



# مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

آزمون شماره ۱۳ پایه دوازدهم

## دفترچه شماره ۱

۱۴۰۲/۲/۱۴

### آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سوالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان	۱۷	۱	۱۷	۳۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۱	۱۸	۲۸	۲۰ دقیقه
۳	گسسته	۱۲	۲۹	۴۰	۲۰ دقیقه

مواد امتحانی	سrfصل دهم	سrfصل نهم	سrfصل هشتم	سrfصل دوازدهم
حسابان	—	—	—	کل کتاب
هندسه	—	—	—	کل کتاب
گسسته	—	—	—	کل کتاب

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.

سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

-۱ نمودار تابع  $g(x) = \frac{1}{2x-1}$  را نسبت به محور  $y$ ها قربنه کرده و سپس سه واحد در راستای محور  $x$ ها به سمت راست انتقال می‌دهیم و

آن را  $f$  می‌نامیم. مجانب قائم تابع  $y = f(\frac{-x}{3})$  از مجانب قائم تابع  $g(x)$  چقدر فاصله دارد؟

۸ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۶ (۱)

-۲ چندجمله‌ای  $f(x+1) + 2f(2x+3)$  بر  $x+2$  کدام  $f(x) = x^3 + ax^2 - 2x + \frac{f(0)}{2}$  باقی‌مانده تقسیم است؟

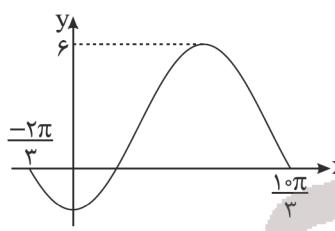
-۱۲ (۴)

-۶ (۳)

۶ (۲)

۱۲ (۱)

-۳ نمودار تابع  $f(x) = c + a \cos bx$  در یک دوره تناب به صورت زیر است. حاصل  $|b|$  کدام است؟



۸/۲۵ (۱)

-۷/۵ (۲)

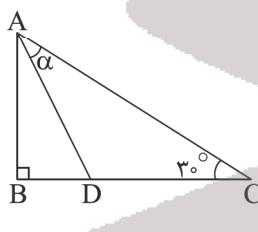
۷/۲۵ (۳)

-۸/۵ (۴)

-۴ اگر  $x = \alpha$  کوچکترین جواب مثبت معادله مثلثاتی  $\cos(2\alpha + \frac{\pi}{3}) \cdot \cot(\alpha + \frac{7\pi}{3}) = -1$  باشد، مقدار  $\tan \alpha$  کدام است؟

- $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۳) $\frac{1}{2}$  (۲)- $\frac{1}{2}$  (۱)

-۵ در شکل زیر،  $BD = 2$  و  $AC = 8$  است. حاصل  $\tan \alpha$  کدام است؟

 $5\sqrt{3} - 6$  (۱) $2\sqrt{3} + 4$  (۲) $5\sqrt{3} - 8$  (۳) $2\sqrt{3} + 3$  (۴)

محل انجام محاسبه

-۶ اگر  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{ax+b}{2a+\cos x} = -\infty$  باشد، حد اکثر مقدار  $[2b]$  کدام است؟

-۵) ۴

-۴) ۳

-۳) ۲

-۲) ۱

-۷ نمودار تابع  $f(x) = \frac{bx^7 + 2b}{2x^2 + 12x + a}$  دارای دو خط مجانب موازی محورهای مختصات است. اگر فاصله نقطه برخورد مجانبها از مبدأ برابر ۵ باشد،  $|b|$  کدام است؟

۴) ۴

۸) ۳

۶) ۲

۱۲) ۱

-۸ تابع  $f(x) = 2x + \sqrt{x^2 - 2x}$  مفروض است. حاصل  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (|\frac{2}{x}| f'(4x))$  برابر کدام است؟

۴) صفر

۲) ۳

-۱۲

-۳) ۱

-۹ اگر  $f(x + \sqrt{x})$  مشتق  $f(x) = (x^7 - \frac{\Delta}{x}) \sqrt[3]{3x+2}$  به ازای  $x=1$  چه عددی است؟

۳۶) ۴

۲۴) ۳

۱۲) ۲

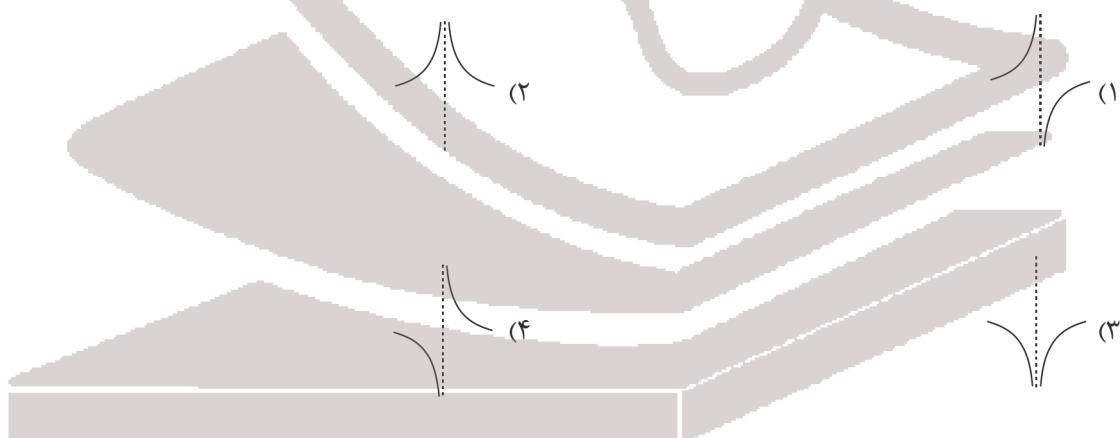
۱۸) ۱

-۱۰ هرگاه  $g(3x) = f(\sqrt[3]{x})$  به طوری که  $g''(1) = 2f'(1) + 3$  مقدار  $f''(1)$  چه عددی است؟

 $\frac{1}{27}) ۴$  $\frac{1}{3}) ۳$  $\frac{1}{9}) ۲$ 

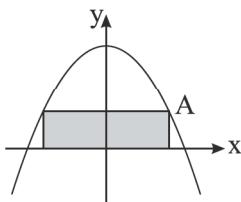
۱) ۱

-۱۱ نمودار مشتق تابع  $y = \sqrt[3]{x^3 - x}$  در اطراف  $x=0$  به کدام صورت است؟



محل انجام محاسبه

- ۱۲- در شکل زیر نقطه A روی سهمی  $y = -x^2 + 6$  در حال حرکت است. وقتی طول نقطه A برابر ۲ خواهد شد، اندازه آهنگ تغییر لحظه‌ای



مساحت مستطیل چه عددی است؟

۶ (۱)

۴ (۲)

۸ (۳)

۱۲ (۴)

- ۱۳- تابع  $f(x) = \frac{x^2 + 12}{\sqrt{x}}$  در بازه  $(\alpha, +\infty)$  اکیداً صعودی است. حداقل مقدار  $\alpha$  کدام است؟

$2\sqrt{3}$  (۴)

$2\sqrt{2}$  (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

- ۱۴- هرگاه بیشترین مقدار تابع  $f(x) = x + \sqrt{3 - 3x^2} + 2k$  برابر ۸ باشد، کمترین مقدار آن کدام است؟

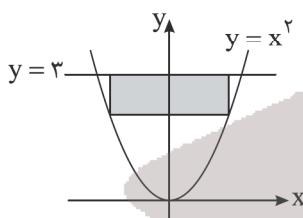
۳ (۴)

-۱ (۳)

-۳ (۲)

۵ (۱)

- ۱۵- مستطیل رنگی شده بین سهمی  $y = x^2$  و خط  $y = 3$  مطابق شکل قرار گرفته است. بیشترین مساحت آن چه عددی است؟



۳ (۱)

۲ (۲)

۴ (۳)

۸ (۴)

- ۱۶- خطی که عطف تابع  $f(x) = (\sqrt{x} + 6)\sqrt{x}$  را به مبدأ مختصات وصل می‌کند، با کدام شیب است؟

۸ (۴)

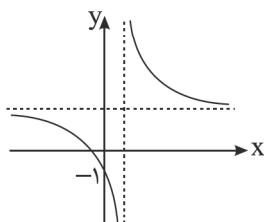
۴ (۳)

۶ (۲)

۲ (۱)

محل انجام محاسبه

۱۷- نمودار تابع  $f(x) = \frac{2x^3 + ax + b}{x^2 + cx + 1}$  شکل زیر است. شیب خط مماس در نقطه تلاقی تابع با محور طولها چه عددی است؟



$-\frac{3}{4}$  (۱)

$-\frac{3}{2}$  (۲)

$-\frac{2}{3}$  (۳)

$-\frac{4}{3}$  (۴)

۱۸- اگر  $C = \begin{bmatrix} 1 & -4 & -1 \\ 1 & 1 & -4 \\ -4 & 1 & -1 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ ،  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & -1 \end{bmatrix}$  باشند، آنگاه مجموع درایه‌های قطر اصلی ماتریس  $ACB$  برابر کدام است؟

۴) صفر

-۳ (۳)

۴ (۲)

-۲ (۱)

۱۹- اگر  $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  باشد، آنگاه مجموع درایه‌های ماتریس  $A^{-1} A \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$  برابر کدام است؟

$\frac{11}{3}$  (۴)

$\frac{2}{3}$  (۳)

$\frac{7}{3}$  (۲)

۳ (۱)

۲۰- اگر  $|A| > \frac{3}{2}$  و  $2A = \begin{bmatrix} |A| & 3 \\ -1 & |A| \end{bmatrix}$  باشد، آنگاه حاصل  $|A^2 - 2A + I|$  کدام است؟

۸ (۴)

$\frac{1}{2}$  (۳)

۱ (۲)

۹ (۱)

۲۱- مثلث  $ABC$  با اضلاع  $BC = 6$ ،  $AC = 7$ ،  $AB = 8$  را در نظر بگیرید. فاصله مکان هندسی نقاطی از صفحه این مثلث که از  $BC$  به

فاصله ۲ و از نقاط  $B$  و  $C$  به یک فاصله‌اند، از رأس  $C$  برابر کدام است؟

۵ (۴)

$2\sqrt{3}$  (۳)

$2\sqrt{5}$  (۲)

$\sqrt{10}$  (۱)

محل انجام محاسبه

- ۲۲- معادله خط مماس بر دایره محيطی مثلث ABC با رؤوس A(۴, ۲)، B(-۴, ۶) و C(-۶, ۲) در رأس A کدام است؟

$$x = 4 \quad (4)$$

$$y = -x + 6 \quad (3)$$

$$y = x - 2 \quad (2)$$

$$y = 2 \quad (1)$$

- ۲۳- نقاط F و F' کانون‌های بیضی زیر هستند. اگر بیشترین فاصله نقاط روی این بیضی از هم برابر  $10\sqrt{2}$  باشد، آنگاه

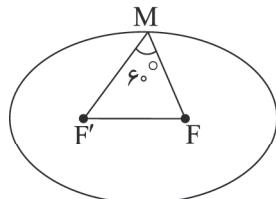
طول قطر کوچک بیضی کدام است؟

$$\sqrt{22} \quad (1)$$

$$2\sqrt{2} \quad (2)$$

$$2\sqrt{3} \quad (3)$$

$$\sqrt{11} \quad (4)$$



- ۲۴- به ازای کدام مقدار m معادله خط هادی سهمی  $x^2 + 2mx - my + 3m^2 = -7$  است؟

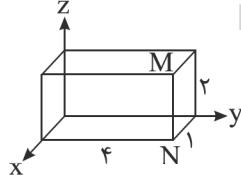
$$2 \quad (4)$$

$$-2 \quad (3)$$

$$1 \quad (2)$$

$$-1 \quad (1)$$

- ۲۵- در مکعب مستطیل شکل زیر معادله یال MN در کدام گزینه به درستی آمده است؟



$$\begin{cases} z = 0 \\ y = 1 \\ 0 \leq x \leq 1 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \\ 0 \leq z \leq 4 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \\ 0 \leq z \leq 2 \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \\ 1 \leq z \leq 2 \end{cases} \quad (3)$$

- ۲۶- زاویه بین دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  بیشتر از  $90^\circ$  درجه است. اگر مقدار  $2\vec{b} \cdot (\vec{a} + \vec{b})$  برابر کدام

است؟

$$8 - 2\sqrt{5} \quad (4)$$

$$8 - 4\sqrt{5} \quad (3)$$

$$4 - 4\sqrt{5} \quad (2)$$

$$2 - 2\sqrt{5} \quad (1)$$

- ۲۷- اگر آنگاه مساحت متوازی‌الاضلاعی که دو ضلع آن بردارهای  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  هستند، کدام است؟

$$\frac{\sqrt{29}}{7} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{29}}{2} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{29}}{14} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{26}}{7} \quad (1)$$

محل انجام محاسبه

- ۲۸ - دو بردار  $(-1, -3, 8)$  و  $(m-1, 3, m)$  مفروضند. اگر دو بردار  $\vec{a} + \vec{b}$  و  $\vec{a} - \vec{b}$  هماندازه باشند، آنگاه حجم متوازیالسطوحی که روی بردارهای  $\frac{\vec{a}}{2}$  و  $\frac{\vec{b}}{2}$  ساخته می‌شود، کدام است؟

۲۹۲ (۴)

۱۹۶ (۳)

۲۹۶ (۲)

۱۹۸ (۱)

- ۲۹ - حاصلضرب دو عدد طبیعی، دو برابر مجموع آن دو عدد است. تفاضل این دو عدد حداقل چقدر است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

- ۳۰ - اگر  $(9, 5n-7) \neq (3n+1, 5n-7)$ ، آنگاه مجموع ارقام بزرگترین مقدار دو رقمی  $n$  کدام است؟

۱۳ (۴)

۱۲ (۳)

۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

- ۳۱ - باقیمانده تقسیم  $(2^{32}-1)^{22}$  بر ۷۲ چقدر است؟

۲۵ (۴)

۴۷ (۳)

۲۷ (۲)

۴۵ (۱)

- ۳۲ - مجموع ارقام بزرگترین عدد طبیعی  $x$  که در معادله سیاله  $3000 = 135x + 195y$  صدق می‌کند، کدام است؟

۵ (۴)

۶ (۳)

۱۵ (۲)

۱۶ (۱)

- ۳۳ - اگر به یک گراف کامل، ۲ رأس و ۲۱ یال اضافه کنیم دوباره به گرافی کامل تبدیل می‌شود. گراف اولیه چند دور به طول ۳ دارد؟

۲۲۰ (۴)

۱۶۵ (۳)

۱۲۰ (۲)

۸۴ (۱)

- ۳۴ - بین هر دو رأس گراف  $P_n$  ..... مسیر و بین هر دو رأس گراف  $C_n$  ..... مسیر وجود دارد؟ ( $3 \leq n$ )

۱) دقیقاً یک مسیر - دقیقاً دو مسیر

۲) حداقل یک مسیر - حداقل دو مسیر

۳) دقیقاً یک مسیر - حداقل دو مسیر

۴) حداقل یک مسیر - حداقل چند مسیر

- ۳۵ - کدام گراف با شرایط داده شده ممکن است ناهمبند باشد؟

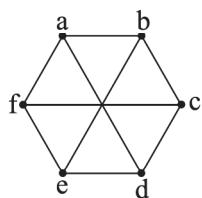
$p = 6, \delta = \Delta = 3$  (۲)

$p = 5, q = \lambda$  (۱)

$p = 6, q = 10$  (۴)

$p = 5, \Delta = 5$  (۳)

محل انجام محاسبه



- ۳۶- گراف زیر چند مجموعه احاطه گر مینیمال غیرمینیمال دارد؟

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

- ۳۷- به چند طریق می توان ۷ سکه یکسان را بین ۵ نفر تقسیم کرد، به طوری که دقیقاً به ۲ نفر سکه نرسد؟

۹۰) ۴

۱۵۰) ۳

۱۸۰) ۲

۳۶۰) ۱

- ۳۸- مربع لاتین زیر به چند طریق تکمیل می شود؟

۱	۲	۳	۴
۴	۳	۲	۱

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

- ۳۹- چند عدد سه رقمی شامل ۱ و ۲ وجود دارد؟

۵۲) ۴

۵۱) ۳

۵۰) ۲

۴۹) ۱

- ۴۰- از مجموعه  $\{5k + 3 : k \in \mathbb{N}, 1 \leq k \leq 100\}$ ، حداقل چند عدد به تصادف انتخاب کنیم، تا مطمئن باشیم بین آنها اقلًا ۲ عدد با

مجموع ۱۰۱ وجود دارد؟

۹۲) ۴

۹۱) ۳

۸۳) ۲

۸۲) ۱

محل انجام محاسبه



# مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

آزمون شماره ۱۳ پایه دوازدهم

دفترچه شماره ۲۵

۱۴۰۲/۲/۱۴

## آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۶۵

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سوالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
۲	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل بازدهم	سرفصل دوازدهم
فیزیک	—	—	کل کتاب
شیمی	—	—	کل کتاب

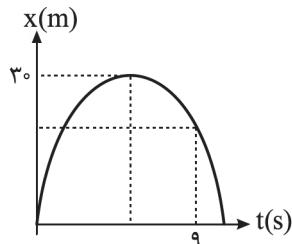
تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.

سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

- ۴۱ یک قطار بر روی ریل مستقیم با تندي ثابت  $\frac{\text{km}}{\text{h}} = 40$  به سمت ایستگاه در حرکت است. در فاصله ۱۲۰ کیلومتری ایستگاه پرندگان با تندي ثابت  $\frac{\text{km}}{\text{h}} = 60$  از جلوی قطار به سمت ایستگاه پرواز می‌کند و به محض رسیدن به ایستگاه با همان تندي و در همان مسیر، بازمی‌گردد. در لحظه رسیدن به قطار، فاصله قطار از ایستگاه چند کیلومتر است؟

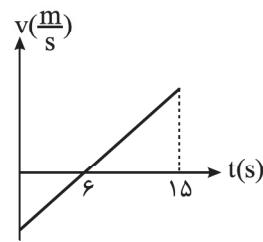
(۱) ۲۴ (۲) ۳۶ (۳) ۴۸ (۴) ۷۲

- ۴۲ نمودار مکان - زمان متحركی که با شتاب ثابت روی محور  $x$  حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر سرعت متوسط متحرك در ۹ ثانیه اول برابر با  $\frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{2}{5}$  باشد، مدت زمان حرکت کندشونده این متحرك چند ثانیه است؟



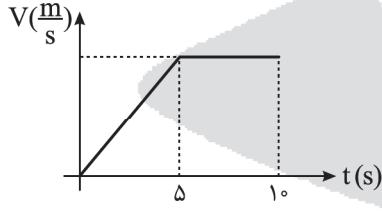
(۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

- ۴۳ نمودار سرعت - زمان متحركی که با شتاب ثابت بر خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر در ۱۵ ثانیه نخست تندي متوسط  $\frac{\text{m}}{\text{s}}$  بیشتر از اندازه سرعت متوسط متحرك در همین مدت باشد، مسافتی که در مدت ۱۵s نخست می‌پیماید، چند متر است؟



(۱) ۶۷/۵ (۲) ۹۷/۵ (۳) ۱۲۷/۵ (۴) ۱۵۷/۵

- ۴۴ شکل زیر، نمودار سرعت - زمان متحركی را در حرکت بر روی خط راست نشان می‌دهد. اگر شتاب متوسط در ۲ ثانیه دوم حرکت برابر با  $\frac{\text{m}}{\text{s}} = 4$  باشد، تندي متوسط در ۱۰ ثانیه اول چند متر بر ثانیه است؟



(۱) ۷/۵ (۲) ۱۰ (۳) ۱۵ (۴) ۲۰

- ۴۵ شخصی برای رسیدن به یک اتوبوس با تندي ثابت  $v = 7$  به دنبال آن می‌رود. در لحظه‌ای که فاصله شخص تا اتوبوس  $12/5\text{m}$  می‌شود، اتوبوس با شتاب ثابت  $a = 1\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  به راه می‌افتد. حداقل مقدار سرعت شخص چند متر بر ثانیه باشد تا به اتوبوس برسد؟

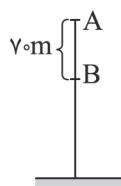
(۱) ۳/۵ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۱۰

- ۴۶ فاصله دو چراغ راهنمایی A و B در مسیر مستقیم  $300\text{m}$  است. به محض سبز شدن چراغ A، اتومبیلی از حال سکون با شتاب ثابت  $a = 2\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  شروع به حرکت می‌کند و پس از مدتی بلا فاصله حرکت خود را با شتاب ثابت  $a = 1\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  گند می‌کند. به طوری که دقیقاً پشت چراغ B متوقف می‌شود. مدت زمان کل حرکت اتومبیل چند ثانیه بوده است؟

(۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۳۰ (۴) ۴۰

محل انجام محاسبه

- در شرایط خلا از نقطه A جسمی رها می شود و ۲ ثانیه بعد از نقطه B جسم دیگری را رها می کنیم. اگر هر دو جسم همزنمان به زمین



$$(g = 10 \frac{m}{s^2}) \text{ تا رسیدن به زمین چند ثانیه بوده است؟}$$

۴)

۴/۵ ۲

۵ ۳

۵/۵ ۴

- در شرایط خلا کلولهای از ارتفاع h بدون تنیدی اولیه رها می شود و ۱/۸m آخر مسیر را در مدت ۲s طی می کند. ارتفاع h چند متر

$$(g = 10 \frac{m}{s^2}) \text{ است؟}$$

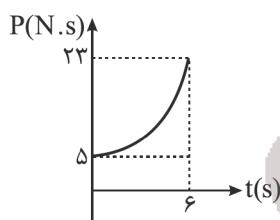
۳۵) ۴

۲۵) ۳

۱۵) ۲

۵) ۱

- شکل زیر نمودار تکانه - زمان را برای متحركة در حرکت روی خط راست نشان می دهد. نیروی خالص متوسط وارد بر جسم در ۲ ثانیه



سوم حرکت چند نیوتون است؟

۲/۵ ۱

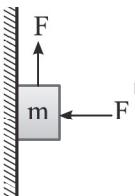
۵ ۲

۷/۵ ۳

۱۰) ۴

- در شکل زیر، دو نیروی هماندازه F به صورت افقی و قائم به جسم  $m = 7/5 \text{ kg}$  وارد شده اند. اگر ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم

$$(g = 10 \frac{m}{s^2}) \text{ و دیوار } ۲/۵ \text{ بشد، بیشترین مقدار F برای آنکه جسم ساکن بماند، چند نیوتون است؟}$$



۱۲۰) ۱

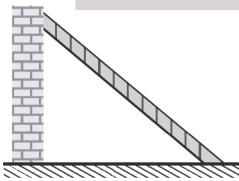
۱۰۰) ۲

۸۰) ۳

۶۰) ۴

- در شکل زیر، نردبانی به جرم m به دیوار قائم بدون اصطکاک تکیه داده شده و در آستانه لغزش قرار دارد. نیرویی که دیوار و سطح افقی

$$(g = 10 \frac{m}{s^2}) \text{ به نردبان وارد می کنند به ترتیب N } ۲۱۰ \text{ و } ۲۹۰ \text{ است. جرم نردبان چند کیلوگرم است؟ (دیوار بدون اصطکاک بوده و}$$



۱۵) ۱

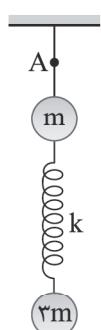
۲۰) ۲

۲۵) ۳

۳۰) ۴

محل انجام محاسبه

- ۵۲- در شکل زیر، جسم  $m$  با رشته نخ سبکی آویخته شده است. به وزنه  $m$  فنر سبک با ثابت  $k$  متصل است و به انتهای فنر وزنه  $3m$  آویخته شده است. اگر نخ از نقطه A بریده شود، شتاب حرکت وزنه  $m$  در لحظه بریده شدن نخ کدام خواهد شد؟  $(g = 10 \frac{m}{s^2})$



- شده است. اگر نخ از نقطه A بریده شود، شتاب حرکت وزنه  $m$  در لحظه بریده شدن نخ کدام خواهد شد؟  $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

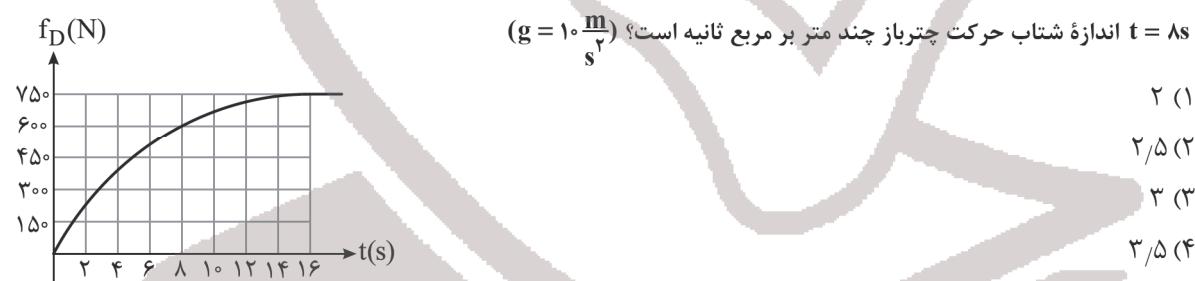
- ۱۰) ۱  
۲۰) ۲  
۳۰) ۳  
۴۰) ۴

- ۵۳- در شکل زیر جسم با شتاب ثابت  $a$  در سطح افقی به سمت راست در حال حرکت است. اگر همزمان اندازه نیروهای افقی و قائم بدون



- ۲۴) ۱  
۳۲) ۲  
۳۶) ۳  
۴۸) ۴

- ۵۴- شکل زیر، نمودار اندازه نیروی مقاومت هوای وارد بر یک چتر باز را از لحظه پرش آزاد تا باز شدن چترش نشان می‌دهد. در لحظه



- ۲۱) ۱  
۲/۵) ۲  
۳) ۳  
۳/۵) ۴

- ۵۵- چگالی متوسط سیاره مشتری تقریباً  $\frac{1}{4}$  چگالی متوسط زمین است. اگر شتاب گرانشی در سطح زمین و مشتری به ترتیب  $\frac{1}{2}$  و

$\frac{m}{s^2}$  باشد، شعاع سیاره مشتری چند برابر شعاع زمین است؟

- ۱۱) ۴ ۷) ۳ ۵) ۲ ۳) ۱

- ۵۶- اگر در اثر تغییر مدار گردش ماهواره‌ای به دور زمین دوره حرکت ماهواره ۸ برابر شود، نیروی گرانش وارد بر ماهواره از طرف زمین چند برابر می‌شود؟

- $\frac{1}{16}) ۴ \quad \frac{1}{8}) ۳ \quad \frac{1}{4}) ۲ \quad \frac{1}{2}) ۱$

- ۵۷- در یک آونگ ساده، جرم وزنه متصل به انتهای نخ  $m$  است و آونگ با بسامد  $2\text{Hz}$  حرکت نوسانی ساده انجام می‌دهد. طول آونگ چند

سانتی‌متر است؟  $(\pi^2 = g)$

- ۴) باید مقدار  $m$  معلوم باشد. ۲۵) ۳ ۱۲/۵) ۲ ۶/۲۵) ۱

محل انجام محاسبه

-۵۸- ذره‌ای بر روی پاره خطی به طول  $6\text{cm}$  حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد و حرکت خود را از  $x = +A$  با بسامد  $5\text{ Hz}$  آغاز می‌کند.

در  $1/158^{\circ}$  اول حرکت، بزرگی سرعت متوسط ذره چند سانتی‌متر بر ثانیه خواهد شد؟

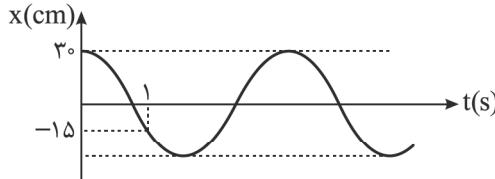
۱۲۰) ۴

۸۰) ۳

۴۰) ۲

۲۰) ۱

-۵۹- نمودار مکان - زمان نوسانگری که حرکت هماهنگ ساده دارد، مطابق شکل است. بیشینه شتاب این نوسانگر چند  $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  است؟ ( $\pi = 3$ )



۱)  $0/3$

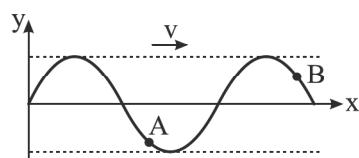
۲)  $0/6$

۳)  $0/9$

۴)  $1/2$

-۶۰- نقش یک موج عرضی سینوسی در  $t = 0$  در طناب سبکی مانند شکل زیر است. در این لحظه نوع حرکت در نقاط A و B به ترتیب از

راست به چپ کدام است؟



۱) کندشونده - تندشونده

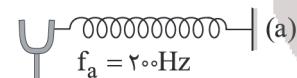
۲) تندشونده - کندشونده

۳) تندشونده - تندشونده

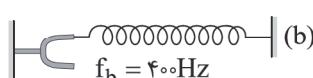
۴) کندشونده - کندشونده

-۶۱- در شکل‌های (a) و (b) دو فنر کاملاً مشابه به دو دیاپازون با بسامدهای  $f_b = 40.0\text{Hz}$  و  $f_a = 20.0\text{Hz}$  متصل‌اند. کدام مقایسه برای

سرعت انتشار و طول موج منتشرشده در این دو فنر درست است؟



۱)  $\lambda_a > 2\lambda_b$  و  $V_a > V_b$

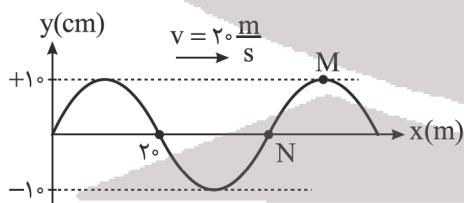


۲)  $\lambda_a < 2\lambda_b$  و  $V_a > V_b$

۳)  $\lambda_a > 2\lambda_b$  و  $V_a = V_b$

۴)  $\lambda_a = 2\lambda_b$  و  $V_a = V_b$

-۶۲- شکل زیر، نقش یک موج عرضی را در  $t = 0$  نشان می‌دهد. در  $1/158^{\circ}$  سرعت نقطه M از محیط ..... و سرعت نقطه N می‌شود. ( $\pi = 3$ )



۱) صفر و  $3.0 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$

۲) صفر و  $-3.0 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$

۳)  $3.0 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$  و صفر

۴)  $-3.0 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$  و صفر

-۶۳- در یک لحظه برای موج الکترومغناطیسی که در جهت جنوب منتشر می‌شود، میدان الکتریکی به بیشینه مقدار خود در جهت شرق رسیده است. میدان مغناطیسی در این لحظه:

۲) بیشینه مقدار، به سمت پایین است.

۱) صفر است.

۴) بیشینه مقدار، به سمت بالا است.

۳) بیشینه مقدار، به سمت چپ است.

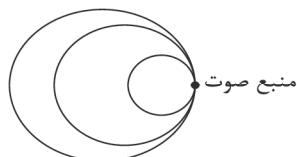
محل انجام محاسبه

- ۶۴- بلندی صدای یک بلندگو در یک نقطه برابر  $67 \text{ dB}$  است. شدت صوت این بلندگو در این نقطه چند واحد SI است؟

$$(\log 2 = 0.3, I_0 = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2})$$

$$(1) 5 \times 10^{-6}, (2) 5 \times 10^{-8}, (3) 2 \times 10^{-6}, (4) 2 \times 10^{-8}$$

- ۶۵- یک منبع صوتی مطابق شکل با تندي ثابت در حال حرکت است. منحنی های رسم شده جبهه های حاصل از صوت این چشممه صوتی است. این منبع صوت به سمت ..... در حال حرکت بوده و تندي آن ..... تندي صوت در محیط است.



- (۱) راست - کمتر از
- (۲) چپ - کمتر از
- (۳) راست - برابر با
- (۴) چپ - برابر با

- ۶۶- در بازتاب از آینه تخت زاویه بین پرتو تابش و بازتابش  $4^\circ$  برابر زاویه بین پرتو تابش و سطح آینه است. زاویه تابش چند درجه است؟

$$(1) 30^\circ, (2) 40^\circ, (3) 50^\circ, (4) 60^\circ$$

- ۶۷- توسط یک دیاپازون در طناب AB موج ایستاده با  $5^\circ$  گره ایجاد شده است. اگر بخواهیم در همین طناب با همین دیاپازون  $3^\circ$  گره ایجاد شود، نیروی کشش طناب باید چند برابر شود؟



- ۶۸- در شکل زیر، پرتوی فرودی SI شامل نورهای آبی و قرمز است. با توجه به شکل، کدام گزینه رنگ پرتوهای a و b و مقایسه  $n_1$  و  $n_2$  را به درستی بیان کرده است؟



- (۱) آبی، b: قرمز، a:  $n_1 > n_2$
- (۲) قرمز، b: آبی، a:  $n_1 > n_2$
- (۳) آبی، b: قرمز، a:  $n_2 > n_1$
- (۴) قرمز، b: آبی، a:  $n_2 > n_1$

- ۶۹- در شکل زیر، مدت زمانی که پرتوی نور فاصله AB را در یک تیغه به ضخامت  $6\sqrt{3} \text{ cm}$  و ضریب شکست  $n = 1/6$  طی می کند، چند

$$(c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \sin 37^\circ = 0.6)$$



- (۱)  $1/6$
- (۲)  $3/2$
- (۳)  $6/4$
- (۴)  $9/6$

- ۷۰- انرژی فوتون B  $20\%$  بیشتر از انرژی فوتون A است. اگر اختلاف طول موج های این دو فوتون  $120 \text{ nm}$  باشد، انرژی فوتون B چند الکترون ولت است؟ ( $hc = 1200 \text{ eV} \cdot \text{nm}$ )

$$(1) 2, (2) 2/4, (3) 3/6, (4) 4$$

محل انجام محاسبه

- ۷۱- تابع کار فلز تنگستن  $4/2eV$  است. حد اکثر تندی فتوالکترونی که بر اثر تابش پرتوی الکترومغناطیسی با طول موج  $200\text{nm}$  به این

فلز گسیل می شود، چند متر بر ثانیه است؟ ( $C = 1.6 \times 10^{-19} \text{C}$ ,  $h = 1200 \text{eV} \cdot \text{nm}$ ,  $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{C}$ )

$$(1) 16 \times 10^5 \quad (2) 8 \times 10^5 \quad (3) 6 \times 10^5 \quad (4) 4 \times 10^5$$

- ۷۲- در طیف گسیلی اتم هیدروژن، نسبت طول موج خط سوم رشتہ براکت ( $n' = 4$ ) به بلندترین طول موج فرابنفش رشتہ بالمر ( $n = 2$ ) کدام است؟

$$(1) \frac{135}{49} \quad (2) \frac{45}{49} \quad (3) \frac{11}{49} \quad (4) \frac{49}{11}$$

- ۷۳- اگر پس از گذشت ۵ سال  $20\%$  هسته های یک ماده پرتوza تجزیه شود، نیمه عمر این ماده پرتوza چند سال است؟ ( $\log 2 = 0.693$ )

$$(1) \frac{5}{3} \quad (2) 7/5 \quad (3) 10 \quad (4) 15$$

- ۷۴- در واکنش تبدیل ایزوتوپ کمیاب  $^{235}\text{U}$  به عنصر سرب  $^{82}\text{Pb}$  تعداد  $n_1$  ذره  $\alpha$  و  $n_2$  ذره  $\beta^-$  گسیل می شود. مجموع ذرات گسیل شده ( $n_1 + n_2$ ) کدام است؟

$$(1) 7 \quad (2) 8 \quad (3) 9 \quad (4) 11$$

- ۷۵- برای تولید  $50$  مگاوات ساعت انرژی چند میلی گرم ماده باید به طور کامل به انرژی تبدیل شود؟ ( $c = 3 \times 10^8 \frac{\text{J}}{\text{s}}$ )

$$(1) 2 \quad (2) 20 \times 10^6 \quad (3) 4 \times 10^6 \quad (4) 4 \times 10^5$$

- ۷۶- کدام مطلب نادرست است؟

(۱) امید به زندگی شاخصی است که در کشورهای گوناگون و حتی در شهرهای یک کشور نیز با هم تفاوت دارد.

