



آزمون « ۱۸ فروردین ۱۴۰۲ »

اختصاصی دوازدهم ریاضی

مدت پاسخ گویی: ۱۲۵ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۹۰ سؤال

دفترچه سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ گویی
اجباری	۲۰	۱-۲۰	۳۰'
اجباری	۱۰	۲۱-۳۰	۱۵'
اجباری	۱۰	۳۱-۴۰	۱۵'
اجباری	۳۰	۴۱-۷۰	۴۵'
اجباری	۲۰	۷۱-۹۰	۲۰'
جمع کل	۹۰	۱-۹۰	۱۲۵'

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲	شاهین پروازی- عادل حسینی- افشین خاصه خان- علی سلامت- علی شهرابی- پویان طهرانیان- کامیار علییون- جهانبخش نیکنام
هندسه	امیر حسین ابومحبوب- فرزانه خاکپاش- محمد خندان- سوگند روشنی- سهام مجیدی پور
ریاضیات گسسته	امیر حسین ابومحبوب- علی ایمانی- محسن بهرام پور- رضا توکلی- سیدمحمد رضا حسینی فرد- سوگند روشنی- احمد رضا فلاح
فیزیک	بابک اسلامی- عبدالرضا امینی نسب- زهره آقامحمدی- امیرمسعود حاجی مرادی- محمدعلی راست پیمان- بهنام رستمی- سعید شرق پوریا- علاقه مند- مسعود قره خانی- جلیل گلی- علیرضا گونه- حسین مخدومی- سیدعلی میرنوری- حسام نادری- سعید نصیری- علی نظری- مصطفی وائقی- شادمان ویسی
شیمی	محمد رضا پورجاوید- امیر حاتمیان- ارزنگ خانلری- پیمان خواجوی مجد- حمید ذبحی- یاسر راش- روزبه رضوانی- امیر حسین طیبی- امیر حسین مسلمی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	سوگند روشنی	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی علی سرآبادانی	عادل حسینی	عادل حسینی	حمید زرین کفش زهره آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده مقدم محبوبه بیک محمدی
		ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری	
مسئول درس	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیر حسین مسلمی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

محمد اکبری	مدیر گروه
نرگس غنی زاده	مسئول دفترچه
مدیر گروه: محیا اصغری	گروه مستندسازی
میلاذ سیاوشی	حروف نگار
سوران نعیمی	ناظر چاپ

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۶۶۳

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

حسابان ۲: تابع، مثلثات و حدهای نامتناهی - حد در بی نهایت: صفحه‌های ۱ تا ۶۹

۱- در تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $x^2 - x - 10$ و $x^2 - x - 2$ ، باقی‌مانده‌ها به ترتیب $2x + 6$ و $x + 10$ هستند. اگر باقی‌مانده

تقسیم $f(x)$ بر $x^2 - 4$ برابر با $r(x)$ باشد، جواب معادله $r(x) = -8$ کدام است؟

(۱) -4

(۲) -6

(۳) 4

(۴) 6

۲- با کدام یک از روش‌های زیر نمی‌توان تابع $f(x) = \log_7 x$ را به تابع $g(x) = \log_7(2x - 4)$ تبدیل کرد؟

(۱) انتقال ۴ واحد به راست، سپس تقسیم طول نقاط بر ۲

(۲) تقسیم طول نقاط بر ۲، سپس انتقال ۲ واحد به سمت راست

(۳) انتقال ۲ واحد به راست، سپس ۱ واحد به سمت بالا

(۴) تقسیم طول نقاط بر ۲، سپس انتقال ۴ واحد به سمت راست

۳- نمودار تابع $y = 3x^2 - 2x + 1$ را نسبت به خط $x = \frac{1}{3}$ قرینه کرده و سپس ۲ واحد به طرف x ‌های منفی انتقال می‌دهیم. نمودار

حاصل، خط $y = 1 - 4x$ را در نقطه‌ای با کدام طول صحیح قطع می‌کند؟

(۱) 4

(۲) 2

(۳) -2

(۴) -4

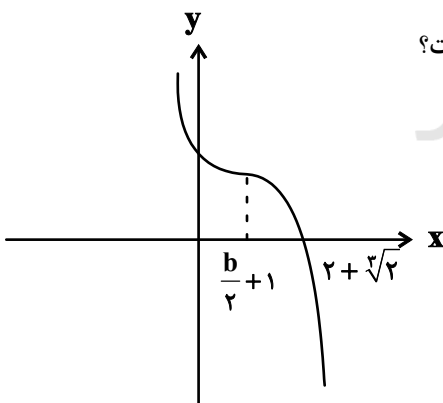
۴- نمودار تابع $f(x) = a(x - b)^2 + b$ به شکل زیر است. مقدار $f^{-1}\left(\frac{43}{8}\right)$ کدام است؟

(۱) $\frac{3}{2}$

(۲) $\frac{5}{2}$

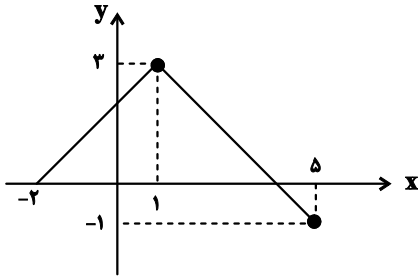
(۳) $\frac{1}{2}$

(۴) $\frac{7}{2}$



محل انجام محاسبات

۵- نمودار تابع f به صورت زیر است. اگر نمودار تابع $y = f(b - 2x)$ از ناحیه دوم دستگاه مختصات عبور نکند، حداقل مقدار b کدام است؟



$$\frac{5}{2} \quad (1)$$

$$5 \quad (2)$$

$$2 \quad (3)$$

$$4 \quad (4)$$

۶- تابع $f(x) = \begin{cases} 1 - (x-1)^3 & ; x < 0 \\ ax + a + 1 & ; 0 \leq x \leq 2 \\ 2x - x^2 - 3 & ; x > 2 \end{cases}$ اکیداً یکنواست. حدود a کدام است؟

$$(-2, -1) \quad (2)$$

$$[-2, 0) \quad (1)$$

$$\left[-\frac{4}{3}, 0\right) \quad (4)$$

$$\left(-\frac{5}{4}, -1\right] \quad (3)$$

۷- اگر ماکزیمم تابع $f(x) = \sqrt{x-1} - \sqrt{5-x}$ بر مینیمم تابع $g(x) = x^2 - ax + b$ منطبق باشد، $g(\sqrt{2} + 5)$ کدام است؟

$$4 \quad (2)$$

$$5 \quad (1)$$

$$1 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

۸- تابع اکیداً نزولی f با دامنه \mathbb{R} از نقاط $A\left(\frac{1}{3}, 3\right)$ و $B\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 2\right)$ عبور می‌کند. اگر بازه $[a, b]$ زیرمجموعه جواب‌های نامعادله

$2 \leq f(\sin x) \leq 3$ باشد، بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟

$$\frac{2\pi}{3} \quad (2)$$

$$\pi \quad (1)$$

$$\frac{\pi}{2} \quad (4)$$

$$\frac{\pi}{12} \quad (3)$$

۹- به ازای سه مقدار صحیح k ، خط $y = k$ و نمودار تابع $y = a \sin(2x) + b$ با دامنه $[0, \pi)$ ، دو نقطه تلاقی دارند. مقدار a

کدام نمی‌تواند باشد؟

$$-1/1 \quad (2)$$

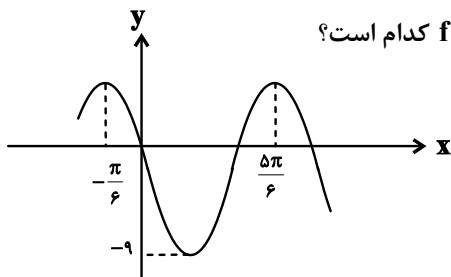
$$2/1 \quad (1)$$

$$-1/5 \quad (4)$$

$$1/35 \quad (3)$$

محل انجام محاسبات

۱۰- شکل زیر بخشی از نمودار تابع $f(x) = a \cos(bx + \frac{\pi}{3}) + c$ است. مقدار $f(-\frac{5\pi}{6})$ کدام است؟



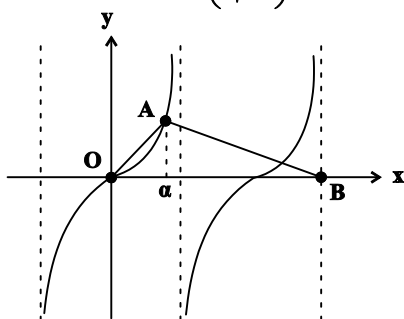
(۱) -۴

(۲) -۵

(۳) -۶

(۴) -۷

۱۱- شکل زیر نمودار تابع $f(x) = \tan 2x$ می باشد. اگر مساحت مثلث $\triangle AOB$ ، $\frac{3\sqrt{3}\pi}{8}$ باشد، مقدار $f(\frac{11}{2}\alpha)$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{3}$ (۲) $-\sqrt{3}$ (۳) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (۴) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

۱۲- اگر $\tan(2x + \frac{3\pi}{4}) = 4$ باشد، مقدار $(\sqrt{34} + 3) \cot x$ کدام است؟ $(0 < x < \frac{\pi}{2})$

(۱) ۴

(۲) ۵

(۳) ۶

(۴) ۳

۱۳- جواب های معادله $\sin^4 x \cos x = 1 + \cos^4 x \sin x$ روی دایره مثلثاتی، رأس های کدام چندضلعی محدب را مشخص می کنند؟

(۱) مربع

(۲) مستطیل

(۳) مثلث قائم الزاویه

(۴) مثلث متساوی الاضلاع

۱۴- تعداد جواب های معادله $\frac{\theta}{2} + 1 = 0$ در بازه $[\frac{5\pi}{2}, 0]$ کدام است؟

(۱) ۴

(۲) ۵

(۳) ۶

(۴) ۷

محل انجام محاسبات

١٥- مجموع جواب‌های معادله $\frac{\cot^2(2x) - 1}{\tan^2(2x) + 1} = \frac{(\cot x - \tan x)^2}{8}$ در بازه $[0, \pi]$ کدام است؟

(١) π (٢) $\frac{3\pi}{2}$

(٣) 2π (٤) $\frac{5\pi}{2}$

١٦- اگر $f(x) = \frac{1}{\sin x - \cos 2x}$ باشد، کدام عبارت صحیح است؟

(٢) $\lim_{x \rightarrow \frac{5\pi}{6}} f(x) = +\infty$

(١) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} f(x) = -\infty$

(٤) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} f(x) = -\infty$

(٣) $\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}} f(x) = -\infty$

١٧- در تابع $f(x) = \frac{x-k}{x-1}$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f \circ f)(x) = +\infty$ است. حدود k کدام است؟

(١) \mathbb{R} (٢) $\mathbb{R} - \{1\}$

(٣) $(1, +\infty)$ (٤) $(-\infty, 1)$

١٨- مجانب‌های قائم $f(x) = \frac{2x^2 + 1}{x^2 - ax}$ روی نیمساز ناحیه اول پاره‌خطی به طول $\sqrt{2}$ جدا می‌کنند، مقدار a کدام است؟

(١) ١ (٢) ٢

(٣) ٣ (٤) ٤

١٩- در تابع $f(x) = \frac{-2x}{1 + \sqrt{x^2 + 3x - 1} - ax}$ ، مقدار مثبت a برابر حد تابع در $+\infty$ است. در این صورت حاصل $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$ کدام است؟

(١) $-\infty$ (٢) ١

(٣) ٢ (٤) $+\infty$

٢٠- نمودار تابع $f(x) = \frac{-3x - k}{x + 2}$ وقتی که $x \rightarrow -\infty$ ، به صورت زیر است. مجموع مقادیر طبیعی k کدام است؟

(١) ١٥

(٢) ١٠

(٣) ٦

(٤) ٣

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: ماتریس و کاربردها - آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۹ تا ۴۶

۲۱- اگر $A = \begin{bmatrix} x & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & x \\ -1 & y \end{bmatrix}$ ماتریسی اسکالر و غیر صفر باشد، مقدار x کدام است؟

(۱) ۱ (۲) -۱

(۳) ۲ (۴) -۲

۲۲- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های قطر اصلی ماتریس A^{12} کدام است؟

(۱) صفر (۲) 2^{11}

(۳) 2^{12} (۴) 2^{13}

۲۳- به ازای چند مقدار m ، دستگاه معادلات $\begin{cases} mx + 2y = 2m - 8 \\ 7x + (m - 5)y = 6 \end{cases}$ بی‌شمار جواب دارد؟

(۱) هیچ (۲) ۱

(۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۲۴- اگر A ماتریس مربعی از مرتبه ۲ و $3A|A = 2I$ باشد، حاصل $|A|$ کدام است؟

(۱) $\frac{5}{27}$ (۲) $\frac{4}{81}$

(۳) $\frac{3}{64}$ (۴) $\frac{2}{9}$

۲۵- اگر $2A = \begin{bmatrix} 2|A| & 1 \\ -1 & 2|A| \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های ماتریس A^{-1} کدام است؟

(۱) صفر (۲) $\frac{1}{2}$

(۳) ۱ (۴) ۲

محل انجام محاسبات

۲۶ - نقطه A و خط d در صفحه مفروض اند. حداکثر چند نقطه در صفحه می توان یافت که از A به فاصله ۲ واحد و از خط d به فاصله ۳ واحد باشند؟

- (۱) هیچ
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) ۴

۲۷ - دسته خطوط به معادله $(m+1)x + (3-m)y = 4$ ، قطرهای دایره‌ای گذرنده از نقطه $A(-1, 2)$ هستند. به ازای کدام مقادیر k ، خط به معادله $x - 2y = k$ ، بر این دایره مماس است؟

- (۱) ۴ و ۶
(۲) ۴ و ۶
(۳) ۲ و ۳
(۴) ۲ و ۳

۲۸ - به ازای کدام مقدار m ، بیشترین فاصله نقطه $A(m, 3)$ از نقاط واقع بر دایره C به معادله $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$ برابر ۷ است؟

- (۱) ۲-
(۲) ۲
(۳) ۴
(۴) ۴-

۲۹ - دایره به معادله $x^2 + y^2 + 6x - 4y + k = 0$ بر روی خط $x - y + 2 = 0$ ، و تری به طول $3\sqrt{2}$ جدا می کند. این دایره چند نقطه مشترک با محورهای مختصات دارد؟

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

۳۰ - مکان هندسی مرکز دایره‌هایی به شعاع ۱ که با دایره $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 11 = 0$ مماس داخل هستند، محور طول‌ها را در دو نقطه قطع می کند. فاصله این دو نقطه از یکدیگر برابر کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{3}$
(۲) ۴
(۳) ۶
(۴) $2\sqrt{5}$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: آشنایی با نظریه اعداد - گراف و مدل سازی: صفحه‌های ۱ تا ۴۲

۳۱- اگر k عددی طبیعی و بزرگ‌تر از ۲ و $4k+1$ عددی مربع کامل باشد، آنگاه کدام گزینه در مورد k درست است؟

(۱) k همواره به صورت حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی است.

(۲) k می‌تواند عددی مربع کامل باشد.

(۳) k می‌تواند عددی اول باشد.

(۴) k همواره عددی مضرب ۳ است.

۳۲- معادله $n^2 + 1 = (n-1)!$ چند جواب طبیعی دارد؟

(۲) هیچ

(۱) بی‌شمار

(۴) ۱

(۳) ۲

۳۳- اگر $n \in \mathbb{N}$ و $(n^2 + 1, 8) = 4$ باشد، برای n چند مقدار دو رقمی بدست می‌آید؟

(۲) ۱۲

(۱) ۱۱

(۴) ۱۴

(۳) ۱۳

۳۴- اگر $a \equiv 140 \cdot 140^2 + 140 \cdot 2^{140} + 1$ باشد. a چند عدد سه رقمی می‌تواند اختیار کند؟

(۲) ۱۰۰

(۱) ۱۱۲

(۴) ۸۱

(۳) ۹۰

۳۵- چند عدد دو رقمی x در معادله $300! + \dots + 9! + 6! + 3! \equiv 16x \pmod{18}$ صدق می‌کند؟

(۲) ۸

(۱) ۶

(۴) ۱۴

(۳) ۱۰

محل انجام محاسبات

۳۶- اگر دو عدد ۴۵ و ۲۴ در یک دسته هم‌نهشتی به پیمانه a باشند و $(a, 3) = 1$ ، باقی مانده تقسیم a^{21} بر ۱۶ کدام است؟ ($a \neq 1$)

۵ (۲)

۳ (۱)

۹ (۴)

۷ (۳)

۳۷- اگر $14x - 23y = 35$ باشد. مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد طبیعی سه رقمی y که در این معادله صدق می‌کند کدام است؟

۵ (۲)

۴ (۱)

۷ (۴)

۶ (۳)

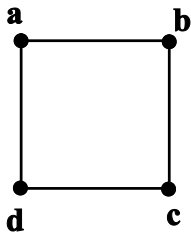
۳۸- حاصل ضرب درجات رئوس گراف G از مرتبه ۶ برابر ۴۸۰ است، در گراف \bar{G} حاصل $\sum_{i=1}^P \deg(v_i) + \sum_{i=1}^P |N[v_i]|$ کدام است؟

۲۶ (۲)

۲۴ (۱)

۳۰ (۴)

۲۸ (۳)



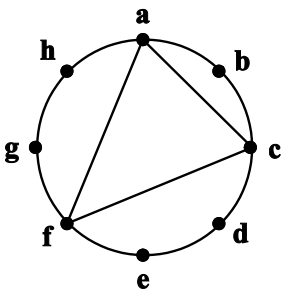
۳۹- گراف مقابل چند زیرگراف دارد که در آن‌ها دقیقاً یک رأس تنها دیده شود؟

۸ (۱)

۱۲ (۲)

۱۶ (۳)

۲۴ (۴)



۴۰- در گراف شکل مقابل به ازای چند مقدار m ، دوری به طول m وجود دارد؟

۳ (۱)

۴ (۲)

۵ (۳)

۶ (۴)

فیزیک ۳: حرکت بر خط راست / دینامیک و حرکت دایره‌ای / نوسان و موج: صفحه‌های ۱ تا ۶۹ وقت پیشنهادی: ۴۵ دقیقه

۴۱- تویی از ارتفاع ۴۰ متری سطح زمین رها می‌شود و هر بار که به زمین می‌خورد، $\frac{1}{4}$ ارتفاع قبلی خود را بالا می‌رود. نسبت اندازه جابه‌جایی به مسافت طی شده توسط توپ از لحظه رها شدن تا لحظه‌ای که برای سومین بار به زمین برخورد می‌کند، کدام است؟

(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) ۱

(۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{8}{13}$

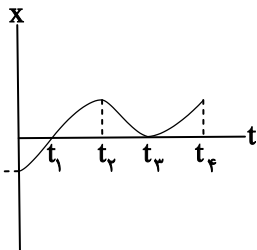
۴۲- متحرکی فاصله مستقیم بین دو نقطه را بدون تغییر جهت طی می‌کند. اگر این متحرک $\frac{4}{5}$ اولیه کل مسیر را با سرعت متوسط v و

بقیه مسیر را با سرعت متوسط $\frac{1}{4}v$ بپیماید، سرعت متوسط متحرک در کل مسیر چند برابر v است؟

(۱) $\frac{8}{5}$ (۲) $\frac{5}{8}$

(۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{5}{3}$

۴۳- نمودار مکان - زمان متحرکی که بر خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. کدام گزینه در مورد این حرکت صحیح



است؟

(۱) در بازه زمانی صفر تا t_4 ، دو بار جهت بردار مکان عوض می‌شود.

