

دفترچه شماره ۱

آزمون شماره ۲۲

جمعه ۱۴۰۲/۰۳/۲۶



آزمون‌های سراسر گاج

گزینه درستی را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

سوالات آزمون

پایه دهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۷۰	مدت پاسخگویی: ۹۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سوالات و مدت پاسخگویی

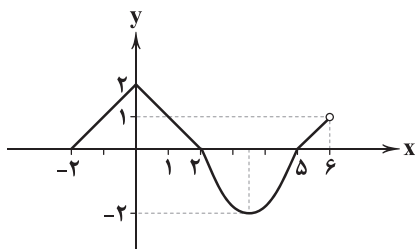
ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
			از	تا	
۱	ریاضی ۱	۲۰	۱	۲۰	۴۵ دقیقه
	هندسه ۱	۱۰	۲۱	۳۰	
۲	فیزیک ۱	۲۰	۳۱	۵۰	۲۵ دقیقه
۳	شیمی ۱	۲۰	۵۱	۷۰	۲۰ دقیقه



ریاضیات

ریاضی (۱)

- ۱- در بین ۸۰ نفر ورودی یک دانشکده، ۳۵ درصد افراد ساکن تهران می باشند. اگر ۵۰ نفر از ورودی ها خانم باشند و ۱۸ نفر از مردان شهرستانی باشند، چند خانم تهرانی در بین این ورودی ها وجود دارد؟
 (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۱۶ (۴) ۸
- ۲- جمله هجدهم از دنباله حسابی ...، ۱۲، $\frac{45}{4}$ برابر با جمله پنجم از یک دنباله هندسی است که جمله دوم آن برابر با ۳ است. قدرنسبت دنباله هندسی چه قدر است؟
 (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) -۴
- ۳- سنگی را روی آب پرتاب می کنیم و سنگ روی سطح آب نیم دایره هایی را طی می کند. اگر شعاع هر نیم دایره نسبت به نیم دایره قبلی ۳۰ درصد کاهش یابد و شعاع نیم دایره اول a واحد باشد، پس از ۵ امین تماس سنگ با سطح آب، در کل چه مسافتی را بر حسب a طی کرده است؟
 (۱) $2/523\pi a$ (۲) $2/7731\pi a$ (۳) $2/353\pi a$ (۴) $2/7371\pi a$
- ۴- در یک مثلث قائم الزاویه تنازانت یکی از زوایا $\frac{\sqrt{24}}{5}$ است. اگر طول وتر این مثلث $7\sqrt{2}$ باشد، طول کوچک ترین ضلع چه قدر است؟
 (۱) $4\sqrt{3}$ (۲) $4\sqrt{2}$ (۳) $5\sqrt{3}$ (۴) $5\sqrt{2}$
- ۵- نقطه انتهایی کمان θ روی دایره مثلثاتی در نقطه $(-\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}})$ می ایستد. حاصل $\tan\theta - \cot\theta$ چه قدر است؟
 (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) $-\frac{5}{2}$ (۴) $-\frac{3}{2}$
- ۶- اگر $\sin\theta + \cos\theta = \frac{\sqrt{5}-2}{3}$ و θ در ربع دوم مثلثاتی باشد، حاصل $\frac{3\cos\theta - \cos^2 45^\circ}{2\sin 30^\circ + \tan\theta}$ چه قدر است؟
 (۱) $3(2+\sqrt{5})$ (۲) $3(2-\sqrt{5})$ (۳) $5(2+\sqrt{5})$ (۴) $5(2-\sqrt{5})$
- ۷- اگر عدد x برابر با ریشه نوزدهم ۱۰۲۴ باشد، حاصل $x\sqrt{x} \times \sqrt[5]{x^2}$ کدام است؟
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) $\sqrt{2}$
- ۸- اگر x عددی مثبت و $x - \frac{1}{x} = \sqrt{3}$ باشد، حاصل $x^3 + \frac{1}{x^3}$ چه قدر است؟
 (۱) $6\sqrt{7}$ (۲) $3\sqrt{7}$ (۳) $7\sqrt{7}$ (۴) $4\sqrt{7}$
- ۹- اگر معادله $x^4 + mx^2 - m - 1$ دارای ۴ ریشه حقیقی باشد، مجموعه مقادیر m کدام است؟
 (۱) $(-2, +\infty) - \{-1\}$ (۲) $(-\infty, -1) - \{-2\}$ (۳) $(-\infty, -2)$ (۴) $(-\infty, -1)$
- ۱۰- سهمی $y = -x^2 + mx + 1$ بر خط $y = 5$ مماس است. مجموع طول نقاط تقاطع سهمی با محور x ها کدام است؟ ($m > 0$)
 (۱) ۴ (۲) $2\sqrt{5}$ (۳) ۲ (۴) -۱
- ۱۱- برای همه x هایی که $|x-a| < b$ ، نمودار تابع $f(x) = \frac{3x^2 + 2x - 2}{x^2 + 3}$ پایین تر از خط $y = 2$ قرار دارد. حاصل $(a^2 - b)$ کدام است؟
 (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) -۴ (۴) ۴
- ۱۲- اگر $y^2 = x^3 - x$ تابع باشد، ماکزیمم تعداد اعضای دامنه تابع کدام است؟
 (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳
- ۱۳- شکل مقابل مربوط به تابع $y = f(x)$ است. دامنه $y = \sqrt{f(x-2)} - 1$ کدام است؟
 (۱) $3 < x < 8$ (۲) $3 \leq x < 8$ (۳) $1 \leq x \leq 3$ (۴) $1 < x \leq 3$
- ۱۴- اگر f تابع همانی و g تابع ثابت باشد، به طوری که $f(2) - g(-2) = 2g(0)$ باشد، حاصل $f(1) + g(-1)$ کدام است؟
 (۱) $\frac{5}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{4}{3}$





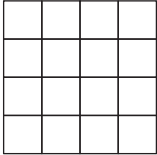
۱۵- زن و شوهری دارای ۲ دختر و یک پسر هستند. آن‌ها با هم در یک مهمانی شرکت می‌کنند. تعداد حالت‌های ورود این ۵ نفر به این مهمانی به طوری که همواره زن و شوهر پشت سر هم وارد شوند اما دو تا دختر پشت سر هم نباشند، کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۲۴ (۳) ۳۶ (۴) ۱۶

۱۶- یک تاس را آن قدر پرتاب می‌کنیم تا برای سومین بار عدد ۶ رو شود. احتمال آن که فردی در ۱۰امین پرتاب این اتفاق برایش رخ دهد، کدام است؟

- (۱) $(\frac{5}{6})^9$ (۲) $\frac{1}{6}(\frac{5}{6})^9$ (۳) $(\frac{5}{6})^8$ (۴) $(\frac{5}{6})^7$

۱۷- شکل زیر دارای m مربع و n مستطیل با ابعاد متمایز است. حاصل $\frac{n}{m}$ کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) $\frac{7}{3}$ (۴) $\frac{8}{3}$

۱۸- در کیسه‌ای ۵ مهره با شماره‌های ۱ تا ۵ وجود دارد. این مهره‌ها را به طور تصادفی و پشت سر هم بدون جای‌گذاری خارج می‌کنیم. احتمال آن که دو مهره زوج به طور متوالی خارج نشوند، چه قدر است؟

- (۱) ۹۶ (۲) ۷۲ (۳) ۳۶ (۴) ۴۸

۱۹- اگر $P(A-B) = P(B')$ باشد، $P(A' \cap B')$ چه قدر است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۲۰- در بین متغیرهای زیر در مورد یک اتومبیل، کدام نوع متغیر بیشتر از بقیه تکرار شده است؟

رنگ اتومبیل - مدل اتومبیل - حجم موتور - ظرفیت - تعداد ایربگ - طول اتومبیل - جنس روکش صندلی - سطح کیفیت - نوع سوخت - حجم باک - عرض اتومبیل

- (۱) اسمی (۲) ترتیبی (۳) پیوسته (۴) گسسته

هندسه (۱)

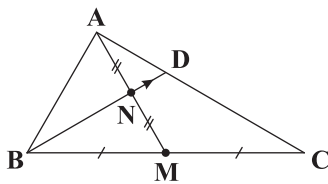
۲۱- محیط مثلثی به اضلاع $x-1$ ، $2x$ و $x+2$ که در آن x عدد صحیح باشد، کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) ۴ (۲) ۱۵ (۳) ۱۳ (۴) ۲۲

۲۲- در مثلث قائم‌الزاویه ABC، از نقطه S محل تلاقی نیمسازها، خطی موازی با وتر مثلث رسم می‌کنیم تا اضلاع قائم را در نقاط M و N قطع کند. اگر $MS=4$ و $NS=3$ باشد، تفاضل طول پاره خط MN و وتر مثلث کدام است؟

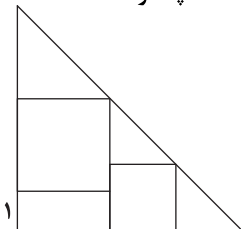
- (۱) ۵ (۲) $\sqrt{5}$ (۳) ۱ (۴) $\sqrt{7}$

۲۳- در شکل زیر M وسط BC و N وسط AM است. اگر $BN=6$ باشد، طول BD چقدر است؟



- (۱) ۷ (۲) ۱۲ (۳) ۸ (۴) ۹

۲۴- در شکل زیر همه مثلث‌ها قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین هستند و نسبت مساحت دو مربع برابر با $\frac{4}{9}$ است. محیط مثلث چقدر است؟



- (۱) $14\sqrt{2}$ (۲) $5(2+\sqrt{2})$ (۳) $7\sqrt{2}$ (۴) $7(2+\sqrt{2})$

۲۵- در مستطیل ABCD به طول و عرض $2\sqrt{5}$ و ۴ از دو رأس A و C، عمودهای AM و CN را بر قطر BD رسم می‌کنیم. طول MN چقدر است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{5}{3}$

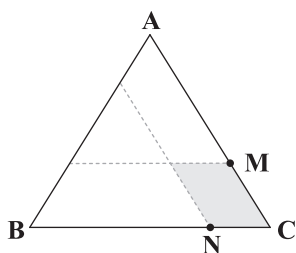
۲۶- در مثلث متساوی‌الساقین ABC از نقطه E روی قاعده BC عمودهای $EM=3$ و $EN=1/8$ را بر ساق‌های مثلث رسم می‌کنیم.

