۰ و یک عضو بیشتر از ۱۰ و یک عضو آن ۱۰ باشد، میانه برابر ۱۰ خواهد بود.

$$\underbrace{5, 7, 10}_{n_2}, \underbrace{11, 12, 13, 14}_{n_4}$$

$$n(A) = 2 \times 4 = 8$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{8}{35}$$

$$\frac{\sigma_{\bar{x}_2}}{\sigma_{\bar{x}_1}} = \frac{75}{100} \Rightarrow \frac{\sqrt{n_2}}{\sigma} = \frac{3}{4} \Rightarrow \sqrt{\frac{n_1}{n_2}} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{9}{16}$$

$$\Rightarrow \frac{n_1}{n_1 + 140} = \frac{9}{16}$$

$$\Rightarrow 16n_1 = 9n_1 + 1260 \Rightarrow 7n_1 = 1260 \Rightarrow n_1 = 180$$

$$n_2 = 180 + 140 = 320$$

$$n_1 + n_2 = 180 + 320 = 500$$

۴۹) ۲) حد پایین میانگین با فاصله اطمینان ۹۵ درصدی برابر $\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$ و حد بالای آن $\bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$ است.

اگر $\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} = a$ باشد، آن‌گاه $\bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} = 5a$ است. بنابراین از مجموع دو

$$2\bar{x} = 6a \Rightarrow a = \frac{\bar{x}}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

رابطه داریم:

از تفاضل دو رابطه فوق داریم:

$$\frac{4\sigma}{\sqrt{n}} = 4a \Rightarrow \frac{4\sigma}{\sqrt{15}} = 8 \Rightarrow \sigma = 2\sqrt{15} \Rightarrow \sigma^2 = 4 \times 15 = 60$$



۶۳ ۳ انرژی لازم برای یونیده کردن الکترون برابر با $12\text{eV} +$ است. در این صورت داریم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow |\Delta V| = \frac{12\text{eV}}{1e} = 12\text{V}$$

با استفاده از رابطه بین اختلاف پتانسیل الکتریکی و شدت میدان الکتریکی داریم:

$$|\Delta V| = Ed \Rightarrow 12 = E \times 4 \times 10^{-3} \Rightarrow E = 3 \times 10^3 \frac{\text{V}}{\text{m}} = 3 \frac{\text{kV}}{\text{m}}$$

۶۴ ۲ بلندترین طول موج فرابنفش گاز هیدروژن اتمی در رشته بالمر قرار دارد، پس $n' = 2$ است.

از طرفی، چهار خط اول رشته بالمر مربوط به نور مرئی است. پس پنجمین خط رشته بالمر، بلندترین طول موج فرابنفش خواهد بود و $n = 7$ می‌باشد.

$$n' \times n = 2 \times 7 = 14$$

بنابراین داریم:

۶۵ ۳ با شروع اثر فوتوالکتریک، به ازای هر فوتون یک الکترون از سطح فلز جدا می‌شود. در این صورت می‌توان نوشت:

$$q = +ne = 2 \times 10^{14} \times 1.6 \times 10^{-19} = 3.2 \times 10^{-5} \text{C} = 32 \mu\text{C}$$

$$\Delta q = -60 + 32 = -28 \mu\text{C}$$

بنابراین:

۶۶ ۲ کوتاهترین طول موج تابشی ممکن در اتم هیدروژن، متعلق به رشته لیمان است، بنابراین:

$$\frac{1}{\lambda_1} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_1} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty} \right) = \frac{1}{100} \times (1 - 0) = \frac{1}{100}$$

$$\Rightarrow \lambda_1 = 100 \text{ nm}$$

کوتاهترین طول موج تابشی در ناحیه فرورسرخ متعلق به رشته پاشن است. در نتیجه:

$$\frac{1}{\lambda_2} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_2} = \frac{1}{100} \times \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{\infty} \right) = \frac{1}{100} \times \left(\frac{1}{9} - 0 \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\lambda_2} = \frac{1}{900} \Rightarrow \lambda_2 = 900 \text{ nm}$$

بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{100}{900} = \frac{1}{9}$$

۶۷ ۱ هنگامی که الکترون از تراز $n = 3$ به تراز $n = 6$ جهش می‌کند، حتماً باید فوتون جذب کند، بنابراین گزینه‌های (۳) و (۴) رد می‌شوند.

از طرفی طبق معادله ریدبرگ می‌توان نوشت:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right) \xrightarrow{n'=6} \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \times \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{6^2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \times \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{36} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{1200} \Rightarrow \lambda = 1200 \text{ nm}$$

۶۸ ۳ با استفاده از رابطه پلانک داریم:

$$E = nhf \xrightarrow{f = \frac{c}{\lambda}} E = nh \frac{c}{\lambda}$$

$$\Rightarrow 210 = n \times 6.6 \times 10^{-34} \times \frac{3 \times 10^8}{0.792 \times 10^{-6}}$$

$$\Rightarrow n = \frac{0.792 \times 10^{-6} \times 210}{6.6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8} = 8.4 \times 10^{20}$$

۵۷ ۲ دامنه نقاط در هنگام تشکیل موج ایستاده با هم متفاوت است اما بسامد همه نقاط محیط، با هم برابر است. از طرفی، در شکم‌ها، دو موج بر هم نهاده شده هم‌فاز هستند و در گره‌ها، این دو موج در فاز مخالف هستند.

۵۸ ۲ ذره M بر روی شکم را در نظر بگیرید. بیشینه سرعت ارتعاشی این ذره از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$v_{\text{max}} = A\omega = A \left(\frac{2\pi}{T} \right) = \left(\frac{6}{100} \right) \times \left(\frac{2 \times 3}{0.2} \right) = 1.8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

فاصله هر دو گره مجاور در یک موج ایستاده برابر با $\frac{\lambda}{2}$ است، بنابراین:

$$\frac{\lambda}{2} = 12 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 24 \text{ cm} = 0.24 \text{ m}$$

سرعت انتشار موج را می‌توانیم از رابطه $\lambda = vT$ به دست آوریم:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0.24}{0.2} = 1.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{v_{\text{max}}}{v} = \frac{1.8}{1.2} = \frac{3}{2}$$

۵۹ ۱ با توجه به رابطه طول موج با طول تار، می‌توان نوشت:

$$L = n \frac{\lambda_n}{2} \xrightarrow{\frac{L=156 \text{ cm}}{\lambda=39 \text{ cm}}} 156 = n \times \frac{39}{2} \Rightarrow n = 8$$

عدد هماهنگ برابر ۸ می‌باشد.

بنابراین تعداد شکم‌ها برابر با ۸ و تعداد گره‌ها برابر ۹ است.

۶۰ ۲ برای حل، در رابطه $\lambda_n = \frac{2L}{n}$ ، به جای λ_n مقدار ۲۲ سانتی‌متر را جایگذاری می‌کنیم، بنابراین:

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \Rightarrow 22 = \frac{2L}{n} \Rightarrow L = \frac{22n}{2} = 11n; (n=1, 2, 3, \dots)$$

بنابراین، طول تار باید مضرب صحیحی از ۱۱ cm باشد.

