

آنلاین

آزمون

۵



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پایه

۱۲



آزمون شماره ۵ پایه دوازدهم

دفترچه شماره ۱

۱۴۰۲/۳/۲۶

آزمون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان	۱۷	۱	۱۷	۳۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۱	۱۸	۲۸	۲۰ دقیقه
۳	گسسته	۱۲	۲۹	۴۰	۲۰ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
حسابان	مطابق با سرفصل کنکور سراسری		
هندسه	مطابق با سرفصل کنکور سراسری		
گسسته	مطابق با سرفصل کنکور سراسری		

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.



سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

۱- ساده شده $\sqrt[6]{18} \times \sqrt[4]{24} \times \sqrt[3]{3^4 \sqrt{6}}$ برابر چه عددی است؟

(۱) $2\sqrt{3}$ (۲) ۶ (۳) $\sqrt[3]{12}$ (۴) $\sqrt[6]{18}$

۲- اگر توان‌های عدد ۲ را به صورت $\{2\}, \{4, 8\}, \{16, 32, 64\}, \dots$ دسته‌بندی کنیم، حاصل ضرب اعداد دسته دهم چه عددی است؟

(۱) 2^{505} (۲) 2^{55} (۳) 2^{101} (۴) 2^{99}

۳- نمودار سهمی $f(x) = 2x^2 + mx + 6 + m$ از تمام نواحی به جز ناحیه سوم عبور می‌کند. حدود m کدام است؟

(۱) $m < -4$ (۲) $-4 \leq m < 0$ (۳) $m < 0$ (۴) $-6 \leq m < -4$

۴- معادله $x(x^2 + x - a) = a$ دارای یک ریشه مثبت و دو ریشه منفی متمایز است. حدود a کدام است؟

(۱) $a < 1$ و $a \neq 1$ (۲) $0 < a < 1$ (۳) $a < 0$ (۴) $a > 0$ و $a \neq 1$

۵- جواب نامعادله $\sqrt{x+1} > |x-1|$ یک بازه به صورت (a, b) است. مقدار $\frac{b-a}{2}$ چه عددی است؟

(۱) ۲ (۲) ۱ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۶- به فرض $\log_x 4 + \log_x 2 = \frac{3}{2}$ ، مقدار $\log_x 2x$ چه عددی است؟

(۱) ۲ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) ۴

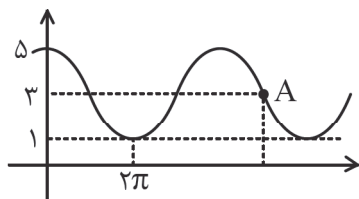
۷- هرگاه $f^{-1}(x) = \frac{3x-2}{x+1}$ و $f(2f(\alpha)) = -2$ باشد، مقدار α کدام است؟

(۱) $\frac{9}{5}$ (۲) ۱۱ (۳) $\frac{7}{5}$ (۴) ۲

۸- اگر $\frac{3}{4} = \sin(x + \frac{\pi}{6}) + \sin(x - \frac{\pi}{6})$ باشد، مقدار $\cos 2x$ کدام است؟

(۱) $\frac{4}{5}$ (۲) $\frac{3}{8}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{5}{8}$

۹- نمودار تابع $y = a \cos bx + c$ به صورت مقابل است. طول نقطه A کدام است؟

(۱) 6π (۲) $\frac{9\pi}{2}$ (۳) $\frac{7\pi}{2}$ (۴) 5π

۱۰- اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین جواب معادله $\sin 2x = 2 \cos^2(x + \frac{\pi}{4})$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

(۴) $\frac{5\pi}{6}$ (۳) $\frac{11\pi}{6}$ (۲) 2π (۱) $\frac{4\pi}{3}$

۱۱- اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{f \sin^2 x - 3}{a \cos 2x + 2} = b$ و b عدد حقیقی غیر صفر باشد، مقدار ab چه عددی است؟

(۴) ۴

(۳) -۴

(۲) ۲

(۱) -۲

۱۲- اگر $f(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$ و $g(x) = 1 - x^2$ باشد تعداد نقاط ناپیوستگی $f \circ g$ و $g \circ f$ به ترتیب کدام است؟

(۴) ۲ و صفر

(۳) ۲ و ۲

(۲) صفر و ۲

(۱) صفر، صفر

۱۳- نمودار تابع $f(x)$ را یک واحد به سمت x های منفی و سپس نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم و در نهایت در راستای محور x ها منبسط می‌کنیم. کدام گزینه می‌تواند ضابطه تابع جدید باشد؟

(۴) $f(-1-2x)$ (۳) $f(1-\frac{1}{2}x)$ (۲) $f(1-2x)$ (۱) $f(-1-\frac{1}{2}x)$

۱۴- هرگاه $f(x) = \frac{2x^2 - x}{x + b}$ به طوری که مجانب افقی $y = ax - 2f(3x)$ خط $y = -3$ باشد، مقدار $a + b$ چه عددی است؟

(۴) $\frac{45}{4}$ (۳) $\frac{41}{4}$ (۲) $\frac{43}{4}$ (۱) $\frac{39}{4}$

محل انجام محاسبه

۱۵- خط مماس بر منحنی $f(x) = \frac{2}{2+x}$ در نقطه تلاقی آن با محور y ها، خط مجانب قائم f را در نقطه‌ای با کدام عرض قطع می‌کند؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۶- تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x & x \geq 1 \\ ax^2 + b & x < 1 \end{cases}$ دارای یک نقطه عطف است، b چه عددی است؟

- ۲ (۱) -۲ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴)

۱۷- نقطه $A(1, 4)$ یک نقطه اکسترمم نسبی تابع $y = ax + \frac{b}{x^3}$ است. مقدار b و نوع اکسترمم کدام است؟

- min, ۳ (۱) max, ۱ (۲) min, ۱ (۳) max, ۳ (۴)

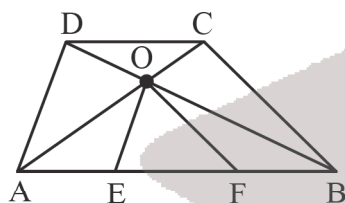
۱۸- در یک مثلث متساوی الساقین، طول هر یک از ساق‌ها و قاعده به ترتیب $x-1$ و $4x-8$ سانتی‌متر هستند. چند مقدار صحیح برای x

وجود دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۹- در دوزنقه شکل زیر، اندازه قاعده‌ها ۸ و ۱۲ است. از نقطه O محل تلاقی قطرهای، خطوطی موازی ساق‌ها رسم شده است. اندازه طول

پاره خط EF کدام است؟



- ۲/۴ (۱)

- ۱/۶ (۲)

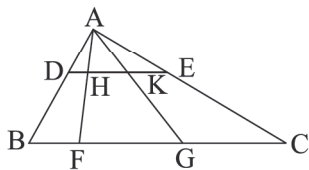
- ۳/۲ (۳)

- ۲/۵ (۴)

محل انجام محاسبه

۲۰- در شکل زیر، $AB = ۲AD$ و اندازه پاره‌خط‌های BF ، FG و GC به ترتیب ۲، ۳ و ۳ واحد است. نسبت مساحت مثلث ADH به

مساحت دوزنقه $KECG$ چقدر است؟



(۱) $\frac{۲}{۹}$

(۲) $\frac{۱}{۱۲}$

(۳) $\frac{۱}{۸}$

(۴) $\frac{۱}{۱۶}$

۲۱- یک مکعب را در نظر بگیرید. اگر سطح مقطع صفحه‌ای که از وسط سه یال هم‌رأس می‌گذرد S و سطح مقطع صفحه‌ای که از دو قطر در

دو وجه موازی می‌گذرد S' بنامیم، $\frac{S}{S'}$ چقدر است؟

(۴) $\frac{\sqrt{۶}}{۱۶}$

(۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۱۶}$

(۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۸}$

(۱) $\frac{\sqrt{۶}}{۸}$

۲۲- دایره محیطی مثلث ABC با زاویه‌های حاده و $\hat{A} = ۶۰^\circ$ و $BC = ۶$ را رسم کرده‌ایم. فاصله نقطه محل برخورد نیمساز زاویه داخلی

A و عمود منصف ضلع BC تا ضلع BC چقدر است؟

(۴) $۳ - \sqrt{۳}$

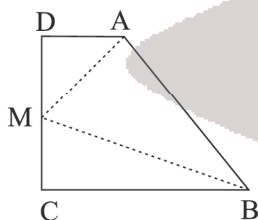
(۳) $۶ - \sqrt{۳}$

(۲) $\sqrt{۳}$

(۱) $۲\sqrt{۳}$

۲۳- در دوزنقه قائم‌الزاویه $ABCD$ ، $CB = CD = ۶$ و $AD = ۲$ هستند. نقطه M روی ساق قائم CD متحرک است. کمترین مقدار

$MA + MB$ کدام است؟



(۱) ۱۰

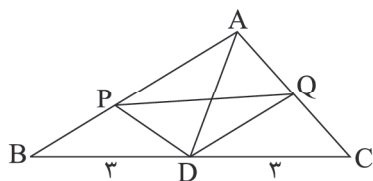
(۲) $۱۰/۵$

(۳) ۱۱

(۴) $۱۱/۵$

محل انجام محاسبه

۲۴- در شکل زیر $AB^2 + AC^2 = 68$ و نیمسازهای زاویه‌های $\hat{A}DB$ و $\hat{A}DC$ به ترتیب اضلاع AB و AC را در نقاط P و Q قطع کرده



است. اندازه PQ برابر کدام است؟

(۱) $\frac{15}{4}$

(۲) $\frac{15}{2}$

(۳) ۳

(۴) $\frac{15}{6}$

۲۵- اگر $A_{3 \times 3}$ ، $A^T = \bar{O}$ و $|A - I| = 2$ باشد، $|A + I|$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) ۲

(۳) $-\frac{1}{2}$

(۴) -۲

۲۶- AB وتر مشترک دو دایره $C: x^2 + y^2 - 8x + 4y = 0$ و $C': x^2 + y^2 - 6x = 2$ است. مرکز دایره‌ای که AB قطر آن باشد، کدام

است؟

(۱) $(\frac{2}{2}, \frac{6}{2})$

(۲) $(\frac{2}{6}, \frac{0}{8})$

(۳) $(\frac{2}{5}, 1)$

(۴) $(\frac{2}{4}, \frac{1}{2})$

۲۷- به مرکز رأس سهمی $y^2 = 4x - 4$ ، دایره‌ای رسم می‌کنیم، به طوری که به خط هادی سهمی مماس باشد. طول نقطه برخورد دایره و

سهمی کدام است؟

(۱) $\pm\sqrt{3}$

(۲) $-1 \pm \sqrt{5}$

(۳) ± 2

(۴) ± 3

۲۸- سه بردار $\vec{a} = (2, 3, -1)$ ، $\vec{b} = (m, -1, 3)$ و $\vec{c} = (m, 9, -1)$ در یک صفحه هستند. در این صورت کدام بردار بر این صفحه

عمود است؟

(۱) $(1, -4, -10)$

(۲) $(8, -32, 8)$

(۳) $(2, 4, -10)$

(۴) $(8, -8, -10)$

محل انجام محاسبه

۲۹- اگر $p \wedge q$ گزاره‌ای نادرست باشد، آنگاه گزاره $(r \vee q) \wedge (r \vee p)$ هم‌ارز کدام گزاره زیر است؟

- (۱) $\sim p$ (۲) T (۳) r (۴) F

۳۰- اگر $A_n = [n-1, n+1]$ و $X = A_2 \times A_3$ و $Y = A_3 \times A_4$ مساحت ناحیه $(X-Y) \cup (Y-X)$ کدام گزینه است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۳۱- شاهین و شادمهر و ۴ نفر از برادرهایشان می‌خواهند دور میز ناهار بنشینند. در چند حالت شاهین و شادمهر کنار هم هستند؟

- (۱) ۳۶ (۲) ۲۴ (۳) ۴۸ (۴) ۶۴

۳۲- دو شخص A و B به ترتیب با احتمال‌های $\frac{1}{6}$ و $\frac{1}{7}$ مقاله‌های خود را برای یک مجله ارسال می‌کنند. اگر شخص A مقاله‌اش را ارسال کرده باشد، شخص B با احتمال $\frac{1}{8}$ مقاله‌اش را ارسال می‌کند. اگر شخص A مقاله‌اش را ارسال نکرده باشد، با کدام احتمال شخص B هم مقاله‌اش را ارسال نمی‌کند؟

- (۱) $\frac{1}{45}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{1}{55}$

۳۳- در ۲۵ داده، میانگین و مجموع مربعات داده‌ها به ترتیب برابر $1\frac{1}{5}$ و 15° است. ضریب تغییرات این داده‌ها کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{15}}{3}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{4/5}$ (۴) $\frac{2\sqrt{5}}{3}$

۳۴- عدد $A + 17 \times 7^{92}$ بر ۴۳ بخش پذیر است. کوچک‌ترین عدد طبیعی A کدام است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۷ (۳) ۱۶ (۴) ۱۲

۳۵- روی خط $7x + 5y = 1000$ چند نقطه با مختصات طبیعی وجود دارد؟

- (۱) ۲۹ (۲) ۲۸ (۳) ۲۷ (۴) ۲۶

۳۶- در گراف منتظم G داریم $N_G[a] = \{a, b, c, d\}$ و $N_G[a] = \{a, e, f, g, h\}$ در این گراف $p+q+\delta+\Delta$ کدام است؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۲۸ (۳) ۲۷ (۴) ۲۶

۳۷- در یک گراف ناهمبند از مرتبه ۱۰ اگر $\delta = 3$ باشد، حداکثر اندازه کدام است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۶ (۳) ۱۸ (۴) ۲۱

۳۸- در چند جایگشت از حروف کلمه «ghanoon»، حروف صدادر کنار هم قرار می‌گیرند؟

- (۱) ۶۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۱۸۰ (۴) ۳۶۰

۳۹- در کیسه اول ۶ مهره قرمز، ۳ مهره آبی و ۱۰ مهره سبز و در کیسه دوم ۵ مهره زرد و ۹ مهره بنفش و ۴ مهره مشکی وجود دارد.

تعدادی مهره فقط از یک کیسه خارج می‌کنیم. حداقل چند مهره خارج کرده باشیم تا مطمئن باشیم حداقل ۶ مهره هم‌رنگ داریم؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۱۵ (۳) ۱۶ (۴) ۱۷

۴۰- به چند طریق می‌توان ۵ خودکار با رنگ‌های مختلف و شامل یک خودکار آبی را بین سارا، آیدا و نسیم توزیع کرد، به طوری که خودکار

آبی به سارا نرسد، اما هیچ‌کدام بدون خودکار نمانند؟

- (۱) ۵۰ (۲) ۱۵۰ (۳) ۱۰۰ (۴) ۱۶۲



آنلاین

آزمون

۵



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پایه

۱۲



آزمون شماره ۵ پایه دوازدهم

دفترچه شماره ۲

۱۴۰۲/۳/۲۶

آزمون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۶۵

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره، سوالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
۲	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
فیزیک	مطابق با سرفصل کنکور سراسری		
شیمی	مطابق با سرفصل کنکور سراسری		

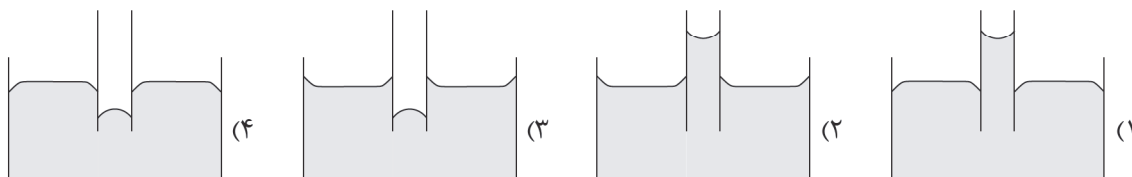
تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.



سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

فیزیک

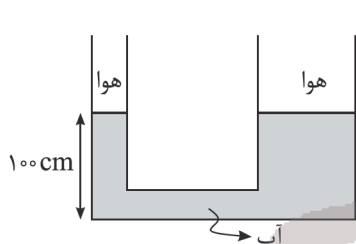
۴۱- یک لوله موئین را که فقط سطح داخلی آن چرب شده است، در یک ظرف آب فرو می‌کنیم. کدام شکل وضعیت لوله را به درستی نشان می‌دهد؟



۴۲- کل کار انجام شده روی جسم برابر با است.

- (۱) تغییرات انرژی مکانیکی
(۲) تغییرات انرژی پتانسیل
(۳) تغییرات انرژی جنبشی
(۴) کار نیروهای اتلاف کننده انرژی

۴۳- در شکل زیر، قطر مقطع لوله باریک و پهن به ترتیب ۲ cm و ۱۰ cm است. در لوله باریک چند گرم روغن بریزیم تا سطح آب در لوله

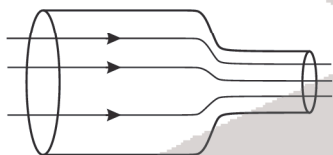


پهن ۲ cm بالا بیاید؟ $\pi = 3$ و $\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ مایع در لوله‌ها سرریز نمی‌شود)

- (۱) ۱۴۴
(۲) ۱۵۰
(۳) ۱۵۶

(۴) باید چگالی روغن معلوم باشد.

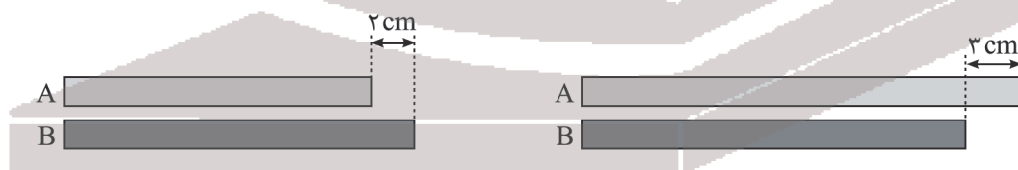
۴۴- در شکل مقابل درون لوله پر از آب است و در لوله آب با جریان ملایم و لایه‌ای وجود دارد. اگر قطر مقطع پهن لوله ۲۰۰ درصد بیش از قطر مقطع باریک لوله باشد، سرعت جریان آب در لوله قسمت باریک، چند درصد بیشتر از سرعت جریان آب در لوله پهن است؟



- (۱) ۲۰۰
(۲) ۴۰۰
(۳) ۸۰۰
(۴) ۹۰۰

۴۵- شکل الف و ب دو میله فلزی نازک A و B را به ترتیب در دمای صفر درجه سلسیوس و 200°C نشان می‌دهد. طول میله A در دمای

صفر درجه سلسیوس چند متر است؟ $(\alpha_B = 1,5 \times 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}, \alpha_A = 2 \times 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}})$



- (الف) (ب)
(۱) ۵۰/۰۶ (۲) ۵۰/۰۸ (۳) ۲۵/۰۳ (۴) ۲۵/۰۵
(۱) ۲۵ (۲) ۵۰ (۳) ۷۵ (۴) ۱۰۰

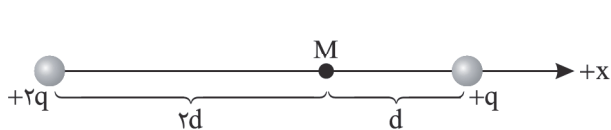
۴۶- در یک ماشین گرمایی با بازده ۲۰ درصد، در هر دقیقه 12 kJ انرژی گرمایی به محیط خارج داده می‌شود. توان انجام کار توسط این ماشین گرمایی چند وات است؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۵۰ (۳) ۷۵ (۴) ۱۰۰

۴۷- در اثر تراکم گاز کاملی که در مجاورت یک منبع گرما قرار دارد، اندازه کار انجام شده 500 J است. گرمای مبادله شده و تغییر انرژی درونی گاز به ترتیب از راست به چپ چند ژول است؟

- (۱) صفر و ۵۰۰ (۲) صفر و -۵۰۰ (۳) ۵۰۰ و صفر (۴) -۵۰۰ و صفر

۴۸- در شکل مقابل میدان الکتریکی حاصل از دو بار همنام در نقطه M برابر $E\vec{i}$ است. اگر جای دو بار عوض شود، میدان الکتریکی در نقطه M، $E'\vec{i}$ می شود. نسبت $\frac{E'}{E}$ کدام است؟ (بارها روی محور x قرار دارند)



(۱) $-\frac{Y}{8}$

(۲) $\frac{Y}{8}$

(۳) $-\frac{Y}{2}$

(۴) $\frac{Y}{2}$

۴۹- برای انتقال بار الکتریکی $-40\mu\text{C}$ از نقطه A تا نقطه B با پتانسیل الکتریکی 160 ولت کار 25mJ توسط میدان الکتریکی انجام شده است. پتانسیل الکتریکی نقطه A چند ولت است؟

(۴) -465

(۳) -785

(۲) 465

(۱) 785

۵۰- بار $q_1 = +3\mu\text{C}$ در مکان $x = 15\text{cm}$ و بار $q_2 = -48\mu\text{C}$ در مکان $x = 75\text{cm}$ قرار دارند. بار سوم q_3 را باید در چه مکانی قرار دهیم تا برابند نیروهای وارد بر آن از طرف q_1 و q_2 صفر شود؟

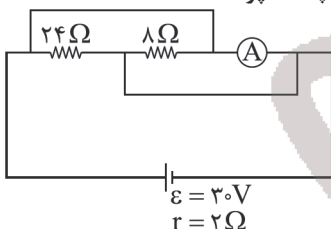
(۴) $x = 5\text{cm}$

(۳) $x = -5\text{cm}$

(۲) $x = -20\text{cm}$

(۱) $x = 20\text{cm}$

۵۱- در شکل مقابل آمپرسنج دارای مقاومت الکتریکی 3Ω است. عددی که آمپرسنج نشان می دهد، چند آمپر است؟



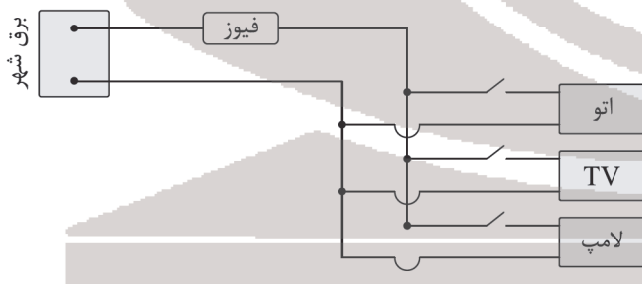
(۱) صفر

(۲) $2/5$

(۳) 5

(۴) $7/5$

۵۲- یک اتوی 200W و یک تلویزیون 80W و یک لامپ 100W را که هر ۳ با برق شهر و با ولتاژ 200V کار می کنند، مطابق شکل به هم وصل می کنیم و به برق شهر با ولتاژ 200V وصل می کنیم. برای جلوگیری از آسیب رسیدن به این وسایل و سیم های بدون مقاومت، از یک فیوز در ورودی مدار استفاده شده است. جریان قابل تحمل فیوز باید حداقل چند آمپر باشد؟



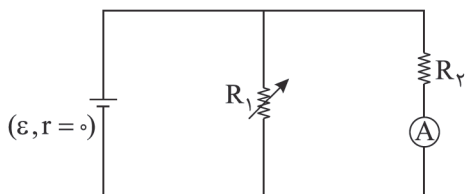
(۱) $1/5$

(۲) $1/9$

(۳) $2/1$

(۴) $2/5$

۵۳- در شکل مقابل اگر مقاومت رنوستا افزایش یابد، عددی که آمپرسنج ایده آل نشان می دهد، چگونه تغییر می کند؟



(۱) ثابت می ماند.

(۲) افزایش می یابد.

(۳) کاهش می یابد.

(۴) بسته به شرایط می تواند افزایش یا کاهش یابد.

۵۴- نقره جزو مواد و آلومینیم جزء مواد است.

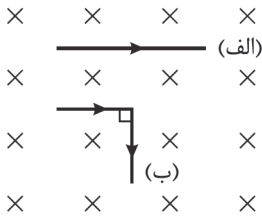
(۲) دیامغناطیس، پارامغناطیس

(۱) پارامغناطیس، دیامغناطیس

(۴) دیامغناطیس، فرومغناطیس

(۳) فرومغناطیس، پارامغناطیس

۵۵- سیم راستی به طول l حامل جریان الکتریکی ثابت I است. مطابق شکل (الف) بر خطوط میدان مغناطیسی یکنواخت درون سو عمود است. اگر سیم را از وسط تا کرده و به شکل (ب) در آوریم، نیروی مغناطیسی وارد بر آن از طرف میدان مغناطیسی نسبت به شکل (الف) چند برابر می‌شود؟



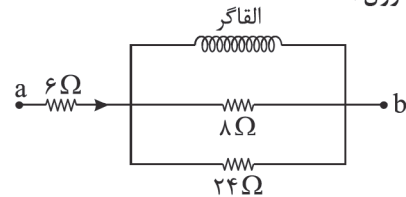
$$(1) \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$(2) \sqrt{2}$$

$$(3) \frac{1}{2}$$

$$(4) 2$$

۵۶- شکل زیر قسمتی از یک مدار الکتریکی را نشان می‌دهد. القاگر ایده‌آل بدون مقاومت الکتریکی بوده و دارای ضریب القاوری 50 mH است. اگر توان مصرفی مقاومت 6Ω برابر 24 W باشد، انرژی ذخیره شده در القاگر چند ژول است؟



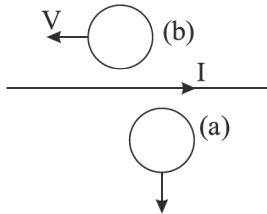
$$(1) 0.1$$

$$(2) 0.2$$

$$(3) 0.3$$

$$(4) 0.4$$

۵۷- مطابق شکل حلقه رسانای a در حال دور شدن از سیم راست و حلقه رسانای b به موازات سیم راست حرکت داده می‌شوند. جهت جریان القایی در حلقه a و b به ترتیب از راست به چپ کدام گزینه است؟



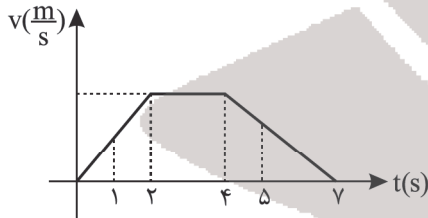
(1) ساعتگرد، پادساعتگرد

(2) ساعتگرد، صفر

(3) پادساعتگرد، ساعتگرد

(4) پادساعتگرد، صفر

۵۸- شکل مقابل نمودار سرعت-زمان متحرکی را در روی خط راست نشان می‌دهد. اگر شتاب متوسط در بازه زمانی $t = 1 \text{ s}$ تا $t = 5 \text{ s}$ برابر $5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ باشد، حداکثر سرعت این متحرک چند $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ است؟



$$(1) 3$$

$$(2) 6$$

$$(3) 12$$

$$(4) 24$$

۵۹- یک خودرو فاصله ۴۰۰ متری بین دو چراغ راهنمایی را با شتاب a از حال سکون شروع کرده و بلافاصله با شتابی به بزرگی $2a$ ترمز می‌کند تا متوقف شود. جابه‌جایی این خودرو در حین ترمز کردن چند متر است؟

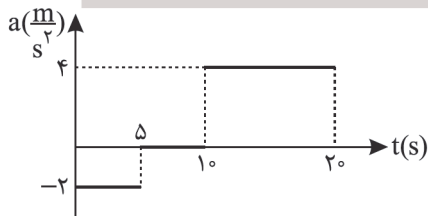
$$(1) 100$$

$$(2) 200$$

$$(3) 300$$

$$(4) 400$$

۶۰- نمودار شتاب-زمان متحرکی که از حال سکون روی محور x شروع به حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. در بازه زمانی $t_1 = 10 \text{ s}$ تا $t_2 = 17 \text{ s}$ کدام گزینه درست است؟



(1) حرکت تندشونده است.

(2) حرکت کندشونده است.

(3) جهت حرکت یکبار تغییر می‌کند.

(4) متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند.

۶۱- در شرایط خلا، گلوله‌ای را از ارتفاع h از سطح زمین بدون سرعت اولیه رها می‌کنیم. اگر اندازه سرعت متوسط گلوله در سه ثانیه آخر حرکت $50 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ متر بر ثانیه باشد، اندازه سرعت گلوله در لحظه برخورد به زمین چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

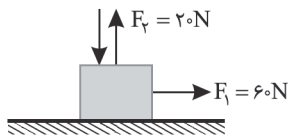
$$(1) 50$$

$$(2) 55$$

$$(3) 60$$

$$(4) 65$$

۶۲- جسمی به جرم 10 kg روی سطح افقی تحت تأثیر نیروهای وارد بر آن با شتاب ثابت در حال حرکت است. نیروی قائم وارد بر جسم را حداقل چند نیوتون افزایش دهیم تا جسم با سرعت ثابت حرکت کند؟ ($\mu_k = 0.25$, $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



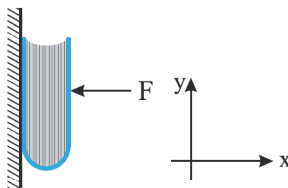
(۱) ۱۴۰

(۲) ۱۶۰

(۳) ۱۲۰

(۴) ۱۰۰

۶۳- مطابق شکل، کتابی را به یک دیوار با نیروی F فشار می‌دهیم و کتاب ساکن باقی می‌ماند. اگر بزرگی نیروی F را افزایش دهیم، بزرگی نیروی اصطکاک وارد بر کتاب و زاویه نیرویی که کتاب به سطح دیوار وارد می‌کند با جهت مثبت محور y ها



(۱) افزایش می‌یابد، افزایش می‌یابد.

(۲) ثابت می‌ماند، کاهش می‌یابد.

(۳) افزایش می‌یابد، کاهش می‌یابد.

(۴) ثابت می‌ماند، افزایش می‌یابد.

