

- ۱ اگر  $A = \sqrt[7]{\sqrt[27]{\sqrt[243]{243}}} \left(\frac{1}{3}\right)^{-\frac{1}{3}}$  باشد، حاصل  $(A+1)^{-\frac{1}{5}}$  کدام است؟
- ۳ (۴)      ۲ (۳)       $\frac{1}{3}$  (۲)       $\frac{1}{2}$  (۱) ✓

$$A = \sqrt[7]{27 \times (243)^{\frac{1}{3}} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{-\frac{1}{3}}} = \underbrace{\sqrt[7]{27 \times (243)^{\frac{1}{3}}}}_{3^{\frac{14}{3}}} \times (3)^{\frac{1}{3}} = (3^{\frac{14}{3}})^{\frac{1}{7}} \times (3)^{\frac{1}{3}}$$

$$\Rightarrow A = 3^{\frac{2}{3}} \times 3^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{9}{3}} = 3^3 = 27 \quad \Rightarrow (A+1)^{-\frac{1}{5}} = (27+27)^{-\frac{1}{5}} = (54)^{-\frac{1}{5}} = 2^{-\frac{1}{5}}$$

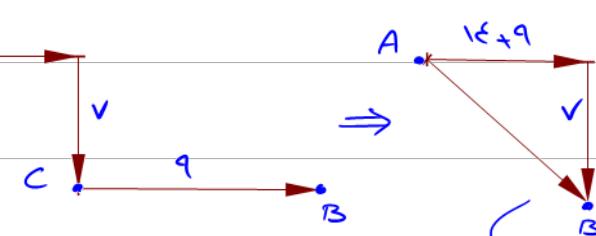
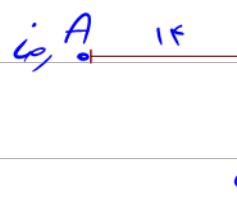
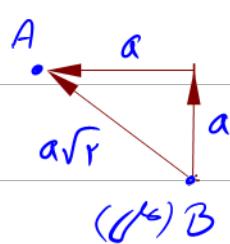
- ۲ رضا و علی به ترتیب در دو شهر A و B ساکن هستند. رضا برای رفتن به شهر B در مسیر اول، ۱۴ کیلومتر را در جهتی می‌پیماید که با طی کردن ۷ کیلومتر در مسیر دوم و عمود بر مسیر اول به نقطه C برسد. نهایتاً با پیمایش ۹ کیلومتری عمود بر مسیر دوم به شهر B می‌رسد. علی برای رفتن به شهر A تصمیم دارد ابتدا a کیلومتر به سمت شمال و به همان اندازه به سمت غرب بپیماید. در مجموع دو نفر کمترین مسافت را طی می‌کنند. مقدار a کدام است؟

۲۳ (۴)

۲۱ (۳)

۱۷ (۲) ✓

۱۵ (۱)

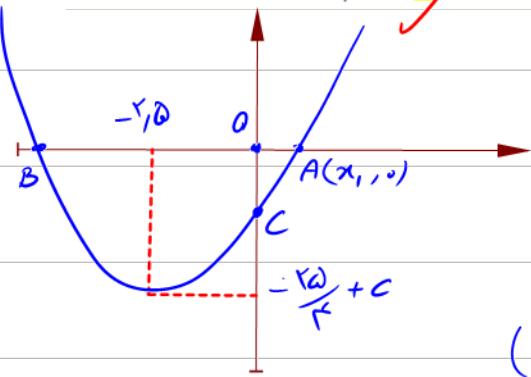


$$AB = \sqrt{(14+a)^2 + (\sqrt{r})^2} = \sqrt{2*a*r}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2*a*r} = a*sqrt(r)$$

$$\Rightarrow 2*a*r = a^2*r \Rightarrow a = 14$$

-۳ مثلثی که رئوس آن مبدأ مختصات، نقطه‌ای با عرض  $c$  و نقطه‌ای با طول یکی از ریشه‌های معادله  $x^2 + 5x + c = 0$  روی محورهای مختصات باشد را در نظر بگیرید. اگر مساحت مثلث برابر  $3$  باشد، مقدار  $c$  کدام است؟ ( $c \neq 0$ )