بررسی گزینه‌ها:

$$1) n = \frac{L}{11} = \frac{89}{11} = 8.0909 \quad (\times)$$

$$2) n = \frac{L}{11} = \frac{132}{11} = 12 \quad (\checkmark)$$

$$3) n = \frac{L}{11} = \frac{164}{11} = 14.9090 \quad (\times)$$

$$4) n = \frac{L}{11} = \frac{98}{11} = 8.9090 \quad (\times)$$

۶۱ ۲ با توجه به رابطه محاسبه انرژی فوتون برحسب طول موج می‌توان نوشت:

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{E} = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{8 \times 10^{-7} \text{ eV}} = 155 \times 10^7 \text{ nm} = 1.55 \text{ m}$$

با توجه به طول موج به دست آمده، موج در ناحیه امواج رادیویی قرار می‌گیرد.

۶۲ ۴ انرژی فوتون‌های تابشی در مدت زمان ۱۰ دقیقه برابر است با:

$$P = \frac{E}{t} \Rightarrow 400 = \frac{E}{10 \times 60} \Rightarrow E = 2.4 \times 10^5 \text{ (J)}$$

با استفاده از رابطه محاسبه انرژی فوتون‌ها می‌توان نوشت:

$$E = nhf = n \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow 2.4 \times 10^5 = n \times \frac{1240}{396/8} \times 10^{-19}$$

$$\Rightarrow n = \frac{396/8 \times 2.4 \times 10^5}{1240 \times 10^{-19}} = 4.8 \times 10^{23} \Rightarrow n = 4.8 \times 10^{23}$$



۷۴ ۲ چون طول موج فوتون تابیده شده کوچک تر از طول موج آستانه فلز کلاهیک برق نما است، بنابراین بسامد نور تابیده شده بزرگ تر از بسامد آستانه فلز کلاهیک برق نما است و لذا پدیده فوتوالکتریک رخ می دهد. (رد گزینه ۱)

با وقوع پدیده فوتوالکتریک، الکترون هایی از برق نما جدا شده و مقدار بار مثبت برق نما افزایش می یابد، بنابراین انحراف ورقه های برق نما زیاد می شود و ورقه ها از هم دور می شوند.

۷۵ ۴ برای افزایش تندی فوتوالکترن های گسیل شده از سطح فلز الکترون ها دو راه وجود دارد:

۱- افزایش بسامد یا کاهش طول نور فرودی

۲- استفاده از فلزاتی با رسانایی بالا

بنابراین از بین گزینه های داده شده، تنها گزینه (۴) می تواند بیشینه تندی فوتوالکترن های گسیل شده از سطح فلز را افزایش دهد.

۷۶ ۳ بررسی گزینه ها:

$$1) 100 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} = 100 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} \times \left(\frac{10^{-2} \text{m}}{1 \text{cm}}\right)^3 \times \left(\frac{60 \text{s}}{1 \text{min}}\right)$$

$$= 10^2 \times 10^{-6} \times 60 \frac{\text{m}^3}{\text{min}} = 6 \times 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{min}} = 0.006 \frac{\text{m}^3}{\text{min}} < 0.36 \frac{\text{m}^3}{\text{min}} (*)$$

$$2) 10 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 10 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{10^3 \text{m}}{1 \text{km}} \times \frac{1 \text{h}}{3600 \text{s}} \times \frac{10^2 \text{cm}}{1 \text{m}} = \frac{10^6 \text{cm}}{3600 \text{s}}$$

$$= \frac{10^4 \text{cm}}{36 \text{s}} = \frac{2500 \text{cm}}{9 \text{s}} < 400 \frac{\text{cm}}{\text{s}} (*)$$

$$3) 50 \frac{\text{N}}{\text{g}} = 50 \frac{\text{N}}{\text{g}} \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{kg}} = 50 \times 10^3 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 50 \times 10^2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

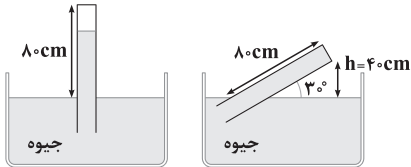
$$= 50 \times 10^2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times \left(\frac{1 \text{s}}{10^3 \text{ms}}\right)^2 = 50 \times 10^2 \times 10^{-6} \frac{\text{m}}{(\text{ms})^2}$$

$$= 0.05 \frac{\text{m}}{(\text{ms})^2} < 1 \frac{\text{m}}{(\text{ms})^2} (\checkmark)$$

$$4) 1 \frac{\text{g}}{\text{L}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{L}} \times \frac{1 \text{kg}}{10^3 \text{g}} \times \frac{1 \text{L}}{10^3 \text{cm}^3} = 10^{-6} \frac{\text{kg}}{\text{cm}^3} < 1 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^3} (*)$$

دقت کنید: یکاهای $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ و $\frac{\text{N}}{\text{kg}}$ با هم معادل هستند.

۷۷ ۴ با توجه به شکل سؤال، چون در بالای لوله خلأ بوده و هیچ فشاری وجود ندارد، ارتفاع بالا آمده جیوه درون لوله (۷۶ cm) بیانگر فشار هواست و هم چنین طول لوله (که از سطح آزاد مایع بیرون است) برابر است با: $76 + 4 = 80 \text{ cm}$



با چرخاندن لوله، زاویه آن با سطح آزاد مایع 30° درجه می شود. ارتفاع عمودی ستون جیوه را در لوله کج محاسبه می کنیم:

$$\sin 30^\circ = \frac{h}{L} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{h}{80} \Rightarrow h = 40 \text{ cm}$$

با توجه به اندازه فشار هوا ($P_0 = 76 \text{ cmHg}$) می توان فشار وارد بر ته لوله را بر حسب سانتی متر جیوه به دست آورد:

$$P = 76 - 40 = 36 \text{ cmHg}$$

ابتدا فشار را بر حسب پاسکال محاسبه می کنیم:

$$P = \rho gh \Rightarrow P = 13600 \times 10 \times 36 \times 10^{-2} = 48960 \text{ Pa}$$

بنابراین اندازه نیروی وارد بر انتهای لوله از طرف جیوه برابر است با:

$$F = PA \Rightarrow F = 48960 \times 2 \times 10^{-4} = 9.792 \approx 9.8 \text{ N}$$

۶۹ ۴ مطابق رابطه بسامد آستانه فوتوالکترن ها می توان نوشت:

$$f_0 = \frac{W_0}{h} \Rightarrow W_0 = f_0 h$$

$$\text{طرفین وسطین} \rightarrow w_0 = f_0 h$$

$$K_{\text{max}} = hf - w_0$$

از معادله فوتوالکتریک داریم:

با جایگذاری $W_0 = hf_0$ در رابطه فوق، خواهیم داشت:

$$K_{\text{max}} = hf - hf_0$$

نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{W_0}{K_{\text{max}}} = \frac{hf_0}{hf - hf_0} = \frac{hf_0}{h(f - f_0)} = \frac{f_0}{f - f_0}$$

$$\xrightarrow{f = 4/2f_0} \frac{W_0}{K_{\text{max}}} = \frac{f_0}{4/2f_0 - f_0} = \frac{f_0}{3/2f_0} = \frac{1}{3/2} = \frac{2}{3}$$