(۲) در بازه زمانی صفر تا t_4 ، سه بار جهت حرکت عوض می‌شود.

(۳) شتاب متوسط در بازه زمانی t_1 تا t_4 منفی است.

(۴) سرعت متوسط در بازه زمانی صفر تا t_4 صفر است.

۴۴- دو قطار به طول ۱۵۰m در دو ریل موازی و از فاصله خیلی دور با تندیهای ثابت $90 \frac{km}{h}$ در حال حرکت به سمت یکدیگر

هستند. اگر شخصی با تندیهی ثابت $5 \frac{m}{s}$ از انتهای یکی از قطارها تا ابتدای قطار حرکت کند، طی این مدت فاصله شخص از

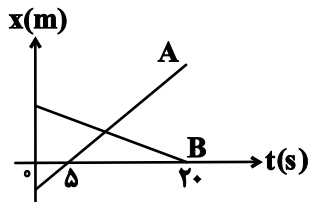
قطار روبه‌رو چند کیلومتر کاهش پیدا کرده است؟ (فرض کنید دو قطار به هم نمی‌رسند).

(۱) ۱۵ / ۱۵ (۲) ۰ / ۱۵

(۳) ۱۴ / ۸۵ (۴) ۱۵

محل انجام محاسبات

۴۵- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که در مسیری مستقیم حرکت می کنند، مطابق شکل زیر است. اگر تندی متحرک A دو برابر تندی متحرک B و در لحظه $t = 0$ ، فاصله دو متحرک از یکدیگر ۷۵ متر باشد، فاصله دو متحرک در لحظه $t = 20s$ از یکدیگر چند متر است؟



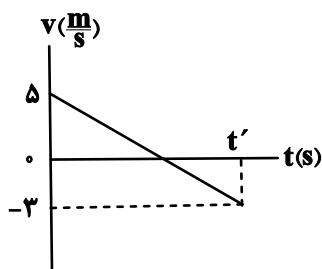
(۱) ۱۵۰

(۲) ۵۰

(۳) ۷۵

(۴) ۲۵

۴۶- نمودار سرعت - زمان متحرکی که در مسیری مستقیم حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. نسبت تندی متوسط متحرک به

سرعت متوسط آن در بازه زمانی صفر تا t' کدام است؟(۱) $\frac{25}{9}$ (۲) $\frac{17}{8}$

(۳) ۴

(۴) اطلاعات مسأله کافی نیست.

۴۷- قطاری به طول ۶۰ متر از داخل تونلی به طول ۳۰ متر با اندازه شتاب ثابت $5 \frac{m}{s^2}$ و به صورت کندشونده عبور می کند و سرعتش

پس از خروج کامل از تونل به $40 \frac{m}{s}$ می رسد. از لحظه ورود قطار به تونل تا لحظه ای که به طور کامل از آن خارج می شود، چند

ثانیه است؟

(۴) ۲

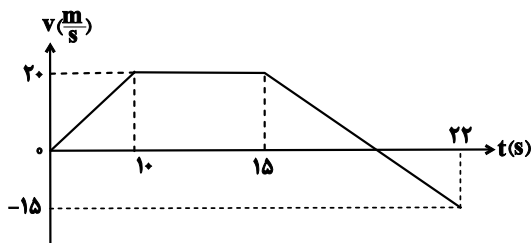
(۳) ۴

(۲) ۱

(۱) ۳

۴۸- نمودار سرعت - زمان متحرکی که در مسیری مستقیم حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. به ترتیب از راست به چپ، تندی متوسط

متحرک در مدت زمانی که حرکت آن کند شونده است متر بر ثانیه و جابه جایی متحرک در کل حرکت متر می باشد.

(۱) ۱۰ و $217/5$ (۲) ۵ و $217/5$ (۳) ۱۰ و $262/5$ (۴) ۵ و $262/5$

محل انجام محاسبات

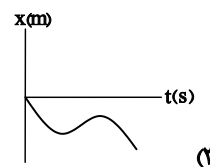
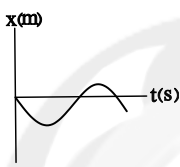
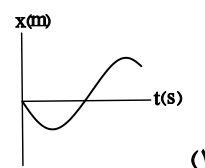
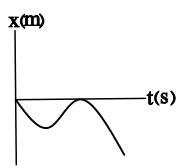
۴۹- راننده‌ای با گرفتن ترمز، سرعت اتومبیل خود را با شتاب ثابت کاهش می‌دهد و پس از ۸ ثانیه و طی مسافت ۴۰ متر متوقف می‌شود. سرعت اولیه اتومبیل چند متر بر ثانیه بوده است؟

- (۱) ۵
(۲) ۱۰
(۳) ۲۰
(۴) ۴۰

۵۰- نمودار شتاب - زمان متحرکی که در لحظه $t = 0$ با سرعت $4 \frac{m}{s}$ از مبدا مکان می‌گذرد، مطابق شکل زیر است. کدام گزینه



نمودار مکان - زمان این حرکت را در این ۹ ثانیه به درستی نشان می‌دهد؟



۵۱- در شرایط خلأ، گلوله‌ای بدون سرعت اولیه از ارتفاع h از سطح زمین رها می‌شود. اگر گلوله در ۲ ثانیه آخر حرکت، ۸۰ متر

جابه‌جا شود، ارتفاع h چند متر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) ۱۲۵
(۲) ۱۰۵
(۳) ۱۵۰
(۴) ۱۳۵

۵۲- علت کدام پدیده با سایر گزینه‌ها یکسان نیست؟

(۱) با خاموش شدن موتور یک سفینه فضایی در فضای بین ستارگان، سفینه به حرکتش با همان سرعت ادامه می‌دهد.

(۲) بر اثر ضربه زدن به یک قالی کثیف، گرد و خاک آن جدا می‌شود.

(۳) با نزدیک کردن دو قطب هم‌نام آهنربا به یکدیگر، دو آهنربا با نیرویی برابر یکدیگر را دفع می‌کنند.

(۴) گارسون با یک حرکت سریع سفره را از زیر وسایل روی آن می‌کشد و وسایل از جایشان تکان نمی‌خورند.

۵۳- به جسمی به جرم ۲۰ کیلوگرم که در فضا ساکن است، سه نیروی $\vec{F}_1 = 18\vec{j}$ ، $\vec{F}_2 = 38\vec{i}$ و $\vec{F}_3 = -14\vec{i}$ در SI وارد می‌شود.

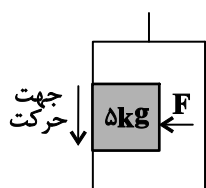
بزرگی شتاب حرکت جسم ناشی از این نیروها چند متر بر مربع ثانیه است؟

- (۱) ۳
(۲) ۲
(۳) ۱
(۴) ۱/۵

محل انجام محاسبات

۵۴- شخصی درون آسانسوری که با شتاب ثابت $\frac{2}{3} \frac{m}{s^2}$ از حال سکون و به طرف پایین شروع به حرکت می کند، جسمی به جرم 5 kg را

با نیروی افقی \vec{F} به دیوار قائم آسانسور فشرده است. حداقل اندازه نیروی \vec{F} چند نیوتون باشد تا جسم نسبت به آسانسور



ساکن بماند؟ ($\mu_s = 0/5$ و $g = 10 \frac{m}{s^2}$)

۱۰۰ (۱)

۸۰ (۲)

۴۰ (۳)

۵۰ (۴)

۵۵- مطابق شکل زیر، به جسمی که روی سطحی افقی، ساکن است، نیروی افقی F وارد می شود. اگر نمودار اندازه این نیرو بر حسب

زمان مطابق شکل زیر باشد، سرعت این جسم در لحظه $t = 15 \text{ s}$ چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$ ، $\mu_s = 0/4$ و



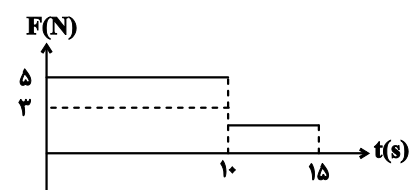
($\mu_k = 0/3$)

۲۰ (۱)

۳۰ (۲)

۵۰ (۳)

۱۰ (۴)



۵۶- به فنری قائم به جرم ناچیز و ثابت k ، وزنه ای به جرم m را آویخته ایم و در حالت تعادل طول فنر 5 سانتی متر افزایش می یابد.

اگر همین جسم را روی سطح افقی با همین فنر بکشیم، وقتی طول فنر 3 سانتی متر افزایش می یابد، وزنه در آستانه حرکت

قرار می گیرد. ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح کدام است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

۰/۲۵ (۴)

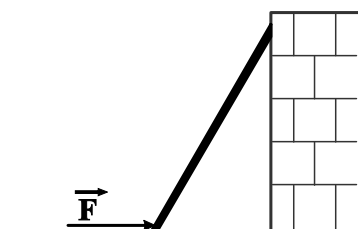
۰/۴ (۳)

۰/۵ (۲)

۰/۶ (۱)

۵۷- در شکل زیر، سطح افقی بدون اصطکاک و نردبان به جرم 10 kg در آستانه حرکت می باشد. اگر نیروی تکیه گاه سطح افقی

بیشینه و اندازه آن برابر با 150 N باشد، اندازه نیروی F چند نیوتون است؟ ($\mu_s = 0/2$ و $g = 10 \frac{N}{kg}$)



۱۵۰ (۱)

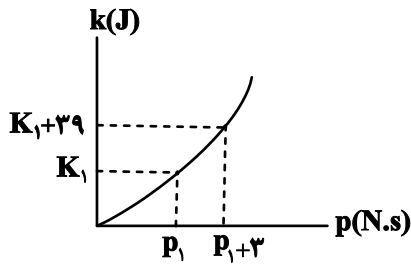
۲۵۰ (۲)

۳۰۰ (۳)

۷۵ (۴)

محل انجام محاسبات

۵۸- نمودار انرژی جنبشی جسمی به جرم $۵/۰$ کیلوگرم بر حسب اندازه تکانه آن مطابق شکل زیر است. مقدار p_1 چند واحد SI



است؟

(۱) ۳

(۲) ۵

(۳) ۶

(۴) ۱۰

۵۹- روی سطحی افقی که فاقد اصطکاک است، گلوله‌ای به جرم ۴۰ g با تندی $\vec{v}_1 = 8\vec{i} + 6\vec{j}$ به گلوله ساکنی به جرم ۱۰ g برخورد می‌کند. اگر مدت زمان برخورد دو گلوله $۰/۲$ ثانیه باشد و تندی گلوله اول به $\vec{v}_2 = 2\vec{i} + 1/5\vec{j}$ در واحد SI برسد، نیروی

وارد بر گلوله ساکن در SI کدام است؟

(۲) $12\vec{i} - 9\vec{j}$

(۱) $-12\vec{i} - 9\vec{j}$

(۴) $-12\vec{i} + 9\vec{j}$

(۳) $12\vec{i} + 9\vec{j}$

۶۰- در شکل زیر، میله‌ای به دور نقطه O در حال انجام حرکت دایره‌ای یکنواخت است. فاصله دو نقطه A و B از یکدیگر ۴ cm و

تندی نقطه A (که بر لبه میله قرار دارد)، ۳ برابر تندی نقطه B است. طول میله چند سانتی‌متر است؟

(۱) ۵/۵

(۲) ۸

(۳) ۴/۵

(۴) ۶

۶۱- اگر ضریب اصطکاک ایستایی بین لاستیک اتومبیل و سطح جاده برابر با $۰/۳$ باشد، اتومبیل پیچ افقی یک جاده به شعاع ۳۰۰

متر را حداکثر با چه تندی بر حسب کیلومتر بر ساعت می‌تواند بدون لغزش طی کند؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

(۲) ۷۲

(۱) ۳۰

(۴) به جرم اتومبیل بستگی دارد.

(۳) ۱۰۸

محل انجام محاسبات

۶۲- ماهواره‌ای در ارتفاعی به اندازه شعاع زمین، از سطح زمین در حال چرخش است. این ماهواره در چه ارتفاعی بر حسب شعاع زمین، نسبت به سطح زمین قرار گیرد، تا اندازه شتاب مرکزگرای آن ۱۹ درصد کاهش یابد؟ (R_e شعاع کره زمین است.)

$$\frac{9}{10} R_e \quad (1)$$

$$\frac{20}{9} R_e \quad (2)$$

$$\frac{9}{20} R_e \quad (3)$$

$$\frac{11}{9} R_e \quad (4)$$

۶۳- نوسانگری حول مبدأ مختصات در حال حرکت هماهنگ ساده است. کدام عبارت درباره نوسانگر درست است؟

(۱) در لحظه‌ای که بردار مکان نوسانگر تغییر علامت می‌دهد، آهنگ تغییرات سرعت صفر است.

(۲) حرکت نوسانگر به صورت حرکت با شتاب ثابت است.

(۳) جابه‌جایی نوسانگر در هر بازه زمانی مساوی، با یکدیگر برابر است.

(۴) اگر دامنه نوسان افزایش یابد، دوره تناوب آن کاهش می‌یابد.

۶۴- در یک حرکت نوسانی ساده در فواصل زمانی 0.1 ثانیه، شتاب نوسانگر صفر می‌شود. بسامد حرکت چند هرتز است؟

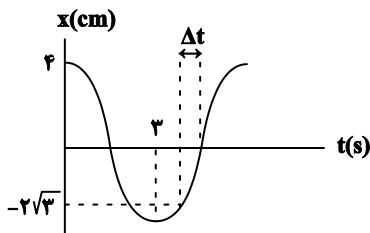
$$100 \quad (1)$$

$$50 \quad (2)$$

$$5 \quad (3)$$

$$10 \quad (4)$$

۶۵- نمودار مکان - زمان یک حرکت نوسانی ساده مطابق شکل زیر است. Δt چند ثانیه است؟



$$1/5 \quad (1)$$

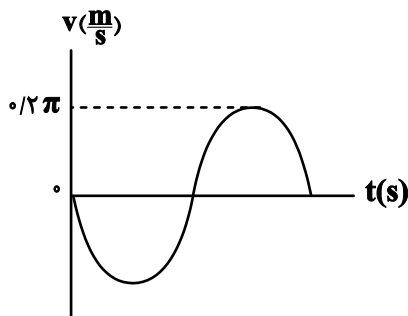
$$1 \quad (2)$$

$$3/5 \quad (3)$$

$$2 \quad (4)$$

۶۶- نمودار سرعت - زمان نوسانگری که روی پاره‌خطی به طول 12cm حرکت نوسانی ساده انجام می‌دهد، مطابق شکل زیر است.