۶۴- آسانسوری با شتاب $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ تندشونده پایین می‌رود، جعبه‌ای به جرم 2 kg بر کف آسانسور قرار دارد و نیروی افقی F به جسم وارد می‌شود و جسم در کف آسانسور با شتاب ثابت حرکت می‌کند. اگر در این حالت، نیرویی که از طرف کف آسانسور به جسم وارد می‌شود، برابر 20 N باشد، ضریب اصطکاک جعبه با کف آسانسور چند است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

(۱) ۰/۲۵ (۲) ۰/۵ (۳) ۰/۷۵ (۴) ۰/۸

۶۵- در یک حرکت دایره‌ای جسم حول مبدأ مختصات به صورت پاد ساعتگرد روی دایره‌ای به شعاع یک متر می‌چرخد. اگر بردار شتاب حرکت جسم در یک لحظه در SI ، $\vec{a} = 4\vec{i}$ باشد، بردار سرعت حرکت در این حرکت در SI کدام است؟

(۱) $4\vec{j}$ (۲) $-4\vec{j}$ (۳) $2\vec{j}$ (۴) $-2\vec{j}$

۶۶- دوره آونگ ساده‌ای 2 s است. اگر بخواهیم دوره آن 0.2 s کاهش یابد، طول آونگ باید چند سانتی‌متر تغییر کند؟ ($g = \pi^2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

(۱) ۸۱ (۲) ۹ (۳) ۱۹ (۴) ۹۱

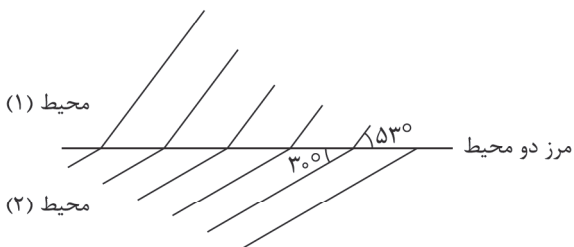
۶۷- چشمه موجی در یک محیط که تندی انتشار موج در آن $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است، نوسان‌های طولی ایجاد می‌کند. اگر دامنه نوسان‌های آن 2 cm باشد و هر نقطه از محیط انتشار موج در مدت 4 ثانیه مسافت 6.4 متر را طی کند، فاصله بین مرکز یک تراکم و مرکز یک انبساط متوالی چند cm است؟

(۱) ۲۵ (۲) $12/5$ (۳) ۵۰ (۴) $6/25$

۶۸- در فاصله d از یک چشمه صوت تراز شدت صوت 80 دسی‌بل است. اگر به جای این منبع هم‌زمان 4 منبع مشابه با منبع اول به ارتعاش درآیند، تراز شدت صوت در فاصله d از این چهار منبع چند دسی‌بل خواهد بود؟ (از جذب انرژی امواج صوتی توسط هوا صرف‌نظر شود و $\log 2 = 0.3$)

(۱) ۹۲ (۲) ۳۲۰ (۳) ۸۶ (۴) ۹۵

۶۹- در شکل روبه‌رو جبهه‌های موج نور مرئی عبوری از محیط (۱) به محیط (۲) رسم شده است. یکی از این دو محیط هوا است. ضریب شکست محیط شفاف چقدر است؟ ($\sin 53^\circ = 0.8$)

(۱) $\frac{5}{8}$ (۲) $\frac{6}{5}$ (۳) $1/6$

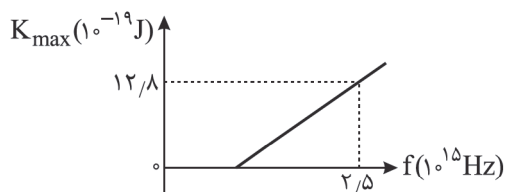
(۴) ۲

محل انجام محاسبه

- ۷۰- پراش نور تکفام از یک شکاف باریک به اندازه $1\mu\text{m}$ برای کدام یک از رنگ‌های نور، واضح تر رخ می‌دهد؟
 (۱) بنفش (۲) آبی (۳) زرد (۴) قرمز
- ۷۱- در اتم هیدروژن با افزایش شماره مدارهای گردش الکترون (n) فاصله مدارهای مانای مجاور هم می‌یابد و فاصله ترازهای انرژی مجاور هم از یکدیگر می‌یابد.

- (۱) افزایش - کاهش (۲) کاهش - افزایش (۳) افزایش - افزایش (۴) کاهش - کاهش
- ۷۲- در یک آزمایش فوتوالکتریک، نمودار تغییرات بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها بر حسب بسامد نور فرودی مطابق شکل زیر است. اگر نوری با بسامد $1,5 \times 10^{15} \text{ Hz}$ بر سطح فلز بتابد، حداکثر انرژی جنبشی، چند الکترون ولت است؟

$$(e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}, h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV}\cdot\text{s})$$



۴ (۱)

۶/۴ (۲)

۲ (۳)

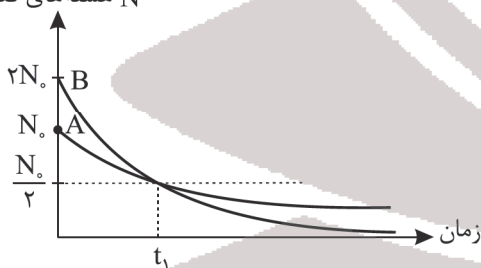
۶ (۴)

- ۷۳- چه تعداد از جملات زیر راجع به هسته اتم درست است؟

- (الف) نیروی هسته‌ای کوتاه‌برد و نیروی دافعه کولنی بین پروتون‌های هسته بلندبرد است.
 (ب) به جز پلوتونیم و اورانیوم که هسته‌های ناپایدار موجود در طبیعت‌اند، بیشترین پروتون یک هسته پایدار موجود در طبیعت متعلق به بیسموت است.
 (ج) انرژی نوکلئون‌های داخل هسته کوانتیده بوده و اختلاف انرژی ترازهای نوکلئون‌ها در حد الکترون - ولت است.
 (د) بین ذرات α ، β و γ ، ذره β بیشترین نفوذ را در ورقه سربی دارد.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

- ۷۴- شکل زیر نمودار تعداد هسته‌های فعال مانده دو ماده رادیواکتیو A و B را نشان می‌دهد. در لحظه $3t_1$ ، تعداد هسته‌های فعال باقی‌مانده A، چند برابر تعداد هسته‌های فعال باقی‌مانده B است؟



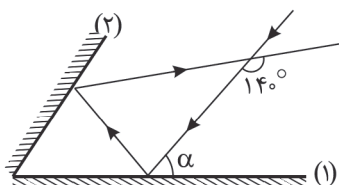
۲ (۱)

۴ (۲)

۸ (۳)

۱۶ (۴)

- ۷۵- مطابق شکل، پرتوی نوری با زاویه α به آینه (۱) تابیده و پس از بازتاب به آینه (۲) برخورد می‌کند. اگر زاویه بین پرتوی تابش به آینه (۱) و بازتابش از آینه (۲)، 140° درجه باشد، α چند درجه است؟ (زاویه بین دو آینه حاده است.)



۵۰ (۱)

۶۰ (۲)

۷۰ (۳)

(۴) اطلاعات برای محاسبه α کافی نیست.

۷۶- کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) ایزوتوپی از لیتیم که مجموع ذرات زیراتمی در آن برابر ۹ است، درصد فراوانی کمتری از ایزوتوپ دیگر دارد.
 (۲) در بین ۷ ایزوتوپ طبیعی و ساختگی هیدروژن نسبت ایزوتوپ‌های طبیعی به رادیوایزوتوپ‌ها برابر ۰/۷۵ است.
 (۳) اورانیم شناخته‌شده‌ترین فلز پرتوزایی است که یکی از ایزوتوپ‌های آن اغلب به عنوان سوخت در راکتورهای اتمی به کار می‌رود.
 (۴) با پیشرفت علم شیمی و فیزیک، انسان می‌تواند طلا تولید کند، اما هزینه تولید آن به اندازه‌ای زیاد است که صرفه اقتصادی ندارد.

۷۷- کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

(آ) یون تک اتمی کاتیون یا آنیونی است که تنها از یک اتم تشکیل شده است.

(ب) با توجه به: $\text{Ca} \cdot + \cdot \ddot{\text{O}}: \rightarrow \text{Ca}^{2+} [:\ddot{\text{O}}:]^{2-}$ شمار لایه‌های هشت الکترونی کاتیون دو برابر آنیون است.

- (پ) در رسم آرایش الکترونی فشرده عنصر خانه ۴۰ جدول دوره‌ای نماد گاز نجیب آرگون در داخل کروشه قرار می‌گیرد.
 (ت) در دوره چهارم جدول دوره‌ای هشت عنصر دارای لایه ۱۸ الکترونی می‌باشند.
 (ث) مدل بور با موفقیت توانست طیف نشری خطی هیدروژن و هلیوم را توجیه کند.

(۱) آ، ب، ث (۲) پ، ت، ث (۳) آ، ب، پ (۴) آ، ب، ت

۷۸- در یون ${}^{24}_{12}\text{X}^{3-}$ تفاوت شمار نوترون‌ها و الکترون‌ها برابر ۵ است. در ${}^{37}_{17}\text{Y}$ گرم از این یون به تقریب چند نوترون وجود دارد؟

(۱) $1/23 \times 10^{24}$ (۲) $1/6 \times 10^{24}$ (۳) $8/2 \times 10^{23}$ (۴) $4/6 \times 10^{23}$

۷۹- کدام موارد از عبارتهای زیر به درستی بیان شده‌اند؟

(آ) واکنش $\text{NO}_2 + \text{O}_2 \rightarrow \text{NO} + \text{O}_3$ ، مربوط به تولید اوزون تروپوسفری است.

(ب) گازها همانند مایعات و برخلاف جامدات تراکم‌پذیر هستند.

(پ) میان میزان CO_2 هواکره و مساحت برف در نیمکره شمالی رابطه مستقیم وجود دارد.

(ت) در صورت عدم وجود هواکره، میانگین دمای کره زمین 18°C کاهش می‌یافت.

(۱) آ و ب (۲) آ و پ (۳) فقط آ (۴) پ و ت

۸۰- اگر فشار حاصل از ۰/۸ گرم گاز متان در دما و حجمی معین، برابر ۲ اتمسفر باشد، چند گرم از گاز کربن دی‌اکسید در همین دما و

حجم، فشاری برابر ۳ اتمسفر دارد؟ ($\text{C} = 12, \text{O} = 16, \text{H} = 1 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

(۱) $3/3$ (۲) $1/46$ (۳) $2/23$ (۴) $1/65$

۸۱- اگر هر کدام از ترکیب‌های $\text{Ba}_n\text{Cl}(\text{NO}_3)_5$ و $\text{Zn}_m\text{F}(\text{PO}_4)_m$ و $\text{Sc}_x\text{N}(\text{SO}_4)_3$ ، ترکیباتی کاملاً یونی و خنثی باشند، در این

صورت کدام یک از رابطه‌های زیر درست می‌باشد؟

(۱) $m = n + x$ (۲) $x = \frac{m}{n}$ (۳) $n = m \times x$ (۴) $n = x - m$

۸۲- محلول سدیم سولفات با غلظت مولی $6 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$ و محلول سدیم نیترات با چگالی $1/7 \frac{\text{g}}{\text{mL}}$ و درصد جرمی ۴۰٪ را با نسبت‌های

حجمی ۲ به ۱ با یکدیگر مخلوط می‌کنیم. غلظت مولی یون سدیم در محلول نهایی به تقریب چند مول بر لیتر خواهد بود؟

($\text{Na} = 23, \text{O} = 16, \text{N} = 14 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

(۱) $3/24$ (۲) $1/75$ (۳) $2/67$ (۴) $3/46$

۸۳- کدام گزینه نادرست است؟ ($H = 1, O = 16, Na = 23 : g.mol^{-1}$)

- ۱) انحلال پذیری لیتیم سولفات در آب برخلاف انحلال پذیری پتاسیم نیترات، با افزایش دما کاهش می یابد.
 - ۲) در 50° میلی لیتر محلول 0.4° مولار سدیم هیدروکسید مقدار $4/6$ گرم یون سدیم وجود دارد.
 - ۳) انحلال پذیری کلسیم فسفات، نقره نیترات و باریم سولفات در آب کمتر از 1° گرم در 100° گرم آب می باشد.
 - ۴) در فشار یک اتمسفر و در هر دمایی انحلال پذیری گاز NO از گاز CO_2 کمتر است.
- ۸۴- همه گزینه های زیر درست است، به جز
- ۱) یکی از کمیت های وابسته به اتم که روندهای تناوبی در جدول دوره ای براساس آن قابل توضیح است، شعاع اتمی می باشد.
 - ۲) با افزایش شمار لایه های الکترونی اشغال شده عناصر یک گروه جدول دوره ای، خصلت فلزی آنها افزایش می یابد.
 - ۳) در واکنش سه فلز لیتیم، سدیم و پتاسیم با گاز کلر، پتاسیم سریع تر و شدیدتر از دو فلز دیگر واکنش داده و فعالیت شیمیایی بیشتری دارد.
 - ۴) در میان فلزهای گروه دوم Mg آسان تر به کاتیونی با بار $+2$ تبدیل می شود، زیرا شعاع اتمی آن بزرگ تر است و راحت تر الکترون از دست می دهد.

۸۵- کدام یک از گزینه های زیر نادرست است؟

- ۱) فلز Na نسبت به Zn، در هوای مرطوب سریع تر واکنش می دهد و شرایط نگهداری آن دشوارتر است.
 - ۲) در هر واکنش شیمیایی که به طور طبیعی انجام می شود، واکنش پذیری فرآورده ها از واکنش دهنده ها کمتر است.
 - ۳) واکنش آهن (III) اکسید با فلز مس نمی تواند به صورت طبیعی انجام شود.
 - ۴) از آنجایی که واکنش پذیری کربن نسبت به سدیم بیشتر است، برای استخراج آهن بهتر است از کربن استفاده کرد.
- ۸۶- کدام یک از ترکیب های زیر، با ترکیب «۳- اتیل - ۲- متیل پنتان» فرمول مولکولی یکسانی داشته، اما فرمول ساختاری آنها متفاوت است؟

الف) ۲، ۲- دی متیل هگزان

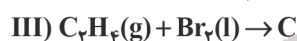
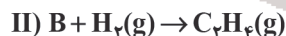
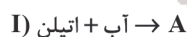
ب) ۳- اتیل هپتان

ج) $(CH_3)_2CHCH(C_2H_5)CH_2CH_3$

د) $(CH_3)_3CCH_2CH(CH_3)_2$

۱) الف - ج - د ۲) الف - د ۳) الف - ج ۴) ب - د

۸۷- با توجه به فرایندهای I، II و III کدام مطلب درباره ترکیب های A و B و C درست است؟



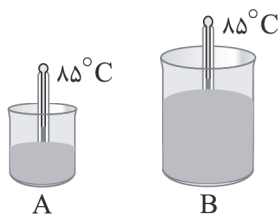
- ۱) ترکیب A، الکلی بی رنگ و فرار است که به هر نسبتی در آب حل می شود و ۷ پیوند اشتراکی دارد.
- ۲) واکنش (I) در محیط اسیدی انجام می شود، از این رو برای تولید ماده A در مقیاس صنعتی مناسب نیست.
- ۳) ترکیب B، استیلن نام دارد که از حرارت سوختن آن برای جوش کاربردی استفاده می شود.
- ۴) ترکیب C، مایعی بی رنگ است و «۱، ۲- دی برمواتن» نام دارد.

۸۸- کدام موارد از عبارتهای زیر درست اند؟

- آ) انرژی آزاد شده از سوختن ۲ گرم مغز گردو از ۲ گرم ماکارونی بیشتر است.
 - ب) سوخت های فسیلی مانند گاز شهری، بنزین، گازوئیل و چوب، هنگام سوختن انرژی آزاد می کنند.
 - پ) دما کمیتی است که میزان گرمی و سردی مواد را نشان می دهد.
 - ت) جنبش های نامنظم ذرات در یخ $0^\circ C$ از یخ $15^\circ C$ بیشتر است.
 - ث) تنها راه آزاد شدن انرژی مواد سوزاندن آنها است.
- ۱) آ، پ و ت ۲) ب و ت ۳) آ، ت و ث ۴) آ، ب، پ و ت

محل انجام محاسبه

۸۹- شکل زیر دو ظرف محتوی مقداری آب خالص در دمای 85°C را نشان می‌دهد. با توجه به آن چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟



(آ) با انتقال آب موجود در ظرف A به ظرف B، ظرفیت گرمایی آب درون ظرف B افزایش می‌یابد.
(ب) هرگاه دو گوی آلومینیمی یکسان را جداگانه درون ظرفهای A و B بیندازیم، با گذشت 10°C دقیقه، کاهش دمای آب در ظرف A بیشتر خواهد بود.

(پ) برای افزایش دمای 5°C گرم از آب درون هر کدام از دو ظرف به اندازه 1°C ، گرمای یکسانی لازم است.