۷۰ ۱ بلندترین طول موج تابشی وقتی رخ می دهد که الکترون، تابشی با حداقل انرژی انجام دهد، بنابراین:

$$E_{\text{min}} = hf_{\text{min}} = \frac{hc}{\lambda_{\text{max}}}$$

هم چنین کوتاه ترین طول موج تابشی وقتی رخ می دهد که الکترون، تابشی با حداکثر انرژی انجام دهد، بنابراین:

$$E_{\text{max}} = hf_{\text{max}} = \frac{hc}{\lambda_{\text{min}}}$$

الکترون B باید کوتاه ترین پرش خود را انجام دهد، یعنی از تراز $n = 4$ به تراز $n' = 3$ گذاری انجام دهد. در مورد الکترون A، عکس این قضیه صحیح است و الکترون A باید بلندترین پرش خود را انجام دهد، یعنی از تراز $n = 3$ به تراز $n' = 1$ گذاری انجام دهد.

برای الکترون A و B می توان نوشت:

$$\frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{1}{\lambda_B} = \frac{R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} \right)}{R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2} \right)} = \frac{1 - \frac{1}{16}}{1 - \frac{1}{9}} = \frac{16 \times 9}{16 \times 9 - 16} = \frac{16 \times 9}{16 \times 8}$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{9}{128}$$

۷۱ ۱ یکای متداول ثابت رییدبرگ بر حسب $(\text{nm})^{-1}$ ، یعنی وارون

یکای طول و تقریباً برابر با $10^9 (\text{nm})^{-1}$ می باشد. (رد گزینه های (۲) و (۳))

ثابت رییدبرگ بر حسب $(\text{A})^{-1}$ برابر است با:

$$R = 10^9 (\text{nm})^{-1} \times \left(\frac{10^9 \text{m}^{-1}}{1 (\text{nm})^{-1}} \right) \times \left(\frac{1 (\text{A})}{10^9 \text{m}^{-1}} \right) = 10^{-3} (\text{A})^{-1}$$

۷۲ ۲ برای افزایش انرژی جنبشی فوتوالکترن ها از این راهکارها

می توان استفاده کرد:

۱- افزایش بسامد نور فرودی یا کاهش طول موج آن

۲- استفاده از فلزی که بسامد آستانه کمتری دارد.

دقت کنید: افزایش شدت نور فرودی فقط تعداد فوتوالکترن ها را تغییر می دهد و تأثیری در انرژی جنبشی آن ها ندارد.

بنابراین تنها عبارت «ج» درست است.

۷۳ ۲ تنها عبارت «الف» نادرست است. طیف خطی ایجاد شده و نور

گسیل شده از لامپ به گاز درون لامپ وابسته است.



۸۲ | ۱ طول میله آهنی در ابتدا (دمای صفر درجه سلسیوس) ۹cm

بیشتر از طول میله مسی است، اما با 40°C افزایش دما، طول میله مسی به اندازه ۳cm از طول میله آهنی بزرگتر می‌شود، یعنی افزایش طول میله مسی ۱۲cm از افزایش طول میله آهنی بیشتر است.

$$\Delta L_{\text{Cu}} = \Delta L_{\text{Fe}} + 12\text{cm}$$

$$\Rightarrow L_{\text{Cu}} \alpha_{\text{Cu}} \Delta\theta = L_{\text{Fe}} \alpha_{\text{Fe}} \Delta\theta + 12$$

$$\Rightarrow L_{\text{Cu}} \times 1/18 \times 10^{-5} \times 40 = L_{\text{Fe}} \times 1/2 \times 10^{-5} \times 40 + 12$$

$$\Rightarrow 6L_{\text{Cu}} = 4L_{\text{Fe}} + 10^5 \quad (1)$$

$$L_{\text{Fe}} = L_{\text{Cu}} + 9 \quad (2)$$

در دمای صفر درجه سلسیوس داریم:

با توجه به روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\Rightarrow 6L_{\text{Cu}} = 4(L_{\text{Cu}} + 9) + 10^5 \Rightarrow 2L_{\text{Cu}} = 36 + 10^5$$

$$\Rightarrow L_{\text{Cu}} = 50018\text{cm}$$

۸۳ | ۴ گرمای تولیدشده توسط گرمکن در مدت زمان یک ثانیه برابر

$$Q = Pt \Rightarrow Q = 3000 \times 1 = 3000\text{J}$$

است با:

گرمای موردنیاز فلز برای افزایش دمای فلز به اندازه 40°C برابر است با:

$$Q' = mc\Delta\theta \Rightarrow Q' = 0.5 \times 6000 \times 4 = 1200\text{J}$$

در نتیجه میزان گرمایی که به فلز نمی‌رسد، برابر است با:

$$Q'' = 3000 - 1200 = 1800\text{J}$$

درصد گرمایی از گرمای گرمکن که به فلز نمی‌رسد، برابر است با:

$$\frac{Q''}{Q} = \frac{1800}{3000} \times 100 = 60\%$$

۸۴ | ۱ فرایند داده شده جزء هیچ کدام از فرایندهای خاص نمی‌باشد.

اما با توجه به نمودار داده شده، فرایند، انبساطی می‌باشد، بنابراین کار انجام شده روی گاز، منفی است، بنابراین:

از طرفی حاصل ضرب PV به وضوح افزایش پیدا کرده است، بنابراین طبق معادله حالت ($PV = nRT$) دمای مطلق گاز نیز افزایش داشته است.

پس ΔU نیز مثبت می‌شود، زیرا U فقط به T وابستگی دارد، بنابراین:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow[\Delta U > 0]{W < 0} Q > 0$$

۸۵ | ۱ تغییر انرژی درونی کل گاز از جمع ΔU_{ca} و ΔU_{abc} به

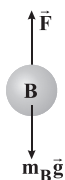
دست می‌آید. ΔU_{abc} نیز از مجموع Q_{abc} و W_{abc} به دست می‌آید.