اندازه شتاب نوسانگر در لحظه $t = 0.5\text{s}$ چند متر بر مجذور ثانیه است؟



$$\frac{\pi}{3} \quad (1)$$

$$\frac{\pi}{6} \quad (2)$$

$$\frac{\pi^2}{6} \quad (3)$$

$$\frac{\pi^2}{3} \quad (4)$$

محل انجام محاسبات

۶۷- معادله مکان - زمان نوسانگر وزنه - فنری در SI به صورت $x = 0.04 \cos(\Delta \omega t)$ است. اگر انرژی جنبشی وزنه در هنگام عبور از مرکز نوسان ۱۲۰ میلی ژول باشد، ثابت فنر در SI کدام است؟

۱۵۰ (۱)

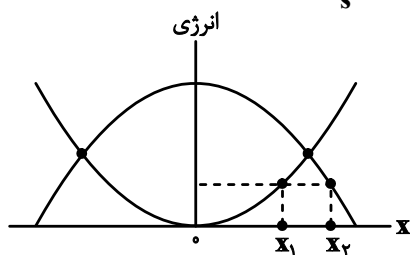
۲۰۰ (۲)

۳۰۰ (۳)

۵۰ (۴)

۶۸- نمودار تغییرات انرژی‌های جنبشی و پتانسیل کشسانی بر حسب مکان برای یک نوسانگر هماهنگ ساده به صورت زیر است. اگر

تندی ذره در مکان‌های x_1 و x_2 به ترتیب $\sqrt{3} \frac{m}{s}$ و $1 \frac{m}{s}$ باشد، تندی بیشینه آن چند $\frac{m}{s}$ است؟



۱۰ (۱)

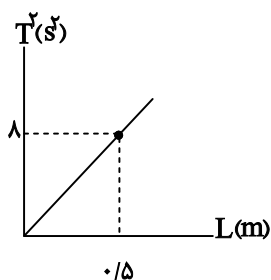
۲ (۲)

$\sqrt{10}$ (۳)

۴ (۴)

۶۹- نمودار زیر مربوط به یک آونگ ساده با نوسانات کم دامنه است که در فاصله h از سطح زمین در حال نوسان است. این آونگ در

چه فاصله‌ای از سطح زمین بر حسب شعاع زمین (R_e) قرار دارد؟ ($g = \pi^2 \frac{m}{s^2}$)



$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۱)

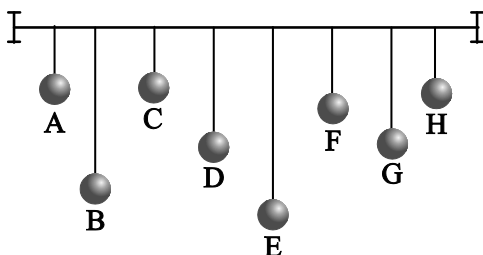
۲ (۲)

$\sqrt{2}$ (۳)

۱ (۴)

۷۰- مطابق شکل زیر تعدادی آونگ با جرم یکسان داریم. اگر آونگ D را از وضع تعادل خارج کنیم، کدام آونگ پس از مدت

طولانی تری می‌ایستد؟



G (۱)

E (۲)

A (۳)

C (۴)

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۲۰ دقیقه

شیمی ۳: فصل‌های ۱ و ۲: صفحه‌های ۱ تا ۶۴

۷۱- چند مورد از مطالب زیر دربارهٔ پاک‌کننده‌های صابونی درست است؟ ($K = ۳۹, Na = ۲۳, O = ۱۶, C = ۱۲, H = ۱: g.mol^{-1}$)

- * همواره در ساختار خود یک کاتیون فلز قلیایی دارند.
- * صابون از طریق بخش ناقطبی خود با مولکول‌های چربی پیوند اشتراکی برقرار می‌کند.
- * مخلوط آب و روغن و چند قطره صابون، یک مخلوط پایدار است که نور را عبور می‌دهد.
- * میزان پاک‌کنندگی آن‌ها با دمای آب و نسبت نخ به پلی‌استر در پارچه، رابطهٔ مستقیم دارد.
- * جرم مولی یک صابون جامد با زنجیر هیدروکربنی سیرشده که در ساختار خود ۱۶ گروه CH_2 دارد، برابر ۳۰۶ گرم بر مول است.

- | | |
|---------|----------|
| (۱) پنج | (۲) چهار |
| (۳) سه | (۴) دو |

۷۲- پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی در چند مورد از ویژگی‌های زیر مشترک هستند؟

- * یکسان بودن ارتفاع کف ایجاد شده در آب دارای یون منیزیم به ازای مول برابر پاک‌کننده
- * تشکیل نیروی واندروالسی میان بخش آب‌گریز و چربی‌ها
- * آروماتیک بودن بخش آنیونی
- * یکسان بودن جرم مولی در صورت یکسان بودن تعداد کربن و نوع کاتیون (بخش R در هر دو پاک‌کننده را سیرشده و خطی در نظر

بگیرید.)

- | | |
|-------|-------|
| (۱) ۱ | (۲) ۲ |
| (۳) ۳ | (۴) ۴ |

۷۳- چه تعداد از عبارات‌های زیر درست است؟

- از انحلال هر مول کلسیم اکسید در آب ۳ مول یون تولید می‌شود.
- طبق نظریهٔ آرنیوس، میزان اسیدی بودن محلول هیدروکلریک اسید از استیک اسید بیشتر است.
- در میان مواد «باریم اکسید، لیتیم هیدروکسید، گوگرد تری‌اکسید و اتانول»، دو مورد باز آرنیوس هستند.
- اسیدهای آرنیوس در آب محلول هستند و در ساختار خود اتم H دارند.
- برخی اسیدهای آرنیوس به عنوان پاک‌کننده خورنده قابل استفاده هستند.

- | | |
|-------|-------|
| (۱) ۲ | (۲) ۳ |
| (۳) ۴ | (۴) ۱ |

محل انجام محاسبات

۷۴- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) از سوختن کامل یک مول بنزین نسبت به سوختن کامل یک مول وازلین مقدار CO_2 کمتری تولید می‌شود.
- (۲) از صابون گوگرددار برای از بین بردن جوش صورت و قارچ‌های پوستی استفاده می‌شود.
- (۳) در ساختار هر مولکول اسید چرب یک اتم کربن متصل به دو اتم اکسیژن را می‌توان یافت.
- (۴) فرمول مولکولی پاک‌کننده غیرصابونی که ۱۴ اتم کربن در زنجیره کربنی سیرشده و خطی خود دارد، به صورت $\text{C}_p\text{H}_{p+8}\text{SO}_3\text{Na}$ می‌باشد.

۷۵- کدام موارد از عبارات‌های زیر جمله داده شده را به نادرستی تکمیل می‌کند؟

« رابطه بین و رابطه می‌باشد.»

(الف) درصد لکه باقیمانده روی پارچه پس از شستشو با صابون - دمای آب - مستقیم

(ب) میزان کف کردن پاک‌کننده صابونی - غلظت یون Ca^{2+} در محلول - معکوس

(پ) رسانایی الکتریکی محلول یک اسید - درجه یونش آن اسید - معکوس

(ت) شدت واکنش محلول یک اسید با فلز منیزیم - pH محلول آن اسید - معکوس

(۱) (پ) و (ت) (۲) (ب) و (پ)

(۳) (الف) و (ب) (۴) (الف) و (ت)

۷۶- درون دو ظرف مجزا محلول‌های 0.2 مولار فورمیک اسید و 0.2 مولار استیک اسید تهیه شده است. شمار یون‌های موجود در

محلول بیشتر است و اختلاف جرم اسید حل شده در دو محلول برابر گرم است. (حجم محلول‌ها یکسان و معادل

50 mL است.) ($\text{C} = 12, \text{H} = 1, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1}$)

(۱) استیک اسید، $1/4$ (۲) استیک اسید، $1/6$

(۳) فورمیک اسید، $1/4$ (۴) فورمیک اسید، $1/6$

محل انجام محاسبات

۷۷- کدام موارد از عبارات‌های زیر درست هستند؟

(آ) در محلول‌های خنثی، همانند آب خالص، $[H_3O^+] = [OH^-]$ بوده و رسانایی الکتریکی ناچیز است.

(ب) در باران اسیدی همانند اسید معده، حاصل ضرب غلظت یون هیدرونیوم در غلظت یون هیدروکسید در دمای اتاق برابر $10^{-14} \left(\frac{\text{mol}}{\text{L}}\right)^2$ است.

(پ) در کربوکسیلیک اسیدها هرچه تعداد اتم‌های کربن زنجیر کربنی بیشتر شود، قدرت اسیدی کاهش می‌یابد.

(ت) در محلول اغلب اسیدهای شناخته شده $\frac{[H^+]}{M_{\text{اسید}}} < 1$ است. ($M_{\text{اسید}}$: غلظت اولیه محلول اسیدی)

(۱) (آ) و (ب) (۲) (پ) و (ت)

(۳) (آ) و (ب)، (پ) (۴) (ب) و (پ)، (ت)

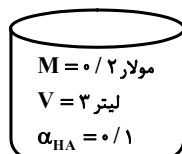
۷۸- غلظت محلولی از هیدروکلریک اسید با $pH = 4/7$ در دمای اتاق چند مول بر لیتر بوده و نسبت غلظت یون هیدرونیوم به

غلظت یون هیدروکسید در آن چقدر است؟ (اعداد را از راست به چپ بخوانید.)

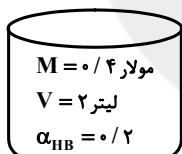
(۱) $4 \times 10^{-5} - 5 \times 10^{-5}$ (۲) $4 \times 10^{-5} - 2 \times 10^{-5}$

(۳) $4 \times 10^{-4} - 2 \times 10^{-5}$ (۴) $4 \times 10^{-4} - 5 \times 10^{-5}$

۷۹- با توجه به شکل زیر اختلاف pH دو محلول اسیدی (۱) و (۲) در دمای اتاق کدام است؟ (هر دو ظرف حاوی اسید تک پروتون‌دار هستند.)



(۱)



(۲)

(۱) ۰/۸

(۲) ۰/۲

(۳) ۰/۶

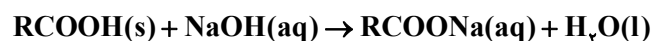
(۴) ۰/۳

۸۰- ۱/۲ لیتر محلول غلیظ سدیم هیدروکسید با $pH = 13/5$ می‌تواند با ۱۴۲ گرم اسید چرب ۸۰٪ خالص با فرمول $RCOOH$ که

راه لوله آب را مسدود کرده است واکنش دهد، فرمول مولکولی این اسید چرب کدام است؟ (زنجیر هیدروکربنی (R) اسید چرب

سیرشده و خطی است، $\log 3 \simeq 0/5$) (دما را $25^\circ C$ در نظر بگیرید.)

($H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$)



$C_{18}H_{35}O_2$ (۲)

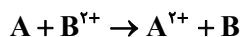
$C_{17}H_{35}COOH$ (۱)

$C_{18}H_{33}COOH$ (۴)

$C_{17}H_{35}O_2$ (۳)

محل انجام محاسبات

۸۱- اگر با قرار گرفتن فلز A در محلول حاوی B^{2+} ، واکنش خود به خودی زیر انجام شود، کدام نتیجه‌گیری الزاماً درست نمی‌باشد؟



(۱) A^{2+} نسبت به B^{2+} اکسنده ضعیف‌تری است.

(۲) B نسبت به A، کاهنده ضعیف‌تری است.

(۳) A و B، به ترتیب می‌توانند فلزهای Cu و Zn باشند.

(۴) B با $HCl(aq)$ واکنش نمی‌دهد.

۸۲- کدام موارد از عبارتهای زیر درست هستند؟

(الف) هنگامی که $Al(s)$ درون محلول $CuSO_4(aq)$ قرار می‌گیرد، دمای محلول افزایش و شدت رنگ آبی محلول کاهش می‌یابد.

(ب) در هر واکنش شیمیایی، هنگامی که عدد اکسایش یک گونه منفی‌تر شود، آن گونه اکسایش یافته و اگر عدد اکسایش آن مثبت‌تر شود کاهش یافته است.

(پ) قدرت کاهندگی روی از آهن بیشتر است، بنابراین اگر تیغه آهنی را در محلول روی سولفات قرار دهیم، واکنش انجام نمی‌شود.

(ت) واکنش میان محلول سدیم سولفات و محلول باریم کلرید که منجر به تولید رسوب باریم سولفات و محلول سدیم کلرید می‌شود، یک واکنش اکسایش - کاهش است.

(۱) (الف) و (ت) (۲) (ب) و (پ)

(۳) (الف) و (پ) (۴) (ب) و (ت)

۸۳- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) در فرآیند هال در مجاورت آند گازی تولید می‌شود که دارای مولکول‌های ناقطبی است.

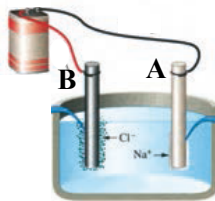
(۲) در فرآیند خوردگی آهن در محیط اسیدی، در نیم‌واکنش کاتدی، یون هیدرونیوم مصرف می‌شود.

(۳) با جایگزینی نیم‌سلول آهن به جای روی در سلول گالوانی «روی - مس»، جهت حرکت آنیون‌ها تغییری نمی‌کند.

(۴) در فرآیند آبکاری تیغه آهنی با فلز مس، غلظت یون‌های موجود در محلول الکترولیت به تدریج کاهش می‌یابد.

محل انجام محاسبات

۸۴- با توجه به شکل زیر (برقکافت سدیم کلرید مذاب)، کدام عبارت درست است؟



(۱) یون‌هایی که به سمت الکترود A مهاجرت می‌کنند، دارای الکترون‌هایی با $n + l = 4$ است.

(۲) الکترود B به قطب منفی باتری متصل است.

(۳) یون‌های $Cl^-_{(aq)}$ با از دست دادن الکترون به گاز کلر تبدیل می‌شوند.

(۴) جهت حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی از B به A است.

۸۵- چنانچه با قرار دادن تیغه‌ای از جنس فلز مس درون محلول نقره نیترات، 19264 کولن بار الکتریکی مبادله شود، جرم تیغه چند

گرم تغییر خواهد کرد؟ (فرض کنید تمامی یون‌های کاهش یافته، بر روی تیغه مسی رسوب کرده‌اند و بار الکتریکی هر الکترون را

1.6×10^{-19} کولن در نظر بگیرید.) ($Ag = 108, Cu = 64 : g.mol^{-1}$)

(۱) $15/2$

(۲) $30/4$

(۳) $7/6$

(۴) تغییر جرم رخ نمی‌دهد.

۸۶- واکنش تبدیل کدام دوگونه به یکدیگر از نوع اکسایش - کاهش است، و به ازای هر مول گونه اکسند شمار بیشتری از الکترون‌ها

در آن مبادله می‌شود؟

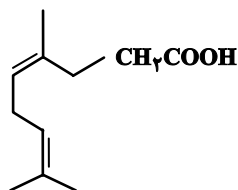
(۱) گوگرد تری‌اکسید به سولفوریک اسید

(۲) دی‌نیتروژن پنتااکسید به نیتریک اسید

(۳) زنگ آهن به فلز آهن

(۴) یون پرمنگنات (MnO_4^-) به یون منگنات (MnO_4^{2-})

۸۷- اختلاف شمار اتم‌های کربن با عدد اکسایش (۲-) و (۱-) در ترکیبی با ساختار زیر برابر کدام است؟



(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

محل انجام محاسبات

۸۸- کدام گزینه در مورد سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن درست است؟ ($H = 1, O = 16 : g.mol^{-1}$)

(۱) سلول‌های سوختی مانند باتری‌ها انرژی شیمیایی را ذخیره می‌کنند.

(۲) در این سلول سوختی، E° نیم‌واکنش انجام شده در کاتد برابر با صفر است.

(۳) بازدهی این سلول سوختی حدود ۸۰ درصد است.

(۴) جرم گاز اکسیژن مصرف شده در سلول سوختی ۸ برابر جرم گاز هیدروژن مصرف شده است.

۸۹- در یک سلول سوختی از گاز اتان به عنوان سوخت استفاده می‌شود، کدام عبارت‌ها در مورد این سلول سوختی درست است؟

(الف) گاز اکسیژن وارد بخش آندی و گاز اتان وارد بخش کاتدی سلول می‌شود. ($C = 12, O = 16, H = 1 : g.mol^{-1}$)

(ب) نوعی سلول الکترولیتی بوده و با اعمال ولتاژ انجام می‌شود.

(پ) جرم اکسیژن مورد نیاز سلول از ۳/۵ برابر جرم اتان مصرفی بیشتر است.

(ت) در غشا مبادله‌کننده پروتون، H^+ از بخش آندی به بخش کاتدی منتقل می‌شود.

(۱) همه موارد (۲) (ب) و (پ)، (ت)

(۳) (پ) و (ت) (۴) (الف) و (ب)

۹۰- کدام عبارت نادرست است؟

(۱) در سلول گالوانی، کاتیون‌ها با عبور از دیواره متخلخل از نیم‌سلول آندی به سمت نیم‌سلول کاتدی حرکت می‌کنند.

(۲) در یک قطعه آهن سفید خراشیده شده در مجاورت رطوبت، Zn و O_2 به ترتیب گونه‌های کاهنده و اکسنده هستند.

(۳) در برقکافت آب، در آند گاز اکسیژن تولید می‌شود و pH محلول اطراف آند کاهش می‌یابد.

(۴) در آبکاری یک قاشق آهنی با نقره، می‌توان از محلول نقره کلرید یا آهن (II) کلرید به عنوان محلول الکترولیت استفاده کرد.

محل انجام محاسبات

آزمون شناختی ۱۸ فروردین ۱۴۰۲

دانش آموز عزیز!

اگر در آزمون‌های قبلی به سوالات آمادگی شناختی پاسخ داده‌اید از وضعیت پایه آمادگی شناختی خود بر اساس کارنامه آگاهی دارید. در این آزمون برنامه‌های حمایتی ما برای تقویت سازه‌های شناختی ادامه می‌یابد. این برنامه ارائه راهکارهای هفتگی و پایش مداوم دانش شناختی است. لطفاً برای سنجش آگاهی خود به سوالات پاسخ دهید و برای اطمینان از ماهیت راهبردهای آموزشی مورد سوال،

پاسخ نامه تشریحی را مطالعه فرمائید. توجه: سوالات از شماره ۲۶۱ شروع می‌شود.

۲۶۱. کدام مورد را برای مدیریت منابع توجهی مفید می‌دانید؟

۱. تغییر تکلیف
۲. استفاده از زمان سنج برای تمرکز در بازه‌های زمانی
۳. انتخاب محیط مناسب برای مطالعه
۴. همه موارد

۲۶۲. برای تمرکز بیشتر روی یک موضوع درسی کدام گزینه را مفید می‌دانید؟

۱. تعیین بازه زمانی مشخص برای مطالعه
۲. تعیین محتوای مشخص برای مطالعه
۳. هر دو مورد
۴. نمی‌دانم

۲۶۳. کدام گزینه مانع تمرکز برای مطالعه می‌شود؟

۱. تمرکز روی یک فعالیت در لحظه
۲. فواصل استراحت با تنفس عمیق
۳. در دسترس بودن وسایل ارتباطی
۴. همه موارد

۲۶۴. کدام مورد را برای به خاطر سپاری یک لیست مفیدتر است؟

۱. یادگیری مبتنی بر معنی
۲. یادگیری مبتنی بر وزن/قافیه
۳. یادگیری مبتنی بر شکل ظاهری کلمات
۴. فرقی ندارد.