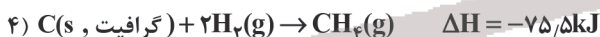
(ت) با افزودن 10g آب 90°C به هر کدام از دو ظرف، دمای آب در ظرف A در مقایسه با ظرف B، به 90°C نزدیک تر خواهد بود.

(ث) با انحلال مقداری پتاسیم نیترات در آب درون ظرفهای A و B، میانگین تندی مولکولهای آب کاهش می‌یابد.

(۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۹۰- با توجه به واکنشهای زیر هرگاه در واکنش سوختن متان مقدار $33/6$ لیتر گاز در شرایط STP تولید شده باشد به تقریب چند

کیلوژول گرما آزاد شده است؟ (یکی از واکنشهای داده شده مورد استفاده قرار نمی‌گیرد.)



(۱) ۱۳۳۵ (۲) ۴۰۱ (۳) ۴۴۵ (۴) ۱۲۰۳

۹۱- با توجه به واکنشهای (الف) و (ب)، آنتالپی واکنش (ج)، برحسب کیلوژول کدام است؟

(متوسط) آنتالپی پیوند $\text{C}=\text{O}$ و $\text{O}=\text{O}$ را به ترتیب برابر 799 و 495 کیلوژول بر مول در نظر بگیرید.



(۱) -1295 (۲) -800 (۳) -126 (۴) -906

۹۲- عبارت کدام گزینه نادرست است؟

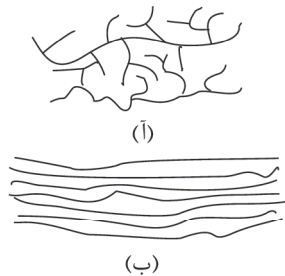
(۱) محلول بنفش رنگ پتاسیم پرکلرات با یک اسید آلی در دمای اتاق، به کندی واکنش می‌دهد، اما با گرم شدن، محلول به سرعت بی‌رنگ می‌شود.

(۲) سرعت واکنش تجزیه H_2O_2 در دمای اتاق، با افزودن دو قطره از محلول پتاسیم یدید به طور چشمگیری افزایش می‌یابد.

(۳) بنزوئیک اسید، یک کربوکسیلیک اسید آروماتیک است و در تمشک و توت‌فرنگی وجود دارد.

(۴) الیاف آهن داغ و سرخ شده در هوا نمی‌سوزد، در حالی که همان مقدار الیاف آهن داغ و سرخ شده در یک ارلن پر از اکسیژن می‌سوزد.

۹۳- شکلهای زیر مربوط به دو نوع پلی اتن می‌باشد. با توجه به آن چند مورد از مطالب زیر درست است؟



(آ) چگالی پلی اتن (ب) از چگالی پلی اتن (آ) بیشتر است.

(ب) نیروی جاذبه بین مولکولی در هر دو از نوع وان دروالسی است.

(پ) پلی اتن (ب) کدر و پلی اتن (آ) شفاف است.

(ت) از پلی اتن (آ) در ساخت لوله‌های پلاستیکی و دبه‌های آب استفاده می‌شود.

(۱) ۱ (۲) ۳

(۳) ۲ (۴) ۳

۹۴- از آبکافت ۴۶/۴ گرم اتیل بوتانوات چند گرم الکل تولید می‌شود؟ (بازده درصدی واکنش را برابر ۷۵ در نظر بگیرید)

($H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$)

۱۳/۸ (۴)

۱۸/۴ (۳)

۲۲/۲ (۲)

۲۹/۶ (۱)

۹۵- کدام موارد از مطالب زیر نادرست است؟

(آ) تفلون نقطه ذوب بالایی دارد، از نظر شیمیایی بی‌اثر است و با مواد شیمیایی واکنش نمی‌دهد.

(ب) نسبت شمار اتم‌های H به C در سیانواتن با این نسبت در بنزن، متفاوت است.

(پ) پنبه یکی از الیاف طبیعی است و حدود نیمی از لباس‌های تولیدی در جهان از آن تهیه می‌شود.

(ت) نشاسته گندم، پلی‌اتن و سلولز برخلاف آب و انسولین، درشت‌مولکول محسوب می‌شوند.

(۱) «آ»، «پ» (۲) «ب»، «ت»

(۳) «آ»، «ت» (۴) «آ»، «ب» و «پ»

۹۶- کدام گزینه درباره واکنش فلز Zn با محلول هیدروکلریک اسید درست است؟

(۱) مجموع ضرایب استوکیومتری برابر ۴ است.

(۲) نقش فلز Zn در این واکنش همانند نقش گونه X در واکنش زیر است.



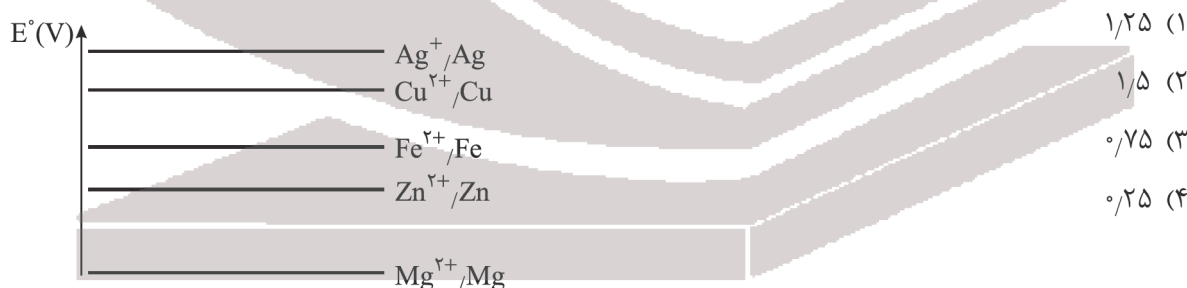
(۳) فراورده‌های واکنش همگی در دمای اتاق به صورت محلول هستند.

(۴) به ازای مصرف ۲ مول Zn، ۲ مول الکترون میان اکسنده و کاهنده مبادله می‌شود.

۹۷- با توجه به نمودار زیر، یک سلول گالوانی استاندارد با بیشترین ولتاژ از نیم‌سلول‌های زیر ساخته‌ایم. اگر حجم هر یک از نیم‌سلول‌ها

۰/۵ لیتر باشد، هنگامی که ۵۴ گرم به جرم تیغه کاتدی افزوده شود، چند مول یون در نیم سلول آندی وجود دارد؟ (فرض کنید یون‌ها

در نیم‌سلول خود مانده‌اند و از دیواره متخلخل عبور نمی‌کنند و $(Ag = 108 : g.mol^{-1})$)



۹۸- کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

(۱) نخستین فلز قلیایی، در میان فلزها، کمترین چگالی و کمترین E° را دارد.

(۲) سلول سوختی نوعی سلول گالوانی است که منبع انرژی سبز به شمار می‌رود.

(۳) در همه باتری‌ها با انجام نیم‌واکنش‌های آندی و کاتدی، جریان الکتریکی در مدار درونی برقرار می‌شود.

(۴) جهت حرکت الکترون‌ها و یون‌های هیدرونیوم در سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن یکسان است.



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

آزمون شماره ۵
۲۶ خرداد ۱۴۰۲



پاسخنامه ریاضی - فیزیک

ردیف	نام درس	گروه بازنگری
۱	حسابان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان
۲	هندسه	مهرداد راشدی
۳	گسسته	رضا توکلی
۴	فیزیک	امیرعلی میری
۵	شیمی	محمد عظیمیان زواره

گروه تایپ و ویراستاری (به ترتیب حروف الفبا)

زهرا احدی - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - معین الدین تقی زاده - کبری سلیمانی - مهرداد شمسی - فریبا مرادزاده

برای اطلاع از اخبار مرکز سنجش آموزش مدارس برتر، به کانال تلگرام @taraaznet مراجعه نمایید.



حسابان

۱. گزینه ۲ صحیح است.

$$\frac{1}{2^6} \times \frac{1}{3^6} \times \frac{1}{2^6} \times \frac{1}{3^6} \times \frac{1}{2^6} \times \frac{1}{3^6} \times \frac{1}{2^6} \times \frac{1}{3^6} = \frac{1}{2^{12}} \times \frac{1}{3^{12}} = \frac{1}{2^{12} \times 3^{12}} = \frac{1}{6^{12}}$$

۲. گزینه ۱ صحیح است.

$$\{2\}, \{2^2, 2^3\}, \{2^4, 2^5, 2^6\}$$

توان ۲ در آخرین عدد در هر دسته $\frac{n(n+1)}{2}$ است. پس:

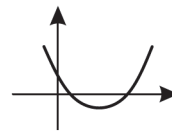
$$\frac{10 \times 11}{2} = 55 \Rightarrow \text{دسته دهم} \{2^{46}, 2^{47}, \dots, 2^{55}\}$$

$$\text{ضرب اعداد در دسته دهم} = 2^{46} \times 2^{47} \times 2^{48} \times \dots \times 2^{55} = 2^{46+47+\dots+55}$$

$$46+47+\dots+55 = (46+55) \times 5 = 50.5 \Rightarrow \text{حاصل} = 2^{50.5}$$

۳. گزینه ۴ صحیح است.

شکل تقریبی آن به صورت مقابل است:



پس:

$$a > 0, b < 0, c \geq 0, \Delta > 0$$

$$2 > 0, m < 0, m+6 \geq 0 \Rightarrow -6 \leq m < 0$$

$$\Delta = m^2 - 4m - 48 = (m+4)(m-12) > 0 \Rightarrow m > 12 \text{ یا } m < -4$$

لذا با اشتراک از مقادیر قابل قبول برای m داریم:

$$-6 \leq m < -4$$

۴. گزینه ۴ صحیح است.

مجموع ضرایب درجات زوج چندجمله‌ای با مجموع ضرایب درجات فرد آن برابر است. پس یکی از ریشه‌های آن -1 است.

$$x^2 + x^2 - ax - a = 0 \Rightarrow (x+1)(x^2 - a) = 0$$

بنابراین باید $x^2 - a = 0$ دو ریشه مختلف‌العلامت و مخالف -1 داشته باشد.

$$\begin{cases} 1-a \neq 0 \\ a > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \neq 1 \\ a > 0 \end{cases}$$

۵. گزینه ۴ صحیح است.

 $x = 0$ یک ریشه است و البته $a = 0$.

$$\sqrt{x+1} = |x-1|$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \geq 1: \sqrt{x+1} = x-1 \Rightarrow x+1 = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow x = 3 \\ x \leq 1: \sqrt{x+1} = 1-x \Rightarrow x+1 = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow x = 0 \end{cases}$$

$$x \in (0, 3) \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow \frac{b-a}{2} = \frac{3}{2}$$

۶. گزینه ۳ صحیح است.

$$\log_x 4 = 2 \log_x 2$$

$$\log_x 2 = A \Rightarrow 2 \log_x 2 = \frac{3}{2} \Rightarrow \log_x 2 = \frac{3}{4}$$

$$\sqrt{x} = 2 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow \log_4 8 = \log_{2^2} 2^3 = \frac{3}{2}$$

(پایه یازدهم، صفحه ۹۰)

۷. گزینه ۴ صحیح است.

$$f(2f(x)) = -2 \Rightarrow 2f(x) = f^{-1}(-2) \Rightarrow 2f(x) = 8 \Rightarrow f(x) = 4$$

$$\Rightarrow \alpha = f^{-1}(4) = 2$$

۸. گزینه ۴ صحیح است.

نکته:

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\frac{3}{4} = \sin x \cos \frac{\pi}{6} + \cos x \sin \frac{\pi}{6} + \sin x \cos \frac{\pi}{6} - \cos x \sin \frac{\pi}{6}$$

$$= 2 \sin x \cos \frac{\pi}{6} = \sqrt{3} \sin x$$

$$\Rightarrow \sin x = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x = 1 - 2 \left(\frac{3}{16}\right) = \frac{5}{8}$$

۹. گزینه ۴ صحیح است.

$$c = \frac{5+1}{2} = 3, T = 4\pi = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = \frac{1}{2}, \text{Max} = 5 \Rightarrow a + c = 5$$

$$\Rightarrow a = 2$$

بنابراین $y = 2 \cos \frac{1}{2}x + 3$ می‌باشد.

$$y = 3 \Rightarrow \cos \frac{1}{2}x = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2} \Rightarrow x = \pi, 3\pi, 5\pi$$

پس طول نقطه A برابر 5π است.

(پایه دوازدهم، صفحه ۲۸)

۱۰. گزینه ۱ صحیح است.

$$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 \Rightarrow 2 \cos^2 \alpha = 1 + \cos 2\alpha$$

$$\Rightarrow \sin 2x = 1 + \cos(2x + \frac{\pi}{2})$$

$$\sin 2x = 1 - \sin 2x \Rightarrow \sin 2x = \frac{1}{2}$$

$$2x = \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{\pi}{12} \text{ کمترین ریشه}$$

$$2x = 4\pi - \frac{7\pi}{6} \Rightarrow x = 2\pi - \frac{7\pi}{12} \text{ بزرگ‌ترین ریشه}$$

$$2\pi - \frac{7\pi}{12} - \frac{\pi}{12} = 2\pi - \frac{8\pi}{12} = \frac{4\pi}{3}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۴۴)

۱۱. گزینه ۱ صحیح است.

$$a \cos \frac{7\pi}{3} + 2 = 0 \Rightarrow -\frac{a}{2} + 2 = 0 \Rightarrow a = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{4 \sin^2 x - 3}{4 \cos 2x + 2} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{4 \sin^2 x - 3}{4(1 - 2 \sin^2 x) + 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{4 \sin^2 x - 3}{-8 \sin^2 x + 6} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} b = -\frac{1}{2} \\ a = 4 \end{cases}$$

$$ab = -2$$

۱۲. گزینه ۴ صحیح است.

$$\text{fog}(x) = \begin{cases} 1 & 1-x^2 \geq 0 \\ -1 & 1-x^2 < 0 \end{cases} = \begin{cases} 1 & -1 \leq x \leq 1 \\ -1 & x < -1, x > 1 \end{cases}$$

این تابع در نقاط $x = \pm 1$ ناپیوسته است.

$$\text{gof}(x) = \begin{cases} 0 & x \geq 0 \\ x & x < 0 \end{cases}$$

این تابع در \mathbb{R} پیوسته است.

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۱۴۴ و ۱۴۵)

۱۳. گزینه ۳ صحیح است.

$$f(x) \rightarrow f(x+1) \rightarrow f(-x+1) \rightarrow f\left(-\frac{1}{2}x+1\right)$$

۱۴. گزینه ۲ صحیح است.

تابع را تشکیل می‌دهیم.

$$y = ax - 2f(3x) = ax - 2 \left(\frac{2 \times 9x^2 - 3x}{3x+b} \right)$$

$$\Rightarrow y = ax - \frac{36x^2 - 6x}{3x+b} = \frac{3ax^2 + abx - 36x^2 + 6x}{3x+b}$$



هندسه

۱۸. گزینه ۱ صحیح است.

می دانیم طول اضلاع مثبت است، همچنین طبق نامساوی مثلثی، مجموع هر دو ضلع از ضلع سوم بزرگتر است. بنابراین:

$$\begin{aligned} x-1 > 0 &\Rightarrow x > 1 \\ 4x-8 > 0 &\Rightarrow x > 2 \\ (x-1) + (x-1) > 4x-8 &\Rightarrow 2x-2 > 4x-8 \Rightarrow x < 3 \\ (x-1) + (4x-8) > x-1 &\Rightarrow 4x-8 > 0 \Rightarrow x > 2 \end{aligned}$$

اشتراک تمام بازه‌ها برابر است با $2 < x < 3$ که شامل هیچ مقدار صحیحی برای x نیست. بنابراین گزینه ۱ صحیح است.

۱۹. گزینه ۱ صحیح است.