اگر $\hat{A} < \hat{B}$ و همچنین اگر طول ساق‌ها ۵ واحد باشد، طول BC چقدر است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۳



۲۷- در مثلث متساوی الاضلاع ABC نقاط M و N را به ترتیب روی اضلاع AC و BC طوری انتخاب می‌کنیم که $MC = NC = AB$ باشد. مساحت متوازی الاضلاع رنگی چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



(۱) $\frac{1}{6}$

(۲) $\frac{1}{18}$

(۳) $\frac{1}{12}$

(۴) $\frac{1}{24}$

۲۸- در دوزنقه‌ای با قاعده‌های ۴ و ۶ و ارتفاع ۵ واحد، مساحت مثلث محدود به قطرهای و قاعده بزرگ چند واحد مربع است؟

(۴) ۱۲

(۳) ۶

(۲) ۹

(۱) ۱۸

۲۹- هرم منتظم به رأس S و قاعده مربعی به ضلع a مفروض است. به کمک صفحه گذرا از دو یال گذرا از S و غیر واقع در یک وجه، هرم را برش می‌زنیم. مساحت سطح مقطع چقدر است؟

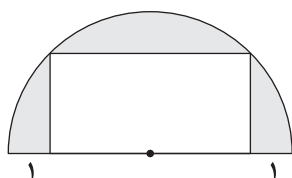
(۴) $2a^2$

(۳) $\frac{a^2}{2}$

(۲) $\frac{a^2}{4}$

(۱) a^2

۳۰- در شکل زیر عرض مستطیل نصف طول آن و شعاع دایره برابر با ۲ است. با دوران شکل حول قطر دایره، حجم رنگی چند واحد مربع است؟



(۱) $\frac{26\pi}{3}$

(۲) $\frac{32\pi}{3}$

(۳) $\frac{28\pi}{3}$

(۴) $\frac{16\pi}{3}$



۳۱- یکای $\frac{(\text{نیوتون})^2}{\text{پاسکال} \times \text{ژول}}$ معادل یکای داده شده در کدام گزینه است؟

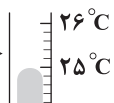
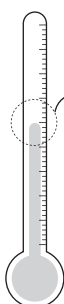
(۴) $\sqrt{\frac{1}{m}}$

(۳) $\sqrt{\frac{m}{s^2}}$

(۲) $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$

(۱) $\sqrt{m}$

۳۲- یک دماسنج رقمی و یک دماسنج مدرج مطابق شکل زیر داریم که هر دو دمای یک اتاق را 25°C نشان می‌دهند. دقت اندازه‌گیری دماسنج مدرج چند برابر دقت اندازه‌گیری دماسنج دیجیتال است؟



(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) $\frac{1}{2}$

(۴) $\frac{1}{5}$

۳۳- از فلزی به چگالی $8000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ، گلوله‌ای به جرم ۱۶g ساخته‌ایم. به طوری که ۲۰ درصد حجم آن را حفره نفوذناپذیر تشکیل داده است. این گلوله را درون یک استوانه لبریز از مایع می‌اندازیم. گلوله در مایع غرق شده و ۲g از مایع سرریز می‌شود. چگالی این مایع چند واحد SI است؟

(۴) ۲۰۰

(۳) ۸۰۰

(۲) ۱۰۰۰

(۱) ۵۰۰

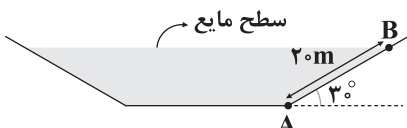
۳۴- مطابق شکل زیر، مقداری مایع در یک ظرف قرار دارد. اگر اختلاف فشار نقاط A و B برابر با $2 \times 10^5 \text{ Pa}$ و فشار نقطه A، ۳ برابر فشار نقطه B باشد، در این صورت اندازه نیروی وارد بر کف ظرف چند کیلونیوتون است؟ (کف ظرف دایره‌ای به قطر ۲۰cm می‌باشد و $\pi \approx 3$)

(۱) ۱۲

(۲) ۳

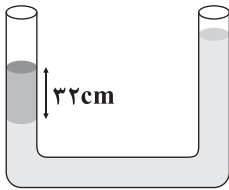
(۳) ۴

(۴) ۹



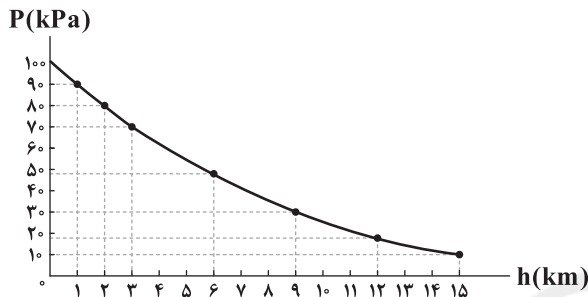


۳۵- مطابق شکل زیر، دو مایع مخلوط‌نشدنی به چگالی‌های $\frac{2}{3} \frac{g}{cm^3}$ و $\frac{8}{3} \frac{g}{cm^3}$ در لوله U شکل در حال تعادل می‌باشند. اختلاف سطح آزاد دو مایع چند سانتی‌متر می‌باشد؟



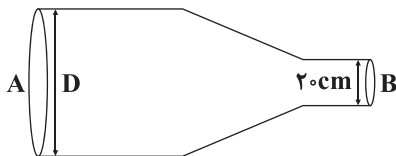
- (۱) ۸
(۲) ۴۸
(۳) ۸۰
(۴) ۵۸

۳۶- یک ستون فرضی به سطح مقطع $1 m^2$ در نظر بگیرید که از سطح دریای آزاد تا بالاترین بخش جو زمین ادامه می‌یابد. با توجه به نمودار زیر که فشار هوا برحسب ارتفاع از سطح دریای آزاد را نشان می‌دهد، چند درصد کل جرم هوایی که در این ستون قرار دارد تا ارتفاع $3 km$ این ستون فرضی قرار دارد؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)



- (۱) ۳۰
(۲) ۲۵
(۳) ۵۰
(۴) ۱۰

۳۷- آهنگ شارش حجمی شاره‌ای که به‌طور پیوسته در لوله‌ای به شکل زیر در حال حرکت است، در سطح مقطع A برابر با $30 \frac{L}{s}$ می‌باشد. تندی حرکت این شاره در سطح مقطع B چند متر بر ثانیه است؟ ($\pi \approx 3$)



- (۱) ۱/۵
(۲) ۱
(۳) ۳
(۴) ۲

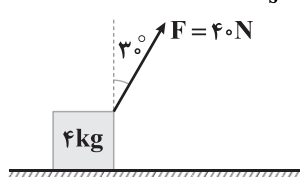
۳۸- متحرکی با تندی $20 \frac{m}{s}$ در حال حرکت است. چند کیلومتر بر ساعت به تندی آن بیفزاییم تا تغییرات انرژی جنبشی آن $\frac{5}{4}$ برابر انرژی جنبشی اولیه آن شود؟

- (۱) ۳۶
(۲) ۱۰
(۳) ۳۰
(۴) ۴۵

۳۹- گلوله‌ای به جرم $2 kg$ با تندی $20 \frac{m}{s}$ از سطح زمین در راستای قائم به سمت بالا پرتاب شده و با تندی $18 \frac{m}{s}$ به سطح زمین بر می‌گردد. اگر مقاومت هوا وجود نداشته باشد، بیشترین ارتفاعی که گلوله از سطح زمین بالا می‌رود، چند متر بیشتر از حالت اول است؟ (اندازه نیروی مقاومت هوا را ثابت فرض کنید و $g = 10 \frac{N}{kg}$)

- (۱) ۱۸/۱
(۲) ۱۶/۴
(۳) ۱/۹
(۴) ۳/۶

۴۰- مطابق شکل زیر، جسمی تحت تأثیر نیروی $\vec{F}$ پس از $20 m$ جابه‌جایی بر روی سطح، تندی‌اش از $10 \frac{m}{s}$ به $16 \frac{m}{s}$ می‌رسد. اندازه نیروی اصطکاک وارد بر این جسم در این جابه‌جایی چند نیوتون است؟ ($\frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0.86$)



- (۱) ۱۷/۸
(۲) ۴/۴
(۳) ۸/۸
(۴) ۲/۴

۴۱- یک تلمبه آب با توان ۸ اسب بخار و بازده ۶۰ درصد، چند لیتر آب را با تندی ثابت در مدت $30 s$ از چاهی به عمق $20 m$ به مخزنی در

ارتفاع $10 m$ از سطح زمین انتقال می‌دهد؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ ، $745 W \approx$ اسب بخار و چگالی آب را $1 \frac{g}{cm^3}$ در نظر بگیرید.)

- (۱) ۳۵۷/۶
(۲) ۱۱۲/۴۹
(۳) ۵۳۶/۴
(۴) ۱۰۷۲۸

۴۲- دانش‌آموزی برای اندازه‌گیری دمای شهر جهرم در یک ظهر بهاری، از دو دماسنج در مقیاس فارنهایت و سلسیوس استفاده می‌کند. اگر عددی که دماسنج فارنهایت نشان می‌دهد، ۵۶ واحد بیشتر از عددی که دماسنج سلسیوس نشان می‌دهد، این دما چند کلوین است؟

- (۱) ۳۰۳
(۲) ۲۹۷
(۳) ۳۲۹
(۴) ۳۲۹/۲

۴۳- حجم یک گلوله فلزی در اثر $25^\circ C$ افزایش دما، $0.768 cm^3$ افزایش یافته است. افزایش شعاع این گلوله چند میلی‌متر بوده

است؟ ($\alpha_{\text{فلز}} = 4 \times 10^{-5} K^{-1}$)

- (۱) 4×10^{-2}
(۲) ۴
(۳) ۴۰
(۴) 4×10^{-1}



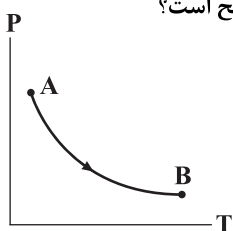
- ۴۴- گلوله مسی با دمای 12°C و ظرفیت گرمایی $2800 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$ را درون 2kg آب با دمای 4°C می‌اندازیم و دمای تعادل 58°C می‌شود. چند کیلوژول گرما در این فرایند تلف شده است؟ $(c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}})$
- (۱) ۲۱ (۲) $22/4$ (۳) ۲۸ (۴) ۴۲

- ۴۵- یک کتری برقی با توان 800W در اختیار داریم. حداقل چند دقیقه طول می‌کشد تا 2kg آب با دمای 2°C را به آب با دمای 100°C تبدیل کند؟ (در این فرایند، 20% اتلاف انرژی در نظر بگیرید و $(c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}})$)
- (۱) ۱۴ (۲) ۱۸ (۳) $17/5$ (۴) ۱۵

- ۴۶- مقداری گاز کامل در فشار 8atm قرار دارد. در دمای ثابت، فشار گاز را چند اتمسفر و چگونه تغییر دهیم تا چگالی گاز 25% افزایش یابد؟

(۱) $1/6$ - افزایش (۲) $1/6$ - کاهش (۳) ۲ - کاهش (۴) ۲ - افزایش

- ۴۷- مقداری گاز کامل فرایند AB را مطابق شکل زیر پیموده است. چه تعداد از عبارت‌های زیر الزاماً در مورد آن صحیح است؟



(الف) انرژی درونی گاز افزایش یافته است.

(ب) حجم گاز افزایش یافته است.

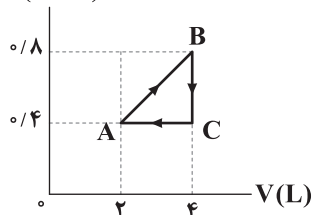
(ج) کار انجام شده روی گاز، منفی است.

(د) گاز گرما گرفته است.