 $-2/75$  (۴) $-1/75$  (۳) $2/75$  (۲) $1/75$  (۱)

$$S = \frac{1}{2} \times x_1 \times c = 3 \Rightarrow x_1 = 6c$$

$$(6c, 0) \Rightarrow (6c)^2 + 2(6c) + c = 0$$

$$\Rightarrow 36c^2 + 12c + c = 0 \Rightarrow 36c^2 + 11c = 0 \Rightarrow c(36c + 11) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} c = 0 & \text{خط خالی} \\ c = -\frac{11}{36} = -\frac{11}{4} \cdot \frac{1}{9} & \end{cases}$$

-۴ تابع خطی  $f(x) = mx + h$  در هیچ نقطه‌ای با خط  $3x - 2y = b$  برخورد ندارد. اگر  $f(2) = 2a - 1$  و  $f(-6) = 2(1-a)$  باشد، مقدار  $f(-1-a)$  کدام است؟

۱ (۴)

۱۱ (۳)

۲ (۲)

۵ (۱)

*برنامه ریاضی جم سازی بین ریاضیاتی با مرز خود را زیر.*

$$3x - 2y = b \Rightarrow 2y = 3x - b \Rightarrow y = \frac{3}{2}x - \frac{b}{2}$$

$$\Rightarrow f(x) = mx + h \Rightarrow m = \frac{3}{2}$$

$$f(2) = 2a - 1 \Rightarrow (\frac{3}{2}) \times 2 + h = 2a - 1$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} + h = 2a - 1 \Rightarrow a = \frac{3}{2} + h$$

$$f(1-a) = f(1 - \frac{3}{2} - h) = f(-\frac{1}{2} - h) = 1$$

$$\Rightarrow f(-\frac{1}{2} - h) = \frac{3}{2}(-\frac{1}{2} - h) + h = \frac{1}{2} \Rightarrow h = \frac{1}{2}$$

$$f(-2) = (\frac{3}{2}) \times (-2) + 1 = -2$$

-۵ تابع  $f$ , تابع ثابت و برای  $(2n^r - 4n + 1, -f(m)) \cdot f(m) + f(n) = f(m)f(n)$  داریم  $m, n \in \mathbb{N}$  اگر دو زوج مرتب

و  $(m^r - 4m + 6, nf(n))$  روی نیمساز ناحیه اول و سوم باشند، مقدار  $\left[ \frac{mn}{5} \right]$  کدام است؟

۱ (۴)

۲ (۳) ✓

۳ (۲)

۴ (۱)

$$f(x) = c \Rightarrow f(m) + f(n) = f(m)f(n) \Rightarrow c + c = c^r \Rightarrow c^r - 2c = 0$$

$$\Rightarrow c(c - r) = 0 \Rightarrow \begin{cases} c = 0 & \text{اگر} \\ c = r & \text{اگر} \end{cases}$$

$$2n^r - 4n + 1 = -f(m) = -r \Rightarrow 2n^r - 4n + r = 0 \Rightarrow n = \frac{r \pm \sqrt{\Delta}}{2} = \frac{r \pm \sqrt{r^2 - 8r}}{2}$$

$$m^r - 4m + 6 = nf(n) = r \times 2 = 2r \Rightarrow m^r - 4m = 0 \Rightarrow m(m - 4) = 0 \Rightarrow m = 0 \text{ of } m = 4$$

$$\left\lceil \frac{mn}{5} \right\rceil = \left\lceil \frac{r \times 2}{5} \right\rceil = 2$$

-۶ تابع  $[x] - [-x]$  با دامنه  $[-3, 3]$  و  $g$  تابع ثابت است. مقدار تابع  $\frac{g}{f}$  در چند نقطه صحیح در دامنه برابر ۳ است؟

۱ (۴) صفر ✓

۲ (۳)

۴ (۲)

۶ (۱)

$$f(x) = [x] + [-x] = \begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Z} \\ -1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$g(x) = c \Rightarrow$$

$$D_f = D_g \cap D_f - \{f = 0\} = [-2, 2] - \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

جواب در جزئیات صحیح عرض نمود

-۷ اگر تابع خطی  $f(x) = (1-2m)x - \frac{1m+3}{2}$  به ازای همه مقادیر  $m$  از نقطه  $(\alpha, \beta)$  بگذرد، مقدار  $\alpha - \beta$  کدام است؟

$$-\frac{5}{2} \quad (4)$$

$$\frac{5}{2} \quad (3)$$

$$-\frac{3}{2} \quad (2) \quad \checkmark$$

$$\frac{3}{2} \quad (1)$$

خط  $f(x) = (1-2m)x - \frac{1m+3}{2} \Rightarrow (\alpha, \beta) \quad \beta = (1-2m)\alpha - \frac{1m+3}{2} = \alpha - 2m\alpha - m - \frac{3}{2}$