می دانیم در دوزنقه قطرها به نسبت قاعده‌ها تقسیم می‌شوند، پس:

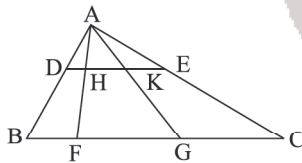
$$\frac{OC}{OA} = \frac{OD}{OB} = \frac{CD}{AB} = \frac{\lambda}{12} = \frac{\mu}{3} \Rightarrow \begin{cases} OC = 3\mu, & OA = 3m \\ OD = 2k, & OB = 2k \end{cases}$$

با استدلال مشابه، $BE = \frac{36}{5}$ می‌شود.

بنابراین: $EF = AF - AE = AF - (AB - BE) = AF + BE - AB$

$$\Rightarrow EF = \frac{36}{5} + \frac{36}{5} - 12 = \frac{12}{5} = 2,4$$

(هندسه دهم، تمرین ۷، صفحه ۳۷)



۲۰. گزینه ۲ صحیح است.

$$DH \parallel BF \text{ و } \triangle ADH \sim \triangle ABF \text{ و } \frac{AD}{AB} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{S_{\triangle ADH}}{S_{\triangle ABF}} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9} \quad (1)$$

$$\frac{S_{\triangle ABF}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{BF}{BC} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad (2) \text{ (دو مثلث ارتفاع مشترک دارند)}$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} S_{\triangle ADH} = \frac{1}{9} \times \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{18} S_{\triangle ABC} \quad (3)$$

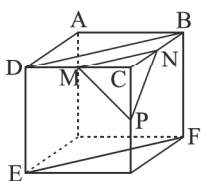
با توجه به این که $\frac{S_{\triangle AKE}}{S_{\triangle AGC}} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$ است، بنابراین:

$$\frac{S_{\triangle KEFG}}{S_{\triangle AGC}} = \frac{S_{\triangle AGC} - S_{\triangle AKE}}{S_{\triangle AGC}} = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$$

$$\frac{S_{\triangle AGC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{GC}{BC} = \frac{2}{4} \Rightarrow S_{\triangle KEFG} = \frac{8}{9} \times \frac{2}{4} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \quad (4)$$

$$\xrightarrow{(3)+(4)} \frac{S_{\triangle ADH}}{S_{\triangle KEFG}} = \frac{\frac{1}{18} S_{\triangle ABC}}{\frac{1}{3} S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{36} = \frac{1}{12}$$

(هندسه دهم، صفحه‌های ۳۲ و ۳۷)



۲۱. گزینه ۴ صحیح است.

سطح S مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع MNP است. اگر ضلع مربع a باشد، پس:

$$BD = a\sqrt{2}$$

$$\triangle BCD: (MN \parallel BD) \Rightarrow MN = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{1}{2} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{8} a^2$$

برای آنکه مجانب افقی داشته باشد، باید صورت و مخرج هم‌درجه باشند یا درجه صورت کمتر باشد.

$$\begin{cases} 3a - 36 = 0 \Rightarrow a = 12 \\ \frac{ab+6}{3} = -3 \Rightarrow 12b+6 = -9 \Rightarrow b = -\frac{15}{12} = -\frac{5}{4} \end{cases}$$

$$a+b = 12 - \frac{5}{4} = \frac{43}{4}$$

۱۵. گزینه ۲ صحیح است.

$$A(0,1)$$

$$f'(x) = \frac{-2}{(2+x)^2} \Rightarrow m = f'(0) = -\frac{1}{2}$$

$$y-1 = -\frac{1}{2}(x-0) \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 1$$

$$\text{مجاناب قائم: } x = -2 \Rightarrow y = 2$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۹۱)

۱۶. گزینه ۲ صحیح است.

باید f'' را در ابتدا تعیین علامت کنیم.

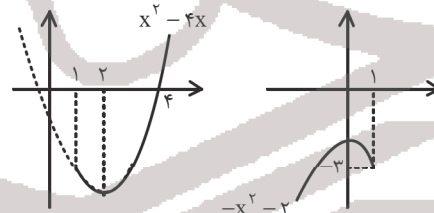
اولاً تابع باید در $x=1$ پیوسته باشد، پس

$$1-4 = a+b \Rightarrow a+b = -3$$

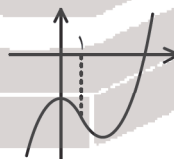
ثانیاً باید f در $x=1$ دارای خط مماس باشد، پس

$$f'_-(1) = f'_+(1) \Rightarrow \begin{cases} 2x-4 & x \geq 1 \\ 2ax & x < 1 \end{cases} \Rightarrow 2a = -2 \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -2 \end{cases}$$

اما با کمی دقت معلوم است که f'' در $x=1$ تغییر علامت می‌دهد.



اگر دو منحنی را در یک دستگاه رسم کنیم، داریم:



مشخص می‌شود $x=1$ طول نقطه عطف تابع است.

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۳۱)

۱۷. گزینه ۳ صحیح است.

$$y' = a - \frac{2b}{x^2}$$

$$\begin{cases} y(1) = 4 \Rightarrow a+b = 4 \\ y'(1) = 0 \Rightarrow a-2b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 1 \end{cases}$$

$$y' = 3 - \frac{2}{x^2} = \frac{3(x^2-1)}{x^2}$$

x	-1	0	1
y'	$+$	$-$	$+$

پس $x=1$ طول نقطه مینیمم نسبی است.

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۳۳)



بنابراین:

$$PQ \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{PQ}{BC} = \frac{AP}{AB} \quad (1)$$

از طرف دیگر داریم:

$$\frac{AP}{BP} = \frac{AD}{BD} \Rightarrow \frac{AP}{BP} = \frac{5}{3} \xrightarrow{\text{ترکیب درمخرج}} \frac{AP}{AB} = \frac{5}{8} \quad (2)$$

$$(2) \text{ و } (1) \Rightarrow \frac{PQ}{BC} = \frac{5}{8} \Rightarrow \frac{PQ}{6} = \frac{5}{8} \Rightarrow PQ = \frac{5}{8} \times 6 = \frac{15}{4}$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۷۲)

۲۵. گزینه ۳ صحیح است.

چون با $A-I$ و $A+I$ سر و کار داریم، از طرفین رابطه $A^2 = \bar{O}$ را کم می‌کنیم تا بتوانیم $A-I$ و $A+I$ را ایجاد کنیم.

$$A^2 = \bar{O} \xrightarrow{-I} A^2 - I = -I \Rightarrow (A-I)(A+I) = -I$$

از طرفین رابطه بالا دترمینان می‌گیریم.

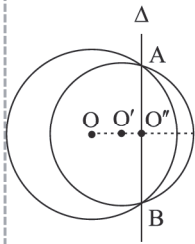
$$|A-I||A+I| = |-I| \Rightarrow 2|A+I| = (-1)^3 |I|$$

$$\Rightarrow 2|A+I| = -1 \Rightarrow |A+I| = -\frac{1}{2}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۲۹، ۳۱ و ۳۱)

۲۶. گزینه ۲ صحیح است.

مرکز دایره‌ای که AB قطر آن باشد، وسط AB است؛ از طرفی خط‌المرکزین عمود منصف AB است، پس مرکز این دایره روی راستای خط‌المرکزین نیز قرار دارد.



$$C: O \left| \begin{array}{c} 4 \\ -2 \end{array} \right|, C': O' \left| \begin{array}{c} 3 \\ 0 \end{array} \right|$$

$$\Rightarrow OO': y = -2(x-3) \Rightarrow y = 6-2x$$

$$\Delta: C-C' \Rightarrow \Delta: -2x+4y = -2$$

$$\Rightarrow 2y = x-1 \quad C' \text{ و } C \text{ وتر مشترک}$$

از تقاطع وتر مشترک دو دایره و خط‌المرکزین، مرکز دایره‌ای که قطر AB به دست می‌آید.

$$O'': \begin{cases} 2y = x-1 \\ y = 6-2x \end{cases} \Rightarrow x = \frac{13}{5}, y = \frac{4}{5}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۴۴ و ۴۶)

۲۷. گزینه ۲ صحیح است.

از طرفی، سهمی $y^2 = 4(x-1)$ پس رأس سهمی A است. از طرفی، سهمی افقی و دهانه آن رو به راست است، پس $4a = 4$ و $a = 1$ بوده و مختصات کانون، $F(2,0)$ و خط‌های

$x = 0$ به دست می‌آید. معادله دایره به مرکز A و شعاع یک به صورت زیر است که با حل دستگاه نقاط برخورد دایره و سهمی به دست می‌آید:

$$\begin{cases} (x-1)^2 + y^2 = 1 \\ y^2 = 4x-4 \end{cases} \Rightarrow (x-1)^2 + (4x-4) = 1$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x - 4 = 0 \Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4(1)(-4)}}{2} = -1 \pm \sqrt{5}$$

(هندسه دوازدهم، تمرین ۱۰ صفحه ۵۸)

۲۸. گزینه ۱ صحیح است.

سه بردار در یک صفحه هستند، پس ضرب مختلط آنها صفر است.

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ m & -1 & 3 \\ m & 9 & -1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow 2(1-27) - 3(-m-3m) - 1(9m+m) = 0$$

$$-52 + 12m - 10m = 0 \Rightarrow m = 26$$

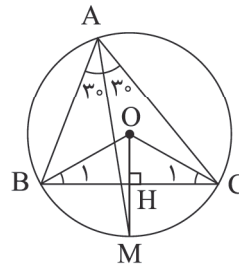
سطح S' ، مساحت مستطیل DBFE به طول $a\sqrt{2}$ و عرض a می‌باشد، پس:

$$S' = (a\sqrt{2})a = a^2\sqrt{2}$$

$$\frac{S}{S'} = \frac{\frac{\sqrt{3}a^2}{a^2\sqrt{2}}}{\frac{\sqrt{3}}{8\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{6}}{16}$$

بنابراین:

(هندسه دهم، صفحه ۹۲)



$$\left. \begin{array}{l} \widehat{BOC} = 2\widehat{A} = \widehat{BC} \\ \widehat{A} = 60^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{BOC} = 120^\circ$$

از طرفی O روی عمود منصف BC است، پس OBC مثلث متساوی‌الساقین است. ($\widehat{B} = \widehat{C} = 30^\circ$)

$$\Delta BOH (H = 90^\circ): \tan 30^\circ = \frac{OH}{BH} \quad BH=2 \rightarrow OH = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$$

$$\Delta BOH (H = 90^\circ): \cos 30^\circ = \frac{BH}{OB} \quad BH=2 \rightarrow OB = R = \frac{2}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

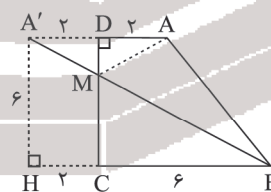
$$\Rightarrow OM = 2\sqrt{3}$$

$$MH = OM - OH = 2\sqrt{3} - \sqrt{3} = \sqrt{3}$$

(هندسه ۲، فصل ۱، صفحه ۲۹)

۲۳. گزینه ۱ صحیح است.

بازتاب نقطه A را نسبت به DC نقطه A' می‌نامیم. از B وصل می‌کنیم تا DC را در M قطع کند. در این صورت بنا بر مسئله هرون AMB کوتاه‌ترین مسیر است. یعنی $MA + MB$ کمترین طول را دارد و چون بازتاب ایزومتري است، پس $MA = MA'$ است، بنابراین $MA + MB = MA' + MB = A'B$ است. با توجه به شکل، طول A'B را در مثلث قائم‌الزاویه A'HB به دست می‌آوریم.



$$\Delta A'BH: A'B^2 = A'H^2 + BH^2$$

$$\Rightarrow A'B^2 = 2^2 + 6^2 = 40$$

$$\Rightarrow A'B = 10$$

(هندسه یازدهم، فصل ۲، صفحه ۵۴)

۲۴. گزینه ۱ صحیح است.

توجه کنید با استفاده از قضیه نیمساز ثابت می‌شود $PQ \parallel BC$. زیرا:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta ABD: DP \text{ نیمساز} \Rightarrow \frac{AP}{BP} = \frac{AD}{BD} \\ \Delta ADC: DQ \text{ نیمساز} \Rightarrow \frac{AQ}{QC} = \frac{AD}{DC} \end{array} \right\}$$

$$\xrightarrow{BD=DC} \frac{AP}{BP} = \frac{AQ}{QC} \xrightarrow{\text{عکس تالس}} PQ \parallel BC$$

از طرف دیگر با استفاده از قضیه میانه‌ها می‌توانیم طول میانه AD را بدست آوریم.

$$\Delta ABC: \text{میانه } AD \Rightarrow AB^2 + AC^2 = 2AD^2 + \frac{BC^2}{2}$$

$$\Rightarrow 68 = 2AD^2 + \frac{26}{2} \Rightarrow 2AD^2 = 50 \Rightarrow AD^2 = 25 \Rightarrow AD = 5$$



۳۵. گزینه ۲ صحیح است.

$$\begin{aligned} x + \Delta y = 1000 &\Rightarrow \begin{cases} x = 0 + \Delta k \\ y = 2000 - \gamma k \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z} \\ x, y \in \mathbb{N} & \\ x > 0, y > 0 &\Rightarrow \begin{cases} \Delta k > 0 \\ 2000 - \gamma k > 0 \end{cases} \Rightarrow 0 < k < \frac{2000}{\gamma} = 28 \dots \\ \Rightarrow k = 1, 2, \dots, 28 & \end{aligned}$$

پس معادله ۲۸ جواب طبیعی دارد.

(گسسته دوازدهم، صفحه ۲۶ و ۲۷)

۳۶. گزینه ۴ صحیح است.

بدیهی است $V(G) = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ پس $P = 8$ است و $\deg(a) = 3$. پس گراف ۳- منتظم است. پس $\delta = \Delta = 3$ و چون $q = \frac{rP}{\gamma}$ پس $q = 12$.

$$P + q + \delta + \Delta = 8 + 12 + 3 + 3 = 26$$

۳۷. گزینه ۴ صحیح است.

برای آنکه گراف مرتبه ۱۰ ناهمبند باشد و حداکثر اندازه را داشته باشد، باید یک گراف K_4 و یک گراف K_6 را تشکیل دهیم.

$$q = \binom{4}{2} + \binom{6}{2} = 6 + 15 = 21$$

۳۸. گزینه ۳ صحیح است.

حروف صدادار را در کنار هم داخل یک بسته قرار می‌دهیم $[0, 0, a]$. به جز این بسته حروف g, h, n, n را داریم. پس در کل ۵ شیء خواهیم داشت که دوتای آنها (n) تکراری هستند. تعداد جایگشت‌های این اشیا برابر $\frac{5!}{2!}$ است. داخل بسته نیز $\frac{3!}{1!}$ جایگشت داریم. (۰ دو بار تکرار شده است).

$$\frac{5!}{2!} \times \frac{3!}{1!} = 60 \times 3 = 180$$

جایگشت داخلی بسته جایگشت کلی

۳۹. گزینه ۲ صحیح است.

اگر کیسه اول انتخاب شده باشد، بدترین حالت این است که ۵ مهره قرمز، ۳ مهره آبی و ۵ مهره سبز بیرون آورده شده باشد، ولی هنوز خواسته مسئله رخ نداده است ولی اگر یک مهره دیگر بیرون آوریم (یعنی ۱۴ مهره) مطمئن هستیم که خواسته مسئله رخ می‌دهد. شبیه این کار

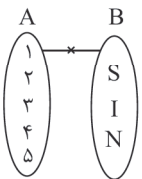
اگر کیسه دوم انتخاب شده باشد، با انتخاب حداقل $5 + 5 + 4 + 1 = 15$ مهره مطمئن هستیم که خواسته مسئله رخ می‌دهد.

بدترین حالت این است که کیسه دوم انتخاب شده باشد، پس با بیرون آوردن ۱۵ مهره مطمئن هستیم که گفته مسئله رخ می‌دهد.