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۱

- ۴۸- 2 مول گاز آرمانی چرخه‌ای مطابق شکل زیر را طی می‌کند، اگر دمای گاز در نقطه B برابر با 200K باشد، کار انجام شده بر روی گاز در هر

$P(\text{MPa})$



چرخه چند ژول است؟ $(R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}})$

(۱) -400

(۲) $+400$

(۳) -240

(۴) $+240$

- ۴۹- یک ماشین گرمایی آرمانی در هر 2 ثانیه یک چرخه را طی می‌کند و در هر چرخه به منبع دما پایین 200J گرما می‌دهد. اگر توان خروجی این ماشین 150W باشد، بازده این ماشین چند درصد است؟

(۱) ۵۰ (۲) ۴۰ (۳) ۶۰ (۴) ۷۰

- ۵۰- یخچالی آرمانی برای تبدیل 1kg آب با دمای 2°C به آب با دمای صفر درجه سلسیوس، 16800J کار انجام می‌دهد. در این صورت مقدار

گرمایی که یخچال با منبع دما بالا مبادله می‌کند، چند کیلوژول است؟ $(c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg.}^{\circ}\text{C}})$

(۱) ۸۴ (۲) $16/8$ (۳) $100/8$ (۴) $14/8$



- ۵۱- اگر به اندازه دو برابر عدد آووگادرو، اتم اکسیژن در یک نمونه از سدیم فسفات موجود باشد، جرم آن نمونه چند amu است؟

$(\text{Na}=23, \text{P}=31, \text{O}=16: \text{g.mol}^{-1})$

(۱) 0.82N_A (۲) $\frac{82}{1.66 \times 10^{-23}}$ (۳) $8/2\text{N}_A$ (۴) $\frac{82}{1.66 \times 10^{-24}}$

- ۵۲- مجموع شماره دوره و شماره گروه کدام عنصر زیر، عدد کوچک تری است؟

(۱) 50A (۲) 40X (۳) 10E (۴) 30D

- ۵۳- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

• فرمول ساده‌ترین اکسید فراوان‌ترین عنصر سیاره مشتری به صورت X_3PO است.

• فراوان‌ترین عنصر سازنده سیاره زمین همانند نخستین عنصر ساخت بشر متعلق به دسته d است.

• ${}_{27}\text{U}$ در آخرین دوره جدول جای داشته و خاصیت پرتوزایی ایزوتوپ ${}_{235}\text{U}$ آن بیشتر از ایزوتوپ ${}_{238}\text{U}$ آن است.

• بور بر این باور بود که با مدل اتمی وی می‌توان تعداد و جایگاه نوارهای رنگی در طیف نشری خطی هیدروژن را به دست آورد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴



۵۴- در آرایش الکترونی اتم عنصر X، پنج زیرلایه دو الکترونی وجود دارد. چند عدد اتمی مختلف را می توان به عنصر X نسبت داد؟ (حداکثر عدد اتمی X را ۴۰ در نظر بگیرید.)

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۵ ۴) ۴

۵۵- عنصر A در دوره چهارم جدول جای داشته و شمار الکترون های با $I=2$ آن، نصف مجموع شمار الکترون های با $I=0$ و $I=1$ است. چه تعداد از عبارت های زیر در ارتباط با عنصر A درست است؟

- برای نام گذاری اکسید عنصر A از عدد رومی استفاده نمی شود.
 - تفاوت عدد اتمی و شماره گروه عنصر A برابر با عدد اتمی فراوان ترین گاز نجیب هواکره است.
 - شمار اتم های هر واحد فرمولی از نیترات A بیشتر از سولفات A است.
 - عنصر قبلی و بعدی عنصر A در جدول تناوبی از دو دسته مختلف هستند.
- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۵۶- چه تعداد از عبارت های زیر در ارتباط با سدیم درست است؟

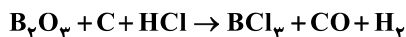
- نور زرد لامپ هایی که شب هنگام، آژادراه ها را روشن می کند به دلیل وجود بخار سدیم در آن ها است.
 - نخستین فلز گروه اول است که کاتیون آن، قاعده هشت تایی را رعایت می کند.
 - در حالت خالص براق و نقره ای رنگ بوده و با چاقو بریده می شود.
 - سوختن آن با تولید شعله زرد رنگ همراه است.
 - شمار خط های رنگی در ناحیه مرئی طیف نشری خطی آن در مقایسه با نخستین فلز گروه اول بیشتر است.
- ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۵۷- چه تعداد از عبارت های زیر در ارتباط با الکترون های ظرفیت درست است؟

- رفتار شیمیایی هر اتم به شمار الکترون های ظرفیت آن بستگی دارد.
 - در آرایش الکترون - نقطه ای اتم ها، الکترون های ظرفیت هر اتم پیرامون نماد شیمیایی آن با نقطه نمایش داده می شود.
 - شمار الکترون های ظرفیتی عنصرهای هم گروه نمی تواند متفاوت باشد.
 - شمار الکترون های ظرفیتی اتم های Zr و Pb با هم برابر است.
- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۵۸- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

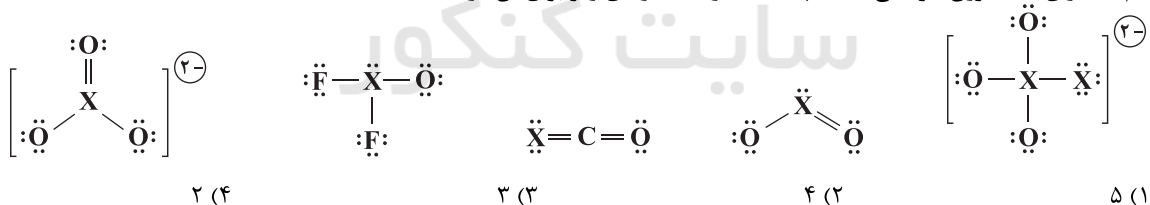
- ۱) مرجان ها گروهی از کیسه تنان هستند که اسکلت آن ها خاصیت بازی دارد.
- ۲) سبک زندگی انسان و نوع وسایلی که در زندگی استفاده می کند، درصد گازهای هواکره را تغییر می دهد.
- ۳) گاز نیتروژن در مقایسه با اکسیژن از نظر شیمیایی غیرفعال و واکنش ناپذیر است.
- ۴) پلاستیک های سبز بر پایه موادی مانند اتانول ساخته می شوند و به همین دلیل در ساختار آن ها اکسیژن نیز وجود دارد.



۵۹- در معادله واکنش مقابل پس از موازنه، ضریب چند ماده با هم برابر است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۶۰- اتم X دارای ۶ الکترون ظرفیتی است. چه تعداد از ساختارهای زیر برای آن درست است؟



۶۱- چه تعداد از عبارت های زیر درست است؟

- برای نام گذاری اکسید قهوه ای رنگ نیتروژن از پیشوندهای «مونو» و «دی» استفاده می شود.
 - ارتفاع تقریبی لایه تروپوسفر، ۱۷/۵ کیلومتر است.
 - فراوان ترین گاز نجیب سیاره مشتری را می توان به دو روش تقطیر جزء به جزء هوای مایع و گاز طبیعی به دست آورد.
 - گاز شهری در صورتی که کامل بسوزد، رنگ شعله آن مشابه رنگ حاصل از سوختن گوگرد است.
- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۶۲- اگر ۷/۲ گرم گلوکز اکسایش یابد، افزایش جرم مواد در این واکنش برابر چند گرم خواهد بود؟ ($C=12, H=1, O=16: g.mol^{-1}$)

۱) ۷/۶۸ ۲) ۶/۹۸ ۳) ۹/۲۴ ۴) ۵/۱۲

۶۳- چه تعداد از عبارت های زیر در ارتباط با هواکره درست است؟ ($N=14, C=12, O=16: g.mol^{-1}$)

- چگالی فراوان ترین جزء سازنده هواکره کم تر از چگالی هوا است.
 - در دمای $C^\circ -20$ و فشار یک اتمسفر، هم چنان برخی از اجزای هواکره، گازی شکل هستند.
 - فراوان ترین ترکیب هوای پاک و خشک لایه تروپوسفر در دمای $C^\circ -78$ به حالت جامد درمی آید.
 - نقطه جوش اوزون بالاتر از نقطه جوش دو جزء اصلی سازنده هواکره است.
- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴



۶۴- در چه تعداد از ترکیب‌های یونی زیر، شمار کاتیون‌ها کم‌تر از شمار آنیون‌ها است؟

- ترکیب یونی که در فرایند استخراج و جداسازی منیزیم از آب دریا، به صورت ماده جامد و نامحلول، رسوب داده می‌شود.
 - ترکیب یونی که به عنوان گچ شکسته‌بندی به کار می‌رود.
 - فراورده یونی نامحلول حاصل از واکنش میان محلول‌های کلسیم نیترات و سدیم فسفات.
 - ترکیب یونی حاصل از فراوان‌ترین کاتیون تک‌اتمی و فراوان‌ترین آنیون چنداتمی حل شده در آب دریا.
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۶۵- محلول سیرشده‌ای از گاز نیتروژن مونوکسید در آب در دمای 20°C به حجم 2m^3 موجود است. اگر دمای این محلول به 91°C افزایش

یابد، چند لیتر گاز نیتروژن مونوکسید از این محلول خارج می‌شود؟ (انحلال پذیری گاز نیتروژن مونوکسید در 100°C گرم آب در دماهای 20°C و 91°C به ترتیب 0.007 ، 0.002 گرم و فشار را ثابت و برابر 1atm در نظر بگیرید. $(N=14, O=16; \text{g.mol}^{-1}, d_{\text{محلول}}=1 \text{ g.mL}^{-1})$

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۶۶- در محلولی از سولفات فلز M ، غلظت این نمک برابر 2052ppm است. اگر 400 گرم از این محلول شامل $2/4 \times 10^{-3}$ مول نمک مورد نظر

باشد، فلز M کدام است؟ $(S=32, O=16, Mg=24, Al=27, Na=23, Ca=40; \text{g.mol}^{-1})$

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۶۷- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

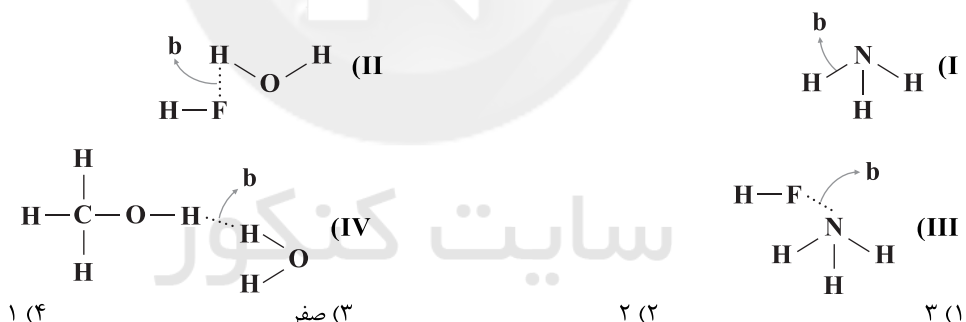
- غلظت بسیاری از محلول‌ها در صنعت، پزشکی، داروسازی، کشاورزی و زندگی روزانه با درصد جرمی بیان می‌شود.
 - در شیمی، غلظت مولی (مولار) پرکاربردتر از درصد جرمی است.
 - برای محلول‌های آبی بسیار رقیق، غلظت برحسب ppm به تقریب معادل غلظت برحسب میلی‌گرم بر لیتر است.
 - در شماری از محلول‌ها، جرم حل‌شونده بیشتر از جرم حلال است.
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۶۸- اگر چگالی محلول سیرشده لیتم سولفات در دمای 40°C برابر $1/20 \text{ g.mL}^{-1}$ و مولاریته آن برابر $2/5$ باشد، با فرض این‌که نمودار انحلال‌پذیری این نمک، خطی باشد، کدام معادله را می‌توان به انحلال‌پذیری این نمک در آب برحسب دما در مقیاس درجه سلسیوس نسبت