دستگاه گرما گرفته و کار انجام داده است، بنابراین:

$$\Delta U = \Delta U_{\text{abc}} + \Delta U_{\text{ca}} \Rightarrow 0 = +110 - 40 + \Delta U_{\text{ca}} \Rightarrow \Delta U_{\text{ca}} = -70\text{J}$$

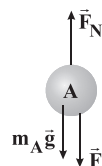
۸۶ | ۴ شرط تعادل گلوله B آن است که نیروی کولنی وارد از طرف

گلوله A با وزن آن هم اندازه گردد.



$$F = W_B = m_B g = 0.9 \times 10 = 9\text{N}$$

برای گلوله A داریم:



$$F_N = F + W_A = F + m_A g \xrightarrow[m_A = 0.6\text{kg}]{F = 9\text{N}}$$

$$F_N = 9 + 0.6 \times 10 = 9 + 6 = 15\text{N}$$

۷۸ | ۲ در ظروف متساوی السطوح (استوانه و مکعب) برای محاسبه

فشار می‌توان گفت:

$$P = \rho gh = \frac{mg}{A}$$

با توجه به سطح مایع موجود، مایع اضافه شده فقط در قسمت استوانه‌ای بالا قرار خواهد گرفت.

$$\Delta P = \frac{\Delta F_1}{A_1} = \frac{\Delta W}{A_1} = \frac{10}{A_1}$$

$$\Delta F_1 = A_1 \times \Delta P = A_1 \times \frac{10}{A_1}$$

$$\xrightarrow{A_2 = 12A_1} \frac{10}{A_1} \times 12A_1 = 120\text{N}$$

۷۹ | ۴ با توجه به نقاط هم‌تراز A و B داریم:

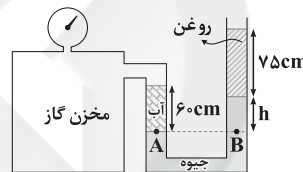
$$P_A = P_B$$

$$\Rightarrow P_{\text{مخزن}} + \rho_{\text{آب}} gh_{\text{آب}} = P_0 + \rho_{\text{جیوه}} gh_{\text{جیوه}} + \rho_{\text{روغن}} gh_{\text{روغن}}$$

$$\Rightarrow P_{\text{مخزن}} - P_0 = 13000 \times 10 \times h + 800 \times 10 \times 75 \times 10^{-2} - 10^3 \times 10 \times 0.6$$

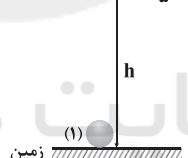
$$\Rightarrow 65 \times 10^3 = 130000h + 60000 - 6000 \Rightarrow h = \frac{65000}{130000} = 0.5\text{m}$$

$$\Rightarrow h = 50\text{cm}$$



۸۰ | ۲ با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$K = \frac{1}{2} U$$



$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\Rightarrow K_1 = \frac{1}{2} U_2 + U_2$$

$$\Rightarrow K_1 = \frac{3}{2} U_2 \Rightarrow \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{3}{2} mgh$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 900 = \frac{3}{2} \times 10 \times h \Rightarrow 450 = 9 \times 2h$$

$$\Rightarrow h = 25\text{m}$$

۸۱ | ۲ کل کار نیروهای وارد بر هواپیما را می‌توانیم از قضیه کار و

انرژی جنبشی به دست بیاوریم:

$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow W_t = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

$$\xrightarrow[v_2 = 720 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 200 \frac{\text{m}}{\text{s}}]{v_1 = 540 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 150 \frac{\text{m}}{\text{s}}} W_t = \frac{1}{2} \times 8000 \times ((200)^2 - (150)^2)$$

$$\Rightarrow W_t = 40000 \times (40000 - 22500) = 7 \times 10^8\text{J}$$

$$\Rightarrow W_t = 0.7\text{GJ}$$



۹۰ ۱ می‌دانیم توان لامپی به مقاومت R که به اختلاف پتانسیل الکتریکی V متصل شده باشد، از رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ قابل محاسبه است.

با ثابت ماندن مقاومت لامپ و طبق رابطه $R = \frac{V^2}{P}$ می‌توانیم رابطه‌ای بین ولتاژ و توان اسمی لامپ (V_S, P_S) و ولتاژ و توان مصرفی لامپ در مدار (V, P) به دست آوریم:

$$\frac{V_S^2}{P_S} = \frac{V^2}{P} \quad \frac{V_S = 20V}{P = P_S - \frac{51}{100}P_S} \rightarrow \frac{(20)^2}{P_S} = \frac{V^2}{0.49P_S} \Rightarrow \frac{400}{1} = \frac{V^2}{0.49}$$

$$\Rightarrow V^2 = 0.49 \times 400 = 196$$

$$\Rightarrow V = \sqrt{196} = 14V$$

می‌دانیم جریان کل گذرنده از مداری که به نیروی محرکه \mathcal{E} با مقاومت درونی r و مقاومت خارجی R متصل شده باشد، از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R+r} \quad R = \frac{V}{I} \rightarrow \frac{V}{R} = \frac{\mathcal{E}}{R+r}$$

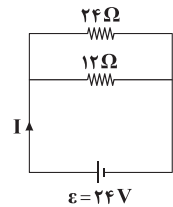
$$\Rightarrow \frac{14}{R} = \frac{20}{R+r} \Rightarrow 20R = 14 \times (R+r)$$

$$\Rightarrow 20R = 14R + 14r \Rightarrow R = \frac{14}{6}r = \frac{7}{3}r$$

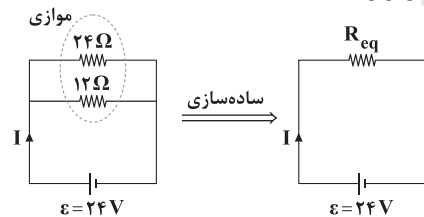
بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{r}{R} = \frac{3}{7}$$

۹۱ ۲ با توجه به شکل مدار داده‌شده، دو سر مقاومت‌های ۱۳، ۱۶ و ۲۲ اهمی دارای پتانسیل یکسان هستند، بنابراین این سه مقاومت اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شوند و مدار به صورت شکل زیر ساده می‌شود:



با توجه به شکل مدار ساده‌شده، دو مقاومت ۱۲ و ۲۴ اهمی موازی هستند، بنابراین مقاومت معادل مدار برابر است با:



$$R_{eq} = \frac{24 \times 12}{24 + 12} = \frac{288}{36} = 8\Omega$$

جریان کل گذرنده از مدار برابر است با:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r} \quad \frac{\mathcal{E} = 24V}{r = 0, R_{eq} = 8\Omega} \rightarrow I = \frac{24}{8+0} = 3A$$

چون مقاومت‌های ۱۲ و ۲۴ اهمی موازی هستند، می‌دانیم جریان به نسبت عکس مقاومت‌ها توزیع می‌شود، پس:

$$I_{12\Omega} = 2I_{24\Omega} = 2A$$

۹۲ ۳ اندازه نیروی خالص وارد بر ذره برابر است با:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F_B = 6/4 \times 10^{-27} \times 6 \times 10^9 = 6/4 \times 6 \times 10^{-18} N$$

تنها نیروی وارد بر ذره، نیروی مغناطیسی است، بنابراین:

$$F_B = 6/4 \times 6 \times 10^{-18} N$$

۸۷ ۱ طبق رابطه ساختمانی خازن ($C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$)، ظرفیت خازن با ثابت دی‌الکتریک آن نسبت مستقیم دارد، در نتیجه:

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{\kappa_1}{\kappa_2} \quad (1)$$

با جدا کردن خازن از باتری، بار خازن ثابت مانده، ولی ولتاژ دو سر خازن به نسبت عکس ظرفیت تغییر خواهد کرد، یعنی داریم:

$$C = \frac{Q}{V} \xrightarrow{\text{ثابت } Q} \frac{V_1}{V_2} = \frac{C_2}{C_1} \quad (2)$$

میدان یکنواخت بین صفحات خازن از رابطه $E = \frac{V}{d}$ به دست می‌آید و با ثابت ماندن فاصله بین صفحات خازن داریم:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{V_1}{V_2} \quad (2) \rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{C_2}{C_1} \quad (1) \rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1}$$