(۲) آلاینده ها موادی هستند که بیش از مقدار طبیعی در یک محیط، نمونه ماده یا یک جسم وجود دارند.

(۳) نسبت شمار اتم های H در فرمول مولکولی اتیلن گلیکول به شمار همین اتم ها در فرمول مولکولی اوره برابر  $1/5$  می باشد.

(۴) عسل حاوی مولکول های قطبی است که در ساختار خود شمار قابل توجهی گروه هیدروکسید ( $-\text{OH}$ ) دارد.

- ۷۷- چند مورد از مطالب زیر درست اند؟

آ) چربی ها را می توان مخلوطی از اسیدهای چرب و پلی استرهای بلند زنجیر (با جرم مولی) زیاد دانست.

ب) صابون جامد نمک سدیم و صابون های مایع نمک پتاسیم یا آمونیم اسیدهای چرب هستند.

پ) کلوبیدها همانند محلول ها پایدار بوده و تهشین نمی شوند و هر دو مخلوط هایی همگن محسوب می شوند.

ت) پاک کننده زیر یک پاک کننده غیرصابونی است و بخش ناقطبی آن دارای  $12$  اتم کربن می باشد.



$$(1) 4 \quad (2) 3 \quad (3) 2 \quad (4) 1$$

- ۷۸- کدام یک از گزینه های زیر نادرست است؟

(۱) آب سخت محتوی یون های کلسیم و منیزیم بوده و صابون در آب سخت به خوبی کف نمی کند.

(۲) نوع پارچه، دما، نوع آب و نیز نوع و مقدار صابون بر روی قدرت پاک کننده ای آن تأثیر دارد.

(۳) واکنش مخلوط پودر آلمینیم و سدیم هیدروکسید با آب گرماده بوده و با تولید گاز اکسیژن همراه است.

(۴) سوانح آرنسیوس نخستین کسی بود که اسیدها و بازها را بر یک مبنای علمی توصیف کرد.

- ۷۹ - کدام موارد از مطالب زیر درست هستند؟
- (آ) در فرمول مولکولی اسیدهای تکپروتون دار تنها، یک اتم H وجود دارد.
- (ب) در محلول ۲٪ مولار نیترواسید، شمار یون‌های هیدرونیوم و  $\text{NO}_3^-$  با هم بخسان است.
- (پ) در واکنش تعادلی  $\text{HX(aq)} \rightleftharpoons \text{H}^+(aq) + \text{X}^-(aq)$ ، عنصر X می‌تواند نخستین عنصر گروه ۱۷ باشد.
- (ت) در دمای  $25^\circ\text{C}$ ، با افزایش غلظت استیک اسید در آب، ثابت یونش آن به ثابت یونش فورمیک اسید نزدیک می‌شود.
- (ث) گستره تغییر pH در محلول‌های آبی و در دمای ثابت از ۰ تا ۱۴ می‌باشد.
- (۱) (آ)، (ب) و (ث)      (۲) (ب)، (پ) و (ت)      (۳) (آ)، (ت) و (پ)      (۴) (ب) و (پ)
- ۸۰ - مقدار m گرم پتاسیم هیدروکسید را در ۲ لیتر آب حل کرده و با افزودن آب مقطر حجم محلول حاصل را به ۵ لیتر رسانده‌ایم. اگر pH محلول پایانی برابر ۱۲ باشد مقدار m کدام است؟ ( $\text{H} = 1, \text{O} = 16, \text{K} = 39 : \text{g.mol}^{-1}$ )
- (۱) ۲/۸      (۲) ۱/۱۲      (۳) ۰/۲۸      (۴) ۰/۱۱۲
- ۸۱ - مقدار ۸ گرم سدیم خالص را در ۲۰۰ میلی لیتر آب انداخته و پس از مصرف تمامی سدیم با افزودن آب مقطر حجم محلول حاصل را به ۵۰۰ میلی لیتر رسانده‌ایم. اگر حجم گاز هیدروژن تولیدشده در واکنش در شرایط STP برابر ۵۶ میلی لیتر باشد pH محلول رقیق شده کدام است و برای خنثی کردن کامل این محلول چند مول هیدروکلریک اسید لازم است؟ ( $\text{H} = 1, \text{O} = 16, \text{Na} = 23 : \text{g.mol}^{-1}$ )
- (۱) ۰/۰۵، ۱۲      (۲) ۰/۰۰۲، ۱۲/۴      (۳) ۰/۰۰۵، ۱۲      (۴) ۰/۰۲، ۱۲/۴
- ۸۲ - هرگاه در محلول  $\text{M}^+$  اسید HA در دمای  $25^\circ\text{C}$  از هر ۱۰۰۰ مولکول آن، تنها ۲۰ مولکول یونش یابد، درصد یونش این اسید و pH محلول به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ ( $\log 2 = ۰/۳$ )
- (۱) ۲/۷، ۲      (۲) ۲/۳، ۰/۲      (۳) ۲/۳، ۲      (۴) ۲/۷، ۰/۲
- ۸۳ - کدام مطلب نادرست است؟
- (۱) الکتروشیمی افزون بر تهیه مواد جدید به کمک انرژی الکتریکی، می‌تواند در راستای پیاده کردن اصول شیمی سبز گام بردارد.
- (۲) با دو تیغه از جنس مس یا روی و با میوه‌ای مانند لیمو می‌توان نوعی باتری ساخت و با آن یک لامپ LED را روشن کرد.
- (۳) اکسیژن نافلزی فعال است که با اغلب فلزها واکنش می‌دهد و آنها را به اکسید فلز تبدیل می‌کند.
- (۴) در واکنش ترمیت فلزی که واکنش پذیری بیشتری دارد اکسایش یافته و نقش کاهنده دارد.
- ۸۴ - کدام موارد از مطالب زیر درست‌اند؟
- (آ) در واکنش فلز روی با محلول هیدروکلریک اسید اتم‌های هیدروژن الکترون گرفته و کاهش می‌یابند.
- (پ) در واکنش  $\text{Cu(s)} + \text{Zn}^{2+}(aq) \rightarrow \text{Cu}^{2+}(aq) + \text{Zn(s)}$  به ازای داد و ستد ۲ مول الکترون ۱ مول فلز روی تولید می‌شود.
- (ت) در برخی واکنش‌های اکسایش - کاهش افزون بر داد و ستد الکترون، انرژی نیز آزاد می‌شود.
- (ث) اگر با قرار دادن تیغه M در محلول مس (II) سولفات‌دمای محلول تغییری نکند فلز M می‌تواند Cu، Au یا Ag باشد.
- (۱) (آ)، (ب) و (ث)      (۲) (ب)، (پ) و (ت)      (۳) (پ) و (ت)      (۴) (آ)، (ت) و (پ)
- ۸۵ - کدام گزینه درست است؟
- (۱) قدرت کاهنده‌ی فلزهای واسطه، همواره از قدرت کاهنده‌ی فلزهای اصلی کمتر است.
- (۲) در سلول گالوانی روی - هیدروژن، جرم تیغه فلزی در بخش کاتدی سلول ثابت می‌ماند.
- (۳) واکنش‌پذیری لیتیم از پتاسیم کمتر بوده و قدرت کاهنده‌ی پتاسیم از لیتم بیشتر است.
- (۴) در سلول گالوانی Al-Cu الکترود Al کاهش جرم داشته و در بخش کاتدی شدت رنگ آبی محلول افزایش می‌یابد.

محل انجام محاسبه

- ۸۶ در سلول گالوانی آلمینیم - روی به ازای دادوستد  $10^{23} \times 10^{20} \text{ الکترون شمار اتم‌های فلزی اکسایش یافته چقدر بوده و تغییر جرم} (\text{Zn} = 65, \text{Al} = 27 : \text{g.mol}^{-1})$

$$\text{E}^\circ(\text{Al}^{3+} / \text{Al}) = -0,66$$

$$\text{E}^\circ(\text{Zn}^{2+} / \text{Zn}) = -0,76$$

$$19/5, 6/0 \times 10^{23} \quad 19/5, 6/0 \times 10^{22} \quad 9/75, 6/0 \times 10^{22} \quad 9/75, 6/0 \times 10^{23} \quad (1)$$

- ۸۷  $\text{E}^\circ$  سلول گالوانی آهن - نقره برابر  $1/24$  ولت می‌باشد. اگر  $\text{E}^\circ$  سلول گالوانی  $\text{Fe}-\text{M}$  برابر  $0/78$  ولت باشد،  $\text{E}^\circ$  سلول گالوانی حاصل از نقره و M کدام است؟

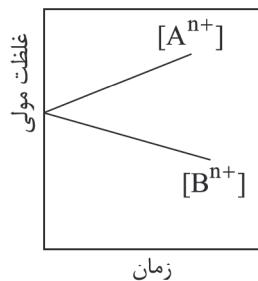
$$\text{E}^\circ(\text{Fe}^{2+}(\text{aq}) / \text{Fe}(\text{s})) = -0,44, \text{ ولت}, \text{E}^\circ(\text{Ag}^+(\text{aq}) / \text{Ag}(\text{s})) = 0,8$$

$$0/34 \quad 2/0 \quad 1/14 \quad 0/46 \quad (1)$$

- ۸۸ تفاوت عدد اکسایش اتم N در یون نیترات با عدد اکسایش کدام اتم مشخص شده بیشتر است؟



- ۸۹ نمودار زیر تغییر غلظت یون‌ها در یک سلول گالوانی را نشان می‌دهد با توجه به آن کدام موارد از مطالعه زیر درست است؟



(آ) الکترود A آند و الکترود B کاتد این سلول گالوانی را تشکیل می‌دهد.

ب) جهت حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی از الکترود B به الکترود A می‌باشد.

پ) قدرت اکسندگی  $\text{A}^{n+}$  از قدرت اکسندگی  $\text{B}^{n+}$  کمتر است.

ت) اگر B فلز آلمینیم باشد A می‌تواند فلز روی یا مس باشد.

ث) محلول آبی نمک‌های فلز A را می‌توان در ظرفی از جنس فلز B نگهداری کرد.

(۱) (آ)، (پ) و (ث)      (۲) (ب)، (پ) و (ت)

(۳) (آ)، (ت) و (ث)      (۴) (ب)، (پ) و (ت)

- ۹۰ همه عبارت‌های زیر درست‌اند به جز.....

(۱) مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در واکنش  $\text{Fe}(\text{s}) + \text{H}_2\text{O}(\text{l}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightarrow \text{Fe}(\text{OH})_3(\text{s})$  پس از موازنیه برابر ۱۷ می‌باشد.

(۲) زنگ زدن آهن و ایجاد زنگار سبز بر سطح فلزهای مانند مس و نقره نمونه‌هایی از خوردگی هستند.

(۳) یون‌های سدیم بسیار پایدارتر از اتم‌های سدیم هستند و برای تهیه فلز سدیم باید انرژی زیادی مصرف کرد.

(۴) آب خالص رسانایی الکتریکی ناچیزی دارد از این رو برای برقراری برقکافت آن باید اندکی الکتروولیت به آن افزود.

- ۹۱ پاسخ درست هر سه جای خالی زیر در کدام گزینه بیان شده است؟

آ) در آبکاری یک قاشق فولادی با فلز نقره، قاشق به قطب ..... با تری متصل می‌شود.

ب) در واکنش  $\text{Cl}_2(\text{g}) + 2\text{KCl}(\text{aq}) \rightarrow \text{I}_2(\text{s}) + 2\text{KCl}(\text{aq})$ , گاز کلر نقش ..... دارد.

پ) در برقراری سدیم کلرید، برای پایین آوردن نقطه ذوب به آن مقداری ..... می‌افزایند.

(۱) مثبت، اکسنده، کلسیم کلرید      (۲) منفی، کاهنده، کلسیم اکسید

(۳) مثبت، کاهنده، کلسیم اکسید      (۴) منفی، اکسنده، کلسیم کلرید

-۹۲ نمونه‌ای از خاک رس دارای  $12/5$  درصد آب می‌باشد. اگر درصد جرمی  $\text{SiO}_2$  در این خاک برابر  $45$  درصد باشد و بر اثر حرارت دادن  $500$  گرم خاک رس جرم آب موجود در آن  $50$  گرم کاهش یابد درصد  $\text{SiO}_2$  در این خاک چند درصد افزایش یافته است؟

- (۱)  $40$       (۲)  $7/5$       (۳)  $5$       (۴)  $2/5$

-۹۳ همه عبارت‌های زیر درست‌اند، به جز ..... .

- (۱) خاک رس مخلوطی از عنصر گوناگون با درصدهای جرمی متفاوت است.
- (۲) سرخ فام بودن خاک رس را می‌توان به آهن (III) اکسید موجود در آن نسبت داد.
- (۳)  $\text{SiO}_2$  افزون بر خاک‌های رس، یکی از سازنده‌های اصلی بسیاری از سنگ‌ها، صخره‌ها و نیز شن و ماسه است.
- (۴) ترکیب‌های گوناگون سیلیسیم و اکسیژن بیش از  $90\%$  پوسته جامد زمین را تشکیل می‌دهند.

-۹۴ کدام موارد از مطالعه زیر درست‌اند؟

- (آ) سیلیسیم خالص به دلیل داشتن خواص نوری ویژه در ساخت منشورها و عدسی‌ها به کار می‌رود.
  - (ب) عنصرهای اصلی سازنده جامد‌های کوالانسی در طبیعت دو عنصر نخست گروه  $14$  جدول دوره‌ای می‌باشند.
  - (پ) چگالی گرافیت از چگالی الماس کمتر بوده و گرافیت برخلاف الماس رسانای برق می‌باشد.
  - (ت) رفتار شیمیایی مواد مولکولی به نوع و قدرت نیروهای بین مولکولی آن‌ها بستگی دارد.
  - (ث) در یک جامد کوالانسی میان همه اتم‌ها پیوندهای اشتراکی وجود دارد و چنین موادی دیرگداز هستند.
- (۱) (آ)، (ب) و (پ)      (۲) (ب)، (پ) و (ت)      (۳) (ب)، (پ) و (ث)      (۴) (آ)، (پ) و (ث)

-۹۵ کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) هیدروژن فلوئورید در مقایسه با نیتروژن در گستره دمایی بیشتری به حالت مایع می‌باشد.
- (۲) وجود سدیم کلرید و دیگر جامد‌های یونی در طبیعت نشان می‌دهد که نیروهای جاذبه میان یون‌های ناهمنام بر نیروهای دافعه میان آنها غالب است.

- (۳) عدد کوئوردیناسیون هریک از یون‌های  $\text{Na}^+$  و  $\text{Cl}^-$  در بلور سدیم کلرید با هم مساوی و برابر  $6$  می‌باشد.
- (۴) واژه شبکه بلوری برای توصیف آرایش سه‌بعدی و منظم اتم‌ها، مولکول‌ها و یون‌ها در حالت جامد به کار می‌رود.

-۹۶ در کدام گزینه آنتالپی فروپاشی شبکه بلور ترکیب‌های یونی داده شده به درستی مقایسه شده است؟



-۹۷ کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) در بین یون‌های  $\text{S}^{2-}$ ,  $\text{S}^{2-}$ ,  $\text{Mg}^{2+}$ ,  $\text{Na}^+$ ,  $\text{Cl}^-$ ,  $\text{Mg}^{2+}$  و  $\text{Li}^+$  بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین شعاع یون به ترتیب مربوط به  $\text{S}^{2-}$  و  $\text{Mg}^{2+}$  می‌باشد.

(۲) تفاوت آنتالپی فروپاشی شبکه  $\text{LiF}$  و  $\text{NaF}$  از  $\text{LiBr}$  و  $\text{NaBr}$  بیشتر است.

(۳) ضخامت گرافن به اندازه یک اتم کربن و مقاومت کششی آن حدود  $100$  برابر فولاد می‌باشد.

(۴) گرافیت و الماس هر دو جامد کوالانسی‌اند و ساختار هرکدام چینش سه‌بعدی اتم‌ها را نشان می‌دهد.

-۹۸ همه عبارت‌های زیر نادرست‌اند به جز ..... .

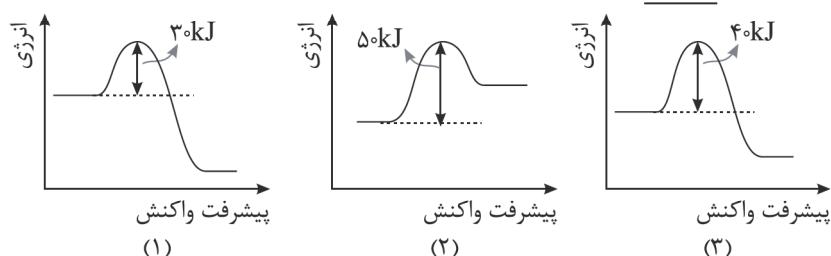
- (۱) به کمک مدل دریای الکترونی می‌توان واکنش پذیری و تنوع عدد اکسایش فلزها را توجیه کرد.
- (۲) واکنش تیتانیم با ذره‌های موجود در آب دریا ناچیز بوده و از آن در ساخت بدنه کشتی‌های اقیانوس‌پیما استفاده می‌شود.
- (۳) عناصری که در دما و فشار اتفاق به حالت مایع هستند جزو مواد مولکولی بهشمار می‌روند.
- (۴) ترتیب واکنش پذیری فلزهای کلسیم، روی، آهن و پتاسیم به صورت  $\text{K} > \text{Ca} > \text{Zn} > \text{Fe}$  است.