داد؟ $(Li=7, O=16, S=32; \text{g.mol}^{-1})$

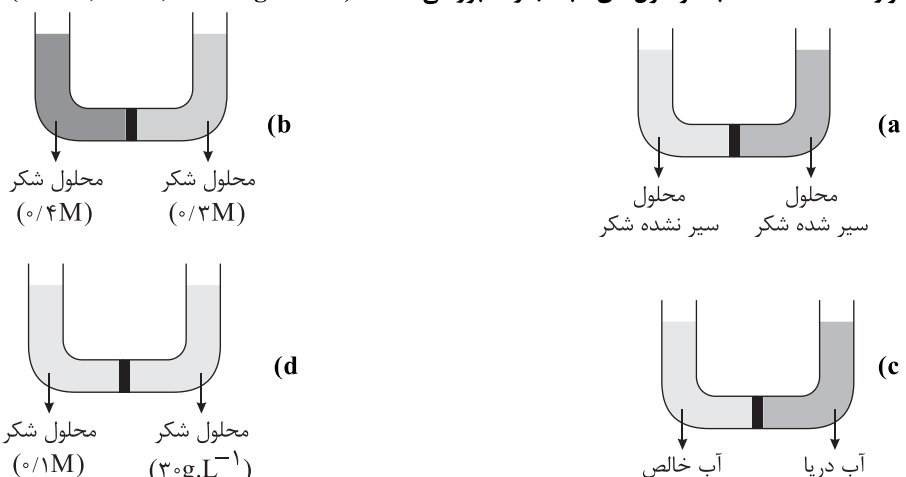
۱ (۱) $S = 0.25\theta + 16$ ۲ (۲) $S = -0.25\theta + 30$ ۳ (۳) $S = 0.2\theta + 22$ ۴ (۴) $S = -0.15\theta + 36$

۶۹- در چه تعداد از شکل‌های زیر، پیوند b نشان‌دهنده پیوند هیدروژنی است؟



۷۰- در شکل ، شکل ، پس از مدتی ارتفاع مایع در لوله سمت چپ بالا می‌رود. (در تمامی شکل‌ها غشاها از نوع نیمه

تراوا هستند که فقط به مولکول‌های آب، اجازه عبور می‌دهند.) $(C=12, H=1, O=16; \text{g.mol}^{-1})$



۱ (۱) a - همانند c ۲ (۲) a - برخلاف d ۳ (۳) b - همانند d ۴ (۴) c - برخلاف b

دفترچه شماره ۲

آزمون شماره ۲۲

جمعه ۱۴۰۲/۰۳/۲۶



آزمون‌های سراسر گاج

گزینه دروس را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

پاسخ‌های تشریحی

پایه دهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۷۰	مدت پاسخگویی: ۹۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
			از	تا	
۱	ریاضی ۱	۲۰	۱	۲۰	۴۵ دقیقه
	هندسه ۱	۱۰	۲۱	۳۰	
۲	فیزیک ۱	۲۰	۳۱	۵۰	۲۵ دقیقه
۳	شیمی ۱	۲۰	۵۱	۷۰	۲۰ دقیقه

آزمون‌های سراسر گاج

دروس	طراحان	ویراستاران علمی
ریاضیات	ریاضی ۱ هندسه ۱	ندا فرهختی
فیزیک	احمد رضا زادگان قطب آبادی	مریم ولی عابدینی - مینا نظری مینا مقدسی
شیمی	مریم تمدنی - میلاد عزیزی	ایمان زارعی



فروشگاه مرکزی گاج: تهران - خیابان انقلاب
نیش بازارچه کتاب

اطلاع رسانی و ثبت نام ۰۲۱-۶۴۲۰

نشانی اینترنتی www.gaj.ir

سایت کنکور

آماده سازی آزمون

مدیریت آزمون: ابوالفضل مزرعی

بازبینی و نظارت نهایی: سارا نظری

برنامه ریزی و هماهنگی: سارا نظری - مینا نظری

بازبینی دفترچه: بهاره سلیمی - عطیه خادمی

ویراستاران فنی: ساناز فلاحي - مروارید شاه حسینی - مریم پارسائیان - سپیده سادات شریفی - عاطفه دستخوش

سرپرست واحد فنی: سعیده قاسمی

صفحه آرا: فرهاد عبدی

طراح شکل: آرزو گلفر

حروف نگاران: مینا عباسی - مهناز کاظمی - فرزانه رجبی - ربابه الطافی - حدیث فیض الهی - ملیکا کاشانی



به نام خدا

حقوق دانش‌آموزان در آزمون‌های سراسری گاج

داوطلب گرامی؛ با سلام در اینجا شما را با بخشی از حقوق خود در آزمون‌های سراسری گاج آشنا می‌نمایم:

۱- اطلاعات شناسنامه‌ای و آموزشی شما مانند نام، نام خانوادگی، جنسیت و گروه آزمایشی بایستی به صورت صحیح در بالای پاسخ‌برگ درج شده باشد.

۲- آزمون‌های سراسری گاج باید راس ساعت اعلام شده در دفترچه، شروع و خاتمه یابد.

۳- محل برگزاری آزمون باید از لحاظ سرمایش و گرمایش، نور کافی، نظافت و سایر موارد در حد مطلوب و استاندارد باشد.

۴- سؤالات آزمون‌های سراسری گاج بایستی نزدیک‌ترین سؤالات به کنکور سراسری باشد و عاری از هرگونه اشکال علمی و تایپی باشد.

۵- بعد از هر آزمون و به هنگام خروج از جلسه آزمون بایستی پاسخ‌نامه‌ی تشریحی هر آزمون را دریافت نمایید.

۶- کارنامه‌ی هر آزمون بایستی در همان روز آزمون به روش‌های ذیل تحویل شما گردد:

• مراجعه به سایت گاج به نشانی www.gaj.ir

• مراجعه به نمایندگی.

۷- خدمات مشاوره‌ای رایگانی که در طی ۱ مرحله آزمون (ویژه داوطلبان آزاد) ارائه می‌گردد شامل:

• برگزاری جلسه مشاوره حداقل یکبار در طی هر آزمون توسط رابط تحصیلی.

• تماس تلفنی حداقل ۱ بار در طی هر آزمون توسط رابط تحصیلی.

• تماس تلفنی با اولیا حداقل یکبار در هر فاز [آزمون‌های سراسری گاج در چهار فاز تابستانه، ترم اول، ترم دوم و جامع برگزار می‌گردد].

• بررسی کارنامه آزمون توسط رابط تحصیلی در هر آزمون.

چنانچه در هر یک از موارد فوق کمبود و یا نقصی مشاهده نمودید لطفاً بلافاصله با تلفن ۰۲۱-۶۴۲۰ تماس حاصل نموده و مراتب را اطلاع دهید.



در گاج، بهترین صدا،

صدای دانش‌آموز است.



۴ ۱ روش اول:

$$\begin{aligned}
 & \text{BC} = \sqrt{24} \\
 & \tan \theta = \frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{24}}{5} \\
 & \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{24}}{5} \Rightarrow \begin{cases} AC = \frac{5}{\sqrt{24}} AB (*) \\ AB < AC \end{cases}
 \end{aligned}$$

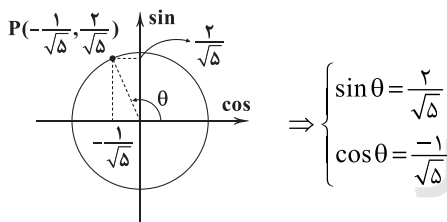
پس AB کوچکترین ضلع مثلث است.

حال به کمک رابطه فیثاغورس طول اضلاع مثلث را می‌یابیم:

$$\begin{aligned}
 AB^2 + AC^2 &= BC^2 \xrightarrow{(*)} AB^2 + \left(\frac{5}{\sqrt{24}} AB\right)^2 = (\sqrt{24})^2 \\
 \Rightarrow AB^2 \left(1 + \frac{25}{24}\right) &= 49 \times 2 \Rightarrow AB^2 \left(\frac{49}{24}\right) = 49 \times 2 \\
 \Rightarrow AB^2 \times \frac{49}{24} &= 49 \times 2 \Rightarrow AB^2 = 48 \\
 \Rightarrow AB &= \sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3} = 4\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

روش دوم:

$$\begin{aligned}
 1 + \tan^2 \theta &= \frac{1}{\cos^2 \theta} \Rightarrow 1 + \frac{24}{25} = \frac{1}{\left(\frac{AC}{\sqrt{24}}\right)^2} \Rightarrow \frac{49}{25} = \frac{49 \times 2}{AC^2} \\
 \Rightarrow AC^2 &= 50 \Rightarrow AC = 5\sqrt{2} \\
 \tan \theta &= \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{\sqrt{24}}{5\sqrt{2}} = \frac{AB}{5\sqrt{2}} \Rightarrow AB = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}
 \end{aligned}$$



$$\Rightarrow \begin{cases} \sin \theta = \frac{2}{\sqrt{5}} \\ \cos \theta = \frac{-1}{\sqrt{5}} \end{cases}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\frac{2}{\sqrt{5}}}{\frac{-1}{\sqrt{5}}} = -2$$

$$\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{\frac{-1}{\sqrt{5}}}{\frac{2}{\sqrt{5}}} = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \tan \theta - \cot \theta = -2 - \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{2}$$

۶ ۳

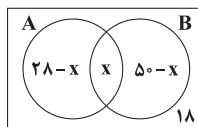
$$\sin \theta + \cos \theta = \frac{\sqrt{5}-2}{3} \xrightarrow{\text{توان}} (\sin \theta + \cos \theta)^2 = \left(\frac{\sqrt{5}-2}{3}\right)^2$$

$$\Rightarrow \sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta = \frac{9-4\sqrt{5}}{9}$$

$$\Rightarrow 2 \sin \theta \cos \theta = 1 - \frac{4\sqrt{5}}{9} - 1 \Rightarrow 2 \sin \theta \cos \theta = \frac{-4\sqrt{5}}{9} (*)$$

ریاضیات

۳ ۱



$$\text{تعداد افراد ساکن تهران} = \frac{35}{100} \times 80 = 28$$

$$A: \text{افراد ساکن تهران} \Rightarrow n(A) = 28 \quad (1)$$

$$B: \text{خانم‌ها} \Rightarrow n(B) = 50 \quad (2)$$

از طرفی، مرد شهرستانی یعنی $(A' \cap B')$ پس داریم:

$$n(A' \cap B') = 18 \Rightarrow n(A \cup B)' = 18$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = n(S) - n(A \cup B)' = 80 - 18 = 62 \quad (3)$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\xrightarrow{(3), (2), (1)} 62 = 28 + 50 - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow n(A \cap B) = 78 - 62 = 16$$

پس تعداد خانم‌های تهرانی برابر با ۱۶ می‌باشد.