۸۸ ۲ با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_t = \Delta K$$

از آن جایی که تنها نیروی وارد بر بار، نیروی الکتریکی است، می‌توان نوشت:

$$W_E = \Delta K \Rightarrow W_E = K_B - K_A \Rightarrow |e|q|d \cos \theta = \frac{1}{2} m (v_B^2 - v_A^2)$$

$$E = 2 \times 10^5 \frac{N}{C}, q = -4 \mu C$$

$$\theta = 180^\circ, m = 4 \times 10^{-6} \text{ kg}, v_B = 50 \frac{m}{s}, v_A = 100 \frac{m}{s}$$

$$2 \times 10^5 \times 4 \times 10^{-6} \times d \times \cos 180^\circ = \frac{1}{2} \times 4 \times 10^{-6} \times ((50)^2 - (100)^2)$$

$$\Rightarrow 2 \times 10^5 \times 4 \times d \times (-1) = 2 \times (-7500) \Rightarrow 4d \times 10^5 = 7500$$

$$\Rightarrow d = \frac{7500}{4 \times 10^5} = 1.875 \times 10^{-2} \text{ m} = 1.875 \text{ cm}$$

۸۹ ۲ چون جرم سیم تغییر نکرده است و هم‌چنین جنس سیم عوض نشده است، در نتیجه چگالی و جرم ثابت هستند، بنابراین حجم آن با توجه به رابطه چگالی در هر دو حالت ثابت است، یعنی داریم:

توجه به رابطه چگالی در هر دو حالت ثابت است، یعنی داریم:

$$V_2 = V_1 \xrightarrow{V = AL} A_2 L_2 = A_1 L_1 \Rightarrow \frac{A_2}{A_1} = \frac{L_1}{L_2} \quad (*)$$

از رابطه مقاومت رسانا بر حسب مشخصات ساختمانی آن داریم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \times \frac{A_1}{A_2} \times \frac{L_2}{L_1}$$

$$\xrightarrow{\rho_1 = \rho_2} \frac{R_2}{R_1} = 1 \times \frac{A_1}{A_2} \times \frac{A_1}{A_2} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2$$

چون سطح مقطع سیم‌ها به شکل دایره است، می‌توان نوشت:

$$A = \pi r^2 \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

$$\frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^4 \xrightarrow{\text{از طرفین ریشه چهارم بگیریم}} \frac{r_1}{r_2} = \sqrt[4]{\frac{R_2}{R_1}}$$

بنابراین:

$$\Rightarrow r_1 = r_2 \sqrt[4]{\frac{R_2}{R_1}} \Rightarrow 1 = r_2 \sqrt[4]{256} \Rightarrow 1 = 4r_2 \Rightarrow r_2 = 2 \text{ mm}$$



۹۹ • جامدهای A، B، C، D به ترتیب جامدهای کووالانسی، مولکولی، یونی و فلزی هستند.

• SiC یک جامد کووالانسی و Na_4SiO_4 جزو جامدهای یونی است.

۱۰۰ • عدد اکسایش وانادیم در نمک مورد اشاره برابر +۵ است که بالاترین عدد اکسایش وانادیم محسوب می‌شود. این ترکیب با یون‌های PO_4^{3-} و SO_4^{2-} که در آن‌ها اتم‌های P و S به بالاترین عدد اکسایش خود رسیده‌اند، نمی‌تواند واکنش دهد.

۱۰۱ • جرم نیکل موجود در این آلیاژ برحسب گرم را با X نشان می‌دهیم. بنابراین جرم تیتانیوم موجود در آن برابر $174/4 - X$ گرم خواهد بود.

$$\text{حجم نیکل} = \frac{xg}{\lambda/9g.cm^{-3}} = \frac{x}{\lambda/9} cm^3$$

$$\text{حجم تیتانیوم} = \frac{(174/4 - x)g}{\lambda/9g.cm^{-3}} = \frac{174/4 - x}{\lambda/9} cm^3$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}(\frac{r}{\lambda})^3 = 32cm^3 \quad \text{حجم آلیاژ برابر است با:}$$

حجم تیتانیوم + حجم نیکل = حجم آلیاژ اکنون می‌توان نوشت:

$$32 = \frac{x}{\lambda/9} + \frac{174/4 - x}{\lambda/9} \Rightarrow 32 = \frac{x + 348/8 - 2x}{\lambda/9}$$

$$\Rightarrow 288/8 = 348/8 - x \Rightarrow x = 64g Ni$$

$$\%Ni = \frac{64g}{174/4g} \times 100 = \%37$$

۱۰۲ • به جز عبارت آخر، سایر عبارتها درست هستند.

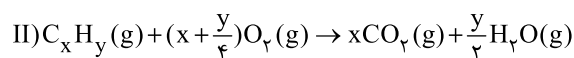
جیوه در دما و فشار اتاق به حالت مایع بوده ولی جزو فلزها است.

۱۰۳ • به جز مورد دوم، سایر موارد جزو کاربردهای طیف‌سنجی فرورسرخ است.

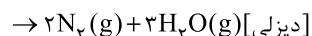
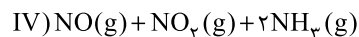
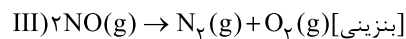
از طیف‌سنجی فرورسرخ می‌توان برای شناسایی برخی مولکول‌ها در فضای بین ستاره‌ای استفاده کرد.

۱۰۴ • به جز عبارت (ت) سایر عبارتها درست هستند.

واکنش حذف آلانده‌های CO و C_xH_y در مبدل کاتالیستی خودروهای بنزینی و دیزلی یکسان است:



II) $\text{C}_x\text{H}_y(g) + (x + \frac{y}{4})\text{O}_2(g) \rightarrow x\text{CO}_2(g) + \frac{y}{2}\text{H}_2\text{O}(g)$ واکنش حذف اکسید(های) نیتروژن در مبدل کاتالیستی خودروی بنزینی، متفاوت با خودروی دیزلی است:



بررسی هر چهار عبارت:

(آ) در واکنش‌های (I) و (II) که کربن حضور دارد، عدد اکسایش C از +۲ (در CO) و منفی (در C_xH_y) به +۴ (در CO_2) رسیده است. بنابراین در هر دو واکنش کربن نقش کاهنده را دارد.

(ب) به واکنش‌های (III) و (IV) نگاه کنید.

(پ) شمار فراورده‌های ناشی از واکنش‌های انجام شده در مبدل خودروی بنزینی شامل چهار گاز CO_2 ، H_2O ، N_2 و O_2 بوده، در حالی که در مبدل خودروی دیزلی، فراورده‌ها شامل سه گاز CO_2 ، H_2O و N_2 هستند.

(ت) در واکنش (IV) عدد اکسایش اکسیژن هیچ تغییری نکرده است.