۹۹- کدام گزینه نادرست است؟

- ۱) از نظر تاریخی، ساخت آمونیاک، اوره و ویتامین (آ) قبل از مواد عایق گرما صورت گرفته است.
- ۲) برای شناسایی آلینده‌های مانند CO و اکسیدهای نیتروژن در هوکره می‌توان از طیفسنجی فروسرخ استفاده نمود.
- ۳) هرگاه در واکنش  $\text{CH}_4(g) + 2\text{O}_2(g) \rightarrow \text{CO}_2(g) + 2\text{H}_2\text{O}(g)$  حالت فیزیکی آب مایع باشد تفاوت سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها افزایش می‌یابد.

۴) در واکنش گاز هیدروژن با هالوژن  $X_2$  در دمای  $25^\circ\text{C}$  با افزایش واکنش‌پذیری هالوژن انرژی فعالسازی واکنش افزایش می‌یابد.

۱۰۰- با توجه به نمودارهای زیر چند مورد از عبارت‌های زیر نادرست است؟



آ) در شرایط یکسان سرعت واکنش (۱) در مقایسه با دو واکنش دیگر بیشتر است.

ب) مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش‌دهنده در واکنش (۲) از فراورده‌ها کمتر است.

پ) اگر واکنش (۱) به واکنش هیدروژن و اکسیژن در دمای اتاق مربوط باشد، واکنش (۳) را می‌توان به سوختن فسفر سفید در همین دما نسبت داد.

ت) در شرایط یکسان گرمای آزاد شده در واکنش (۳) در مقایسه با واکنش (۱) کمتر است.

۱) صفر ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۳

۱۰۱- کدام مطلب نادرست است؟

۱) واکنش (۱)  $\text{O}_2(g) + 2\text{H}_2(g) \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}(g)$  در دمای  $25^\circ\text{C}$  در حضور پودر روی سریع و در حضور توری پلاتینی، انفجاری است.

۲) کاتالیزگر انرژی فعالسازی رفت و برگشت، مسیر انجام واکنش و تفاوت سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها را تغییر می‌دهد.

۳) کاتالیزگر اغلب اختصاصی و انتخابی عمل می‌کند و در حضور کاتالیزگر نباید واکنش‌های ناخواسته دیگری انجام شود.

۴) در واکنش  $\text{NO}(g) + \text{NO}_2(g) + 3\text{H}_2\text{O}(g) \rightarrow 2\text{N}_2(g) + \text{NH}_3(g)$ ، آمونیاک نقش کاهنده دارد.

۱۰۲- همه عبارت‌های زیر درست‌اند به جز.....

۱) فناوری را می‌توان به کار بدن دانش برای حل یک مسئله در صنعت یا زندگی روزانه برای رسیدن به هدفی خاص دانست.

۲) در شرایط مناسب و استفاده از مواد لازم از الکل‌ها می‌توان ترکیباتی مانند آلدھید، کتون، آمین و کربوکسیلیک اسید تهییه نمود.

۳) یک واکنش شیمیایی هنگامی از دیدگاه اتمی به صرفه‌تر است که شمار بیشتری از اتم‌های واکنش‌دهنده به فراورده‌های سودمند تبدیل شود.

۴) در واکنش (۱)  $\text{CO}(g) + 2\text{H}_2(g) \xrightarrow[\text{دما و فشار مناسب}]{\text{کاتالیزگر}} \text{CH}_3\text{OH}(l)$  در فشار ۵ atm است.

محل انجام محاسبه

۱۰۳ - کدام مطلب درست است؟

۱) در برخی کشورها برای افزایش بازده فراوردهای کشاورزی گاز آمونیاک را به عنوان کود شیمیایی به‌طور مستقیم به خاک تزریق می‌کنند.

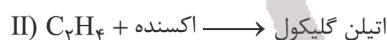
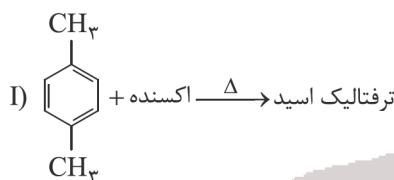
۲) با کاهش فشار در دمای ثابت تعادل  $O_2(g) + 2SO_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g)$  تعادل در جهت برگشت جابه‌جا شده و ثابت تعادل کاهش می‌یابد.

۳) نمودار واستگی درصد مولی آمونیاک با دما برخلاف نمودار واستگی درصد مولی آمونیاک با فشار به صورت خطی می‌باشد.  
۴) در شرایط بهینه هابر برای تولید آمونیاک تنها ۲۸ درصد مولی مخلوط را آمونیاک تشکیل می‌دهد.

۱۰۴ - مقدار ۵ مول A و ۱۰ مول B را در ظرف سربسته ۵ لیتری تا برقاری تعادل گازی  $2C + A \rightleftharpoons 3B$  حرارت داده‌ایم. اگر مجموع غلظت‌های تعادلی مواد شرکت‌کننده در تعادل برابر ۲ مول بر لیتر باشد ثابت تعادل در شرایط آزمایش کدام است و در ظرف تعادل چند مول C وجود دارد؟

۱) ۱، ۱۶ ۲) ۵، ۴ ۳) ۵، ۱۶ ۴) ۱، ۴

۱۰۵ - با توجه به واکنش‌های زیر ترتالیک اسید و اتیلن گلیکول در چند مورد از موارد زیر با یکدیگر تفاوت دارند؟



آ) شمار پیوندهای C-H ۱) داشتن اتم کربن با عدد اکسایش-۱

ب) توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی ۲) شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی

ت) نسبت شمار پیوندهای O-H به O-C ۳) شمار اکسایش-۱

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۱

محل انجام محاسبه



# مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

آزمون شماره ۱۳  
۱۴۰۲ اردیبهشت



## پاسخنامه ریاضی - فیزیک

ردیف	نام درس	سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستار
۱	حسابان		حسین شفیعزاده - مهرداد کیوان	داریوش امیری - محسن شریفی
۲	هندسه	مهریار راشدی	علیرضا شیرازی - حسن محمدبیگی	داریوش امیری - سینا پرهیزکار
۳	گسسته	رضا توکلی	کیوان دارابی	سینا پرهیزکار - مهدیار شریف
۴	فیزیک	جواد قزوینیان	علی پیمانی	امیرعلی قزوینیان - محمدرضا خادمی
۵	شیمی	مسعود جعفری	محمد عظیمیان زواره	آرمین عظیمی - کارو محمدی

گروه تایپ و ویراستاری (به ترتیب حروف الفبا)
زهرا احدی - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - معین الدین تقیزاده - کبری سلیمانی - مهرداد شمسی - فریبا مرادزاده

برای اطلاع از اخبار مرکز سنجش آموزش مدارس برتر، به کanal تلگرام [@taraaznet](https://t.me/taraaznet) مراجعه نمایید.



پایه دوازدهم . آزمون ۱۳ . پاسخنامه ریاضی فیزیک

مرکز تحصیلی آموزش مدرس برتر

حسابان

۷. گزینه ۳ صحیح است.

صورت کسر ریشه ندارد پس به شرطی فقط یک مجانب قائم داریم که مخرج ریشه مضاعف داشته باشد.

$$2x^3 + 12x + a = 0$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow 144 - 8a = 0 \Rightarrow a = 18$$

خط  $y = \frac{b}{x}$  مجانب افقی و خط  $x = -3$  مجانب قائم است. نقطه  $A(-3, \frac{b}{3})$  نقطه برخورد مجانب هاست.

$$(OA)^2 = 25 = 9 + \frac{b^2}{9} \Rightarrow |b| = 6$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۶۹)

۸. گزینه ۲ صحیح است.

$$f'(x) = 2 + \frac{x-1}{\sqrt{x^2 - 2x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [\frac{1}{x}] (2 + \frac{4x-1}{\sqrt{(4x)^2 - 8x}})$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} (-1)(2 + \frac{4x}{|4x|}) = (-1)(2 - 1) = -1$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۶۶)

۹. گزینه ۱ صحیح است.

$$y = f(x + \sqrt{x}) \Rightarrow y'(x) = (1 + \frac{1}{2\sqrt{x}})f'(x + \sqrt{x})$$

$$y'(1) = \frac{3}{2}f'(2)$$

اما برای یافتن  $f'(2)$  داریم:

$$f(x) = (x^2 - \frac{\lambda}{x})\sqrt{3x+2}$$

↓

$$= 2x + \frac{\lambda}{x^2}$$

$$f'(2) = (4 + \frac{\lambda}{4})\sqrt{\lambda} = 12$$

$$y'(1) = \frac{3}{2} \times 12 = 18$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۶۶)

۱۰. گزینه ۴ صحیح است.

از طرفین مشتق می‌گیریم:

$$g(3x) = f(\sqrt[3]{x}) \Rightarrow 3g'(3x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}f'(\sqrt[3]{x})$$

$$\Rightarrow 3g'(3x) = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}f'(\sqrt[3]{x})$$

$$\Rightarrow 9g''(3x) = \frac{1}{3}x^{-\frac{5}{3}}f'(\sqrt[3]{x}) + \frac{1}{9\sqrt[3]{x^5}}f''(\sqrt[3]{x})$$

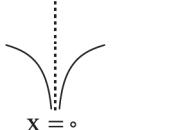
$$\xrightarrow{x=1} 9g''(3) = -\frac{5}{9}f'(1) + \frac{1}{9}f''(1) \Rightarrow 9g''(3) = \frac{1}{9}(\frac{f''(1)}{3} - \frac{5}{9}f'(1)) = \frac{1}{3}$$

$$g''(3) = \frac{1}{27}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۶۱)

۱۱. گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا مشتق تابع را به دست می‌آوریم.



$$y' = \frac{3x^2 - 1}{3\sqrt[3]{(x^2 - x)^2}}$$

$x = 0$  مجانب قائم  $f'$  است. زیرا  $f'$  در  $x = 0$  مماس قائم دارد.

$$\lim_{x \rightarrow 0} f'(x) = -\infty$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۱)

۱. گزینه ۱ صحیح است.

$$y = \frac{1}{-2x-1}$$

$$y = \frac{1}{-(2(x-3))-1} = \frac{1}{5-2x} = f(x)$$

$$y = f(\frac{2-x}{3}) = \frac{1}{5-2(\frac{2-x}{3})} = \frac{3}{11+2x}$$

$$\text{فاصله } x = -\frac{11}{2} \text{ از خط } x = \frac{1}{2} \text{ برابر ۶ است.}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه های ۱۳ و ۵۵)

۲. گزینه ۴ صحیح است.

$$x = 1 \Rightarrow f(1) = 1 + a - 2 + \frac{f(1)}{2} \Rightarrow f(1) = -2 + 2a$$

$$\Rightarrow f(x) = x^2 + ax^2 - 2x + a - 1$$

$$f(3) = 0 \Rightarrow 27 + 9a - 6 - 1 + a = 0 \Rightarrow a = -2$$

$$x = -2 \Rightarrow R = f(-1) + 2f(-1) = 3f(-1) = 3(-1 - 2 + 2 - 3) = -12$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۹)

۳. گزینه ۴ صحیح است.

دقت کنید  $a < 0$  است.

$$T = 4\pi = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = \frac{1}{2}$$

$$\max = c - a = 6$$

$$f(\frac{1+\pi}{3}) = 0 \Rightarrow c + a \cos \frac{1+\pi}{3} b = 0 \Rightarrow c + a \cos \frac{\pi}{3} = 0 \Rightarrow c + \frac{a}{2} = 0$$

$$\begin{cases} c - a = 6 \\ c + \frac{a}{2} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 2 \\ a = -4 \end{cases} \Rightarrow ac - |b| = -8/5$$

(حسابان دوازدهم، صفحه های ۲۱ و ۳۳)

۴. گزینه ۱ صحیح است.

$$\tan(x + \frac{\pi}{3}) = -\tan(x + \frac{2\pi}{3}) = \tan(-x - \frac{\pi}{3})$$

$$\Rightarrow x + \frac{\pi}{3} = -x - \frac{\pi}{3} + k\pi$$

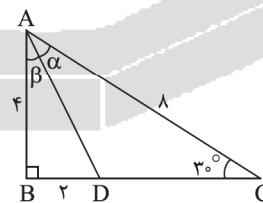
$$\Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2}$$

$$\cos(2\alpha + \frac{\pi}{3}) = \cos(\pi + \frac{\pi}{3}) = -\frac{1}{2}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۴۲)

۵. گزینه ۳ صحیح است.

طول AB نصف AC است.



$$\tan \alpha = \tan(\frac{\pi}{3} - \beta) = \frac{\tan \frac{\pi}{3} - \tan \beta}{1 + \tan \frac{\pi}{3} \tan \beta}$$

$$= \frac{\sqrt{3} - \frac{1}{2}}{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 2} = \frac{(2\sqrt{3} - 1)(2 - \sqrt{3})}{4 - 3} = 5\sqrt{3} - 8$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۳۳)

۶. گزینه ۳ صحیح است.

مخرج کسر برابر صفر است.

صورت کسر باید منفی باشد.

$$a\pi + b < 0 \Rightarrow b < -\frac{\pi}{a} \Rightarrow 2b < -\pi \Rightarrow [2b] \leq -4$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۵۱)



# مرکز نجات آموزش مدارس برتر

## ۱۷. گزینه ۴ صحیح است.

تابع فقط یک مجانب قائم دارد پس مخرج یک ریشه دارد به طوری که باید مخرج ریشه مضاعف داشته باشد و یکی از ریشه‌های مخرج با صورت ساده شود.

$$\Delta = c^2 - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} c = 2 \\ c = -2 \end{cases}$$

ریشه مخرج مثبت است.

$$f(x) = \frac{2x^2 + ax + b}{(x-1)^2}$$

$$f(0) = -1 \Rightarrow b = -1$$

$$2 + a - 1 = 0 \Rightarrow a = -1$$

$x = 1$  ریشه صورت است. پس:  
در کل داریم:

$$f(x) = \frac{(x-1)(2x+1)}{(x-1)^2} = \frac{2x+1}{x-1}$$

چون  $\frac{1}{x}$  طول نقطه تلاقی با محور طول هاست.  
پس:

$$f'(x) = \frac{-3}{(x-1)^2} \Rightarrow f'(-\frac{1}{2}) = \frac{-3}{\frac{9}{4}} = -\frac{4}{3}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۴۱)

## هندسه

## ۱۸. گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا ماتریس AC را به دست می‌آوریم.

$$AC = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -4 & -1 \\ 1 & 1 & -4 \\ -4 & 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -3 & -5 \\ -4 & 6 & -4 \\ 2 & -3 & 9 \end{bmatrix}$$

اگر نون فقط درایه‌های قطر اصلی ماتریس ACB را پیدا می‌کنیم.

$$ACB = \begin{bmatrix} 2 & -3 & -5 \\ -4 & 6 & -4 \\ 2 & -2 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix}$$

پس مجموع درایه‌های قطر اصلی ماتریس ACB برابر ۲ است.  
(هندسه دوازدهم، صفحه ۱۱۱)

## ۱۹. گزینه ۴ صحیح است.

می‌دانیم ماتریس  $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  عضو خنثی ضرب است پس تساوی داده شده به صورت زیر است:

$$A \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{طرفین را از سمت راست در اورون ماتریس دوم ضرب می‌کنیم}} A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \left( \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \right) \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & -7 \end{bmatrix}$$

بنابراین:

$$A^{-1} = \frac{1}{-3} \begin{bmatrix} -7 & -1 \\ -3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{7}{3} & \frac{1}{3} \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

پس مجموع درایه‌های ماتریس  $A^{-1}$  برابر  $\frac{11}{3} + 1 = \frac{14}{3}$  است.  
(هندسه دوازدهم، صفحه ۱۳۶)

## ۲۰. گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا دترمینان A را به دست می‌آوریم.

$$2A = \begin{vmatrix} |A| & 2 \\ -1 & |A| \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{از طرفین دترمینان می‌گیریم}} |2A| = \begin{vmatrix} |A| & 3 \\ -1 & |A| \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow 4|A| = |A|^3 + 3 \Rightarrow |A|^3 - 4|A| + 3 = 0 \xrightarrow{\substack{\text{جمع ضرایب} \\ \text{صفراست}}} \begin{cases} |A| = 1 \\ |A| = 3 \end{cases}$$

چون  $\frac{3}{2} |A| > 3$  پس  $|A| = 3$  قابل قبول است.

## ۱۲. گزینه ۴ صحیح است.

نکته: آهنگ تغییر لحظه‌ای یعنی مقدار مشتق در آن نقطه.  
ابتدا مساحت مستطیل را بر حسب مختصات A می‌نویسیم.

$$A \begin{vmatrix} x \\ 6-x^2 \end{vmatrix} \quad S = 2x(6-x^2) = (6x-x^3) \times 2$$

$$S'(x) = 2(6-2x^2) \Rightarrow S'(2) = 2(6-12) = -12 \Rightarrow |S'| = 12$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۰۴)

## ۱۳. گزینه ۲ صحیح است.

$$f'(x) = \frac{2x\sqrt{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}}(x^2 + 12)}{x} = \frac{3x^2 - 12}{2x\sqrt{x}}$$

$D_f = (0, +\infty)$   $f' \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ - & + \end{vmatrix}$  را تعیین علامت می‌کنیم.

تابع در بازه  $(0, +\infty)$  یا  $(2, +\infty)$  معدود اکید است پس حداقل مقدار  $\alpha$  برابر ۲ است.