۲ ۲

$$\frac{45}{4}, 12, \dots, \Rightarrow d = 12 - \frac{45}{4} = \frac{48-45}{4} = \frac{3}{4}, a_1 = \frac{45}{4}$$

$$\Rightarrow a_{18} = a_1 + 17d = \frac{45}{4} + 17\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{45+51}{4} = \frac{96}{4} = 24$$

بنابراین جمله پنجم دنباله هندسی ۲۴ و جمله دوم آن ۳ است:

$$r^{m-n} = \frac{a_m}{a_n} \Rightarrow r^{5-2} = \frac{a_5}{a_2} = \frac{24}{3} \Rightarrow r^3 = 8 \Rightarrow r = 2$$

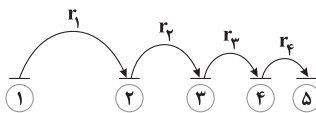
$$r_1^{m-n} = \frac{a_m}{a_n} \Rightarrow r_1^{5-2} = \frac{a_5}{a_2} = \frac{24}{3} \Rightarrow r_1^3 = 8 \Rightarrow r_1 = 2$$

$$, \frac{7}{100} r_1 - \frac{3}{100} \left(\frac{7}{100} r_1\right) = \frac{7}{100} \times \frac{7}{100} r_1, \dots$$

$$\Rightarrow r_1, \frac{7}{100} r_1, \left(\frac{7}{100}\right)^2 r_1, \left(\frac{7}{100}\right)^3 r_1, \left(\frac{7}{100}\right)^4 r_1, \dots$$

دنباله هندسی با قدرنسبت $\frac{7}{100}$

هر بار سنگ یک نیم‌دایره را طی می‌کند:



$$\text{مسافت‌های طی شده} = \frac{2r_1\pi}{2} + \frac{2r_2\pi}{2} + \frac{2r_3\pi}{2} + \frac{2r_4\pi}{2}$$

$$= \pi(r_1 + r_2 + r_3 + r_4) = \pi\left(r_1 + \frac{7}{100} r_1 + \left(\frac{7}{100}\right)^2 r_1 + \left(\frac{7}{100}\right)^3 r_1\right)$$

$$= \pi r_1 \left(1 + \frac{7}{100} + \left(\frac{7}{100}\right)^2 + \left(\frac{7}{100}\right)^3\right) = \pi a \left(1 + \frac{7}{100} + \frac{49}{10000} + \frac{343}{1000000}\right)$$

$$= \pi a \left(\frac{1000000 + 700000 + 490000 + 343000}{1000000}\right) = \pi a \left(\frac{2523000}{1000000}\right) = \frac{2523}{500} \pi a$$



۱۸ روش اول: فرض کنیم ۲ مهره زوج متوالی خارج شود:

$$24 \mid 135 \Rightarrow 4! \times 2! = 24 \times 2 = 48$$

۱۲۰ = ۵! = کل جایگشت‌ها

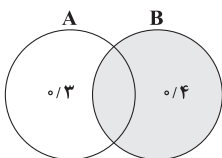
$$120 - 48 = 72 = \text{تعداد حالات مطلوب}$$

روش دوم: ابتدا مهره‌های فرد را می‌نشانیم، سپس در فضای خالی بین آن‌ها مهره‌های زوج را می‌نشانیم:

$$-1-3-5-$$

$$3! \times \binom{4}{2} \times 2! = 6 \times 6 \times 2 = 72$$

۱۹ ۴



$$P(B) = 1 - P(B') = 1 - 0/6 = 0/4$$

$$P(A - B) = 0/3$$

$$P(A \cup B) = P(A - B) + P(B) = 0/7$$

$$\Rightarrow P(A' \cap B') = P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0/7 = 0/3$$

۲۰ اسمی: رنگ اتومبیل - جنس روکش صندلی - نوع سوخت

ترتیبی: سطح کیفیت

گسسته: مدل اتومبیل - ظرفیت - تعداد ایربگ

پیوسته: حجم موتور - طول اتومبیل - حجم باک - عرض اتومبیل

۲۱ ۳ طول اضلاع مثبت است:

$$2x - 1 > 0 \Rightarrow x > \frac{1}{2}$$

$$x + 2 > 0 \Rightarrow x > -2$$

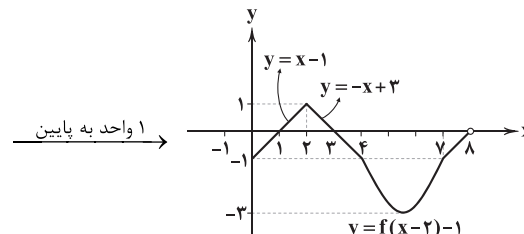
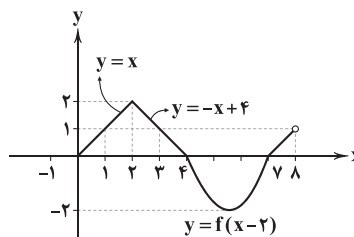
طبق نامساوی مثلثی داریم:

$$\begin{cases} 3 + x + 2 > 2x - 1 \Rightarrow 2x - x < 5 + 1 \Rightarrow x < 6 \\ 3 + 2x - 1 > x + 2 \Rightarrow 2x - x > 2 - 3 + 1 \Rightarrow x > 0 \\ x + 2 + 2x - 1 > 3 \Rightarrow 3x > 3 + 1 - 2 \Rightarrow 3x > 2 \Rightarrow x > \frac{2}{3} \end{cases}$$

از اشتراک همه جواب‌ها

$$6 > x > \frac{2}{3} \xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} \begin{cases} x=1 \Rightarrow \text{محیط} = 3x + 4 = 7 \\ x=2 \Rightarrow \text{محیط} = 3x + 4 = 10 \\ x=3 \Rightarrow \text{محیط} = 3x + 4 = 13 \\ x=4 \Rightarrow \text{محیط} = 3x + 4 = 16 \\ x=5 \Rightarrow \text{محیط} = 3x + 4 = 19 \end{cases}$$

۱۳ ابتدا نمودار $y = f(x-2) - 1$ را رسم می‌کنیم:



بنابراین برای مشخص کردن دامنه $y = \sqrt{f(x-2) - 1}$ باید زیر رادیکال نامنفی باشد:

$$f(x-2) - 1 \geq 0 \Rightarrow 1 \leq x \leq 3$$

$$f \Rightarrow f(x) = x$$

$$g \Rightarrow g(x) = c$$

$$f(2) - g(-2) = 2g(0) \Rightarrow 2 - c = 2c \Rightarrow 3c = 2 \Rightarrow c = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow f(1) + g(-1) = 1 + c = 1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$$

۱۵ حالت‌هایی که دو دختر پشت سر هم هستند را از حالت‌هایی که زن و شوهر پشت سر هم هستند، کم می‌کنیم.

$$\begin{array}{c} \text{فرزند ۳} \\ \text{زن شوهر} \quad \begin{array}{c} \triangle 1 \quad \triangle 2 \\ \text{دخترها} \end{array} \quad \begin{array}{c} \bigcirc \\ \text{پسر} \end{array} \end{array} \Rightarrow 4! \times 2! = 24 \times 2 = 48 \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} \text{زن شوهر} \quad \begin{array}{c} \triangle 1 \quad \triangle 2 \end{array} \quad \bigcirc \end{array} \Rightarrow 3! \times 2! \times 2! = 24 \quad (2)$$

از حالت‌های (۱) باید حالت‌های (۲) را کم کنیم:

$$\Rightarrow 48 - 24 = 24$$

۱۶ در ۱۰ آمین پرتاب سومین ۶ رو شده است پس در ۹ پرتاب

قبلی ۲ بار ۶ رو شده و ۷ بار غیر ۶:

$$\begin{array}{c} \left(\frac{9}{2}\right) \times \left(\frac{1}{6}\right)^2 \quad \left(\frac{5}{6}\right)^7 = \frac{9 \times 8}{2} \times \frac{1}{6^2} \times \frac{5^7}{6^7} \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ \text{جای تاس ۶} \quad \text{احتمال تاس ۶} \quad \text{احتمال تاس غیر ۶} \end{array}$$

$$= \frac{36 \times 5^7}{6^9} = \frac{5^7}{6^7} = \left(\frac{5}{6}\right)^7$$

$$\text{تعداد کل مستطیل‌ها} = \binom{5}{2} \times \binom{5}{2} = 10 \times 10 = 100$$

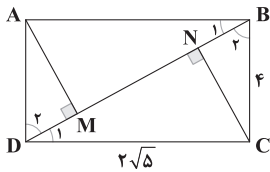
خطوط عمودی انتخاب خطوط افقی

$$\text{تعداد مربع‌ها} = 16 + 9 + 4 + 1 = 30$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = 30 \\ n = 100 - 30 = 70 \end{cases} \Rightarrow \frac{n}{m} = \frac{70}{30} = \frac{7}{3}$$



۱ ۲۵



$$\begin{cases} \hat{D}_1 = \hat{B}_1 \Rightarrow \hat{D}_r = \hat{B}_r \\ AD = BC \\ \hat{M} = \hat{N} = 90^\circ \end{cases} \xrightarrow{\text{وتر و یک زاویه}} \triangle ADM \cong \triangle BCN$$

$$\Rightarrow BN = DM = x$$

$$BD^2 = BC^2 + CD^2 = 16 + 20 = 36 \Rightarrow BD = \sqrt{36} = 6$$

$$\triangle AMB: AB^2 = AM^2 + BM^2$$

$$\Rightarrow (2\sqrt{5})^2 = AM^2 + (BD - x)^2 = AM^2 + (6 - x)^2$$

$$\Rightarrow AM^2 = 20 - (6 - x)^2$$

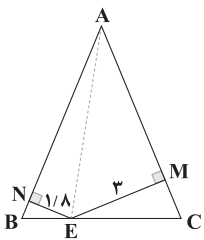
$$\triangle AMD: AD^2 = AM^2 + x^2 \Rightarrow 4^2 = AM^2 + x^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} AM^2 = 20 - (6 - x)^2 \\ AM^2 = 16 - x^2 \end{cases} \Rightarrow 20 - (6 - x)^2 = 16 - x^2$$

$$\Rightarrow 20 - (x^2 - 12x + 36) = 16 - x^2$$

$$\Rightarrow \cancel{x^2} + 12x - 16 = 16 - \cancel{x^2} \Rightarrow 12x = 32 \Rightarrow x = \frac{32}{12} = \frac{8}{3}$$

$$\Rightarrow MN = BD - 2x = 6 - 2\left(\frac{8}{3}\right) = 6 - \frac{16}{3} = \frac{18 - 16}{3} = \frac{2}{3}$$



$$\begin{cases} AB = AC \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} \\ \hat{N} = \hat{M} = 90^\circ \end{cases} \xrightarrow{\text{ز}} \triangle BNE \sim \triangle EMC$$

$$\Rightarrow \frac{BE}{CE} = \frac{BN}{CM} = \frac{NE}{ME} = \frac{1/8}{3} = \frac{18}{3 \cdot 8} = \frac{3}{4}$$

از طرفی داریم:

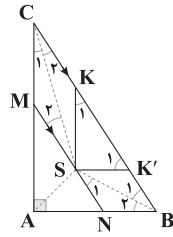
$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABE} + S_{\triangle ACE} = \frac{1}{2} \times 18 \times 5 + \frac{1}{2} \times 3 \times 5 = 45 + 7.5 = 52.5$$

$$\begin{cases} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} h x = 52.5 \Rightarrow h x = 105 \quad (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} h^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 = 5^2 \Rightarrow h^2 + \frac{1}{4} x^2 = 25 \quad (2) \end{cases}$$

۱ ۲۲

BC و CS، AS نیمساز زوایا هستند.



$$\begin{cases} \hat{B}_1 = \hat{B}_r \text{ (نیمساز BS)} \\ \hat{B}_1 = \hat{S}_1 \text{ (خطوط موازی و مورب)} \end{cases} \Rightarrow \hat{B}_r = \hat{S}_1$$

$$\Rightarrow \triangle BNS \Rightarrow SN = BN$$

$$\begin{cases} \hat{S}_r = \hat{C}_r \text{ (خطوط موازی و مورب)} \\ \hat{C}_1 = \hat{C}_r \text{ (نیمساز CS)} \end{cases} \Rightarrow \hat{S}_r = \hat{C}_1$$

$$\Rightarrow \triangle MSC \Rightarrow MS = MC$$

حال SK و SK' را به ترتیب موازی MC و NB رسم می‌کنیم و بنابراین با توجه به تساوی‌های بالا، متوازی‌الاضلاع‌های $MSKC'$ و $SNBK'$ لوزی می‌باشند.