(ریاضیات گسسته، فصل سوم، صفحه ۸۰)

۴۰. گزینه ۳ صحیح است.

مسئله متناظر است با تعداد توابع پوشا از یک مجموعه ۵ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی و فاقد یک زوج خاص برای این منظور تعداد توابع پوشا از مجموعه A به B را می‌شماریم به طوری که فاقد زوج مرتب $(1, s)$ باشند.



اگر تعداد توابع فاقد زوج $(1, s)$ که در آنها s پوشانده می‌شود را با A'_1 ، آنهایی که I پوشانده می‌شود را با A'_2 و آنهایی که N پوشانده می‌شود را با A'_3 نشان دهیم آنگاه $|A'_1 \cap A'_2 \cap A'_3|$ مطلوب ما خواهد بود.

بردار $\vec{a} \times \vec{b}$ و مضارب غیرصفر آن بر صفحه عمود است.

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = (8, -32, -80)$$

پس بردار $\frac{1}{8}(\vec{a} \times \vec{b})$ یعنی $(1, -4, -10)$ بر صفحه موردنظر عمود است.

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۸۲، ۸۳ و ۸۴)

گسسته

۲۹. گزینه ۳ صحیح است.

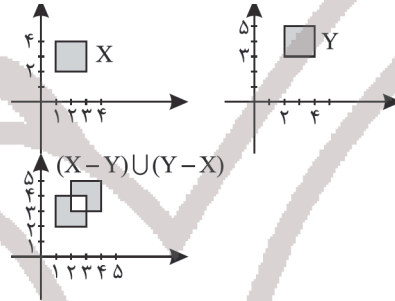
عبارت داده شده هم‌ارز خواهد شد با: $(r \vee q) \wedge (r \vee p) \equiv r \vee (q \wedge p)$ چون $p \wedge q$ گزاره‌ای نادرست است، ارزش گزاره $r \vee (q \wedge p)$ با خود r هم‌ارز است.

اگر $r = T$ باشد، کل گزاره ارزش درست دارد.

اگر $r = F$ باشد، کل گزاره ارزش نادرست خواهد داشت.

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه‌های ۴ تا ۱۲)

۳۰. گزینه ۲ صحیح است.



$$\text{مساحت} = 4 + 4 - 2 = 6$$

۳۱. گزینه ۳ صحیح است.

شاهین هرکجا که دوست دارد بنشیند، شادمهر ۲ جا می‌تواند کنار دست شاهین بنشیند. چهار برادر هم به ۴! طریق روی صندلی‌ها می‌نشینند.

$$2 \times 4! = 48$$

(ریاضی دهم، صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲)

۳۲. گزینه ۱ صحیح است.

$$P(A) = 0.6, P(B) = 0.7, P(B|A) = 0.8$$

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A) = 0.6 \times 0.8 = 0.48$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.6 + 0.7 - 0.48 = 0.82$$

$$P(B'|A') = \frac{P(A' \cap B')}{P(A')} = \frac{P((A \cup B)')}{1 - P(A)} = \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(A)}$$

$$= \frac{1 - 0.82}{1 - 0.6} = \frac{0.18}{0.4} = 0.45$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۵۶)

۳۳. گزینه ۱ صحیح است.

$$\sigma = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{150}{25} - (1.5)^2} = \sqrt{\frac{15}{4}} = \frac{\sqrt{15}}{2}$$

ضریب تغییرات داده‌ها برابر است با:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\frac{\sqrt{15}}{2}}{1.5} = \frac{\sqrt{15}}{3}$$

(آمار و احتمال، صفحه ۹۶)

۳۴. گزینه ۲ صحیح است.

$$7^2 \equiv 6 \pmod{43} \rightarrow 7^3 \equiv 43 \equiv -1 \pmod{43}$$

(گسسته دوازدهم، صفحه ۲۱)



$$L_A \times 2 \times 10^{-5} \times 2000 - L_B \times 1,5 \times 10^{-5} \times 2000 = 5$$

$$L_A \times 4 \times 10^{-7} - L_B \times 3 \times 10^{-7} = 5$$

$$4L_A - 3L_B = 5000$$

$$\begin{cases} (L_B - L_A = 2) \times (2) \Rightarrow 2L_B - 2L_A = 6 & (1) \\ 4L_A - 3L_B = 5000 & (2) \end{cases}$$

$$(2) \text{ و } (1) \Rightarrow \text{از جمع کردن دو معادله} \Rightarrow L_A = 5006 \text{ cm} = 50,06 \text{ m}$$

۴۶. گزینه ۲ صحیح است.

$$|Q_L| = 12 \text{ kJ}$$

$$\eta = 1 - \frac{|Q_L|}{Q_H} \Rightarrow 0,2 = 1 - \frac{12}{Q_H} \Rightarrow \frac{12}{Q_H} = 0,8 \Rightarrow Q_H = 15 \text{ kJ}$$

$$|W| = Q_H - |Q_L| = 15 - 12 = 3 \text{ kJ}$$

$$P = \frac{|W|}{t} = \frac{3000}{60} = 50 \text{ W}$$

۴۷. گزینه ۴ صحیح است.

چون دستگاه در مجاورت چشمه گرما است، دما ثابت است و تغییر انرژی درونی صفر است. همچنین در تراکم گاز، کار انجام شده (W) مثبت است.

$$W = +500 \text{ J}, \Delta U = Q + W \Rightarrow 0 = 500 + Q \Rightarrow Q = -500 \text{ J}$$

۴۸. گزینه ۴ صحیح است.

در حالت اول:

$$E_1 = \frac{k(q_1q_2)}{4d^2} = \frac{kq}{rd^2}$$

$$E_2 = \frac{kq}{d^2}$$

با توجه به اینکه $E_2 > E_1$ است، برآیند میدان‌ها در حالت اول به سمت چپ است.

$$E = E_2 - E_1 = \frac{kq}{d^2} - \frac{kq}{rd^2} = \frac{kq}{rd^2} \Rightarrow \vec{E} = \frac{-kq}{rd^2} \vec{i}$$

در حالت دوم:

$$E_1 = \frac{kq}{rd^2}$$

$$E_2 = \frac{2kq}{d^2}$$

در حالت دوم $E_1 > E_2$ است و برآیند میدان حاصل از دو بار باز هم به سمت چپ است. پس در حالت دوم هم میدان الکتریکی به سمت چپ است و بنابراین جهت میدان عوض نمی‌شود.

$$E' = E_1 - E_2 = \frac{2kq}{d^2} - \frac{kq}{rd^2} = \frac{2kq}{d^2} \Rightarrow E' = \frac{2kq}{d^2} \vec{i}$$

$$\frac{E'}{E} = \frac{\frac{2kq}{d^2}}{\frac{kq}{rd^2}} = \frac{2}{r}$$

۴۹. گزینه ۴ صحیح است.

$$W_E = 50 \text{ mJ}$$

$$\Delta U = -W_E = -50 \text{ mJ}$$

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} = \frac{-25 \times 10^{-3}}{-40 \times 10^{-6}} = \frac{25}{40} \times 10^3 = \frac{2500}{4} = 625 \text{ V}$$

$$\Delta V = V_B - V_A \Rightarrow 625 = 160 - V_A$$

$$V_A = 160 - 625 = -465 \text{ V}$$

$$\begin{aligned} |A'_1 \cap A'_2 \cap A'_3| &= |S| - |A_1 \cup A_2 \cup A_3| \\ &= |S| - |A_1| - |A_2| - |A_3| + |A_1 \cap A_2| + |A_1 \cap A_3| \\ &+ |A_2 \cap A_3| - |A_1 \cap A_2 \cap A_3| \\ |A'_1 \cap A'_2 \cap A'_3| &= 2 \times 3^4 - 2^5 - 1 \times 2^4 - 1 \times 2^4 + 1 + 1 + 0 - 0 \\ &= 162 - 32 - 16 - 16 + 2 = 100 \end{aligned}$$

روش دوم: تعداد توابع پوشا و شامل زوج (1,8) را شمرده از کل توابع پوشا کم می‌کنیم.

تعداد توابع پوشا از 5 عضو به 3 عضو

$$= 3^5 - \binom{5}{1} 3^4 + \binom{5}{2} 3^3 = 150$$

(تعداد توابع پوشا از 5 عضو به 3 عضو و شامل (1,8))

$$= \left(\begin{matrix} \text{تعداد توابع پوشا از 4 عضو} \\ \text{به 3 عضو} \end{matrix} \right) + \left(\begin{matrix} \text{تعداد توابع پوشا از 4 عضو} \\ \text{به 2 عضو} \end{matrix} \right)$$

$$= 36 + 14 = 50$$

$$\text{بنابراین: } 150 - 50 = 100$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۷۸)

فیزیک

۴۱. گزینه ۳ صحیح است.

چون سطح داخلی لوله چرب شده نیروی دگرچسبی کم شده و آب در لوله پایین رفته و سطح آن به صورت محدب یا برآمده درمی‌آید، ولی در جداره خارجی لوله، آب کمی بالا می‌رود.

۴۲. گزینه ۳ صحیح است.

طبق قضیه کار و انرژی جنبشی، کار برآیند نیروهای وارد بر جسم برابر تغییرات انرژی جنبشی جسم است.

۴۳. گزینه ۳ صحیح است.

اگر مساحت لوله باریک و پهن را a و A فرض کنیم، داریم:

$$D = 10 \text{ cm}, d = 2 \text{ cm}$$

$$D = \delta d \Rightarrow A = 25a$$

اگر آب در لوله پهن 2 cm بالا بیاید، چون حجم مایع جابه‌جا شده در دو لوله یکسان است، باید آب در لوله باریک 25 cm پایین برود. پس اختلاف سطح آب در دو طرف لوله 52 cm است.

$$P_M = P_N \Rightarrow P_0 + \rho_{\text{روغن}} gh_{\text{روغن}} = P_0 + \rho_{\text{آب}} gh_{\text{آب}}$$

$$\rho_{\text{روغن}} \times h_{\text{روغن}} = 1000 \times \frac{52}{100} = 520$$

$$m = \rho V = \rho Ah = 520 \times (\pi r^2)$$

$$m = 520 \times 2 \times (1 \times 10^{-4}) = 2 \times 52 \times 10^{-3} \text{ kg} = 104 \text{ g}$$

۴۴. گزینه ۳ صحیح است.

اگر لوله باریک را لوله (1) و لوله پهن را لوله (2) در نظر بگیریم، داریم:

$$d_2 = d_1 + 2d_1 = 3d_1 \Rightarrow A_2 = 9A_1$$

$$A_2 V_2 = A_1 V_1 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{A_2}{A_1} = 9 \Rightarrow V_1 = 9V_2$$

چون سرعت در لوله باریک 9 برابر پهن است، پس سرعت جریان آب در لوله باریک 80 درصد بیش از لوله باریک است.

۴۵. گزینه ۱ صحیح است.

$$\text{در شکل الف: } L_B - L_A = 2 \text{ cm}$$

در شکل الف طول میله A، 2 cm کمتر از B و در شکل ب طول میله A، 3 cm بیشتر از میله B است. بنابراین داریم:

$$\Delta L_A - \Delta L_B = \delta \text{ cm} \Rightarrow L_A \times \alpha_A \times \Delta \theta - L_B \times \alpha_B \times \Delta \theta = \delta$$



۵۶. گزینه ۱ صحیح است.

با توجه به اینکه القاگر بدون مقاومت است، مقاومت‌های 8Ω و 24Ω حذف می‌شوند.

$$P = RI^2 \Rightarrow 24 = 6I^2 \Rightarrow I = 2A$$

تمام جریان از القاگر عبور می‌کند:

$$\text{جریان القاگر } I_L = I = 2A$$

$$u = \frac{1}{\mu} LI^2 = \frac{1}{\mu} \times 0.5 \times 4 = 2 \times 0.5 = 1J$$

۵۷. گزینه ۲ صحیح است.

میدان مغناطیسی سیم راست روی حلقه a درونسو است و اگر حلقه از سیم راست دور شود، میدان درونسو کاهش می‌یابد، حلقه برای مخالفت میدان مغناطیسی درونسو ایجاد کرده و در نتیجه جریان عبوری از حلقه a ساعتگرد است.

با توجه به اینکه حلقه b به موازات سیم راست حرکت می‌کند، شار عبوری از آن ثابت است، در نتیجه جریان القایی در حلقه b صفر است.

۵۸. گزینه ۳ صحیح است.

اگر حداکثر سرعت را v_m فرض کنیم، داریم:

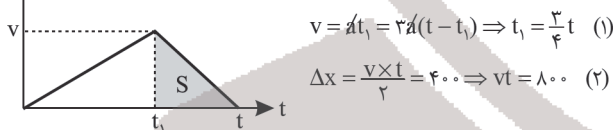
$$t = 1s \Rightarrow v_1 = \frac{1}{\mu} v_m$$

$$t = 5s \Rightarrow v_2 = \frac{5}{\mu} v_m$$

$$\bar{a} = \frac{\frac{5}{\mu} v_m - \frac{1}{\mu} v_m}{4}$$

$$\bar{a} = \frac{v_m}{\mu} \Rightarrow \bar{a} = \frac{v_m}{24} = 0.5 \Rightarrow v_m = 12 \frac{m}{s}$$

۵۹. گزینه ۱ صحیح است.



$$v = at_1 = \frac{v}{t_1}(t - t_1) \Rightarrow t_1 = \frac{3}{4}t \quad (1)$$

$$\Delta x = \frac{v \times t}{2} = 400 \Rightarrow vt = 800 \quad (2)$$

$$S = \Delta x = (t - t_1) \frac{v}{2} \xrightarrow{(1)} \Delta x = (t - \frac{3}{4}t) \frac{v}{2} = \frac{vt}{8}$$

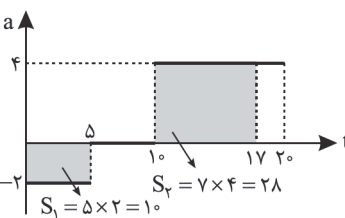
$$\xrightarrow{(2)} \Delta x = \frac{800}{8} = 100m$$

۶۰. گزینه ۳ صحیح است.

$$S_1 = 10 \Rightarrow \Delta v = -10 \Rightarrow v_2 - v_1 = -10 \Rightarrow v_2 = -10 \frac{m}{s}$$

$$5 < t < 10: \Delta v = 0 \Rightarrow v_1 = v_2 = -10 \frac{m}{s}$$

$$S_2 = 28 \Rightarrow \Delta v = 28 = v_1 - \frac{-10}{2} \Rightarrow v_1 = 18 \frac{m}{s}$$



چون در بازه زمانی

$$t_1 = 10s \text{ تا } t_2 = 17s$$

سرعت از $-10 \frac{m}{s}$ به

$18 \frac{m}{s}$ رسیده است.

حرکت ابتدا کندشونده

و سپس تندشونده

است و یکبار سرعتش صفر شده و یکبار تغییر جهت داده است.

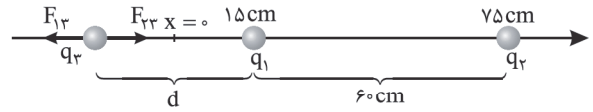
۶۱. گزینه ۴ صحیح است.

$$\left. \begin{array}{l} \text{لحظه برخورد: } v_2 = v \\ \text{۳ ثانیه قبل از برخورد: } v_1 = v - 3 \times 9.8 \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow \bar{v} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{v - 29.4 + v}{2} = 50.3$$

$$\Rightarrow 27 - 29.4 = 10.6 \Rightarrow 27 = 130 \Rightarrow v = 65 \frac{m}{s}$$

۵۰. گزینه ۳ صحیح است.