۲۶۵. کدام مورد در خصوص اثر خواب بر یادگیری صحیح است؟

۱. خواب مناسب، قبل از یادگیری، برای یادگیری ضروری است.
۲. خواب موجب تثبیت اطلاعاتی که قبلاً یاد گرفته‌ایم می‌شود.
۳. خواب اثری بر یادگیری ندارد.
۴. مورد ۱ و ۲

۲۶۶. کدام مورد برای استفاده از نشانه‌های محیطی برای یادگیری درست است؟

۱. مفید است و باید مطالب را وابسته به این نشانه‌ها حفظ کرد.
۲. مفید است اما باید وابستگی به این نشانه‌ها را به تدریج کم کرد.
۳. نشانه‌های محیطی اثری بر یادگیری ندارد.
۴. نمی‌دانم

۲۶۷. راه حل‌های متفاوت در چه زمانی بیشتر به ذهن می‌رسند؟

۱. در زمان هیجان مثبت به مساله
۲. در زمان هیجان منفی به مساله
۳. هیجان اثری بر خلاقیت ندارد.
۴. نمی‌دانم

۲۶۸. کدام مورد در مورد یادگیری مشارکتی صحیح است؟

۱. به دلیل احتمال اشتباه دیگران می‌تواند ما را به اشتباه بیاندازد.
۲. به دلیل بازسازی مطالب توسط دیگران موجب فراگیری بهتر مطالب می‌شود.
۳. اثری بر میزان یادگیری ندارد.
۴. نمی‌دانم

۲۶۹. کدام گزینه خلاقیت را در یادگیری بیشتر می‌کند؟

۱. پرسیدن از دیگران
۲. تلاش برای داشتن نگاه غیر واقعی
۳. گرفتن بازخورد دیگران
۴. همه موارد

۲۷۰. یکی از گزینه‌های زیر را در مورد سوالات امروز انتخاب کنید.

۱. مفید بود و انتظار دارم این آگاهی من را در یادگیری مطالب درسی کمک کند.
۲. مایل به دریافت اطلاعات، راهبردها و تکالیف تقویتی بیشتر هستم.
۳. هر دو
۴. هیچ‌کدام



آزمون ۱۸ فروردین ۱۴۰۲

اختصاصی دوازدهم ریاضی

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
شاهین پروازی-عادل حسینی-افشین خاصه خان-علی سلامت-علی شهبازی-پویان طهرانیان-کامیار علییون-جهانبخش نیکنام	حسابان ۲	
امیرحسین ابومحبوب-فرزانه خاکپاش-محمد خندان-سوگند روشنی-سهام مجیدی پور	هندسه	
امیرحسین ابومحبوب-علی ایمانی-محسن بهرام پور-رضا توکلی-سیدمحمد رضا حسینی فرد-سوگند روشنی-احمد رضا فلاح	ریاضیات گسسته	
بابک اسلامی-عبدالرضا امینی نسب-زهره آقامحمدی-امیرمسعود حاجی مرادی-محمدعلی راست پیمان-بهنام رستمی-سعید شرق پوریا علاقه مند-مسعود قره خانی-جلیل گلی-علیرضا گونه-حسین مخدومی-سیدعلی میرنوری-حسام نادری-سعید نصیری-علی نظری-مصطفی واثقی-شادمان ویسی	فیزیک	
محمد رضا پور جاوید-امیر حاتمیان-ارژنگ خانلری-پیمان خواجوی مجد-حمید ذبحی-یاسر راش-روزبه رضوانی-امیرحسین طیبی-امیرحسین مسلمی	شیمی	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	سوگند روشنی	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی علی سرآبادانی	عادل حسینی	عادل حسینی	حمید زرین کفش زهره آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده مقدم محبوبه بیگ محمدی
		ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری	
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

محمد اکبری	مدیر گروه
نرگس غنی زاده	مسئول دفترچه
مدیر گروه: محیا اصغری	گروه مستندسازی
میلاد سیاوشی	حروف نگار
سوران نعیمی	ناظر چاپ

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

$$x - b = 0 \xrightarrow{x = \frac{b}{y} + 1} \frac{b}{y} + 1 - b = 0 \Rightarrow b = 2$$

پس ضابطه f به صورت $f(x) = a(x-2)^2 + 2$ است. نقطه $A(2 + \sqrt[3]{2}, 0)$ روی تابع است.

$$\Rightarrow a(2 + \sqrt[3]{2} - 2)^2 + 2 = 0 \Rightarrow 2a + 2 = 0 \Rightarrow a = -1$$

$$\Rightarrow f(x) = -(x-2)^2 + 2$$

برای محاسبه $f^{-1}\left(\frac{43}{8}\right)$ باید معادله $f(x) = \frac{43}{8}$ را حل کنیم:

$$f(x) = \frac{43}{8} \Rightarrow -(x-2)^2 + 2 = \frac{43}{8}$$

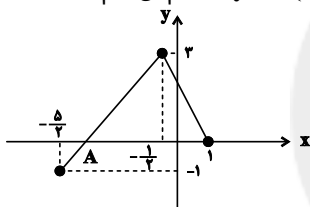
$$\Rightarrow (x-2)^2 = -\frac{27}{8} \xrightarrow{\text{ریشه سوم}} x-2 = -\frac{3}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

(جهان‌ش نیک‌نام)

۵- گزینه «۴»

ابتدا نمودار $y = f(-2x)$ را رسم می‌کنیم.



مختصات نقطه A را بدست می‌آوریم.

$$\left. \begin{matrix} (-\frac{5}{2}, -1) \\ (-\frac{1}{2}, 3) \end{matrix} \right\} \begin{matrix} m = \frac{3 - (-1)}{-\frac{1}{2} - (-\frac{5}{2})} = 2 \\ \rightarrow y - 3 = 2(x + \frac{1}{2}) \end{matrix}$$

$$\xrightarrow{y=0} x_A = -2$$

برای این که نمودار $y = f(-2x + b)$ از ناحیه دوم نگذرد، باید نمودار

$y = f(-2x)$ به اندازه حداقل ۲ واحد به سمت راست انتقال یابد. تا

نقطه A در قسمت نامنفی محور x قرار بگیرد.

$$y = f(-2(x-2)) = f(4-2x)$$

پس حداقل مقدار b برابر ۴ است.

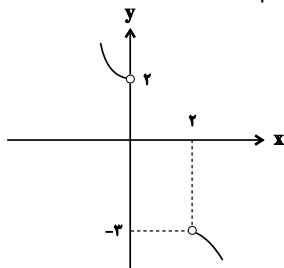
(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

(شاهین پروازی)

۶- گزینه «۴»

ضابطه اول $y_1 = 1 - (x-1)^2$ و ضابطه سوم $y_3 = 2x - x^2 - 3$ را به

کمک انتقال رسم می‌کنیم $y_3 = 2x - x^2 - 3 = -(x-1)^2 - 2$



حسابان ۲

۱- گزینه «۲»

(علی شهرابی)

باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $f(x) = 2x^2 - x - 10$ بر $2x + 6$ برابر با $2x + 6$ است:

$$f(x) = (2x^2 - x - 10)q_1(x) + 2x + 6 \xrightarrow{x=-2} f(-2) = 2$$

باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $x^2 - x - 2$ برابر با $x + 10$ است:

$$f(x) = (x^2 - x - 2)q_2(x) + x + 10 \xrightarrow{x=2} f(2) = 12$$

باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $x^2 - 4$ را به صورت $r(x) = ax + b$ در نظر می‌گیریم، داریم:

$$f(x) = (x^2 - 4)q_3(x) + ax + b$$

در تساوی بالا، یک بار $x = 2$ و یک بار هم $x = -2$ را قرار می‌دهیم:

$$\left. \begin{matrix} f(2) = 12 \Rightarrow 2a + b = 12 \\ f(-2) = 2 \Rightarrow -2a + b = 2 \end{matrix} \right\} \Rightarrow a = \frac{5}{2}, b = 7$$

پس باقی‌مانده برابر با $r(x) = \frac{5}{2}x + 7$ است.

$$r(x) = \frac{5}{2}x + 7 = -8 \Rightarrow x = -6$$

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

(علی سلامت)

۲- گزینه «۴»

ترتیب تبدیل‌ها در هر گزینه را به ترتیب انجام می‌دهیم:

$$y = f(2x - 4) = \log_2(2x - 4) \quad \text{گزینه «۱»}$$

$$y = f(2(x-2)) = f(2x-4) = \log_2(2x-4) \quad \text{گزینه «۲»}$$

$$y = f(x-2) + 1 = \log_2(x-2) + 1 \quad \text{گزینه «۳»}$$

$$= \log_2(x-2) + \log_2 2 = \log_2(2x-4) \quad \text{گزینه «۴»}$$

$$y = f(2(x-4)) = f(2x-8)$$

$$= \log_2(2x-8) \neq \log_2(2x-4)$$

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

(پویان طهرانیان)

۳- گزینه «۴»

خط $x = \frac{1}{3}$ محور تقارن سهمی $y = 3x^2 - 2x + 1$ است

$(x = -\frac{b}{2a})$ ، پس با تقارن نسبت به این خط، ضابطه و نمودار تابع

تغییری نمی‌کند. حال ۲ واحد به سمت x های منفی انتقال می‌دهیم:

$$y = 3(x+2)^2 - 2(x+2) + 1 = 3x^2 + 10x + 9$$

و سپس این تابع را با خط $y = 1 - 4x$ تقاطع می‌دهیم:

$$3x^2 + 10x + 9 = 1 - 4x \Rightarrow 3x^2 + 14x + 8$$

$$= (3x+2)(x+4) = 0 \xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} x = -4$$

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

(علی شهرابی)

۴- گزینه «۳»

با توجه به شکل، ریشه داخلی پراونتز باید $1 + \frac{b}{2}$ باشد:



(کامیار علیون)

-۹ گزینه «۱»

دوره تناوب تابع $\frac{2\pi}{|2|} = \pi$ می‌باشد. بنابراین نمودار با توجه به علامت a در

سمت راست محور y به یکی از دو حالت

می‌باشد که بیشترین مقدار آن $|a|+b$ و کمترین

مقدار $-|a|+b$ خواهد بود. پس با توجه به دو نقطه تلاقی داریم:

$$k \in (-|a|+b, |a|+b)$$

$$\Rightarrow \text{طول بازه} = (|a|+b) - (-|a|+b) = 2|a|$$

این بازه باید شامل ۳ عدد صحیح شود. در حالت $a = 2/1$ بازه شامل حداقل ۴ عدد صحیح می‌شود.

(مسئله ۲- مثلثات، صفحه ۲۷)

(علی شهبازی)

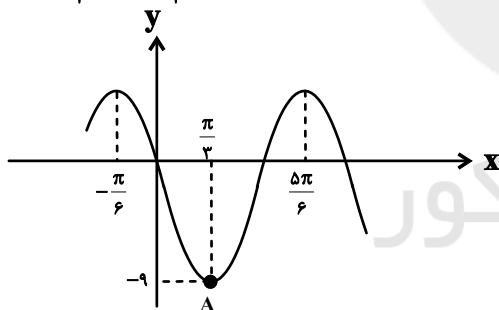
-۱۰ گزینه «۳»

فاصله دو نقطه \max متوالی برابر با دوره تناوب است:

$$T = \frac{\Delta\pi}{6} - \left(-\frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = \pi \Rightarrow |b| = 2$$

طول نقطه \min میانگین طول نقاط \max قبل و بعدش است:

$$x_A = \frac{-\frac{\pi}{6} + \frac{\Delta\pi}{6}}{2} = \frac{\pi}{3}$$



به ازای $x = \frac{\pi}{3}$ مقدار f مینیمم شده. پس $\cos(bx + \frac{\pi}{3})$ در این نقطه، ۱ یا -۱ است:

$$|b| = 2 \begin{cases} b = 2 : \cos(\frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{3}) = \cos \pi = -1 \\ b = -2 : \cos(-\frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{3}) = \cos(-\frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

پس $b = 2$ قبول است.

همچنین نقطه $(\frac{\pi}{3}, -1)$ روی f قرار دارد:

$$f(x) = a \cos(2x + \frac{\pi}{3}) + c \Rightarrow -1 = a \cos \pi + c$$

$$\Rightarrow a - c = 9$$

از طرفی تابع از مبدأ مختصات می‌گذرد، پس:

با توجه به y_1 و y_2 ، ضابطه y_2 باید تابعی اکیداً نزولی باشد. پس باید شرط‌های زیر برقرار باشند:

$$y_2 = ax + a + 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a < 0 \\ y_2(0) \leq 2 \Rightarrow a + 1 \leq 2 \Rightarrow a \leq 1 \\ y_2(2) \geq -3 \Rightarrow 3a + 1 \geq -3 \Rightarrow 3a \geq -4 \Rightarrow a \geq -\frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\cap} a \in [-\frac{4}{3}, 0)$$

(مسئله ۲- تابع، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

-۷ گزینه «۲»

(شاهین پروازی)

تابع f اکیداً صعودی است که $D_f = [1, 5]$ ، زیرا $y_1 = \sqrt{x-1}$ و $y_2 = -\sqrt{5-x}$ توابعی اکیداً صعودی هستند. پس بیشترین مقدار تابع در انتهای دامنه یعنی $x = 5$ رخ می‌دهد.

$$f(5) = \sqrt{5-1} - \sqrt{5-5} = 2$$

این یعنی رأس سهمی باید نقطه $(5, 2)$ باشد: $\frac{a}{2} = 5 \Rightarrow a = 10$

$$y = 2 \Rightarrow g(5) = 2 \Rightarrow 5^2 - 10(5) + b = 2 \Rightarrow b = 27$$

$$g(x) = x^2 - 10x + 27 = (x-5)^2 + 2$$

پس داریم:

$$\Rightarrow g(\sqrt{2} + 5) = 4$$

(مسئله ۲- تابع، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

-۸ گزینه «۳»

(علی سلامت)

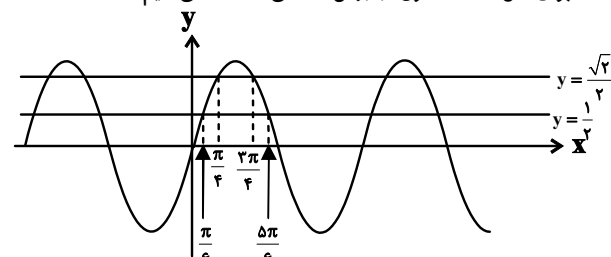
ابتدا با توجه به نقاط داده شده و اکیداً نزولی بودن تابع f نامعادله داده شده را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$2 \leq f(\sin x) \leq 3 \Rightarrow f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \leq f(\sin x) \leq f\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \leq \sin x \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$$

دقت کنید که به دلیل اکیداً نزولی بودن تابع f جهت نامعادله عوض شد.

حال برای حل نامعادله فوق از روش هندسی استفاده می‌کنیم:



مجموعه جواب‌های نامعادله، اجتماع بازه‌هایی به فرم

$$\left[2k\pi + \frac{\pi}{6}, 2k\pi + \frac{5\pi}{6}\right] \text{ یا } \left[2k\pi + \frac{\pi}{4}, 2k\pi + \frac{\pi}{4}\right]$$

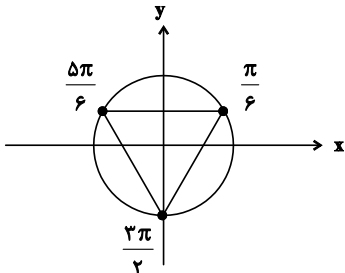
که طول همه آن‌ها برابر $\frac{\pi}{12}$ است.

(مسئله ۲- مثلثات، صفحه‌های ۲۳ تا ۲۹)

$$\Rightarrow \sin 3x = \sin \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$$

جواب‌های روی دایره مثلثاتی به صورت زیر است که مثلث متساوی‌الاضلاع را مشخص می‌کند.



(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

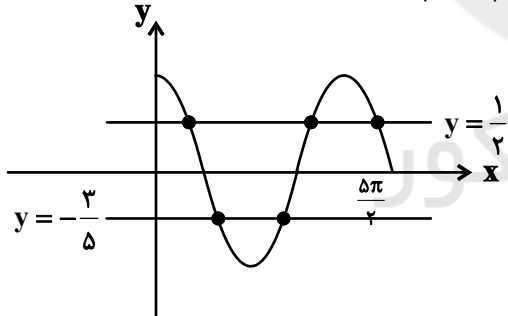
(جهان‌نشین نیکلام)

۱۴- گزینه «۲»

$$\Delta(2\cos^2\theta - 1) + 2\left(\frac{1 + \cos\theta}{2}\right) + 1 = 1 \cdot \cos^2\theta + \cos\theta - 3 = 0$$

$$\Rightarrow (\Delta\cos\theta + 3)(2\cos\theta - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos\theta = \frac{1}{2} \\ \cos\theta = -\frac{3}{5} \end{cases}$$

نمودار تابع $y = \cos x$ و خطوط $y = \frac{1}{2}$ و $y = -\frac{3}{5}$ را رسم می‌کنیم. می‌بینیم که در بازه مذکور تعداد نقاط تلاقی برابر ۵ است.