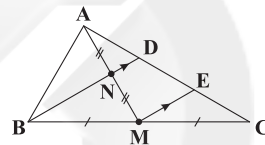
$$BC - MN = BC - (MS + NS) = BC - (CK + BK') = KK'$$

از طرفی بنا به قضیه خطوط موازی و مورب داریم:

$$\begin{cases} \hat{B} = \hat{K}' \\ \hat{C} = \hat{K}' \end{cases} \Rightarrow K\hat{S}K' = \hat{A} = 90^\circ \xrightarrow{\text{فیثاغورس}} KK'^2 = SK^2 + SK'^2$$

$$\Rightarrow KK'^2 = MS^2 + NS^2 = 4^2 + 3^2 = 25 \Rightarrow KK' = 5$$

ME را موازی BD رسم می‌کنیم:



$$\triangle AME: ND \parallel ME \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{ND}{ME} = \frac{AN}{AM} = \frac{1}{2} \Rightarrow ND = \frac{1}{2} ME \quad (1)$$

$$\triangle BDC: EM \parallel DB \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{ME}{BD} = \frac{MC}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow ME = \frac{1}{2} BD \quad (2)$$

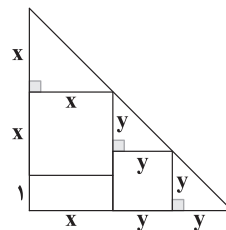
$$(2), (1) \Rightarrow ND = \frac{1}{2} ME = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} BD\right) = \frac{1}{4} BD$$

$$\Rightarrow BN = BD - ND = BD - \frac{1}{4} BD = \frac{3}{4} BD$$

$$\xrightarrow{BN=6} 6 = \frac{3}{4} BD \Rightarrow BD = \frac{4}{3} \times 6 = \frac{24}{3} = 8$$

۴ ۲۴ اگر طول ضلع مربع‌ها را x و y در نظر بگیریم، داریم:

$$\text{نسبت مساحت مربع‌ها} = \frac{y^2}{x^2} = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{2}{3} \Rightarrow y = \frac{2}{3} x \quad (*)$$



همه مثلث‌های قائم‌الزاویه متشابه و متساوی‌الساقین اند و داریم:

$$x + 2y = 1 + 2x \Rightarrow 2y = 1 + x \xrightarrow{(*)} 2\left(\frac{2}{3}x\right) = 1 + x$$

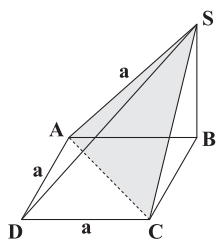
$$\Rightarrow \frac{4}{3}x = 1 + x \Rightarrow \frac{4}{3}x - x = 1 \Rightarrow \frac{1}{3}x = 1 \Rightarrow x = 3$$

$$\Rightarrow y = \frac{2}{3} \times 3 = 2 \Rightarrow \text{طول ضلع مثلث قائمه} = 2y + x = 4 + 3 = 7$$

$$\Rightarrow \text{محیط مثلث} = 7 + 7 + \sqrt{2} \times 7 = (2 + \sqrt{2}) \times 7$$



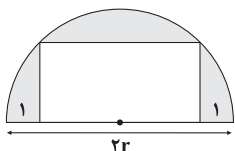
۲۹ ۳



$$\Delta ADC: \begin{cases} \hat{D} = 90^\circ \\ AD = DC = a \end{cases} \Rightarrow AC = \sqrt{2}a$$

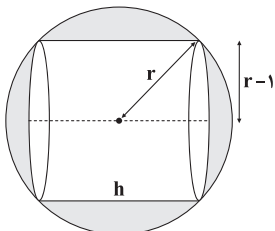
$$\Delta ASC: \begin{cases} AS = CS = a \\ AC = \sqrt{2}a \end{cases} \Rightarrow \text{فائده الزاویه } \Delta ASC \Rightarrow \hat{S} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow S_{\Delta ASC} = \frac{1}{2}a \times a = \frac{a^2}{2}$$



$$\text{طول مستطیل} = 2r - 2 = 2(r - 1) \Rightarrow h = 2(r - 1)$$

$$\text{عرض مستطیل} = \frac{2(r - 1)}{2} = r - 1$$

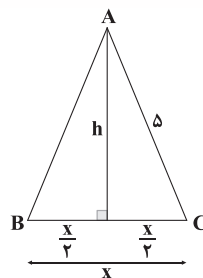


$$\left\{ \begin{array}{l} \text{حجم کره} = \frac{4}{3} \times \pi r^3 \\ \text{حجم استوانه} = \pi (r - 1)^2 h = \pi (r - 1)^2 (2(r - 1)) = 2\pi (r - 1)^3 \end{array} \right.$$

$$\text{حجم رنگی} = \frac{4}{3} \pi r^3 - 2\pi (r - 1)^3$$

$$\xrightarrow{r=2} \text{حجم رنگی} = \frac{4}{3} \times \pi \times 8 - 2\pi (1)^3 = \frac{32}{3} \pi - 2\pi = \frac{26}{3} \pi$$

۳۰ ۱



$$(1), (2) \Rightarrow (h + \frac{x}{2})^2 = h^2 + \frac{1}{4}x^2 + hx = 25 + 24 = 49$$

$$\Rightarrow h + \frac{x}{2} = 7 \quad (3)$$

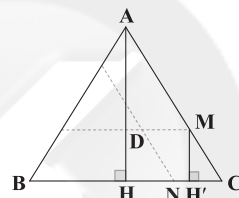
$$(1), (3) \Rightarrow (7 - \frac{x}{2})x = 24 \Rightarrow \frac{1}{2}x^2 - 7x + 24 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 14x + 48 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 8)(x - 6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 8 \text{ (غق)} \\ x = 6 \end{cases}$$

$$3MC = 4NC = AB \quad (*)$$

۲۷ ۱

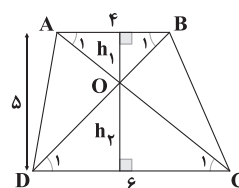


$$\begin{cases} \hat{C} = \hat{C} = 60^\circ \\ \hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ \end{cases} \xrightarrow{\text{ز}} \Delta AHC \sim \Delta MH'C$$

$$\Rightarrow \frac{MH'}{AH} = \frac{MC}{AC} = \frac{\frac{1}{3}AB}{AB} = \frac{1}{3} \quad (**)$$

$$\frac{S_{MCND}}{S_{ABC}} = \frac{MH' \times NC}{\frac{1}{2}AH \times BC} \xrightarrow{(**), (*)} \frac{\frac{1}{3}AH \times \frac{1}{3}AB}{\frac{1}{2}AH \times AB} = \frac{1}{6}$$

۲۸ ۲



$$\begin{cases} AB \parallel CD, \text{ مورب } AC \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \\ AB \parallel CD, \text{ مورب } BD \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \end{cases} \xrightarrow{\text{ز}} \Delta AOB \sim \Delta DOC$$

بنابراین نسبت ارتفاعها با نسبت اضلاع برابر است:

$$\Rightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{AB}{CD} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow h_1 = \frac{2}{3}h_2 \quad (*)$$

$$h = h_1 + h_2 = 5 \xrightarrow{(*)} \frac{2}{3}h_2 + h_2 = 5 \Rightarrow \frac{5}{3}h_2 = 5 \Rightarrow h_2 = 3$$

$$S_{\Delta OCD} = \frac{1}{2}h_2 \times CD = \frac{1}{2} \times 3 \times 6 = \frac{9}{1}$$



فیزیک

۱ ۳۱

هر یک از یکاهای فرعی نیوتون (N)، ژول (J) و پاسکال (Pa) را برحسب یکاهای اصلی می‌نویسیم:

$$\begin{cases} N = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \\ J = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} \\ Pa = \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{(\text{نیوتون})^2}{\text{پاسکال} \times \text{ژول}}} = \sqrt{\frac{(\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2})^2}{\frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2} \times \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}}} = \sqrt{\frac{\text{kg}^2 \cdot \text{m}^2}{\text{kg} \cdot \text{m}^2}} = \sqrt{\text{m}}$$

۲ ۳۲

دقت اندازه‌گیری هر یک از دماسنج‌ها برابر است با:

$$\begin{cases} \text{دقت اندازه‌گیری دماسنج رقمی} = 0.1^\circ \text{C} \\ \text{دقت اندازه‌گیری دماسنج مدرج} = \frac{1}{5} = 0.2^\circ \text{C} \end{cases}$$

بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{\text{دقت اندازه‌گیری دماسنج مدرج}}{\text{دقت اندازه‌گیری دماسنج رقمی}} = \frac{0.2}{0.1} = 2$$

۳ ۳۳

حجم مایع سرریز شده برابر حجم گلوله می‌باشد، پس ابتدا حجم گلوله را به دست می‌آوریم.

حجم فلز به کاررفته در ساخت گلوله برابر است با:

$$\rho_{\text{فلز}} = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho_{\text{فلز}}} = \frac{m=16\text{g}}{\rho=8\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} \Rightarrow V = \frac{16}{8} = 2\text{cm}^3$$

حجم فلز به کاررفته در ساخت گلوله ۸۰ درصد حجم کل گلوله را تشکیل داده است، پس حجم گلوله برابر است با:

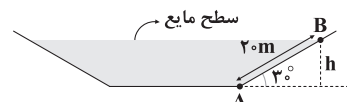
$$\frac{80}{100} \times V_{\text{گلوله}} = 2 \Rightarrow V_{\text{گلوله}} = \frac{100 \times 2}{80} = 2.5\text{cm}^3$$

در نتیجه چگالی مایع برابر است با:

$$\rho_{\text{مایع}} = \frac{m}{V} = \frac{2}{2.5} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \Rightarrow \rho_{\text{مایع}} = \frac{2}{2.5} \times 1000 = 800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

۴ ۳۴

فشار در هر یک از نقاط A و B برابر است با:



$$\begin{cases} P_B = P_0 \\ P_A = P_0 + \rho gh \end{cases} \Rightarrow P_A - P_B = P_0 + \rho gh - P_0 = \rho gh = 2 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$\frac{P_A}{P_B} = 2 \Rightarrow 2P_B - P_B = 2 \times 10^5 \Rightarrow P_B = 10^5 \text{ Pa}$$

$$\Rightarrow P_A = 2 \times 10^5 \text{ Pa}$$

مساحت کف ظرف نیز برابر است با:

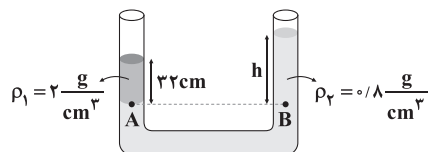
$$A = \pi R^2 \xrightarrow{D=20\text{cm} \Rightarrow R=10\text{cm}} A = 3 \times 10^2 = 300\text{cm}^2$$

$$\Rightarrow A = 300 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 3 \times 10^{-2} \text{ m}^2$$

در نتیجه اندازه نیروی وارد بر کف ظرف برابر است با:

$$F = P_A A = 3 \times 10^5 \times 3 \times 10^{-2} = 9 \times 10^3 \text{ N} = 9\text{kN}$$

۲ ۳۵ مایعی که چگالی‌اش بیشتر است، سطح آزاد پایین‌تری خواهد داشت در نتیجه داریم:



با توجه به نقاط هم‌تراز A و B داریم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 + \rho_1 gh_A = P_0 + \rho_2 gh_B \Rightarrow \rho_1 h_A = \rho_2 h_B$$

$$\Rightarrow 2 \times 32 = 0.8 \times h \Rightarrow h = 80\text{cm}$$

در نتیجه اختلاف سطح آزاد دو مایع برابر با ۴۸cm است.