$$\Rightarrow \beta = -m(2\alpha + 1) + \alpha - \frac{3}{2} \Rightarrow 2\alpha + 1 = 0 \Rightarrow \alpha = -\frac{1}{2}, \quad \alpha - \frac{3}{2} = \beta \Rightarrow \beta = -1$$

$$\beta - \alpha = -1 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

-۸ مجموع ریشه‌های معادله  $ax^r - ax + a + 2 = 0$  با حاصل ضرب ریشه‌های معادله  $ax^r - ax - 1 = 0$  برابر است. طول رأس سهمی  $y = x^r + (1-2a)x - 3$  کدام است؟

$$3 \quad (4)$$

$$1/5 \quad (3)$$

$$-3 \quad (2)$$

$$-1/5 \quad (1) \quad \checkmark$$

مجموع ریشه‌های معادله  $\sum \text{ریشه} = a$  حاصل ضرب ریشه‌های  $= \frac{a+2}{a}$

$$\Rightarrow \frac{a+2}{a} = a \Rightarrow a+2 = a^2 \Rightarrow a^2 - a - 2 = 0 \Rightarrow (a-2)(a+1) = 0 \quad \begin{cases} a=2 \\ a=-1 \end{cases}$$

$$x^r - ax - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^r - 2x - 1 = 0 \Rightarrow \Delta > 0 \quad \bar{\bar{O}} \\ x^r + x - 1 = 0 \Rightarrow \Delta > 0 \quad \bar{\bar{G}} \end{cases}$$

$$ax^r - \Sigma x + a + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} rx^r - \Sigma x + \Sigma = 0 \Rightarrow \Delta < 0 \quad \bar{\bar{E}} \\ -rx^r - \Sigma x + 1 = 0 \Rightarrow \Delta > 0 \quad \bar{\bar{G}} \end{cases} \Rightarrow a = -1$$

$$y = x^r + (1-2a)x - 1 \Rightarrow \text{مختصات} x = -\frac{b}{a} = \frac{2a-1}{r} = -\frac{1}{r} = -\frac{1}{2} \Rightarrow a = -1$$

- ۹ راننده یک خودرو باید مسیری  $200$  کیلومتری را طی کند. اگر او سرعتش را  $20$  کیلومتر بر ساعت کاهش دهد،  $5$  دقیقه دیرتر به مقصد می‌رسد. نسبت سرعت اولیه خودرو به سرعت خودرو پس از کاهش کدام است؟

$$\frac{6}{5} \quad (4)$$

$$\frac{5}{4} \quad (3)$$

$$\frac{4}{3} \quad (2) \checkmark$$

$$\frac{3}{2} \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial} h = \Delta \text{min}$$

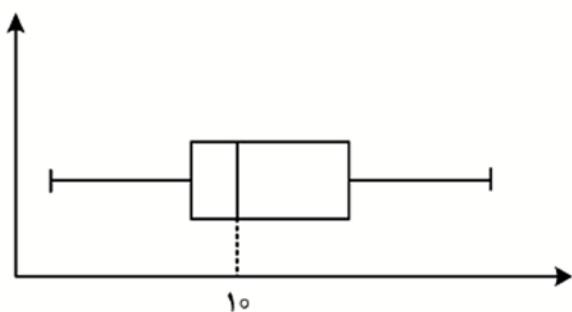
$$x = vt \Rightarrow 200 = (v - 20)(t + \frac{\partial}{\partial}) = \frac{vt}{2} + \frac{\partial}{\partial} v - 20t - \frac{\partial}{\partial} \quad (1)$$

$$x = vt \Rightarrow 200 = vt \Rightarrow t = \frac{200}{v}$$

$$(1) \Rightarrow \frac{\partial}{\partial} v - 20t = \frac{\partial}{\partial} \Rightarrow \frac{\partial}{\partial} v - 20 \left( \frac{200}{v} \right) = \frac{\partial}{\partial} \Rightarrow 20v^2 - 4000 = 100v$$

$$\Rightarrow v^2 - 20v - 400 = 0 \Rightarrow (v - 40)(v + 10) = 0 \Rightarrow v = 40 \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{40}{20} = \frac{4}{2}$$

- ۱۰ داده‌های نمودار زیر، اعداد زوج هستند. اگر مقدار  $4$  داده بیشتر از میانه باشد، کدام می‌تواند بیشترین مقدار ممکن برای میانگین داده‌های کمتر از میانه باشد؟



۵) ۱

۷/۵) ۲)  $\checkmark$

۸/۵) ۳

۹) ۴

(حالت اول)

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹ ۱۰ ۱۱ ۱۲ ۱۳ ۱۴ ۱۵

$$\text{میانگین داده‌ها} = \frac{1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+10+9+8+7+6+5+4+3+2+1}{20} = 5.5 \Rightarrow \text{در زیرین داده ندارد.}$$

اگر از میان رام خواهد بیندیش اگر داده ای باشند می‌بایست بیندیش ریاضی کاشت شود.