چون بارها مخالف هستند بار q_3 باید خارج دو بار و نزدیک بار q_1 قرار گیرد. اگر فرض کنیم بار q_3 مثبت است، داریم:

$$\frac{|kq_1q_3|}{d^2} = \frac{|kq_2q_3|}{(d+60)^2} \Rightarrow \frac{3}{d^2} = \frac{48}{(d+60)^2}$$

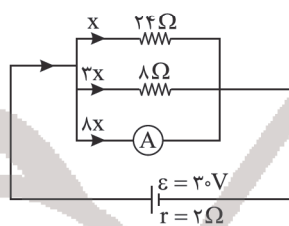
$$3d = d + 60 \Rightarrow 2d = 60 \Rightarrow d = 30cm$$

پس نقطه موردنظر در $20cm$ سمت چپ بار q_1 یعنی در مکان $x = -5cm$ قرار می‌گیرد.

$$x = 15 - 20 = -5cm$$

۵۱. گزینه ۳ صحیح است.

مقاومت‌های 24Ω و 8Ω و آمپرسنج به صورت موازی بسته شده‌اند.



$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{8} + \frac{1}{24} + \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow R_{eq} = 2\Omega$$

$$I_T = \frac{E}{R+r} = \frac{30}{2+2} = 7.5A$$

اگر جریان مقاومت 24Ω را x فرض کنیم، جریان مقاومت 8Ω برابر $3x$ و جریان آمپرسنج $8x$ است.

$$8x + x + 3x = 12x = 7.5 \Rightarrow x = \frac{7.5}{12} = \frac{15}{24}A$$

$$I_A = 8x = 8 \times \frac{15}{24} = 5A$$

۵۲. گزینه ۲ صحیح است.

$$P = VI$$

$$200 = 200I_1 \Rightarrow I_1 = 1A$$

$$\text{برای اتو: } 80 = 200I_2 \Rightarrow I_2 = 0.4A$$

$$\text{برای لامپ: } 100 = 200I_3 \Rightarrow I_3 = 0.5A$$

$$I_T = I_1 + I_2 + I_3 = 1.9A$$

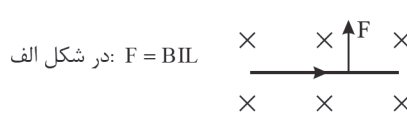
۵۳. گزینه ۱ صحیح است.

با توجه به اینکه مقاومت درونی مولد صفر است، اختلاف پتانسیل دو سر مولد ثابت است و با توجه به اینکه مقاومت R_p با مولد موازی بسته شده، پس اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_p ثابت است و با توجه به رابطه $V_p = R_p I_p$ با ثابت بودن مقادیر V_p و R_p ، جریان عبوری از مقاومت R_p یا عدد آمپرسنج ثابت است.

۵۴. گزینه ۲ صحیح است.

قره جزو مواد دیامغناطیس و آلومینیم جزو مواد پارامغناطیس است.

۵۵. گزینه ۱ صحیح است.



$$\text{در شکل الف: } F = BIL$$



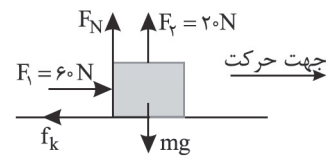
$$\text{در شکل ب: } F_1 = F_2 = \frac{BIL}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}F$$

$$F' = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}F \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$



۶۲. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه به شکل ابتدا جسم با شتاب ثابت در حال حرکت است. اگر سرعت حرکت آن ثابت شود، باید نیروی اصطکاک وارد بر آن افزایش پیدا کند و با نیروی افقی وارد بر آن برابر شود. در این صورت می توان نوشت:



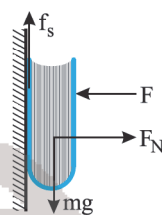
$$f_k = F_1 \Rightarrow \mu_k F_N' = 60 \Rightarrow \mu_k (F_2' + mg) = 60$$

$$\frac{1}{4} (F_2' + 100) = 60 \Rightarrow F_2' + 100 = 240 \Rightarrow F_2' = 140 \text{ N}$$

$$\Delta F = F_2' - F_2 = 140 - 20 = 120 \text{ N}$$

۶۳. گزینه ۴ صحیح است.

ابتدا نیروهای وارد بر کتاب را رسم می کنیم. چون کتاب ساکن است، رابطه زیر بین نیروهای وارد بر جسم برقرار است.



$$\begin{cases} f_s = mg \\ F_N = F \end{cases}$$

با افزایش نیروی F ، جسم همچنان ساکن باقی می ماند و نیروی اصطکاک وارد بر کتاب باز هم هم اندازه با نیروی وزن کتاب خواهد بود. (رد گزینه های ۱ و ۳)

با توجه به شکل روبه رو، نیرویی که کتاب به سطح دیوار وارد می کند. (\vec{R}) با سطح دیوار زاویه θ می سازد. که داریم:

$$\tan \theta = \frac{F_N}{f_s} = \frac{F_N = F}{f_s = \text{ثابت}} \rightarrow \tan \theta: \text{افزایش}$$

$$|\vec{F}_N| = F$$

بنابراین θ نیز افزایش می یابد و گزینه ۴ پاسخ درست است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۵۹)

۶۴. گزینه ۳ صحیح است.

$$N - mg = ma_y$$

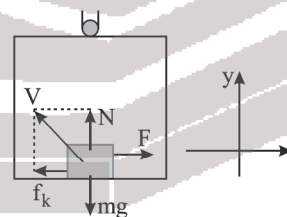
$$\Rightarrow N = m(g + a_y)$$

$$av > 0, v < 0 \Rightarrow a_y < 0$$

$$\Rightarrow a_y = -\frac{2m}{s}$$

$$N = 2(10 - 2) = 16 \text{ N}$$

$$\vec{R} = \vec{N} + \vec{f}_k \Rightarrow R = \sqrt{N^2 + f_k^2}$$



$$400 = (16)^2 + (f_k)^2 \Rightarrow f_k^2 = 144 \Rightarrow f_k = 12 \text{ N}$$

$$f_k = \mu_k \times N$$

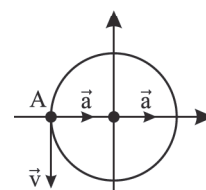
$$12 = \mu_k \times 16$$

$$\mu_k = 0.75$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۳۳، ۳۸، ۴۶)

۶۵. گزینه ۴ صحیح است.

اگر بردار شتاب در جهت مثبت محور xها باشد، باید جسم در نقطه A مطابق شکل باشد پس بردار سرعت باید در جهت -y باشد.



$$a = \frac{V^2}{R} \Rightarrow 4 = \frac{V^2}{1} \Rightarrow V = 2 \Rightarrow \vec{V} = -2 \hat{j}$$

۶۶. گزینه ۳ صحیح است.

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{L_1}{g}} \Rightarrow 2 = 2\pi \sqrt{\frac{L_1}{\pi^2}} \Rightarrow L_1 = 1 \text{ m}$$

$$T_2 = T_1 - 0.7 = 1.3 \text{ s}$$

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{L_2}{g}} \Rightarrow 1.3 = 2\pi \sqrt{\frac{L_2}{\pi^2}} \Rightarrow L_2 = 0.81 \text{ m}$$

$$\Delta L = L_2 - L_1 = -0.19 \text{ m} = -19 \text{ cm}$$

۶۷. گزینه ۲ صحیح است.

نوسانگر در هر نوسان مسافت ۴A را طی می کند، پس:

$$\text{تعداد نوسان} = \frac{640}{4 \times 2} = 80$$

$$\Rightarrow n = \frac{1}{T} \Rightarrow 80 = \frac{4}{T} \Rightarrow T = \frac{1}{20} = 0.05 \text{ s}$$

$$\Rightarrow \lambda = vT \Rightarrow \lambda = 5 \times 0.05 = 0.25 \text{ m} = 25 \text{ cm}$$

$$\text{فاصله یک تراکم و انبساط متوالی} = \frac{\lambda}{2} = 12.5 \text{ cm}$$

۶۸. گزینه ۳ صحیح است.

اگر به جای یک منبع از ۴ منبع مشابه استفاده کنیم، توان منبع ۴ برابر می شود. پس شدت صوت در همان فاصله ۴ برابر می شود.

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \beta_2 - 80 = 10 \log(4)$$

$$\beta_2 - 80 = 10 \log 2^2 \Rightarrow \beta_2 - 80 = 20 \times 0.3 \Rightarrow \beta_2 = 86 \text{ dB}$$

۶۹. گزینه ۳ صحیح است.

می دانیم که بسامد موج در عبور از محیط های شفاف ثابت می ماند. در محیط (۱) فاصله دو جبهه موج متوالی بیشتر است. بنابراین $\lambda_1 > \lambda_2$ از آنجا که f ثابت است.

$$\lambda_1 f > \lambda_2 f$$

$$v_1 > v_2$$

$$\frac{c}{n_1} > \frac{c}{n_2} \Rightarrow n_2 > n_1$$

بنابراین چون کمترین ضریب شکست مربوط به خلأ و هوا است ($n = 1$) پس: محیط (۱) هوا و محیط (۲) ماده ای شفاف به ضریب شکست $n_2 = n$ است.

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r$$

$$1 \times \sin 53^\circ = n \times \sin 37^\circ$$

$$0.8 = n \times \frac{3}{4} \Rightarrow n = 1.07$$

دقت کنید زاویه جبهه موج با سطح جدایی دو محیط همان زاویه تابش است.

$$a = 0.3$$

دقت کنید زاویه جبهه موج با مرز دو محیط برابر زاویه پرتو با خط عمود بر سطح است.

$$a = 1.5 \lambda$$

۷۰. گزینه ۴ صحیح است.

می دانیم طول موج رنگ های نور بین ۴۰۰nm تا ۷۰۰nm است که می شود ۰.۴μm تا ۰.۷μm پس ابعاد شکاف در حدود طول موج رنگ های مختف نور است و همگی از عبور از این شکاف پراشیده می شوند. اما هرچه اندازه طول موج از اندازه پهنای شکاف بیشتر باشد، پدیده پراش واضح تر رخ می دهد. پس باید برای بارزتر شدن پراش به سراغ طول موج های بزرگ تر رنگ های نور یعنی رنگ قرمز برویم.

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۰۴)



۷۱. گزینه ۱ صحیح است.

در اتم هیدروژن، طبق رابطه $r_n = n^2 a_0$ با افزایش n شعاع مدارهای مانا از یکدیگر افزایش می‌یابد و طبق رابطه $E_n = -\frac{E_R}{n^2}$ ، فاصله ترازهای انرژی از یکدیگر (ΔE) با افزایش n کاهش می‌یابد.

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۲۸)

۷۲. گزینه ۱ صحیح است.

در حالت اول:

$$K_{\max} = hf - W_0$$

$$K_{\max} = 12,8 \times 10^{-19} \text{ J} = \frac{12,8 \times 10^{-19}}{1,6 \times 10^{-19}} \text{ eV} = 8 \text{ eV}$$

$$8 = 4 \times 10^{-15} \times 2,5 \times 10^{15} - W_0 \Rightarrow W_0 = 2 \text{ eV}$$

در حالت دوم:

$$K_{\max} = hf - W_0$$

$$K_{\max} = 4 \times 10^{-15} \times 1,5 \times 10^{15} - 2 = 6 - 2 = 4 \text{ eV}$$

۷۳. گزینه ۲ صحیح است.

جمله (الف) کاملاً درست است. در جمله (ب)، توریم و اورانیوم هسته‌های ناپایدار موجود در طبیعت‌اند. در جمله (ج)، اختلاف انرژی ترازهای نوکلئون‌ها از keV تا MeV است. در جمله (د) میزان نفوذ برای پرتوی γ از همه بیشتر است.

۷۴. گزینه ۲ صحیح است.

$$\text{ماده A: } N_0 \xrightarrow{T_A} \frac{N_0}{2} \Rightarrow T_A = t$$

$$\text{ماده B: } 2N_0 \xrightarrow{T_B} N_0 \xrightarrow{T_B} \frac{N_0}{2} \Rightarrow 2T_B = t \Rightarrow T_B = \frac{t}{2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{از } t \text{ تا } 3t \\ \text{باقیمانده A: } N_A = \frac{N_0}{2^n} = \frac{N_0}{2^3} \\ \text{باقیمانده B: } N_B = \frac{2N_0}{2^n} = \frac{2N_0}{2^6} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{N_A}{N_B} = 4$$

۷۵. گزینه ۴ صحیح است.

نکته: اگر زاویه بین دو آینه متقاطع، زاویه حاده β باشد، زاویه بین پرتوی تابش به آینه اول و بازتابش از آینه دوم (پس از تنها یک بار بازتابش)، برابر 2β خواهد بود.

با توجه به نکته فوق در می‌یابیم، زاویه 140° در شکل، مستقل از زاویه تابش به آینه اول (α) بوده و تحت هر مقداری از α ، زاویه بین دو پرتو 140° است. پس دانستن زاویه 140° ، برای محاسبه α کافی نیست.

شیمی

۷۶. گزینه ۲ صحیح است.

شمار ایزوتوپ‌های طبیعی هیدروژن برابر ۳ و در بین ۷ ایزوتوپ طبیعی و ساختگی آن در مجموع ۵ رادیو ایزوتوپ وجود دارد. بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) درصد فراوانی ${}^6\text{Li}$ از ${}^7\text{Li}$ کمتر است.(۳) این ایزوتوپ ${}^{235}\text{U}$ می‌باشد.

(۴) درست.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۶ تا ۸)

۷۷. گزینه ۴ صحیح است.

(آ) درست؛ مثال Na^+ ، Cl^- ، O^{2-} و...

(ب) درست؛ Ca^{2+} دارای دو لایه هشت الکترونی و O^{2-} دارای یک لایه هشت الکترونی می‌باشد.

(پ) نادرست؛ برای این منظور نماد گاز نجیب ${}_{36}\text{Kr}$ باید در داخل گروه قرار گیرد.

(ت) درست؛ از ${}_{29}\text{Cu}$ تا ${}_{36}\text{Kr}$ (هشت عنصر) دارای لایه ۱۸ الکترونی‌اند (سومین لایه در اتم آنها از الکترون پر شده است)

(ث) نادرست؛ مدل بور با موفقیت توانست طیف نشری خطی هیدروژن را توجیه کند اما توانایی توجیه طیف نشری خطی دیگر عنصرها را نداشت.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۲۴، ۳۲، ۳۸ و ۳۹)

۷۸. گزینه ۱ صحیح است.

روش حل:

$$\left\{ \begin{array}{l} n + p = 74 \\ n - e = 5 \end{array} \right. \xrightarrow{e = p + 2} \left\{ \begin{array}{l} n + p = 74 \\ n - p = 8 \end{array} \right. \Rightarrow n = 41, p = 36$$

$$n \text{ (نوترون)} = \frac{1 \text{ یون}}{1 \text{ یون}} \times \frac{41 \text{ یون}}{1 \text{ mol یون}} \times \frac{1 \text{ mol یون}}{23,7 \text{ g یون}} = 1,72 \text{ (نوترون)}$$

$$= \frac{2,05 \times N_A}{6,02 \times 10^{23}}$$

$$\text{نوترون } n = 1,23 \times 10^{24} = 12,34 \times 10^{23} \text{ (نوترون)}$$

(شیمی دهم، فصل ۱، صفحه‌های ۱۵ و ۱۷ تا ۱۹)

۷۹. گزینه ۳ صحیح است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(ب) گازها برخلاف جامدات و مایعات تراکم‌پذیر هستند.

(پ) با افزایش میزان CO_2 هواکره، مساحت برف در نیم‌کره شمالی کاهش می‌یابد.