ذره α از دو پروتون و دو نوترون تشکیل شده است، بنابراین: $|q| = 2|e|$

$$F_B = |q|vB\sin\theta \quad \theta = 90^\circ \rightarrow$$

$$6/4 \times 6 \times 10^{-18} = 2 \times 1/6 \times 10^{-19} \times v \times 3 \times 1$$

$$\Rightarrow v = \frac{6/4 \times 6 \times 10^{-18}}{2 \times 1/6 \times 10^{-19} \times 3} \Rightarrow v = 40 \frac{m}{s}$$

۹۳ • تنها عبارت «الف» نادرست است.

برای ساخت آهنربای موقت از مواد فرومغناطیسی نرم مثل آهن استفاده می‌کنند، اما مس یک ماده دیامغناطیسی است.

۹۴ • چون شیب نمودار $\Phi - t$ در بازه زمانی $t = 0$ تا $t = \Delta s$

تغییری نکرده، پس نیروی محرکه القایی در تمام این بازه زمانی، یکسان است.

$$\begin{cases} t_1 = 0 \Rightarrow \Phi_1 = -\Delta mWb \\ t_2 = \Delta s \Rightarrow \Phi_2 = 1\Delta mWb \end{cases}$$

$$\Rightarrow \bar{\epsilon}_1 = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -1 \times \frac{1\Delta - (-\Delta)}{\Delta} = 4mV$$

پس اندازه نیروی محرکه القایی متوسط در ۴ ثانیه اول برابر ۴mV است.

شیب نمودار در تمام بازه زمانی $t = 10s$ تا $t = 20s$ تغییری نکرده و ثابت است.

$$\begin{cases} t_1 = 10s \Rightarrow \Phi_1 = 1\Delta mWb \\ t_2 = 20s \Rightarrow \Phi_2 = 10mWb \end{cases} \Rightarrow \bar{\epsilon}_2 = -1 \times \frac{10 - 1\Delta}{20 - 10} = 2/5mV$$

$$\bar{\epsilon}_1 - \bar{\epsilon}_2 = 4 - 2/5 = 1/5mV$$

بنابراین:

$$\frac{T}{4} = 30 \times 10^{-3} s \Rightarrow T = \frac{12}{100} = \frac{6}{50} s \quad \text{محاسبه دوره تناوب:}$$

با توجه به فرم کلی معادله جریان متناوب برحسب زمان داریم:

$$I = I_m \sin\left(\frac{\gamma\pi}{T}t\right)$$

$$\Rightarrow I = 50 \sin\left(\frac{\gamma\pi}{6}t\right)$$

$$\Rightarrow I = 50 \sin\left(\frac{50\pi}{3}t\right)$$

شیمی

۹۶ • Fe_2O_3 به رنگ قرمز دیده می‌شود و طول موج رنگ قرمز در محدود ۶۰۰ تا ۷۰۰ نانومتر است.

۹۷ • مقاومت تیتانیوم همانند فولاد در برابر سایش، عالی بوده، اما سایر ویژگی‌ها در ارتباط با این دو ماده تفاوت معناداری با هم دارند.

ویژگی	تیتانیوم	فولاد	ماده
نقطه ذوب ($^\circ\text{C}$)	۱۶۶۷	۱۵۳۵	
چگالی (gmL^{-1})	۴/۵۱	۷/۹۰	
واکنش با ذره‌های موجود در آب دریا	ناچیز	متوسط	
مقاومت در برابر خوردگی	عالی	ضعیف	
مقاومت در برابر سایش	عالی	عالی	

۹۸ • عبارتهای (ب) و (ت) درست هستند.

بررسی عبارتهای نادرست:

(آ) نیتینول به آلیاژ هوشمند معروف است.

(پ) در گذشته انسان، رنگدانه‌ها را از منابع طبیعی هم‌چون گیاهان، جانوران و برخی کانی‌ها تهیه می‌کرد. نفت خام جزو منابع جدید و امروزی تهیه رنگدانه‌ها به شمار می‌آید.



۱۱۲ ۴ فرمول مولکولی ساکارز و کلروفورم به ترتیب $C_{12}H_{22}O_{11}$ و $CHCl_3$ است.

$$\text{شمار اتم‌های کربن در ساکارز} = \frac{114g}{342g \cdot mol^{-1}} \times 12 \times N_A = 4N_A$$

$$\text{شمار مولکول‌ها در کلروفورم} = \frac{95/6g}{119/5g \cdot mol^{-1}} \times N_A = 0.8N_A$$

نسبت دو عدد به دست آمده برابر با ۵ است.

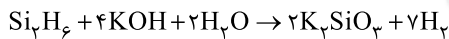
۱۱۳ ۲ عبارتهای سوم و چهارم درست هستند.

مطابق داده‌های سؤال آرایش الکترونی اتم A به $3d^a 4s^b$ و آرایش الکترونی اتم X به $5p^c$ یا $6s^d$ ختم می‌شود.

بررسی عبارتهای:

- عنصر X می‌تواند متعلق به دوره ششم جدول باشد.
- تفاوت شماره گروه A و X حداکثر برابر با ۱۵ است. در این صورت A متعلق به گروه ۳ و X در گروه ۱۸ جدول جای دارد.
- عنصرهای دسته d، همگی به جز جیوه که در دوره ششم جای دارد، در دما و فشار اتاق به حالت جامدند.
- A یک فلز بوده و X یا گاز نجیب است و یا این‌که آن هم فلز می‌باشد. در هر صورت A و X با هم واکنش شیمیایی نمی‌دهند.

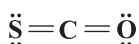
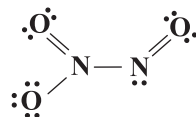
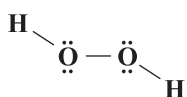
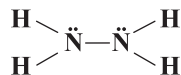
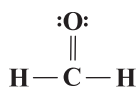
۱۱۴ ۴ هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند.



بررسی عبارتهای:

- مجموع ضرایب واکنش دهنده‌ها، همانند ضریب گاز H_2 برابر با ۷ است.
- ضریب واکنش دهنده H_2O برابر با ضریب فرآورده K_2SiO_3 است.
- مجموع ضرایب دو ترکیب یونی (K_2SiO_3 ، KOH) برابر با ۶ است.
- تفاوت مجموع ضرایب واکنش دهنده‌ها (۷) و فرآورده‌ها (۹) برابر ۲ بوده که با ضریب واکنش دهنده H_2O یکسان است.

۱۱۵ ۴ در ساختار لوویس گونه‌های N_2O_3 و H_2O_3 ، شمار جفت الکترون‌های پیوندی کم‌تر از شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی است.



۱۱۶ ۴

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{3/6 \times 6}{(227 + 273)} = \frac{P_2 \times (6 + 24)}{(177 + 273)} \Rightarrow P_2 = 0.648 \text{ atm}$$

۱۰۵ ۴ مولکول‌های A، B و C به ترتیب NO ، NO_2 و O_3 هستند. گاز NO_2 به رنگ قهوه‌ای روشن دیده می‌شود و O_3 در لایه استراتوسفر، آلاینده به حساب نمی‌آید.