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۲۱)

## ۱۴. گزینه ۱ صحیح است.

$$D_f = [-1, 1] \Rightarrow \begin{cases} f(0) = 1+2k \\ f(-1) = 2k-1 \end{cases}$$

$$f'(x) = 1 + \frac{-6x}{\sqrt{3-3x^2}} = 1 + \frac{-3x}{\sqrt{3-3x^2}} = 0$$

$$\sqrt{3-3x^2} = 3x$$

$$x > 0 \Rightarrow 12x^2 = 3 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$f(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{9}{4}} + 2k = 2k + 2$$

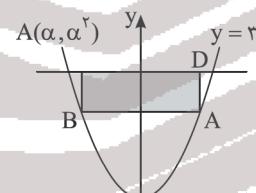
مطلوب  $\max = 2k + 2$  مطلوب  $\min = 2k - 1$

$$2k + 2 = 8 \Rightarrow k = 3 \Rightarrow \min = 6 - 1 = 5$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۲۵)

## ۱۵. گزینه ۳ صحیح است.

اگر رأس مستطیل که روی سه‌می در ناحیه اول واقع شده است را A در نظر بگیریم



$$AB = 2x_A = 2\alpha = 2\alpha$$

$$AD = 2 - y_A = 2 - \alpha^2 = 2 - \alpha^2$$

$$S = 2\alpha(3 - \alpha^2) = 6\alpha - 2\alpha^3$$

$$S' = 6 - 6\alpha^2 = 0 \Rightarrow \alpha = 1 \Rightarrow S_{\max} = 4$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۱۹)

## ۱۶. گزینه ۴ صحیح است.

$$f'(x) = 2\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}}(2x+6) = 2\sqrt{x} + \frac{x+3}{\sqrt{x}}$$

$$f''(x) = \frac{3x+3}{\sqrt{x}} \Rightarrow f''(x) = \frac{3\sqrt{x} - 1}{x}$$

$$f''(x) = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow A(1, 4)$$

طف از

$$m_{OA} = \frac{\Delta}{l} = \lambda$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۳۱)



پایه دوازدهم . آزمون ۱۳ . پاسخنامه ریاضی فیزیک

مرکز تحصیلی آموزش مدرس برتر

بنابراین:

$$2A = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & \frac{3}{2} \\ \frac{-1}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow A - I = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & \frac{3}{2} \\ \frac{-1}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

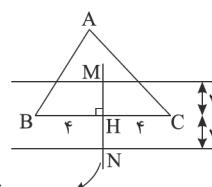
$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow |A - I| = 1$$

$$|A^T - 2A + I| = |(A - I)^T| = |A - I|^T = 1^T = 1$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۰)

۲۱. گزینه ۲ صحیح است.

مکان هندسی نقاطی که از BC به فاصله ۲ هستند دو خط موازی BC در طرفین آن است و مکان هندسی نقاطی که از نقاط B و C به یک فاصله اند عمودمنصف BC است. پس نقاط تلاقی این دو مکان یعنی نقاط M و N مکان مورد نظر این سؤال هستند.



سوال فاصله M یا N را تا رأس C می‌خواهد. در مثلث MHC با استفاده از قضیه فیثاغورس می‌نویسیم.

$$\triangle MHC : MC^2 = MH^2 + CH^2 = 2^2 + 4^2 = 20 \Rightarrow MC = 2\sqrt{5}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۷)

۲۲. گزینه ۴ صحیح است.

ابتدا معادله دایره محیطی مثلث ABC را به دست می‌آوریم.

$$\left. \begin{aligned} m_{AB} &= \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{-4}{8} = -\frac{1}{2} \\ m_{BC} &= \frac{y_B - y_C}{x_B - x_C} = \frac{4}{-2} = -2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow m_{AB} = -\frac{1}{m_{BC}} \Rightarrow AB \perp BC$$



بنابراین مثلث ABC در رأس B قائم الزاویه است. پس AC قطر دایره محیطی مثلث ABC است؛ در نتیجه O (مرکز دایرة محیطی) وسط

AC و شعاع این دایره  $\frac{AC}{2}$  است.

$$O = \frac{A+C}{2} = (-1, 2), R = \frac{AC}{2} = \frac{1}{2} = 5$$

می‌دانیم اگر خط d در رأس A بر دایرة محیطی مثلث ABC مماس باشد آنگاه شبیه خط d عکس و قرینه شبیه OA است.

بنابراین:

$$m_{OA} = \frac{y_A - y_O}{x_A - x_O} = \frac{0 - 2}{8 - (-1)} = \frac{0}{9} = 0$$

پس شبیه خط d تعریف نشده است یعنی خط d موازی با محور y ها است پس معادله آن به صورت  $x = 4$  می‌باشد.

راحل دوم:

فرض کنید معادله دایرہ محیطی به صورت

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$$

قرار دهید و با حل دستگاه مقادیر a و b و c را پیدا کنید و بعد معادله خط مماس را پیدا کنید.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۶)

۲۳. گزینه ۳ صحیح است.

بیشترین فاصله نقاط روی بیضی برابر قطر بزرگ بیضی است  
پس  $2a = 10$  در نتیجه  $a = 5$ . چون M روی بیضی قرار دارد،  
پس  $MF + MF' = 2a = 10$  و داریم:

$$MF + MF' = 10 \rightarrow MF + MF' + 2MF \times MF' = 100$$

$$\Rightarrow MF + MF' + 2(4) = 100 \Rightarrow MF + MF' = 92$$

اکنون با استفاده از قضیه کسینوس‌ها می‌نویسیم:

$$\Delta MFF' : FF'^2 = MF^2 + MF'^2 - 2MF \times MF' \times \cos 60^\circ$$

$$\Rightarrow FF'^2 = 92^2 - 4^2 = 88 \rightarrow FF' = 88 \Rightarrow c^2 = 88$$

بنابراین:

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow b^2 = 5^2 - 22 = 3 \Rightarrow b = \sqrt{3}$$

در نتیجه:

$$2b = 2\sqrt{3}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۵۷)

۲۴. گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا معادله سهمی را به صورت استاندارد می‌نویسیم.

$$x^2 + 2mx - my + 3m^2 = 0 \Rightarrow (x+m)^2 - m^2 = my - 2m^2$$

$$\Rightarrow (x+m)^2 = my - 2m^2 \Rightarrow (x+m)^2 = m(y - 2m)$$

پس این سهمی قائم است. از آنجا که علامت m مشخص نیست دو حالت را در نظر می‌گیریم.

حال اول: اگر  $m > 0$  باشد آنگاه  $4a = m$  پس  $a = \frac{m}{4}$  و رأس سهمی  $S = (-m, 2m)$  است. در این حالت سهمی قائم رو به بالا است و داریم:

$$y = -a + \beta \frac{a = \frac{m}{4}}{\beta = \gamma m} \rightarrow y = -\frac{m}{4} + 2m \rightarrow y = -\frac{\gamma}{4} + 2m$$

این مقدار برای m قابل قبول نیست زیرا  $m > 0$  فرض شده است.  
حالت دوم:

اگر  $m < 0$  باشد آنگاه  $4a = -m$  پس  $a = -\frac{m}{4}$  و رأس سهمی  $S = (-m, 2m)$  است. در این حالت سهمی قائم رو به پایین است.  
داریم:

$$y = a + \beta \frac{a = -\frac{m}{4}}{\beta = \gamma m} \rightarrow y = -\frac{m}{4} + 2m \rightarrow y = -\frac{\gamma}{4} + 2m$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۵۱)

۲۵. گزینه ۴ صحیح است.

یال MN روی صفحات  $z = 1$  قرار دارد و ارتفاع نقطه روی این یال در فاصله  $z \leq 2$  قرار دارند.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۶۱)

۲۶. گزینه ۳ صحیح است.

اگر  $\theta$  زاویه بین دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  باشد داریم:

$$|\vec{a} \times (\vec{b} - \vec{a})| = 4 \Rightarrow |\vec{a} \times \vec{b} - 2\vec{a} \times \vec{a}| = 4 \Rightarrow |\vec{a} \times \vec{b}| = 4$$

$$\Rightarrow |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta = 4 \Rightarrow 3 \times 2 \times \sin \theta = 4 \Rightarrow \sin \theta = \frac{2}{3}$$

بنابراین:

$$\cos \theta = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \theta} \rightarrow \cos \theta = -\sqrt{1 - \frac{4}{9}} = -\sqrt{\frac{5}{9}} = -\frac{\sqrt{5}}{3}$$

در نتیجه:

$$2\vec{b} \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = 2\vec{b} \cdot \vec{a} + 2\vec{b} \cdot \vec{b} = 2 |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta + 2 |\vec{b}|^2 =$$

$$2(2)(-\frac{\sqrt{5}}{3}) + 8 = 8 - 4\sqrt{5}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۱۱)

# مکرر نجاش آموزش مدارس برتر

## پایه دوازدهم . آزمون ۱۳۰ . پاسخنامه ریاضی فیزیک



حال مقادیر  $n$  را به گونه‌ای تعیین می‌کنیم که  $d = 19$

$$d = 19 \Rightarrow 19 | 2n + 1 \Rightarrow 2n + 1 \equiv 0 \Rightarrow 2n \equiv -1 \equiv 18$$

$$\Rightarrow n \equiv 9 \Rightarrow n = 19k + 9$$

$$k = 4 \Rightarrow n = 85 \Rightarrow n_{\text{ارقام}} = 8 + 5 = 13$$

(ریاضیات گسته، صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۳۱. گزینه ۱ صحیح است.

۷۲ پیمانه بزرگی است، پس آن را به دو عدد نسبت به هم اول تجزیه می‌کنیم.

$$72 = 9 \times 8, (9, 8) = 1$$

حال باقیمانده عدد  $A = 3^{23}(2^{22} - 1)$  را هم بر ۸ و هم بر ۹ به دست می‌آوریم:

$$3^2 \equiv 1 \pmod{8} \Rightarrow 3^{23} \equiv 1 \Rightarrow A \equiv 0$$

$$\begin{cases} 3^2 \equiv 1 \Rightarrow 3^{22} \equiv 1 \Rightarrow 3^{23} \equiv 3 \\ 3^2 \equiv 1 \pmod{9} \Rightarrow 3^{22} \equiv 1 \Rightarrow 3^{23} \equiv -1 \end{cases} \Rightarrow A \equiv 3(-1) \equiv -3 \equiv 5$$

بنابراین:

$$\begin{cases} A \equiv 0 \pmod{8} \\ A \equiv 5 \pmod{9} \end{cases} \Rightarrow A \equiv 45 \pmod{72} \Rightarrow A \equiv 45$$

(ریاضیات گسته، صفحه‌های ۱۴ و ۲۳)

۳۲. گزینه ۳ صحیح است.

$$135x + 195y = 300 \Rightarrow 9x + 13y = 20 \Rightarrow 9x \equiv 20 \equiv 18 \pmod{13}$$

$$\Rightarrow x \equiv 2 \Rightarrow x = 13k + 2$$

حال با جایگذاری  $x$  در معادله،  $y$  را پیدا می‌کنیم.

$$9x + 13y = 20 \Rightarrow 9(13k + 2) + 13y = 20 \Rightarrow 13y = 182 - 9 \times 13k \Rightarrow y = 14 - 9k$$

$x$  و  $y$  دو عدد طبیعی هستند، بنابراین:

$$1 \leq x \Rightarrow 1 \leq 13k + 2 \Rightarrow 0 \leq k$$

$$1 \leq y \Rightarrow 1 \leq 14 - 9k \Rightarrow 9k \leq 14 \Rightarrow k \leq 1$$

بنابراین:

$$k = 0 \Rightarrow x_{\min} = 2$$

$$k = 1 \Rightarrow x_{\max} = 15 \Rightarrow x_{\text{ارقام}} = 6$$

(ریاضیات گسته، صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

۳۳. گزینه ۲ صحیح است.

اگر گراف اولیه  $K_p$  باشد، آنگاه گراف ثانویه  $K_{p+2}$  است. بنابراین:

$$q(K_p) + 2 = q(K_{p+2})$$

$$\Rightarrow \binom{p}{2} + 2 = \binom{p+2}{2} \Rightarrow \frac{p(p-1)}{2} + 2 = \frac{(p+2)(p+1)}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{p^2 - p + 4}{2} = \frac{p^2 + 3p + 2}{2}$$

$$\Rightarrow 4p = 4 \Rightarrow p = 1$$

حال باید تعداد دورهای به طول ۳ در  $K_1$  را بشماریم. هر ۳ رأسی که از ۱۰ رأس انتخاب کنیم، یک و تنها یک دور به طول ۳ تشکیل

می‌دهند. بنابراین تعداد این دورها برابر است با  $\binom{10}{3}$ .

$$\binom{10}{3} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2} = 120$$

(ریاضیات گسته، صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

۲۷. گزینه ۴ صحیح است.

مساحت متوازی‌الاضلاعی که روی بردارهای  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  ساخته می‌شود برابر

است. از فرض سؤال استفاده کرده حاصل  $\vec{a} \times \vec{b}$  را پیدا می‌کنیم.

$$(2\vec{a} - \vec{b}) \times (\vec{b} + \vec{a}) = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k} \Rightarrow 6\vec{a} \times \vec{b} - \vec{b} \times \vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$$

$$\Rightarrow 5\vec{a} \times \vec{b} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k} \Rightarrow 5|\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{9 + 4 + 16} \Rightarrow |\vec{a} \times \vec{b}| = \frac{\sqrt{29}}{5}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۱۱)

۲۸. گزینه ۱ صحیح است.

بردارهای  $\vec{a} + \vec{b}$  و  $\vec{a} - \vec{b}$  قطرهای متوازی‌الاضلاعی هستند که

بردارهای  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  دو ضلع آن هستند. از آنجا که دو بردار  $\vec{a} + \vec{b}$  و  $\vec{a} - \vec{b}$  همان‌دازه هستند پس قطرهای این متوازی‌الاضلاع مساویند پس

این متوازی‌الاضلاع مستطیل است.

بنابراین:

$$\vec{a} \perp \vec{b} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow 2m - 2 + 3m - 8 = 0 \Rightarrow m = 2$$

$$\vec{b} = (2, 2, 8), \vec{a} = (1, 3, -1)$$

از طرف دیگر حجم متوازی‌السطوحی است که روی بردارهای  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  ساخته می‌شود برابر با قدر مطلق ضرب مختلط این سه

بردار است. داریم:

$$(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \left( \frac{\vec{a} \times \vec{b}}{2} \right) = \frac{1}{4} |\vec{a} \times \vec{b}|^2$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 3 & -1 \\ 2 & 2 & 8 \end{vmatrix} = 26\vec{i} - 10\vec{j} - 4\vec{k}$$

$$= \frac{1}{4} (26^2 + 10^2 + 4^2) = \frac{1}{4} \times 2^2 (13^2 + 5^2 + 2^2) = 169 + 25 + 4 = 198$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۱۳)

### ریاضیات گسته

۲۹. گزینه ۳ صحیح است.

اگر دو عدد طبیعی را  $x$  و  $y$  بنامیم، آنگاه:

$$xy = 2(x+y) \Rightarrow xy = 2x + 2y \Rightarrow y(x-2) = 2x \Rightarrow y = \frac{2x}{x-2}$$

$$x, y \in \mathbb{N} \Rightarrow x-2 | 2x \Rightarrow \begin{cases} x-2 | 2x \\ x-2 | x-2 \Rightarrow x-2 | 2x-4 \end{cases} \Rightarrow x-2 | 4$$

$$\Rightarrow x-2 = \pm 1, \pm 2, \pm 4$$

$$\begin{cases} x-2 = -1 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = -2 \Rightarrow y \notin \mathbb{N} \\ x-2 = 1 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow y = 6 \Rightarrow x, y \in \mathbb{N} \Rightarrow |x-y| = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-2 = -2 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow x, y \notin \mathbb{N} \\ x-2 = 2 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow x, y \in \mathbb{N} \Rightarrow |x-y| = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-2 = -4 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow x \notin \mathbb{N} \\ x-2 = 4 \Rightarrow x = 6, y = 3 \end{cases}$$

جواب تکراری است.

بنابراین مسئله دو جفت جواب دارد و نفاضل دو عدد حداکثر برابر با ۳ است.

(ریاضیات گسته، صفحه‌های ۹ و ۱۰)

۳۰. گزینه ۴ صحیح است.

ابتدا سمت راست تساوی را محاسبه می‌کنیم.

$$3/(2n+1) = 1 \Rightarrow (3, 2n+1) = 1 \Rightarrow 3 \text{ اول است.}$$

بنابراین باید  $n$  هایی را بیاییم که:

$$(5n+1, 5n-7) \neq 1$$

برای این منظور ابتدا مقادیر مختلف  $(7, 5n+1, 5n-7)$  را تعیین می‌کنیم.

$$(5n+1, 5n-7) = d \Rightarrow \begin{cases} d | 5n+1 \Rightarrow d | 10n+5 \\ d | 5n-7 \Rightarrow d | 10n-14 \end{cases} \Rightarrow d | 19$$

$$\Rightarrow d = 1 \text{ یا } 19$$



## پایه دوازدهم - آزمون ۱۳ - پاسخنامه ریاضی فیزیک

# مرکز تحصیلی آموزش مدرس برتر

اما  $A$  مجموعه اعداد سه رقمی فاقد ۱ و  $B$  مجموعه اعداد سه رقمی فاقد ۲ است. در نتیجه:

$$|A' \cap B'| = |S| - |A| - |B| + |A \cap B|$$

$$= 9 \times 10^2 - 8 \times 9^2 - 8 \times 9^2 + 7 \times 8^2$$

$$= 900 - 8 \times 81 - 8 \times 81 + 7 \times 64$$

$$= 900 - 648 - 648 + 448$$

$$= 52$$

(ریاضیات گستاخ، صفحه های ۷۳ و ۷۴)

۴۰. گزینه ۴ صحیح است.