(حالت دوم) ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹ ۱۰ ۱۱ ۱۲ ۱۳ ۱۴ ۱۵

$$\text{میانگین داده‌ها} = \frac{9+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1}{20} = 1.2$$

(حالت سوم)

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹ ۱۰ ۱۱ ۱۲ ۱۳ ۱۴ ۱۵

$$\text{میانگین داده‌ها} = \frac{9+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1}{20} = 1.2$$

-11 اگر  $4, 16, 2a, 13, 6, 4, a$  به ترتیب مربع انحراف از میانگین داده‌های متمایز باشد، واریانس این داده‌ها کدام است؟

11/5 (۴) ✓

11 (۳)

9/5 (۲)

9 (۱)

$$\bar{x} = \frac{4+16+2a+13+6+4+a}{6} = \frac{23+a}{6}$$

$$\left( \frac{23+a}{6} - a \right)^2 = \left( \frac{a-1}{6} \right)^2$$

$$\left( \frac{23+a}{6} - 13 \right)^2 = \left( \frac{a-29}{6} \right)^2$$

$$\left( \frac{23+a}{6} - 6 \right)^2 = \left( \frac{23-3a}{6} \right)^2$$

$$\left( \frac{23+a}{6} - 4 \right)^2 = \left( \frac{a-12}{6} \right)^2 \Rightarrow a=9$$

$$s^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + (x_3 - \bar{x})^2 + (x_4 - \bar{x})^2}{4} = \frac{4+16+1+25}{4} = 11,8$$

-12 با چیدن قطعات یک پازل در گنار هم، مربعی به مساحت  $a$  ساخته می‌شود. این پازل طوری طراحی شده است که با تغییر چینش بعضی قطعات می‌توان یک مثلث قائم‌الزاویه به مساحت  $b$  نیز درست کرد. دانش‌آموزی استدلال زیر را در مورد رابطه بین  $a$  و  $b$  نوشته است. ایراد این استدلال در کدام گام است؟

۱)  $a = b$

۲)  $a^2 = ab$  طرفین تساوی گام ۱ را در  $a$  ضرب کرده است۳)  $a^2 - b^2 = ab - b^2$  را از طرفین تساوی گام ۲ کم کرده است۴)  $(a-b)(a+b) = (a-b)b$  طرفین تساوی گام ۳ را تجزیه کرده است۵)  $\frac{(a-b)(a+b)}{(a-b)} = \frac{(a-b)b}{(a-b)}$  طرفین تساوی گام ۴ را بر  $a-b$  تقسیم کرده است۶)  $b + b = b$  به جای  $a$  طبق گام ۱، مقدار  $b$  را قرار داده است۷)  $\frac{2b}{b} = \frac{b}{b}$  طرفین تساوی گام ۷ را بر  $b$  تقسیم کرده است

۸)  $2 = 1$

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲) ✓

۳ (۱)

در گام ۷ حین بسط  $\frac{2b}{b}$  صورت باید متن  $b$  را مخفی رابطه را بر طبق گام ۷ تعمیم کرد.

- ۱۳- کدام گزاره، هم‌ارز منطقی گزاره  $\sim [((q \vee r) \Rightarrow (q \wedge r)) \Rightarrow p]$  است؟
- $\sim p \vee ((q \wedge r) \vee (\sim q \wedge \sim r))$  (۲)
- $(p \wedge q \wedge r) \vee (\sim p \wedge \sim q \wedge \sim r)$  (۴)
- $p \wedge ((q \wedge r) \vee (\sim q \wedge \sim r))$  (۱)
- $(\sim p \wedge q \wedge r) \vee (\sim p \wedge \sim q \wedge \sim r)$  (۳) ✓

- ۱۴- در یک منطقه ۱۵۰۰ نفر از افراد ۱۸ ساله و بیشتر هستند. اگر با ایجاد  $n$  شغل ۲۰ درصد از تعداد بیکارها کم شود،