(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

(کامیار علیون)

۱۵- گزینه «۳»

می‌دانیم $\cot x - \tan x = 2\cot 2x$ ، بنابراین:

$$\frac{\cot^2(2x) - 1}{\tan^2(2x) + 1} = \frac{(2\cot 2x)^2}{8} \Rightarrow \frac{\cot^2(2x) - 1}{\tan^2(2x) + 1} = \frac{\cot^2(2x)}{2}$$

$$\Rightarrow 2\cot^2(2x) - 2 = 1 + \cot^2(2x)$$

$$\Rightarrow \cot^2(2x) = 3 \Rightarrow \cot(2x) = \pm\sqrt{3}$$

در دو حالت بررسی می‌کنیم:

$$\cot(2x) = \sqrt{3} = \cot\left(\frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{12} \xrightarrow{x \in (0, \pi)} x = \frac{\pi}{12}, \frac{7\pi}{12}$$

$$f(0) = 0 \Rightarrow a \cos \frac{\pi}{3} + c = 0 \Rightarrow \frac{a}{2} + c = 0$$

از حل دو معادله $a - c = 9$ و $\frac{a}{2} + c = 0$ ، داریم: $a = 6$ و

$$\Rightarrow f(x) = 6 \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) - 3 \quad \text{به دست می‌آید. } c = -3$$

$$\Rightarrow f\left(-\frac{5\pi}{6}\right) = 6 \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) - 3 = 6\left(-\frac{1}{2}\right) - 3 = -6$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۹)

(جهان‌نشین نیکلام)

۱۱- گزینه «۴»

دوره تناوب تابع برابر است با $T = \frac{\pi}{2}$. پس داریم: $OB = \frac{3}{2}T = \frac{3\pi}{4}$

$$S_{AOB} = \frac{1}{2} \tan 2\alpha \times \frac{3\pi}{4} = \frac{3\sqrt{3}\pi}{8}$$

$$\Rightarrow \tan 2\alpha = \sqrt{3} \Rightarrow 2\alpha = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6}$$

$$f\left(\frac{11}{2}\alpha\right) = \tan 11\alpha = \tan\left(\frac{11\pi}{6}\right)$$

$$= \tan\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right) = -\tan \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

(علی شهرابیان)

۱۲- گزینه «۲»

به کمک اتحاد $\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta}$ ، داریم:

$$\tan\left(2x + \frac{3\pi}{4}\right) = 4 \Rightarrow \frac{\tan 2x - 1}{1 + \tan 2x} = 4$$

$$\Rightarrow 4 + 4 \tan 2x = \tan 2x - 1 \Rightarrow \tan 2x = -\frac{5}{3}$$

حالا از اتحاد $\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$ استفاده می‌کنیم:

$$-\frac{5}{3} = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} \Rightarrow 5 \tan^2 x - 6 \tan x - 5 = 0$$

$$\Delta = 136 \rightarrow \tan x = \frac{6 \pm 2\sqrt{34}}{10} = \frac{3 \pm \sqrt{34}}{5}$$

$$\xrightarrow{0 < x < \frac{\pi}{2}} \tan x = \frac{3 + \sqrt{34}}{5} \Rightarrow \cot x = \frac{\sqrt{34} - 3}{5}$$

در نهایت داریم:

$$(\sqrt{34} + 3) \cot x = (\sqrt{34} + 3) \frac{\sqrt{34} - 3}{5} = \frac{34 - 9}{5} = 5$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه ۴۲)

(افشین فاضل‌فان)

۱۳- گزینه «۴»

$$\sin 4x \cos x - \cos 4x \sin x = \sin(4x - x) = 1$$



(کامیار علیون)

۱۸- گزینه «۱»

می‌دانیم ریشه‌های مخرج نقاط کاندیدا برای مجانب قائم هستند، بنابراین:

$$x^2 - ax = 0 \Rightarrow x(x-a) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = a \end{cases}$$

مختصات نقاط تلاقی این خطوط با نیمساز ناحیه اول یا همان $y = x$ (۰،۰) و (a, a) می‌باشد، پس داریم:

$$\sqrt{(a-0)^2 + (a-0)^2} = \sqrt{2} \Rightarrow 2a^2 = 2 \Rightarrow a^2 = 1 \Rightarrow a = \pm 1$$

که با توجه به تلاقی با نیمساز ناحیه اول، $a = 1$ قابل قبول است.

(مسابان ۲- مرهای نامتناهی - مر در پی‌نویاست؛ صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸)

(عادل مسینی)

۱۹- گزینه «۱»

ابتدا مقدار a را می‌یابیم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x}{1 + |x + \frac{3}{2}| - ax} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x}{(1-a)x + \frac{5}{2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x}{(1-a)x} = \frac{-2}{1-a} = a$$

$$\Rightarrow -2 = a - a^2 \Rightarrow a^2 - a - 2 = (a-2)(a+1) = 0$$

$$\xrightarrow{a > 0} a = 2$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{-2x}{\sqrt{x^2 + 3x - 1} - (2x - 1)}$$

ضابطه را به صورت زیر نیز می‌توانیم بنویسیم:

$$f(x) = \frac{-2x}{\sqrt{x^2 + 3x - 1} - (2x - 1)} \times \frac{\sqrt{x^2 + 3x - 1} + (2x - 1)}{\sqrt{x^2 + 3x - 1} + (2x - 1)}$$

$$= \frac{-2x(\sqrt{x^2 + 3x - 1} + 2x - 1)}{-3x^2 + 7x - 2} = \frac{2x(\sqrt{x^2 + 3x - 1} + 2x - 1)}{(x-2)(3x-1)}$$

در نهایت داریم:

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \frac{\text{عدد مثبت}}{0^-} = -\infty$$

(مسابان ۲- مرهای نامتناهی - مر در پی‌نویاست؛ صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸)

(جهانفش نیکلام)

۲۰- گزینه «۱»

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x - k}{x + 2} = -3$$

با توجه به نمودار، حاصل $f(x) - (-3)$ وقتی که $x \rightarrow -\infty$ منفی است. پس:

$$\frac{-3x - k}{x + 2} + 3 < 0 \Rightarrow \frac{6 - k}{x + 2} < 0$$

$$\xrightarrow{\text{مخرج منفی}} 6 - k > 0 \Rightarrow k < 6$$

اعداد طبیعی قابل قبول که جای k می‌تواند قرار گیرد ۱ تا ۵ هستند که مجموع آن‌ها برابر ۱۵ است.

(مسابان ۲- مرهای نامتناهی - مر در پی‌نویاست؛ صفحه‌های ۶۵ تا ۶۹)

$$\cot(2x) = -\sqrt{3} = \cot\left(-\frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow 2x = k\pi - \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{12} \xrightarrow{x \in (0, \pi)} x = \frac{5\pi}{12}, \frac{11\pi}{12}$$

بنابراین مجموع جواب‌ها برابر است با:

$$\frac{\pi}{12} + \frac{7\pi}{12} + \frac{5\pi}{12} + \frac{11\pi}{12} = 2\pi$$

(مسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۴۳)

(علی سلامت)

۱۶- گزینه «۳»

ابتدا به کمک اتحاد $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$ ضابطه تابع را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$f(x) = \frac{1}{2\sin^2 x + \sin x - 1} = \frac{1}{(2\sin x - 1)(\sin x + 1)}$$

در همسایگی نقاط $x = \frac{\pi}{6}$ و $x = \frac{5\pi}{6}$ عبارت $\sin x + 1$ همواره

مثبت است و عبارت $2\sin x - 1$ تغییر علامت می‌دهد، بنابراین تابع f در این نقاط دارای حدنامتناهی با علامت‌های متفاوت است، این یعنی گزینه‌های «۱» و «۲» نادرست‌اند.

در همسایگی $x = \frac{3\pi}{2}$ عبارت $\sin x + 1$ همواره مثبت و عبارت

$2\sin x - 1$ همواره منفی است، در نتیجه $\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}} f(x) = -\infty$ است.

در همسایگی $x = \frac{\pi}{2}$ نیز حد مخرج مخالف صفر است و گزینه «۴»

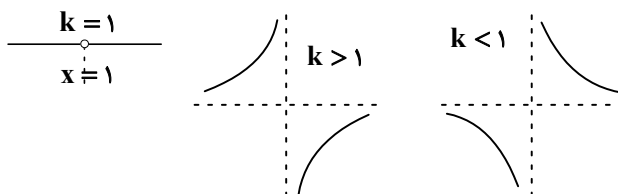
نادرست می‌شود.

(مسابان ۲- مرهای نامتناهی - مر در پی‌نویاست؛ صفحه‌های ۴۶ تا ۵۸)

(عادل مسینی)

۱۷- گزینه «۲»

خطوط مجانب قائم و افقی تابع f به ترتیب $x = 1$ و $y = 1$ هستند. نمودار این تابع به توجه به مقادیر k یکی از سه حالت زیر است:



در دو حالتی که $k \neq 1$ ، رابطه $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f \circ f)(x) = +\infty$ درست است.

به عنوان مثال:

$$k < 1: \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1^+ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} (f \circ f)(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$$

(مسابان ۲- مرهای نامتناهی - مر در پی‌نویاست؛ صفحه‌های ۵۵ تا ۶۰)



هندسه ۳

گزینه «۱» - ۲۱

(امیرمسین اومضوب)

ماتریس A اسکالر است، بنابراین درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی آن برابر صفر هستند و درایه‌های واقع بر قطر اصلی آن برابر یکدیگرند، بنابراین

$$A = \begin{bmatrix} x+2 & x^2+x-y \\ 0 & x+y \end{bmatrix} \quad \text{داریم:}$$

$$x+2 = x+y \Rightarrow y=2$$

$$x^2+x-y = 0 \xrightarrow{y=2} x^2+x-2 = 0$$

$$\Rightarrow (x+2)(x-1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -2 & \text{غقق} \\ x = 1 \end{cases}$$

به ازای $x = -2$ ، درایه‌های واقع بر قطر اصلی نیز برابر صفر می‌شوند، که این مقدار با توجه به فرض سؤال قابل قبول نیست.

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۲ و ۱۷ تا ۲۱)

گزینه «۳» - ۲۲

(سوکنر روشنی)

برای به دست آوردن توان‌های بزرگ ماتریس A ، سعی می‌کنیم الگویی را بین توان‌های آن تشخیص دهیم.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} = 2A$$

$$A^3 = A^2 A = (2A)A = 2A^2 = 2(2A) = 2^2 A$$

از روابط فوق می‌توانیم نتیجه بگیریم که $A^n = 2^{n-1} A$. بنابراین داریم:

$$A^{12} = 2^{11} A = \begin{bmatrix} 2^{11} & -2^{11} \\ -2^{11} & 2^{11} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع درایه‌های قطر اصلی} = 2 \times 2^{11} = 2^{12}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

گزینه «۲» - ۲۳

(مهمر قدران)

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases} \quad \text{دستگاه معادلات}$$

در صورتی بی‌شمار جواب دارد که شرط $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ برقرار باشد،

بنابراین داریم:

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \Rightarrow \frac{m}{7} = \frac{2}{m-5} \Rightarrow m(m-5) = 14$$

$$\Rightarrow m^2 - 5m - 14 = 0 \Rightarrow (m-7)(m+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 7 \\ m = -2 \end{cases}$$

اکنون شرط $\frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ را برای مقادیر به دست آمده بررسی می‌کنیم:

$$m = 7 \Rightarrow \begin{cases} \frac{b}{b'} = \frac{2}{7-5} = 1 \\ \frac{c}{c'} = \frac{14-8}{6} = 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$

$$m = -2 \Rightarrow \begin{cases} \frac{b}{b'} = \frac{2}{-2-5} = -\frac{2}{7} \\ \frac{c}{c'} = \frac{-4-8}{6} = -2 \end{cases} \Rightarrow \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$$

بنابراین دستگاه تنها به ازای $m = 7$ بی‌شمار جواب داد.

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه ۲۶)

گزینه «۲» - ۲۴

(سوکنر روشنی)

$$|3A| \cdot |A| = 2I \Rightarrow ||3A| \cdot |A|| = |2I| \Rightarrow |3A|^2 \cdot |A| = 2^2 \cdot |I|$$

$$\Rightarrow (3^2 \cdot |A|)^2 \cdot |A| = 4 \Rightarrow 81 \cdot |A|^3 = 4 \Rightarrow |A|^3 = \frac{4}{81}$$

حاصل عبارت $|A| \cdot |A|$ برابر است با:

$$||A| \cdot |A|| = |A|^2 \times |A| = |A|^3 = \frac{4}{81}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)



۲۵- گزینه «۴»

(غیرزانه فاکتور)

$$2A = \begin{bmatrix} 2|A| & 1 \\ -1 & 2|A| \end{bmatrix} \Rightarrow |2A| = 4|A|^2 + 1$$

$$\Rightarrow 4|A| = 4|A|^2 + 1 \Rightarrow 4|A|^2 - 4|A| + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (2|A| - 1)^2 = 0 \Rightarrow 2|A| - 1 = 0 \Rightarrow |A| = \frac{1}{2}$$

$$2A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های ماتریس A^{-1} برابر ۲ است.

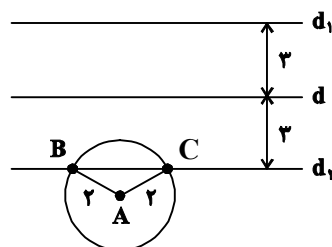
(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲، ۲۳ و ۳۰)

۲۶- گزینه «۳»

(مهمتر فتران)

مکان هندسی نقاطی از صفحه که از نقطه A به فاصله ۲ واحد باشند، دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۲ واحد است و مکان هندسی نقاط از صفحه که از خط d به فاصله ۳ واحد باشند، دو خط موازی با d در طرفین آن و به فاصله ۳ واحد از d هستند.

مطابق شکل زیر، این دو مکان هندسی، حداکثر در دو نقطه یکدیگر را قطع می‌کنند.



(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۲۷- گزینه «۱»

(امیرشسین ابومصوب)

تمام قطرهای یک دایره از مرکز آن دایره عبور می‌کنند. با انتخاب دو مقدار برای m ، مختصات مرکز دایره را پیدا می‌کنیم.

$$m = -1 \Rightarrow (-1+1)x + (3+1)y = 4 \Rightarrow 4y = 4 \Rightarrow y = 1$$

$$m = 3 \Rightarrow (3+1)x + (3-3)y = 4 \Rightarrow 4x = 4 \Rightarrow x = 1$$

بنابراین $O(1,1)$ مرکز این دایره است و شعاع دایره از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$R = OA = \sqrt{(-1-1)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{5}$$

فاصله خط مماس بر یک دایره از مرکز آن دایره، برابر شعاع دایره است، پس داریم:

$$\frac{|1-2(1)-k|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} = \sqrt{5} \Rightarrow \frac{|-k-1|}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow |k+1| = 5 \Rightarrow \begin{cases} k+1 = 5 \Rightarrow k = 4 \\ k+1 = -5 \Rightarrow k = -6 \end{cases}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۶)

۲۸- گزینه «۲»

(سوام میبری پور)

$$x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$$

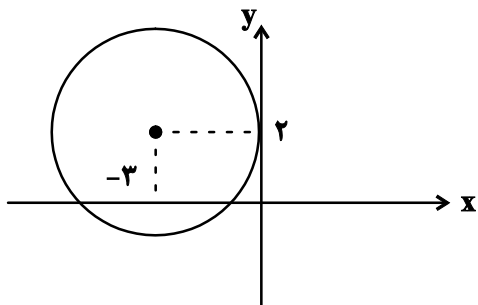
مرکز دایره: $O(2, -1)$

$$\text{شعاع دایره: } R = \frac{1}{2} \sqrt{(-4)^2 + 2^2 - 4(-4)} = 3$$

بیشترین فاصله نقطه A از نقاط واقع بر دایره C ، از طول قطر این دایره و $(2R = 6)$ بزرگ‌تر است، پس نقطه A خارج از دایره C قرار دارد و مطابق شکل نقطه M دورترین نقطه دایره نسبت به نقطه A است و داریم:



این دایره مطابق شکل بر محور y ها در یک نقطه مماس است و محور x ها را در دو نقطه قطع می‌کند، پس ۳ نقطه مشترک با محورهای مختصات دارد.



(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۶)

(سوکندر روشنی)

۳۰- گزینه «۴»

$$C: x^2 + y^2 - 2x + 4y - 11 = 0$$

مرکز دایره: $O(1, -2)$

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{(-2)^2 + 4^2 - 4(-11)} = 4$$

اگر $C'(O', 1)$ با دایره C مماس داخل باشد، آنگاه داریم:

$$OO' = |R - R'| = |4 - 1| = 3$$

اگر مختصات نقطه O' به صورت (x, y) باشد، با توجه به مقدار OO' می‌توان نوشت:

$$\sqrt{(x-1)^2 + (y+2)^2} = 3 \Rightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$$

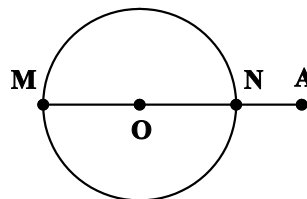
$$\xrightarrow{y=0} (x-1)^2 + 2^2 = 9 \Rightarrow (x-1)^2 = 5$$

$$\Rightarrow x-1 = \pm\sqrt{5} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 + \sqrt{5} \\ x_2 = 1 - \sqrt{5} \end{cases}$$

فاصله این دو نقطه که روی محور طولها قرار دارند، برابر است با:

$$|x_2 - x_1| = |(1 + \sqrt{5}) - (1 - \sqrt{5})| = 2\sqrt{5}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۶)



$$OA = \sqrt{(m-2)^2 + (3+1)^2} = \sqrt{(m-2)^2 + 16}$$

$$AM = 7 \Rightarrow OA + OM = 7 \Rightarrow \sqrt{(m-2)^2 + 16} + 3 = 7$$

$$\Rightarrow \sqrt{(m-2)^2 + 16} = 4 \xrightarrow{\text{بم توان ۲}} (m-2)^2 + 16 = 16$$

$$\Rightarrow (m-2)^2 = 0 \Rightarrow m-2 = 0 \Rightarrow m = 2$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۶)

(فرزانه فاکپاش)

۲۹- گزینه «۳»

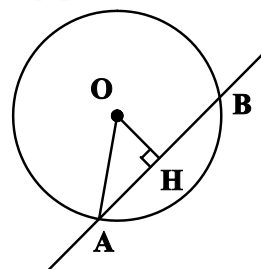
مرکز دایره، نقطه $O(-3, 2)$ است. فاصله این نقطه از خط

$$x - y + 2 = 0, \text{ برابر است با:}$$

$$OH = \frac{|-3 - 2 + 2|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

می‌دانیم قطر عمود بر یک وتر در یک دایره، آن وتر را نصف می‌کند، پس

داریم:



$$AH = \frac{AB}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$\triangle OAH: OA^2 = OH^2 + AH^2 = \frac{18}{4} + \frac{18}{4} = 9$$

$$\Rightarrow OA = R = 3 \text{ (شعاع دایره)}$$



ریاضیات گسسته

گزینه «۱» - ۳۱

(امیرحسین ابومحبوب)

عدد $4k + 1$ قطعاً عددی فرد است و در صورتی که مربع کامل باشد، قطعاً مربع عددی فرد خواهد بود و در نتیجه داریم:

$$4k + 1 = (2n + 1)^2 = 4n^2 + 4n + 1 = 4(n^2 + n) + 1 \\ \Rightarrow k = n^2 + n = n(n + 1)$$

یعنی k همواره به صورت حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی است.