(ت) اگر هواکره وجود نداشت، میانگین دمای کره زمین به 18°C کاهش می‌یافت.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۶۷، ۶۹، ۷۶ و ۷۷)

۸۰. گزینه ۱ صحیح است.

$$PV = nT \xrightarrow{\frac{T \propto 1}{V \propto 1}} P \propto n$$

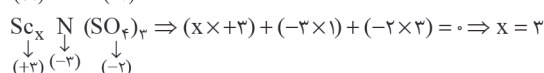
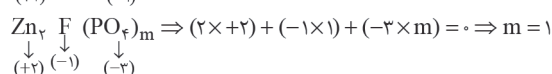
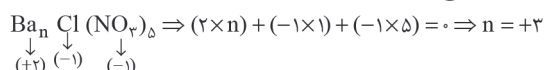
$$0,8 \text{ g CH}_4 \times \frac{1 \text{ mol CH}_4}{16 \text{ g CH}_4} = 0,05 \text{ mol CH}_4$$

$$\Rightarrow \frac{P_{\text{CH}_4}}{P_{\text{CO}_2}} = \frac{n_{\text{CH}_4}}{n_{\text{CO}_2}} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{0,05}{n_{\text{CO}_2}} \Rightarrow n_{\text{CO}_2} = 0,075 \text{ mol CO}_2$$

$$0,075 \text{ mol CO}_2 \times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 3,3 \text{ g CO}_2$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۸۲ و ۸۳)

۸۱. گزینه ۳ صحیح است.



$$\Rightarrow n = m \times x$$

(شیمی دهم، صفحه ۹۱)



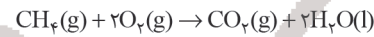
۸۹. گزینه ۱ صحیح است.

(آ) درست، زیرا ظرفیت گرمایی به جرم ماده وابسته است و با افزایش جرم افزایش می‌یابد.
(ب) درست. جرم آب در ظرف A در مقایسه با ظرف B کمتر است و گرمایی که توسط گوی آلومینیمی جذب می‌شود، میانگین تندی و دمای مولکول‌های آب درون ظرف A را به مقدار بیشتری کاهش می‌دهد.
(پ) درست، زیرا گرمای ویژه آب در هر دو ظرف یکسان است.
(ت) درست، جرم آب درون ظرف A کمتر بوده و با افزودن ۱۰g آب با دمای ۹۰°C به آب درون هر دو ظرف میانگین تندی (دما) مولکول‌های آب در ظرف A افزایش بیشتری خواهد داشت.
(ث) درست، انحلال پتاسیم نیترات در آب گرماگیر بوده و دمای آب را کاهش می‌دهد.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۵۶ و ۵۷)

۹۰. گزینه ۱ صحیح است.

چون شرایط STP است، حالت فیزیکی آب مایع می‌باشد و لازم است ΔH واکنش زیر را به کمک قانون هس به دست آوریم:



برای این منظور از واکنش‌های ۲، ۳ و ۴ استفاده می‌کنیم، واکنش‌های ۲ و ۳ دست نخورده باقی مانده و واکنش ۴ باید وارونه شود بنابراین:

$$\begin{aligned} \Delta H &= \Delta H_2 + \Delta H_3 - \Delta H_4 \\ \Rightarrow \Delta H &= (-393/5) + (-572) - (-75/5) \\ \Rightarrow \Delta H &= -890 \text{ kJ} \end{aligned}$$

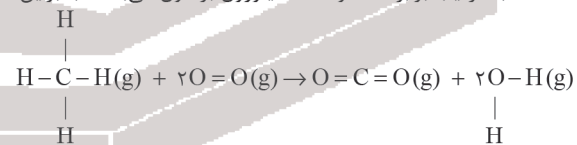
این مقدار گرما به ازای تولید ۱ مول گاز (۱ مول CO_2) آزاد شده است (معادل ۲۲/۴ لیتر)

$$? \text{ kJ} = 33/6 \text{ L CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{22/4 \text{ L CO}_2} \times \frac{890 \text{ kJ}}{1 \text{ mol CO}_2} = 1335 \text{ kJ}$$

نکته: کاربرد واژه به تقریب در صورت سؤال به خاطر آن است که ΔH واکنش‌های داده شده در دمای ۲۵°C می‌باشد.

۹۱. گزینه ۲ صحیح است.

با توجه به واکنش‌های ۱ و ۲ میانگین آنتالپی پیوندهای O-H و C-H به ترتیب برابر ۴۶۳ و ۴۱۵ کیلوژول بر مول می‌باشد، بنابراین:



$$\begin{aligned} \Delta H &= (4 \times 415 + 2 \times 495) - (2 \times 799 + 4 \times 463) \\ \Rightarrow \Delta H &= 2650 - 3450 = -800 \text{ kJ} \end{aligned}$$

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۶۶ و ۶۸)

۹۲. گزینه ۱ صحیح است.

محلول بنفش رنگ پتاسیم پرمنگنات با یک اسید آلی در دمای اتاق، به کندی واکنش می‌دهد؛ اما با گرم شدن محلول، به سرعت بی‌رنگ می‌شود.

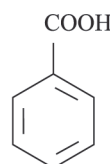
بررسی سایر گزینه‌ها:

(۲) درست؛ محلول پتاسیم یدید نقش کاتالیزگری داشته و سرعت واکنش را به‌طور چشمگیری افزایش می‌دهد.

(۳) درست؛ با توجه به ساختار آن، یک اسید آروماتیک است.

(۴) درست؛ زیرا غلظت اکسیژن در هوا کمتر است.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)



۹۳. گزینه ۴ صحیح است.

پلی‌اتن:

(آ) شاخه‌دار، شفاف، چگالی کمتر

(ب) بدون شاخه، کدر، چگالی بیشتر

(آ) درست

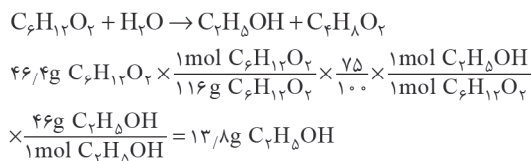
(ب) درست - نیروی جاذبه بین مولکولی در اتن و پلی‌اتن از نوع وان‌دروالسی است. نیروی جاذبه بین مولکولی در پلی‌اتن بدون شاخه (سنگین) در مقایسه با پلی‌اتن شاخه‌دار (سبک) بیشتر است.

(پ) درست

(ت) نادرست - از پلی‌اتن سنگین برای این منظور استفاده می‌شود.

۹۴. گزینه ۴ صحیح است.

واکنش آبکافت اتیل بوتانوات به صورت زیر است:



(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۱۰۸، ۱۱۳ و ۱۱۳)

۹۵. گزینه ۲ صحیح است.

(آ) درست

(ب) نادرست - با توجه به فرمول مولکولی سیانواتن ($\text{C}_7\text{H}_7\text{N}$) و بنزن (C_6H_6) نسبت تعداد اتم H به C در هر دو برابر یک است.

(پ) درست - از پنبه افزون بر تولید پوشاک در تولید رویهٔ میل، پرده، تور ماهیگیری، گاز استریل و ... استفاده می‌شود.

(ت) نادرست - انسولین نیز یک درشت‌مولکول محسوب می‌شود.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۱ و ۱۰۴)

۹۶. گزینه ۲ صحیح است.

بررسی گزینه‌ها:

(۱) واکنش موازنه شده به صورت $\text{Zn}(\text{s}) + 2\text{HCl}(\text{aq}) \rightarrow \text{ZnCl}_2(\text{aq}) + \text{H}_2(\text{g})$ است، که مجموع ضرایب برابر ۵ می‌باشد.

(۲) نقش فلز Zn و گونهٔ X هر دو کاهنده است و اکسید می‌شوند.

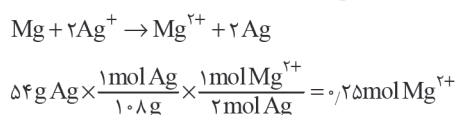
(۳) یکی از محصولات واکنش گاز هیدروژن است.

(۴) با توجه به واکنش موازنه شده، به ازای مصرف ۲ مول Zn ۴ مول الکترون میان اکسنده و کاهنده مبادله می‌شود.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

۹۷. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه به نمودار یک سلول گالوانی استاندارد با بیشترین ولتاژ از نیم‌سلول‌های Ag و Mg ساخته می‌شود، واکنش اکسایش - کاهش رو به رو در این سلول گالوانی رخ می‌دهد:



با توجه به اینکه یون‌ها در نیم‌سلول خود ثابت مانده‌اند، آنیون‌ها به سمت آند نرفته، در ابتدا چون سلول گالوانی استاندارد است، غلظت $[\text{Mg}^{2+}]$ ۱ مولار بوده و با توجه به حجم محلول که ۵ لیتر بوده است، ۵/۵ مول یون Mg^{2+} در الکترولیت اولیه بوده و ۰/۲۵ دیگر به آن اضافه شده است، پس در نهایت ۰/۷۵ مول Mg^{2+} وجود دارد.

(شیمی دوازدهم، فصل ۲، صفحه‌های ۴۴ تا ۴۸)



۹۸. گزینه ۳ صحیح است.

در همه باتری‌ها با انجام نیم‌واکنش‌ها، جریان الکتریکی در مدار بیرونی برقرار می‌شود.

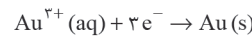
(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۴۹ تا ۵۱)

۹۹. گزینه ۱ صحیح است.

تنها مورد (ت) صحیح است.

بررسی موارد نادرست:

(آ) الکتروند آندی فلز طلا است که در نیم‌واکنش اکسایش شرکت می‌کند.
(ب) نیم‌واکنش کاهش انجام شده به صورت زیر است:



بنابراین می‌توان جرم فلز طلای تولید شده که بر روی قاشق قرار می‌گیرد را محاسبه نمود:

$$? \text{g Au} = 9,03 \times 10^{-23} \text{ e} \times \frac{1 \text{ mole}}{6,02 \times 10^{23} \text{ e}} \times \frac{1 \text{ mol Au}}{3 \text{ mole}} \times \frac{197 \text{ g Au}}{1 \text{ mol Au}} = 9,875 \text{ g}$$

(پ) قطب مثبت باتری به آند (فلز طلا) و قطب منفی باتری به کاتد (قاشق فولادی) متصل است.

(شیمی دوازدهم، صفحه ۶۰)

۱۰۰. گزینه ۲ صحیح است.

(آ) نادرست، سلول‌های سوختی افزون بر کارایی بیشتر می‌توانند ردپای کربن دی‌اکسید را کاهش دهند به طوری که دوستدار محیط زیست بوده و منبع انرژی سبز به شمار می‌روند.

(ب) درست، سوزاندن گاز هیدروژن در موتور درون‌سوز، بازدهی نزدیک به ۲۰ درصد دارد در حالی که اکسایش آن در سلول سوختی بازده را تا سه برابر افزایش می‌دهد.

(پ) درست

(ت) درست، سلول‌های سوختی برخلاف باتری‌ها، انرژی شیمیایی را ذخیره نمی‌کنند و در آنها پیوسته سوخت در شرایط کنترل شده، مصرف و جریان الکتریکی برقرار می‌شود. (یکی از چالش‌هایی که در کاربرد سلول‌های سوختی هیدروژن - اکسیژن خودنمایی می‌کند، تأمین سوخت آنهاست.)

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۵۰، ۵۱ و ۵۴)

۱۰۱. گزینه ۳ صحیح است.

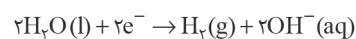
واکنش کلی برقکافت آب به صورت

$$2\text{H}_2\text{O}(\text{l}) \rightarrow \text{O}_2(\text{g}) + 2\text{H}_2(\text{g}) \sim 4 \text{ mole}^{-}$$

می‌باشد.

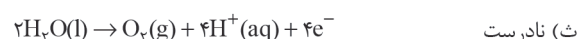
(آ) نادرست، الکتروند A، آند و الکتروند B کاتد این سلول را تشکیل می‌دهد. در اطراف الکتروند A گاز O_2 و پیرامون الکتروند B گاز H_2 تولید می‌شود.

(ب) درست، با توجه به نیم‌واکنش انجام شده در الکتروند B، محلول پیرامون الکتروند B بازی است.



(پ) درست، به ازای تولید ۱ مول گاز O_2 ، مقدار ۴ مول الکتروند دادوستد می‌شود.

(ت) درست، در سلول‌های الکترولیتی آند قطب + و کاتد قطب - سلول را تشکیل می‌دهد.



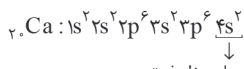
(ث) نادرست

(شیمی دوازدهم، صفحه ۵۴)

۱۰۲. گزینه ۴ صحیح است.

بررسی عبارت‌ها:

(آ) درست

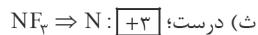


سست‌ترین الکترون‌های کلسیم = الکترون‌های ظرفیتی

(ب) درست؛ برای ترکیبات یونی هیچگاه واژه مولکول در منابع معتبر علمی به کار برده نمی‌شود.

(پ) نادرست؛ سیال مولکولی استفاده شده در نیروگاه‌های خورشیدی آب H_2O بوده که گشتاور دوقطبی بزرگ‌تر از H_2S دارد.

(ت) درست؛ نیتینول آلیاژی از فلزهای نیکل و تیتانیوم است لذا مقایسه چگالی به صورت نیکل < نیتینول < تیتانیوم است.



سبز رنگ → وانادیم (III)

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۷۲ تا ۷۴، ۸۴ و ۸۶)

۱۰۳. گزینه ۲ صحیح است.

موارد الف و ج درست هستند.

گازهای A، B، C، D، E به ترتیب CH_4 ، H_2O ، H_2 ، CO و CH_3OH هستند که در مرحله اول واکنش $\text{CH}_4(\text{g}) + \text{H}_2\text{O}(\text{g}) \rightarrow \text{CO}(\text{g}) + 2\text{H}_2(\text{g})$ و در مرحله دوم واکنش $\text{CO}(\text{g}) + 2\text{H}_2(\text{g}) \rightarrow \text{CH}_3\text{OH}(\text{g})$ انجام می‌شود.

بررسی سایر عبارت‌ها:

(ب) دمای لازم جهت انجام فرایند هابر 450°C است.

(د) میل ترکیبی CO با هموگلوبین، بیش از ۲۰۰ برابر اکسیژن است.

۱۰۴. گزینه ۲ صحیح است.

نادرستی مورد اول: ثابت تعادل تغییری نمی‌کند. تنها عاملی که ثابت تعادل را تغییر می‌دهد دما است.

درستی مورد دوم: با کاهش حجم، غلظت واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌های

گازی افزایش می‌یابد. $\left(\frac{\text{مول}}{\text{حجم}} = \text{غلظت مولار}\right)$

نادرستی مورد سوم: با کاهش حجم، غلظت مواد گازی افزایش می‌یابد در نتیجه سرعت هر دو واکنش رفت و برگشت افزایش می‌یابد، هر چند در این سامانه، کاهش حجم و افزایش فشار، تعادل را به سمت مول‌های گازی کمتر یعنی به سمت رفت هدایت می‌کند. یعنی سرعت واکنش رفت، بیشتر از برگشت افزایش می‌یابد.

درستی مورد چهارم: کسرهای $\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}}$ و $\left(\text{غلظت مولار} \times \text{حجم}\right)$ معادل مول هستند. طبق توضیحات مورد سوم مول فراورده‌ها بیشتر و مول واکنش‌دهنده‌ها کمتر می‌شود.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۰۴ و ۱۰۵)

۱۰۵. گزینه ۲ صحیح است.

موارد دوم و سوم صحیح هستند.

بررسی موارد نادرست:

مورد اول: پارازایلین نیز از نفت خام به دست می‌آید.

مورد چهارم: محلول آبی و رقیق پیتاسیم پرمنگنات لازم است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۱۶ و ۱۱۸)