نرخ بیکاری ۵ درصد کاهش می‌یابد. چند شغل دیگر ایجاد شود تا نرخ بیکاری  $\frac{2}{3}$  کاهش یابد؟

۲۵۰ (۴) ✓      ۱۷۵ (۳)      ۱۲۵ (۲)      ۵۰ (۱)

$$(A) \text{نرخ بیکار} = \frac{\text{تعداد افراد بیکار}}{\text{تعداد افراد متعال}} \times 100 \Rightarrow A = \frac{x}{y} \times 100 \Rightarrow \frac{A}{100} = \frac{x}{y} \Rightarrow x = 100A$$

جای زدن  $y = 100$

$$\text{ایجاد } n \text{ شغل} \Rightarrow \frac{A - \Delta}{100} = \frac{x - 100A}{y} \Rightarrow \frac{A - \Delta}{100} = \frac{100x - 100A}{100} \Rightarrow 100(A - \Delta) = 100x - 100A$$

$$\Rightarrow 100A - 100\Delta = 100x \Rightarrow x = 100A - 100\Delta$$

$$\frac{1}{4} \left( \frac{x}{100} \right) = \frac{x'}{100} \Rightarrow x' = 100x \Rightarrow 100x - k = 100x \Rightarrow k = 100x$$

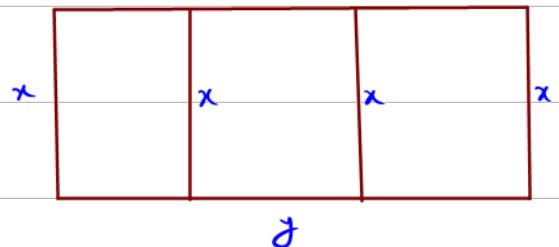
۱۵- سه نفر می‌خواهند زمین مستطیل شکلی را به سه قسمت مساوی تقسیم کرده و حصارکشی کنند، به طوری که یک حصار مشترک بین دو قسمت کشیده شود. اگر کمترین حصارکشی  $19^\circ$  متر باشد، ضابطه جبری مساحت زمین کدام است؟

$$S(x) = 190x - x^2 \quad \text{و } 0 < x < 95 \quad (2)$$

$$S(x) = 190x - x^2 \quad \text{و } 0 < x < 47.5 \quad (4)$$

$$S(x) = 95x - 2x^2 \quad \text{و } 0 < x < 47.5 \quad (1) \checkmark$$

$$S(x) = 95x - 2x^2 \quad \text{و } 0 < x < 95 \quad (3)$$



$$\Rightarrow x + j = 190 \Rightarrow j = 190 - x$$

$$j > 0 \Rightarrow 190 - x > 0 \Rightarrow x < 190$$

$$x > 0 \Rightarrow 0 < x < 190$$

$$\Rightarrow S = xj = x(190 - x) = 190x - x^2$$

۱۶- یک پارکینگ دارای ۴ درب است. وقتی از یک درب وارد می‌شوید باید از درب دیگری خارج شوید. به چند طریق حسن و علی می‌توانند از این پارکینگ استفاده کنند به طوری که آنها درب ورودی و درب خروجی یکسانی نداشته باشند؟

۵۴ (۴)

۸۴ (۳)

۱۰۸ (۲) ✓

۱۶۸ (۱)

$$\begin{matrix} & \text{دروز} \\ & \swarrow \quad \searrow \\ \sum x^2 & = 12 \\ \Rightarrow & \text{حسن} \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} & \text{دروز} \\ & \swarrow \quad \searrow \\ x & \Rightarrow x \times x = 9 \\ & \downarrow \quad \downarrow \\ & \text{خوب} \end{matrix}$$

$$12 \times 9 = 108$$

حسن در درویش پارکینگ ۲/۳ انتساب داشت (جهونه برآورد از ۱ درب وارد شدن)

حسن در خارج شدن از پارکینگ ۲/۳ انتساب داشت (با بضم بهائمه درب ورودی و خروجی هم بسته شد) که در خارج شدن ۲/۳ انتساب داشت