فرض می کنیم  $a$  و  $b$  دو عدد مطلوب باشند، در این صورت:

$$\begin{cases} a = 5k + 3 \\ b = 5k' + 3 \end{cases}, a + b = 101 \Rightarrow 5k + 3 + 5k' + 3 = 101$$

$$\Rightarrow 5(k + k') = 95 \Rightarrow k + k' = 19 \Rightarrow k = 1, 2, \dots, 18$$

که البته نصف جوابها تکراری هستند. مثلًا:

$$\begin{cases} k = 1, k' = 18 \Rightarrow a = 8, b = 93 \\ k = 18, k' = 1 \Rightarrow a = 93, b = 8 \end{cases}$$

پس ۹ جفت جواب قابل قبول داریم که به ترتیب زیر هستند:

$$\{8, 93\}, \{13, 88\}, \{18, 83\}, \{28, 73\}, \{33, 68\}$$

$$\{38, 63\}, \{43, 58\}, \{48, 53\}$$

حال در بدترین حالت باید ۸۲ عدد دیگر مجموعه غیر از این عدد

انتخاب کنیم، آنگاه از هر کدام از ۹ جفت بالا یک عدد انتخاب کنیم.

در این صورت  $8+9+8+9$  عدد انتخاب کرده‌ایم و هنوز دو عدد با مجموع

$101$  پیدا نکرده‌ایم. اما عدد بعدی که انتخاب شود، یکی از جفت‌ها را

تمکیل می‌کند. یعنی جواب نهایی برابر است با:

(ریاضیات گستاخ، صفحه های ۷۹ و ۸۰)

## فیزیک

۴۱. گزینه ۱ صحیح است.

$$\Delta x = v \Delta t$$

$$120 = 6 \cdot t_1 \Rightarrow t_1 = 2h$$

مدت زمان ۲ ساعت طول می‌کشد که پرنده به ایستگاه قطار برسد، در این مدت قطار به اندازه  $d_1$  به سمت ایستگاه در حرکت بوده است.

$$d_1 = 40 \times 2 = 80 \text{ km}$$

$$L_1 = 120 - d_1 = 40 \text{ km} : t_1$$

پرنده به سمت قطار حرکت می‌کند و پس از  $t_2$  به قطار می‌رسد:

$$L_1 = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| \Rightarrow 40 = 4 \cdot t_2 + 6 \cdot t_2 = 10 \cdot t_2$$

$$t_2 = 0.4h$$

در این مدت قطار به اندازه  $40 \cdot t_2$  به ایستگاه نزدیک‌تر شده و فاصله قطار تا ایستگاه در این لحظه:

$$L_2 = L_1 - 40 \cdot t_2 = 40 - 40 \times 0.4 \Rightarrow L_2 = 24 \text{ km}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۳ و ۱۴)

۴۲. گزینه ۲ صحیح است.

$$\therefore < t < 9 \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{9} \Rightarrow \Delta x = 22.5 \text{ m}$$

اگر لحظه تغییر جهت را  $t_1$  فرض کنیم، داریم:

$$\therefore < t < t_1 \Rightarrow \Delta x = 30 \text{ m}$$

$$\Delta x = -\frac{1}{2}at^2 + vt \Rightarrow 30 = -\frac{1}{2}at_1^2$$

$$t_1 < t < 9 \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2}at^2 + vt$$

$$22.5 - 30 = \frac{1}{2}a(9 - t_1)^2$$

به تقسیم این دو رابطه به هم داریم:

$$\frac{7.5}{22.5} = \frac{(9 - t_1)^2}{t_1^2} \Rightarrow \frac{9 - t_1}{t_1} = \frac{1}{2}$$

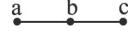
$$18 - 2t_1 = t_1 \Rightarrow t_1 = 6s$$

پس مدت زمان حرکت کندشونده برابر با ۶ ثانیه است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۵ و ۱۶)

۳۴. گزینه ۲ صحیح است.

در گراف  $P_n$  بین هر دو رأس متمایز یک مسیر وجود دارد. مثلاً گراف  $P_4$  را در نظر بگیرید:



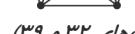
در گراف  $C_n$  بین هر دو رأس دقیقاً دو مسیر وجود دارد. مثلاً گراف  $C_3$  را در نظر بگیرید:



(ریاضیات گستاخ، صفحه های ۳۹ و ۳۱)

۳۵. گزینه ۴ صحیح است.

چرا که گراف گزینه ۴ را می‌توان به صورت اجتماع دو گراف  $K_1$  و  $K_5$  کرد که ناهمبند است.



(ریاضیات گستاخ، صفحه های ۳۹ و ۳۲)

۳۶. گزینه ۲ صحیح است.

عدد احاطه‌گری این گراف برابر با ۲ است. مثلاً مجموعه  $\{a, b\}$  یک ۷-مجموعه است.

پس مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمال باید بیشتر از ۲ عضو داشته باشند.

برای مطالعه بهتر این گراف بهتر است گراف معروف یکریخت با آن یعنی  $k_{3,2}$  را رسم کنیم:



همان‌طور که دیده می‌شود این گراف دو مجموعه احاطه‌گر مینیمال غیرمینیمال به صورت  $\{a, c, e\}$  و  $\{b, f, d\}$  دارد.

(ریاضیات گستاخ، صفحه های ۳۶ و ۳۱)

۳۷. گزینه ۳ صحیح است.

مسئله توزیع اشیاء یکسان در جعبه‌های متمایز است، پس از معادله زیر استفاده می‌کنیم:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 7$$

البته باید ۲ تا از متغیرها صفر و ۳ تا دیگر غیرصفر باشند، ۲ متغیری که صفر هستند به  $\binom{5}{2}$  طریق انتخاب می‌شوند.

مثالاً فرض کنید:

در این صورت باید جواب‌های طبیعی معادله  $x_3 + x_4 + x_5 = 7$  را بیاییم، زیرا این متغیرها دیگر مجاز نیستند صفر را اختیار نکنند.

$$k = 3, n = 7 \Rightarrow \binom{n-1}{k-1} = \binom{7-1}{3-1} = \binom{6}{2} = \binom{15}{2}$$

بنابراین:

$$= \binom{5}{2} \binom{6}{2} = 10 \times 15 = 150$$

(ریاضیات گستاخ، صفحه های ۵۹ و ۵۱)

۳۸. گزینه ۴ صحیح است.

مربع لاتین ناقص داده شده به ۴ طریق زیر تکمیل می‌شود.



(ریاضیات گستاخ، صفحه های ۶۳ و ۶۰)

۳۹. گزینه ۴ صحیح است.

اگر مجموعه اعداد سه رقمی شامل ۱ را  $A'$  و شامل ۲ را  $B'$  بنامیم، آنگاه  $|A' \cap B'|$  مطلوب مسئله است:

$$|A' \cap B'| = (A \cup B)' = |S| - |A \cup B| = |S| - (|A| + |B| - |A \cap B|)$$

# مرکز نجاش آموزش مدارس برتر

## پایه دوازدهم . آزمون ۱۳۰ . پاسخنامه ریاضی فیزیک



لحظه‌ای است که حرکت با شتاب  $a_2 = \frac{m}{s^2}$  کند می‌شود. جهت  $t_1$

حرکت را  $x$  فرض می‌کنیم.  $a_2 = -\frac{m}{s^2}$  و  $a_1 = +\frac{m}{s^2}$  می‌شود.

$$0 < t < t_1 \Rightarrow v = at + v_0 \Rightarrow v = a_1 t_1 \Rightarrow v = 2t_1$$

$$t_1 < t < T \Rightarrow v = a_2(T - t_1) = 1(T - t_1)$$

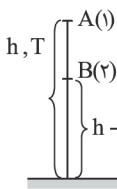
$$\Rightarrow 2t_1 = T - t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{T}{3}$$

$$v = \frac{T}{3}$$

$$S = \frac{\frac{T}{3} \times T}{2} = \frac{1}{3} T^2 \Rightarrow 300 = \frac{1}{3} T^2 \Rightarrow 900 = T^2$$

$$\Rightarrow T = 30s$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۱)



اگر  $T$  مدت زمان حرکت (۱) باشد، برای آنکه جسم (۲) همزمان با (۱) به زمین برسد، چون ۲ ثانیه دیرتر شروع به حرکت کرده باید مدت زمان حرکتش (۲) ثانیه باشد:

$$\begin{aligned} h &= \frac{1}{2} g T^2 = 5T^2 \\ h - v_0 t &= \frac{1}{2} g (T - 2)^2 = 5(T - 2)^2 \end{aligned} \Rightarrow 5T^2 - 5v_0 t = 5(T - 2)^2$$

$$T^2 - 14 = (T - 2)^2 \Rightarrow T^2 - 14 = T^2 - 4T + 4 \Rightarrow 4T = 18 \Rightarrow T = 4.5s$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۴۷. گزینه ۲ صحیح است.

با استفاده از نمودار سرعت - زمان داریم:

$$\begin{aligned} \frac{(10t + 10t - 2) \times 2}{2} &= 18 \\ 20t - 2 &= 18 \Rightarrow t = 1s \end{aligned}$$

ارتفاع محل پرتاب مساحت کل مثلث است.

$$\begin{aligned} h &= S = \frac{10t \times t}{2} = 5t^2 \\ &= 5 \times 1 = 5m \end{aligned}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۴۸. گزینه ۱ صحیح است.

با استفاده از نمودار سرعت - زمان داریم:

$$\begin{aligned} \frac{(10t + 10t - 2) \times 2}{2} &= 18 \\ 20t - 2 &= 18 \Rightarrow t = 1s \end{aligned}$$

ارتفاع محل پرتاب مساحت کل مثلث است.

$$h = S = \frac{10t \times t}{2} = 5t^2 = 5 \times 1 = 5m$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۴۹. گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا معادله سهمی را می‌نویسیم:

$$P = at^2 + bt + c$$

$$t = 0, P = 5 \Rightarrow c = 5 \Rightarrow P = at^2 + bt + 5$$

$$\text{رأس } t = -\frac{b}{2a} = 0 \Rightarrow b = 0 \Rightarrow P = at^2 + 5$$

$$t = 6, P = 15 \Rightarrow 23 = 36a + 5 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

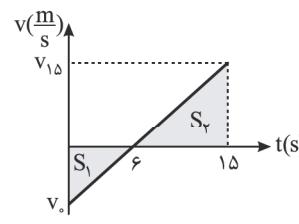
بنابراین معادله سهمی به صورت  $P = \frac{t^2}{2} + 5$  است.

$$4 < t < 6 \Rightarrow \begin{cases} t = 4 \Rightarrow P_1 = 8 + 5 = 13 \\ t = 6 \Rightarrow P_2 = 18 + 5 = 23 \end{cases}$$

$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{23 - 13}{2} = 5N$$

(فیزیک دوازدهم ریاضی، صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)

۴۳. گزینه ۲ صحیح است.



$$\frac{v_{15}}{15 - 6} = \frac{v_0}{6} \Rightarrow \frac{v_{15}}{v_0} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{L}{\Delta t} = \frac{d}{dt} = 4 \Rightarrow \frac{|S_1| + S_2}{15} - \frac{|S_1|}{15} = 4 \Rightarrow |S_1| = 7.5m$$

$$\Rightarrow (|v_0| \times 6) \div 2 = 30 \Rightarrow |v_0| = 10m/s$$

با توجه به نمودار: نسبت مساحت دو مثلث متشابه برابر با مربع نسبت ارتفاع هاست.

$$S_2 = \frac{(V_{15})^2}{|S_1|}$$

$$S_2 = (\frac{3}{2})^2 \Rightarrow S_2 = \frac{27}{4} = 6.75m$$

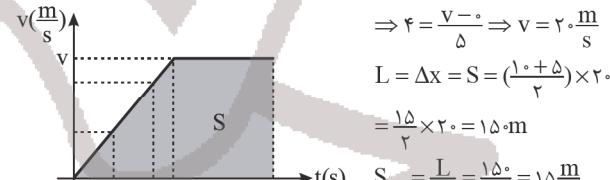
$$L = |S_1| + S_2 = 7.5 + 6.75 = 14.25m$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۵۱ تا ۱۵۴)

۴۴. گزینه ۳ صحیح است.

اگر حداقل سرعت متوسط را  $v$  فرض کنیم، داریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta V}{\Delta t} \quad \text{و} \quad a_{av} (2 < t < 4) = a_{av} (0 < t < 5)$$



(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۵۱ تا ۱۵۴)

۴۵. گزینه ۲ صحیح است.

مبدأ زمان و مکان را به ترتیب در لحظه‌ای که شخص در فاصله  $12.5m$  از اتوبوس قرار دارد انتخاب می‌کنیم.

$$x_1 = vt$$

$$x_2 = \frac{1}{2} at^2 + x_1 = \frac{1}{2} t^2 + 12.5$$

$$d = x_2 - x_1 = \frac{1}{2} t^2 + 12.5 - vt$$

شرط رسیدن شخص به اتوبوس  $d = 0$  است:

$$\frac{1}{2} t^2 - vt + 12.5 = 0$$

شخص در صورتی می‌تواند به اتوبوس برسد که معادله فوق ریشه حقیقی و مثبتی داشته باشد. بنابراین  $\Delta \geq 0$  باشد:

$$v^2 - 4(\frac{1}{2})(12.5) \geq 0$$

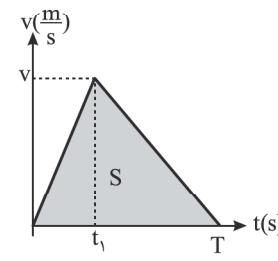
$$v^2 \geq 25 \Rightarrow v \geq 5 \frac{m}{s}$$

پس حداقل تندی شخص  $5 \frac{m}{s}$  باید باشد تا به اتوبوس برسد.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۵۱ تا ۱۵۴)

۴۶. گزینه ۳ صحیح است.

نمودار  $(v-t)$  رارسم می‌کنیم. سطح زیر این نمودار  $30m^2$  است.





پایه دوازدهم . آزمون ۱۳ . پاسخنامه ریاضی فیزیک

مرکز تحصیلی آموزش مدرس برتر

۵۴. گزینه ۱ صحیح است.

نیروی مقاومت هوا مناسب با تندی است.

در لحظه  $t=16s$  نیروی مقاومت هوا مقدار ثابت  $N=75$  شده است که نشان می دهد تندی سقوط چترباز ثابت شده است (تندی حد) پس در این لحظه نیروی مقاومت هوا با وزن چترباز متوازن است:

$$f_D = mg$$

$$75 = m \times 10 \Rightarrow m = 7.5 \text{ kg}$$

در لحظه  $t=8s$  است. اگر جهت رو به پایین را مثبت در نظر می گیریم:

$$\begin{aligned} f_D &\uparrow \\ m & \quad \downarrow \\ mg & \end{aligned}$$

جهت حرکت

$$\begin{aligned} mg - f_D &= ma \\ 75 - 7.5 &= 7.5 a \\ a &= \frac{7.5}{7.5} \end{aligned}$$

(فیزیک دوازدهم ریاضی، صفحه های ۱۳۷ و ۱۳۹)

۵۵. گزینه ۴ صحیح است.

$$g_p = \frac{GM_p}{R^2} = \frac{G\bar{\rho} \times \frac{4}{3}\pi R^3}{R^2} = \frac{\frac{4}{3}\pi G \bar{\rho} R}{R} = \frac{4}{3}\pi G \bar{\rho}$$

مشتری  $E$ : Earth = و زمین  $J$ : Jupiter =

$$\frac{g_J}{g_E} = \frac{\bar{\rho}_J}{\bar{\rho}_E} \times \frac{R_J}{R_E} \Rightarrow \frac{27/5}{1} = \frac{1}{4} \times \frac{R_J}{R_E} \Rightarrow \frac{R_J}{R_E} = 11$$

(فیزیک دوازدهم ریاضی، صفحه ۵۶)

۵۶. گزینه ۴ صحیح است.

$$T \propto \sqrt{r^3} \Rightarrow \frac{T}{T_1} = \sqrt{\left(\frac{r}{r_1}\right)^3} \Rightarrow \lambda = \sqrt{\left(\frac{r}{r_1}\right)^3} \Rightarrow r_1 = 4r$$

$$F = \frac{Gm_1 m_2}{r^2} \Rightarrow \frac{F}{F_1} = \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$$

(فیزیک دوازدهم ریاضی، صفحه ۵۶)

۵۷. گزینه ۱ صحیح است.

$$f = 2\text{Hz} \Rightarrow T = \frac{1}{f} = 0.5 \text{ s}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{1}{2} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{1}{4} = 4\pi^2 \times \frac{L}{g}$$

$$\frac{1}{4} = 4L \Rightarrow L = \frac{1}{16} \text{ m} = \frac{100}{16} \text{ cm} = 6.25 \text{ cm}$$

(فیزیک دوازدهم ریاضی، صفحه های ۱۴۷، ۱۴۸ و ۱۴۹)

۵۸. گزینه ۱ صحیح است.

چون طول پاره خط طی شده  $6 \text{ cm}$  است، پس دامنه  $3 \text{ cm}$  است.

$$t = \frac{1}{15} \text{ s} = \frac{1}{100} \text{ s}$$

$$f = 5\text{Hz} \Rightarrow T = \frac{1}{f} = \frac{1}{5} \text{ s}$$

$$\frac{t}{T} = \frac{\frac{1}{100}}{\frac{1}{5}} = \frac{1}{20} = \frac{3}{4} \Rightarrow t = \frac{3}{4} \left( \frac{T}{4} \right)$$

در مدت  $\frac{T}{4}$  مسافت  $\frac{3}{4}A$  طی می شود.

$$t = \frac{3}{4}T$$

و ذره به مرکز نوسان می رسد: ( $x = 0$ )

$$\Delta x = x - x_s \Rightarrow 0 - (+A) = -A$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-A}{t} = \frac{-3}{\frac{3}{4}} = -4 \text{ cm/s}$$

$|v_{av}| = 4 \text{ cm/s}$

(فیزیک دوازدهم ریاضی، صفحه های ۱۴۲ و ۱۴۳)

۵۰. گزینه ۲ صحیح است.