۱۰۶ ۴ مقدار انرژی فعال‌سازی برگشت واکنش IV برابر است با:

$$\Delta H = E_a - E'_a \Rightarrow (-20 \times 4 / 18) \text{ kJ} = 72 \text{ kJ} - E'_a \Rightarrow E'_a = 155 / 6 \text{ kJ}$$

اگر یک کاتالیزگر E'_a را ۶۰٪ کاهش دهد، باید در حدود ۹۴ kJ انرژی فعال‌سازی برگشت را کم کند:

$$\frac{60}{100} \times 155 / 6 = 94 \text{ kJ}$$

به همین ترتیب باید E_a نیز به میزان ۹۴ kJ کم شود که چنین چیزی ممکن نیست.

۱۰۷ ۲ به‌جز عبارت آخر، سایر عبارتهای درست هستند.

با ایجاد جرقه در مخلوط واکنش دهنده‌ها، هر چند واکنش حالت انفجاری به خود می‌گیرد و سریع‌تر انجام می‌شود، اما انرژی فعال‌سازی تغییر نمی‌کند.

۱۰۸ ۲ به‌جز عبارت آخر، سایر عبارتهای درست هستند.

از روی انرژی فعال‌سازی چند واکنش می‌توان درباره سرعت واکنش‌ها به صورت کیفی (نه کمی!!) و شرایط آغاز آن‌ها اظهار نظر کرد.

۱۰۹ ۳ می‌دانیم کاتالیزورها، ΔH واکنش را تغییر نمی‌دهند.

$$\Delta H = \Delta H \Rightarrow b - 109 = 230 - c \Rightarrow b + c = 230 + 109 = 339$$

II III

۱۱۰ ۴ اگر ضرایب واکنش a را در عدد ۲ ضرب و سپس آن را

معکوس کنیم و با معکوس واکنش b جمع کنیم به واکنش $2CO(g) + 2NO(g) \rightarrow 2CO_2(g) + N_2(g)$ می‌رسیم که ΔH آن برابر است با:

$$-2(283) + (-(+181)) = -747 \text{ kJ} \Rightarrow E_a - E'_a = -747 \text{ kJ} \quad (I)$$

از طرفی مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$E_a + E'_a = 2191 \text{ kJ} \quad (III)$$

از حل معادله‌های (I) و (II) مقادیر E_a و E'_a به ترتیب برابر ۷۲۲ و ۱۴۶۹ کیلوژول به دست می‌آید.

۱۱۱ ۳ هوا را شامل اکسیژن و نیتروژن در نظر گرفته و از گازهای

دیگر چشم‌پوشی می‌کنیم. هر دو گاز اکسیژن (O_2) و نیتروژن (N_2) دواتمی هستند.

• حجم مولی گازها در فشار ۱ atm (سطح دریاهای آزاد) و دمای $25^\circ C$ را به دست می‌آوریم:

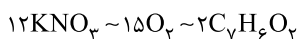
$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{1 \times 22.4}{273} = \frac{1 \times V_2}{(25 + 273)} \Rightarrow V_2 = 24 / 45 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$? \text{ atom} = (7 \times 2 \times 2) \text{ m}^3 \text{ Air} \times \frac{1000 \text{ L Air}}{1 \text{ m}^3 \text{ Air}} \times \frac{1 \text{ mol Air}}{24 / 45 \text{ L Air}}$$

$$\times \frac{6 / 02 \times 10^{23} \text{ molecule Air}}{1 \text{ mol Air}} \times \frac{2 \text{ atom}}{1 \text{ molecule Air}} = 1 / 4 \times 10^{27} \text{ atom}$$

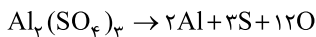


اگر ضرایب واکنش اول را در عدد ۳ ضرب کنیم، در این صورت ضریب اکسیژن به عنوان ماده مشترک دو واکنش یکسان خواهد شد و می توان از تناسب زیر استفاده کرد:

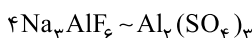


$$\frac{x\text{g KNO}_3 \times \frac{60}{100}}{12 \times 101} = \frac{48/18\text{g C}_7\text{H}_6\text{O}_2}{2 \times 122} \Rightarrow x = 40.4\text{g KNO}_3$$

۲ ۱۲۲



اگر ضرایب واکنش فرضی اول را در عدد ۴ ضرب کنیم، در این صورت جرم Al موجود در واکنش فرضی اول، مطابق داده های سؤال، دو برابر جرم Al موجود در واکنش فرضی دوم خواهد بود:

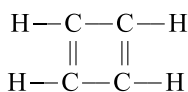


$$\frac{x\text{g Na}_3\text{AlF}_6 \times \frac{90}{100}}{4 \times 210} = \frac{114\text{g Al}_2(\text{SO}_4)_3 \times \frac{60}{100}}{1 \times 342} \Rightarrow x = 186/66$$

با توجه به این که ضرایب هر کدام از اجزای واکنش برابر با ۱

۱ ۱۲۳

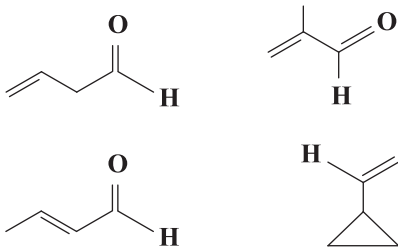
بوده و فرمول واکنش دهنده و فرآورده معین به ترتیب $\text{C}_7\text{H}_6\text{O}$ و $\text{C}_8\text{H}_8\text{O}$ می باشد، فرمول مولکولی A مطابق قانون پایستگی ماده به صورت $\text{C}_7\text{H}_6\text{O}$ خواهد بود که با ساختار گزینۀ (۱) مطابقت دارد:



فرمول مولکولی تمامی ترکیب های زیر که دارای گروه عاملی

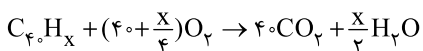
۳ ۱۲۴

آلدهیدی هستند، به صورت $\text{C}_7\text{H}_6\text{O}$ است:



۴، ۲، ۲، ۰ - تری متیل هگزان یک آلکان ۹ کربنه با فرمول C_9H_{20} است. بنابراین فرمول مولکولی هیدروکربن لیکوپن به صورت C_9H_x می باشد.

۱ ۱۲۵



$$\frac{\bar{R}_{\text{CO}_2}}{\bar{R}_{\text{H}_2\text{O}}} = \frac{40}{\frac{x}{4}} = \frac{160}{x} \Rightarrow \frac{720\text{mol min}^{-1}}{(60 \times 1/4)\text{mol min}^{-1} \times x} = \frac{160}{x}$$

$$\Rightarrow x = 56 \Rightarrow \text{فرمول لیکوپن: } \text{C}_4\text{H}_{56}$$

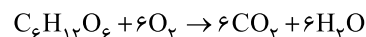
$$\frac{\bar{R}_{\text{O}_2}}{\bar{R}_{\text{CO}_2}} = \frac{40 + 14}{40} \Rightarrow \bar{R}_{\text{O}_2} = (\frac{54}{40} \times 720) \frac{\text{mol}}{\text{min}}$$

$$\times \frac{60\text{min}}{1\text{h}} \times \frac{0.224\text{m}^3}{1\text{mol}} = 13.06\text{m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$$

۱ ۱۱۷ گلوکومتر، میلی گرم گلوکز ($\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$) را در هر ۱L خون نشان می دهد.