۱ ۳۶ ابتدا جرم کل هوای ستون فرضی را به دست می‌آوریم. با توجه به نمودار در سطح دریای آزاد ($h=0$) فشار هوا برابر با 10^5 Pa است، در نتیجه داریم:

$$F = P_0 A \Rightarrow F = 10^5 \times 1 = 10^5 \text{ N}$$

$$\xrightarrow{F=mg} 10^5 = m \times 10 \Rightarrow m = 10^4 \text{ kg}$$

با توجه به نمودار، فشار هوا در ارتفاع ۳km برابر با $7 \times 10^4 \text{ Pa}$ است و جرم ستون هوا از ارتفاع ۳km تا بالاترین نقطه جو برابر است با:

$$F = PA = 7 \times 10^4 \times 1 = 7 \times 10^4 \text{ N}$$

$$\xrightarrow{F=mg} 7 \times 10^4 = m \times 10 \Rightarrow m = 7 \times 10^3 \text{ kg}$$

در نتیجه جرم ستون هوا از سطح دریای آزاد تا ارتفاع ۳km این ستون برابر است با:

$$m = 10^4 - 7 \times 10^3 = 3 \times 10^3 \text{ kg}$$

$$\frac{3 \times 10^3}{10^4} \times 1000 = 30\%$$

بنابراین:

۲ ۳۷ از آن‌جا که شاره به‌طور پیوسته در حال حرکت است، آهنگ شارش حجمی در همه مقطع‌های لوله یکسان است، پس آهنگ شارش

حجمی در سطح مقطع B نیز برابر با $30 \frac{\text{L}}{\text{s}}$ می‌باشد، پس داریم:

$$30 \frac{\text{L}}{\text{s}} \times \frac{1\text{m}^3}{1000\text{L}} = \frac{3}{100} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

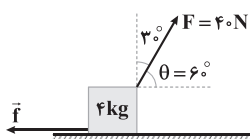
با توجه به رابطه آهنگ شارش حجمی داریم:

$$Av_B = \frac{3}{100} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \Rightarrow 3 \times (10 \times 10^{-2})^2 \times v_B = \frac{3}{100}$$

$$\Rightarrow 3 \times 10^{-2} v_B = \frac{3}{100} \Rightarrow v_B = \frac{1}{10} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



۴۰ ۲ طبق قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:



$$W_t = K_f - K_i \Rightarrow W_F + W_f = K_f - K_i$$

$$\Rightarrow Fd \cos \theta + f d \cos 180^\circ = K_f - K_i$$

$$\Rightarrow 40 \times 20 \times \cos 60^\circ - f \times 20 = \frac{1}{2} \times 4 \times (16)^2 - \frac{1}{2} \times 4 \times (10)^2$$

$$\Rightarrow 400 - f \times 20 = 512 - 200 \Rightarrow 400 - f \times 20 = 312$$

$$\Rightarrow f \times 20 = 88 \Rightarrow f = 4/4 \text{ N}$$

۴۱ ۱ با توجه به رابطه بازده داریم:

$$\frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 \Rightarrow 60 = \frac{P_{\text{خروجی}}}{\lambda} \times 100$$

$$\Rightarrow P_{\text{خروجی}} = 4/8 \text{ hp} \Rightarrow P_{\text{خروجی}} = 4/8 \text{ hp} \times \frac{745 \text{ W}}{1 \text{ hp}} = 3576 \text{ W}$$

در مدت ۳۰s کار خروجی برابر است با:

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{W}{\Delta t} \Rightarrow W = P_{\text{خروجی}} \Delta t = 3576 \times 30 = 107280 \text{ J}$$

از طرفی کار مفیدی که تلمبه در این مدت انجام داده است برابر است با:

$$W = mgh \Rightarrow 107280 = m \times 10 \times 30 \Rightarrow m = 3576 \text{ kg}$$

بنابراین با توجه به رابطه چگالی داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} \Rightarrow V = \frac{3576/6}{1000} \text{ m}^3 = 357/6 \text{ L}$$

۴۲ ۱ با توجه به رابطه بین مقیاس سلسیوس و فارنهایت داریم:

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \xrightarrow{F=\theta+56} \theta + 56 = \frac{9}{5}\theta + 32$$

$$\Rightarrow \frac{4}{5}\theta = 24 \Rightarrow \theta = 30^\circ \text{ C}$$

بنابراین این دما برحسب کلونین برابر است با:

$$T = \theta + 273 \Rightarrow T = 30 + 273 = 303 \text{ K}$$

۴۳ ۱ با توجه به رابطه انبساط حجمی داریم:

$$\Delta V = V_1 \alpha \Delta \theta \Rightarrow 768 \times 10^{-3} = V_1 \times 3 \times 4 \times 10^{-5} \times 25$$

$$\Rightarrow V_1 = 256 \text{ cm}^3$$

حجم گلوله برابر است با:

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 \Rightarrow 256 = \frac{4}{3} \times 3 \times R^3 \Rightarrow R^3 = \frac{256}{4} = 64$$

$$\Rightarrow R = \sqrt[3]{64} = 4 \text{ cm}$$

پس افزایش طول شعاع را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta \theta \Rightarrow \Delta L = 4 \times 4 \times 10^{-5} \times 25$$

$$\Rightarrow \Delta L = 4 \times 10^{-3} \text{ cm} = 4 \times 10^{-2} \text{ mm}$$

۳۸ ۱ با توجه به اطلاعات داده‌شده در سؤال و رابطه انرژی جنبشی داریم:

$$\Delta K = \frac{5}{4} K_1 \Rightarrow K_f - K_i = \frac{5}{4} K_1 \Rightarrow K_f = \frac{9}{4} K_1 \quad (*)$$

با توجه به رابطه انرژی جنبشی داریم:

$$\frac{K_f}{K_i} = \left(\frac{v_f}{v_i}\right)^2 \xrightarrow{(*)} \frac{\frac{9}{4} K_1}{K_1} = \left(\frac{v_f}{v_i}\right)^2 \Rightarrow \frac{9}{4} = \left(\frac{v_f}{v_i}\right)^2$$

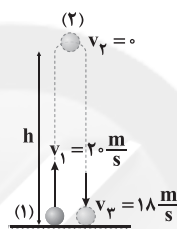
$$\Rightarrow \frac{9}{4} = \left(\frac{v_f}{20}\right)^2 \Rightarrow \frac{v_f}{20} = \frac{3}{2} \Rightarrow v_f = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta v = 30 - 20 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 36 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

بنابراین:

۳۹ ۳ در حالت اول، کار نیروی مقاومت هوا بر روی گلوله در مسیر

رفت و برگشت برابر است با:



$$E_f - E_i = W_f \Rightarrow (K_f + U_f) - (K_i + U_i) = W_f$$

$$\Rightarrow K_f - K_i = W_f \Rightarrow \frac{1}{2} \times 2 \times (18)^2 - \frac{1}{2} \times 2 \times (20)^2 = W_f$$

$$\Rightarrow W_f = -76 \text{ J}$$

مجموع کار نیروی مقاومت هوا در مسیر رفت و برگشت برابر با -76 J است،

پس کار نیروی مقاومت هوا بر روی گلوله در مسیر رفت برابر با -38 J

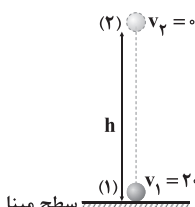
می‌باشد، در نتیجه داریم:

$$E_f - E_i = W_f \Rightarrow (K_f + U_f) - (K_i + U_i) = W_f$$

$$\Rightarrow U_f - K_i = W_f \Rightarrow 2 \times 10 \times h - \frac{1}{2} \times 2 \times (20)^2 = -38$$

$$\Rightarrow 20h = 362 \Rightarrow h = 18.1 \text{ m}$$

اگر مقاومت هوا وجود نداشته باشد، داریم:



$$E_i = E_f \Rightarrow K_i + U_i = K_f + U_f \Rightarrow K_i = U_f$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 2 \times (20)^2 = 2 \times 10 \times h \Rightarrow h = 20 \text{ m}$$

در نتیجه جواب سؤال برابر است با:

$$20 - 18.1 = 1.9 \text{ m}$$

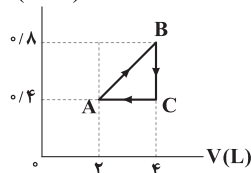


۴۸ ۱ با توجه به قانون گاز کامل برای نقطه B داریم:

$$PV = nRT \Rightarrow 0.8 \times 10^{-3} \times V = 2 \times 8 \times 200 \Rightarrow V = 4 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

از طرفی فرایند BC هم حجم است، پس V_C نیز برابر با $4 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ می‌باشد.

P(MPa)



سپس به کمک مساحت داخل چرخه اندازه کار انجام شده بر روی گاز را به دست می‌آوریم:

$$S = \frac{(4-2) \times 10^{-3} \times (0.8 - 0.4) \times 10^6}{2} = 400$$

از آنجا که چرخه ساعتگرد است، پس کار انجام شده بر روی گاز، منفی می‌باشد، در نتیجه $W = -400 \text{ J}$ است.

۴۹ ۳ به کمک رابطه توان خروجی داریم:

$$P = \frac{|W|}{\Delta t} \Rightarrow 150 = \frac{|W|}{2} \Rightarrow |W| = 300 \text{ J}$$

بنابراین گرمایی که این ماشین گرمایی از منبع دما بالا گرفته است، برابر است با:

$$Q_H = |W| + |Q_L| \Rightarrow Q_H = 300 + 200 = 500 \text{ J}$$

در نتیجه با توجه به رابطه بازده داریم:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \times 100 = \frac{300}{500} \times 100 = 60\%$$

۵۰ ۳ در یخچال‌ها داریم:

$$|Q_H| = Q_L + W$$

و برای محاسبه Q_L داریم:

$$Q = mc\Delta\theta = 1 \times 4200 \times (0 - 20) = -84000 \text{ J} \Rightarrow Q_L = 84000 \text{ J}$$

در نتیجه داریم:

$$|Q_H| = Q_L + W = 84000 + 16800 = 100800 \text{ J}$$

۴۴ ۲ اگر گرمایی که در این فرایند تلف شده است را با Q' ، اطلاعات مربوط به مس را با اندیس (۱) و اطلاعات مربوط به آب را با اندیس (۲) نشان دهیم، آن‌گاه با توجه به تعادل رسیدن این مجموعه داریم:

$$Q_1 + Q_2 + Q' = 0$$

$$\Rightarrow C_1 \Delta\theta_1 + m_2 c_2 \Delta\theta_2 + Q' = 0$$

$$\Rightarrow 2800 \times (58 - 120) + 2 \times 4200 \times (58 - 40) + Q' = 0$$

$$\Rightarrow 2800 \times (-62) + 2 \times 4200 \times 18 + Q' = 0$$

$$\Rightarrow Q' = 22400 \text{ J} = 22.4 \text{ kJ}$$

۴۵ ۳ مقدار گرمای لازم برای آن که آب موردنظر به دمای 100°C تبدیل شود برابر است با:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow Q = 2 \times 4200 \times (100 - 20) = 672000 \text{ J}$$

۲۰٪ اتلاف انرژی داریم، یعنی بازده کتری برقی 80% درصد است، در نتیجه داریم:

$$\frac{Q_{\text{مفید}}}{Q_{\text{کل}}} \times 100 = 80 \Rightarrow \frac{672000}{Q_{\text{کل}}} \times 100 = 80$$

$$\Rightarrow Q_{\text{کل}} = 840000 \text{ J}$$

با توجه به رابطه توان داریم:

$$Q_{\text{کل}} = P \Delta t \Rightarrow 840000 = 800 \times \Delta t = 1050 \text{ s} = 17.5 \text{ min}$$

۴۶ ۴ طبق رابطه چگالی داریم: (۱) $\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{V_1}{V_2}$

از طرفی در دمای ثابت داریم: (۲) $P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{P_2}{P_1}$

در نتیجه با توجه به روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{P_2}{P_1}$$

$$\Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \Rightarrow P_2 = 1 \text{ atm}$$

$$\Delta P = P_2 - P_1 = 1 - 8 = 7 \text{ atm}$$

بنابراین:

بنابراین چگالی گاز باید 7 atm افزایش یابد.