بدیهی است عددی به فرم $n(n + 1)$ در صورت طبیعی بودن n ، هیچ گاه نمی تواند مربع کامل باشد و به ازای $n > 1$ ، هیچ گاه عددی اول نیست.

این عدد تنها در صورتی مضرب ۳ است که یکی از دو عدد n یا $n + 1$ مضرب ۳ باشند و مثلاً به ازای $n = 4$ ، نمی تواند مضرب ۳ باشد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه ۳)

گزینه «۴» - ۳۲

(سیرممد رضا حسینی فرز)

ابتدا عبارت را به فرم زیر نوشته و ساده می کنیم:

$$(n - 1)! = n^2 - 1 \Rightarrow (n - 1)(n - 2)! = (n - 1)(n + 1) \\ \Rightarrow (n - 2)! = n + 1$$

البته با فرض $n - 1 = 0$ یا $n = 1$ نیز تساوی برقرار نیست.

بنابراین لازم است $n + 1$ مضربی از $n - 2$ باشد پس:

$$n - 2 \mid n + 1 \Rightarrow n - 2 \mid (n + 1) - (n - 2) \Rightarrow n - 2 \mid 3 \\ \Rightarrow \begin{cases} n - 2 = 1 \Rightarrow n = 3 \Rightarrow (n - 1)! = n^2 - 1 \rightarrow 2! = 8 \times \\ n - 2 = 3 \Rightarrow n = 5 \Rightarrow (n - 1)! = n^2 - 1 \rightarrow 4! = 24 \end{cases}$$

بنابراین فقط $n = 5$ جواب است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۹ تا ۱۲)

گزینه «۲» - ۳۳

(رضا توکلی)

اگر $4 = (n^3 + 1, 8)$ باشد، باید $n^3 + 1$ مضرب ۴ باشد اما مضرب ۸ نباشد. حال بررسی می کنیم چه موقع $4 \mid n^3 + 1$.

دقت کنید $n^3 + 1 = (n + 1)(n^2 - n + 1)$. چون $n^2 - n$ ضرب دو عد متوالی است پس زوج است و $n^2 - n + 1$ همواره فرد است پس

$n^3 + 1$ زمانی مضرب ۴ است که $n + 1$ مضرب ۴ باشد. $n + 1 = 4q$

اما اگر q زوج باشد $n + 1$ مضرب ۸ می شود و ب.م.م حاصل ۸ می شود.

پس q عدد فرد است و $q = 2k + 1$.

$$n + 1 = 4q = 4(2k + 1) \Rightarrow n = 8k + 3$$

برای اینکه n دو رقمی باشد کافی است $1 \leq k \leq 12$ باشد، بنابراین ۱۲ مقدار برای n بدست می آید.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه ۱۱۳)

گزینه «۲» - ۳۴

(مسن بگرام پور)

می دانیم باقی مانده ۱۴۰۲ بر ۹ برابر $1 + 4 + 0 + 2$ یعنی ۷ است. در نتیجه:

$$1402 \equiv 7 \pmod{9} \Rightarrow 1402^{1401} \equiv 7^{1401} \pmod{9}$$

حال برای پیدا کردن باقی مانده 7^{1401} بر ۹ داریم:

$$7^3 \equiv 1 \pmod{9} \xrightarrow{\text{بتوان ۴۶۷}} 7^{1401} \equiv 1 \pmod{9}$$

پس باقی مانده 1402^{1401} بر ۹ برابر ۱ است.

از طرفی باقی مانده 1401 بر ۹ برابر $1 + 4 + 0 + 1$ یعنی ۶ است. در نتیجه:

$$1402^{1402} \equiv 6^{1402} \equiv 0 \pmod{9}$$

بنابراین عبارت داده شده در سوال به صورت زیر ساده می شود:

$$1402^{1401} + a \equiv 1402^{1402} \pmod{9}$$

$$1 + a \equiv 0 \pmod{9} \Rightarrow a \equiv -1 \pmod{9} \Rightarrow a = 9k - 1$$

$$100 \leq 9k - 1 \leq 999 \Rightarrow 12 \leq k \leq 111$$

$$\Rightarrow k \text{ تعداد } : 111 - 12 + 1 = 100$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۲۲ و ۲۳)

گزینه «۳» - ۳۵

(سوکندر روشنی)

به ازای $n \geq 6$ ، $n! \equiv 0 \pmod{18}$ پس داریم:

$$3! + 6! + 9! + \dots + 300! \equiv 6 + 0 \equiv 6 \pmod{18}$$

$$18x \equiv 6 \pmod{18} \Rightarrow -2x \equiv 6 \pmod{18} \xrightarrow{+(-2)} x \equiv -3 \pmod{18} \Rightarrow x = 9k - 3$$

$$10 \leq 9k - 3 \leq 99 \Rightarrow 2 \leq k \leq 11$$



$$\Rightarrow 9 + q(\bar{G}) = \frac{6 \times 5}{2} \Rightarrow q(\bar{G}) = 6$$

$$\bar{G} : \sum \deg(v_i) = 2(6) = 12$$

$$\sum |N[v_i]| = 2q + p = 12 + 6 = 18$$

$$\Rightarrow 18 + 12 = 30 \text{ مطلوب سوال}$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه های ۳۳ تا ۳۷)

(سیرمدرضا حسینی فرد)

گزینه «۳» - ۳۹

زیرگرافی که فقط یک رأس تنها دارد نمی تواند ۲ رأسی باشد. تعداد زیرگراف های ۱، ۳ و ۴ رأسی را می شماریم:

یک رأسی: در این حالت فقط یک رأس از گراف را انتخاب می کنیم:

$$\binom{4}{1} = 4$$

سه رأسی: در این حالت باید دو رأسی که بهم متصل هستند را انتخاب کنیم

$$4 \times \binom{2}{1} = 8 \text{ سپس از دو رأس باقیمانده یک رأس تنها انتخاب کنیم:}$$

چهار رأسی: در این حالت باید یکی از رأس های گراف را انتخاب کنیم که

$$\binom{4}{1} = 4 \text{ تنها شود و بقیه رأس ها و یال های بین آن ها را نگه داریم:}$$

$$\text{جواب} = 4 + 8 + 4 = 16$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه ۳۷)

(امیرمسین ابومویب)

گزینه «۴» - ۴۰

در گراف داده شده دورهایی به طول ۳ تا ۸ موجود است. به عنوان مثال می توان به دورهای زیر اشاره کرد:

دور به طول ۳: abca

دور به طول ۴: afgaha

دور به طول ۵: acdefa

دور به طول ۶: abcdefa

دور به طول ۷: abcdefgha

دور به طول ۸: abcdefgha

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه ۳۸)

$$\Rightarrow \text{عدد } 10 = 1 - 2 + 11 : \text{تعداد}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۲۴ و ۲۵)

(علی ایمانی)

گزینه «۳» - ۳۶

$$45 \equiv 24 \pmod{a} \Rightarrow 21 \equiv 0 \pmod{a} \Rightarrow a = 21 \text{ یا } 7 \text{ یا } 3$$

$$(a, 3) = 1 \Rightarrow a = 7$$

$$7^2 \equiv 49 \equiv 1 \pmod{16} \Rightarrow 7^{120} \equiv 1 \pmod{16} \xrightarrow{\times 7} 7^{121} \equiv 7 \pmod{16}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۱۸ تا ۲۳)

(امیررضا فلاح)

گزینه «۳» - ۳۷

معادله سیاله را حل کرده و y را به دست می آوریم:

$$14x - 23y = 35 \Rightarrow -23y \equiv 35 \pmod{14}$$

$$\Rightarrow 5y \equiv 35 \pmod{14} \xrightarrow{+5} y \equiv 7 \pmod{14} \Rightarrow y = 14k + 7$$

$$k = 7 \Rightarrow \min(y) = 14 \times 7 + 7 = 105$$

$$\text{مجموع ارقام} : 1 + 0 + 5 = 6$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۲۶ تا ۲۸)

(سوگند روشنی)

گزینه «۴» - ۳۸

ابتدا ۴۸۰ را به عوامل اول تجزیه می کنیم:

$$480 = 5 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

بنابراین با توجه به اینکه در گراف مرتبه ۶، بزرگترین درجه کوچک تر و یا

مساوی ۵ بوده و تعداد رئوس فرد عددی زوج است، پس درجات گراف G

به صورت زیر می باشد:

$$G : 5, 4, 3, 2, 2, 2$$

$$\text{مجموع درجات} = 2q = 18 \Rightarrow q = 9$$

$$q(G) + q(\bar{G}) = \frac{P(P-1)}{2}$$



فیزیک ۳

۴۱- گزینه «۴»

(پوریا علاقه‌مند)

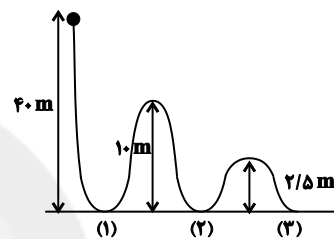
با توجه به شکل و تعریف مسافت و جابه‌جایی، داریم:

$$\text{مسافت} = d = ۴۰ + ۱۰ + ۱۰ + ۲ / ۵ + ۲ / ۵ = ۶۵ \text{ m}$$

$$\text{جابه‌جایی} = |\Delta x| = ۴۰ \text{ m}$$

$$\frac{|\Delta x|}{d} = \frac{۴۰}{۶۵} = \frac{۸}{۱۳}$$

بنابراین:



(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲ و ۳)

۴۲- گزینه «۲»

(سیدعلی میرنوری)

با توجه به این که متحرک در دو مرحله، کل مسیر حرکت را پیموده است، با

استفاده از تعریف سرعت متوسط داریم:

$$\overbrace{\frac{\frac{4}{5}d}{v} + \frac{\frac{1}{5}d}{\frac{1}{4}v}} = v_{av} = v$$

$$\begin{cases} \Delta x_1 = \frac{4}{5}d & \Delta x_2 = \frac{1}{5}d \\ \Delta t_1 = \frac{\Delta x_1}{v_{av_1}} = \frac{4d}{5v} & \Delta t_2 = \frac{\Delta x_2}{v_{av_2}} = \frac{4d}{5v} \end{cases}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{\frac{4}{5}d + \frac{1}{5}d}{\frac{4d}{5v} + \frac{4d}{5v}} = \frac{1}{8} \Rightarrow v_{av} = \frac{5}{8}v$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲ و ۵)

۴۳- گزینه «۳»

(زهرا آقاممدری)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) نادرست: فقط در لحظه t_1 جهت بردار مکان عوض می‌شود.(۲) نادرست: در لحظه‌های t_2 و t_3 جهت حرکت عوض می‌شود.

(۳) صحیح: شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان برابر با سرعت متحرک

است. در لحظه t_2 شیب مماس برابر صفر است، پس $v_2 = 0$ و در لحظه t_1 شیب مثبت است، پس $v_1 > 0$. برای محاسبه شتاب متوسط داریم:

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{0 - v_1}{\Delta t} < 0$$

(۴) نادرست: در لحظه صفر، $x_2 < 0$ و در لحظه t_2 ، $x_2 > 0$ است.

بنابراین برای محاسبه سرعت متوسط داریم:

$$v_{av} = \frac{x_2 - x_0}{\Delta t} \neq 0$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲ تا ۱۳)

۴۴- گزینه «۱»

(سعید شرق)

اگر طول قطار را L فرض کنیم، مدت زمانی که طول می‌کشد تا شخص از

انتهای قطار به ابتدای آن برسد، برابر است با:

$$\Delta t = \frac{L}{v} \Rightarrow \Delta t = \frac{۱۵۰}{۰/۵} = ۳۰ \text{ s}$$

اگر فاصله دو سر قطار در لحظه $t = 0$ برابر با X_0 باشد، در این لحظه

فاصله شخصی که در انتهای یکی از قطارها قرار دارد تا سر قطار دوم برابر

با $X_0 + L$ خواهد بود. طی مدت زمانی که شخص از انتهای یک قطار بهابتدای آن می‌رود ($\Delta t = ۳۰ \text{ s}$)، اندازه جابه‌جایی هر قطار برابر است با:

$$v' = ۹۰ \frac{\text{km}}{\text{h}} = ۲۵ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta x = v't = ۲۵ \times ۳۰ = ۷۵۰ \text{ m} = ۰/۷ \text{ km}$$

بنابراین زمانی که شخص به ابتدای قطار می‌رسد، فاصله شخص تا سر قطار

دوم برابر است با:

$$X_0 - ۲ \times ۰/۷ = X_0 - ۱۵ \text{ (km)}$$

در نتیجه کاهش فاصله شخص از قطار روبه‌رو طی این مدت برابر است با:

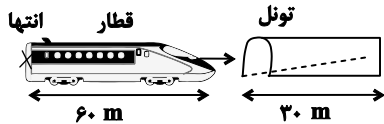
$$X_0 + L - (X_0 - ۱۵) = L + ۱۵ = ۰/۱۵ + ۱۵ = ۱۵/۱۵ \text{ km}$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

(مسام تدری)

۴۷- گزینه «۴»

برای خروج کامل قطار باید انتهای قطار کاملاً از تونل خارج شود، یعنی اندازه جابه‌جایی قطار برابر با مجموع طول قطار و طول تونل می‌باشد:



$$\Delta x = 60 + 30 = 90 \text{ m}$$

$$\Delta x = -\frac{1}{2}at^2 + vt \Rightarrow 90 = -\frac{1}{2} \times (-5) \times t^2 + 40t$$

$$\Rightarrow 2/5t^2 + 40t - 90 = 0 \Rightarrow t = 2s$$

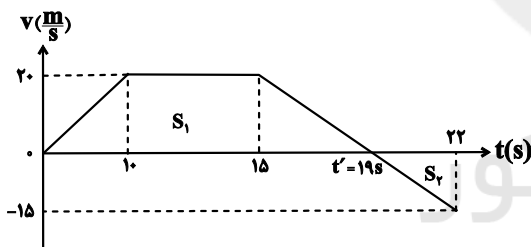
(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(مسعود قره‌فانی)

۴۸- گزینه «۱»

زمانی که نمودار سرعت - زمان به محور زمان نزدیک می‌شود، حرکت کندشونده است. بنابراین ابتدا باید زمانی را که سرعت متحرک بین دو لحظه $t = 15s$ و $t = 22s$ صفر می‌شود، محاسبه کنیم. با استفاده از تشابه مثلث‌ها داریم:

$$\frac{20}{t' - 15} = \frac{15}{22 - t'} \Rightarrow t' = 19s$$



حال تندی متوسط را در بازه $15s$ تا $19s$ می‌یابیم. چون شتاب ثابت و متحرک تغییر جهت نداده است، این مقدار دقیقاً برابر با میانگین سرعت‌ها در لحظه‌های $t = 15s$ و $t' = 19s$ است.

$$v_{av} = s_{av} = \frac{v_{15} + v_{19}}{2} = \frac{20 + 0}{2} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

برای محاسبه جابه‌جایی نیز داریم:

$$\Delta x = S_1 - S_2 = \frac{(19+5) \times 20}{2} - \frac{3 \times 15}{2}$$

$$\Rightarrow \Delta x = 240 - 22/5 = 217/5 \text{ m}$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

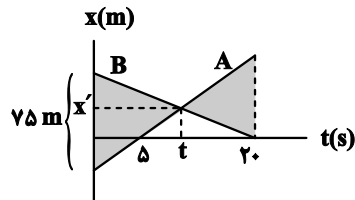
۴۵- گزینه «۳»

(امیرمسعود غایبی مراری)

طبق صورت سوال، تندی متحرک A دو برابر تندی متحرک B است و چون سرعت متحرک A مثبت و سرعت متحرک B منفی است، بنابراین مطابق شکل می‌توان نوشت:

$$v_A = -2v_B \Rightarrow \frac{x' - 0}{t - 5} = -2 \times \frac{0 - x'}{20 - t} \Rightarrow t = 10s$$

حال با توجه به تشابه مثلث‌ها، فاصله دو متحرک در لحظه $t = 20s$ برابر با $75m$ خواهد شد.