- ۱۷ خانواده‌ای دارای ۵ فرزند شامل ۲ فرزند پسر و ۳ فرزند دختر است. قرار است ۵ نفر از اعضای این خانواده با اتومبیل شخصی به مسافرت بروند. احتمال اینکه فقط والدین حق رانندگی داشته باشند و دو فرزند پسر با هم به مسافرت نروند، کدام است؟

$$\frac{1}{2} \quad (4)$$

$$\frac{3}{7} \quad (3)$$

$$\frac{10}{21} \quad (2)$$

$$\frac{11}{21} \quad (1) \checkmark$$

بررسی حل سوال بیدار حالت که نیز را در نظر گرفت،

(۳) نصر و دودانگه) یا (۲) دصر و دودانگه و پسر) یا (۳) دختر و میزان داری و پسر)

$$P(A) = \frac{\binom{2}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{3}{1} + \binom{2}{1} \times \binom{2}{2} \times \binom{3}{1} + \binom{2}{2} \times \binom{3}{1}}{\binom{5}{5}} = \frac{2 \times 2 \times 1 + 2 \times 1 \times 3 + 1 \times 1}{21} = \frac{11}{21}$$

- ۱۸ جمله نهم دنباله بازگشتی  $a_{n+1} = a_{n-\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} + a_{n-\lfloor \frac{n}{3} \rfloor}$  کدام است؟ ( )، علامت جزء صحیح است.)

$$10 \quad (4)$$

$$8 \quad (3)$$

$$6 \quad (2) \checkmark$$

$$4 \quad (1)$$

$$n=1 \Rightarrow a_1 = a_{1-1} + a_{1-1} = a_1 + a_1 = 2 \quad n=1 \Rightarrow a_2 = a_{2-1} + a_{2-1} = a_1 + a_1 = 2$$

$$n=2 \Rightarrow a_3 = a_{3-2} + a_{3-1} = 2 \quad n=2 \Rightarrow a_4 = a_{4-2} + a_{4-1} = 2 + 2 = 4$$

$$n=3 \Rightarrow a_5 = a_{5-3} + a_{5-2} = 2 + 4 = 6 \quad n=3 \Rightarrow a_6 = a_{6-3} + a_{6-2} = 4 + 2 = 6$$

$$n=4 \Rightarrow a_7 = a_{7-3} + a_{7-2} = 4 + 6 = 10$$

- ۱۹ اگر  $x, y, z$  دنباله‌ای هندسی با جملات نابرابر و  $x, 3y, 5z$  یک دنباله حسابی باشد، مقدار کدام است؟
- ۲۵ (۴) ✓      ۹ (۳)      ۵ (۲)      ۳ (۱)

$$\text{حین } x, y, z \Rightarrow y^r = xz$$

$$\text{و } x, 3y, 5z \Rightarrow 3y = x + 5z$$

$$\Rightarrow 3y^r = x^r + r\alpha z^r + 1 \cdot xz \Rightarrow x^r + r\alpha z^r - 2y^r xz = 0 \Rightarrow (x - z)(x - r\alpha z) = 0$$

$\downarrow$   
 $xz$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = z & \text{اگر} \\ x = r\alpha z & \Rightarrow \frac{x}{z} = r\alpha \Rightarrow \left[ \frac{x}{z} \right] = r\alpha \end{cases}$$

- ۲۰ نمودار تابع نمایی  $f(x) = k + e^{ax-b}$  محورهای طول و عرض را در نقاطی به فاصله ۲ واحدی از مبدأ مختصات قطع می‌کند. مقدار  $bk$  کدام است؟

۱ (۴)

۲ (۳) ✓

۴ (۲)

۶ (۱)

$$x=0 \Rightarrow f(0) = k + e^{-b} \quad j=0 \Rightarrow 0 = k + e^{ax-b} \Rightarrow k + \frac{e^{ax}}{e^b} = 0 \Rightarrow$$

$\downarrow$

$$k + \frac{1}{e^b} = j \quad \textcircled{1}$$

$$\Rightarrow k = -\frac{e^{ax}}{e^b} \quad \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \Rightarrow -\frac{e^{ax}}{e^b} + \frac{1}{e^b} = j \Rightarrow e^{ax} - 1 = -e^b \times j \Rightarrow e^{ax} + e^b j = 1$$

$$\Rightarrow e^{ax} + e^b j = 1 \Rightarrow \begin{cases} x=a \\ j=-r \end{cases} \Rightarrow r - r = 1 \Rightarrow \begin{cases} e^a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{e} \\ r + b + 1 = 0 \Rightarrow b = -\frac{1}{e} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \Rightarrow k = -\frac{e^{ax}}{e^b} = -\frac{\frac{1}{e} \times r}{e^{-\frac{1}{e}}} = -\frac{\frac{1}{e} r}{e^{-\frac{1}{e}}} = -\frac{1}{e} r \quad (bk) = (-\frac{1}{e})(-\frac{1}{e}) = r$$