$$? \text{mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 = 4\text{L خون} \times \frac{144 \times 10^{-3} \text{g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}{0.1\text{L خون}}$$

$$\times \frac{1\text{mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}{180\text{g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6} = 0.32\text{mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$$



$$\frac{0.32\text{mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}{1} = \frac{x\text{LO}_2}{6 \times 22.4} \Rightarrow x = 4/3\text{LO}_2$$

۱ ۱۱۸ ابتدا معادله انحلال پذیری Li_2SO_4 در آب بر حسب درجه سلسیوس را به دست می آوریم:

$$a = \frac{S_2 - S_1}{\theta_2 - \theta_1} = \frac{25 - 35}{70 - 10} = \frac{-1}{6}$$

$$S_1 = a\theta_1 + b \Rightarrow 35 = \frac{-1}{6}(10) + b \Rightarrow b = 36/66$$

$$\Rightarrow S = \frac{-1}{6}\theta + 36/66$$



$$\frac{x\text{g Li}_2\text{SO}_4}{1 \times 110} = \frac{3/28\text{g Ca}(\text{NO}_3)_2}{1 \times 164} \Rightarrow x = 2/2\text{g}$$

با توجه به این که جرم حلال (آب) در نمونه برابر ۱۰g فرض شده است، مقدار S را به ازای ۱۰۰g آب به دست می آوریم:

$$\frac{2/2\text{g Li}_2\text{SO}_4}{10\text{g H}_2\text{O}} = \frac{S}{100\text{g H}_2\text{O}} \Rightarrow S = 22\text{g Li}_2\text{SO}_4$$

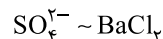
$$\frac{-1}{6}\theta + 36/66 = 22 \Rightarrow \theta = 88^\circ\text{C}$$

۳ ۱۱۹



$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 24000 = \frac{x\text{g SO}_4^{2-}}{5000\text{g}} \times 10^6$$

$$\Rightarrow x = 12\text{g SO}_4^{2-}$$



$$\frac{12\text{g SO}_4^{2-}}{1 \times 96} = \frac{y\text{mol BaCl}_2}{1} \Rightarrow y = 0.125\text{mol BaCl}_2$$

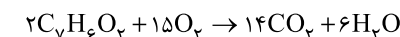
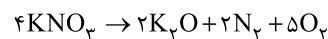
۳ بررسی سایر گزینه ها:

(۱) چگالی هگزان، کم تر از چگالی آب است.

(۲) با افزایش دما، انحلال پذیری نمک لیتیم سولفات در آب، کاهش می یابد.

(۴) در ساختار یخ، آرایش مولکول های آب به گونه ای است که در آن، اتم های اکسیژن در رأس حلقه های شش ضلعی قرار دارند.

۱ ۱۲۱ معادله موازنه شده واکنش های مورد نظر به صورت زیر است:

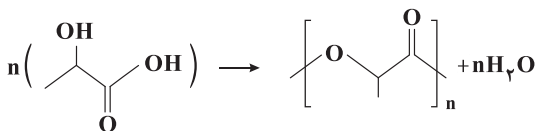
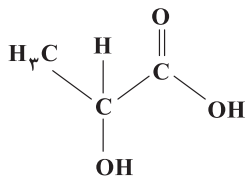


[بنزوئیک اسید]



۱۳۰ ۳ فرمول مولکولی ترکیب داده شده به صورت $C_3H_6O_3$ است

که هم گروه عاملی اسیدی و هم گروه عاملی الکلی داشته و می تواند پلی استر با فرمول $(C_3H_4O_2)_n$ تولید کند.



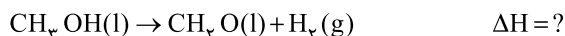
$$? \text{ mol } C_3H_6O_3 = 2/4 \text{ g H} \times \frac{1 \text{ mol H}}{1 \text{ g H}} \times \frac{1 \text{ mol } C_3H_6O_3}{6 \text{ mol H}}$$

$$= 0.4 \text{ mol } C_3H_6O_3$$

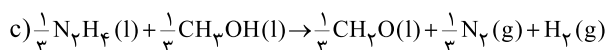
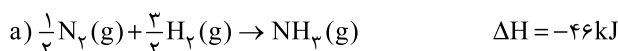
$$? \text{ g Polymer} = 0.4 \text{ mol } C_3H_6O_3 \times \frac{1 \text{ mol Polymer}}{n C_3H_4O_2}$$

$$\times \frac{72 \text{ g Polymer}}{1 \text{ mol Polymer}} \times \frac{100}{100} = 28.8 \text{ g Polymer}$$

۱۲۶ ۱ معادله واکنش هدف به صورت زیر است:



معادله واکنش های کمکی و ΔH آن ها در زیر آمده است:



$$\Delta H = -12 \text{ kJ}$$

برای رسیدن به واکنش هدف باید تغییرات زیر را بر روی واکنش های کمکی اعمال کنیم:

✓ ضرایب واکنش c را در عدد ۳ ضرب کنیم.

✓ واکنش b را وارونه و ضرایب آن را در عدد ۲ ضرب کنیم.

✓ ضرایب واکنش a را در عدد ۲ ضرب کنیم.

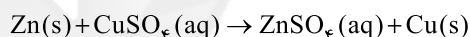
✓ سپس هر سه واکنش را با هم جمع کنیم:

$$\Delta H(\text{هدف}) = 3\Delta H_c - 2\Delta H_b + 2\Delta H_a$$

$$= 3(-12) - 2(-92) + 2(-46) = 56 \text{ kJ}$$

۱۲۷ ۴ هر چهار عبارت در ارتباط با واکنش مورد نظر درست هستند.

معادله واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



$$\bar{R}_{Zn} = \frac{2/6 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol}}{65 \text{ g}}}{\frac{75 \text{ h}}{60}} = 0.32 \text{ mol.h}^{-1}$$

$$\Rightarrow \bar{R}_{Cu} = \bar{R}_{Zn} = 0.32 \text{ mol.h}^{-1}$$

برای محاسبه حجم مورد نیاز محلول $CuSO_4$ می توانیم به صورت زیر عمل کنیم:

$$\frac{\text{غلظت مولی } CuSO_4 \times \text{میلی لیتر محلول}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{گرم روی}}{1000}$$

$$\Rightarrow \frac{2/6 \text{ g}}{1 \times 65} = \frac{V \times 0/2}{1 \times 1000}$$

$$\Rightarrow V = 200 \text{ mL } CuSO_4(aq)$$

درستی عبارت های سوم و چهارم نیز از روی معادله های واکنش تأیید می شود.

۱۲۸ ۳ برای ساخت سرنگ از پلی پروپن $(C_3H_6)_n$ استفاده

می شود. تفاوت شمار اتم های H و C مونومر سازنده این پلیمر برابر است با:

$$6 - 3 = 3$$

۱۲۹ ۳ به جز عبارت آخر سایر عبارات درست هستند.

آمین هایی در واکنش آمیدی شدن می توانند شرکت کنند که در ساختار آن ها H متصل به N وجود داشته باشد.