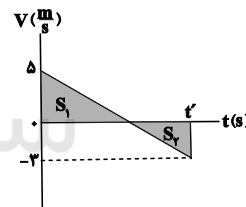


(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۴۶- گزینه «۲»

(بابک اسلامی)

مساحت بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است. از طرفی اگر نمودار سرعت - زمان زیر محور زمان باشد، جابه‌جایی آن منفی است. با این توضیحات و تعریف سرعت متوسط و تندی متوسط و با توجه به تشابه مثلث‌ها داریم:



$$\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{5}{3}\right)^2 \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{25}{9}$$

$$\left. \begin{aligned} v_{av} &= \frac{\Delta x}{t'} \\ s_{av} &= \frac{\ell}{t'} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{s_{av}}{v_{av}} = \frac{\ell}{\Delta x} = \frac{S_1 + S_2}{S_1 - S_2}$$

از طرفی با توجه تشابه مثلث‌ها داریم:

$$\frac{s_{av}}{v_{av}} = \frac{S_1 + S_2}{S_1 - S_2} = \frac{25 + 9}{25 - 9} = \frac{17}{8}$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

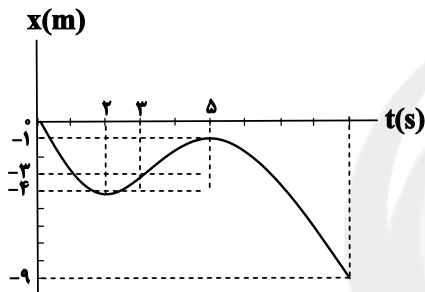


$$\xrightarrow{x_0=0} x_2 = 0 + \overbrace{(-3)}^{\Delta x_{0-2}} = -3m$$

$$\Delta x_{2-4} = \frac{v_2 + v_4}{2} \Delta t_{2-4} = \frac{2 + (-4)}{2} \times 2 = -2m$$

$$\xrightarrow{x_2=-3m} x_4 = \overbrace{-3}^{x_2} + \overbrace{(-2)}^{\Delta x_{2-4}} = -5m$$

با توجه به نمودار سرعت زمان، در $t = 2s$ و $t = 5s$ سرعت صفر شده است، پس در نمودار مکان - زمان این دو لحظه به ترتیب معرف دره و قله است، ضمناً مکان متحرک در لحظه $t = 5s$ را نیز باید حساب کنیم تا مکان قله نمودار به دست آید: (مکان دره قطعاً منفی است و نیازی به محاسبه ندارد)



$$\Delta x_{5-9} = \frac{v_5 + v_9}{2} \Delta t_{5-9} = \frac{0 + (-4)}{2} \times 4 = -8m$$

$$\xrightarrow{x_5=-5m} x_9 = \overbrace{-5}^{x_5} + \overbrace{(-4)}^{\Delta x_{5-9}} = -9m$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(مسعود قره‌فانی)

۵۱- گزینه «۱»

برای به دست آوردن h از دو معادله زیر کمک می‌گیریم:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \begin{cases} h = 5t^2 & \text{کل حرکت} \\ h - 80 = 5(t-2)^2 & \text{از شروع تا ۲ ثانیه آخر} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 5t^2 - 80 = 5(t-2)^2$$

$$\Rightarrow t^2 - 16 = t^2 - 4t + 4 \Rightarrow 4t = 20 \Rightarrow t = 5s$$

بنابراین ارتفاع h برابر است با:

$$h = 5 \times 5^2 = 125m$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

(بهنام رستمی)

۴۹- گزینه «۲»

در حرکت با شتاب ثابت می‌توان نوشت:

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t \Rightarrow 40 = \frac{0 + v_0}{2} \times 8$$

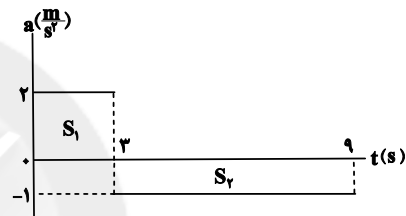
$$\Rightarrow v_0 = 10 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

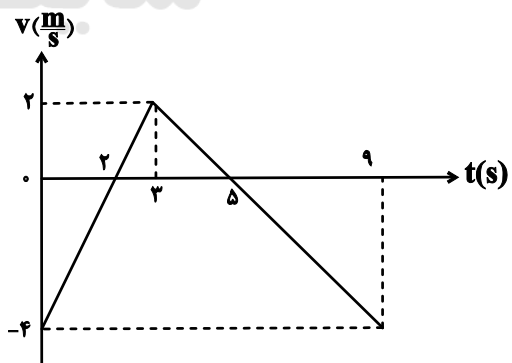
(مصطفی واثقی)

۵۰- گزینه «۳»

ابتدا نمودار سرعت - زمان را رسم می‌کنیم:



$$\begin{cases} v_0 = -4 \frac{m}{s} \\ a_1 = 2 \frac{m}{s^2} \\ (0, 3s) \rightarrow v_3 = v_0 + S_1 = -4 + (2 \times 3) = 2 \frac{m}{s} \\ a_2 = -1 \frac{m}{s^2} \\ (3s, 9s) \rightarrow v_9 = v_3 + S_2 = 2 + ((-1) \times 6) = -4 \frac{m}{s} \end{cases}$$



حال مکان متحرک را یافته و نمودار مکان - زمان آن را رسم می‌کنیم:

$$\Delta x_{0-3} = \frac{v_0 + v_3}{2} \Delta t_{0-3} = \frac{-4 + 2}{2} \times 3 = -3m$$

(زهره آقاممدری)

گزینه «۴» -۵۵

ابتدا اندازه نیروهای اصطکاک ایستایی در آستانه حرکت و اصطکاک جنبشی را محاسبه می‌کنیم.

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = \mu_s mg = 0 / 4 \times 10 = 4N$$

$$f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg = 0 / 3 \times 10 = 3N$$

چون نیروی اولیه یعنی $5N$ از نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه بیشتر است، پس جسم از حال سکون شروع به حرکت می‌کند با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$F - f_k = ma \Rightarrow 5 - 3 = a \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$

از معادله سرعت-زمان می‌توانیم سرعت را در لحظه $t = 1s$ به دست آوریم.

$$v_1 = at + v_0 \Rightarrow v_1 = 2 \times 1 + 0 = 2 \frac{m}{s}$$

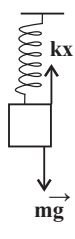
مطابق شکل پس از لحظه $1s$ نیروی F کمتر از $3N$ می‌شود و چون در این حالت اندازه این نیرو کوچکتر از اندازه نیروی اصطکاک جنبشی است، پس شتاب حرکت جسم منفی می‌شود و سرعت جسم کاهش می‌یابد. با توجه به گزینه‌ها تنها گزینه (۴) که عدد آن کوچکتر از $2 \frac{m}{s}$ است، می‌تواند پاسخ سوال باشد.

(فیزيک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۷ تا ۴۳)

(ممدعلی راست‌پیمان)

گزینه «۱» -۵۶

بر وزنه دو نیرو مؤثر است. نیروی وزن و نیروی کشسانی فنر.



$$kx = mg \quad (1)$$

در حالت افقی نیروی کشسانی فنر با نیروی اصطکاک ایستایی در آستانه حرکت هم‌اندازه‌اند.

(مسعود قره‌فانی)

گزینه «۳» -۵۲

علت پدیده‌های گزینه‌های ۱ و ۲ و ۴ قانون اول نیوتون (لختی) است در حالی که علت پدیده گزینه ۳ قانون سوم نیوتون (عمل و عکس‌العمل) می‌باشد.

(فیزيک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۵)

(ممدعلی راست‌پیمان)

گزینه «۴» -۵۳

نیروی خالصی که به جسم وارد می‌شود، برابر است با:

$$\begin{aligned} \vec{F}_{net} &= \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 18\vec{j} + 31\vec{i} - 14\vec{i} \\ \Rightarrow \vec{F}_{net} &= 24\vec{i} + 18\vec{j} \Rightarrow F_{net} = \sqrt{24^2 + 18^2} \\ \Rightarrow F_{net} &= 30N \end{aligned}$$

طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow 30 = 20a \Rightarrow a = 1.5 \frac{m}{s^2}$$

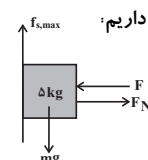
(فیزيک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)

(عبدالرضا امینی نسب)

گزینه «۲» -۵۴

با رسم نیروهای وارد بر جسم و نوشتن قانون دوم نیوتون در راستای افقی و

قائم داریم:



$$\begin{aligned} (F_{net})_x &= 0 \Rightarrow F_N = F \\ (F_{net})_y &= ma \Rightarrow mg - f_{s,max} = ma \\ \Rightarrow f_{s,max} &= m(g - a) = 5 \times (10 - 2) = 40N \end{aligned}$$

آنگاه داریم:

$$\begin{aligned} f_{s,max} &= \mu_s F_N \Rightarrow 40 = 0.5 \times F_N \\ \Rightarrow F_N &= 80N \Rightarrow F = 80N \end{aligned}$$

(فیزيک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۷ تا ۴۳)



$$K_2 - K_1 = \frac{1}{2}m(p_2^2 - p_1^2)$$

$$\Rightarrow 39 = \frac{1}{2}m((p_1 + 3)^2 - p_1^2) \xrightarrow{m=0.5\text{kg}}$$

$$39 = p_1^2 + 6p_1 + 9 - p_1^2 \Rightarrow 6p_1 = 30 \Rightarrow p_1 = 5 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

۵۹ - گزینه «۳» (مفرد علی راست پیمان)

ابتدا نیرویی را حساب می‌کنیم که گوی ساکن به گوی متحرک وارد می‌کند.

فرض کنید گوی متحرک (۱) و گوی ساکن (۲) است.

$$\vec{F}_{21} = m_1 \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F}_{21} = m_1 \left(\frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t} \right)$$

$$\vec{F}_{21} = 0.4 \times \frac{(2\vec{i} + 1/\delta\vec{j}) - (1\vec{i} + 6\vec{j})}{0.2}$$

$$\vec{F}_{21} = 2(-6\vec{i} - 4/\delta\vec{j}) = -12\vec{i} - 9\vec{j}$$

طبق قانون سوم نیوتون، نیرویی که گلوله متحرک به گلوله ساکن وارد

می‌کند، برابر است با:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{12} = -(-12\vec{i} - 9\vec{j}) \Rightarrow \vec{F}_{12} = 12\vec{i} + 9\vec{j}$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

۶۰ - گزینه «۴» (سعید نصیری)

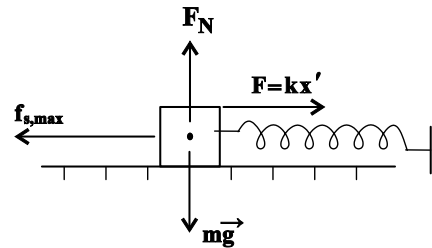
چون دو نقطه A و B بر روی یک میله حرکت دایره‌ای یکنواخت انجام

می‌دهند، دوره حرکت آن‌ها با هم برابر است. از طرفی همانطور که در شکل

زیر می‌بینید، اگر طول میله برابر L باشد، فاصله نقطه A از مرکز برابر L

و فاصله نقطه B از مرکز برابر (L - ۴) سانتی‌متر خواهد بود، حال

می‌توان نوشت:



$$f_{s,max} = kx' \Rightarrow \mu_s F_N = kx' \xrightarrow{F_N = mg} \\ \Rightarrow \mu_s mg = kx' \quad (2)$$

بنابراین:

$$\xrightarrow{(2),(1)} \mu_s = \frac{x'}{x} = \frac{3}{5} = 0.6$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۴)

۵۷ - گزینه «۲» (یلیل کن)

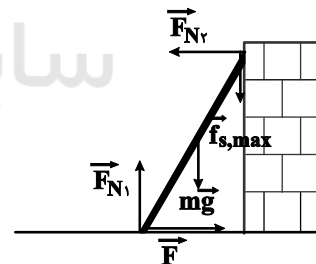
در صورتی نیروی تکیه‌گاه سطح افقی بیشترین مقدار خود را دارد که نردبان

در آستانه حرکت رو به بالا باشد. بنابراین داریم:

$$F_{N2} = F$$

$$F_{N1} = mg + f_{s,max} \Rightarrow F_{N1} = mg + \mu_s F_{N2} \Rightarrow F_{N1} = mg + \mu_s F$$

$$\Rightarrow 150 = 10 \times 10 + \mu_s F \Rightarrow F = 250 \text{ N}$$



(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۰ تا ۴۶)

۵۸ - گزینه «۲» (شادمان ویسی)

طبق رابطه بین انرژی جنبشی و اندازه تکانه داریم:

$$\begin{cases} p = mv \\ K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow K = \frac{p^2}{2m} \end{cases}$$



(علیرضا کونه)

۶۳- گزینه «۱»

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۲»: شتاب نوسانگر دائماً در حال تغییر است و حرکت نوسانگر با شتاب متغیر است.

گزینه «۳»: با نزدیک شدن نوسانگر به مرکز نوسان، تندی آن افزایش می‌یابد و جابه‌جایی آن در بازه‌های زمانی مساوی در مقایسه با نقاط بازگشتی بیشتر است.

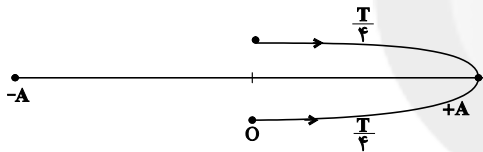
گزینه «۴»: دوره تناوب از ویژگی‌های منبع نوسان است و ارتباطی با دامنه نوسانگر ندارد.

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

(عبدالرضا امینی نسب)

۶۴- گزینه «۲»

شتاب نوسانگر در مرکز نوسان صفر است و چون در یک نوسان کامل، دو بار مسیر طی می‌شود، دوره حرکت $0.02s = 0.01 \times 2$ است.



$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.02} = 50 \text{ Hz}$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

(علی نظری)

۶۵- گزینه «۲»

$$\frac{T}{2} = 3s \Rightarrow T = 6s$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3} \text{ rad/s}$$

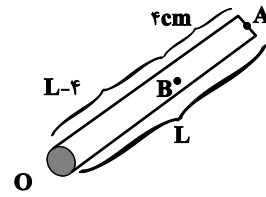
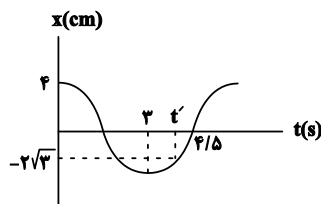
$$\cos \omega t' = -\frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \cos \omega t' = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\omega t' = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \frac{\pi}{3} t' = \frac{\pi}{6} \Rightarrow t' = \frac{1}{2} \text{ s}$$

$$\Delta t = \frac{4}{5} - \frac{1}{2} = 1s$$

بنابراین:

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)



$$v_A = 3v_B \Rightarrow \frac{2\pi L}{T} = 3 \times \frac{2\pi(L/2)}{T}$$

$$\Rightarrow L = 3L - 12 \Rightarrow L = 6 \text{ cm}$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

(فسین مفروقی)

۶۱- گزینه «۳»

نیروی مرکزگرا ناشی از اصطکاک ایستایی است.

$$f_s = \frac{mv^2}{r} - \frac{F_N = mg}{f_s \leq \mu_s F_N} \rightarrow \frac{mv^2}{r} \leq \mu_s mg$$

$$\Rightarrow v^2 \leq \mu_s rg \Rightarrow v^2 \leq 0.3 \times 300 \times 10$$

$$\Rightarrow v^2 \leq 900 \Rightarrow v \leq 30 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow v \leq 108 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳)

(عبدالرضا امینی نسب)

۶۲- گزینه «۴»

می‌دانیم نسبت شتاب ماهواره با نسبت نیروی گرانشی وارد بر ماهواره برابر است.

$$a_r = a_1 - \frac{19}{100} a_1 = \frac{81}{100} a_1 \Rightarrow \frac{a_r}{a_1} = \frac{F_r}{F_1} = \frac{81}{100}$$

از طرفی، نیروی وارد بر ماهواره از رابطه $F = G \frac{mM_e}{r^2}$ به دست می‌آید

که r فاصله ماهواره تا مرکز زمین است.

$$\frac{F_r}{F_1} = \left(\frac{r_1}{r_r}\right)^2 \Rightarrow \frac{81}{100} = \left(\frac{r_1}{r_r}\right)^2 \Rightarrow \frac{r_1}{r_r} = \frac{9}{10} \xrightarrow{r_1 = 2R_e} \rightarrow$$

$$\frac{2R_e}{r_r} = \frac{9}{10} \Rightarrow r_r = \frac{20}{9} R_e$$

$$\xrightarrow{r_r = R_e + h_r} \rightarrow \frac{20}{9} R_e = R_e + h_r \Rightarrow h_r = \frac{11}{9} R_e$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۶)



$$U_1 = K_v \xrightarrow{U_1 = E - K_1} E - K_1 = K_v$$

$$\Rightarrow E = K_1 + K_v \Rightarrow \frac{1}{2} m v_{\max}^2 = \frac{1}{2} m (v_1^2 + v_v^2)$$

$$\Rightarrow v_{\max} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (1)^2} \Rightarrow v_{\max} = 2 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

۶۹ - گزینه «۴» (شارمان ویسی)

طبق رابطه دوره نوسان‌های آونگ ساده داریم:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2}{g} L$$

از روی نمودار شیب را به دست آورده و برابر $\frac{4\pi^2}{g}$ قرار می‌دهیم.

$$\frac{4\pi^2}{g} = \frac{\lambda}{0.5} \Rightarrow g = \frac{\pi^2 m}{4 s^2}$$

می‌دانیم:

$$g = \frac{GM_e}{r^2} \Rightarrow \frac{g}{g_e} = \left(\frac{R_e}{h + R_e}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{R_e}{h + R_e} \Rightarrow h = R_e$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

۷۰ - گزینه «۱» (پوریا علاقه‌مند)

به دلیل پدیده تشدید، آونگ G چون هم طول با D است، دیرتر

می‌ایستد.

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۶۸ و ۶۹)

۶۶ - گزینه «۴» (سعید شرق)

با توجه به مقدار بیشینه سرعت داریم:

$$v_{\max} = A\omega \xrightarrow{v_{\max} = 0.2\pi \frac{m}{s}, A = 0.06m} 0.2\pi = 0.06\omega$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{0.2\pi}{0.06} = \frac{10}{3} \pi \left(\frac{\text{rad}}{s}\right)$$

از طرفی طبق معادله مکان - زمان داریم:

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow x = 0.06 \cos\left(\frac{10\pi}{3} \times 0.5\right)$$

$$\Rightarrow x = 0.03m$$

$$a = -\omega^2 x \Rightarrow a = -\left(\frac{10}{3}\pi\right)^2 \times \frac{3}{100} = -\frac{\pi^2}{3} \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

۶۷ - گزینه «۱» (عبدالرضا امینی نسب)

با مقایسه معادله مکان - زمان با رابطه $x = A \cos(\omega t)$ ، ملاحظه

می‌شود که دامنه نوسان $0.04m$ و $\omega = 5 \frac{\text{rad}}{s}$ می‌باشد.