حداکثر  $F$  وقتی است که جسم در آستانه

حرکت رو به بالا باشد:

$$F_{max} - mg + f_{smax} = mg + \mu_s F_{max}$$

$$\Rightarrow F_{max} = \frac{mg}{1-\mu_s} = \frac{75}{1-0.25} = 100 \text{ N}$$

$$F_{max} = \frac{75}{0.75} = 100 \text{ N}$$

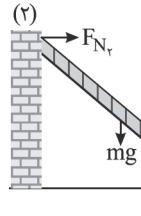
(فیزیک دوازدهم ریاضی، صفحه های ۱۳۹ تا ۱۴۱)

۵۱. گزینه ۲ صحیح است.

$$F_{N_r} = f_{smax} = 21 \text{ N}$$

$$F_{N_i} = mg$$

: در آستانه لنزش  
نیرویی که سطح افقی به نزدیان  
وارد می کند.



$$R_1 = \sqrt{f_{smax}^2 + F_{N_i}^2} \Rightarrow 290 = \sqrt{21^2 + F_{N_i}^2} \Rightarrow F_{N_i} = 290 - 21 = 269$$

$$\Rightarrow F_{N_i} = (290 - 21)(290 + 21) = 80 \times 50 = 4000 \text{ N}$$

$$\Rightarrow F_{N_i} = 200 \text{ N} \Rightarrow mg = 200 \text{ N} \Rightarrow m = 20 \text{ kg}$$

(فیزیک دوازدهم ریاضی، صفحه های ۱۴۵ و ۱۴۶)

۵۲. گزینه ۴ صحیح است.

به وزن  $3m$  تا قبل از بریده شدن نخ دو نیروی متوازن  $F_e$  کشسانی فنر (رو به بالا) و وزن رو به پایین اثر می کند:

$$+ \uparrow F_e - 3mg = 0 \Rightarrow F_e = 3mg$$

و به وزن  $m$  سه نیروی کشش نخ  $T$  رو به بالا و کشسانی  $F_e$  و وزن رو به پایین وارد می شود:

$$T - F_e - mg = 0$$

با بریده شدن نخ  $T = 0$  شده و نیروی خالص  $-F_e - mg$  به جسم شتاب  $a$  می دهد:

$$-F_e - mg = ma$$

$$-3mg - mg = ma \Rightarrow a = -4g \Rightarrow |a| = 4 \cdot \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک دوازدهم ریاضی، صفحه های ۱۴۳ و ۱۴۴)

۵۳. گزینه ۲ صحیح است.

$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow F_N + F - 6 = 0 \Rightarrow F_N = 6 - F$$

$$F_{net,x} = ma \Rightarrow F - \mu_k F_N = ma \Rightarrow F - 0.5(6 - F) = 6a$$

$$1/5F - 3 = 6a \quad (1)$$

در حالت دوم:

$$1/2F - 0.5(6 - 1/2F) = 6(a + 1/6)$$

$$1/8F - 3 = 6a + 1/6$$

$$1/8F - 39/6 = 6a \quad (2)$$

$$\frac{(1)(2)}{1/8F - 39/6 = 6a} \Rightarrow 1/8F - 3 = 1/8F - 39/6 \Rightarrow 9/6 = 1/8F \Rightarrow F = 32 \text{ N}$$

(فیزیک دوازدهم ریاضی، صفحه های ۱۴۳ تا ۱۴۵)



۶۴. گزینه ۱ صحیح است.

$$\beta = 1 \cdot \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \gamma = 1 \cdot \log \left( \frac{I}{I_0} \right) \Rightarrow \gamma = \log \frac{I}{I_0}$$

$$\gamma = -\frac{1}{3} = \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \log 10^{-3} = \log 10^{-1} - \log 2 = \log \frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow \log \frac{1}{3} = \log \frac{1}{10} \Rightarrow I = \frac{1}{3} \times 10^{-5} = 5 \times 10^{-6} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

(فیزیک دوازدهم ریاضی، صفحه ۷۳)

۶۵. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه به شکل رسم شده منبع به سمت راست در حال حرکت است و چون جبهه های موج در جلوی منبع روی هم قرار گرفته اند، سرعت صوت و منبع صوت یکسان است.

(فیزیک دوازدهم ریاضی، صفحه ۸۱)

۶۶. گزینه ۴ صحیح است.

$$\begin{aligned} 2\theta &= (90^\circ - \theta) \\ \theta &= 2(90^\circ - \theta) \Rightarrow \theta = 180^\circ - 2\theta \\ \Rightarrow 3\theta &= 180^\circ \Rightarrow \theta = 60^\circ \end{aligned}$$

(فیزیک دوازدهم ریاضی، صفحه های ۹۰ تا ۹۳)

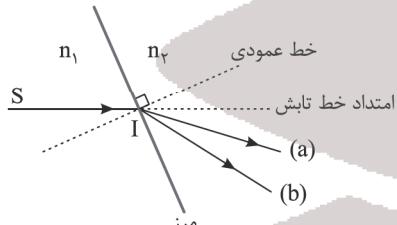
۶۷. گزینه ۴ صحیح است.

$n+1=5 \Rightarrow n_1=4$  در حالت اول  
 $n+1=3 \Rightarrow n_2=2$  در حالت دوم

$$\frac{n_1 v_1}{\lambda_1} = \frac{n_2 v_2}{\lambda_2} \Rightarrow 4v_1 = 2v_2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{2} = \sqrt{\frac{F_2}{F_1}} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{1}{4}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۶۰ و ۷۰)

۶۸. گزینه ۲ صحیح است.



چون پرتوهای شکست نسبت به پرتوهای تابش از خط عمود دور شده اند، پس  $n_2 < n_1$  است و با توجه به اینکه شکست پرتو قرمز از آبی کمتر است گزینه ۲ درست است.

(فیزیک دوازدهم ریاضی، صفحه ۱۰۰)

۶۹. گزینه ۳ صحیح است.

$$\begin{aligned} \sin 53^\circ &= \frac{1}{6} \\ \sin \theta_1 &= \frac{1}{1} \Rightarrow \theta_1 = 30^\circ \\ \sin \theta_1 &= 0.5 \end{aligned}$$

در مثلث ABC داریم:

$$\cos \theta_1 = \frac{L}{AB} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{6}{AB} \Rightarrow AB = 12 \cdot \frac{6}{\sqrt{3}} = 12 \cdot 2 = 24 \text{ cm}$$

$$n = \frac{C}{V} \Rightarrow V = \frac{3 \times 10^8}{1/6}$$

$$\Delta t = \frac{L}{V} = \frac{1/2}{\frac{3 \times 10^8}{1/6}} = \frac{1/2}{6 \times 10^8} = 64 \times 10^{-11} \text{ s} = 64 \text{ ns}$$

(فیزیک دوازدهم ریاضی، صفحه های ۹۶ تا ۹۸)

۵۹. گزینه ۴ صحیح است.

$$x = A \cos(\frac{\pi}{T} t) \Rightarrow -15 = 30 \cos(\frac{\pi}{T} \times 1) \Rightarrow -\frac{1}{2} = \cos(\frac{\pi}{T})$$

با توجه به نمودار:

$$|\alpha_m| = A\omega^2 = A(\frac{\pi}{T})^2 = \frac{\pi^2}{10} \times (\frac{4\pi^2}{9})$$

$$\pi = 3 \Rightarrow |\alpha_m| = \frac{12}{10} = 1.2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(فیزیک دوازدهم ریاضی، صفحه های ۶۴ تا ۶۷)

۶۰. گزینه ۲ صحیح است.

هر ذره روی نقش موج با گذشت زمان حرکت قبلی خود را تکرار می کند یا به عبارت دیگر بر عکس جهت انتشار، روی نقش موج نوسان خواهد کرد.

پس جهت حرکت نوسانی هر دو نقطه A و B رو به بالا ( $\uparrow$ ) خواهد بود. ذره A در حال نزدیک شدن به مرکز نوسان و ذره B به سمت نقطه بازگشت نزدیک می شود، پس حرکت A و B به ترتیب تندشونده و کندشونده است:

$$\begin{cases} y_A < 0 \Rightarrow a_A > 0 \\ v_A > 0 \end{cases} \Rightarrow \text{حرکت A تندشونده}$$

$$\begin{cases} y_B > 0 \Rightarrow a_B < 0 \\ v_B > 0 \end{cases} \Rightarrow \text{حرکت B کندشونده}$$

(فیزیک دوازدهم ریاضی، صفحه ۷۳)

۶۱. گزینه ۱ صحیح است.

در فنر (a) موج طولی و در فنر (b) موج عرضی تولید می شود و تندی انتشار امواج طولی بیش از تندی انتشار امواج عرضی در آن محیط است

$$v_a > v_b$$

$$\lambda = \frac{V}{f}$$

$$\frac{\lambda_a}{\lambda_b} = \frac{V_a}{V_b} \times \frac{f_b}{f_a} = \frac{V_a}{V_b} \times 2$$

$$V_a > V_b \Rightarrow \lambda_a > 2\lambda_b$$

(فیزیک دوازدهم ریاضی، صفحه های ۷۰ و ۷۱)

(۷۱ تا ۷۴)

۶۲. گزینه ۴ صحیح است.

$$\text{فاصله دو گره متولی } \frac{\lambda}{2} \text{ است:}$$

$$\frac{\lambda}{2} = 2 \cdot m$$

$$\lambda = 4 \cdot m \Rightarrow \lambda = VT \Rightarrow 4 = 2 \cdot T \Rightarrow T = 2s$$

$$t = 0.5 \Rightarrow \frac{t}{T} = \frac{1}{4}$$

در مدت  $\frac{T}{4}$  نقاط M و N به اندازه  $\frac{\lambda}{4}$  روی نقش موج و

در خلاف جهت انتشار نوسان می کنند. از این رو موقعیت مکانی M و N به ترتیب  $y_M = 0$  و  $y_N = -A$  می شود.

(چون M رو به پایین نوسان می کند) و  $v_N = 0$  می شود.

نقطه M به مرکز نوسان رسیده و سرعش در جهت منفی به حداقل رسید و سرعت نقطه N صفر می رسد.

$$v_M = -A\omega = -0.1 \times \frac{2\pi}{T} = -\frac{\pi}{10} \cdot \frac{m}{s} = -30 \frac{cm}{s}$$

(فیزیک دوازدهم ریاضی، صفحه های ۶۲ و ۷۰)

(۷۳ تا ۷۶)

۶۳. گزینه ۴ صحیح است.

طبق قانون دست راست، اگر ۴ انگشت دست راست در جهت  $\vec{E}$  و

انگشت شست در جهت انتشار موج الکترومغناطیسی باشد، جهت میدان مغناطیسی ( $\vec{B}$ ) رو به بالا خواهد بود.

در ضمن دو میدان  $\vec{B}$  و  $\vec{E}$  همگام با هم صفر و بیشینه می شوند. پس

در این لحظه B. حداقل مقدار است.

(فیزیک دوازدهم ریاضی، صفحه های ۷۵ و ۷۶)



۷۰. گزینه ۱ صحیح است.

## شیمی

۷۶. گزینه ۴ صحیح است.

گروه عاملی الکلی ( $-OH$ ) هیدروکسیل نام دارد.  
فرمول مولکولی اتیلن گلیکول و اوره به ترتیب  $C_2H_6O_2$  و  $CO(NH_2)_2$  می‌باشد.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۳ تا ۶)

۷۷. گزینه ۴ صحیح است.

(آ) نادرست. چربی‌ها مخلوطی از اسیدهای چرب و استرهای بلندزنگیر (با جرم مولی زیاد) می‌باشند.  
(ب) درست.

(پ) نادرست. کلوبیدها برخلاف محلول‌ها ناهمگن می‌باشند.  
(ت) نادرست. بخش ناقطبی در این پاک‌کننده غیرصابونی دارای ۱۸ اتم کربن می‌باشد.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۵، ۶ و ۱۱)

۷۸. گزینه ۳ صحیح است.

این واکنش با تولید گاز هیدروژن همراه است.

بررسی عبارت‌های درست:

- (۱) زیرا صابون با این یون‌ها تولید رسب می‌نماید.
- (۲) به عنوان مثال در شرایط یکسان قدرت پاک‌کننده‌گی صابون آنزیم دار از صابون بدون آنزیم بیشتر است با درصد لکه باقیمانده روی پارچه نخی در مقایسه با پارچه پلی استر کمتر می‌باشد.
- (۳) اسید آرینویوس در آب سبب افزایش غلظت یون هیدرونیوم و باز آرینویوس در آب سبب افزایش غلظت یون هیدروکسید می‌شود.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۹، ۱۰، ۱۳ و ۱۶)

۷۹. گزینه ۴ صحیح است.

(آ) نادرست. به عنوان مثال استیک اسید ( $CH_3COOH$ ) یک اسید تکپروتون دار است.

(ب) درست.  $HNO_7(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + NO_7^-(aq)$

(پ) درست. HF (هیدروفلوریک اسید) یک اسید ضعیف است.

(ت) نادرست. تنها عامل مؤثر بر ثابت تعادل دما می‌باشد (تغییر غلظت بر ثابت تعادل اثری ندارد).

(ث) نادرست. گستره تغییر  $pH$  در محلول‌های آبی و در دمای اتاق، از صفر تا ۱۴ است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۱، ۲۶ و ۲۳)

۸۰. گزینه ۱ صحیح است.

 $pH = 12 \Rightarrow [H^+] = 10^{-12} \Rightarrow [OH^-] = 10^{-2} \text{ mol L}^{-1}$ 

$[OH^-] = M = \frac{n}{V} \Rightarrow 10^{-2} = \frac{n}{0.5L} \Rightarrow n = 0.05 \text{ mol KOH}$

$?g KOH = 0.05 \text{ mol KOH} \times \frac{56 \text{ g KOH}}{1 \text{ mol KOH}} = 2.8 \text{ g KOH}$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۱، ۲۹ و ۳۰)

۸۱. گزینه ۳ صحیح است.



$? \text{mol NaOH} = 56 \text{ mL } H_2 \times \frac{1 \text{ mol } H_2}{1000 \text{ mL } H_2} \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{22.4 \text{ L } H_2} \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ mol } H_2} = 0.005 \text{ mol NaOH}$

$M = [OH^-] = \frac{n}{V} = \frac{0.005 \text{ mol NaOH}}{0.5 \text{ L}} = 1 \times 10^{-2} \text{ mol L}^{-1}$

$[H^+] [OH^-] = 1 \times 10^{-14} \Rightarrow [H^+] \times 10^{-2} = 1 \times 10^{-14}$

$\Rightarrow [H^+] = 10^{-12} \text{ mol L}^{-1} \Rightarrow pH = 12$



$? \text{mol HCl} = 50 \text{ mL NaOH} \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{1000 \text{ mL NaOH}} \times \frac{1 \text{ mol HCl}}{1 \text{ mol NaOH}} = 0.005 \text{ mol HCl}$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۰)

$E = hf = \frac{hc}{\lambda}$

$\frac{hc}{\lambda_B} = \frac{1}{2} \frac{hc}{\lambda_A} \Rightarrow \lambda_A = 2\lambda_B \quad (1)$

$|\lambda_A - \lambda_B| = 12 \text{ nm} \xrightarrow{\lambda_A > \lambda_B} \lambda_A - \lambda_B = 12 \text{ nm} \quad (2)$

$\xrightarrow{(1),(2)} \frac{1}{2}\lambda_B - \lambda_B = 12 \text{ nm} \Rightarrow \frac{1}{2}\lambda_B = 12 \text{ nm} \Rightarrow \lambda_B = 24 \text{ nm}$

$B = E_B = \frac{hc}{\lambda_B} = \frac{1200}{24} = 50 \text{ eV}$

(فیزیک دوازدهم ریاضی، صفحه ۱۱۷)

۷۱. گزینه ۲ صحیح است.

$K_m = hf - W \Rightarrow \frac{1}{v} mv_m^2 = \frac{hc}{\lambda} - W$

$\frac{1}{2} \times 9 \times 10^{-31} \times v_m^2 = (\frac{1200}{2}) \times 10^{-19}$

برای تبدیل  $eV$  به  $\text{ژول}$  باید به جای  $e$  مقدار بار الکترون برحسب کولن را قرار دهیم.

$\frac{1}{2} \times 9 \times 10^{-31} \times v_m^2 = 1.6 \times 10^{-19}$

$9 \times 10^{-31} v_m^2 = 36 \times 16 \times 10^{-21} \Rightarrow v_m^2 = 4 \times 16 \times 10^{-10}$

$\Rightarrow v_m = 8 \times 10^5 \text{ m s}^{-1}$

(فیزیک دوازدهم ریاضی، صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۰)

۷۲. گزینه ۳ صحیح است.

برای طول موج خط سوم براکت باید  $n' = 4$  و  $n = 7$  قرار دهیم.

$\frac{1}{\lambda_1} = n = 7 \rightarrow n' = 4$

برای بلندترین طول موج فرایندش بالمر باید  $n' = 2$  و  $n = 7$  قرار دهیم:

$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\frac{R(\frac{1}{2} - \frac{1}{2})}{45}}{\frac{R(\frac{1}{2} - \frac{1}{2})}{23}} = \frac{45}{23} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{16 \times 45}{4 \times 23} = 4 \times \frac{15}{11} = \frac{60}{11}$

(فیزیک دوازدهم ریاضی، صفحه‌های ۱۲۳ و ۱۲۴)

۷۳. گزینه ۴ صحیح است.

$N = \frac{N_0}{\frac{t}{T}}, N = N_0 - \frac{1}{2} N_0 = 0.8 N_0$

$\frac{1}{2} N_0 = \frac{N_0}{\frac{t}{T}} \Rightarrow \frac{t}{T} = \frac{1}{\lambda}$

$\frac{t}{T} \log 2 = \log 1 - \log \lambda = 1 - \log 2 = 1 - 3 \log 2$

$\frac{t}{T} \times 0.3 = 1 - 3(0.3) \Rightarrow \frac{t}{T} = \frac{1}{3} \Rightarrow T = 3t = 15 \text{ سال}$

(فیزیک دوازدهم ریاضی، صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)

۷۴. گزینه ۴ صحیح است.