۴۷ ۳ بررسی عبارت‌ها:

الف) دمای گاز افزایش یافته، در نتیجه انرژی درونی گاز افزایش یافته است. (✓)

ب) طبق قانون گازهای کامل داریم:

$$PV = nRT \Rightarrow V = \frac{nRT}{P}$$

در نتیجه حجم گاز قطعاً افزایش یافته است. (✓)

ج) با توجه به این که حجم گاز افزایش یافته است، بنابراین کار انجام شده روی گاز، منفی است. (✓)

د) طبق قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{W < 0} Q > 0$$

پس گاز قطعاً گرما گرفته است. (✓)



شیمی

۴ ۵۱

فرمول سدیم فسفات به صورت Na_3PO_4 است:

$$? \text{amu} = 2 \times 6.02 \times 10^{23} \text{ atom O} \times \frac{1 \text{ mol atom O}}{6.02 \times 10^{23} \text{ atom O}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol Na}_3\text{PO}_4}{4 \text{ mol atom O}} \times \frac{164 \text{ g Na}_3\text{PO}_4}{1 \text{ mol Na}_3\text{PO}_4} \times \frac{1 \text{ amu}}{1.66 \times 10^{-24} \text{ g}}$$

$$= \frac{82}{1.66 \times 10^{-24}} \text{ amu} \xrightarrow{\text{یا } N_A} 82 N_A$$

۲ ۵۲ بررسی گزینه‌ها:

۱) ${}_5^{\Delta}A \Rightarrow$ شماره دوره ۵، شماره گروه ۱۴ ($5+14=19$)۲) ${}_4^X \Rightarrow$ شماره دوره ۵، شماره گروه ۴ ($5+4=9$)۳) ${}_2^E \Rightarrow$ شماره دوره ۲، شماره گروه ۱۸ ($2+18=20$)۴) ${}_4^D \Rightarrow$ شماره دوره ۴، شماره گروه ۱۲ ($4+12=16$)

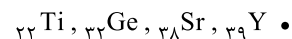
۳ ۵۳

به جز عبارت آخر، سایر عبارتها درست هستند.

بور بر این باور بود که از بررسی تعداد و جایگاه نوارهای رنگی در طیف نشری خطی هیدروژن می‌توان اطلاعات ارزشمندی از ساختار اتم هیدروژن به دست آورد. او پس از پژوهش‌های بسیار، توانست مدلی برای اتم هیدروژن ارائه کند.

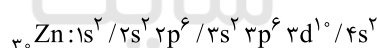
۴ ۵۴

مطابق داده‌های سؤال، عدد اتمی X حداکثر برابر با ۴۰ است. در آرایش الکترونی اتم هر کدام از عنصرهای زیر، ۵ زیرلایه دوالکترونی وجود دارد:



۴ ۵۵

هر چهار عبارت پیشنهادشده درست هستند.

عنصر A همان ${}_{30}\text{Zn}$ است:

همان‌طور که می‌بینید شمار الکترون‌های با $l=2$ (دسته d) برابر با ۱۰ و شمار سایر الکترون‌ها برابر با ۲۰ است.

بررسی عبارتها:

• اکسید عنصر A به صورت روی اکسید (ZnO) نام‌گذاری می‌شود.• ${}_{30}\text{Zn}$ در گروه ۱۲ قرار دارد و تفاوت عدد اتمی و شماره گروه آن برابر با۱۸ بوده که عدد اتمی فراوان‌ترین گاز نجیب هواکره (${}_{18}\text{Ar}$) است.

• هر واحد از روی نیترات ($(\text{Zn}(\text{NO}_3)_2)$ و روی سولفات (ZnSO_4) به ترتیب شامل ۹ و ۶ اتم هستند.

• ${}_{29}\text{Cu}$ و ${}_{31}\text{Ga}$ به ترتیب متعلق به دسته‌های d و p هستند.

۴ ۵۶

هر پنج عبارت پیشنهادشده در ارتباط با سدیم درست هستند.

۳ ۵۷

به جز عبارت سوم، سایر عبارتها درست‌اند.

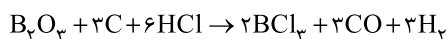
شمار الکترون‌های ظرفیت دو گاز نجیب ${}_{18}\text{Ar}$ و ${}_{2}\text{He}$ به ترتیب برابر با ۲ و ۸ است.

۴ ۵۸

پلاستیک‌های سبز بر پایه مواد گیاهی مانند نشاسته ساخته می‌شوند.

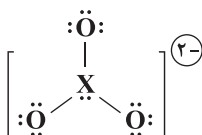
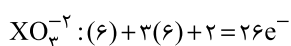
۴ ۵۹

معادله موازنه‌شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:

ضریب سه ماده C ، CO و H_2 با هم برابر است.

۲ ۶۰

به جز ساختار آخر، بقیه ساختارها درست هستند:



۲ ۶۱

عبارت‌های سوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارتهاک نادرست:

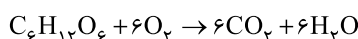
• برای نام‌گذاری اکسید قهوه‌ای رنگ نیتروژن (NO_2) فقط از پیشوند «دی» استفاده می‌شود:

نیتروژن دی‌اکسید: NO_2

• ارتفاع تقریبی لایه تروپوسفر، ۱۱/۵ کیلومتر است.

۱ ۶۲

مطابق قانون پایستگی ماده، برای محاسبه افزایش جرم مواد در واکنش اکسایش گلوکز، کافیت جرم اکسیژن مصرفی را به دست آوریم:



$$? \text{g O}_2 = 7/2 \text{g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 \times \frac{1 \text{ mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}{180 \text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6} \times \frac{6 \text{ mol O}_2}{1 \text{ mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}$$

$$\times \frac{32 \text{ g O}_2}{1 \text{ mol O}_2} = 7/68 \text{ g O}_2$$

۴ ۶۳

هر چهار عبارت پیشنهادشده درست‌اند.

• چگالی گازها در شرایط یکسان به جرم مولی آن‌ها بستگی دارد.

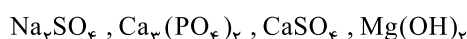
با توجه به این‌که چگالی گاز CO کمتر از هوا بوده و جرم مولی فراوان‌ترین جزء سازنده هواکره (N_2) با گاز CO برابر می‌باشد، درستی این عبارت تأیید می‌شود.

• در دمای 20°C و فشار 1 atm برخی از اجزای هواکره مانند He هم‌چنان گازی شکل هستند.

• فراوان‌ترین ترکیب هوای پاک و خشک لایه تروپوسفر، CO_2 بوده که دردمای 78°C به حالت جامد درمی‌آید.• نقطه جوش O_3 بالاتر از هر کدام از گازهای N_2 و O_2 است.

۱ ۶۴

ترکیب‌های یونی مورد نظر به ترتیب عبارتند از:

فقط در ترکیب $\text{Mg}(\text{OH})_2$ ، شمار کاتیون‌ها کمتر از شمار آنیون‌ها است.



۶۵ ۲

به ازای ۱۰۰ گرم آب یا ۱۰۰ گرم محلول که معادل ۱۰۰ mL

است، تفاوت انحلال پذیری گاز NO در دو دمای داده شده برابر است با:

$$0.005 \text{ g NO} - 0.002 \text{ g NO} = 0.003 \text{ g NO}$$

در صورتی که حجم محلول برابر ۲ mL باشد، تفاوت انحلال پذیری گاز NO

در دو دمای یاد شده برابر خواهد بود با:

$$? \text{ mol NO} = \frac{0.005 \text{ g NO}}{0.01 \text{ L H}_2\text{O}} \times \frac{1.000 \text{ L H}_2\text{O}}{0.02 \text{ mL H}_2\text{O}} = 0.005 \text{ mol NO}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol NO}}{30 \text{ g NO}} = \frac{1}{3} \text{ mol NO}$$

حجم مولی گازها در دمای ۹۱°C و فشار ۱ atm برابر است با:

$$\frac{P_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{P_2 \cdot V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{1 \times 22.4}{273} = \frac{1 \times V_2}{(273 + 91)} \Rightarrow V_2 = 29.86 \text{ L/mol}$$

$$? \text{ L NO} = \frac{1}{3} \text{ mol NO} \times \frac{29.86 \text{ L NO}}{1 \text{ mol NO}} = 9.95 \text{ L NO}$$

به ازای ۴۰۰ گرم از این محلول می توان جرم حل شونده

۶۶ ۲

(سولفات فلز M) را به دست آورد:

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 2052 = \frac{x \text{ g}}{400 \text{ g}} \times 10^6$$

$$\Rightarrow x = 0.8208 \text{ g}$$

$$\text{جرم مولی نمک} = \frac{0.8208}{2/4 \times 10^{-3}} = 342 \text{ g/mol}$$

بررسی گزینه ها:

$$1) \text{ MgSO}_4 : 120 \text{ g/mol}^{-1}$$

$$2) \text{ Al}_2(\text{SO}_4)_3 : 342 \text{ g/mol}^{-1}$$

$$3) \text{ Na}_2\text{SO}_4 : 142 \text{ g/mol}^{-1}$$

$$4) \text{ CaSO}_4 : 136 \text{ g/mol}^{-1}$$

هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند.

۶۷ ۴

ابتدا از روی رابطه زیر، درصد جرمی محلول

۶۸ ۴

سیرشده Li_2SO_4 در دمای ۴۰°C را به دست می آوریم:

$$\frac{10 \times a \times 1/2}{110} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{10 \times a \times 1/2}{110} = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow a = 23$$

$$? \text{ g Li}_2\text{SO}_4 = 100 \text{ g H}_2\text{O} \times \frac{23 \text{ g Li}_2\text{SO}_4}{(100 - 23) \text{ g H}_2\text{O}} = 30 \text{ g Li}_2\text{SO}_4$$

• فقط در دو گزینه (۳) و (۴) مقدار S در دمای ۴۰°C برابر ۳۰ g می شود.

اما با توجه به این که انحلال پذیری Li_2SO_4 در آب با افزایش دما کاهش

می یابد، شیب نمودار باید منفی باشد.

۶۹ ۴ • تنها در شکل (II) پیوند b نشان دهنده پیوند هیدروژنی است.

• پیوند هیدروژنی نوعی نیروی جاذبه بین مولکولی است (حذف شکل I)، که بین اتم H از یک مولکول و یکی از اتم های O، F و N از مولکول دیگر برقرار می شود (حذف شکل های III و IV)

۷۰ ۳ در شکل های b و d که غلظت محلول سمت چپ بیشتر از

محلول سمت راست، با گذشت زمان، ارتفاع مایع در لوله سمت چپ بالا می رود. در ارتباط با شکل d باید گفت که محلول ۰.۱ M

ساکاروز ($\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$)، معادل 342 g/mol است.

$$\frac{0.1 \text{ mol C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}}{1 \text{ L}} \times \frac{342 \text{ g}}{1 \text{ mol C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}} = 34.2 \text{ g/L}$$