از طرفی هرگاه نوسانگر از مرکز نوسان عبور کند، انرژی جنبشی آن بیشینه

مقدار است و داریم:

$$K_{\max} = E = \frac{1}{2} k A^2 \Rightarrow 120 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times k \times \left(\frac{4}{100}\right)^2$$

$$\Rightarrow k = 150 \frac{N}{m}$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

۶۸ - گزینه «۲» (سیدعلی میرنوری)

با توجه به نمودار، انرژی پتانسیل نوسانگر در مکان X_1 برابر با انرژی جنبشی

آن در مکان X_2 است. بنابراین:

شیمی ۳

۷۱- گزینه «۴»

(امیرمسین طیبی)

موارد چهارم و پنجم درست‌اند.

بررسی همه موارد:

مورد اول: نادرست - ممکن است کاتیون آن NH_4^+ باشد.

مورد دوم: نادرست - صابون از طریق بخش ناقطبی با مولکول‌های چربی

جاذبه و اندروالسی برقرار می‌کند. (پیوند اشتراکی تشکیل نمی‌دهد!)

مورد سوم: نادرست - مخلوط آب، روغن و صابون یک کلوتید است و نور را

پخش می‌کند.

مورد چهارم: درست - مطابق خود را بیازماید کتاب درسی صفحه ۹

مورد پنجم: درست - این صابون یک گروه R، ۱۷ کربنی دارد و فرمول

شیمیایی آن به صورت $\text{C}_{17}\text{H}_{35}\text{COONa}$ خواهد بود و جرم مولی آن

۳۰۶ گرم بر مول است.

(شیمی ۳، مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

۷۲- گزینه «۱»

(ارژنگ شانلری)

در میان موارد مطرح شده پاک‌کننده صابونی و غیرصابونی فقط در مورد دوم

یعنی تشکیل نیروی بین مولکولی و اندروالسی میان بخش چربی دوست

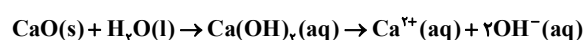
(آب‌گریز) خود و مولکول‌های چربی یکسان می‌باشند.

(شیمی ۳، مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۶، ۹ تا ۱۱)

۷۳- گزینه «۲»

(ممیر زبئی)

عبارت اول درست است.



عبارت دوم نادرست است.

در مورد مقایسه میزان اسیدی بودن محلول‌ها نمی‌توان از نظریه آرنیوس

کمک گرفت.

عبارت سوم درست است.

باریم اکسید (BaO) و لیتیم هیدروکسید (LiOH) باز آرنیوس

هستند.

عبارت چهارم نادرست است.

اسیدهای آرنیوس می‌توانند در ساختار خود اتم H نداشته باشند مانند،



عبارت پنجم درست است.

محلول HCl یک پاک‌کننده خورنده است.

(شیمی ۳، مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۲۵)

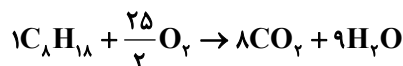
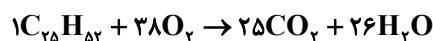
۷۴- گزینه «۴»

(امیر هاتمیان)

گزینه «۴» نادرست است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: درست، طبق واکنش سوختن کامل داریم:



با توجه به تعداد اتم‌های کربن در فرمول مولکولی هم می‌توان نتیجه گرفت

مقدار CO_2 تولیدی از سوختن یک مول بنزین کمتر از مقدار CO_2

تولیدی از سوختن یک مول وازلین است.

گزینه «۲»: درست، از صابون گوگردار برای از بین بردن جوش صورت و

قارچ‌های پوستی استفاده می‌شود.

ت) هرچه pH محلول یک اسید کمتر باشد، به این معناست که $[H^+]$ در محلول اسید بیشتر است. بنابراین بین pH و شدت واکنش رابطه معکوس وجود دارد.

(شیمی ۳، مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۸ تا ۲۴)

(پیمان فواجوی میر)

۷۶- گزینه «۳»

K_a فورمیک اسید از استیک اسید بیشتر است، پس در غلظت و حجم برابر شمار یون‌ها در این محلول بیشتر است.

$0.1 \text{ mol} = 0.05 \times 2 = 0.1 \text{ liter} \times \text{molar} = \text{mole}$

$$0.1 \text{ mol HCOOH} \times \frac{46 \text{ g HCOOH}}{1 \text{ mol HCOOH}} = 4.6 \text{ g}$$

$$0.1 \text{ mol CH}_3\text{COOH} \times \frac{60 \text{ g CH}_3\text{COOH}}{1 \text{ mol CH}_3\text{COOH}} = 6 \text{ g}$$

اختلاف جرم = $6 - 4.6 = 1.4 \text{ g}$

(شیمی ۳، مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳)

(شمیر زینی)

۷۷- گزینه «۴»

بررسی عبارت‌ها:

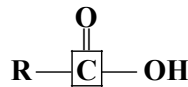
عبارت «آ» نادرست است. در محلول‌های خنثی که از واکنش یک اسید و باز حاصل می‌شوند، چون غلظت یون‌های نمک تولیدشده می‌تواند قابل توجه باشد، رسانایی الکتریکی ناچیز نخواهد بود.

عبارت «ب» درست است. در همه محلول‌های آبی در دمای اتاق

$$[H^+][OH^-] = 10^{-14} \left(\frac{\text{mol}}{\text{L}} \right)^2 \text{ است.}$$

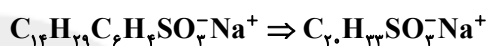
عبارت «پ» درست است. $K_a(\text{HCOOH}) > K_a(\text{CH}_3\text{COOH})$

گزینه «۳»: درست، مطابق شکل زیر در اسید چرب یک اتم کربن به ۲ اتم اکسیژن متصل است.



گزینه «۴»: نادرست، با توجه به فرمول عمومی پاک‌کننده غیرصابونی داریم:

$$n = 14$$



(شیمی ۳، مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۴، ۵ و ۱۰ تا ۱۲)

(امیرمسین طیبی)

۷۵- گزینه «۳»

موارد «الف» و «ب» جمله داده شده را به نادرستی تکمیل می‌کنند.

بررسی همه موارد:

الف) هرچه دمای آب بیشتر باشد، پاک‌کنندگی نیز بیشتر خواهد بود؛ در نتیجه درصد لکه باقیمانده کاهش می‌یابد. بنابراین رابطه معکوس بین درصد لکه باقیمانده پس از شستشو و دمای آب وجود دارد.

ب) می‌دانیم که پاک‌کننده‌های صابونی با یون‌های موجود در آب سخت واکنش می‌دهند و میزان کف کردن پاک‌کننده صابونی و میزان یون‌های Ca^{2+} موجود در آب سخت رابطه معکوس دارند.

پ) هرچه درجه یونش یک اسید بیشتر باشد در آب بیشتر یونش پیدا کرده و یون‌های بیشتری تولید می‌کند و در نتیجه رسانایی الکتریکی بیشتر خواهد داشت؛ بنابراین بین این دو مورد رابطه مستقیم برقرار است.

(امیر ماتیمان)

۸۰- گزینه «۱»

از اطلاعات مسأله استفاده می‌کنیم.

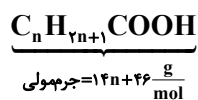
$$\text{pH} = 13/5 \rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-13/5} = 10^{-14} \times 10^{0/5}$$

$$= 3 \times 10^{-14}, [\text{H}^+] \times [\text{OH}^-] = 10^{-14}$$

$$\Rightarrow [\text{OH}^-] = \frac{10^{-14}}{[\text{H}^+]} = \frac{10^{-14}}{3 \times 10^{-14}} = \frac{1}{3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow \text{غلظت مولی NaOH} = \frac{1}{3} \text{ mol.L}^{-1}$$

فرمول مولکولی کلی اسید چرب که زنجیر هیدروکربنی آن سیر شده باشد.



سپس با استفاده از استوکیومتری واکنش تعداد n را بدست می‌آوریم.

$$\frac{1}{2} \text{L} \text{ محلول} \times \frac{142 \text{g}}{100} \times \frac{100}{14n+46}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol اسید چرب}}{(14n+46) \text{g اسید چرب}} \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ mol اسید چرب}} \times \frac{1 \text{L محلول}}{3} = \frac{1}{3} \text{ mol NaOH}$$

$$\frac{12}{10} = 142 \times \frac{100}{100} \times \frac{3}{(14n+46)}$$

$$\rightarrow 14n+46 = 284 \rightarrow n = 17$$

فرمول مولکولی اسید چرب: $\text{C}_{17}\text{H}_{35}\text{COOH}$ یا $\text{C}_{18}\text{H}_{36}\text{O}_2$

(شیمی ۳، مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۵، ۶، ۱۲، ۱۳ و ۲۴ تا ۲۶)

(روزبه رضوانی)

۸۱- گزینه «۴»

از اطلاعات سوال نمی‌توان الزاماً متوجه شد که فلز B، E^{\ominus} مثبتی دارد.

(شیمی ۳، آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۳۹ تا ۴۲)

عبارت «ت» درست است. اغلب اسیدهای شناخته شده، ضعیف هستند

و $\alpha < 1$ است.

(شیمی ۳، مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۱۹، ۲۳، ۲۶ و ۲۷)

۷۸- گزینه «۳»

(ممبرها پوریاوید)

از آنجا که HCl یک اسید قوی تک پروتون‌دار (با $\alpha = 1$) است،می‌توان گفت $[\text{HCl}] = [\text{H}^+]$ بنابراین خواهیم داشت:

$$\text{pH} = 4/7 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-4/7} = 10^{-5} \times 10^{0/7}$$

$$= 2 \times 10^{-5} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{OH}^-] = \frac{10^{-14}}{2 \times 10^{-5}} = 5 \times 10^{-10} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow \frac{[\text{H}^+]}{[\text{OH}^-]} = \frac{2 \times 10^{-5}}{5 \times 10^{-10}} = 4 \times 10^4$$

(شیمی ۳، مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸)

۷۹- گزینه «۳»

(امیرمسین مسلمی)

pH محلول (۱) به صورت زیر است:

$$[\text{H}^+] = M_1 \alpha_1 = 0/2 \times 0/1 = 0/02 \text{ M}$$

$$\Rightarrow \text{pH} = -\log[\text{H}^+] = -\log 0/02 = 1/7$$

pH محلول (۲) به صورت زیر است:

$$[\text{H}^+] = M_2 \alpha_2 = 0/4 \times 0/2 = 0/08 \text{ M}$$

$$\Rightarrow \text{pH} = -\log[\text{H}^+] = -\log 0/08 = 1/1$$

اختلاف pH دو محلول برابر ۰/۶ است.

(شیمی ۳، مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۱۸، ۱۹ و ۲۴ تا ۲۶)



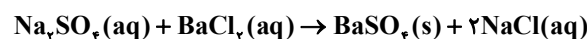
۸۲- گزینه «۳»

(روزبه رضوانی)

بررسی عبارت‌های نادرست:

(ب) نادرست، در هر واکنش شیمیایی هنگامی که عدد اکسایش یک گونه منفی تر می‌شود، آن گونه کاهش یافته و گونه‌ای که عدد اکسایش آن مثبت تر می‌شود، اکسایش می‌یابد.

(ت) نادرست، در این واکنش هیچ عنصری تغییر عدد اکسایش نمی‌دهد و در نتیجه واکنش از نوع اکسایش - کاهش نیست.



(شیمی ۳، آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۴۲ تا ۴۴، ۵۲ و ۵۳)

۸۳- گزینه «۴»

(امیرمسین مسلمی)

در فرایند آبکاری، غلظت محلول کترولیت با پیشرفت واکنش تغییری نمی‌کند و ثابت می‌ماند.

(شیمی ۳، آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲)

۸۴- گزینه «۴»

(عمیر زهی)

اطراف الکتروود B گاز کلر تولید می‌شود؛ پس B آند و A کاتد است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: یون‌های Na^+ به سمت کاتد (A) مهاجرت می‌کنند و الکترونی با $n + l = 4$ ندارد.

گزینه «۲»: الکتروود B (آند) به قطب مثبت باتری متصل است.

گزینه «۳»: یون‌های Cl^- (I) به صورت مذاب هستند نه محلول !!!

گزینه «۴»: الکترون‌ها از آند (B) به سمت کاتد (A) جریان می‌یابند.

(شیمی ۳، آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه ۵۵)

۸۵- گزینه «۱»

(عمیر زهی)

با تقسیم بار الکتریکی مبادله شده بر بار الکترون می‌توان تعداد الکترون مبادله شده را به دست آورد:

$$\text{تعداد الکترون} = \frac{19264}{1/6 \times 10^{-19}} = 1/204 \times 10^{23} e^-$$

$$1/204 \times 10^{23} e^- = \text{gCu} ? \text{ مصرف می‌شود}$$

$$\times \frac{1 \text{ mole}^-}{6/02 \times 10^{23} e^-} \times \frac{1 \text{ mol Cu}}{2 \text{ mole}^-} \times \frac{64 \text{ g Cu}}{1 \text{ mol Cu}} = 6/4 \text{ g Cu}$$

$$1/204 \times 10^{23} e^- = \text{gAg} ? \text{ روی تیغه می‌نشیند}$$

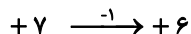
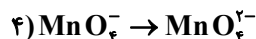
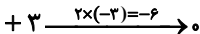
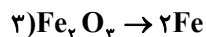
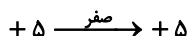
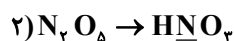
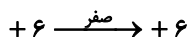
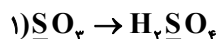
$$\times \frac{1 \text{ mole}^-}{6/02 \times 10^{23} e^-} \times \frac{2 \text{ mol Ag}}{2 \text{ mole}^-} \times \frac{108 \text{ g Ag}}{1 \text{ mol Ag}} = 21/6 \text{ g Ag}$$

$$21/6 - 6/4 = 15/2 \text{ g تغییر جرم تیغه}$$

(شیمی ۳، آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۴۲ تا ۴۴)

۸۶- گزینه «۳»

(روزبه رضوانی)



(شیمی ۳، آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۴، ۵۲ و ۵۳)

۸۷- گزینه «۱»

(یاسر راش)

با توجه به ساختار گسترده زیر، ۳ اتم کربن دارای عدد اکسایش ۲- و ۲ اتم کربن دارای عدد اکسایش ۱- هستند، پس اختلاف آن‌ها برابر ۱ است.

(روزبه رضوانی)

۸۹- گزینه «۳»

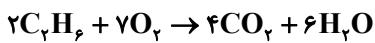
عبارت‌های پ و ت درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

(الف) در سلول‌های سوختی گاز اکسیژن وارد بخش کاتدی شده و کاهش می‌یابد و سوخت وارد بخش آندی شده و اکسایش می‌یابد.

(ب) سلول سوختی نوعی سلول گالوانی است.

(پ) واکنش کلی انجام شده به صورت روبه‌رو است:



$$\frac{\text{جرم } O_2}{\text{جرم } C_7H_6} = \frac{7 \times 32}{2 \times 92} \approx 3/7$$

(ت) در سلول‌های سوختی H^+ در غشاء مبادله‌کننده پروتون از بخش آندی به بخش کاتدی منتقل می‌شود.

(شیمی ۳، آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۵)

(همید زبئی)

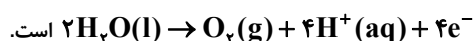
۹۰- گزینه «۴»

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: در سلول گالوانی، کاتیون‌ها به سمت کاتد (قطب مثبت) و آنیون‌ها به سمت آند (قطب منفی) مهاجرت می‌کنند.

گزینه «۲»: در آهن سفید خراشیده، روی اکسایش (کاهنده) و اکسیژن کاهش (اکسنده) می‌یابد.

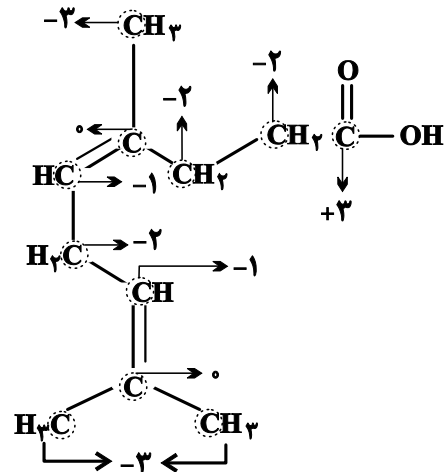
گزینه «۳»: در برقکافت آب، نیم‌واکنش اکسایش به صورت:



گزینه «۴»: در آبکاری نمی‌توان از نمک‌های نامحلول در آب مانند

 $AgCl$ و یون فلز موجود در کاتد استفاده کرد.

(شیمی ۳، آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۴۶، ۵۴، ۵۵ و ۵۹ تا ۶۱)



(شیمی ۳، آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

(روزبه رضوانی)

۸۸- گزینه «۴»

واکنش انجام شده به صورت زیر است و نشان می‌دهد که به ازای مصرف ۴

گرم گاز هیدروژن، ۳۲ گرم گاز اکسیژن مصرف می‌شود؛ در نتیجه جرم

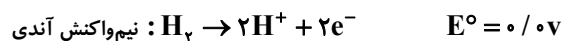
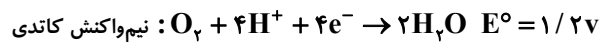
اکسیژن مصرفی ۸ برابر هیدروژن مصرفی است.



بررسی سایر موارد:

گزینه «۱»: سلول‌های سوختی انرژی شیمیایی را ذخیره نمی‌کنند.

گزینه «۲»: در آند برابر صفر است.



گزینه «۳»: سوزاندن گاز هیدروژن در موتور درون‌سوز بازدهی نزدیک به

۲۰٪ دارد، در حالی که اکسایش آن در سلول سوختی بازده را تا ۳ برابر

(%۶۰) افزایش می‌دهد.

(شیمی ۳، آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)