تعداد ذرات:

$92 = 82 + 2n_1 - n_2 \Rightarrow 92 = 82 + 2(7) - n_2 \Rightarrow n_2 = 4: \beta^-$

$n_1 + n_2 = 7 + 4 = 11$

(فیزیک دوازدهم ریاضی، صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۴۵)

۷۵. گزینه ۱ صحیح است.

$E = me^{\gamma} \Rightarrow 50 \times 10^6 \times 3600 = m \times 9 \times 10^{16}$

$m = \frac{18 \times 10^{16}}{9 \times 10^{16}} = 2 \times 10^{-6} \text{ kg} = 2 \text{ mg}$

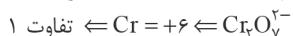
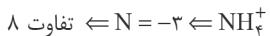
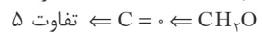
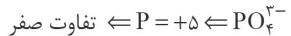
(فیزیک دوازدهم ریاضی، صفحه ۱۴۱)



# مرکز تحصیلی آموزش مدارس برتر

**۸۸. گزینه ۳ صحیح است.**

عدد اکسایش N در یون نیترات ( $\text{NO}_3^-$ ) برابر ۵ می‌باشد.



(شیمی دوازدهم، صفحه های ۵۲ و ۵۳)

**۸۹. گزینه ۱ صحیح است.**

آ) درست. زیرا در بخش آندی با اکسایش A غلظت یون‌های  $\text{A}^{n+}$  (aq) باشد. افزایش می‌باید. در بخش کاتدی با کاهش  $\text{B}^{n+}$  (aq) کاهش می‌باید.

ب) نادرست. الکترود A و B به ترتیب آند و کاتد سلول را تشکیل می‌دهند و در سلول‌های گالوانی و الکتروولیتی جهت حرکت الکترون‌ها از آند به کاتد است.

پ) درست. زیرا  $\text{E}^\circ (\text{B}^{n+}/\text{B}) > \text{E}^\circ (\text{A}^{n+}/\text{A})$  مثبت است.

ت) نادرست. زیرا بار الکتریکی یون‌های  $\text{A}^{n+}$  و  $\text{B}^{n+}$  یکسان است و فلزهای Zn و Cu نمی‌توانند Al کاتیون  $\text{Al}^{3+}$  تشکیل دهند.

ث) درست. زیرا قدرت کاهندگی فلز B از فلز A کمتر است و واکنش  $\text{A}^{n+}(\text{aq}) + \text{B}(\text{s}) \rightarrow \text{B}^{n+}(\text{aq}) + \text{A}(\text{s})$  انجام نمی‌شود.

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۴۷، ۴۸ و ۴۹)

**۹۰. گزینه ۲ صحیح است.**

ظروف نقره‌ای برخلاف مس، بر اثر واکنش اکسایش - کاهش زنگار سبز تشکیل نداده و سطح آنها کدر می‌شود.

بررسی عبارت‌های درست:

۱) مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در واکنش زیر پس از موازنی برابر ۱۷ می‌باشد:  $4\text{Fe} + 6\text{H}_2\text{O} + 3\text{O}_2 \rightarrow 4\text{Fe}(\text{OH})_4$

۲) فلز سدیم را از برقکافت سدیم کلرید مذاب به کمک یک سلول الکتروولیتی تهییه می‌کنند.

۳) زیرا شمار بون‌های هیدرونیوم و هیدروکسید در آب خالص ناچیز است.

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۵۴ تا ۵۶)

**۹۱. گزینه ۴ صحیح است.**

آ) در آبکاری یک قاشق فولادی با فلز نقره، قاشق به قطب منفی (کاتد) سلول الکتروولیتی متصل می‌شود.

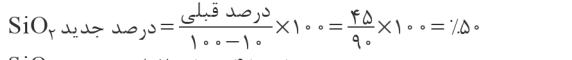
ب) گاز کلر الکترون گرفته، کاهش یافته، و در نتیجه، نقش اکسنده دارد.

پ) برای این منظور به سدیم کلرید مقداری کلسیم کلرید می‌افزایند و دمای ذوب سدیم کلرید از  $80^\circ\text{C}$  به حدود  $58.7^\circ\text{C}$  می‌رسد.

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۴۶، ۴۷ و ۴۸)

**۹۲. گزینه ۲ صحیح است.**

به ازای هر  $100\text{ g}$  گرم خاک رس  $10\text{ g}$  از جرم آب و به بیانی دیگر  $10\text{ mol e}^-$  درصد از آب آن کاسته شده است و می‌توان نوشت:



$\text{SiO}_4^{4-} = \text{افزایش درصد} = 50 - 44.4 = 5.6\%$

(شیمی دوازدهم، صفحه ۴۷)

**۹۳. گزینه ۱ صحیح است.**

خاک رس محلولی از مواد گوناگون است.

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۴۷ و ۴۸)

**۹۴. گزینه ۲ صحیح است.**

آ) نادرست. از سیلیس خالص برای این منظور استفاده می‌شود.

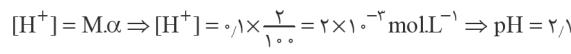
ب) درست. عنصرهای اصلی سازنده جامدات کووالانسی در طبیعت کربن و سیلیسیم هستند.

پ) درست.

ت) نادرست. رفتار فیزیکی مواد مولکولی به نوع و قدرت نیروهای بین مولکولی آنها بستگی دارد.

**۸۲. گزینه ۱ صحیح است.**

شمار مولکول‌های یونش یافته  $= \frac{2}{100} \times 100 = 20$  مولکول های حل شده  $= \frac{2}{100} \times 100 = 20$  مولکول های حل شده

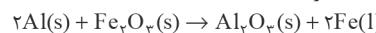


(شیمی دوازدهم، صفحه های ۱۹، ۲۱ و ۲۳)

**۸۳. گزینه ۱ صحیح است.**

با یک تیغه مسی و تیغه‌ای دیگر مانند روی و با میوه‌ای مانند لیمو می‌توان نوعی باتری ساخت و با آن یک لامپ LED را روشن کرد.

با توجه به واکنش ترمیت واکنش پذیری Al از Fe بیشتر بوده و اکسایش یافته و نقش کاهنده دارد.



(شیمی دوازدهم، صفحه های ۳۷ و ۳۹)

**۸۴. گزینه ۳ صحیح است.**

آ) نادرست. در این واکنش یون‌های  $\text{H}^+$  الکترون گرفته و کاهش می‌بایند.

ب) نادرست. این واکنش انجام نمی‌شود زیرا قدرت کاهنده‌ی Cu از Zn کمتر است.

پ) درست. برخی از واکنش‌های اکسایش - کاهش گرمگایرند. مثال: واکنش تولید  $\text{NO}$  از  $\text{N}_2$  و  $\text{O}_2$  یا واکنش تولید  $\text{H}_2$  از  $\text{N}_2\text{H}_4$  از

ت) درست. زیرا واکنشی انجام نمی‌شود. (قدرت کاهنده‌ی Cu و Au از Ag کمتر است)

ث) درست.

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۴۳ و ۴۵)

**۸۵. گزینه ۲ صحیح است.**

در این سلول الکترود روی آند و SHE کاتد است. نیم واکنش کاتدی این سلول به صورت  $\text{H}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{H}^+(\text{aq}) + 2\text{e}^-$  می‌باشد و بنابراین جرم تیغه Pt در بخش کاتدی ثابت می‌ماند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

۱) نادرست. مثلاً قدرت کاهنده‌ی فلزهای Mn، Zn و ... از قدرت کاهنده‌ی فلز قلع بیشتر است.

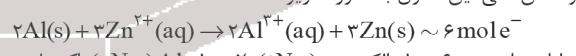
۲) نادرست. قدرت کاهنده‌ی Li بیشتر است.

۳) نادرست. در بخش کاتدی نیم واکنش  $\text{Cu}^{2+}(\text{aq}) + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Cu}(\text{s})$  شدت رنگ آبی محلول کاهش می‌باید.

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۴۷ تا ۴۹)

**۸۶. گزینه ۲ صحیح است.**

واکنش کلی این سلول به صورت زیر است:



به ازای دادوستد ۶ مول الکترون ( $6\text{N_A}$ ) ۲ مول Al اکسایش می‌باید.

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۴۷ تا ۴۹)

?atom Al =  $\frac{1}{1.806 \times 10^{23}} \text{ e}^- \times \frac{1 \text{ mole}^-}{6.02 \times 10^{23} \text{ e}^-} \times \frac{1 \text{ mol Al}}{6 \text{ mole}^-}$

$$\times \frac{6.02 \times 10^{23} \text{ atom Al}}{1 \text{ mol Al}} = 6.02 \times 10^{22} \text{ atom Al}$$

$$?g \text{ Zn} = \frac{1}{1.806 \times 10^{23}} \text{ e}^- \times \frac{1 \text{ mole}^-}{6.02 \times 10^{23} \text{ e}^-} \times \frac{3 \text{ mol Zn}}{6 \text{ mole}^-} \times \frac{65 \text{ g Zn}}{1 \text{ mol Zn}}$$

$$= 9.75 \text{ g Zn}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۴۷ تا ۴۹)

**۸۷. گزینه ۱ صحیح است.**

ولت E =  $+0.34 - (-0.44) \Rightarrow E = +0.78$  آند - کاتد = E

بنابراین در سلول گالوانی حاصل از نقره و M الکترود نقره کاتد و M آند سلول را تشکیل می‌دهند:



(شیمی دوازدهم، صفحه های ۴۷ تا ۴۹)



## پایه دوازدهم - آزمون ۱۲۰ . پاسخنامه ریاضی فیزیک

# مرکز تحصیلی آموزش مدارس برتر

- ۳ درست. به عنوان مثال برای حذف آلاینده‌ها در مبدل کاتالیستی از سه نوع کاتالیزگر استفاده می‌شود.  
۴ درست. زیرا عدد اکسایش N در  $\text{NH}_3$  از -۳ به صفر افزایش یافته و نقش کاهنده دارد.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۹۷ و ۱۰۰)

۱۰۲. گزینه ۴ صحیح است.  
با توجه به نمودار ۶ صفحه ۱۱۹ شرایط انجام این واکنش در حضور کاتالیزگر، دمای  $C^{\circ}$  و فشار  $35^{\circ} - 5 \text{ atm}$  می‌باشد.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۱۰ و ۱۱۳)

۱۰۳. گزینه ۴ صحیح است.  
شرایط بهینه برای تولید آمونیاک، دمای  $C^{\circ}$ ،  $45^{\circ}$  و  $200 \text{ atm}$ ، فشار  $35^{\circ}$  و کاربرد کاتالیزگر (رقفه آهنی) می‌باشد، شرایطی که در آن تنها درصد مولی مخلوط را آمونیاک تشکیل می‌دهد.  
بررسی عبارت‌های نادرست:  
(۱) برای این منظور آمونیاک مایع را به طور مستقیم به خاک تزریق می‌کنند.  
(۲) تغییر فشار بر ثابت تعادل اثری ندارد. تنها عامل مؤثر بر ثابت تعادل دما می‌باشد.  
(۳) هر دو نمودار به صورت غیرخطی (منحنی) می‌باشند.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۰۴، ۱۰۱ و ۱۰۷)

۱۰۴. گزینه ۳ صحیح است.  
غلظت اولیه ( $\text{mol.L}^{-1}$ )  

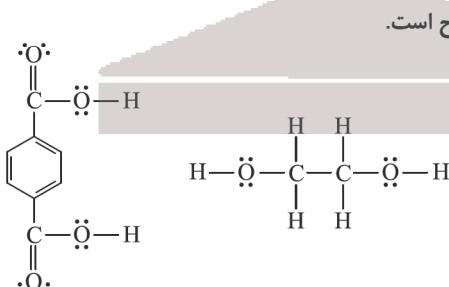
$$\begin{array}{ccccccc} 2\text{B(g)} + \text{A(g)} & \rightleftharpoons & 2\text{C(g)} \\ 2 & & 1 & & 0 \\ -3x & & -x & & 2x \\ \hline 2-3x & & 1-x & & 2x \end{array}$$
  
غلظت تعادلی ( $\text{mol.L}^{-1}$ )  

$$2-3x+1-x+2x=2 \Rightarrow x=0.5$$
  
بنابراین غلظت‌های تعادلی A و C برابر  $0.5$  و ۱ مول بر لیتر خواهد بود:

$$K = \frac{[C]^2}{[B]^3[A]} \Rightarrow K = \frac{1^2}{0.5^3 \times 0.5} = 16$$

- غلظت تعادلی C برابر ۱ مول بر لیتر می‌باشد. با توجه به حجم ظرف تعادل ( $L$ ) در ظرف تعادل ۵ مول C وجود دارد.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۰۳ و ۱۰۲)

۱۰۵. گزینه ۱ صحیح است.  


- با توجه به ساختار ترفتالیک اسید و اتیلن گلیکول:  
(آ) هر کدام دارای ۴ پیوند C-H می‌باشد.  
(ب) به دلیل وجود گروه O-H در هر کدام، هر دو می‌توانند پیوند هیدروژنی تشکیل دهند.  
(پ) ترفتالیک اسید دارای ۴ اتم کربن با عدد اکسایش -۱ و عدد اکسایش هر اتم کربن در اتیلن گلیکول نیز برابر -۱ می‌باشد.  
(ت) در هر کدام دو پیوند O-H و دو پیوند C-O وجود دارد.  
(ث) شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در ترفتالیک اسید و اتیلن گلیکول به ترتیب برابر ۸ و ۴ می‌باشد.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۱۵ و ۱۱۶)

- ۷) درست. در ساختار یک جامد کووالانسی میان همه اتم‌ها پیوندهای اشتراکی وجود دارد به همین دلیل چنین موادی نقطه ذوب بالای دارند و دیرگذار هستند.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۶۱، ۶۰ و ۷۳)

۹۵. گزینه ۲ صحیح است.

- وجود سدیم کلرید و دیگر جامدات یونی در طبیعت نشان می‌دهد که نیروهای جاذبه میان یون‌های ناهمنام به نیروهای دافعه میان یون‌های همنام غالب است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۷۶ تا ۷۸)

۹۶. گزینه ۳ صحیح است.

- زیرا چگالی بار یون‌ها در  $\text{MgO}$  بیشتر از  $\text{LiF}$  و در  $\text{LiF}$  بیشتر از  $\text{NaBr}$  است.

ترتیب مقایسه درست برای سایر گزینه‌ها:

$$\text{MgO} > \text{Na}_2\text{O} > \text{LiF} \quad (2) \quad \text{MgO} > \text{MgF}_2 > \text{LiF} \quad (1)$$

$$\text{Al}_2\text{O}_3 > \text{Fe}_2\text{O}_3 > \text{Na}_2\text{O} \quad (4)$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۱)

۹۷. گزینه ۴ صحیح است.

- گرافیت، چینش اتم‌ها در دوئعد را نشان می‌دهد.  
بررسی عبارت‌های درست:

$$\text{S}^{2-} > \text{Cl}^- > \text{Na}^+ > \text{Mg}^{2+} > \text{Li}^+$$

(۱) شعاع یونی  $\text{S}^{2-} > \text{Cl}^- > \text{Na}^+ > \text{Mg}^{2+} > \text{Li}^+$

(۲) با توجه به نمودار صفحه ۸۰ تقاضا آنتالپی فروپاشی:

نمک‌های برمید  $<$  نمک‌های کلرید  $<$  نمک‌های فلوئورید

(۳) گرافن، تک‌لایه‌ای از گرافیت است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۷۸ و ۷۱)

۹۸. گزینه ۴ صحیح است.

- بررسی عبارت‌های نادرست:

(۱) مدل دریای الکترونی برای توجیه رفتار فیزیکی فلزها کاربرد دارد.

(۲) از تبتیانیم در ساخت پروانه کشته‌های اقیانوس پیما استفاده می‌شود.

(۳) ترکیب‌هایی که در دما و فشار اتفاق به حالت مایع هستند جزو مواد مولکولی بهشمار می‌روند.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۰۷ و ۱۰۸)

۹۹. گزینه ۴ صحیح است.

- هرچه واکنش پذیری هالوژن بیشتر باشد سرعت واکنش بیشتر است و بنابراین انرژی فعالسازی واکنش کمتر است.

- بررسی عبارت‌های درست:

(۱) از نظر قدمت ساخت:

مواد عایق گرما  $>$  ویتامین آ  $>$  اوره  $>$  آمونیاک

(۲) از طیفسنجی فروسرخ برای شناسایی گروههای عاملی، شناسایی آلاینده‌هایی مانند CO و اکسیدهای نیتروژن در هوکره و نیز شناسایی برخی مولکول‌ها در فضای بین ستاره‌ای می‌توان استفاده نمود.

(۳) زیرا گرمای آزاد شده بیشتر است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۹۶ و ۹۵)

۱۰۰. گزینه ۳ صحیح است.

- (آ) درست. در شرایط یکسان هرچه  $E_a$  کمتر باشد سرعت واکنش بیشتر است.

(ب) نادرست. در واکنش‌های گرمایی مجموع آنتالپی پیوند در مواد واکنش‌دهنده از مجموع آنتالپی پیوندها در فراورده‌ها بیشتر است.

(پ) نادرست. واکنش سوختن فسفر سفید انرژی فعالسازی کمتری دارد.

(ت) درست. زیرا  $\Delta H$  واکنش (۱) منفی تر است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۹۶)

۱۰۱. گزینه ۲ صحیح است.

- کاتالیزگر  $\Delta H$  واکنش (نفاوت سطح انرژی) واکنش دهنده‌ها و

فراورده‌ها) را تغییر نمی‌دهد.

بررسی عبارت‌های درست:

(۱) درست. زیرا در حضور توری پلاتینی، انرژی فعالسازی واکنش به

میزان بیشتری کاهش یافته و سرعت واکنش بسیار سریع‌تر بوده و به

حال انجاری انجام می‌شود.